Schoy-Lutz, M. (2009). Wie man aus Fehlersituationen Lernsituationen machen kann: Merkmale einer produktiven Fehlerkorrektur. *Praxis der Mathematik in der Schule*, *51*, 30–35.

Schrader, F.-W. (2006). Diagnostische Kompetenz von Eltern und Lehrern. In D.H. Rost (Hrsg.), *Handwörterbuch Pädagogische Psychologie*. (S. 95–100). Weinheim: Beltz.

Schrader, F.-W. (2013). Diagnostische Kompetenz von Lehrpersonen. *Beiträge zur Lehrerinnen- und Lehrerbildung*, *31*(2), 154–165.

Weinert, F. E. (2000). Lehren und Lernen für die Zukunft – Ansprüche an das Lernen in der Schule. *Pädagogische Nachrichten Rheinland-Pfalz*, *2*, 1–16.

Weinert, F.,E., & Helmke, A. (1996). Der gute Lehrer. Person, Funktion oder Fiktion?. *Zeitschrift für Pädagogik*, *34*, 223–233.

Nadine Böhme, Universität Erfurt
E-Mail: nadine.boehme@uni-erfurt.de

Ein Pythagoras-Beweis für jeden Tag des Jahres

Die *Loomis-Sammlung* neu entdeckt, überarbeitet und erweitert

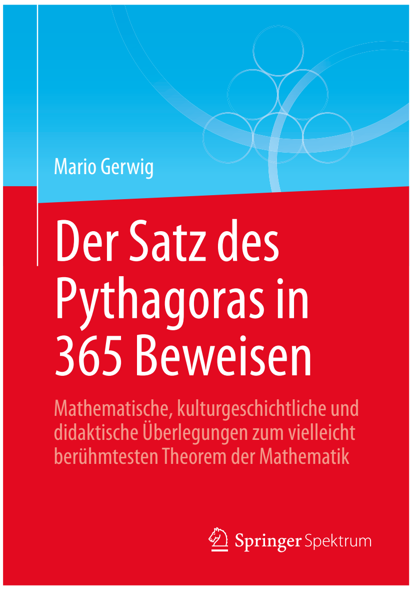
Mario Gerwig

Der schöpferische Mathematiker sucht jede Idee bis zur Erschöpfung der Möglichkeiten, die sie in sich trägt, auszuwerten, jeden mathematischen Sachverhalt mit reger, schöpferischer Phantasie von verschiedenen Seiten her anzugehen, um ihn auf möglichst vielfältige Weise zu beweisen und einzuordnen und dabei immer besser zu verstehen. In seinem mathematischen Königreich will er jeden Gipfel auf möglichst vielen Wegen erklimmen, von jedem Weg erhofft er sich aber auch neue und überraschende Aussichten auf jene Berge, die er schon bestiegen hat, und auf das Land, das sich zu ihren Füßen erstreckt.

(Wittenberg 1963, S. 108 f)

