

Weiterentwicklung der Bildungsstandards im Fach Mathematik für den Primarbereich und die Sekundarstufe I

Bärbel Barzel, Hedwig Gasteiger, Gilbert Greefrath, Norbert Maritzen, Marcus Nührenbörger und Petra Stanat

Am 23. Juni 2022 hat die Kultusministerkonferenz (KMK) die weiterentwickelten Bildungsstandards für Mathematik für den Primarbereich, den Ersten Schulabschluss und den Mittleren Schulabschluss beschlossen. Sie ersetzen die Bildungsstandards aus den Jahren 2003 und 2004 für die Primarstufe und die Sekundarstufe I. Die Weiterentwicklung wurde vom Institut zur Qualitätsentwicklung im Bildungswesen (IQB) koordiniert und erfolgte in Fachkommissionen in Zusammenarbeit mit Expertinnen und Experten aus den Bundesländern, Wissenschaftlerinnen und Wissenschaftlern und in enger Abstimmung mit einer von der KMK eingesetzten Steuerungsgruppe. In der Endphase der Entwicklung der Bildungsstandards wurden im Dezember 2021 auch die relevanten Fach- und Lehrkräfteverbände in einem Fachgespräch und durch Stellungnahmen in den Prozess eingebunden.

Die weiterentwickelten Bildungsstandards sollen die fast 20-jährige Erfahrung mit der Implementierung der bisherigen Bildungsstandards nutzen, sich am aktuellen Stand der fachdidaktischen Diskussion orientieren und innovative Impulse setzen. Vor der Weiterentwicklung der Bildungsstandards wurde eine Bedarfsanalyse (www.iqb.hu-berlin.de/bista/WeiterentwicklungBiSta) durchgeführt, die zunächst Art und Grad des Anpassungsbedarfs feststellen sollte. Dabei lag der Fokus darauf, so viel Kontinuität wie möglich zu gewährleisten. Insbesondere sollten weiterhin abschlussbezogene Regelstandards in Form von Könnensbeschreibungen im Sinne der Kompetenzorientierung erstellt werden. Außerdem galt der Auftrag, fachdidaktische Entwicklungen sowie Entwicklungen im Bereich der digitalen Bildung zu berücksichtigen.

Generell wurde es als wünschenswert angesehen, die Beschreibungen der inhaltsbezogenen

Kompetenzen und der prozessbezogenen Kompetenzen in den Bildungsstandards für den Primarbereich, den Ersten Schulabschluss und den Mittleren Schulabschluss konsistent aufeinander zu beziehen. Auf der Ebene der inhaltsbezogenen Kompetenzen wurden daher die Leitideen (s. Tab. 1) der einzelnen Schulstufen so abgestimmt, dass die spiralförmige Umsetzung des Curriculums über die Schulstufen hinweg deutlich wird. An den Bildungsstandards für die Allgemeine Hochschulreife konnten zu diesem Zeitpunkt keine Änderungen vorgenommen werden.

Es bestand außerdem in beiden Fachkommissionen Mathematik Einigkeit darüber, die Formulierungen für die prozessbezogenen Kompetenzen einheitlich zu gestalten, damit keine Fehlinterpretationen dahingehend getroffen werden, dass im Primarbereich unter den jeweiligen prozessbezogenen Kompetenzen etwas grundsätzlich anderes verstanden wird als in der Sekundarstufe. Zudem wurden Anpassungen vorgenommen, die die Struktur der prozessbezogenen Kompetenzen über die Schulstufen hinweg verdeutlichen (s. Tab. 2).

Für die stufenübergreifende Anpassung wurde die bisherige Reihenfolge der Leitideen und der prozessbezogenen Kompetenzen in allen Schulstufen verändert, um sie zu vereinheitlichen. Gleichzeitig wurde explizit noch einmal betont, dass die Reihenfolge in den Bildungsstandards keine Stufung oder Rangfolge nach Wichtigkeit darstellt, sondern alle Bereiche auf gleicher Bedeutungsebene zu sehen sind.

