Anregung zum Nachdenken über Mathematikdidaktik als Wissenschaft

Jürgen Maaß

Viele Kolleginnen und Kollegen aus der Medizin haben es derzeit schwer: Militante Impfgegner glauben ihnen kein Wort, beschimpfen und bedrohen sie. Nicht selten wird Wert und Wirksamkeit der modernen, naturwissenschaftlich basierten Medizin generell in Zweifel gezogen. Im Vergleich dazu geht es der Mathematikdidaktik ziemlich gut. Ihr Wert und Nutzen wird derzeit nicht öffentlich angezweifelt, die Regierungen der deutschsprachigen Länder zahlen routinemäßig für unsere Stellen und Forschungsprojekte und kein Gericht verurteilt uns wegen mangelnder Mathematikkenntnisse von Lernenden und Erwachsenen, die nach von uns ausgearbeiteten Lehrplänen, Schulbüchern, Unterrichtskonzepten, Lehrmethoden etc. von Lehrkräften unterrichtet wurden, die wir ausgebildet haben. Wie aber könnten wir argumentieren,[1] wenn die Mathematikdidaktik sich öffentlich rechtfertigen müsste?

Auf das Ganze bezogene, philosophisch oder wissenschaftssoziologisch fundierte Überlegungen zu einer Wissenschaft sind eher selten. Im Alltagsbetrieb einer jeden Wissenschaft geht es um aktuelle Forschungsprojekte, Qualifikationsarbeiten, internationale Kooperationen und Kommunikation, Tagungen und Verpflichtungen am Arbeitsplatz und nicht zuletzt um die eigene Karriere – alles unter Zeitdruck und in Konkurrenz zu mehr oder weniger vielen anderen Kolleginnen und Kollegen. Da bleiben verständlicher Weise wenig Zeit und Motivation, sich vom alltäglichen Betrieb ein wenig zu distanzieren und über das Grundsätzliche nachzudenken. Zudem wird solches Nachdenken wenig honoriert – es führt, wenn Überlegungen veröffentlicht werden, sogar häufig zu Konflikten und negativen Konsequenzen.[2] Um auf einem aus Sicht der jeweiligen Fachwissenschaft akzeptablen Niveau nachzudenken und Gedanken zu veröffentlichen, braucht es zudem einen guten Kenntnisstand in Philosophie oder Soziologie und nicht zuletzt viele (nicht nur eigene) Erfahrungen aus der eigenen Wissenschaft – am besten einen gut aufgearbeiteten Forschungsstand zur Geschichte dieser Wissenschaft.

In anderen Wissenschaften war oft eine Krise – eine Erschütterung der Grundlagen – Ausgangspunkt für verstärktes Nachdenken und Diskutieren über Grundlagenfragen. Wer im Studium nicht nur Mathematik gelernt hat, sondern auch etwas über Mathematik als Wissenschaft und ihre Geschichte, erinnert sich sofort an die Grundlagenkrise der Mathematik zu Beginn des 20. Jahrhunderts, an Cantor, Russell, Hilbert, Brouwer, Frege, Gödel und viele andere, die dazu wichtige Beiträge geleistet haben. Wie wurde diese Grundlagenkrise gelöst? Durch Arbeitsteilung! Von Boubaki wurde eine tragfähige Grundlage für den alltäglichen Forschungsbetrieb geschaffen, in dem die übergroße Mehrheit ohne Sorgen um Grundlagenfragen arbeiten kann (Vgl.: Maaß 1988). Und einige wenige Institute für Logik und Grundlagenforschung (z. B. in Erlangen: P. Lorenzen) wurden gegründet.

In der Mathematikdidaktik gibt es m. W. keine Institute für Grundlagenforschung, Wissenschaftstheorie oder Wissenschaftssoziologie der Mathematikdidaktik. Ein Nachdenken über Grundlagen ist deshalb nicht Teil der Arbeit für ein mögliches Karriereziel, wie Leitung oder Mitarbeit in einem Institut für Grundlagenforschung in der Mathematikdidaktik mit darauf bezogenen Forschungsprojekten, Qualifikationsarbeiten, Publikationen in einer eigenen Zeitschrift etc. Ein solches Nachdenken ist demnach derzeit keine professionelle, mehr oder weniger ausschließliche berufliche Tätigkeit, sondern etwas Zusätzliches, nicht unbedingt Förderliches für eine Karriere in der Mathematikdidaktik.