Der vielleicht berühmteste Satz der Mathematik – der Satz des Pythagoras – hat über Jahrhunderte hinweg einen erstaunlichen Reiz auf Personen sämtlicher Kulturkreise ausgeübt: Es gibt Beweise aus dem antiken Griechenland und dem alten China, von Künstlern und Philosophen, Mathematikprofis und -amateuren. Bei welchem anderen Thema kann es gelingen, Euklid von Alexandria und einen amerikanischen Präsidenten, Leonardo da Vinci und Gottfried Wilhelm Leibniz, indische und persische Mathematiker, Seilspanner aus dem alten Ägypten, Architekten aus dem antiken Griechenland sowie Zimmermänner und Maurer der Gegenwart an einen Tisch zu bringen? Der Amerikaner Elisha Scott Loomis (1852–1940) erkannte zu Beginn des 20. Jahrhunderts diesen besonderen Reiz und begann damit, Pythagoras-Beweise zu sammeln, zu ordnen und neue zu entwickeln. Das erste Manuskript stellte er 1907 fertig. Es enthielt 230 verschiedene Beweise und erschien zwanzig Jahre später unter dem Titel *The Pythagorean Proposition*, die zweite Auflage (1940, Nachdruck 1968) beinhaltete über 370 Beweise. Dies mag zunächst überreichlich, vielleicht unbescheiden erscheinen, immerhin reicht ein einziger gültiger Beweis aus, um die Richtigkeit des Satzes ein für alle Mal darzulegen. Nur den Satz zu verifizieren kann daher unmöglich das Ziel dieser eindrücklichen Sammlung sein. Bei der intensiveren Lektüre wird schließlich das eigentliche Potential deutlich: Die Sammlung ist Kristallisationskern einer Geistes- und Kulturgeschichte der Mathematik, hochexemplarisch verdichtet am pythagoreischen Lehrsatz, einem der zentralen Sätze der elementaren Geometrie und einem der wichtigsten Sätze der Schulmathematik. Eine Fundgrube für jeden Mathematiker, jede Mathematikerin und jede Mathematik-Lehrperson – und für den heutigen Unterricht eine echte Chance, das Beweisen so zu thematisieren, dass nicht nur ein einzelnes Beweisprodukt, sondern vielmehr der Beweisprozess und damit das, was es mit dem Beweisen in der Mathematik eigentlich auf sich hat, deutlich werden kann. Umso erstaunlicher, dass Loomis' Buch nur in zwei Auflagen erschienen und heute nur noch antiquarisch zu horrenden Preisen erhältlich ist – bis jetzt. Über 50 Jahre nach der letzten Auflage ist nun eine aktualisierte, deutlich erweiterte und explizit auf den Schulunterricht ausgerichtete, deutsche Übersetzung erschienen.

Loomis hatte sich zu Beginn des 20. Jahrhunderts das Ziel gesetzt, möglichst *alle* existierenden Pythagoras-Beweise zu sammeln, wobei er sich von bereits bestehenden, sehr viel kleineren Sammlungen hat inspirieren lassen. Auslöser für



Nach über 50 Jahren neu entdeckt: Die Loomis-Beweissammlung ist in einer völlig überarbeiteten und erweiterten Version auf deutsch erschienen – samt einer mehrfach erprobten, ausführlich dargestellten Unterrichtseinheit (vgl. Gerwig 2021).

den Entschluss, eine eigene Sammlung vorzulegen, die ihm übrigens später viel Anerkennung bei mathematischen Kollegen und Lehrpersonen einbrachte, wie die Rezensionen und Briefe am Ende seines Buches zeigen (Loomis 1968, S. 277–279), war möglicherweise, dass die gerade neugegründete Zeitschrift *The American Mathematical Monthly* (erscheint seit 1894 bis heute monatlich) von Beginn an in jeder Ausgabe einige Pythagoras-Beweise abdruckte (insg. 100). Loomis publizierte von Anfang an Beiträge in der Zeitschrift und die Beweise, die in den ersten acht Jahren der Zeitschrift (1894–1901) publiziert worden sind, nahm er später fast vollständig in seine Sammlung auf.

Loomis' Verdienst besteht nicht nur darin, eine umfassende Beweissammlung erstellt zu haben, sondern insb. in der Tatsache, alle Beweise systematisiert und kategorisiert, sie in Argumentation und Darstellung vereinheitlicht und die Sammlung insgesamt vervollständigt zu haben, indem er fehlende Beweise zu bestimmten Beweistypen selbst beisteuerte. So legt Loomis bspw. dar, dass es genau 19 mögliche Anordnungen der drei Dreiecksquadrate gibt, bei denen jeweils mindestens eines der Quadrate verschoben ist. In seiner Recherche fand er aber nicht zu allen möglichen Anordnungen Beweise, so dass er die fehlenden kurzerhand selbst entwickelte:

> From the scources of proofs consulted, I discovered that only 8 out of the possible 19 cases had received consideration. To complete the gap of the 11 missing ones I have devised a proof for each missing case. (Loomis 1968, S. 190)