Beim Grad der Detaillierung und Konkretisierung der Kompetenzbeschreibungen war auf der einen Seite die Transparenz der Anforderungen erstrebenswert, auf der anderen Seite bestand die Gefahr, dass weniger Kompetenzen, sondern In-

Tabelle 1. Leitideen

Primarbereich	Sekundarstufe I	Allgemeine Hochschulreife
<i>Zahl und Operation</i>	<i>Zahl und Operation</i>	<i>Algorithmus und Zahl</i>
<i>Größen und Messen</i>	<i>Größen und Messen</i>	<i>Messen</i>
<i>Muster, Strukturen und funktionaler Zusammenhang</i>	<i>Strukturen und funktionaler Zusammenhang</i>	<i>Funktionaler Zusammenhang</i>
<i>Raum und Form</i>	<i>Raum und Form</i>	<i>Raum und Form</i>
<i>Daten und Zufall</i>	<i>Daten und Zufall</i>	<i>Daten und Zufall</i>

Tabelle 2. Prozessbezogene Kompetenzen

Primarbereich	Sekundarstufe I	Allgemeine Hochschulreife
<i>Mathematisch argumentieren</i>	<i>Mathematisch argumentieren</i>	<i>Mathematisch argumentieren</i>
<i>Mathematisch kommunizieren</i>	<i>Mathematisch kommunizieren</i>	<i>Mathematisch kommunizieren</i>
<i>Probleme mathematisch lösen</i>	<i>Probleme mathematisch lösen</i>	<i>Probleme mathematisch lösen</i>
<i>Mathematisch modellieren</i>	<i>Mathematisch modellieren</i>	<i>Mathematisch modellieren</i>
<i>Mathematisch darstellen</i>	<i>Mathematisch darstellen</i>	Mathematische Darstellungen verwenden
Mit mathematischen Objekten und Werkzeugen arbeiten	Mit mathematischen Objekten umgehen	Mit symbolischen, formalen und technischen Elementen der Mathematik umgehen
	Mit Medien mathematisch arbeiten	

haltslisten aufgeführt werden und dadurch eine zu starke Kalkülorientierung entsteht. Im Detail wurden folgende Änderungen und Akzentuierungen in den jeweiligen Bildungsstandards vorgenommen.

Primarbereich

Für die Bildungsstandards im Fach Mathematik für den *Primarbereich* können grundsätzlich vier Schwerpunkte der Weiterentwicklung unterschieden werden; diese betreffen

1. sprachliche Präzisierungen und Verbesserung der begrifflichen Konsistenz,
2. stufenübergreifende Kohärenz,
3. strukturelle Änderungen und Akzentuierungen sowie
4. digitale Bildung.

Die einzelnen Kompetenzbeschreibungen wurden sprachlich geprüft und unter Berücksichtigung fachlicher Anschlussfähigkeit präzisiert. Exemplarisch wird dies kurz für inhaltliche Kompetenzen der Leitidee *Größen und Messen* erläutert: Die Kompetenzen wurden ausdifferenziert, so dass neben dem Verfügen über Größenvorstellungen und dem Umgang mit Größen in Kontexten auch der Bereich „Größen messen und Maßangaben bestimmen“ explizit mit drei Kompetenzen betont wird, die das Messen und den Umgang mit Maßeinheiten betreffen.

Die stufenübergreifende Kohärenz zwischen den Bildungsstandards erfolgte zum einen – wie oben näher erläutert – über eine Anpassung der Formulierung und Reihenfolge der prozessbezogenen Kompetenzen und der Leitideen. Den prozessbezogenen Kompetenzen und Leitideen wurde – analog zu den Bildungsstandards für den Ersten Schulabschluss und den Mittleren Schulabschluss – ein kurzer Vorspann vorgeschaltet, der beschreibt, was unter der jeweiligen Kompetenz bzw. Leitidee zu verstehen ist.

