

## Arbeitskreis: Vernetzungen im Mathematikunterricht

Karlsruhe/Online, 22. 4. 2023

Astrid Brinkmann, Matthias Brandl und Thomas Borys

Die 13. Tagung des Arbeitskreises „Vernetzungen im Mathematikunterricht“ sollte am 22. 4. 2023 in Präsenz in Karlsruhe stattfinden; sie wurde von Thomas Borys organisiert. Allerdings führte ein Streik der Bahn dazu, dass sie online durchgeführt werden musste. Nichtsdestotrotz war das Vortragsangebot wieder vielfältig und interessant. Es wurden aktuelle Forschungsarbeiten und Projekte vorgestellt und diskutiert.

Die Vorträge mit Abstracts und Diskussionsbeiträgen des Tagungsprogramms waren:

*Mutfried Hartmann und Thomas Borys (Karlsruhe): Fermi-Graphen bewerten*

Mit einem Fermi-Graphen können Lösungen von Fermi-Aufgaben visualisiert werden. Dabei handelt es sich um einen gerichteten Graphen, dessen Kanten den erhaltenen Teilergebnissen und dessen Knoten den verschiedenen Lösungsaktivitäten entsprechen. Eines der zentralen Ziele bei der Entwicklung von Fermi Graphen ist es, die Komplexität von Lösungen visualisieren zu können und so indirekt Informationen über die Schwierigkeit von Fermi-Aufgaben zu gewinnen. Die Schwierigkeit oder Komplexität einer Fermi-Aufgabe hängt von vielen Faktoren ab. Unabhängig davon haben Fermi-Aufgaben jedoch spezifische Merkmale, die bestimmte Hinweise auf deren Schwierigkeit geben können. Auch wenn sich die Lösungen unterscheiden, weisen die meisten Fermi-Aufgaben über viele Lösungen hinweg ähnliche Strukturen auf. Diese Muster geben zum einen Aufschluss über die zu erwartende Vielfalt der Lösungen und zum anderen über die zu erwartende strukturelle Komplexität der Lösungen. Neben der grafischen Struktur, die auf den ersten Blick auch visuell gut wahrnehmbar ist, können aus dem Fermi-Graphen auch entsprechende Kennwerte gebildet werden.

Es wurden Möglichkeiten der Kennwertbildung (u. a. in Vektordarstellung mit gewichteten Koordinaten) vorgeschlagen und zur Diskussion gestellt.

*Matthias Brandl (Passau): Vernetzung durch Digitale Interaktive Mathematische Maps*

Es wurden die an der Passauer Professur für Didaktik der Mathematik im Rahmen der Qualitätsoffensive Lehrerbildung (BMBF, Teilprojekt Mathematik in den Passauer Projekten SKILL & SKILL.de)

entwickelten „Digitalen Interaktiven Mathematischen Maps“ (DIMM) vorgestellt und hinsichtlich ihrer Funktionalitäten erläutert. Die DIMM sind als vernetzendes Lehr-Lern-Werkzeug online frei unter [math-map.fim.uni-passau.de](http://math-map.fim.uni-passau.de) verfügbar. Aktuell gibt es die Maps für Geometrie, Algebra und Analysis, jeweils in den Sprachen Deutsch und Englisch; eine spanische Version ist in Arbeit. Sie illustrieren in einer dreidimensionalen Netzstruktur die historische Entwicklung verschiedener mathematischer Gebiete und stellen die mathematischen Errenschaften auch in Hinblick auf ihre Verwandtschaft relativ zueinander dar. Die Knoten des Netzes sind mit Inhalten zu den beteiligten Mathematikerinnen und Mathematikern sowie Hinweisen zum mathematischen Sachzusammenhang und weiterführenden Links zu anderen frei verfügbaren Webseiten, Videos und Aufgaben versehen. Die DIMM wurden zuletzt in zwei Kursen zu Geometrie und Analysis an der Universität Karlstad, Schweden, eingesetzt und evaluiert.

*Michael Bürker (Tübingen): Einige Aspekte des rechtwinkligen Dreiecks in Antike und Gegenwart*  
Da der Autor an einem fast fertigen Buchprojekt „Von Eratosthenes bis Einstein – eine mathematische Zeitreise durch die Geschichte unseres Weltbilds“ arbeitet (das Buch soll in nicht allzu ferner Zeit im Springer-Verlag erscheinen) wird hier ein kleiner Ausschnitt behandelt, bei dem das rechtwinklige Dreieck im Fokus steht.

Das rechtwinklige Dreieck spielt bereits in der Frühgeschichte der Mathematik eine wichtige Rolle. Der allseits bekannte Satz des Thales, dass der „Winkel im Halbkreis ein Rechter ist“ macht den Anfang, wobei über die Person des Thales außer seinem Herkunftsort Milet nur wenig bekannt ist: Er gilt als einer der Sieben Weisen der antikk-griechischen Welt und soll eine Sonnenfinsternis im Jahr 585 v. Chr. vorausgesagt haben, was durch Herodot überliefert ist. Dies wird von manchen Historikern bezweifelt, von anderen aber durchaus für möglich gehalten, wie Rink und Hansen an Hand der an Goldhüten aus dem bronzezeitlichen Mitteleuropa codierten astronomischen Informationen zeigen. Wichtiger noch ist, dass Thales am Anfang der abendländischen Philosophiegeschichte steht

und zusammen mit Anaximander und Anaximenes erste Gedanken zur Astronomie und Natur im Sinne rationalen Denkens entwickelt hat.