Als das NCTM (*National Council of Teachers of Mathematics*) 1968 den Nachdruck der zweiten Auflage (1940) herausgab und damit die Reihe *Classics in Mathematics Education* startete, wurden keinerlei Änderungen im Vergleich zur Ausgabe von 1940 vorgenommen: "No attempt has been made to modernize the book in any way. To do so would surely detract from, rather than add to, its value" (Loomis 1968, S. V). Diese Entscheidung erscheint im ersten Moment nachvollziehbar. Denn bspw. ist die von Loomis vorgenommene Grobaufteilung der Beweise in algebraisch und geometrisch sowie die Feinaufteilung in sechs bzw. zehn Unterkapitel überzeugend und ermöglicht eine schnelle Orientierung. Dennoch stellt sich die Frage, warum man nicht wenigstens kleinere Korrekturen von Beweisen vorgenommen hat, die ganz offensichtliche Fehler enthielten. Heutigen Ansprüchen genügt die mit Schreibmaschine geschriebene Ausgabe ohnehin nicht mehr, so dass die heutige Neuauflage nur nach einer umfassenden Überarbeitung und Ergänzung möglich werden konnte. Dazu gibt es mehrere Gründe: Zum einen ist die Zahl der Fehler in der Loomis-Sammlung tatsächlich sehr hoch. Oft stimmen die Bezeichnungen in der nicht selten unsauberen, da von Hand gezeichneten Skizze nicht mit den Bezeichnungen in der Argumentation überein, was in rund einem Drittel aller Beweise der Fall ist. Schwerer noch wiegen fachliche Fehler in der Argumentation oder Behauptungen bspw. bzgl. der Gleichheit zweier Flächen, die nicht gleich sein können. Zum anderen hat Loomis versucht, die Beweisargumentationen zu vereinheitlichen und sie jeweils auf eine einzige Gleichungskette zu reduzieren ("The idea of throwing the suggested proof into the form of a single equation is my own", Loomis 1968, S. 97). Dies führt zwar dazu, dass einzelne Beweise leicht miteinander verglichen werden können, bringt aber den Nachteil mit sich, dass die meisten dieser Gleichungsketten mit zahlreichen Verschachtelungen und Klammern versehen werden mussten, was den Nachvollzug bisweilen unwahrscheinlich verkompliziert. Loomis (1968, S. 168) beschreibt dieses Vorgehen an einem Beispiel selbst wie folgt:

> In this proof, as in all proofs received I omitted the column 'reasons' for steps of the demonstration, and reduced the argumentation from many [. . .] steps to a compact sequence of essentials, thus leaving, in all cases, the reader to recast the essentials in the form given in our accepted modern texts. By so doing a saving of as much 60 % of page space results – also hours of time for thinker and printer.

Tatsächlich ist Loomis' Darstellung sehr kompakt und platzsparend, dies geht allerdings entgegen seiner Behauptung auf Kosten der Verständlichkeit. In manchen Beweisen spart sich Loomis gar jegliche Argumentation und notiert schlicht: “It is obvoius that ... ”. Schließlich stützt Loomis seine Argumentation in manchen Beweisen auf diverse Hilfssätze, die er allerdings selbst an keiner Stelle beweist. Dies ist in gewisser Weise verständlich, immerhin verfolgt das Buch keine euklidisch-axiomatische Darstellung. Dennoch bleibt ein gewisses Unbehagen, wenn bspw. im algebraischen Beweis 107 auf den *Satz des Heron* zurückgegriffen wird, ohne diesen überhaupt zu erwähnen, geschweige denn zu beweisen.

