

- Schick, K., Reiser, S., Mosene, K., Schacht, L., Jansen, L., Thomm, E., Dinkel, A., Fleischmann, A., Berberat, P. O., Bauer, J., & Gartmeier, M. (2020) How can communicative competence instruction in medical studies be improved through digitalization?. *GMS Journal for Medical Education*, 37(6).
- Seidel, T., Blomberg, G., & Renkl, A. (2013). Instructional strategies for using video in teacher education. *Teaching and Teacher Education*, 34, 56–65.
- Stegmann, K., Pilz, F., Siebeck, M., & Fischer, F. (2012). Vicarious learning during simulations: is it more effective than hands-on training? *Medical Education*, 46(10), 1001–1008.
- Steinweg, A. S. (2020). Muster und Strukturen: Anschlussfähige Mathematik von Anfang an. In H.-S. Siller, W. Weigel & J. F. Wörlner (Hrsg.), *Beiträge zum Mathematikunterricht 2020*. 54. Jahrestagung der Gesellschaft für Didaktik der Mathematik (S. 39–46). WTM-Verlag.
- Stürmer, K., Marczyński, B., Wecker, C., Siebeck, M., & Ufer, S. (2021). Praxisnahe Lerngelegenheiten in der Lehrerbildung – Validierung der simulationsbasierten Lernumgebung DiMaL zur Förderung diagnostischer Kompetenz von angehenden Mathematiklehrpersonen. In N. Beck, T. Bohl, & S. Meissner (Hrsg.), *Vielfältig herausgefordert. Forschungs- und Entwicklungsfelder der Lehrerbildung auf dem Prüfstand* (S. 57–72). Tübingen: Tübingen University Press.
- Thiele, H. (1981). *Lehren und Lernen im Gespräch. Gesprächsführung im Unterricht*. Verlag Julius Klinkhardt.
- Weil, M., Gröschner, A., Schindler, A.-K., Böheim, R., Hauk, D., & Seidel, T. (2020). *Dialogische Gesprächsführung im Unterricht. Interventionsansatz, Instrumente und Videokodierungen*. Waxmann.
- Wunderlich, A. (2016). Constructive Alignment: Lehren und Prüfen aufeinander abstimmen. www.th-koeln.de/mam/downloads/deutsch/hochschule/profil/lehre/steckbrief_constructive_alignment.pdf
- Wittmann, E. C., & Müller, G. N. (2004). *Das Zahlenbuch, Lehrerband 1. Schuljahr*. Klett.
- Nadine Böhme, Universität Erfurt
E-Mail: nadine.boehme@uni-erfurt.de

Aushandlungs- und Argumentationsprozesse fördern durch den Einsatz generativer KI-Sprachmodelle beim schulischen Mathematiklernen? Erste Einsichten und Perspektiven aus der Empirie

Frederik Dilling, Kathrin Holten, Felicitas Pielsticker und Ingo Witzke

Im Sinne eines konstruktivistischen Lernmodells, welches sich mit Fragen nach der Voraussetzung für Erkenntnis und der Entwicklung von Wissen befasst, spielt die Beschreibung von Lehr-Lern-Prozessen eine wichtige Rolle. Arbeiten von Heinrich Bauersfeld, Götz Krummheuer und Jörg Voigt haben für die Mathematikdidaktik eine weithin akzeptierte konstruktivistische Auffassung grundgelegt. Dabei kann herausgestellt werden, dass entsprechend dieser Arbeiten vor allem soziale Interaktionen der im Unterricht beteiligten Personen die Wissensentwicklungsprozesse bestimmen. Dabei bilden „kulturelle und soziale Aspekte keine Randbedingungen des Mathematiklernens [...], sondern wesentliche Eigenschaften“ (Voigt, 1994, S. 79–80). Die wichtigste Funktion für eine Bedeutungskonstruktion der Lernenden im Mathematikunterricht hat damit die Kommunikation zwischen den am Unterricht beteiligten Personen. Dabei wird der Kommunikationsbegriff sehr weit gefasst und ver-

standen als jede Form der gegenseitigen Wahrnehmung und Interpretation (Bauersfeld, 2000). Entsprechend eines konstruktivistischen Lernmodells weisen die (mathematischen) Objekte des Unterrichtsgesprächs, die in den subjektiven Erfahrungswelten der Beteiligten entwickelt wurden, individuell verschiedene Bedeutungen auf. Eine solche Mehrdeutigkeit der Objekte bleibt im Unterrichtsgespräch durchaus eine längere Zeit bestehen und kann auch dann vorliegen, wenn dieselben Worte benutzt werden (Krummheuer, 1983). Diese Mehrdeutigkeit der Objekte bildet die Grundlage für eine sogenannte „negotiation of meaning“ (Cobb & Bauersfeld, 1995, S. 295), einen Bedeutungsaushandlungsprozess, in dem die Individuen miteinander kommunizieren und eine als geteilt geltende Bedeutung (in intersubjektiver Übereinstimmung) entwickeln. Damit wird eine mathematische Bedeutung von den handelnden Individuen in der Interaktion gebildet bzw. weiter ausgebildet.

Kommen in einen auf diese Weise aufgefassten Mathematikunterricht (digitale) Medien und insbesondere Kommunikationsmedien wie generative KI-Sprachmodelle hinein, scheinen Lehrpersonen und Lernende vor neuen Herausforderungen zu stehen. So hält Hölzl (1994) fest:

[...] didaktisches Gleichgewicht: Mächtigere medientechnische Möglichkeiten auf der einen Seite verlangen mehr didaktische, gar ethische Anstrengungen auf der Lehrerseite. [...] Das vordringlichste Problem scheint [...], wie man zwischen intuitiver Schülervorstellung und mathematischer Perspektive vermitteln kann, und zwar so, dass anstelle des Scheingesprächs Aufklärung tritt. [...] Vielleicht lässt sich ja beides verbinden: Mathematiklernen mit dem Computer und ein Unterrichtsdiskurs, der eine konstruktivistische Grundlage besitzt (ebd., S. 224).