Zugleich wurden aber die schulstufenspezifischen Besonderheiten des Mathematiklernens in der Primarstufe berücksichtigt, indem explizit die Bedeutung der Erarbeitung von Operationen in der Leitidee *Zahl und Operation* aufgegriffen wurde ebenso wie *Muster* als wichtiges Fundament für das Erkennen von Strukturen und funktionaler Zusammenhänge. Darüber hinaus wurde die Formulierung der Anforderungsbereiche präzisiert, um eine bessere Trennschärfe zwischen den Anforderungsbereichen *Reproduzieren* (Anforderungsbereich I), *Zusammenhänge herstellen* (Anforderungsbereich II) sowie *Verallgemeinern und Reflektieren* (Anforderungsbereich III) zu erreichen. Dabei wurde angesichts der Heterogenität der Lerngruppen explizit darauf hingewiesen, dass die

Auseinandersetzung mit Aufgabenstellungen zu allen drei Anforderungsbereichen [...] für alle Kinder – unabhängig vom Leistungsvermögen – von zentraler Bedeutung (ist), um erfolgreich und nachhaltig inhaltsbezogene und prozessbezogene Kompetenzen auf- und auszubauen.

Grundsätzliche strukturelle Veränderungen betreffen insbesondere die Umbenennung der *Allgemeinen Kompetenzen* in *Prozessbezogene Kompetenzen* und eine damit einher gehende Anpassung an die Formulierung, die sich sowohl in der Fachdidaktik etabliert hat als auch in vielen Lehrplänen der einzelnen Bundesländer verwendet wird. Des Weiteren wurden im Primarbereich die prozessbezogenen Kompetenzen erweitert um die Kompetenz *mit mathematischen Objekten und Werkzeugen arbeiten*, die den fachlich sicheren, auf Regel- und Faktenwissen zielgerichtet und effizient zurückgreifenden sowie fachsprachlich angemessenen Umgang mit den im Mathematikunterricht der Primarstufe relevanten mathematischen Objekten sowie den adäquaten Einsatz mathematischer Werkzeuge umfasst.

Eine besondere Rolle nimmt im Primarbereich weiterhin die Leitidee *Muster, Strukturen und funktionaler Zusammenhang* ein, die den Wesenskern der

Mathematik aufgreift und auf die fachlich fundierte Erkundung von mathematischen Beziehungen und Gesetzmäßigkeiten zwischen Zahlen, Formen und Größen sowie deren Darstellungen und Eigenschaften zielt. Obwohl Mustern, Strukturen und funktionalen Zusammenhängen eine übergeordnete Bedeutung für die anderen vier Leitideen zukommt, wird dieser mathematische Wesenskern nach wie vor als eine eigene Leitidee ausgewiesen. Explizit wird auf die propädeutische Bedeutung der Muster, Strukturen und funktionalen Zusammenhänge in Bezug auf z. B. das algebraische Lernen hingewiesen. Die übergreifende Rolle von Muster, Strukturen und funktionalem Zusammenhang wird in den Bildungsstandards für den Primarbereich verdeutlicht, indem einzelne inhaltsbezogene Kompetenzen mit engem Bezug zu Muster, Strukturen und funktionale Zusammenhängen ausgewählt und farblich ausgewiesen werden. Somit weisen die Bildungsstandards auf die herausgehobene Stellung dieser Leitidee für den Erwerb mathematischer Kompetenzen hin, indem sie einerseits als eigene Leitidee explizit betont wird, andererseits bei allen weiteren Leitideen akzentuiert und somit regelmäßig im Mittelpunkt der Auseinandersetzung mit den Inhalten steht.

Die Integration der digitalen Bildung erfolgte unter besonderer Berücksichtigung der Grundschulspezifität. Aufgenommen wurden prozessbezogene Kompetenzen, z. B. *mathematische Werkzeuge* (z. B. *Zeichenwerkzeuge, digitale Werkzeuge*) *sachgerecht einsetzen* und inhaltsbezogene Kompetenzen, z. B. *Modelle von Körpern und ebenen Figuren herstellen und untersuchen* (z. B. *bauen, legen, zerlegen, zusammenfügen, ausschneiden, falten*), *auch unter Nutzung digitaler Werkzeuge*, die insbesondere aufzeigen, dass bei der Förderung fachlicher Kompetenzen auch digitale Elemente genutzt werden können und sollen. In der Bedarfsanalyse wurde aber explizit darauf verwiesen, dass auch Ideen aufgegriffen werden sollen, wie Kompetenzen im Bereich digitaler Bildung „unplugged“ gefördert werden können. Dazu zählen insbesondere das strukturierte Zerlegen und Lösen sowie das konstruktive und kreative Modellieren von Problemen, das Strukturieren und Darstellen von Informationen in unterschiedlichen Repräsentationen sowie das kritische Interpretieren von Informationen, das Verstehen und Anwenden von Algorithmen und von symbolischer und formaler Sprache. Diesbezüglich wurden einzelne prozessbezogene und inhaltsbezogene Kompetenzen farblich ausgewiesen.

