

- Leutner, D. (2009). Adaptivität und Adaptierbarkeit beim Online-Lernen. In L. J. Issing & P. Klimsa (Hrsg.), *Online-Lernen: Handbuch für Wissenschaft und Praxis* (S. 115–123). München, Deutschland: Oldenbourg Verlag.
- Ludwig, M., & Jablonski, S. (2020). MathCityMap – Mit mobilen Mathtrails Mathe draußen entdecken. *MNU Journal*, (1/2020), 29–36.
- Roth, J. (2015). Lernpfade - Definition, Gestaltungskriterien und Unterrichtseinsatz. In J. Roth, E. Süß-Stepancik, & H. Wiesner (Hrsg.), *Medienvielfalt im Mathematikunterricht* (S. 3–26). Wiesbaden, Deutschland: Springer Fachmedien.
- Sung, Y.-T., Chang, K.-E., & Liu, T.-C. (2016). The effects of integrating mobile devices with teaching and learning on students' learning performance. *Computers & Education*, 94, 252–275. DOI:10.1016/j.compedu.2015.11.008
- Thurm, D. (2021). *Digitale Mathematik-Lernplattformen in Deutschland* [Unveröffentlichtes Manuskript]. Fachbereich Mathematik, Universität Duisburg-Essen.
- Wößmann, L., Freundl, V., Grewenig, E., Lergetporer, P., Werner, K., & Zierow, L. (2020). Bildung in der Coronakrise: Wie haben die Schulkinder die Zeit der Schulschließungen verbracht, und welche Bildungsmaßnahmen befürworten die Deutschen? *Ifo Schnelldienst*, 73(9), 25–39.
- Simon Barlovits, Goethe-Universität Frankfurt  
E-Mail: [barlovits@math.uni-frankfurt.de](mailto:barlovits@math.uni-frankfurt.de)
- Deng-Xin Ken Oehler, Goethe-Universität Frankfurt  
E-Mail: [oehler@math.uni-frankfurt.de](mailto:oehler@math.uni-frankfurt.de)
- Matthias Ludwig, Goethe-Universität Frankfurt  
E-Mail: [ludwig@math.uni-frankfurt.de](mailto:ludwig@math.uni-frankfurt.de)

## DIAMOS — Steigerung der diagnostischen Kompetenzen von Lehramtsstudierenden

Nadine Böhme

### Einleitung

Die diagnostische Kompetenz gilt schon nach Weinert und Helmke (1996) neben der didaktischen und fachlichen Kompetenz sowie der Klassenführungskompetenz als eine der zentralen Kernkompetenzen des Lehrberufs. Die diagnostische Kompetenz ist hinsichtlich des Lernfortschritts und der Notenvergabe der Schülerinnen und Schüler zentral (Kunter, Baumert, Blum, Klusmann, Krauss & Neubrand, 2006), auch wird sie als Voraussetzung für eine adaptive Instruktion (Beck et al., 2008) und Individualisierung des Unterrichts gesehen (Helmke, Hosenfeld & Schrader, 2004).

Im Folgenden soll zuerst betrachtet werden, wie die diagnostische Kompetenz definiert wird. Für Schrader (2006, S. 95) ist die diagnostische Kompetenz „die Fähigkeit eines Urteilers, Personen zutreffend zu beurteilen.“ Diese Definition betont die Urteilsgenauigkeit als eine zentrale Komponente der diagnostischen Kompetenz (Kaiser, Helm, Retelsdorf, Südkamp & Möller, 2012). Der Ansatz der Urteilsgenauigkeit fokussiert die Übereinstimmung von Lehrpersonenurteilen mit den tatsächlich messbaren Merkmalsausprägungen der Schülerinnen und Schüler (Schrader, 2013).

Diese Betrachtungsweise wird jedoch zunehmend als nicht ausreichend empfunden (u. a. Prae-

torius, Lipowsky & Karst, 2012). Weinert (2000) definiert die diagnostische Kompetenz als

ein Bündel von Fähigkeiten, um den Kenntnisstand, die Lernfortschritte und die Leistungsprobleme einzelner Schüler sowie die Schwierigkeiten verschiedener Lernaufgaben im Unterricht fortlaufend beurteilen zu können, sodass das didaktische Handeln auf diagnostischen Einsichten aufgebaut werden kann. (S. 16)

Diese Definition zeigt eine Erweiterung um die Frage, wie im Unterricht basierend auf dem diagnostischen Urteil angeschlossen werden kann. Es ist die Aufgabe der Lehrperson, im Unterricht zu erkennen, „wo sich der einzelne Lernende in seinem Lernprozess befindet und welche Hilfen und Rückmeldungen dieser benötigt“ (Praetorius et al., 2012, S. 137). Diagnosen allein sind nicht ausreichend, um einen positiven Einfluss auf den Lernprozess von Schülerinnen und Schülern zu nehmen. Es bedarf weiterer Schritte bzw. gezielter Interventionen der Lehrkraft. Schrader (2013) betont in diesem Zusammenhang, dass der gegenwärtige Blick sich eher auf die Verwendung der Diagnostik für die Gestaltung und Entwicklung von Unterricht und die Lehr-Lern-Prozesssteuerung richtet. Brühwiler (2014, S. 14) schreibt daran anschließend, dass „eine hohe diagnostische Kompetenz nur gekoppelt

mit didaktischen Maßnahmen lernwirksam“ wird. Auch die Forschungsübersicht von Hattie (2012) zeigte einen Zusammenhang zwischen fortlaufendem Feedback, einer Lernerfolgskontrolle und einer fortwährenden adaptiven Anpassung des Unterrichts an die Schülerinnen und Schüler und den Lernerfolg. Schrader (2013) erweitert die diagnostische Kompetenz zusätzlich, indem er ihr auch die Bereitschaft beimisst,

sich der eigenen, die Diagnose möglicherweise beeinträchtigenden und verzerrenden Erwartungen, Urteilstendenzen und impliziten Theorien bewusst zu werden. Eine erhöhte Sensibilität für diagnostische Fragen, eine zunehmende Einsicht in die Grenzen der eigenen Urteilsfähigkeit und die zunehmende Bereitschaft, die eigenen Urteilsleistungen durch den Einsatz von Diagnoseverfahren und den Einbezug anderer Perspektiven (z. B. Selbsteinschätzungen der Schülerinnen und Schüler oder Urteile der Kolleginnen und Kollegen) regelmäßig auf den Prüfstand zu stellen und zu verbessern, könnten mindestens ebenso wichtig sein wie die Urteilsgenauigkeit als solche. (S. 162)