Damit stellt sich unweigerlich die Frage, welche Auswirkungen, welche Hausforderungen und Chancen bieten sogenannte Chatbots für ein didaktisches Gleichgewicht im Mathematikunterricht?

In den *GDM-Mitteilungen* 115 stellt unter Bezugnahme auf aktuelle Entwicklungen und den damit verbundenen „Hype“ auf generative KI-Sprachmodelle wie ChatGPT auch Hischer (2023) die Fragen nach zukünftigen didaktischen Herausforderungen für den Mathematikunterricht. Im Beitrag wird entlang eines beschriebenen Déjà-vu-Erlebnisses auf die Anfänge der 1990er Jahre verwiesen und auf die diskutierte Frage nach einer „Trivialisierung“ mathematischer Gebiete durch Software und Hardware aufmerksam gemacht. Was wird sich durch den Einsatz von generativen KI-Sprachmodellen ändern, was kann und wird bleiben und „wie ist dann damit sinnvollerweise in Schule und Hochschule umzugehen?“ (Hischer, 2023, S. 11). Vor diesen Fragen stehen laut Hischer (2023) auch die an heutigen mathematischen Lehr-Lern-Prozessen beteiligten Personen. Buchholtz et al. (2023) fokussieren in ihrem Beitrag vornehmlich auf problematische Aspekte für die Anwendung von generativen KI-Sprachmodelle am Beispiel des Chatbots ChatGPT-3.5 für die Mathematikdidaktik. Kritisch wird zum Beispiel die Verwendung von ChatGPT als Analysetool zur Evaluation von Schüler:innendaten bewertet. Das liegt vor allem daran, dass die durch den Chatbot genannten Punkte nicht ausführlich behandelt werden und auch auf Nachfrage lückenhaft bleiben. Als Chance und Herausforderung zugleich wird dagegen der Einsatz von Chatbots für wissenschaftliches Schreiben gesehen. Von den Autor:innen Buchholtz et al. (2023) wird darauf aufmerksam gemacht, dass man im Hinterkopf behalten sollte, dass Texte durch einen

Algorithmus erstellt werden und daher, mögen sie auch noch so plausibel erscheinen, auf Grundlage einer „Serie von Vermutungen erstellt“ (ebd., S. 23) werden. Die damit verbundene Unsicherheit genügt, so die Autor:innen, keinen wissenschaftlichen Ansprüchen, wobei dies für Personen ohne mathematikdidaktische Vorkenntnisse schwer ersichtlich sei. Konsequenzen ergeben sich im Sinne von Buchholtz et al. (2023) für die Qualitätssicherung von Zeitschriften. Es wird gefolgert, dass zukünftig wohl eher mehr Expertise bei der Begutachtung von wissenschaftlichen Texten benötigt wird als weniger, damit die Qualität dargestellter Informationen adäquat eingeschätzt werden kann. Kritisch wird zudem die Verwendung von ChatGPT im Rahmen des kreativen mathematischen Arbeitens gesehen. Zum einen, weil die Nutzung von Chatbots bisher (Stand: Verfassen des Artikels im Dezember 2022) sehr fehleranfällig sei, und zum anderen, weil Fähigkeiten zum (mathematischen) Problemlösen nur rudimentär ausgeprägt erscheinen. Deutliche Konsequenzen bei einer Verwendung von generativen KI-Sprachmodellen sehen die Autor:innen Buchholtz et al. (2023) bei Prüfungsformaten im Bereich der Didaktik an Universitäten. Langfristig wird über alternative Prüfungsformen nachzudenken sein. „Das bedeutet, dass sich Prüfungen ggf. stärker auf Mündlichkeit hin ausrichten müssen (z. B. durch Vorträge mit anschließendem Prüfungsgespräch) und der Schwerpunkt schriftlicher Prüfungen sich verlagern könnte hin zu stärker daten- oder situationsbasierten Prüfungsformaten, bei denen Studierende mathematikdidaktische Sachverhalte (z. B. aus gesehenem Unterricht oder anhand von Schüler:innenlösungen) kompetenzorientiert theoretisch einordnen müssen“ (S. 25). Buchholtz et al. (2023) sehen die Verwendung generativer KI-Sprachmodelle für schulische Bildungszusammenhänge bisher als fragwürdig an, was mit einer fehlenden Verlässlichkeit begründet wird. Dennoch geben die Autor:innen zu bedenken, dass dieses Medium Verbreitung bei Lehrenden und Lernenden finden wird und sich die Mathematikdidaktik dazu früher oder später verhalten muss. Eine Konsequenz daraus ist, dass es einen reflektierten Umgang mit dieser mächtigen Technologie geben sollte, was qualifiziertes Lehrpersonal nach sich zieht im Sinne der Kompetenz „mit Medien mathematisch arbeiten“ (KMK, 2022).

An obige mathematikdidaktische Diskussion soll dieser Artikel anknüpfen und einen Beitrag leisten zur Beschreibung von Anwendungsmöglichkeiten und Grenzen von generativen KI-Sprachmodellen in schulischen Bildungszusammenhängen. Als Fallbeispiel wird dazu der Einsatz des Chatbots ChatGPT-3.5 im Mathematikunterricht ei-

ner 7. Klasse in NRW diskutiert (vgl. Abschnitt *Kann ChatGPT Mathe? – Unterrichtsversuch zur Innenwinkelsumme im Dreieck*).