Mir fällt dazu die Dissertation von H. Bölts „Kritik einer Fachdidaktik“[3] ein, die ihm offenbar nicht den Weg zu einer Mathematikdidaktik-Professur geebnet hat. Auch ein Kölner Kollege, der sich vor

[1] Während ich diese Zeilen schreibe, hat eine Ärztin in Seewalchen (OÖ) ihre Praxis aus Angst vor Morddrohungen von Impfgegnern aufgegeben. Falls uns einmal ähnlich militante Mathegegner bedrohen, helfen Argumente offenbar nicht: www.nachrichten.at/oberoesterreich/ich-werde-dich-hinrichten-aerztin-muss-wegen-morddrohungen-ordination-schliessen;art4,3673132

[2] Einige Beispiele dafür aus der Mathematikdidaktik siehe unten.

[3] www.buecher.de/shop/buecher/kritik-einer-fachdidaktik--eine-ideologiekrit-analyse-der-gegenwaertigen-mathematikdidaktik-in-der-brd-beltz-forschungsberichte/boelts-hartmut/products_products/detail/prod_id/27171592/

vielen Jahren in einem Bericht über den Stand der bundesdeutschen Mathematikdidaktik an eine internationale Vereinigung recht kritisch (insbesondere, so erinnere ich mich, über mangelnde Wissenschaftlichkeit) äußerte, berichtete mir von massiver Kritik an ihm und seinem Bericht. Wesentlich folgenreicher für die Mathematikdidaktik war aber eine Kritik aus ganz anderer Richtung. Anträge zur Forschungsförderung, die etwa bei der DFG eingereicht wurden, wurden häufig mit der Begründung „unwissenschaftlich" abgewiesen. Die GDM richtete eine Beratung für Antragstellerinnen und Antragsteller ein, die offenbar erfolgreich war, indem sie dabei half, Anträge aus der Sicht der in den Gremien der Geldgeber entscheidenden Personen (das waren z. B. Pädagoginnen oder Pädagogen) akzeptabler, förderungswürdiger, professioneller – kurz: wissenschaftlicher zu machen (meist im geistes- und sozialwissenschaftlichen Sinn).

Wenn das vorgeschlagene Nachdenken über Mathematikdidaktik als Wissenschaft mehr sein soll, als sich an Verschiedenes (im Gleichklang oder unterschiedlich) zu erinnern, bedarf das weitere Nachdenken einer wissenschaftlichen Grundlage. Mir scheint es passend, hier auf der Basis von N. Luhmanns wissenschaftssoziologischer Theorie über „Wissenschaft als Soziales System"[4] fortzufahren. Ich ermutige Sie aber gleichzeitig ausdrücklich dazu, Ihre Überlegungen auf anderen Theorien zu begründen und mitzuteilen.

1 Theoretischer Input: Mathematikdidaktik als Teil (Subsystem) des Wissenschaftssystems

N. Luhmann hat behauptet, dass sich eine Gesellschaft wie die unsere funktional differenziert, in Teilsysteme, die sich darauf spezialisieren, spezifische Aufgaben zu lösen (entsprechende Informationen zu verarbeiten), etwa Recht, Militär, Religion, Familie und nicht zuletzt: Wissenschaft. Solche spezialisierten Teilsysteme können effizienter und besser arbeiten, wenn sie eine Grenze etablieren, die klar definiert, was für sie wichtig/zu bearbeiten ist und was nicht. Innerhalb dieser Grenze, die jeweils relevante Informationen vorselektiert, können sich Subsysteme spezialisieren und „ihren" Typ von Information wesentlich besser bearbeiten als andere. Soziale Systeme lassen sich durch drei Systemreferenzen charakterisieren: Ihre zentrale *Funktion*, ihre Aufgabe, ihr Arbeitsgebiet, ihre *Leistung* (das, was sie für andere Systeme tun) und die *Reflexion*, das Nachdenken über sich selbst im jeweiligen Teilsystem. Die Funktion des Wissenschaftssystems ist nach Luhmann die Suche nach „Wahrheit", die Leistung die Ausbildung und die Reflexion stützt sich auf Ergebnisse aus Philosophie, Soziologie, Geschichte und anderen Subsystemen des Wissenschaftssystems.

