

# Arbeitskreis: Mathematiklehren und -lernen in Ungarn und Arbeitskreis: Problemlösen

Budapest, 28.–29. 9. 2023

Gabriella Ambrus, Benjamin Rott und Johann Sjuts

Das berühmte Alfréd Rényi Institut für Mathematik in Budapest war Ort der gemeinsamen Herbsttagung der GDM-Arbeitskreise „Mathematiklehren und -lernen in Ungarn“ sowie „Problemlösen“ am 28./29. September 2023. 28 Personen aus Ungarn, Deutschland, Österreich und Rumänien nahmen an dem Treffen teil, das unter dem Rahmenthema „Problemlösen in Mathematik. Impulse aus der ungarischen Tradition“ stand.

Nach Eröffnung der Tagung am Nachmittag des ersten Tages, dem Hauptvortrag und einem Teil der Kurzvorträge, traf sich die Gruppe zu einem gemeinsamen Abendessen (in einem nahegelegenen Restaurant), bei dem die Diskussionen und Gespräche in angenehmer Atmosphäre fortgesetzt wurden. Am zweiten Tag standen der übrige Teil der Kurzvorträge, eine Posterpräsentation zum Leben und Werk von János Bolyai sowie die turnusmäßige Sitzung des Arbeitskreises „Mathematiklehren und -lernen in Ungarn“ auf dem Programm. Die Tagung endete am späten Nachmittag.

Im Folgenden fassen wir die Inhalte der Tagung kurz zusammen:

## 1 Eröffnung (Gabriella Ambrus und Ödön Vancsó, Budapest)

Gabriella Ambrus und Ödön Vancsó, Leiter des Mathematikdidaktischen Zentrums an der Eötvös Loránd Universität Budapest, begrüßen die ange-reisten Gäste, die sich zu der lange geplanten gemeinsamen Tagung der beiden GDM-Arbeitskreise in der ungarischen Hauptstadt eingefunden haben. Ein besonderer Dank für die Unterstützung bei der Organisation der Tagung gilt der Leitung und den beteiligten Beschäftigten des Alfréd Rényi Instituts.

## 2 Hauptvortrag „On mathematical talent-nurturing in Hungary“ (Péter Juhász, Budapest)

Abstract: In Hungary, there is a long tradition of mathematical talent nurturing. Already at the end of the 19th century, a monthly journal was established to give the chance for high school students to think about harder mathematical problems. Even before the World War II, some mathematical competitions for secondary school and university students had been launched. In the 1960s, a national network

of math circles was introduced and more and more competitions were organised. In the late-1980s, Lajos Pósa organized his first legendary weekend math camp, and after the change of regime, more exciting forms of talent nurturing were launched.

This talk will focus on the most important activities of today: weekend math camps, summer math camps, the Erdős School, the Flying School, and math camps and mentor system organized for girls.

## 3 Kurzvorträge

### 3.1 „Sinn oder Unsinn? ChatGPT beim Lösen von Aufgaben und Problemen in Mathematik“ (Johann Sjuts, Osnabrück)

Abstract: Die Verwendung von ChatGPT für mathematische Aufgaben hat Vor- und Nachteile. Einerseits bieten sich neue Möglichkeiten zum Verständnis von Aufgaben- und Problemlösungen, andererseits bestehen nicht unerhebliche Schwächen bei fehlerhaften und unverlässlichen ChatGPT-Antworten. Der Mathematikunterricht steht vor der Herausforderung, für einen verantwortungsvollen Einsatz von KI-Chatbot-Systemen zu sorgen.

### 3.2 „Grundschulkindern entschlüsseln „neue“ Rechenoperationen – Mathematisches Experimentieren mit Excel“ (Daniela Afßmus & Torsten Fritzlär, Halle-Wittenberg)

Abstract: Erkundungsprobleme laden oft zum mathematischen Experimentieren ein. Unter Nutzung einer Lernumgebung in Excel zum Entschlüsseln vorprogrammierter Rechenoperationen zeigen wir, dass experimentelles mathematisches Arbeiten bereits im Grundschulalter möglich ist und sich typische Prozessschritte mathematischen Experimentierens in den Lösungsversuchen mathematisch interessierter Dritt- und Viertklässler:innen identifizieren lassen.

### 3.3 „Satz des Thales: Werkzeug oder Gegenstand des Unterrichts?“ (Emese Vargyas, Leipzig)

Abstract: Der Satz des Thales ist einer der wenigen elementargeometrischen Sätze, die noch in allen Bundesländern verbindlich vorgeschrieben sind. Auch wenn die Einstiegsaufgaben unterschiedlicher Lehrbücher in das Thema „Satz des Thales“ variieren, der darauffolgende Beweis ist fast immer

derselbe. Ziel des Vortrags ist es, alternative Wege sowohl zum Satz des Thales als auch zu seiner Umkehrung aufzuzeigen. Erfahrungen aus der Lehramtsausbildung sowie aus der Begabtenförderung runden den Vortrag ab.