Der bisherige Überblick zeigt die Komplexität diagnostischer Kompetenz, die bereits frühzeitig und somit idealerweise schon im Studium gefördert werden sollte (Bartel & Roth, 2017), da dort auch eine Verzahnung mit dem fachdidaktischen Wissen möglich ist. Hierdurch kann ein wechselseitiger Mehrwert entstehen, da durch selbst durchgeführte lernprozessbezogene Diagnosen beispielsweise im Rahmen diagnostischer Interviews die Relevanz fachdidaktischen Wissens für die Praxis deutlich gemacht werden kann und Diagnosen nur im Hinblick auf fachspezifisches didaktisches Wissen sinnvoll umsetzbar sind (Bartel & Roth, 2017). Da das Erfassen und Verstehen von Lernprozessen komplex ist, scheint ein Medium für die Lehre erforderlich, was realitätsnah ist und wiederholt analysierend betrachtet werden kann. Unter dieser Perspektive sind Videos ein mögliches geeignetes Mittel.

Im Folgenden wird mit DIAMOS ein Projekt vorgestellt, was die diagnostischen Fähigkeiten von Lehramtsstudierenden mittels des Einsatzes von Videovignetten stärken möchte. Das Projekt wird im Rahmen des *Fellowships für Innovationen in der digitalen Hochschullehre* durch den Stifterverband und das Thüringer Wissenschaftsministerium gefördert. Eine Zielstellung des Programms ist es, Anreize für die Entwicklung und Erprobung bzw. Neugestaltung von Modulen und Studienabschnitten unter konsequenter Nutzung digitaler Technologien zu schaffen.

## Zielsetzung des Projekts

Für die Förderung der diagnostischen Kompetenz von Lehramtsstudierenden werden Videovignetten von diagnostischen Interviews mit Grundschulkindern bei der Bearbeitung von *informativen Aufgaben* im Lernbereich Arithmetik erstellt. Durch informative Aufgaben kann man nach Sundermann und Selter (2006) mehr über die Denkweisen von Kindern bei der Lösung von Aufgaben erfahren. Um dieses Ziel zu erreichen, gibt es bei den verwendeten Aufgaben Platz für Nebenrechnungen und die Schülerinnen und Schüler werden bei der Lösung explizit aufgefordert, ihr Vorgehen zu erläutern. Zusätzlich wird durch eine überlegte Aufgabenauswahl (u. a. hinsichtlich der Schwierigkeit) versucht, den Informationsgehalt der Aufgaben zu steigern.

Die im Rahmen des Projekts erstellten Videovignetten werden mit spezifischen Analyseaufträgen versehen, um die diagnostische und im Besonderen die fehlerdiagnostische Kompetenz als Teil diagnostischer Kompetenz der Studierenden zu fördern. Bei der fehlerdiagnostischen Kompetenz wird sich an der Definition von Heinrichs (2015) orientiert, die sie als Kompetenz betrachtet,

die notwendig ist, um basierend auf einer Prozessdiagnostik in Unterrichtssituationen mit informellen bis semi-formellen Methoden zu impliziten Urteilen über Schülerfehler zu kommen und hierzu geeignete Modifikationsentscheidungen auf der Mikroebene zu treffen. (S. 60f.)

Bei den Aufgaben mit dem Fokus auf der fehlerdiagnostischen Kompetenz wird sich an dem Prozessmodell der fehlerdiagnostischen Kompetenz von Heinrichs (2015) orientiert. Das Modell geht von drei Phasen aus – *die Wahrnehmung des Fehlers, die Ursachenanalyse und der Umgang mit dem Fehler* – die auch in anderen Studien als bedeutsam identifiziert wurden (u. a. Beck et al., 2008; Cooper, 2009; Klug, Bruder, Kelava, Spiel & Schmitz, 2013). Das *Wahrnehmen des Fehlers* bildet nach Heinrichs (2015) den ersten Schritt bei der Diagnose in einer Fehlersituation in dem Sinne des Erkennens, dass das, was die Schülerin oder der Schüler macht, von der erwarteten Norm abweicht. An diese Phase schließt die *Ursachenfindung* an, die den Kern des diagnostischen Prozesses bildet. Reiss und Hammer (2013) stellen dazu ergänzend fest, dass

eine Diskussion der Diagnose von Fehlerursachen zentral [ist]. Gerade Rechenfehler haben nicht selten eine sehr systematische Komponente, der eine identifizierbare Fehlvorstellung zugrunde liegt. Kennt eine Lehrperson sie, dann wird es wesentlich besser gelingen, einem Schüler oder einer Schülerin zu helfen. (S. 117)

Es ist daher wichtig, dass auf das Wahrnehmen eines Fehlers nicht sofort eine Intervention folgt. Borasi (1996) hebt auch hervor, dass der Umgang mit dem Fehler von der Art des Fehlers abhängig ist. Wenn hier keine Passung stattfindet, wird die Förderung nicht den Kern des Problems treffen. Als dritte Phase schließt sich nach Heinrichs (2015) der *Umgang mit dem Fehler* an. In einer Untersuchung von Schoy-Lutz (2005) zur Fehlerkultur im Unterricht konnte gezeigt werden, dass 75 % der Fehler Lernchancen beinhalten, weswegen eine Sensibilisierung der Studierenden und Förderung der fehlerdiagnostischen Kompetenzen wichtig ist, damit sie diese erkennen und produktiv nutzen können. Die Zielstellung des Projekts im Sinne eines aktiven Umgangs mit Fehlern ergibt sich dabei auch daraus, dass sich in mehreren Studien zeigte, dass dies einen Einfluss auf die Leistungen der Schülerinnen und Schüler hat (u. a. Frese, 1995).