Hintergrund: Kommunikations- und Aushandlungsprozesse mit generativen KI Sprachmodellen

Bereits in den ersten zwei Monaten nach Veröffentlichung Ende November 2022 hatte der von OpenAI entwickelte Chatbot ChatGPT mehr als 100 Millionen Nutzende (Milmo, 2023). Der auf KI basierende Chatbot kann verschiedene Arten von Texten erstellen, bearbeiten und bewerten. Dabei sind die von ChatGPT generierten Antworten meist sehr nahe an denen, die von Menschen erstellt werden (Schulministerium NRW, 2023). Die Nutzung von ChatGPT ist nur mit einem Benutzerkonto unter anderem über die Internetseite chat.openai.com möglich (Hughes, 2023), wobei die Nutzenden mindestens 18 Jahre alt oder mit der Zustimmung der Eltern 13 Jahre alt sein müssen (OpenAI, 2023d). Nach der Anmeldung kann ChatGPT direkt genutzt werden (für ChatGPT-4.0 gibt es derzeit – Stand: 30. 11. 2023 – eine Warteliste). Auch wenn die Internetseite von ChatGPT vollständig englischsprachig ist, kann der Chatbot in verschiedenen Sprachen und aus verschiedenen Ländern verwendet werden (Santhosh et al.), darunter auch Deutschland (OpenAI, 2023b). Durch die Eingaben in den Chat, welche auch ‚Prompts‘ genannt werden, generiert ChatGPT umfangreiche Antworten. Dabei können die Antworten nicht nur ausformulierte Texte, sondern z. B. auch mathematische Gleichungen enthalten. Da die Antworten bei jedem Prompt neu generiert werden und auf Wahrscheinlichkeitsmodellen basieren, variieren sie selbst bei gleichbleibendem Prompt (Schulministerium NRW, 2023). Dabei ist es ChatGPT möglich, die „Zusammenhänge zwischen aufeinanderfolgenden Texteingaben zu berücksichtigen, sodass der Eindruck einer Unterhaltung entsteht“ (Schulministerium NRW, 2023, S. 4). Somit ‚erinnert‘ sich ChatGPT auch daran, was zu einem früheren Zeitpunkt im Chat geschrieben wurde.

Die kostenlose Version von ChatGPT basiert auf der Software GPT-3.5. Dabei steht ‚GPT‘ für ‚Generative Pre-trained Transformer‘ (auf Deutsch: generativer vortrainierter Transformer). Im Jahr 2018 veröffentlichte OpenAI die erste Version namens GPT. Seitdem wurde die Software immer wieder aktualisiert, wobei im März 2023 GPT-4 erschien. Auf GPT-4 basiert die Pro Version von ChatGPT, die monatlich USD \$20 (exklusive Steuer, Stand November 2023) kostet (Wu et al., 2023). Auf ChatGPT kann sowohl über die Internetseite als auch über die entsprechende App für iOS und Android zugegriffen werden (OpenAI, 2023a).

Nach unserer Einschätzung kann ChatGPT bei richtigem Einsatz trotz der oben angeführten Risiken und Herausforderungen ein Potential entfalten. Dafür muss der Chatbot aber „im Sinne der fachlichen und überfachlichen Kompetenzen“ (Schulministerium NRW, 2023, S. 7) eingesetzt werden. Lehrpersonen können unter anderem Aufgaben, Unterrichtsaktivitäten oder ganze Unterrichtsstunden erstellen lassen (Kasneci et al., 2023). Dabei können bei entsprechendem Prompt nicht nur die Inhalte der Aufgabenstellung, sondern auch pädagogische Konzepte oder formale Bedingungen wie die Länge der Unterrichtseinheit angegeben werden, um die erstellten Inhalte den Bedürfnissen der Schüler:innen individuell anzupassen (Kantereit, 2023). Von solch einer Personalisierung können die Schüler:innen auch bei ihrem individuellen Lernprozess profitieren. KI-Systeme wie ChatGPT können für sie zu einem „persönlichen Lernbegleiter und damit zu einem individualisierten Lern-Bot“ (Weßels, 2022) werden. ChatGPT könnte somit nicht nur Lernmaterialien für die Schüler:innen generieren, sondern diese auch individuell an den Lernstand der Schüler:innen anpassen, sie durch Feedback während des Lernprozesses unterstützen oder Lernpläne erstellen (Kantereit, 2023). Aber auch bei diesem Einsatz von textgenerierenden KI-Systemen wie ChatGPT gilt, dass die Schüler:innen die Inhalte nicht unreflektiert übernehmen dürfen und stattdessen die generierten Materialien auch auf Fehlinformationen oder Lücken überprüfen müssen (Schulministerium NRW, 2023). Zusätzlich muss trotz einer solchen Personalisierung des Lernprozesses beachtet werden, dass keine personenbezogenen Daten der Schüler:innen übertragen werden (OpenAI, 2023c).