3.4 *„Der Gemeinsame Nenner ist George Pólya“*  
(András Ambrus, Budapest)

Abstract: Problemlösen im Mathematikunterricht ist seit langem das gemeinsame Forschungsthema in der deutschen und ungarischen Mathematikdidaktik. In unserem Vortrag werden wir unterschiedliche Realisierungen von Pólyas Ideen im Schulunterricht kurz präsentieren – Mathe Netz Lehrbuchserie Deutschland, Lehrbuch für Klasse 6. Ungarn.

3.5 *„Unterschiedliche Traditionen des Argumentierens in verschiedenen deutschen Bundesländern und Ungarn – ein Vergleich von Schulbüchern mit Bezug zum Sinussatz“* (Kinga Szűcs, Erfurt)

Abstract: Es wurde in drei deutschen Bundesländern (Thüringen, Sachsen-Anhalt und Bayern) sowie in Ungarn untersucht, wie der Sinussatz als einer der zentralen Sätze der Trigonometrie in Lehrbüchern dargestellt wird. Aus dem Umfang und Inhalt beweisbezogener Aufgaben sowie der Art und Weise der Präsentation des Sinussatzes und seines Beweises wurden Rückschlüsse auf die Bedeutung des Argumentierens in den genannten drei Bundesländern und Ungarn gezogen.

3.6 *„Die Rolle von Mitschriften beim Problemlösen im informatischen Escape-Game ‚Room-X‘“*  
(Alexander Hacke, Potsdam)

Abstract: Es wurde die Rolle von Mitschriften im Problemlöseprozess von Schülerinnen und Schülern während des Informatik-orientierten Escape Games ‚Room-X‘ untersucht. Die Ergebnisse zeigen, dass Mitschriften oft nur als Gedächtnisstütze genutzt werden und weniger zur Strukturierung des Problems. Die Studie betont die Wichtigkeit effektiver Notizstrategien in der Informatikbildung, um den Ansprüchen im Problemlöseprozess gerecht zu werden.

3.7 *„Entwicklung eines interdisziplinären Codiermanuals zur Charakterisierung mathematischer und informatischer Problemlöseprozesse“* (Ken Oehler, Frankfurt/Main)

Abstract: Selbst in der noch jungen Problemlöseforschung der Informatikdidaktik findet George Pólyas normatives 4-Phasen-Modell Anwendung, um informatische Problemlöseprozesse zu charakterisieren – jedoch ohne fachspezifische Legitimation. Letztere soll für bereits bestehende und zukünftige Problemlösestudien in der Informatikdidaktik

durch die Entwicklung eines interdisziplinären Problemlösemodells, basierend auf einem aktuellen Pólya-verwandten, mathematischen Modell, bereitgestellt werden. Die Entwicklung des zugrundeliegenden Codiermanuals ist Gegenstand dieses Artikels.

3.8 *„Worum geht es in den Textaufgaben?“* (Gabriella Ambrus, Budapest)

Abstract: Die Grundsituation der Textaufgabe, ihr Auftreten in der Aufgabe und ihr Bezug zur Realität und zum Alltag können vielfältig sein. Es lohnt sich, über das Wesen dieser Beziehungen und ihre didaktischen Implikationen nachzudenken. Etwa darüber, ob die Aufgaben, die wir als „Typenaufgabe“ bezeichnen würden, wirklich solche sind, oder darüber, welche didaktische Rolle eine geeignete „Einkleidung“ eines mathematischen Inhalts haben kann. Im Mittelpunkt des Vortrags stehen die genannte Grundsituation und die Formulierungen, anhand derer sich die Textaufgaben in mehrere Kategorien einordnen lassen. Dabei wird auch das Auftreten von Textaufgaben in ungarischen Lehrbüchern zur Sprache kommen.

3.9 *„Umgang mit Schülerfehlern beim Problemlösen – ein Promotionsprojekt aus dem Primarbereich“*  
(Yasmin Theile, Köln)

Abstract: Eine Voraussetzung für einen fehlerbezogenen Lernprozess ist das Erkennen von Fehlern und ein produktiver Umgang mit diesen. Vielen Lernenden gelingt dies jedoch bei der Bearbeitung von Problemen noch nicht. Somit ist eine Unterstützung durch die Lehrkraft bedeutsam. In der vorgestellten Studie wird daher untersucht, wie Grundschullehrkräften mit Schülerfehlern im problemorientierten Unterricht umgehen. Erste Ergebnisse zeigen zwölf identifizierte Umgangsformen mit verschiedenen Schwerpunkten (z. B. strategische oder inhaltliche Hilfen).

