Die Bedeutung der Stoffdidaktik in der Lehrerausbildung

Jens Weitendorf

Der folgende Artikel beruht nicht auf empirischen Untersuchungen, sondern auf der Erfahrung, die sich aus ca. 120 Hospitationsstunden in der Referendarausbildung gebildet hat. Eine wesentliche Erfahrung besteht darin, dass Stunden in der Regel gescheitert sind, wenn die stoffdidaktische Reduktion fehlerhaft oder nicht hinreichend umfassend war. Dies wird an mehreren Beispielen dargestellt. Dabei werden nicht nur die Fehler analysiert, sondern auch Verbesserungsvorschläge diskutiert. Die inhaltlichen Beispiele beziehen sich dabei im Wesentlichen auf den Mathematikunterricht in der Sekundarstufe I.

Zum Stundenaufbau

Hospitations- als auch Examensstunden sind in der Regel folgendermaßen aufgebaut. Zunächst wird zum Einstieg eine in der Regel realitätsbezogene Problematik dargestellt. Danach erfolgt eine Bearbeitung durch die Schülerinnen und Schüler meistens in Gruppenarbeit. Zum Ende der Stunde stellt dann eine erfolgreiche Gruppe ihr Ergebnis vor.

Schon für den Einstieg sind gute stoffdidaktische Kenntnisse erforderlich, damit die Lehrkraft auf Vorschläge der Schülerinnen und Schüler angemessen reagieren kann. Vor allem ist eine Rückmeldung wichtig, die nur selten geschieht. Falls eine sofortige Reaktion nicht möglich ist, sollte die Lehrkraft die Bemerkung an die Klasse zurückgeben, wodurch ein Zeitgewinn und damit eine Einschätzung der Antwort möglich sind. Modern ist, mit einer offenen Problematik einzusteigen. Dies beinhaltet das Problem, dass das Spektrum der Vorschläge aus der Klasse zu groß wird. Dies ist vor allem ungünstig, wenn es um die Einführung neuer Begrifflichkeiten geht. Nach meiner Erfahrung sollte das Einstiegsproblem dann eher eng gefasst werden. Ansonsten hat die Lehrkraft fast nur noch die Möglichkeit, in einem sehr eng geführten Lehrer-Schüler-Gespräch auf die neue Begrifflichkeit hinzuwirken, womit die anfängliche Offenheit ad absurdum geführt wurde. Hilfreich für die Frage, wie offen der Einstieg sein kann, ist die Entscheidung, ob es sich um E- oder A-Mathematik[1] handelt.

Vor allem ein realitätsbezogener Einstieg kann schwierig werden, wenn das Problem zu offen ist und Modellierungskompetenz (eher E-Mathematik) gefordert wird. Modellierungen eignen sich nicht als Einstieg für einzuführende Begrifflichkeiten (eher A-Mathematik), sondern sollten davon getrennt Thema des Unterrichts sein. Erfahrungen zeigen, dass die zur Lösung benötigte Mathematik schon bei den Schülerinnen und Schülern präsent sein sollte.

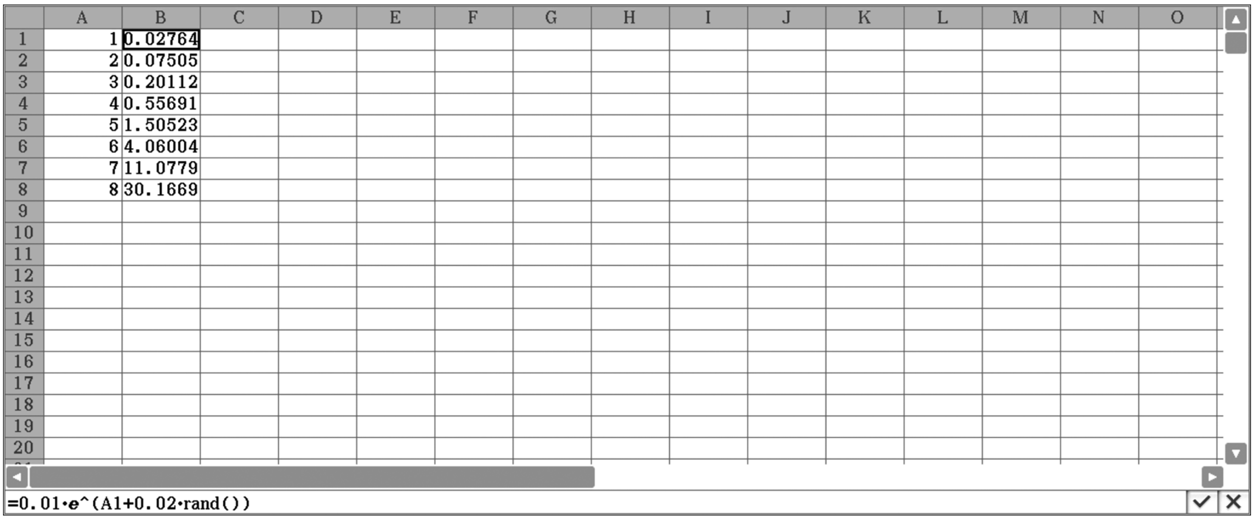
Meines Erachtens ist es nicht ausreichend, wenn nach Beendigung der Gruppenarbeit eine Gruppe ihr Ergebnis vorträgt. Dies hilft den Schülerinnen und Schülern, die Probleme hatten, in der Regel nicht. Sondern, es müssten deren Probleme diskutiert und Lösungsvorschläge erarbeitet werden. Dies setzt diagnostische und gute Kenntnisse des zu behandelnden Stoffes voraus. Wenn eine Gruppenarbeit sinnvoll sein soll, benötigt dies mehr Zeit als die herkömmlichen 45 Minuten. Das heißt, das übliche Zeitraster für Unterrichtsbesuche ist nicht ausreichend.