### Erwarteter Mehrwert

Die diagnostische Kompetenz der Lehramtsstudierenden soll im Rahmen einer konkreten Lehrveranstaltung *Didaktik und Methodik mathematischer Lernprozesse in der Grundschule* gefördert werden. Diese Lehrveranstaltung wird von Grundschullehramtsstudierenden im fünften oder sechsten Semester des Bachelorstudiums an der Universität Erfurt absolviert. Die Lehrveranstaltung wird im Inverted Classroom-Format mit einer asynchronen Online-Vorlesung zur Didaktik der Arithmetik und einem wöchentlichen Präsenzseminar zur Vertiefung angeboten. Als Voraussetzung für die qualifizierte Teilnahme und damit für die Modulprüfung müssen die Studierenden kleine Praxisaufträge absolvieren, in denen sie diagnostische Interviews anhand bereitgestellter informativer Aufgaben mit jeweils drei Grundschulkindern durchführen und die Ergebnisse im Seminar als Kleingruppe präsentieren. Zielstellung der Praxisaufträge ist es, passend zu den entsprechenden Seminarthemen einen Praxisblick für die Studierenden zu ermöglichen. Ein Beispiel ist, dass im Seminar heuristische Strategien besprochen werden und die Studierenden berichten, wie Kinder der zweiten Klasse verschiedene Grundaufgaben unter Anwendung dieser heuristischen Strategien in den Interviews gelöst haben.

Durch das Projekt DIAMOS erfolgt eine Digitalisierung der Praxisaufträge, sodass die Studierenden die diagnostischen Interviews nicht mehr eigenständig an den Schulen durchführen. Es soll ein Repertoire an Videovignetten zu diagnostischen Interviews erstellt werden, die typische Schülerbearbeitungen bezogen auf die jeweiligen informativen Aufgaben zeigen. Diese Videovignetten werden mit spezifischen Analyseaufträgen versehen.

Während die Studierenden bisher drei Kinder in der Interviewsituation erlebt haben, eröffnet die Arbeit mit Videovignetten die Möglichkeit, Bearbeitungen vieler verschiedener Kinder zu analysieren. Das Material wird im Vorfeld so zusammengestellt, dass es sich aus fachdidaktischer Perspektive um typische Bearbeitungen handelt. Hierbei nehmen Fehler im Sinne der fehlerdiagnostischen Kompetenz (Heinrichs, 2015) eine stärkere Rolle als bisher ein. Bezugnehmend auf die Videovignetten wird über Fehlerursachen oder mögliche Interventionen im Rahmen des Seminars diskutiert. Schrader (2013) hebt bei der diagnostischen Professionalität hervor, dass man sich der eigenen Urteilsfähigkeit in ihrer Begrenztheit bewusst sein und andere Perspektiven einbeziehen sollte. Durch die Diskussion verschiedener möglicher Fehlerursachen und je nach Ursache verschiedener Interventionen erleben die Studierenden, dass ein Fehlerphänomen unterschiedliche tieferliegende Ursachen haben kann und sich die Fehlerursachen häufig erst im Gespräch mit Kindern ergeben (Prediger & Wittmann, 2009). Anhand der Videovignetten können auch Fehlermuster thematisiert werden (Meseth & Selter, 2002).

Das Lernen aus Fehlern ist im Unterricht an geeignete Rahmenbedingungen geknüpft. Es ist stark davon abhängig, wie im Klassenverband und vor allem auch durch die Lehrkraft auf sie reagiert wird (Heinrichs, 2015). Die Lehrkraft und ihr Kommunikationsverhalten werden durch die Videovignetten diagnostischer Interviews mit Kindern stärker als bisher in den Blick genommen, nicht nur in Bezug auf Fehler und den Umgang mit ihnen. Je nach Verhalten der Lehrkraft und des Kindes können diagnostische Gespräche sehr unterschiedlich ausgestaltet sein. Durch die Zusammenstellung von Videos verschiedener Interviewsituationen bieten sich – neben der Reflexion des Vorgehens – Möglichkeiten, verschiedene Personen während der Gesprächssituation analysieren und reflektieren zu können. Als neuer Analyseschwerpunkt der Videovignetten diagnostischer Interviews wird die Gesprächsführung mit Kindern aufgenommen. Im Seminar werden förderliche und hemmende Verhaltensweisen im kommunikativen Umgang mit Kindern abgeleitet. Ausgehend von diesen Erkenntnissen sollen die Studierenden ebenfalls für Unterrichtsgespräche mit Kindern sensibilisiert werden.

Die Entscheidung, Videovignetten von den diagnostischen Gesprächen zu erstellen, begründet sich auch daher, dass diagnostische Kompetenz immer an einem konkreten Fall erworben wird (Altmann & Kändler, 2019). Die Lehrexpertise zeichnet sich durch ein vernetztes Wissen aus, das in vielfältigen Situationen flexibel angewendet werden kann. Dies führt dazu, dass „angehende Lehrpersonen ein Repertoire an Unterrichtskonzepten und Schema-

