Schöne neue Mathewelt?!

Christian Dorner und Stefan Götz

Im Folgenden möchten wir auf den Beitrag „Schöne neue Mathewelt der österreichischen Zentralmatura 2015“ von Kühnel und Bandelt, erschienen im Jubiläumsheft der GDM-Mitteilungen 2016 (Kühnel und Bandelt, 2016), eingehen. Der im Vorwort gezogene Schluss, „dass auf diese Weise letztlich beabsichtigt ist, beim Fach Mathematik die Matura auf das Niveau des ... ‚mittleren Schulabschlusses‘ ... abzusenken ... “ (Kühnel und Bandelt, 2016, S. 30), ist nach nur einem Durchgang der standardisierten schriftlichen Reifeprüfung in Mathematik wohl als voreilig zu beurteilen. Oder ist der Beitrag als Warnung (für Österreich, Deutschland, das Abendland) zu verstehen? Dazu kommt noch, dass der von den Autoren vorgenommenen Zuordnung der Aufgaben zu den Klassenstufen in Tabelle 1 (Kühnel und Bandelt, 2016, S. 32) zum Teil widersprochen werden muss.

Das gewichtete arithmetische Mittel (Aufgaben 1 und 20) in der NMS zu verorten, erscheint zumindest aus österreichischer Sicht als gewagt. Im Allgemeinen wird diese Erweiterung des Mittelwertbegriffs in der zehnten Schulstufe (AHS 6) thematisiert. Ebenso werden Funktionen in mehreren Variablen wohl kaum in der NMS gebracht (Aufgabe 7). Das Beurteilen von Aussagen über eine Lorenz-Kurve, wie das in Aufgabe 8 gefordert wird, verlangt sicher mehr als bloßes Ablesen von Prozenten. In Aufgabe 10 wird zweifellos eine lineare Funktion untersucht, allerdings in einem Kontext (Aue u. a., 2015, S. 22), der nicht Gegenstand der NMS ist, sondern im sogenannten Kontextkatalog (Aue u. a., 2015, S. 19 ff.) vorgesehen ist. Hier liegt also keine Lehrplanüberschreitung vor, da der Kontextkatalog bestimmte inhaltliche Schwerpunkte im Rahmen des Lehrplans setzt. Änderungsmaße wie sie in Aufgabe 13 vorkommen, sind Gegenstand der zehnten Schulstufe (AHS 6) und keinesfalls der NMS. Die Rekursion in Aufgabe 15 passt entweder in die zehnte Schulstufe, in der unter anderem reelle Folgen besprochen werden, oder gar in die zwölfte, wenn man die gesuchte Gleichung als Differenzengleichung auffasst. Die in Aufgabe 24 gefragte Wahrscheinlichkeit wird üblicherweise der Binomialverteilung zugeordnet, welche erst in der elften Schulstufe unterrichtet wird. Natürlich wäre es auch möglich mit Hilfe der Laplace-Wahrscheinlichkeit diese Aufgabe zu lösen, ob ihrer Komplexität erscheint das aber unwahrscheinlich.

Die elementare Erkenntnis, „dass ein Viertel die Hälfte der Hälfte ist“ (Kühnel und Bandelt, 2016, S. 31), wird leider nicht immer mit dem Begriff Halbwertszeit verknüpft. Stattdessen wird addiert statt multipliziert, daher ist nach zwei Halbwertszeiten nichts mehr vorhanden. Warum in Aufgabe 22 Kenntnisse von Fußballregeln von Nöten sind (es geht darum den Binomialkoeffizienten 11 über 5 im Kontext von elf potentiellen Elfmeterschützen zu interpretieren), entzieht sich unserer Kenntnis. Das Gegenteil ist der Fall. Die Lösungserwartung lautet: „11 über 5 gibt die Anzahl der Möglichkeiten an, von den elf Spielern fünf Schützen für das Elfmeterschießen – unabhängig von der Reihenfolge ihres Antretens – auszuwählen“ (Bifie, 2015 , S. 23). Dabei meint „Elfmeterschießen“ nicht den sportlichen Terminus technicus, sondern die bloße Tätigkeit. Ein Gender-Gap (in Kühnel und Bandelt, 2016, auf S. 32 vermutet) konnte bei dieser Aufgabe nicht festgestellt werden (Vortrag von E. Sattlberger und S. Kramer beim ÖMG-LehrerInnenfortbildungstag an der Universität Wien am 1. April 2016). Die „Pippi-Langstrumpf-Aufgabe“ (Kühnel und Bandelt, 2016, S. 31) haben übrigens nur 26% der ReifeprüfungskandidatInnen richtig gelöst, das ist die niedrigste Lösungsquote bei den Typ-1-Aufgaben (Vortrag E. S. und S. K.).