Aus den genannten und einigen weiteren Gründen ergaben sich zwingend Konsequenzen für die Bearbeitung hinsichtlich einer Neuauflage. So unterliegt nun jeder Beweis einer Dreiteilung: Konstruktionsbeschreibung, Skizze, Argumentation. Die Konstruktionsbeschreibung geht von einer (am Anfang des jeweiligen Kapitels erwähnten) Grundfigur aus und beschreibt knapp die weitere Konstruktion aller Bestandteile. Bei Beweisen, für die Loomis selbst keine Beschreibung liefert, wurde eine solche ergänzt. Die Skizzen wurden mit der dynamischen Geometrie-Software *Cinderella* erstellt und entsprechen im Wesentlichen den jeweiligen Loomis-Skizzen. Schließlich folgt die Argumentation, der eigentliche Beweis. Die äußerst knappen und oftmals schwer verständlichen, verschachtelten Gleichungsketten, die Loomis verwendet, wurden dabei in mehrere Sinnabschnitte unterteilt und, wo nötig, entsprechend kommentiert. Dies hat zwar einen etwas größeren Platzbedarf zur Folge, dient aber der Verständlichkeit. Für immer wiederkehrende geometrische Formen und Bezeichnungen werden Abkürzungen und Symbole verwendet. Fehlerhafte Beweise wurden im Sinne Loomis‘ korrigiert. Bei 23 Beweisen waren dazu größere Änderungen nötig. Nur ein Beweis – der geometrische Beweis 232 – hat sich bis zum Schluss hartnäckig einer Korrektur widersetzt. Das zentrale Problem liegt in der Zuhilfenahme eines Hilfssatzes, der selbst wiederum mit dem Satz des Pythagoras bewiesen wird – ein offensichtlicher Zirkelschluss. Der Beweis wurde dennoch aufgenommen und mit einer entsprechenden Bemerkung versehen. Korrekturhinweise werden jederzeit entgegengenommen. Schließlich werden sechs Hilfssätze (Kathetensatz, Höhensatz, Sekanten-Tangenten-Satz, Flächenformel von Pappus, Satz des Heron, Satz des Apollonius), auf die sich diverse Beweise beziehen, am Ende des Buchs bewiesen.

Der Kern des Buches, die beiden Beweiskapitel mit insgesamt 365 Beweisen, wird gerahmt durch ein Kapitel über die Mathematik der Pythagoreer, in welchem neun mathematische Erkenntnisse im Zentrum stehen, sowie ein ausführliches Unterrichtskapitel, welches eine mehrfach erprobte Unterrichtseinheit präsentiert und in welcher die Beweissammlung bzw. mehrere Pythagoras-Beweise aus dieser Sammlung eine entscheidende Rolle spielen. Dadurch wird das mathematikdidaktische Zentralproblem zu lösen versucht, das Beweisen so in den Unterricht zu bringen, dass nicht nur ein einzelner Beweis, sondern damit auch die Denkhaltung hinter der Idee des Beweisens deutlich wird. Denn es besteht ein breiter Konsens in der Feststellung, dass die Möglichkeit, Aussagen ein für alle Mal zu beweisen, ein Privileg ist, das der Mathematik vorbehalten ist. Erst durch die Entdeckung des Beweisens im antiken Griechenland haben sich die rein numerologischen Betrachtungen der Ägypter und Babylonier zu einer Kunst der Deduktion, zur Wissenschaft weiterentwickelt. Beweisen ist bis heute *das* Charakteristikum der Mathematik. Gleichzeitig stellt dieses Charakteristikum Unterricht und Lehre vor eine gewaltige Herausforderung und zu verstehen, was es mit dem Beweisen eigentlich auf sich hat, ist eine der größten Herausforderungen. Das Studium *vieler* Beweisprodukte *eines* Satzes kann – so die in der Praxis inzwischen vielfach bestätigte Annahme – einen Zugang zu dieser Meta-Ebene eröffnen.

Dass das Beweisen in der Schule jedoch in einer Krise steckt, ist inzwischen hinreichend belegt (vgl. bspw. Gerwig 2020, Brunner 2014). Und auch in der Unterrichtstheorie kommt dem Beweisen nicht immer die Rolle zu, die es eigentlich verdient hätte. Es scheint geradezu charakteristisch, dass Heymann (1996/2013) in seinem Katalog „zentraler Ideen für den Mathematikunterricht“ (2013, S. 173–182) keine *Leitidee des Beweisens* vorgeschlagen hat – Gerwig (2015) hat diese Ergänzung schließlich vorgenommen – und es ist daher auch wenig verwunderlich, dass auch in den Bildungsstandards Beweise bzw. die Tätigkeit des Beweisens nur sehr implizit Erwähnung findet; man könnte gar von dem Gefühl beschlichen werden, man vermeide die entsprechenden Vokabeln bewusst. Bspw. werden Beweise tatsächlich ausschließlich innerhalb der Kompetenz *Mathematisch argumentieren* erwähnt, wo von „einfachen Plausibilitätsargumenten über inhaltlichanschauliche Begründungen bis zu formalen Beweisen“ (KMK, 2015, S. 14) die Rede ist. Man sucht vergeblich nach einem konkreten Inhalt, d. h. nach Sätzen, die im Unterricht beweisen werden sollten oder eben auch nicht bewiesen werden sollen. Ein Blick in die Schulbücher hilft bei diesem Dilemma im Übrigen auch nicht weiter. Mit jeder Auflage scheinen sich die Beweise immer mehr zurückzuziehen. Vielleicht ist es an der Zeit für einen Katalog an (im wagenschein’schen Sinn) exemplarischen, in den unterschiedlichen Klassenstufen zu beweisenden Sätzen.