ta verschiedener klassischer Unterrichtssituationen [brauchen], um diese dann bei der Interpretation von Interaktionen im Klassenzimmer“ (Altmann & Kändler, 2019, S. 44) nutzen zu können. Ein kompetenter Umgang zeigt sich, indem das professionelle Wissen auf konkrete Fälle angewendet, die Situation analysiert und über Handlungsalternativen entschieden wird. Konkrete Fälle können im Studium durch Videovignetten eingebracht werden, um diese Kompetenzen auszubilden. Videovignetten haben den Vorteil, dass sie die Komplexität des Unterrichts besser als schriftliche Fälle darstellen (Krammer, 2014). Im Rahmen des Projekts DIAMOS analysieren die Studierenden nicht mehr ihre eigenen, sondern fremde diagnostische Interviews. Seidel, Blomberg und Renkl (2013) konnten keine Unterschiede hinsichtlich der Wahrnehmung relevanter Ereignisse in Videos zeigen, je nachdem, ob die Probandinnen und Probanden eigene oder fremde Videos analysiert haben. Fremde Videos wurden eher kritischer argumentiert und mehr Konsequenzen aus den Unterrichtssituationen bzw. mehr Handlungsalternativen wurden diskutiert. Fremde Videos sind vor allem zu Beginn der Ausbildung förderlich (Altmann & Kändler, 2019), um kritische Diskussionen zu fördern (Krammer, Hugener & Biaggi, 2012) und beispielhaftes Lehr- und Schülerverhalten zu demonstrieren. Die Lehrveranstaltung, die im Rahmen des Projekts fokussiert wird, befindet sich am Ende des Bachelorstudiums, wobei zu diesem Zeitpunkt die Studierenden an der Universität Erfurt noch keine verbindlichen eigenen Unterrichtsversuche im Fach Mathematik durchführen müssen. Erst in der Masterphase finden an der Universität Erfurt angeleitete fachdidaktische Praktika mit eigenen Unterrichtsversuchen statt. Durch die Videovignetten diagnostischer Interviews fremder Personen sollen die Studierenden angeleitet für das Diagnostizieren sensibilisiert und vorbereitet werden. Die Anleitung erfolgt dabei einerseits im Seminar durch die moderierte Diskussion von u. a. Handlungsalternativen und andererseits durch die Analyseaufträge zu den Videovignetten, wodurch die Studierenden bereits gezielt auf relevante Aspekte der dargestellten Situationen aufmerksam gemacht werden. Auch Altmann und Kändler (2019) heben hervor, dass für die Wirksamkeit des Einsatzes von Videos die Begleitung der Analyse gerade zu Beginn des Studiums eine wesentliche Voraussetzung darstellt.

Diese angeleitete Arbeit mit den Videos soll die Studierenden auch auf die fachdidaktischen Praktika in der Masterphase vorbereiten, da sie während der eigenständigen Unterrichtsdurchführung beispielsweise auch Fehler zuerst wahrnehmen, über mögliche Fehlerursachen reflektieren und anschließend darauf reagieren müssen. Die Diskussion von

Unterrichtssituationen durch die Videovignetten diagnostischer Interviews wird als großer Mehrwert des Projekts angesehen. Es kann dadurch eventuell auch ein Beitrag zu einer Kultur des gemeinsamen Nachdenkens über den Unterricht etabliert werden, was sich nach Krammer et al. (2012) positiv hinsichtlich der beruflichen Entwicklung auswirkt.

### Umsetzung

Für die Erstellung von authentischen diagnostischen Gesprächen mit Grundschulkindern wurden die Lehramtsstudierenden der Lehrveranstaltungen im SoSe 2019 und WiSe 2019/20 gebeten, ihre Interviews im Rahmen der Praxisaufträge zu videografieren. Insgesamt gibt es sieben Praxisaufträge zu folgenden Themen: Zahlwissen, Grundrechenoperationen (mündliches und halbschriftliches Rechnen) und strukturierte Aufgabenformate. Ein Beispiel für eine mögliche Aufgabe im Rahmen eines Praxisauftrags für ein Kind der zweiten Klasse ist es, zu einer Aufgabe in Textform eine passende Frage zu formulieren und die Rechenaufgabe aufzuschreiben. Nach dem Vorliegen der Materialien erfolgte im Rahmen des Projekts die Sichtung, Auswahl und Bearbeitung der Videovignetten. Aufgrund vielfältiger Vorteile hinsichtlich u. a. des Datenschutzes und der Nutzerführung wurde sich für das Lernmanagementsystem Moodle entschieden, dass an der Universität Erfurt regulär genutzt wird, um die Videovignetten zu speichern und aufzubereiten.

In einem Moodle-Raum gibt es basierend auf den Videovignetten diagnostischer Interviews sieben Abschnitte (Zahlen, Addition, Subtraktion, Multiplikation, Division, strukturierte Aufgabenformate und Gesprächsführung mit Kindern). Jeder Abschnitt besteht aus einem Buch, das in verschiedene Kapitel unterteilt ist. Die einzelnen Kapitel sind so aufgebaut, dass kurz das zugrunde liegende mathematikdidaktische Wissen dargestellt wird. Es folgt die Erklärung der Aufgaben, die durch die Kinder im Rahmen des diagnostischen Interviews bearbeitet wurden. Im Anschluss werden Übungsaufgaben basierend auf den Videovignetten der diagnostischen Interviews bereitgestellt (vgl. Abbildung 1).

In Moodle können mittels H5P verschiedene interaktive Lernmaterialien erstellt werden. Interaktiv meint dabei, dass Studierende sich Lerninhalte nicht nur anschauen, sondern mit den Inhalten aktiv tätig werden können. Dies kann bedeuten, dass sie beispielsweise Fragen mit automatischem Feedback beantworten oder spielerische Aufgaben wie Quiz lösen können. Ein spezieller Inhaltstyp von H5P ist das *interaktive Video*, bei dem ein Video mit

**Hintergrundwissen**

Neben dem Kopfrechnen und dem schriftlichen Rechnen sind für den Mathematikunterricht in der Grundschule vor allem die halbschriftlichen Rechenstrategien von großer Bedeutung. Operationsübergreifend sind beim halbschriftlichen Rechnen weder die jeweilige Vorgehensweise, noch die Notation zur Lösung und Darstellung einer Rechenaufgabe festgelegt. Dabei kommt es darauf an, dass die Besonderheiten der Zahlen ausgenutzt und verschiedene Rechenstrategien flexibel angewandt werden.

Beim halbschriftlichen Addieren gibt es vier mögliche Hauptstrategien:

1. **Stellenweise:** Beide Summanden werden in ihre Stellenwerte zerlegt und addiert. Anschließend wird die Gesamtsumme ermittelt.
2. **Schrittweise:** Ein Summand wird (meistens in seine Stellenwerte) zerlegt und schrittweise addiert.
3. **Vereinfachen:** Vereinfachungen werden durch das gegenseitige Verändern der beiden Summanden vorgenommen.
4. **Hilfsaufgabe:** Man verändert eine Zahl, sodass mit dieser leichter zu rechnen ist und im Anschluss erfolgt die nachträgliche Korrektur.