1.1 *Was ist „wahr" in der Mathematikdidaktik?*

Folgen wir der hier skizzierten systemtheoretischen Sicht auf Wissenschaft, wird unmittelbar einsichtig, weshalb ein Nachdenken über Mathematikdidaktik als Wissenschaft gleich zu Beginn auf eine sehr herausfordernde Frage trifft: Was ist „wahr" in der Mathematikdidaktik? Wenn jede wissenschaftliche Teildisziplin im Wissenschaftssystem ein Subsystem im Sinne Luhmanns ist, wird sie durch ihr spezifisches Wahrheitsverständnis definiert, eine funktionale Differenzierung setzt eine für jedes Teilsystem spezifische Definition der Funktion, also des jeweiligen Wahrheitsverständnisses voraus. Erinnern wir uns zudem daran, dass Mathematikdidaktik als eine Wissenschaft gesehen wird, die auf der Integration und Weiterverarbeitung von Resultaten aus ihren Bezugswissenschaften (Mathematik, Pädagogik, Philosophie, Psychologie, Soziologie wurden ursprünglich genannt, Informatik wird heute oft dazu gezählt) basiert, zeigt sich die theoretische Herausforderung noch deutlicher. In den Bezugswissenschaften gelten sehr unterschiedliche Kriterien dafür, was als „wahr" gilt oder wissenschaftlich anerkannt wird. Die formal-axiomatische Methode lässt sich ebenso wenig als Beweis für Aussagen zur Lernpsychologie oder Motivation durch realitätsnahe Unterrichtsthemen verwenden wie umgekehrt eine Umfrage unter Mathematikerinnen und Mathematikern als Beweis oder Widerlegung der Aussage „Es gibt unendlich viele Primzahlpaare" gelten kann. Nehmen wir noch hinzu, dass es in den einzelnen Bezugswissenschaften sehr unterschiedliche Methoden oder Wege zur Formulierung zumindest vorläufig akzeptierter Theorien gibt, erweist sich die theoretische Konstruktion oder Entwicklung *einer einzigen* Definition für „Wahrheit" in der Mathematikdidaktik samt einer dazugehörigen Methodologie, die von allen Kolleginnen und Kollegen aus der Mathematikdidaktik und darüber hinaus akzeptierten wird, als kaum leistbare Herausforderung.

1.2 *Pragmatische Wege zur „wahren" mathematikdidaktischen Aussagen*

Nach meiner Erfahrung wurde und wird in der Mathematikdidaktik die Frage nach der Wahrheit bzw. Wissenschaftlichkeit ihrer Theorien in den verschiedenen Entwicklungs-Phasen und Arbeitsrichtung eher pragmatisch und zugleich sehr unterschiedlich

[4] link.springer.com/chapter/10.1007/978-3-322-96984-2_11

beantwortet. Wer dazu Eindrücke sammeln will, kann die Entwicklung und Veränderung unserer seit längerer Zeit erscheinenden Zeitschriften (insbesondere lehrreich ist hier das Journal, aber auch mathematica didactica und andere Zeitschriften) oder Buchreihen (wie die ISTRON Bände) daraufhin analysieren. Beiträge, die vor einigen Jahrzehnten gedruckt würden, kämen heute oft nicht über eine erste Rückmeldung des Herausgeberteams (ein mehr oder weniger freundlich formuliertes „So nicht!") hinaus. Selbstverständlich liefern auch Vortragsthemen (und Vortragsinhalte) aus GDM Tagungen oder in mathematikdidaktischen Kolloquien wie dem Heinrich-Behnke-Seminar in Münster gute Anhaltspunkte.

2 Historischer Input: Zur Geschichte unserer Mathematikdidaktik

Meines Wissens gibt es derzeit keine offizielle Geschichte der Mathematikdidaktik im deutschsprachigen Raum. Deshalb kann ich hier nur an meine persönlichen Erinnerungen an Ereignisse oder Entwicklungen anknüpfen, um Anregungen zum vertieften Nachdenken über unsere Wissenschaftsdisziplin zu geben. Dabei scheint es mir zunächst wichtig, Phasen der Entwicklung zu kennzeichnen, weil in diesen Phasen Personen mit unterschiedlichen Biografien und wissenschaftlichen Qualifikationen wesentlichen Einfluss auf die Mathematikdidaktik hatten. Drei Phasen möchte ich unterschieden: Die stark an Mathematik und Stoffdidaktik orientierte Startphase, zweitens den Aufbau einer eigenen Wissenschaft mit Lehrstühlen und Instituten für Didaktik der Mathematik, eigenen wissenschaftlichen Zeitschriften, einer Habilitation in Mathematikdidaktik etc. und die derzeitige Phase, die ich hier mit Begriffen wie Verwissenschaftlichung und Spezialisierung kennzeichnen möchte.

2.1 Phase 1: Ausgangspunkte

Am Anfang sind aus meiner Sicht didaktisch interessierte bzw. der Didaktik wohlwollend gegenüberstehende Mathematiker zu nennen, etwa Euklid[5], oder in unseren Zeiten F. Klein und H. Behnke, deren Verdienste für Mathematikdidaktik unbestritten sind. In der Zeit nach dem zweiten Weltkrieg, als Lehrstühle und Institute für Didaktik der Mathematik eingerichtet wurden, wurden häufig mathematisch hoch qualifizierte (habilitierte) Personen berufen. In einigen Fällen auch solche, die vorher in der zweiten Phase der Lehrerausbildung tätig waren, also erfahrende Lehrerinnen und Lehrer mit zusätzlichen Qualifikationen (z. B. einer Promotion in Mathematik oder Pädagogik). In dieser Zeit war Stoffdidaktik das Hauptforschungsthema: Wie lassen sich Bruchrechnung, elementare Algebra, Funktionen, Analysis etc. so darstellen, besser/lerngerechter/verständlicher aufschreiben, dass mehr Schülerinnen und Schüler mehr Mathematik lernen und verstehen können?