Zur Unterstützung der Gruppenarbeit werden für die Schülerinnen und Schüler Tippkarten angeboten. Wenn diese Tippkarten so aufgebaut sind, dass sie Teillösungen enthalten, sind sie keine wirkliche Hilfe, da sie im Grunde genommen mit einem Lehrervortrag vergleichbar sind und eigentlich nicht auf die individuellen Erfordernisse der einzelnen Schülerin bzw. des einzelnen Schülers eingehen können. Zynisch wäre zu hinterfragen, ob nicht ein Lehrervortrag in kürzerer Zeit das gleiche Ergebnis hätte. Ein Teil der Schülerinnen und Schüler wartet eh ab, bis eine neue Begrifflichkeit eingeführt oder ein Satz bewiesen ist, bevor sie sich dann wieder beteiligen, wenn Aufgaben zum Sachverhalt zu bearbeiten sind. Wenn man dies ändern will, ist es erforderlich, die Lernenden von Anfang an mitzunehmen, was vor allem bedeutet, für jegliche Fragen offen zu sein und angemessen zu reagieren. Dies setzt eine tiefe Kenntnis des zu behandelnden Stoffes voraus.

Stoffdidaktische Probleme

Im Folgenden werden inhaltliche Probleme diskutiert, die sich in von mir beobachteten Stunden ergeben haben.

[1] Die Begriffe wurden von Neubrand in den Mitteilungen der GDM zur Diskussion gestellt. Bei der E-Mathematik handelt es sich ehr um die Lösung eines lokalen Problems, während es bezogen auf die A-Mathematik eher um einen größeren Zusammenhang geht.



	A	B
1	1	0.02764
2	2	0.07505
3	3	0.20112
4	4	0.55691
5	5	1.50523
6	6	4.06004
7	7	11.0779
8	8	30.1669

=0.01·e^(A1+0.02·rand())

Abbildung 1. Erzeugung der Daten

Zum exponentiellen Wachstum

Thema einer Stunde war die Einführung des exponentiellen Zerfalls an Hand von realitätsbezogenen Beispielen. Den Schülerinnen und Schülern war der Graph der Exponentialfunktion bekannt. Sie sollten Daten aufnehmen und anhand der Graphen erkennen, dass es sich um einen exponentiellen Prozess handelt. Die folgenden beiden Abbildungen zeigen, dass dies kein geeignetes Verfahren ist. Die Daten, mit denen ich das zeigen will, werden nicht exakt, sondern mit einer gewissen Abweichung erzeugt (s. Abb. 1).

Auf die Werte wurde zum einen eine Regression bzgl. einer Potenzfunktion 4. Grades zum anderen eine exponentielle Regression gelegt. Die entstehenden Graphen sind in Abbildung 2 dargestellt. Betrachtet man nur den relevanten Definitionsbereich [1;8], so lässt sich an Hand der Graphen kein Unterschied erkennen. Das bedeutet, dass man an Hand der Graphen nicht entscheiden kann, ob es sich um exponentielles Wachstum handelt. Ähnliche Probleme ergeben sich, wenn man nur einen relativ kleinen Definitionsbereich wählt. In einem solchen Fall lässt sich oft nicht entscheiden, ob es sich um exponentielles oder lineares Wachstum handelt.