Speziell für den Mathematikunterricht können wir zusätzlich berücksichtigen, dass die Antworten von ChatGPT trotz der möglichen Fehlinformationen im Mathematikunterricht sinnstiftend genutzt werden können, denn „auch in der Betrachtung des Falschen liegt eine Lernchance“ (Buchholtz et al., 2023, S. 25). Wenn die Schüler:innen die generierten Antworten kritisch hinterfragen, können sie das im Unterricht erworbene Wissen belastbar anwenden. So können sie auch die Fehler, die in den Antworten von ChatGPT möglicherweise enthalten sind, argumentativ aufzeigen und diese Fähigkeiten zur Argumentation weiter vertiefen (Lutz-Westphal, 2023). Sie werden dadurch „dafür sensibilisiert, dass eine intensive, detaillierte und kritische Auseinandersetzung mit den von künstlichen Intelligenzen gegebenen Antworten erforderlich ist“ (Brüggemann, 2023, S. 47). So können auch konzeptuelle Fähigkeiten wie logisches Denken oder das Verstehen mathematischer Zusammenhänge gefördert werden, da die generierten Lösungen bei passenden Prompts sehr

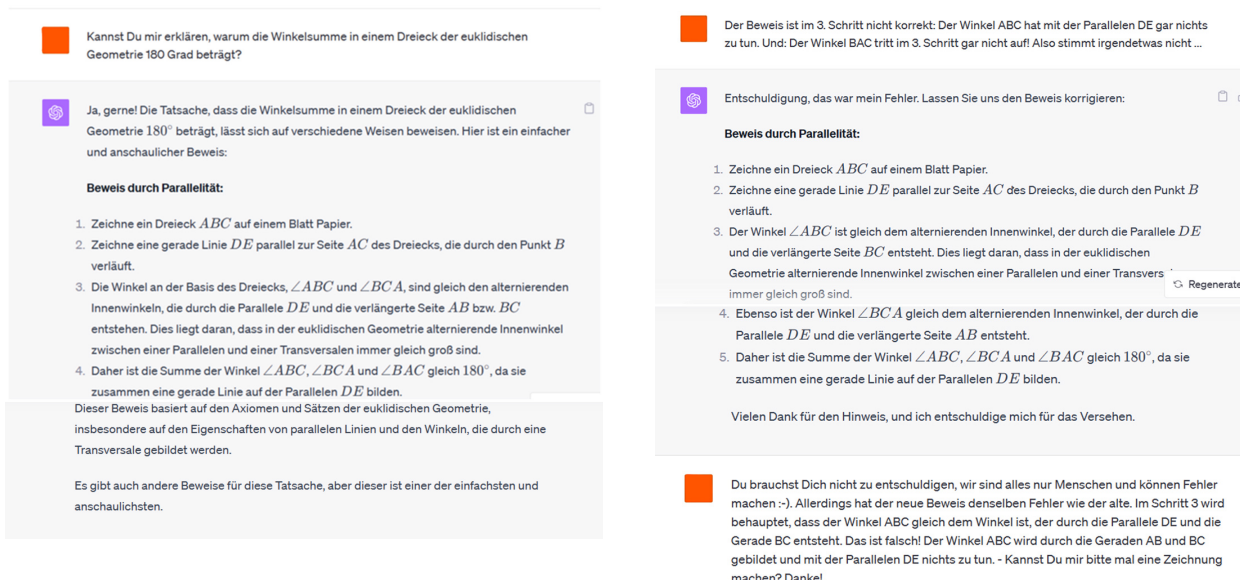


Abbildung 1. Chatverlauf Mathematiker und ChatGPT zur Winkelsumme im Dreieck

ausführlich erläutert werden (Brüggemann, 2023) und „weniger kalkülorientiert“ (Brüggemann, 2023, S. 47) sind. Auch das mathematische Kommunizieren ist hier durch das Verstehen, Reflektieren und Bewerten der generierten Lösungen von Bedeutung (Brüggemann, 2023).

Durch die Anwendung von Sprachmodellen werden tatsächlich Kommunikation, Aushandlung und Argumentation über mathematische Objekte in den Fokus gerückt. Als ein Beispiel lässt sich eine Szene aus einem Aushandlungsprozess zwischen einem Mathematiker und ChatGPT-4.0 zum Satz über die Winkelsumme im Dreieck betrachten (Abb. 1). Dabei wird deutlich, wie mit dem Chatbot die Kommunikation über mathematische Begriffe in den Vordergrund gerückt wird. Der argumentative Prozess hinsichtlich des Fehlers von ChatGPT-4.0 kann bei gesicherter Wissensbasis auch für Lernende von Vorteil sein. Die gemachten Fehler können als Lernchance gesehen werden, um über eine mathematische Begründung zu reflektieren und die gegebenen Argumente vor dem Hintergrund des eigenen mathematischen Wissens kritisch zu prüfen.

Kann ChatGPT Mathe? – Unterrichtsversuch zur Innenwinkelsumme im Dreieck

In G9-Gymnasien in Nordrhein-Westfalen wird die Innenwinkelsumme in Dreiecken in der 7. Klasse behandelt. Sie kann dabei als Einstieg in das Thema der Winkelsummen von Vielecken genutzt werden. Für die Einführung kann das Wissen über Winkel bei sich schneidenden Geraden, genutzt werden, da dies meist unmittelbar vor den Winkelsummen behandelt wird (Baum et al., 2020).

Nachfolgend stellen wir einige Beobachtungen aus einem Unterrichtsversuch in einer 7. Klasse eines Gymnasiums in NRW zur Winkelsumme im Dreieck mit einer Verwendung des Chatbots ChatGPT-3,5 dar.

Vorgehen

Im Unterrichtsgespräch wurden mit den Schüler:innen der 7. Jahrgangsstufe zwei Begründungen für die Winkelsumme im Dreieck erarbeitet.

1. Der Innenwinkelsummensatz besagt, dass die Innenwinkelsumme eines Dreiecks in der euklidischen Geometrie immer 180° beträgt (Helmerich & Lengnink, 2015). Durch das Zeichnen einer Parallelen p durch den Punkt C eines Dreiecks ABC können die Wechselwinkel α^* und β^* am Punkt C der Winkel α und β an den Punkten A und B ebenfalls eingezeichnet werden. Gemeinsam mit dem Winkel γ ergeben diese drei Nebenwinkel an p einen Winkel von 180° . Aufgrund der Gleichheit der Wechselwinkel α^* und β^* mit α und β beträgt auch die Summe der Innenwinkel α, β und γ eines Dreiecks ABC 180° (Richter & Schmitz, 2014).