Selbstverständlich lag es nahe, die zur Veröffentlichung vorgelegten Texte und Konzepte auf ihre mathematische Korrektheit zu überprüfen. Einige Kolleginnen und Kollegen, die einen Entwurf zu diesem Text gelesen haben, wiesen mich auf aktuelle Beispiele aus mathematikdidaktischen Theorien und Veröffentlichungen hin, die mathematisch nicht korrekt sind. Bei einigen davon kann darüber diskutiert werden, ob die didaktische Vereinfachung das Weglassen von eigentlich notwendigen mathematischen Voraussetzungen rechtfertigt, einige Beispiele aus der Sekundarstufe II sind schlicht falsch. Insbesondere bei Themen aus der Stochastik scheint es auch fachliche Unsicherheit zu geben. Ich möchte hier keine Beispiele nennen, aber anmerken, dass Fortschritte in einer Wissenschaft nicht immer und automatisch bedeuten, dass bisher Erreichtes erhalten bleibt. Manchmal sind Fortschritte auch Fort – Schritte, also Bewegungen von etwas weg, wie soliden Mathematik-Kenntnissen als Basis für mathematikdidaktische Arbeit, also Schulmathematik vom höheren Standpunkt, wie es F. Klein genannt hat.

Aber ich habe meine Frage oder Aufgabenstellung für „Stoffdidaktik" bewusst so formuliert, dass schon die Folgefrage impliziert ist: mathematische Korrektheit ist ein notwendiges, aber kein hinreichendes Argument für den tatsächlich erzielbaren oder erzielten Lernerfolg oder kurz: die didaktische Qualität eines Vorschlages.

Für Argumente zum erzielbaren Lernerfolg wurden Theorien aus der (Lern-) Psychologie importiert, für eine Überprüfung des tatsächlich erzielten Lernerfolges musste der Einsatz in der Praxis versucht und evaluiert (empirisch erforscht) werden.[6]

[5] Was spricht dagegen, ihn als Mathematikdidaktiker zu bezeichnen? Wer möchte heute nicht ein Lehrbuch schreiben, das über mehr als 2500 Jahr für viele heranwachsende Mathematikerinnen und Mathematiker Lerngrundlage und Motivation wird?

[6] Ein vorsichtiger Rückblick auf die „moderne Mathematik", die Mengenlehre ab dem ersten Schuljahr, zeigt aus meiner Sicht, dass dieser Reform eine sehr reine Form von Stoffdidaktik ohne Lernpsychologie oder Empirie als Fundierung zugrunde lag – provokant formuliert war es nur das (gut gemeinte!) Wunschdenken einiger sehr einflussreicher Mathematiker. Nach wie vor fehlt der Mathematikdidaktik eine gründliche historische Erforschung dieser Reformbewegung. Nachdem nun mehr als 50 Jahre vergangen sind, wäre das in Analogie zur Kirche, in der bekanntlich nach 50 Jahren Archive für die Forschung geöffnet werden, möglich und wünschenswert.

Infolge dessen wurden bei Reviews und Gutachten mehr und mehr Kriterien für Wissenschaftlichkeit aus den Bezugswissenschaften importiert und verwendet, etwa: Ist die Theorie von X (etwa Piaget oder Klafki oder Pestalozzi oder ...) richtig verstanden und in diesem Kontext angemessen verwendet worden? Ist das verwendete empirische Forschungsinstrument (z. B. Kenntnistests, Interviews oder Fragebögen) richtig konstruiert und eingesetzt worden? Wurde ein Bezug zum aktuellen internationalen Forschungsstand hergestellt?

Als die interpretative Unterrichtsforschung – soweit ich mich erinnere, zunächst die Arbeitsgruppe um H. Bauersfeld am IDM – im deutschen Sprachraum erste Forschungsergebnisse präsentierte, gab es einige prinzipielle Einwände gegen die Wissenschaftlichkeit dieser Forschungsrichtung. Oft wurde eine Frage gestellt, die aus dem Bereich der quantitativen empirischen Forschungsmethoden motiviert war: Kann denn dieses Ergebnis überhaupt „wahr“ (oder repräsentativ für alle) sein, wenn nur so wenige Fälle erforscht wurden? Argumente zum Thema Wissenschaftlichkeit von quantitativen und qualitativen empirischen Positionen aus der Pädagogik und Soziologie wurden in die Mathematikdidaktik importiert. Erinnern wir uns daran, dass in dieser Zeit noch viele Kolleginnen und Kollegen hauptsächlich mathematisch qualifiziert waren, so ist umso mehr zu würdigen, dass mit der Etablierung der interpretativen Unterrichtsforschung als in der Mathematikdidaktik zulässiger Forschungsmethode auch ein wichtiger Beitrag zur Erweiterung der wissenschaftlichen Grundlage der Mathematikdidaktik geleistet wurde.