Aufgaben zur Modellbildung im Sinne von Bandelt eignen sich wohl kaum als Prüfungsaufgaben. Daher ist die von den Autoren festgestellte Verkleidung von Aufgabe 1 in Teil 2 nicht weiter verwunderlich (Kühnel und Bandelt, 2016, S. 32 f.). Es ist unbestritten, dass bei Unteraufgabe (a) Methoden der Differentialrechnung nicht gebraucht werden. Allerdings benötigt der von den Autoren skizzierte Lösungsweg eine gewisse Vertrautheit mit dem Kontext, die der Arbeitsauftrag nicht nahelegt. „Bei der vorliegenden Formulierung“ (Kühnel und Bandelt, 2016, S. 33) der Unteraufgabe (b) wird in Kühnel und Bandelt (2016) verschwiegen, dass der Mittelwertsatz der Differentialrechnung angesprochen wird, ein durchaus nicht üblicher Inhalt des Analysisunterrichts in der elften Schulstufe.

Bei Aufgabe 4 in Teil 2 entdecken die Autoren, dass das Volumen des gegebenen Gefäßes elementar berechenbar ist. Tatsächlich ist das aber nicht gefragt. Dass Interpretationsaufgaben zum bestimmten Integral als „‚höhere Mathematik für Dummies‘“ (Kühnel und Bandelt, 2016, S. 33) bezeichnet werden, kann nur als tendenziöser Untergriff bewertet werden. Die von den Autoren vorgeschlagene Lösung ist kein so selbstverständlicher Bestandteil der (aktuellen österreichischen) Unterrichtsrealität, wie diese suggerieren. Tempora mutantur!

Generell muss festgehalten werden, dass die lockere Distanz, die zwei professionelle Mathematiker gegenüber den (Reifeprüfungs-)Aufgaben in der Schule an den Tag legen, wohl die wenigsten SchülerInnen bzw. ReifeprüfungskandidatInnen teilen.

Das zugrundeliegende Reifeprüfungskonzept fokussiert auf Fähigkeiten, die für das Fach grundlegend, längerfristig verfügbar und gesellschaftlich relevant sind (vgl. Aue u. a., 2015, S. 3). Dabei wird als Ausgangspunkt „das Individuum und dessen Rolle in unserer hochdifferenzierten, arbeitsteilig organisierten, demokratischen Gesellschaft gewählt“ (Aue u. a., 2015, S. 3). Im Vordergrund steht „die Befähigung zur Kommunikation mit Expertinnen und Experten und der Allgemeinheit“ (Aue u. a., 2015, S. 4) (Konzept der höheren Allgemeinbildung nach R. Fischer). „Durch diesen Zugang wird es notwendig, sich ein reflektiertes Basiswissen anzueignen, [...]. Vor diesem Hintergrund wurde daher [...] ein Katalog an Grundkompetenzen entwickelt [...]“ (Aue u. a., 2015, S. 3). Typ-1-Aufgaben sind nun solche, die auf diese Grundkompetenzen fokussieren. Bei diesen Aufgaben sind Grundwissen und Grundfertigkeiten ohne darüber hinausgehende Eigenständigkeit nachzuweisen (vgl. Aue u. a., 2015, S. 23). Das ist der fundierte bildungstheoretische Hintergrund der Typ-1-Aufgaben, die in Kühnel und Bandelt (2016) durchaus beleidigend als „Quickies“ (S. 32) bezeichnet werden.