Es gibt jedoch eine Ausnahme, eine rühmliche: den Satz des Pythagoras. Bei rund 32 000 allgemeinbildenden Schulen in Deutschland kann man davon ausgehen, dass dieser Satz jedes Jahr in rund 100 000 Klassen unterrichtet wird, dass ihm also jährlich über 2 Millionen Schülerinnen und Schüler begegnen und dass diese ihn beweisen bzw. dass ihnen ein Beweis präsentiert wird. Die in der Beweis-Sammlung dargestellte Unterrichtseinheit schlägt hier nun einen besonderen Ansatz vor. Nach der Entdeckung des Satzes wird dieser nicht, wie so häufig, von der Lehrperson (ggf. mit partizipativen Anteilen der Schülerschaft) bewiesen, um ihn anschließend in vielfältiger Form anzuwenden. Bei einem solchen Vorgehen – das übrigens keineswegs ausgedacht ist, wie die *Pythagoras-Studie* (Klieme/Pauli/Reusser 2006) zeigt, die genau diesen Dreischritt zur notwendigen Bedingung für den später untersuchten Unterricht machte – bleibt die Funktion des Beweises (vgl. Hefendehl-Hebeker/Hußmann 2010) meist fraglich: Wird der Satz beweisen, um die Lernenden von dessen Richtigkeit zu überzeugen? Wenn ja, wurde denn zuvor überhaupt ernsthaft bezweifelt, dass der Satz wirklich stimmt? Oder wird er bewiesen, um an dem Beweis etwas neues, bspw. neue Aussagen zu entdecken? Oder wird er bewiesen, um bereits bekannte Definitionen, Sätze und Begriffe miteinander in Beziehung zu setzen? Oder – und diese Begründung kommt vermutlich nicht gerade selten vor – wird er vielleicht bewiesen, weil man das in der Mathematik einfach so macht? In der im Buch vorgestellten Unterrichtseinheit hat das Beweisen eine andere, klar definierte Funktion. Hier wird der Satz des Pythagoras auf vielfältige Art und auf unterschiedlichen Wegen bewiesen, weil es sich bei ihm um ein Muster für die Entdeckungen der antiken Mathematik handelt, an welchem sich exemplarisch erkennen lässt, wie die mathematischen Wahrheiten der euklidischen Geometrie aufeinander ruhen und was es mit dem Beweisen in der Mathematik auf sich hat. Dieses Ziel kann besonders dann erreicht werden, wenn es gelingt, *mehrere* Beweise *desselben* Satzes zu verstehen und zu diskutieren. Denn dabei kann die eigentliche Aussage des Satzes selbst in den Hintergrund und das Beweisen selbst ins Zentrum der Aufmerksamkeit rücken.

Das beschriebene Vorgehen ist in den letzten Jahren an zahlreichen Schulen in Deutschland und der Schweiz durchgeführt worden. Eine empirische Untersuchung des Unterrichts steht noch aus, doch erste Resultate aus Befragungen von Lehrpersonen und Lernenden zeigen, dass es sich dabei um einen vielversprechenden Ansatz handeln könnte, um das oben beschriebene didaktische Problem zu bearbeiten und insgesamt den so erteilten Beweisunterricht als Bildungsunterricht im Sinne Klafkis zu erfahren.