Sekundarstufe I

Für die Bildungsstandards im Fach Mathematik für den Mittleren Schulabschluss sowie für den Ersten

Schulabschluss wurde in verschiedenen Bereichen Überarbeitungsbedarf festgestellt. Zum einen sollten die Bildungsstandards an vielen Stellen klarer formuliert sein, untereinander klarer abgegrenzt und konsistenter aufgebaut sein. Zum anderen sollten sie besser an die Bildungsstandards für den Primarbereich sowie an die Bildungsstandards für die Allgemeine Hochschulreife (AHR) angeschlossen werden.

Bisher wurden die Anforderungsbereiche im Kontext der Aufgabenbeispiele erläutert. Da die Aufgabenbeispiele in eine separate Online-Publikation ausgegliedert werden, um etwa Aktualisierungen zu erleichtern, wurde die Beschreibung in die prozessbezogenen Kompetenzen einbezogen. Dazu wurden in den prozessbezogenen Kompetenzen Zwischenüberschriften eingefügt, die die Anforderungsbereiche charakterisieren: Anforderungsbereich I *Reproduzieren*, Anforderungsbereich II *Zusammenhänge herstellen*, Anforderungsbereich III *Verallgemeinern und Reflektieren*. Dies dient auch zur klareren Beschreibung der prozessbezogenen Kompetenzen und ist so bereits in den Bildungsstandards für die allgemeine Hochschulreife realisiert.

Zur besseren Erläuterung der prozessbezogenen Kompetenzen wurde eine übergreifende Erklärung aufgenommen, ähnlich wie dies ebenfalls bereits in den Bildungsstandards für die allgemeine Hochschulreife erfolgt ist. Hier konnte z. B. auch genauer verdeutlicht werden, was ein mathematisches Problem beinhaltet oder wie mathematisches Modellieren verstanden werden soll.

Die bisherige Kompetenz *Mit symbolischen, formalen und technischen Elementen der Mathematik umgehen* hat im Gegensatz zu den anderen Kompetenzen zwei sehr unterschiedliche Bereiche additiv verknüpft, was sich in der Aufzählung der Adjektive widerspiegelt. Es ging um den Umgang mit den originär mathematischen, symbolisch-formalen Objekten und den technischen Elementen, den Medien. Diese beiden Bereiche wurden nun getrennt. Dadurch wird auch die digitale Bildung deutlich stärker verankert und die wichtige Rolle der Mathematik dabei betont. So wurde nun die prozessbezogene Kompetenz zur Nutzung digitaler Medien und Werkzeuge in einen neuen Kompetenzbereich *Mit Medien mathematisch arbeiten* ausgelagert und die bisherige Kompetenz entsprechend umbenannt in *Mit mathematischen Objekten umgehen*. Das Spektrum dieser neuen Kompetenz reicht von der Nutzung analoger Medien, der kritischen Prüfung von Informationen der digitalen Welt unter mathematischen Gesichtspunkten, der Verwendung digitaler Mathematikwerkzeuge (z. B. Tabellenkalkulation, Geometriesoftware, Computeralgebrasystem, Stochastiktool) und Lernumgebungen über die

Erstellung und Gestaltung allgemeiner Medien wie Videos und Präsentationen bis hin zur bewussten Verwendung, Entwicklung und Reflexion von Algorithmen mit Hilfe digitaler Medien.

Ein wichtiges Desiderat, das die Bedarfsanalyse festgestellt hat, war die Konkretisierung der in den Bildungsstandards beschriebenen inhaltlichen Kompetenzen. Daher wurden Beispiele eingefügt, die die Kompetenzbeschreibungen verdeutlichen sollen. Beispielsweise hieß es in den Bildungsstandards 2003 für den Mittleren Schulabschluss:

Die Schülerinnen und Schüler [...] analysieren und klassifizieren geometrische Objekte der Ebene und des Raumes.