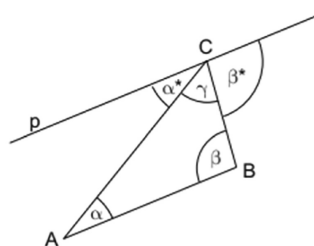


Abbildung 2. Orientierungsfigur zum Beweis zur Innenwinkelsumme in Dreiecken (Richter & Schmitz, 2014, S. 11)

2. Zudem wurde in der betrachteten 7. Klasse als Einstieg in diese Thematik auch eine „Zerreißprobe“ genutzt. Dabei zeichnen die Schüler:innen ein Dreieck, schneiden dieses aus und malen jede der drei Ecken in einer anderen Farbe an. Zwei der drei Ecken werden dann von dem Dreieck abgerissen und können von den Schüler:innen an die dritte Ecke gelegt werden, sodass die drei Winkel sich augenscheinlich zu einem gestreckten Winkel von 180° ergänzen.

Aufgabe 1:
Zeichnet ein beliebiges Dreieck auf ein DIN A4 Blatt. Markiert die Winkel farblich und schneidet das Dreieck aus. Zerreißt nun das Dreieck nach folgendem Schema:

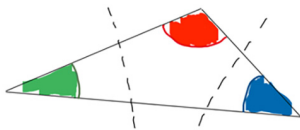


Abbildung 3. Aufgabenstellung und Abbildung zur Zerreißprobe

Um die Interaktion mit ChatGPT im Mathematikunterricht der 7. Klasse zu untersuchen, teilte sich der Unterrichtsversuch in drei Phasen: Eine Einführung, eine Gruppenarbeitsphase und ein Abschlussgespräch im Plenum. Es wurden sowohl das gesamte Unterrichtsgeschehen wie auch die Arbeit in Schüler:innenteams, als auch das Verhalten der Lehrperson gefilmt. Für diesen Beitrag wurde zum einen eine Situation eines Zweierteam aus der Gruppenarbeitsphase ausgewählt und zum anderen eine Situation aus der Abschlussdiskussion, da sich hier das mathematische Kommunizieren der Lernenden mit ChatGPT besonders gut nachvollziehen lässt. Die Beobachtungen erheben dabei in keiner Weise den Anspruch einer Repräsentativität, sondern gelten der explikativen Hypothesengewinnung.

In der Gruppenarbeitsphase hatten die Teams folgenden Arbeitsauftrag: „Lasst euch von ChatGPT einen anschaulichen Beweis zur Innenwinkelsum-

me im Dreieck ausgeben und erklären. Gebt dafür bitte folgenden Prompt ein: „Erkläre mir die Innenwinkelsumme im Dreieck anschaulich!“ Ihr dürft auch mehrere „Versuche“ unternehmen und diese jeweils per Handy abfotografieren“. Die von den Schüler:innen abfotografierten Ergebnisse wurden durch die Lehrperson gesammelt und für die Abschlussdiskussion genutzt.

Fallbeispiel – 1. Situation aus der Abschlussdiskussion
Nachdem eine Zweigruppe ChatGPT um einen anschaulichen Beweis und um eine Erklärung zur Innenwinkelsumme im Dreieck gebeten hat, gibt ChatGPT-3.5 folgenden Verlauf aus (Abb. 4). Dazu entsteht ein Gespräch im Plenum zwischen den Schüler:innen und der begleitenden Lehrperson in dem insbesondere auf den ersten Teil der Ausgabe, „Man zeichnet eine Gerade durch einen Eckpunkt des Dreiecks, die parallel zur gegenüberliegenden Seite verläuft. Dadurch wird das Dreieck in zwei Teil-Dreiecke unterteilt, von denen jedes eine Gerade als Seite hat.“

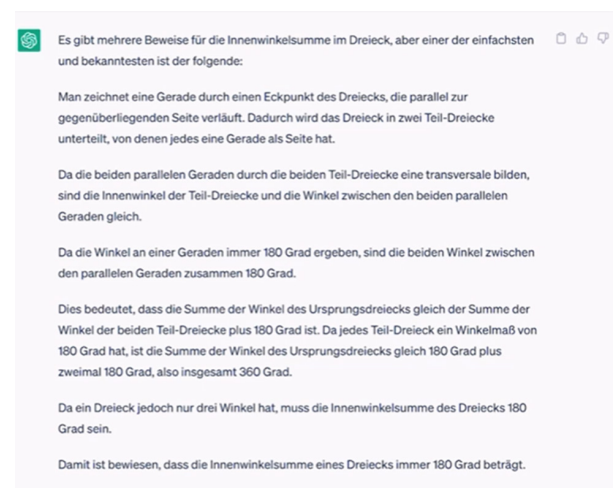


Abbildung 4. Ausgabe von ChatGPT zum anschaulichen Beweis

In dem zugehörigen Transkriptausschnitt wird deutlich, wie der Schüler (S1) einen inhaltlichen Fehler von ChatGPT bemerkt. Auch S2 diskutiert

Tabelle 1

Zeit	Person	Text
45:01	S1	Das würde sich doch nicht in zwei Teildreiecke teilen. Also, das äh verstehe ich jetzt nicht so ganz. Wenn das so ein Dreieck ist und man dann eine Parallele zeichnet, würde sich das doch nicht in zwei Teildreiecke teilen.
46:03	L	Ich glaube die meinen das. (Zeigt auf eine Abbildung die ähnlich zu Abb. 2 dieses Beitrags ist). S1 hat völlig Recht. Das mit den zwei Teildreiecken sehe ich dann jetzt nicht so ganz.
46:10	S2	Ja, die meinen halt, dass wenn man an einem Eckpunkt ist und die Gerade bis an die gegenüberliegende Dreieckseite zieht, hat man halt die zwei Teildreiecke.
46:41	L	Achso.
46:45	S1	Und wo ist die Parallele? Das ist doch zu nichts parallel.
47:02	L	Das heißt, wir haben dann die Parallelität nicht. Dumm.