2.2 *Phase 2: Institutionalisierung*

Mit der Einrichtung von Lehrstühlen und Instituten für Mathematikdidaktik wurden mathematikdidaktische Qualifikationsarbeiten möglich und im Laufe der Zeit wurden sie immer mehr Voraussetzung für die Berufung auf Lehrstühle. Wer diesen Aspekt der Entwicklung der Mathematikdidaktik durchdenken möchte, sollte berücksichtigen, dass an vielen Hochschulen genau ein Lehrstuhl für Mathematikdidaktik existierte (bzw. auch jetzt noch nur genau einer existiert). Das bedeutet, dass in allen wichtigen Kommissionen, in denen über Etats, Studienpläne, Habilitationen, Stellenbesetzungen etc. entschieden wurde, Kolleginnen und Kollegen aus anderen Wissenschaften (häufig aus der Mathematik, aber auch aus der Pädagogik – je nachdem, zu welchem Fachbereich die Mathematikdidaktik zugeordnet war bzw. ist) die entscheidenden Mehrheiten hatten bzw. haben. Diese Kolleginnen und Kollegen standen und stehen zur Mathematikdidaktik und ihren Wünschen mehr oder weniger freundlich. Nur an wenigen Standorten war und ist die Mathematikdidaktik so gut institutionell verankert, dass sie zumindest weitgehend die wichtigen Entscheidungen über sich selbst trifft bzw. getroffen hat. Hier sind noch viele Fragen offen, deren Beantwortung das Nachdenken über Mathematikdidaktik als Wissenschaft beflügeln und bereichern könnte.

2.3 *Phase 3: Spezialisierung und Verwissenschaftlichung*

Nach Luhmann ist es für soziale Systeme typisch und notwendig, sich immer weiter zu spezialisieren. Je enger und genauer die Grenzen einen Teilsystems sind, desto besser kann es sich darauf spezialisieren, die relevanten Informationen zu erfassen und verarbeiten. Das lässt sich für die Mathematikdidaktik leicht mitvollziehen. Wer heute versucht, *alle* für die gesamte Mathematikdidaktik relevante Literatur zu lesen und zu verstehen, merkt schnell, dass das Volumen der Publikationen dafür viel zu groß ist und zudem mehr oder weniger viel aus den Bezugswissenschaften zu lesen ist, um die Texte und Aussagen wirklich zu verstehen. Wer sich auf eine Thematik, eine Altersstufe, eine Forschungsmethode etc. konzentriert, hat viel eher die Chance, für dieses eingeschränkte Gebiet ein vertieftes Verständnis zu erreichen und selbst etwas Wertvolles beizutragen. Wo eine sinnvolle Grenze der Spezialisierung und damit auch Ausdifferenzierung der Mathematikdidaktik liegt, lässt sich nicht von außen oder oben festlegen. Ein soziales System entwickelt sich – so Luhmann – nach einer inneren Dynamik. Plastisch formuliert: Aus heutiger Sicht scheint mir die Konzentration auf die Umformungen einer linearen Gleichung etwas zu eng, die gesamte Geometrie vielleicht schon zu weit. Ob solche Einschätzungen zutreffen oder nicht, zeigt sich insbesondere bei Berufungen – wobei dabei offenbar noch andere Kriterien wichtig sind. Luhmann lehnt eine Außensteuerung von Wissenschaft (also eine auch eine bewusste Lenkung der Spezialisierung) strikt ab. Selbstverständlich gibt es sie dennoch: Wissenschaft wird über Finanzierung von außen gesteuert, z. B. über EU-Programme mit bestimmten Themen, oder über eine andere Drittmittelfinanzierung.

Welche Dynamik eine immer weiter gehende Spezialisierung erreichen kann, zeigt sich in der Mathematik wie in den Naturwissenschaften oder der Informatik sehr gut. Gute und leicht nachvollziehbare Belege dafür sind die Entwicklung der Liste der mathematischen Teilgebiete[7] oder schlicht

[7] de.wikipedia.org/wiki/Mathematics_Subject_Classification

die Anzahl und die Namen jener neuen Institute, die in den letzten Jahrzehnten an einer Universität oder Technischen Universität hinzugekommen sind.