In den aktuellen Bildungsstandards für den Mittleren Schulabschluss steht nun konkreter:

analysieren und klassifizieren geometrische Objekte der Ebene (insbesondere Winkel, Dreiecke, Vierecke) und des Raumes (insbesondere Prismen, Pyramiden, Zylinder, Kegel, Kugel).

Ebenso wurden bei den funktionalen Zusammenhängen die Aussagen klarer gefasst, z. B. wurde „verwenden die Sinusfunktion zur Beschreibung von periodischen Vorgängen“ jetzt konkreter beschrieben:

verwenden die Sinusfunktion in der Form $f(x) = a \cdot \sin(b \cdot x)$ zur Beschreibung periodischer Vorgänge mit Hilfe digitaler Mathematikwerkzeuge.

Auch die Aussagen zu Zufallserscheinungen und Zufallsexperimenten sind nun wesentlich detaillierter.

Strukturell wurden noch Vortexte für die Leitideen formuliert und die Standards für den Ersten und den Mittleren Schulabschluss in ein Dokument integriert, so dass Unterschiede und Gemeinsamkeiten auf Detailebene transparent sind. Hier gibt es im Prinzip die Möglichkeit, dass bestimmte inhaltsbezogene Kompetenzen für beide Abschlüsse gleich sind, dass sie sich in einigen Punkten unterscheiden oder dass sie nur für den Mittleren Schulabschluss formuliert sind. Zum Beispiel ist die Beschreibung

rechnen mit natürlichen, ganzen und rationalen Zahlen, die im täglichen Leben vorkommen, sowohl zur Kontrolle als auch im Kopf ...

für den Ersten Schulabschluss und für den Mittleren Schulabschluss gleich. Unterschiedliche Beschreibungen gibt es beispielsweise bei den Zahlbereichserweiterungen. Hier ist die Beschreibung der Notwendigkeit von Zahlbereichserweiterungen von \mathbb{Q} nach \mathbb{R} nur für den Mittleren Schulabschluss

vorgesehen. Eine Kompetenzbeschreibung für den Mittleren Schulabschluss, zu der es keine Entsprechung für den Ersten Schulabschluss gibt, ist beispielsweise das Nutzen sinntragender Vorstellungen von reellen Zahlen.

Insgesamt sind die Bildungsstandards für den Primarbereich, den Ersten Schulabschluss und den Mittleren Schulabschluss nun detaillierter und kohärenter, insbesondere die Kompetenzen zur Integration digitaler Medien konkreter. Damit ist das Ziel verbunden, dass die Lehrpläne der Länder entsprechend weiterentwickelt werden und dies positive Auswirkungen auf Unterricht und Prüfungen hat. Die Implementierung der weiterentwickelten Bildungsstandards in Mathematik ist laut Beschluss der KMK in den Ländern daran ausgerichtet, dass die Überprüfung des Erreichens der Standards im IQB-Bildungstrend in Klasse 4 erstmals 2027 und in Klasse 9 erstmals 2030 auf Basis von Testaufgaben erfolgt, die auf den weiterentwickelten Bildungsstandards basieren.

Die aktuellen Bildungsstandards sind unter www.kmk.org/themen/qualitaetssicherung-in-schulen/bildungsstandards.html verfügbar.

Bärbel Barzel, Universität Duisburg-Essen
E-Mail: baerbel.barzel@uni-due.de

Hedwig Gasteiger, Universität Osnabrück
E-Mail: hedwig.gasteiger@uni-osnabrueck.de

Gilbert Greefrath, Westfälische Wilhelms-Universität Münster
E-Mail: greefrath@wwu.de

Norbert Maritzen, IQB, Humboldt-Universität zu Berlin
E-Mail: iqboffice@iqb.hu-berlin.de

Marcus Nührenböcker, Westfälische Wilhelms-Universität Münster
E-Mail: nuehrenboerger@uni-muenster.de

Petra Stanat, IQB, Humboldt-Universität zu Berlin
E-Mail: iqboffice@iqb.hu-berlin.de

Dieser Beitrag ist zuerst in den *Mitteilungen der Deutschen Mathematiker-Vereinigung* 30 (2022), 208–211, erschienen.