**Schülerauftrag**

Die Aufgabenstellung der Kinder war es, folgende Aufgaben auszurechnen:

- Kl. 2:  $58 + 36$
- Kl. 3:  $465 + 349$
- Kl. 4:  $4\,265 + 3\,349$

**Übungsaufgaben**

Im Nachfolgenden finden Sie Schüldokumente und Videos zum halbschriftlichen Addieren. Bearbeiten Sie bitte die Aufgaben.

**Video 1:**  
Schauen Sie sich das Video an und überlegen Sie, wie das Kind rechnet.

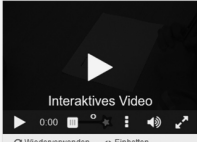


Abbildung 1. Einblick in den Kapitelaufbau im Moodle-Raum

verschiedenen Fragetypen und einer Navigation im Sinne des gezielten Springens zu einzelnen Stellen versehen werden kann. Mittels der diagnostischen Interviews werden interaktive Videos in Moodle erstellt. Ein beispielhafter Einsatz des interaktiven Videos ist, dass ein Kind in einem Video erklärt, wie es eine Additionsaufgabe gelöst hat und dann die Frage eingeblendet wird, welche Strategie des halbschriftlichen Rechnens die Studierenden bei dem Kind erkennen (vgl. Abbildung 2). Nach der Beantwortung der jeweiligen Frage erhalten die Studierenden sofort ein ausführliches Feedback zu ihren Antworten. Die Studierenden werden im Rahmen der interaktiven Videos angeleitet, indem das Video bei relevanten Situationen stoppt und auch Antwortoptionen vorgegeben werden.

Zusätzlich gibt es Aufgaben im Format *Essay*, einem weiteren speziellen Inhaltstyp in H5P. Die Studierenden können sich dabei die Videovignette anschauen und müssen im Anschluss eine offene Frage beantworten. In dem Video in Abbildung 3 hat das Kind Probleme, ein Bild zu einer Additionsaufgabe zu zeichnen und die Studierenden sollen angeben, wie sie das Kind im Unterricht bei dieser

Aufgabe unterstützen würden. Die offenen Fragen sind komplexer als die interaktiven Videos, da hier die Studierenden selbstständig relevante Inhalte des Videos extrahieren und in die Beantwortung der Frage einbeziehen müssen. Es sind keine Antwortoptionen vorhanden. Die Studierendenantworten aus den offenen Fragen werden im begleitenden Seminar angeleitet anonym analysiert und diskutiert.

Beide Aufgabenformate in Moodle zielen nach Praetorius et al. (2012) darauf ab, zu erkennen, wo sich das Kind befindet und mögliche Hilfen abzuleiten, wobei dies flankiert von einer mathematikdidaktischen Einordnung erfolgt.

Es werden auch interaktive Videos zur Fehlerdiagnostik entwickelt, dabei wird sich an dem Prozessmodell der fehlerdiagnostischen Kompetenz von Heinrichs (2015) orientiert. Es gibt zu einem Video, in dem ein Fehler beispielsweise beim stellenweisen Subtrahieren auftritt, verschiedene Single Choice- oder Multiple Choice-Fragen (vgl. Abbildung 4). Das Kind erklärt seinen Lösungsweg und an einer speziellen Stelle stoppt das Video und die Studierenden werden gefragt, ob ein Fehler vorliegt (*Wahrnehmen des Fehlers*). An anderen Stellen des

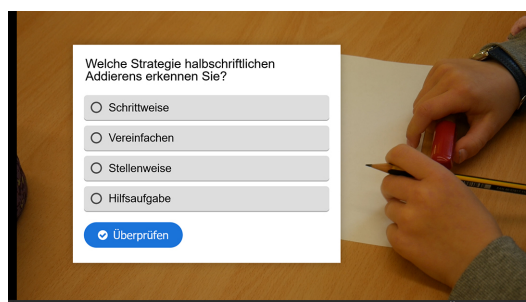


Abbildung 2. Beispiel für ein interaktives Video auf Basis der diagnostischen Interviews



Abbildung 3. Beispiel für eine offene Frage (Essay) auf Basis der diagnostischen Interviews

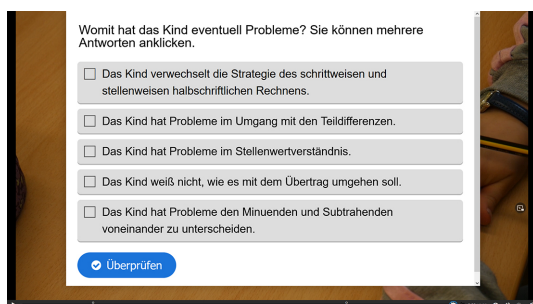


Abbildung 4. Beispiel für eine Multiple Choice-Aufgabe in einem interaktiven Video zur Ursachenfindung

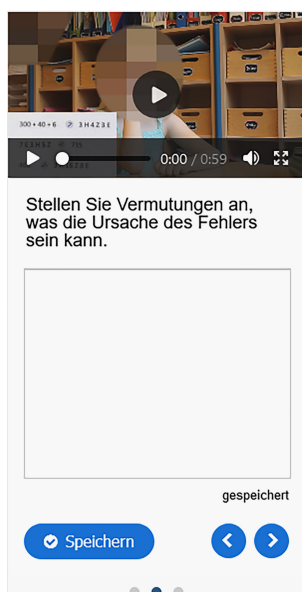


Abbildung 5. Beispiel für eine offene Frage (Essay) zur Ursachenfindung

Videos sollen sie aus mehreren Möglichkeiten im Multiple Choice-Format auswählen, was die Ursache für den Fehler sein könnte (*Ursachenfindung*) und wie sie mit dem Kind im Unterricht vorgehen würden, um an dem Problem zu arbeiten (*Umgang mit dem Fehler*). Die Studierenden sollen jeweils das für sie Richtige auswählen und erhalten ein sofortiges Feedback zu ihrer jeweiligen Auswahl. Hier findet eine stärkere Anleitung der Studierenden statt, da das Video zu relevanten Zeiten selbstständig stoppt und Antwortmöglichkeiten vorgegeben werden.