In anderen Wissenschaften können wir auch sehr gut beobachten, welche typischen Folgen eine fortschreitende Spezialisierung hat: Die Kolleginnen und Kollegen aus den mehr oder weniger weit voneinander entfernten Teilgebieten verstehen einander immer schlechter oder gar nicht mehr. Dazu nur als Anekdote: Ein sehr berühmter Kollege aus der Linzer Numerik berichtete von einer DMV-Tagung, dass er zufällig einen Vortrag aus der Zahlentheorie besucht hat und weder die Problemstellung noch den vorgetragenen Beweis verstanden hat. Von D. Hilbert wird berichtet, er sei der letzte Mathematiker gewesen, der in allen seinerzeit zur Mathematik gehörenden Teilgebieten (sogar darüber hinaus in der Mechanik) wertvolle Beiträge geleistet hat.

In der Mathematikdidaktik ist mir eine vergleichbar umfassend aktive Persönlichkeit nicht bekannt. Vor einigen Jahren haben W. Schlöglmann und ich führende Mathematikdidaktikerinnen und Mathematikdidaktiker aus verschiedenen Teildisziplinen der Mathematikdidaktik zu einer Tagung eingeladen (vgl. Maaß, Schlöglmann 2006). Das Ziel war, sich wechselseitig zu berichten, was in den Teildisziplinen gearbeitet wird und in welcher Richtung weitergearbeitet wird. Die Tagung war hochinteressant, aber folgenlos, also ohne Folgetagung oder andere organisierte Aktivitäten zum kontinuierlichen Informationsaustausch.

In der GDM, aber auch international bei der ICME lässt sich wachsende Spezialisierung gut mitvollziehen, wenn die Liste der Arbeitsgemeinschaften, thematisch orientierten Tagungssektionen etc. betrachtet wird. Auch hier kann vielleicht etwas von anderen Wissenschaften gelernt werden: Eine stabile Gruppen von Leuten, die zu einer speziellen Thematik forschen wie der GDM-Arbeitskreis für X, neigt – sinnvoller Weise! – dazu, gewisse gemeinsame Grundlagen als fix gegebene Voraussetzung anzunehmen, auf der weitere Forschung aufbauen kann. In der Zahlentheorie geht das problemlos: Einmal bewiesene Sätze können genutzt werden, um neue Sätze zu beweisen.

Wie aber ist das in der Mathematikdidaktik? Gibt es überhaupt irgendetwas, das wir mit unseren Forschungsmethoden über Lehren und Lernen von Mathematik fix bewiesen haben? Kann es so etwas überhaupt geben? In der Mathematik glaubt man gemeinsam und mit guten Argumenten an die Peano-Axiome und kann sie dann (gemeinsam mit anderen Beweismitteln) in der Zahlentheorie verwenden, etwa um zu zeigen, dass es unendlich viele Primzahlen gibt. Wer möchte, kann dann mit Cantor beweisen, dass es genauso viele natürliche, ganze oder rationale Zahlen wie Primzahlen gibt, nämlich abzählbar viele.

Luhmann weist darauf hin, dass in den Wissenschaften Gruppen mit Hilfe eines sozialen Konsenses etwas festschreiben, was als „Wahrheit“ gilt. So ein Konsens kann sehr nützlich sein, um schneller Fortschritte zu erzielen, aber auch so etwas wie einen blinden Fleck erzeugen oder eine problematische Hypothese als Teil der gemeinsamen Basis betonieren. T. S. Kuhn[8] hat beschrieben, wie schwer es einer Wissenschaft fallen kann, solche Grundannahmen, ein Geflecht von Paradigmen, zu ändern: Bisweilen ist eine Revolution notwendig!

Spezialisierung und Ausdifferenzierung in der Mathematikdidaktik nach der Eigengesetzlichkeit eines sozialen Systems kann ähnlich wie die berühmte „unsichtbare Hand des Marktes“ unterschiedlich bewertet werden. Es gibt aber keine Instanz dafür. Wenn eine neue Thematik angeboten wird, etwa in Form eines neuen GDM Arbeitskreises, entscheiden Gründe wie persönliches Interesse, Ansehen der beteiligten Personen und vieles mehr darüber, ob so ein Arbeitskreis über längere Zeit arbeitsfähig und produktiv wird. Ich habe über mehrere Jahre[9] vergeblich den Arbeitskreis zum Thema „Erwachsene und Mathematik“ angeboten. Ich bedauere dieses Scheitern noch heute.