Es soll nicht unerwähnt bleiben, dass inzwischen auch ein Schulbuch das Potential dieser Beweisvielfalt erkannt und aufgegriffen hat: In dem Band *Neue Wege* für die Klasse 9 (NRW) (Körner et al. 2022) findet sich das Unterkapitel „Begründen des Satzes von Pythagoras" (Kap. 3.3, S. 70–74). In diesem werden auf fünf Seiten insgesamt 14 Beweise unterschiedlicher Art (Beweise durch Zerlegen und Umlegen, durch Ergänzung, durch Flächenumformung, mit Rechnen, durch Hinschauen, durch das Verwenden bekannter Sätze, mithilfe von Kongruenz und Ähnlichkeit etc.) behandelt. Hier rückt am Beispiel des Satzes von Pythagoras das Beweisen selbst auf erfreuliche Art in den Mittelpunkt, was Lehrpersonen die Möglichkeit gibt, auf unkomplizierte Weise in ein bis zwei Doppelstunden dem Beweisen in der Mathematik die Aufmerksamkeit zukommen zu lassen, die es verdient hat.

Hat man sich das didaktische Potential des pythagoreischen Lehrsatzes erst einmal deutlich vor Augen geführt, erscheint Loomis' beeindruckende Sammlung noch gewaltiger, die Neuauflage samt Erweiterung und Anpassungen noch gewinnbringender und dessen schulischer Einsatz noch dringlicher. Bleibt zu hoffen, dass es seinen Weg in die Bücherregale der Mathematiklehrpersonen und -studierenden und damit in den konkreten Unterricht möglichst vieler Schulen findet. „Man kann viel an diesem Buch lernen, die Vielfalt von Beweisen kennenlernen, sich davon inspirieren lassen, und sich daran freuen", schreibt der Mathematiker Günter M. Ziegler (Präsident der FU Berlin) in seinem Geleitwort. Und Heinz Klaus Strick schließt seine Rezension (Strick 2021) mit dem Satz: „Das Buch sollte in keiner Bibliothek von Lehramtsstudierenden und -anwärtern fehlen." Beidem kann man sich nur anschließen.

Literatur

Brunner, E. (2014). *Mathematisches Argumentieren, Begründen und Beweisen. Grundlagen, Befunde und Konzepte.* Heidelberg: Springer Spektrum.

Gerwig, M. (2015). *Beweisen verstehen im Mathematikunterricht. Axiomatik, Pythagoras und Primzahlen als Exempel der Lehrkunstdidaktik.* Wiesbaden: Springer Spektrum.

Gerwig, M. (2020). *Ein Film über die Entstehung des Beweisens im Unterricht. Neue Ansätze für eine seit Langem bestehende Herausforderung der Didaktik.* GDM-Mitteilungen 109 (Juli 2020). S. 34–36.

Gerwig, M. (2021). *Der Satz des Pythagoras in 365 Beweisen. Mathematische, kulturgeschichtliche und didaktische Überlegungen zum vielleicht berühmtesten Theorem der Mathematik.* Berlin: Springer Spektrum.

Hefendehl-Hebeker, L., & Hußmann, S. (2010). Beweisen – Argumentieren. In T. Leuders, *Mathematikdidaktik. Praxishandbuch für die Sekundarstufe I und II.* Berlin: Cornelsen Scriptor. S. 93–106.

Heymann, H. W. (1996/²2013). *Allgemeinbildung und Mathematik*. Weinheim: Beltz.

Klieme, E., Pauli, C., & Reusser, K. (Hrsg.) (2006). *Dokumentation der Erhebungs- und Auswertungsinstrumente zur schweizerisch-deutschen Videostudie „Unterrichtsqualität, Lernverhalten und mathematisches Verständnis". Teil 3: Videoanalysen*. Frankfurt a. M.: Materialien zur Bildungsforschung. Band 15.

Körner, H., Lergenmüller, A., Schmidt, G., & Zaccharias, M. (Hrsg.) (2022, i.V.). *Neue Wege Mathematik 9. Arbeitsbuch für Gymnasien (Ausgabe Nordrhein-Westfalen)*. Braunschweig: Westermann.