3.10 *„Ein Erfolgsmaß bei der Aufgabe, die Winkelsumme des Sternfünfecks zu bestimmen“*  
(Lilli Schonebeck & Thomas Gawlick, Hannover)

Abstract: Dyaden von Lehramtsstudierenden haben sich mit der Aufgabe befasst, die Innenwinkelsumme eines Sternfünfecks zu bestimmen. Anhand dieser Aufgabe wurde ein problemlösespezifisches Erfolgsmaß entwickelt, welches die Bearbeitungsschritte gewichtet. Dies kann sowohl durch das nötige kognitive Niveau im Sinne der drei Anforderungsbereiche erfolgen als auch durch das Ausmaß des (wahrnehmbaren) problemlösenden Denkens. Somit fließt in dieses Maß sowohl der Bearbeitungserfolg als auch das kognitive Niveau beim Erreichen desselben ein.

3.11 „Gemeinsamkeiten der Forschungsfelder zum Problemlösen und zum Fehlerklima im Mathematikunterricht: Ergebnisse eines Literaturreviews“ (Hendrik Streit, Köln)

Abstract: Das Vorherrschen eines positiven Fehlerklimas ist für den Mathematikunterricht überaus bedeutsam. Dies gilt insbesondere für den Problemlöseunterricht. In der Literatur zum Problemlösen wird das Fehlerklima dennoch nur selten berücksichtigt. Für eine zukünftige Berücksichtigung sprechen erste Ergebnisse eines Literaturreviews, die zeigen, dass es viele Faktoren gibt, die sowohl für ein positives Fehlerklima als auch für einen gelungenen Problemlöseunterricht sprechen.

3.12 „Die Untersuchung von reflexiver Abstraktion beim Thema ‚Exponentielle und logarithmische Gleichungen‘“ (Emese Kása, Debrecen)

Abstract: Unser Forschungsobjekt war die Bestimmung der Stufe der Abstraktionsfähigkeiten nach dem APOS-Modell (action-process-object-schema) und nach den Stufen von Cifarelli (recognition, representation, structural abstraction, structural awareness). Wir haben die Untersuchung in einer 11. Klasse zum Thema exponentielle und logarithmische Funktionen, Gleichungen, Ungleichungen, Gleichungssysteme und Textaufgaben durchgeführt.

3.13 „Untersuchung einer Gruppenarbeit beim Lehren exponentieller und logarithmischer Gleichungen“ (Ágota Figula, Debrecen)

Abstract: In unserer Forschung haben wir untersucht, wie Schülerinnen und Schüler einer 11. Klasse, die verschiedene Abstraktionsstufen haben, in der Gruppenarbeit mit anderen kommunizieren und Textaufgaben lösen. Diejenigen, die vorher eine schwächere Leistung zeigten, erreichten bessere Ergebnisse, wenn ihre Peers ihnen den Lehrstoff erklärten.

3.14 „Problemlösetypen bei der Aufgabe, die Winkelsumme des Sternfünfecks zu bestimmen“ (Hannah Schlich & Thomas Gawlick, Hannover)

Abstract: Bei der Aufgabe, die Innenwinkelsumme des Sternfünfecks zu bestimmen, konnten drei Typen unvorteilhafter Lösungsverläufe identifiziert werden: der planlose Typ, der engstirnige Typ und der zweifelnde Typ. Es wird versucht, diese durch die Angemessenheit des Wechselverhaltens sensu Heinrich sowie die Schnelligkeit der Ansatzfindung zu charakterisieren.

3.15 „Face of János Bolyai“ (Tünde Kántor, Debrecen)

Abstract: 200 years ago, on 3 November 1823, János Bolyai wrote his famous letter to his father about his geometrical discovery: *From nothing I have created a new different world*. We explain two different interpretations of the word *face* in case of Bolyai.

3.16 „The development of school problem-solving methods – from pre-algebraic tools to linear equation systems – through a word problem“ (Marianna Pintér, Budapest)

Abstract: I will follow the solution of the same word problem, starting from the second grade manual activity, until solving it with a system of linear equations with two unknowns in the ninth grade, which prepares for Gauss elimination. Each step represents methods learned in different grade: second grade, fourth grade, sixth grade, eighth grade, and finally ninth grade. The superimposition of the individual methods is easy to follow and is in line with the Brunner learning model.