Als Steigerung der Komplexität werden ihnen im Anschluss drei offene Fragen (Essay) zu einer Videovignette gestellt, in denen die Studierenden den Fehler beschreiben (*Wahrnehmen des Fehlers*), Vermutungen zu den Ursachen (*Ursachenfindung*) und Vorschläge für die Überwindung des Fehlers (*Umgang mit dem Fehler*) ableiten sollen, ohne dass sie Antwortmöglichkeiten zur Auswahl haben (vgl. Abbildung 5).

Beim Umgang mit dem Fehler (Heinrichs, 2015) wird explizit der Vorschlag der Studierenden ausgeschlossen, dass das vom Kind nicht verstandene Vorgehen beispielsweise der halbschriftlichen Subtraktion noch einmal erklärt wird. Reiss und Hammer (2013) betonen auch, dass die reine Wiederholung der Erklärung nicht förderlich ist, um an einem Fehler zu arbeiten. Die Studierendenantworten werden gespeichert und im Seminar anonym diskutiert. Im Moodle-Raum werden beim jeweiligen Kapitel erst die interaktiven Videos und dann die Essay-Aufgaben angeordnet, um die Schwierigkeit der (fehler-)diagnostischen Aufgaben zu steigern.

## Erprobung und Evaluation

Im Sommersemester 2021 erfolgte eine erste Evaluation der Einbindung der Projektmaterialien in die Lehre, wobei die interaktiven Videos der diagnostischen Interviews als Klausurvorbereitung erprobt wurden. Zielstellung der Evaluation war es, herauszufinden, wie die Studierenden die Materialien einschätzen, um diese gegebenenfalls zu verbessern.

Das Essay-Format wurde im Rahmen der Evaluation nicht getestet. In dem vorlesungsbegleitenden Seminar hätte auf die Antworten zu den offenen Aufgaben aufgrund von fehlenden zeitlichen Ressourcen in Folge der veränderten Seminargestaltung durch die Corona-Pandemie nicht eingegangen werden können.

Nach der Bearbeitung wurden die Studierenden gebeten, die Materialien zu bewerten, wobei 151 Studierende ein Feedback gaben. Im Folgenden

Tabelle 1. Deskriptive Auswertung der Materialbewertung durch die Studierenden

Item	M	SD
Die Aufgabenstellungen zu den Videos waren klar und verständlich formuliert.	4.66	0.59
Die ausgewählten Videos waren passend gewählt.	4.56	0.61
Ich fand die Arbeit mit den Videos nicht nützlich für die Vorbereitung auf die Klausur.	2.08	1.32
Ich fand die Arbeit mit den Videos nützlich für die Vorbereitung auf den Mathematikunterricht.	3.99	1.35

M = Mittelwert, SD = Standardabweichung

werden nun sowohl qualitative als auch quantitative Ergebnisse dargestellt.

Die Studierenden wurden zuerst gebeten, auf einer fünfstufigen Likert-Skala eine Einschätzung zu geben [trifft voll und ganz zu (5) – trifft überhaupt nicht zu (1)].

In Tabelle 1 lässt sich erkennen, dass die Studierenden die interaktiven Videos eher klar und verständlich fanden und für die Vorbereitung auf die Klausur sowie den Mathematikunterricht als eher nützlich bewerteten.

Für die Evaluation kamen auch offene Fragen zum Einsatz. Die Studierenden wurden gefragt, was sie besonders gut an den Materialien fanden und welche Verbesserungen sie anregen würden. Die Texte wurden dabei mittels qualitativer Inhaltsanalyse ausgewertet und kategorisiert. Es wurde immer eine Kategorie vergeben, wenn ihr mindestens fünf Äußerungen zugeordnet werden konnten, da die Studierendenangaben sehr vielschichtig waren.

Bei der Frage, was die Studierenden besonders positiv an den Materialien fanden, haben 91 Studierende Angaben getätigt. In Tabelle 2 sind die Kategorien, die Häufigkeit und ein Ankerbeispiel zur Illustration dargestellt.

Die Studierenden bewerteten es positiv, dass die interaktiven Videos einen Einblick in reale Unterrichtssituationen ermöglichen und sie die theoretisch erlernten Inhalte praktisch anwenden konnten (vgl. Tabelle 2). Auch die interaktiven Videos und die Möglichkeit, durch die Videos Gedankengänge von Kindern nachzuvollziehen, wurden von den Studierenden als positiv hervorgehoben. Gerade durch die Einschränkungen von Praxiserfahrungen aufgrund der Corona-Pandemie fehlen vielen Studierenden u. a. aufgrund von Schulschließungen reale Schulerfahrungen, sodass sie dadurch eventuell die Möglichkeit schätzten, authentische Einblicke in das Denken von Kindern zu bekommen. Auch die umfangreiche Rückmeldung in den interaktiven Videos wurde positiv hervorgehoben.

Tabelle 2. Kategorien der positiven Aspekte der Kursmaterialien

Kategorie mit Ankerbeispiel	Häufigkeit
<i>reale Praxisbeispiele aus dem Unterricht</i> „Die Videos gaben einen Einblick in das „echte“ Leben/in den „echten“ Mathematikunterricht.“	35
<i>Gedankengänge der Kinder nachvollziehen</i> „Man bekommt einen wirklich gut nachvollziehbaren Einblick in die Art und Weise wie Schüler*innen Mathe erleben und durchdenken.“	20
<i>interaktive Videos</i> „Ich mochte die interaktiven Videos. Es hat Spaß gemacht direkt im Video eine Antwort zu geben, da man dann direkt die Antwort wusste. Nach einem Video eine Antwort auf eine Frage zu geben kann manchmal schwierig sein, da man etwas vergessen kann.“	15
<i>Theorie-Praxis-Verzahnung</i> „Es war sehr interessant zu sehen, wie die theoretischen Inhalte aus dem Seminar in der Praxis Anwendung finden.“	11
<i>Zusammenfassungen</i> „Die Zusammenfassungen vor den Videos fand ich sehr gut.“	7
<i>gute Klausurvorbereitung</i> „Sehr vorbereitend für Klausur durch viele Aufgaben“	6
<i>Das Feedback zu den Antworten</i> „Die anschließende Rückmeldung (richtig oder falsch) und die Erklärung, die eingeblendet wurde, fand ich gut, da sie mir half, meine Fehler zu verstehen.“	5

Hinsichtlich der möglichen Verbesserungen wurden 43 Studierendenantworten in die Auswertung einbezogen. Hier gab es sehr individuelle Nennungen. Eine Kategorie ist die *Tonqualität* mit sieben Nennungen. Die Probleme mit dem Ton ergeben sich aus der Erhebung an Schulen und damit verbundenen Störgeräuschen (u. a. Pausenklingeln). Ein weiteres Problem ist das zu große *Videoformat* mit acht Nennungen.