MA Daraus kann man also schließen, dass alle geometrischen Formen mit drei Ecken 180° als Innenwinkelsumme haben.

GA Ja, das ist korrekt. Der Innenwinkelsatz besagt, dass die Summe der Innenwinkel eines jeden Dreiecks immer 180 Grad beträgt, unabhängig von der Größe oder Form des Dreiecks. Daraus folgt, dass alle geometrischen Formen mit drei Ecken, die als Dreiecke bezeichnet werden, immer eine Innenwinkelsumme von 180 Grad haben müssen.

Es ist jedoch wichtig zu beachten, dass dies nur für die euklidische Geometrie gilt. In anderen Arten von Geometrien, wie der nicht-euklidischen Geometrie, können sich die Winkelsummen von Dreiecken von 180 Grad unterscheiden.

MA Kannst du uns mehr zu der nicht-euklidischen Geometrie erzählen und uns auch über dessen Unterschiede zur euklidischen Geometrie nennen?

GA Ja, gerne! Die euklidische Geometrie ist die klassische Geometrie, die auf den Axiomen von Euclid basiert und sich mit den Eigenschaften und Beziehungen von Punkten, Geraden und Ebenen in einem dreidimensionalen Raum befasst. In der euklidischen Geometrie gilt der Innenwinkelsatz, der besagt, dass die Summe der Innenwinkel eines jeden Dreiecks immer 180 Grad beträgt.

Die nicht-euklidische Geometrie hingegen bezieht sich auf Geometrien, die nicht auf den Axiomen von Euclid basieren und in denen bestimmte Axiome, die in der euklidischen Geometrie als selbstverständlich angesehen werden, nicht gelten. Es gibt mehrere Arten von nicht-euklidischer Geometrie, von denen die bekanntesten die sphärische und die hyperbolische Geometrie sind.

In der sphärischen Geometrie betrachtet man geometrische Objekte auf einer sphärischen Oberfläche wie einer Kugel. Hier sind die Geraden nicht mehr geradlinig, sondern gekrümmt und es gibt keine Parallelen. Ein Dreieck auf einer Kugel hat immer eine Innenwinkelsumme von mehr als 180 Grad.

In der hyperbolischen Geometrie betrachtet man geometrische Objekte auf einer hyperbolischen Ebene, die durch Biegen und Strecken eines Kreises auf einer Ebene erzeugt wird. Hier gibt es unendlich viele Parallelen durch einen Punkt, und die Winkelsumme eines Dreiecks ist immer weniger als 180 Grad.

Zusammenfassend kann man sagen, dass die nicht-euklidische Geometrie bestimmte Axiome der euklidischen Geometrie in Frage stellt und alternative Geometrien entwickelt, die sich von der euklidischen Geometrie unterscheiden. Die bekanntesten Arten der nicht-euklidischen Geometrie sind die sphärische und hyperbolische Geometrie, in denen die Summe der Innenwinkel von Dreiecken anders als 180 Grad sein kann.

MA Was gibt es sonst noch für nicht-euklidische Geometrien?

GA Es gibt noch weitere Arten von nicht-euklidischer Geometrie, neben der sphärischen und hyperbolischen Geometrie, die ich bereits erwähnt habe. Hier sind einige Beispiele:

1. Die elliptische Geometrie: Die elliptische Geometrie ist eine Art der nicht-euklidischen Geometrie, die auf der Geometrie der elliptischen Kurven und elliptischen Funktionen basiert. Sie hat Eigenschaften, die zwischen der euklidischen Geometrie und der sphärischen Geometrie liegen, und es gibt keine Geraden oder Parallelen, die durch einen Punkt gehen.
2. Die projektive Geometrie: Die projektive Geometrie untersucht die Eigenschaften von Objekten, die durch Projektion auf eine Ebene erzeugt werden. Hier gibt es keine Parallelen und Geraden, die sich schneiden, haben immer einen gemeinsamen Schnittpunkt. Die projektive Geometrie hat Anwendungen in der Computergrafik, Bildverarbeitung und anderen Bereichen.
3. Die fraktale Geometrie: Die fraktale Geometrie untersucht die Eigenschaften von fraktalen Objekten, die unendlich oft selbstähnlich sind. Sie hat Anwendungen in der Physik, Biologie und anderen Bereichen.

Diese Arten der nicht-euklidischen Geometrie haben unterschiedliche Eigenschaften und Anwendungen. Sie sind jedoch alle von grundlegender Bedeutung für das Verständnis der Geometrie und haben wichtige Anwendungen in verschiedenen Bereichen der Mathematik, Physik, Informatik und anderen Wissenschaften.

Abbildung 5. Ausgabe von ChatGPT zu nicht-euklidischen Geometrien

mit und versucht zu erklären, was ChatGPT ausgegeben hat. Die Schüler:innen argumentieren mithilfe ihres zuvor erworbenen Wissens über die Ausgabe von ChatGPT. Dabei bewerten sie den mathematischen Gehalt und stellen einen Fehler fest. Auf diese Weise liegt an dieser Stelle in der falschen Aussage von ChatGPT im Begründungsprozess über die Winkelsumme im Dreieck eine Lernchance für die Klasse.