Über Pythagoras als zweitem im Zusammenhang mit dem rechtwinkligen Dreieck bekannten Denker weiß man mehr, vor allem war er Gründer einer religiös-philosophischen Gemeinschaft, in der Personen herausragen, die zum Beispiel die Existenz irrationaler Zahlen – damals geometrisch formuliert – erkannt haben. Darüber hinaus haben sich die Pythagoreer mit Musik und mit der Harmonie im Kosmos beschäftigt, aber auch mit zahlentheoretischen Eigenschaften der Pythagoreischen Zahlentripel. Interessant ist, dass bereits in Euklids „Elemente“ eine Figur zu einem geometrischen Beweis des nach Pythagoras benannten Satzes steht.

Schließlich springen wir im Sinne vernetzten Denkens weit in andere Zeiten und Fächer zu Einsteins spezieller Relativitätstheorie, wo das gewohnte Denken über Raum und Zeit umgestülpt und nur noch in der von der Konstanz der Lichtgeschwindigkeit geprägten Raumzeit als Union der beiden vorher getrennt behandelten Begriffe gedacht wird. Um die merkwürdigen Effekte dieser Theorie anschaulich erfassen zu können, werden keine Transformationsformeln verwendet, sondern vorhandene Symmetrien maximal ausgenutzt, um diese an modifizierten Minkowski-Diagrammen darzustellen. Dabei spielt das rechtwinklige Dreieck wieder eine maßgebliche Rolle, weil die Hypotenuse für die Eigenzeit bzw. Eigenlänge steht und die um den Faktor  $(1 - \beta^2)^{0,5}$  kleinere Kathete ( $\beta = \frac{v}{c}$ ) die entsprechende verkürzte Zeitdauer (Zeitdilatation im bewegten System) bzw. die kontrahierte Länge darstellt.

Weitere Tagungsordnungspunkte betrafen Informelles bzw. Organisatorisches:

- Als Sprecher des Arbeitskreises wurden einstimmig Matthias Brandl und Thomas Borys gewählt.
- Planung der nächsten Tagungen: Walter Paravicini und Michael Bürker übernehmen die Organisation der 14. Tagung des Arbeitskreises, die voraussichtlich im Frühjahr 2024 an der Universität Tübingen stattfinden wird. Neben einer internen AK-Sitzung ist geplant, auch einen Lehrerfortbildungstag anzubieten. Nähere Infos sind zu finden unter: [www.math-edu.de/Vernetzungen/Tagungen.html](http://www.math-edu.de/Vernetzungen/Tagungen.html)
- Schriftenreihe „Mathe vernetzt – Anregungen und Materialien für einen vernetzten Mathematikunterricht“ des Arbeitskreises, herausgegeben von Astrid Brinkmann:
  - Band 7 ist erschienen, er wurde von Thomas Borys, Matthias Brandl und Astrid Brinkmann

herausgegeben. Dieser Band verfügt über ein vielfältiges Angebot, welches von Unterrichtsmethoden zu vernetzendem Unterricht über mögliche inhaltliche Vernetzungen bis hin zum Fördern des vernetzten Denkens reicht. Eine kurze Beschreibung ist zu finden bei MUED unter [tinyurl.com/bdeatj2c](http://tinyurl.com/bdeatj2c).

Ein ausführliches Inhaltsverzeichnis mit Abstracts steht auf der Seite [tinyurl.com/5cvct6uy](http://tinyurl.com/5cvct6uy).

- Band 8 ist in der Planung. Autoren, die einen Artikel für die Schriftenreihe anbieten möchten, wenden sich bitte an Astrid Brinkmann: [astrid.brinkmann@math-edu.de](mailto:astrid.brinkmann@math-edu.de). Informationen und Formatvorlage findet man unter [www.math-edu.de/Vernetzungen/Schriftenreihe.html](http://www.math-edu.de/Vernetzungen/Schriftenreihe.html).

Das gesamte Tagungsprogramm und weitere Informationen zu den Tagungen des Arbeitskreises können im Internet unter der Adresse [www.math-edu.de/Vernetzungen/Tagungen.html](http://www.math-edu.de/Vernetzungen/Tagungen.html) abgerufen werden. Allgemeine Informationen zum Arbeitskreis „Vernetzungen im Mathematikunterricht“ findet man unter [www.math-edu.de/Vernetzungen.html](http://www.math-edu.de/Vernetzungen.html)

Interessierte sind als weitere Mitglieder herzlich willkommen. Bitte wenden Sie sich ggf. an die Sprecher des Arbeitskreises Matthias Brandl [matthias.brandl@uni-passau.de](mailto:matthias.brandl@uni-passau.de) oder Thomas Borys [thomas.borys@ph-karlsruhe.de](mailto:thomas.borys@ph-karlsruhe.de).

Astrid Brinkmann, Iserlohn  
E-Mail: [astrid.brinkmann@math-edu.de](mailto:astrid.brinkmann@math-edu.de)

Matthias Brandl, Universität Passau  
E-Mail: [matthias.brandl@uni-passau.de](mailto:matthias.brandl@uni-passau.de)

Thomas Borys, PH Karlsruhe  
E-Mail: [thomas.borys@ph-karlsruhe.de](mailto:thomas.borys@ph-karlsruhe.de)