Erforderlich wäre es hingegen, dass die Kollegin z. B. mit Hilfe einer Tabellenkalkulation eine Quotientenbildung durchgeführt hätte, wie die Abbildung 3 zeigt. Entscheidend für exponentielles Wachstum ist, dass der Zuwachs vom jeweiligen Bestand abhängig ist. Schülerinnen und Schüler hat-

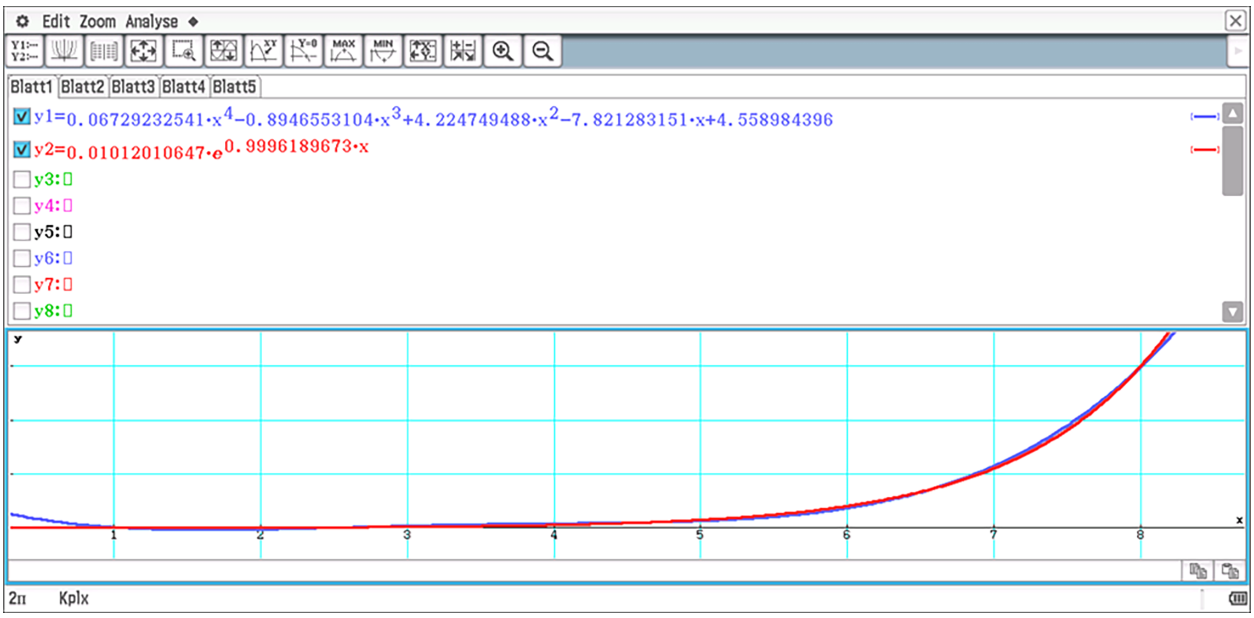
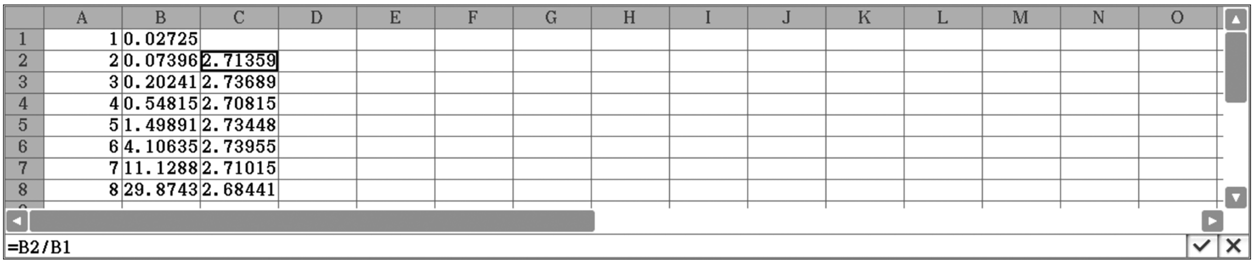


Abbildung 2. Vergleich der Graphen der erzeugten Potenz- und Exponentialfunktion



	A	B	C
1	1	0.02725	
2	2	0.07396	2.71359
3	3	0.20241	2.73689
4	4	0.54815	2.70815
5	5	1.49891	2.73448
6	6	4.10635	2.73955
7	7	11.1288	2.71015
8	8	29.8743	2.68441

=B2/B1

Abbildung 3. Quotientenbildung

ten dies offensichtlich intuitiv erfasst. Ihre Aufgabe war es, die jeweiligen Sprunghöhen eines Balles zu messen. Ein Ball springt ja mehrfach auf, bevor er zur Ruhe kommt. Diesen Vorgang in einem zu erfassen ist nicht möglich, wenn man nicht den Prozess photographisch erfassen kann. So ließen die Schülerinnen und Schüler den Ball nur einmal aufspringen, maßen die Höhe, ließen ihn dann aus dieser Höhe für den zweiten Sprung fallen und setzten den Prozess entsprechend fort. Leider ist die Kollegin auf diese Vorlage der Schülerinnen und Schüler nicht eingegangen. Man kann vermuten, dass ihr die Eigenschaften exponentiellen Wachstums nicht wirklich präsent waren.