Die Lehrperson kann den Fehler und auch weitere Unschärfen von ChatGPT bewusst nutzen, um die Argumentationsfähigkeit der Schüler:innen ausgehend von der aufgebauten Wissensbasis herauszufordern und Erkenntnisse auf diese Weise zu vertiefen. Vor dem Hintergrund eines sozialen Aspektes und einem positiven Klassenklima ist es dabei insbesondere ein gewinnbringender Argumentationspunkt, dass die inhaltlich falsche Lösung von einem Computer und nicht von einem Lernenden stammt.

Fallbeispiel – 2. Situation aus der Gruppenarbeitsphase
In dieser 2. Situation gehen zwei Schülerinnen dem gestellten Arbeitsauftrag nach und machen dabei ei-

ne für sie interessante Entdeckung. Im Chatverlauf der beiden Schülerinnen ist zu sehen, wie ChatGPT eine Antwort gibt, in der darauf aufmerksam gemacht wird, dass die Innenwinkelsumme von 180° nicht in „anderen Arten von Geometrien, wie der nicht-euklidischen Geometrie“ gilt (Abb. 5).

Dieser Idee, welche durch ChatGPT eingebracht wurde, gehen die beiden Schülerinnen weiter nach. Im Gespräch (Transkript in Tabelle 2) und auch im Chatverlauf (Abb. 5) ist zu beobachten, wie die beiden Schülerinnen aus Eigenmotivation heraus ChatGPT nutzen, um mehr über nicht-euklidische Geometrien erfahren zu können. Auch wenn die beiden am Ende feststellen, dass diese Thematik weder in der Klassenarbeit vorkommt noch direkt zur ursprünglichen Aufgabenstellung gehört, bewerten sie ihre Entdeckung außerordentlich positiv als „krass“ (Tab. 2, 22:40).

Die beiden Schülerinnen erzielen in dieser Situation einen bemerkenswerten „Aushandlungsgewinn“. Sie können selbstständig und interessen-geleitet ihren Fragen über das eigentlich (intendierte) Unterrichtsgeschehen heraus nachgehen. Dabei nutzen Sie ChatGPT als einen Aushandlungs- und

Tabelle 2

Zeit	Person	Text
21:02	S1	Ah, das ist gut.
21:10	S2	In anderen Arten von Geometrie, ... ähh. Kannst Du das bitte abfotografieren? (Tippt wieder in ChatGPT ein)
22:05	L	(Ruft in die Klasse) Bitte fotografiert, ob ihr etwas Spannendes habt.
22:14	S1	Wir haben hier etwas Spannendes über nicht-euklidische Geometrien.
22:21	L	Uha [...]
22:23	S2	Okay, wir lesen uns das jetzt durch und verstehen es. (Liest laut)
22:30	S1	Das ist kompliziert. Meinst Du wir brauchen das in der Klassenarbeit?
22:40	S2	Nein wir brauchen das nicht in der Klassenarbeit, aber das ist echt krass! Voll cool und das macht sogar Sinn (liest weiter und tippt dann wieder)
23:15	S1	Ich will ja nichts sagen, aber ich glaube wir sind leicht vom Thema abgekommen.
23:40	S2	Egal, dafür wissen wir nun etwas über nicht-euklidische Geometrien.

Kommunikationspartner. Dabei ist zu berücksichtigen, dass eine Thematisierung von nicht intendierten Einsichten, wie hier zu den nicht-euklidischen Geometrien, die Lehrperson vor Herausforderungen stellt, und es bleibt zu fragen, wie damit für den weiteren Unterrichtsverlauf gewinnbringend umgegangen werden soll.

Diskussion und Fazit

ChatGPT kann, wie das thematisierte Beispiel zeigt, (ungeplante) mathematische Inhalte in den Unterricht einbringen, die von Schüler:innen aufgegriffen werden können. Diese Vieldeutigkeit, welche durch den künstlichen Aushandlungspartner ChatGPT erzeugt wird, macht neue Formen des Unterrichtens möglich und nötig und zeigt wie wichtig es ist, die Schüler:innen als Wissenskonstruierende, die eigenständig mathematische Problemstellungen lösen und interessensteuert mathematischen Fragestellungen nachgehen können, adäquat zu begleiten. Dabei sollte nach unserer Auffassung die Lehrperson die Rolle eines Lernbegleiters übernehmen (können). Natürlich braucht es dafür einen reflektiert kritischen Umgang mit diesem neuen weiter zu untersuchenden digita-

len Werkzeug. Dabei sollten auch problematische Aspekte, wie bspw. Urheberrecht und Datenschutz zur Sprache kommen. Auch sollte die Funktionsweise von ChatGPT aufgegriffen werden. Eine gute Möglichkeit dazu bietet z. B. „Machine Learning for kids“ (machinelearningforkids.co.uk). Hier kann man selbst niederschwellig ein neuronales Netz trainieren und die Wirkungsweisen untersuchen. Dabei wird klar, dass generative KI-Sprachmodelle auf Basis der zu Grunde liegenden Wahrscheinlichkeitsmodelle einerseits zu fast jeder Frage eine Antwort geben können, diese andererseits aber immer nur im Sinne einer Näherung als korrekt einzuschätzen sind.