## Ausblick

Ausgehend von den Evaluationsergebnissen werden die Materialien noch einmal überarbeitet. Im Wintersemester 2021/22 wird mittels einer Erhebung im Prä-Post-Test-Design die Veränderung der diagnostischen Kompetenz der Studierenden durch die Arbeit mit den Videovignetten untersucht. Zusätzlich soll der Dreischritt von Heinrichs (2015) hinsichtlich seiner Wirkung auf die fehlerdiagnostische Kompetenz der Studierenden untersucht werden.

Abschließend zeigen die ersten Ergebnisse eine hohe Akzeptanz der Materialien bei den Studierenden, wobei bei digitalen Elementen natürlich stets der Neuigkeitseffekt zu Beginn positive Effekte erzeugt (Kerres, 2003). Inwieweit eine Verbesserung der (fehler-)diagnostischen Kompetenz erreicht wird, gilt es noch zu untersuchen.

## Literatur

- Altmann, A. F., & Kändler, C. (2019). Videobasierte Instrumente zur Testung und videobasierte Trainings zur Förderung von Kompetenzen bei Lehrkräften. In T. Leuders, M. Nückles, S. Mikelskis-Seifert, & K. Philipp (Hrsg.), *Pädagogische Professionalität in Mathematik und Naturwissenschaften* (S. 39–67). Wiesbaden: Springer.
- Bartel, M.-E., & Roth, J. (2017). Diagnostische Kompetenz von Lehramtsstudierenden fördern – Das Videotool ViviAn. In J. Leuders, T. Leuders, S. Prediger & S. Ruwisch (Hrsg.), *Mit Heterogenität im Mathematikunterricht umgehen lernen – Konzepte und Perspektiven für eine zentrale Anforderung an die Lehrerbildung* (S. 43–52). Wiesbaden: Springer.
- Beck, E., Baer, M., Guldemann, T., Bischoff, S., Brühwiler, C., & Müller, P. (2008). *Adaptive Lehrkompetenz. Analyse und Struktur, Veränderbarkeit und Wirkung handlungssteuernden Lehrerwissens*. Münster: Waxmann
- Blomberg, G., Renkl, A., Sherin, M. G., Borko, H., & Seidel, T. (2013). Five research-based heuristics for using video in pre-service teacher education. *Journal for Educational Research Online*, 5(1), 90–114.
- Borasi, R. (1996). *Reconceiving mathematics instruction: A focus on errors*. Norwood: Ablex Pub.
- Brown, J. S. & Burton, R. R. (1978). Diagnostic Models for Procedural Bugs in Basic Mathematical Skills. *Cognitive Science*, 2(2), 155–192.
- Brühwiler, C. (2014). *Adaptive Lehrkompetenz und schulisches Lernen. Effekte handlungssteuernder Kognitionen von Lehrpersonen auf Unterrichtsprozesse und Lernergebnisse der Schülerinnen und Schüler*. Münster: Waxmann.
- Cooper, S. (2009). Preservice teachers' analysis of children's work to make instructional decisions. *School Science and Mathematics*, 109(6), 355–362.
- Frese, M. (1995). Error Management in Training: Conceptual and Empirical Results. *Organizational Learning and Technological Change*, 141, 112–124.
- Hattie, J. (2012). *Visible learning for teachers. Maximizing impact on learning*. London: Routledge.
- Heinrichs, H. (2015). *Diagnostische Kompetenz von Mathematik-Lehramtsstudierenden. Messung und Förderung*. Wiesbaden: Springer.
- Kaiser, J., Helm, F., Retelsdorf, J., Südkamp, A., & Möller, J. (2012). Zum Zusammenhang von Intelligenz und Urteilsgenauigkeit bei der Beurteilung von Schülerleistungen im Simulierten Klassenraum. *Zeitschrift für Pädagogische Psychologie*, 26(4), 251–261.
- Helmke, A., Hosenfeld, I., & Schrader F.-W. (2004). Vergleichsarbeiten als Instrument zur Verbesserung der Diagnosekompetenz von Lehrkräften. In R. Arnold & C. Griese (Hrsg.), *Schulmanagement und Schulentwicklung*. Hohengehren: Schneider-Verlag.
- Kerres, M. (2003). Wirkungen und Wirksamkeit neuer Medien in der Bildung. In R. K. Keil-Slawik & M. Kerres (Hrsg.), *Education Quality Forum. Wirkungen und Wirksamkeit neuer Medien* (S. 31–44). Waxmann: Münster.
- Klug, J., Bruder, S., Kelava, A., Spiel, C., & Schmitz, B. (2013). Diagnostic competence of teachers: A process model that accounts for diagnosing learning behavior tested by means of a case scenario. *Teaching and Teacher Education*, (30), 38–46.
- Krammer, K. (2014). Fallbasiertes Lernen mit Unterrichtsvideos in der Lehrerinnen- und Lehrerbildung. *Beiträge zur Lehrerinnen- und Lehrerbildung*, 32(2), 164–175.
- Krammer, K., Hugener, I., & Biaggi, S. (2012). Unterrichtsvideos als Medium des beruflichen Lernens in der Lehrerinnen- und Lehrerbildung. Formen und Erfahrungen. *Beiträge zur Lehrerbildung*, 30(2), 261–272.
- Krammer, K., & Reusser, K. (2005). Unterrichtsvideos als Medium der Aus- und Weiterbildung von Lehrpersonen. *Beiträge zur Lehrerbildung*, 23(1), 35–50.
- Meseth, V., & Selter, Ch. (2002). Zu Schülerfehlern bei der nicht-schriftlichen Addition und Subtraktion im Tausenderraum. *Sache-Wort-Zahl*, (45), 51–58.
- Praetorius, A.-K., Lipowsky, F., & Karst, K. (2012). Diagnostische Kompetenz von Lehrkräften: Aktueller Forschungsstand, unterrichtspraktische Umsetzbarkeit und Bedeutung für den Unterricht. In R. Lazarides & A. Ittel (Hrsg.), *Differenzierung im mathematisch-naturwissenschaftlichen Unterricht* (S. 115–146). Bad Heilbrunn: Klinkhardt.
- Prediger, S., & Wittmann, F. (2009). Aus Fehlern lernen – (wie) ist das möglich?. *Praxis der Mathematik in der Schule*, 27, 1–8.
- Reiss, K., & Hammer, C. (2013). *Grundlagen der Mathematikdidaktik: Eine Einführung für die Sekundarstufe*. Basel: Birkhäuser.