Schön wäre es, wenn mehr Kooperation zwischen den verschiedenen Forschungsrichtungen stattfinden würde. Ich provoziere durch ein Beispiel: Über viele Jahrzehnte habe ich miterlebt, mit welcher Begeisterung technologische Fortschritte von Kolleginnen und Kollegen aufgenommen wurde. Hier eine kleine Auswahl von Äußerungen dazu: „Mit dem neuen Bildschirm, der statt der bisherigen Auflösung von 320 mal 200 640 mal 400 Pixel zeigt, erscheinen alle Geraden am Bildschirm endlich als Geraden und nicht als Treppen!“ „Der neue 68000er erlaubt endlich das Plotten von Funktionen in Echtzeit!“ „Mit dem Zugmodus im neuen dynamischen Geometrieprogramm werden alle Schülerinnen und Schüler leicht in der Lage sein, die klassische Geometrie wirklich zu verstehen!“ „Jetzt gibt es endlich Computer-Algebra-Systeme auch für Rechner in

8 www.getabstract.com/de/zusammenfassung/die-struktur-wissenschaftlicher-revolutionen/6952
9 In der Zeit war ich Sprecher der internationalen Vereinigung ALM (siehe https://alm-online.net).

der Schule. All die Lernprobleme mit elementarer Algebra, Formelumstellen, Gleichungen lösen etc. gehören damit der Vergangenheit an!" Mir sind keine empirischen Forschungen bekannt, die all das belegen. Auf der anderen Seite habe ich bei manchem Bericht über eine abgeschlossene empirische Forschung den Eindruck, es wäre sinnvoll gewesen, zu Beginn der Forschung etwas genauer darüber nachzudenken, was mit welchem Ziel erforscht werden soll.

Noch eine Anregung zum Nachdenken: nach meiner Beobachtung achten die spezialisierten Gruppen recht genau darauf, ob Beiträge ihren Standards entsprechen – sie haben ja mehr spezialisiertes Wissen, um zu entscheiden, was in ihrer Thematik neu und akzeptabel ist. Was ist daran problematisch? Der Bezug zur Praxis, zum Alltag in Schulen wird theoretischer oder geringer. Wie? Wenn in einem Arbeitskreis mehrere Studien präsentiert wurden, nach denen eine bestimmte didaktische Methode gut funktioniert hat, kann es dazu kommen, dass negative Rückmeldungen von einzelnen Lehrkräften, die diese Methode in ihrem Unterricht eingesetzt haben, nicht zur Kenntnis genommen werden. Solche Rückmeldungen führen dann nicht zu Zweifeln an der Methode, Probleme werden eher auf mangelnde Fähigkeiten der betreffenden Lehrkräfte oder spezielle Situationen an der Schule zurückgeführt. Persönliche Erfahrungen zählen mit guten Gründen in der Wissenschaft eben deutlich weniger als wissenschaftliche Studien.[10] Vor nicht allzu langer Zeit ist ein Beitrag von mir abgelehnt worden, in dem ich als Argument für realitätsnahe Projekte im Mathematikunterricht mehr als 40 Jahre gute Erfahrungen von MUEDen Lehrkräften angeführt habe. So ein Argument – so sinngemäß die Begründung der Ablehnung – könne für eine wissenschaftliche Publikation nur akzeptiert werden, wenn ich den Regeln der Kunst entsprechende Auswertungen von Interviews oder Fragebögen dazu vorlege.

Das ist eine Argumentation, die im Zuge von Spezialisierung und Verwissenschaftlichung durchaus nachvollziehbar ist. Aber ich fürchte, damit verliert die Mathematikdidaktik ihre Bodenhaftung, den Kontakt zur Schulrealität. Vielleicht ist so ein Kontakt für uns gar nicht so wichtig? Vor einiger Zeit habe ich mit einem Unfallchirurgen über die Bedeutung von Fortbildung in Medizin und Mathematikdidaktik gesprochen. Er berichtete, dass er unbedingt an Fortbildungen teilnehmen muss, um seine Diagnosen und Operationen stets auf dem aktuellen Stand der Wissenschaft durchführen zu können. Sonst droht schnell ein Gerichtsverfahren mit massiven Konsequenzen für den Arzt. Ich berichtete ihm, dass nach meinen Informationen aus der zuständigen Stelle in Oberösterreich nur etwa 15 bis 20 Prozent aller Mathematiklehrinnen und Mathematiklehrer für Sekundarstufe überhaupt an Fortbildungen teilnehmen und die Auswirkungen auf den Unterrichtsalltag sehr gering sind. Daraus schloss er, dass unser aktueller Forschungsstand offenbar von den Lehrkräften für wenig relevant gehalten wird. Ich habe noch nie davon gehört, dass Eltern vor Gericht ziehen, weil Lehrkräfte nicht nach dem aktuellen Stand der Mathematikdidaktik unterrichten – zum Glück!