Nur ausgezeichnete SchülerInnen der mittleren Reife würden es schaffen genau 16 Punkte für eine positive Beurteilung zu erreichen. Die unterschwellig transportierte Botschaft mit Wissen der mittleren Reife in Österreich die Reifeprüfung bestehen zu können, ist daher bloß theoretischer Natur und in der Praxis nahezu irrelevant.

Abschließend wollen wir festhalten, dass der Grundkompetenzkatalog eine echte Teilmenge des Lehrstoffs ist (vgl. Aue u. a., 2015 , S. 1). Auch die von den Autoren schmerzlich vermissten komplexen Zahlen (Kühnel und Bandelt, 2016, S. 31) sind daher nicht von der österreichischen Bildungslandschaft verschwunden. Die früheren Maturaaufgaben, die aus dem Stoff des gesamten Lehrplans der Oberstufe konzipiert werden konnten, waren daher tatsächlich zum Teil erheblich komplexer (und mathematisch anspruchsvoller) als die aktuellen. Allerdings kann man in den Jahresberichten der einzelnen Gymnasien durchaus unterschiedliche Anspruchsniveaus der Aufgabenstellungen erkennen, wobei natürlich die jeweilige Vorbereitung mit in Betracht zu ziehen ist. Gleichwohl, hier Vergleichbarkeit herzustellen war ein wesentliches Motiv für die Einführung der Zentralmatura. Davor machte schon die Vertrautheit mit den Formulierungen in der Aufgabenstellung oft nach ein paar (Signal-)Wörtern klar, was zu tun ist. Jetzt ist ein tieferes Verständnis der Begriffe und Konzepte nötig, um flexibel mit ihnen in einfacheren, aber nicht vertrauten Situationen umgehen zu können.

Bei einer zentralen Prüfung müssen ebenfalls Annahmen über die erfolgte Vorbereitung getroffen werden, die im Laufe der Zeit gemäß den gemachten Erfahrungen eine Präzisierung erfahren werden.

Jedenfalls bildet die Zentralmatura *nicht* den Mathematikunterricht der Oberstufe ab, sondern nur einen (wichtigen, weil grundlegenden) Teil davon. Die Einhaltung des Lehrplanes ist selbstverständlich nach wie vor bindend. Nur diejenigen Schüler und Schülerinnen, die die achte Klasse (zwölfte Schulstufe) erfolgreich absolviert haben, dürfen zur Matura antreten. Der Unterricht würde verarmen, wenn nur mehr die Grundkompetenzen der Zentralmatura durchgenommen werden würden, und das ist auch nicht intendiert.

Literatur

Aue, V., Frebort, M., Hohenwarter, M., Liebscher, M., Sattlberger, E., Schirmer, I., … Willau, E. (2015). Die standardisierte schriftliche Reifeprüfung in Mathematik – Inhaltliche und organisatorische Grundlagen zur Sicherung mathematischer Grundkompetenzen (Stand: Oktober 2015). Redaktionelle Änderungen für die Neuauflage: G. Gurtner, S. Kramer, G. Steinlechner-Wallpach. Zugriff unter https://www.bifie.at/system/files/dl/srdp_ma_konzept_neuauflage_2018_2015-10-19.pdf

Bifie. (2015). Korrekturheft Mathematik AHS Teil-1-Aufgaben 11. Mai 2015. Zugriff unter https://www.bifie.at/system/files/dl/KL15_PT1_AHS_MAT_T1_CC_LO_0.pdf

Kühnel, W. & Bandelt, H.-J. (2016). Schöne neue Mathewelt der österreichischen Zentralmatura 2015. *Mitteilungen der GDM*, (100), 30–34.

Christian Dorner und Stefan Götz, Fakultät für Mathematik der Universität Wien, Oskar-Morgenstern-Platz 1, 1090 Wien, Österreich,
Email: christian.dorner@univie.ac.at,
stefan.goetz@univie.ac.at