Da es in der Realität auf Grund der Endlichkeit der Welt nicht wirklich ein exponentielles Wachstum gibt, wäre mein Vorschlag für die Einführung folgender. Man benötigt dazu ca. 300 Würfel. Es wird mit 50 Würfeln begonnen, die Anzahl der „6“ wird gezählt und entsprechend viele Würfel werden hinzugenommen. Dieses Verfahren wird entsprechend fortgesetzt. Schülerinnen und Schüler erfahren so das Entscheidende, nämlich, dass die Zunahme abhängig vom Bestand ist. Der Zerfall lässt sich entsprechend simulieren. Man vermindert die Gesamtzahl jeweils um die Anzahl der „6“. Dieses Verfahren lässt sich natürlich auch digital simulieren. Dazu wird entweder ein Programm geschrieben, wenn entsprechende Software (z. B. ClassPad oder NT-Spire) vorhanden ist oder man realisiert dies mit einer Tabellenkalkulation, was aufwendiger ist. Der Vorteil besteht darin, dass man die Daten nicht erst eingeben muss, sondern diese unmittelbar weiter verarbeiten kann.

Der Flächeninhalt von Dreiecken

Zur Bestimmung von Flächeninhalten von n-Ecken beginnt man normalerweise mit Rechtecken und Parallelogrammen. Danach bietet es sich an, ein Parallelogramm in zwei kongruente Dreiecke aufzuteilen, woraus sich die Flächeninhaltsformel für Dreiecke ergibt. Allerdings ist dieses in Bezug auf das logische Schließen die falsche Richtung, da dadurch nicht gezeigt ist, dass die Formel für beliebige Dreiecke gilt. Richtig wäre es von einem beliebigen Dreieck auszugehen und zu zeigen, dass sich dieses zu einem Parallelogramm ergänzen lässt. Da man das Dreieck auf drei verschiedene Arten zu einem Parallelogramm ergänzen kann, ergibt sich automatisch:

$$F = \frac{1}{2}c \cdot h_c = \frac{1}{2}b \cdot h_b = \frac{1}{2}a \cdot h_a$$

Dass obiges nicht unbedingt als Kenntnis bei jungen Lehrenden vorhanden ist, zeigt das folgende Zitat aus einem Entwurf einer Unterrichtsstunde:

> *Hauptintention: Im Rahmen der Leitidee „Messen“ lernen die Schülerinnen und Schüler den Flächeninhalt eines Dreiecks kennen und entwickeln ein geometrisches Verständnis für die Äquivalenz der Flächenberechnung mittels der drei Höhen eines Dreiecks.*
>
> *Vornehmlich angestrebte Kompetenzen: Zur Lösung der Aufgabe ist eine mehrschrittige geometrische Argumentation notwendig. Die grafische Darstellung muss in einfache Terme für den Flächeninhalt übertragen werden. Zur Diskussion der Äquivalenz der drei möglichen Flächenformeln muss die Schlussfolge der geometrischen Überlegungen kommuniziert werden.*

Die Stunde verlief allerdings nicht bezogen auf die genannte Hauptintention, sondern, wie oben beschrieben, in der falschen Richtung. Auch die genannten Kompetenzen treffen nicht den Kern des Problems. Wenn der Referendar von einem allgemeinen beliebigen Dreieck ausgegangen wäre, würde es keine Rolle spielen, wie die Erweiterung zu einem Parallelogramm durchgeführt wird, da aus dieser Beliebigkeit sofort die Formeln für die verschiedenen Höhen folgen würden. Auch hier zeigt sich, dass gute stoffdidaktische Kenntnisse für die Formulierungen und die Umsetzung im Unterricht unbedingt erforderlich sind.

Literatur

Neubrand, M. (2020), Die „eine“ und die „andere“ Mathematik: Assoziationen zu einem grundlegenden Aspekt der Mathematikdidaktik. Mitteilungen der GDM 109, S. 68–76.

Jens Weitendorf, Norderstedt
E-Mail: JWeitendorf@t-online.de