3 Ausblick: Hat das Nachdenken einen Sinn? Nützt es uns?

Nur weil N. Luhmann die Reflexion für einen wichtigen Bestandteil eines jeden sozialen Systems hält, muss die Mathematikdidaktik nicht unbedingt Zeit und Energie darauf verwenden, oder? Für ein nichtwissenschaftliches System könnte eine eher zurückhaltende Einstellung zur Systemreferenz Reflexion vielleicht eher mitvollziehbar sein als für eine Wissenschaft, deren mit einem berühmten Goethe-Zitat erklärtes Ziel ja ist, herauszufinden, *was die Welt im Innersten zusammenhält*. Was hält die Mathematikdidaktik im Innersten zusammen? Was macht sie aus und unterscheidet sie von anderen Wissenschaften? Nach Luhmann ergibt sich die Antwort daraus, was von dieser Wissenschaft als „wahr" und wissenschaftlich anerkannt wird.

Mir scheint darüber hinaus abschließend noch wichtig auf einen anderen Punkt hinzuweisen, über den wir als Wissenschaftsdisziplin nachdenken sollten: Welchen Sinn hat unsere Arbeit? Der persönliche Nutzen ist für viele – trotz berechtigter Kritik an der schlechten sozialen Situation des wissenschaftlichen Nachwuchses – gut erkennbar. Was aber ist der gesellschaftliche Nutzen? Wer hat etwas davon? In den Anfangsjahren der Mathematikdidaktik wurde diese Frage ohne Zögern klar beantwortet: Schülerinnen und Schüler sollen mehr und besser Mathematik verstehen. Wer heute fragt, erhält bisweilen eine Antwort, wie wir sie aus der reinen Mathematik kennen: Wir forschen und sammeln Ergebnisse, die sich vielleicht später einmal für irgendjemanden als nützlich erweisen können.

[10] Ein Kollege aus der Physik erzählte mir, dass er montags immer doppelt so schwer aus dem Bett kommt wie an anderen Wochentagen. Seine auf jahrelanger Erfahrung beruhende Theorie, dass montags die Schwerkraft in seinem Schlafzimmer doppelt so hoch ist wie sonst, gelangte aber nicht zur Veröffentlichung.

Literaturverzeichnis

J. Maaß: Mathematik als soziales System. Geschichte und Perspektiven der Mathematik aus systemtheoretischer Sicht, Deutscher Studien Verlag, Weinheim 1988

J. Maaß, W. Schlöglmann (Eds.): New Mathematics Education Research and Practice, Sense Publishers, Rotterdam/Taipei 2006

Jürgen Maaß, Lichtenberg bei Linz

Multiplying Mathematical Teachers

Antonella Perucca

These reflections are meant to inspire, they can be used in full or in part, they should be adapted to circumstances. When you judge whether my proposals are good or not in your opinion, please remember that your judgement should not be a yes/no answer to these very proposals, but it should rather be a comparison with respect to the other alternatives facing the considerable lack of mathematical teachers.

Delegate proctoring (school level)

Assume that there is a lack of mathematical teachers but no lack of teachers in other disciplines. Then one should delegate (as much as possible) tasks to teachers of other disciplines. For example, if during mathematical tests pupils do not interact with the mathematical teacher, then proctoring of mathematical tests should be delegated to nonmathematical teachers. If mathematical teachers wish a bit of mathematical interaction during tests, then with some creative schedule adjustments one could make parallel tests for 3 classes (if mathematical teachers cooperate well with one another, then they can also assist tests of classes which are not their own).

So, the first proposed option allows to spare for each class as many hours as the duration of the mathematical tests and the second option two thirds of those hours.

Each pool of mathematical teachers could make their own calculation of the hours spared in this way.

Example: One mathematical teacher from Luxembourg told me that delegating proctoring this school year for the few long mathematical tests would allow him to spare 12 hours for each class with much mathematics and 6 hours for each class with little mathematics, thus 42 hours in total.

Self-learning in class (school level)

Every teacher has a personal way of presenting a topic, but formulas are standard and easy examples are, in some sense, standard. So one could produce videos that explain the terms of a formula and make standard examples of applications.

The pupils could watch a 10-minutes video and then have 10–15 minutes of quiz (they can watch again part of the video and/or do a multiple choice test to check their understanding of the video). During this time, the pupils should be proctored by a nonmathematical teacher.

Example: A teacher with a 50 minutes lesson slot could divide this time into two parts and teach two classes within this time, because the actual presence in one class would only be one half of the full time.

Remark: This option could be considered as a long-term strategy (excellent videos will be available, it is only a matter of time) but it is also a possible solution for a short leave of a mathematical teacher. For the latter, one should ensure (possibly, in advance) that the two mathematical classes have simultaneous mathematical slots in their schedule.

Remark: Producing videos can be parallelised because a small pool of teachers can write scripts (this constitutes most of the work). Then a voice narrates all scripts. And a technical expert produces a teaching avatar and a readable blackboard (as done in the videos produced by Béatrice Bach, Master in Secondary Education Luxembourg, that have been approved of by the Luxembourg SCRIPT Director