KMK (2015). *Bildungsstandards im Fach Mathematik für die Allgemeine Hochschulreife. Bonn und Berlin: KMK.* Verfügbar unter: www.kmk.org/fileadmin/Dateien/veroeffentlichungen_beschluesse/2012/2012_10_18-Bildungsstandards-Mathe-Abi.pdf

Loomis, E. S. (1927). *The Pythagorean Proposition. Its Proofs Analyzed and Classified and Bibliography of Sources For Data of the Four Kinds of Proofs*. Cleveland: *Masters and Wardens Association of the 22nd Masonic District* of the Most Worshipful Grand *Lodge* of Free and Accepted *Masons* of *Ohio*.

Loomis, E. S. (²1940, Nachdruck 1968). *The Pythagorean Proposition. Its Demonstrations Analyzed and Classified and Bibliography of Sources for Data of the Four Kinds of "Proofs"*. Washington D.C.: The National Council of Teachers of Mathematics.

Strick, H. K. (2021, 10. November). *Pythagoras-Kalender*. Spektrum.de. www.spektrum.de/rezension/buchkritik-zu-der-satz-des-pythagoras-in-365-beweisen/1936339

Wittenberg, A. I. (1963). *Bildung und Mathematik. Mathematik als exemplarisches Gymnasialfach*. Klett: Stuttgart.

Dr. Mario Gerwig, Gymnasium Leonhard Basel (CH)
E-Mail: mariogerwig@gmail.com

FALEDIA – Entwicklung, Erprobung und Erforschung einer digitalen, fallbasierten Lernplattform zur Steigerung der Diagnosefähigkeit für die Lehrerbildung Mathematik Primarstufe

Lara Huethorst, Meike Böttcher, Daniel Walter, Christoph Selter, Andreas Bergmann, Andreas Harrer, Tabea Dobbrunz und Lea Reinartz

Im Verbundprojekt FALEDIA wird eine digitale, fallbasierte Lernplattform zur Steigerung der Diagnosefähigkeiten für die Lehrerinnen- und Lehrerbildung gemeinsam von der Technischen Universität Dortmund, der Westfälischen Wilhelms-Universität Münster und der Fachhochschule Dortmund entwickelt, erprobt und erforscht. Im Folgenden wird zur Vorstellung des Projekts zunächst auf die zentralen Bereiche der Diagnosefähigkeiten, des fallbasierten Lernens und der digitalen Lernplattformen eingegangen. Daraufhin erfolgt eine Vorstellung der FALEDIA-Plattform und des Forschungsdesign. Erste Ergebnisse des ersten Zyklus werden vorgestellt, sodass die Ableitung der Überarbeitung der FALEDIA-Plattform erörtert werden kann.

Theoretischer Hintergrund

Nicht zuletzt durch internationale Vergleichsstudien wie TIMSS (Selter et al. 2016) und PISA (Reiss et al, 2016) aber auch die bundesweite IQB-Ländervergleichsstudie (Stanat et al. 2017) wird gezeigt, dass vor allem die leistungsschwachen Schülerinnen und Schüler keine hinreichende Förderung in Deutschland erhalten. In den unterschiedlichen Untersuchungen zeigt sich über die verschiedenen Zyklen hinweg, dass bei einem Fünftel bis einem Viertel der Lernenden ernsthafte Schwierigkeiten im Fach Mathematik und ein Kompetenzstand, der über mehrere Jahre hinweg hinter dem der Mitlernenden zurückbleibt, vorliegen. Unterschiedliche Forschungen zeigen, dass Lernende, die (noch) kein tragfähiges Operations- oder Stellenwertverständnis entwickelt haben, gravierende Rechenschwierigkeiten im Mathematik aufzeigen (Gaidoschik 2010; Radatz 1990; Selter et al. 2014). Dementsprechend sollte Diagnose und Förderung in der Aus- und Fortbildung von Lehrkräften eine große Bedeutung zukommen.

Diagnosefähigkeiten
Die Fähigkeit, die unterschiedlichen Potenziale und Voraussetzungen der einzelnen Lernenden zu erkennen und an diese gezielt anzuschließen, gilt somit als Schlüsselkompetenz, über die jede Lehr-