- Schoy-Lutz, M. (2009). Wie man aus Fehlersituationen Lernsituationen machen kann: Merkmale einer produktiven Fehlerkorrektur. *Praxis der Mathematik in der Schule*, 51, 30–35.
- Schrader, F.-W. (2006). Diagnostische Kompetenz von Eltern und Lehrern. In D.H. Rost (Hrsg.), *Handwörterbuch Pädagogische Psychologie*. (S. 95–100). Weinheim: Beltz.
- Schrader, F.-W. (2013). Diagnostische Kompetenz von Lehrpersonen. *Beiträge zur Lehrerinnen- und Lehrerbildung*, 31(2), 154–165.
- Weinert, F. E. (2000). Lehren und Lernen für die Zukunft – Ansprüche an das Lernen in der Schule. *Pädagogische Nachrichten Rheinland-Pfalz*, 2, 1–16.
- Weinert, F., E., & Helmke, A. (1996). Der gute Lehrer. Person, Funktion oder Fiktion?. *Zeitschrift für Pädagogik*, 34, 223–233.
- Nadine Böhme, Universität Erfurt  
E-Mail: [nadine.boehme@uni-erfurt.de](mailto:nadine.boehme@uni-erfurt.de)

## Ein Pythagoras-Beweis für jeden Tag des Jahres

### Die Loomis-Sammlung neu entdeckt, überarbeitet und erweitert

Mario Gerwig

*Der schöpferische Mathematiker sucht jede Idee bis zur Erschöpfung der Möglichkeiten, die sie in sich trägt, auszuwerten, jeden mathematischen Sachverhalt mit reger, schöpferischer Phantasie von verschiedenen Seiten her anzuzeigen, um ihn auf möglichst vielfältige Weise zu beweisen und einzuordnen und dabei immer besser zu verstehen.*

*In seinem mathematischen Königreich will er jeden Gipfel auf möglichst vielen Wegen erklimmen, von jedem Weg erhofft er sich aber auch neue und überraschende Aussichten auf jene Berge, die er schon bestiegen hat, und auf das Land, das sich zu ihren Füßen erstreckt.*

(Wittenberg 1963, S. 108 f)

Der vielleicht berühmteste Satz der Mathematik – der Satz des Pythagoras – hat über Jahrhunderte hinweg einen erstaunlichen Reiz auf Personen sämtlicher Kulturkreise ausgeübt: Es gibt Beweise aus dem antiken Griechenland und dem alten China, von Künstlern und Philosophen, Mathematikprofis und -amateuren. Bei welchem anderen Thema kann es gelingen, Euklid von Alexandria und einen amerikanischen Präsidenten, Leonardo da Vinci und Gottfried Wilhelm Leibniz, indische und persische Mathematiker, Seilspanner aus dem alten Ägypten, Architekten aus dem antiken Griechenland sowie Zimmermänner und Maurer der Gegenwart an einen Tisch zu bringen? Der Amerikaner Elisha Scott Loomis (1852–1940) erkannte zu Beginn des 20. Jahrhunderts diesen besonderen Reiz und begann damit, Pythagoras-Beweise zu sammeln, zu ordnen und neue zu entwickeln. Das erste Manuskript stellte er 1907 fertig. Es enthielt 230 verschiedene Beweise und erschien zwanzig Jahre später unter dem Titel *The Pythagorean Proposition*, die zweite Auflage (1940, Nachdruck 1968) beinhaltete über 370 Beweise. Dies mag zunächst überreichlich, vielleicht unbescheiden erscheinen, immerhin reicht ein einziger gültiger Beweis aus, um die Richtigkeit des Satzes ein für alle Mal darzulegen. Nur den Satz zu verifizieren kann daher unmöglich das Ziel

dieser eindrücklichen Sammlung sein. Bei der intensiveren Lektüre wird schließlich das eigentliche Potential deutlich: Die Sammlung ist Kristallisationskern einer Geistes- und Kulturgeschichte der Mathematik, hochexemplarisch verdichtet am pythagoreischen Lehrsatz, einem der zentralen Sätze der elementaren Geometrie und einem der wichtigsten Sätze der Schulmathematik. Eine Fundgrube für jeden Mathematiker, jede Mathematikerin und jede Mathematik-Lehrperson – und für den heutigen Unterricht eine echte Chance, das Beweisen so zu thematisieren, dass nicht nur ein einzelnes Beweisprodukt, sondern vielmehr der Beweisprozess und damit das, was es mit dem Beweisen in der Mathematik eigentlich auf sich hat, deutlich werden kann. Umso erstaunlicher, dass Loomis' Buch nur in zwei Auflagen erschienen und heute nur noch antiquarisch zu horrenden Preisen erhältlich ist – bis jetzt. Über 50 Jahre nach der letzten Auflage ist nun eine aktualisierte, deutlich erweiterte und explizit auf den Schulunterricht ausgerichtete, deutsche Übersetzung erschienen.

Loomis hatte sich zu Beginn des 20. Jahrhunderts das Ziel gesetzt, möglichst *alle* existierenden Pythagoras-Beweise zu sammeln, wobei er sich von bereits bestehenden, sehr viel kleineren Sammlungen hat inspirieren lassen. Auslöser für