3.17 „Principal Aspects of the Transition from Arithmetic to Algebra – An Analysis of Hungarian Lower Secondary School Mathematics Textbooks“ (Zsolt Fülöp, Budapest)

Abstract: Our main aim is to analyse Hungarian mathematics textbooks, focusing on the transition from arithmetic to algebra in lower secondary education. Textbooks play an important role in shaping teaching methods and learning experiences. The transition from arithmetic to algebra involves a shift from procedural to structural thinking, with an emphasis on generalisation. Our study examines tasks and exercises in textbooks related to quantitative reasoning, generalisation of arithmetic operations, functional relations, symbolic representations and the transformation of word problems into algebraic equations.

#### 4 Bericht und Aussprache über die Aktivitäten des Arbeitskreises „Mathematiklehren und -lernen in Ungarn“ (Gabriella Ambrus, Budapest, Johann Sjuts, Osnabrück)

- Zu den Zielsetzungen des Arbeitskreises gehören Veröffentlichungen über erfolgreiche ungarische mathematikdidaktische Traditionen, die Verbesserung des Mathematikunterrichts in Ungarn, die Verbesserung der Situation der Mathematikdidaktik als selbständige Wissenschaft in Ungarn sowie die Verstärkung von gemeinsamen Forschungen und Publikationen in Ungarn und in deutschsprachigen Ländern. Der Arbeitskreis besteht seit 2015, die Mitglieder kommen aus vielen Ländern. Sie fühlen sich einer – wie in Ungarn langjährig bestehenden – gesellschaftlichen Tradition verbunden, in der Mathematik eine hohe kulturelle und wissenschaftliche Bedeutung hat.
- Gabriella Ambrus und Johann Sjuts werden in ihren Sprecherteam-Ämtern bestätigt.



Teilnehmende der Herbsttagung in Budapest, 29. September 2023 (Foto: privat)

## 5 Kurzinformationen zum Arbeitskreis „Problemlösen“ (Benjamin Rott, Köln)

Das nächste Treffen des Arbeitskreises „Problemlösen“ findet im Rahmen der kommenden GDM-Jahrestagung vom 4. bis zum 8. März 2024 in Essen statt, und zwar am 7. März 2024 (14.00–15.30 Uhr). Dann stehen auch die planmäßigen Wahlen für das Sprecherteam an.

## 6 Bericht zu der von Éva Vásárhelyi und Johann Sjuts herausgegebenen Buchreihe „Mathematiklehren und -lernen in Ungarn“ (Johann Sjuts, Osnabrück)

Erschienen sind bisher fünf Bände:

- Band 1 „Auch wenn A falsch ist, kann B wahr sein. Was wir aus Fehlern lernen können. Ervin Deák zu Ehren“ (2019)
- Band 2 „Komplexer Mathematikunterricht. Die Ideen von Tamás Varga in aktueller Sicht“ (2020)
- Band 3 „Theoretische und empirische Analysen zum geometrischen Denken“ (2021)
- Band 4 „Mathematische Zeitschriften und Wettbewerbe für Kinder und Jugendliche“ (2022)
- Band 5 „Mathematik und mathematisches Denken – Ansprüche und Anforderungen vor, in und nach der Schule“ (2023)

Die vorläufigen Arbeitstitel der nächsten Bände lauten:

- „Mathematikdidaktische Impulse aus Vergangenheit und Gegenwart“

- „Schlüssel zum Erfolg: Kognitive und metakognitive Prozesse beim Verstehen von Mathematik“
- „Zum Erklären von Mathematik in Wort, Bild und Zeichen“
- „Grenzen überqueren, Horizonte erweitern: Mathematikdidaktik im Crossover mit anderen Disziplinen“

Für weitere Informationen dazu stehen Éva Vásárhelyi (E-Mail: [vasareva@gmail.com](mailto:vasareva@gmail.com)) und Johann Sjuts (E-Mail: [sjuts-leer@t-online.de](mailto:sjuts-leer@t-online.de)) zur Verfügung.

## 7 Sonstiges

Während der GDM-Jahrestagung vom 4. bis zum 8. März 2024 in Essen soll die nächste Zusammenkunft des Arbeitskreises „Mathematiklehren und -lernen in Ungarn“ am 7. März 2024 (14.00–15.30 Uhr) stattfinden.

Das 9. Arbeitskreis-Herbsttreffen ist für Ende September 2024 (Wochentage: Freitag/Samstag) vorgesehen.

Gabriella Ambrus, Eötvös Loránd Universität Budapest  
E-Mail: [ambrus.gabriella@ttk.elte.hu](mailto:ambrus.gabriella@ttk.elte.hu)

Benjamin Rott, Universität zu Köln  
E-Mail: [benjamin.rott@uni-koeln.de](mailto:benjamin.rott@uni-koeln.de)

Johann Sjuts, Universität Osnabrück  
E-Mail: [sjuts-leer@t-online.de](mailto:sjuts-leer@t-online.de)