Schauen wir auf die bisherige rasante Entwicklung von generativen KI-Sprachmodellen wird schnell klar, dass es vermutlich nur eine Frage der Zeit ist, bis ChatGPT auch zuverlässigere Ergebnisse im Bereich der Mathematik liefert. Ein Schlüssel dazu scheint nach unseren Erprobungen die Kombination von Sprachmodellen mit CAS zu sein, so wie sie ChatGPT-4 mit dem „Wolfram Plugin“ liefert: Damit fokussiert das Sprachmodell auf das, für was es programmiert wurde, nämlich Sprachverständnis und übergibt die mathematischen Rechenschritte und logischen Folgerungen an ein zu-

Tabelle 3

	Bereits existierende Konzepte und Materialien	Neu entwickelte Konzepte und Materialien
Lehrpersonen	Existierende Materialien werden mithilfe von generativen KI-Sprachmodellen überarbeitet und erweitert, z. B. um individuelle und differenzierende Zugänge zu mathematischen Sachverhalten zu schaffen.	Neue Materialien und Konzepte werden entwickelt, indem generative KI-Sprachmodelle erste Ideen in konkrete Konzepte umsetzen und damit neue Ideen und Herangehensweisen generieren.
Lernende	Generative KI-Sprachmodelle werden als Assistententool genutzt, um das Arbeiten mit den bestehenden Materialien des Mathematikunterrichts zu unterstützen.	Generative KI-Sprachmodelle werden an zentraler Stelle in die Erarbeitung neuer mathematischer Begriffe und Verfahrensweisen eingebunden, beispielsweise als Impulsgeber.

verlässiges CAS. So erhalten Nutzer:innen durch die niederschwellige Texteingabe die Möglichkeit ein mächtiges Tool wie Wolfram zu nutzen. Damit war ChatGPT in unseren Erprobungen zum Beispiel auch in der Lage, Abiturklausuren zuverlässig überwiegend korrekt zu lösen.

Aus unseren bisherigen Untersuchungen wollen wir zusätzlich für die perspektivische Verwendung von generativen KI-Sprachmodellen im Mathematikunterricht folgende Nutzungsszenarien (Tabelle 3) für Lehrpersonen und Lernende festhalten.

Es sollte konstruktiv überlegt werden, ob trotz der oben geschilderten Herausforderungen perspektivisch die Chancen überwiegen könnten, solange Chatbots reflektiert eingesetzt werden. Dabei sollten wir nicht vergessen, dass Chatbots nun „in der Welt sind“ und wir uns sowieso dazu „stellen“ werden müssen. Vielleicht sollte die Mathematikdidaktik die Chance nutzen, dass einige der Systeme aktuell noch im „Betamodus“ sind und wir so an Verstehens- und Entwicklungsprozessen beteiligt sein können – allzu bald wird KI als Black-Box in vielen alltäglichen Anwendungen integriert sein. Oder wie Hischer (2023) es ausdrückt: „Chatbots werden wohl allgegenwärtig sein und „man“ muss lernen, damit souverän umzugehen“ (S. 8).

Kommen wir mit Hölzl (1994) noch einmal auf den Beginn unseres Beitrags zurück:

Der Einsatz des Computers und geeigneter Software erweitert die Chancen der Lernenden, das Umfeld einer gestellten Aufgabe spielerisch zu explorieren. Das [...] „De-goaling“ wird dann bewusst in Kauf genommen, positiv gesehen und in konstruktivistischer Perspektive als Chance begriffen, die im Unterricht ohnehin nötigen Aushandlungsprozesse für mathematische (Be)Deutungen durch den Einsatz von Computern zu unterstützen. [...] Vielleicht läßt sich ja beides verbinden: Mathematiklernen mit dem Computer und ein Unterrichtsdiskurs, der eine konstruktivistische Grundlage besitzt‘. (S. 238)

Klar ist, dass es dafür mehr Lehrer:innen als kompetente Lernbegleiter in Aushandlungs- und Kommunikationsprozessen für generative KI-Sprachmodelle braucht. Mit Blick in die Zukunft bleibt damit trotzdem weiterhin die spannende Frage: Was können generative KI-Sprachmodelle potentiell im Mathematikunterricht, wie könnte die Modelle diesen verändern?

Literatur

- Bauersfeld, H. (2000). Radikaler Konstruktivismus, Interaktionismus und Mathematikunterricht. In E. Bege mann (Verf.), *Lernen verstehen – Verstehen lernen. Zeitgemäße Einsichten für Lehrer und Eltern. Mit Beiträgen von Heinrich Bauersfeld* (S. 117–145). Peter Lang.
- Baum, M., Bellstedt, M., Boor, B., Brandt, D., Braun, A., Buck, H., Demuth, G., Dornieden, D., Drücke-Noe, C., Dürr, R., Eisfeld, H., Freudigmann, H., Giersemehl, I., Greulich, D., Harborth, H., Haug, F., Herd, E., Hußmann, S., Jörgens, T., ... Zimmermann, P. (2020). *Lambacher Schweizer – Mathematik für Gymnasien – G9, Nordrhein-Westfalen*. Ernst Klett Verlag.
- Brüggemann, J. (2023). ChatGPT kann Textaufgaben? Zeitspannen berechnen und Lösungswege überprüfen. *mathematik lehren*, (237), 46–47.
- Buchholtz, N., Baumanns, L., Huget, J., Peters, F., Pohl, M. & Schorcht, S. (2023). Herausforderungen und Entwicklungsmöglichkeiten für die Mathematikdidaktik durch generative KI-Sprachmodelle. *Mitteilungen der GDM*, (114), 19–24.
- Cobb, P. & Bauersfeld, H. (1995, Hrsg.). *The Emergence of Mathematical Meaning. Interaction in Classroom Cultures*. Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- Helmerich, M. & Lengnink, K. (2015). *Einführung Mathematik Primarstufe – Geometrie*. Springer.
- Hischer, H. (2023). ChatGPT und Mathematikunterricht – eine didaktische Herausforderung? *Mitteilungen der GDM*, (115), 6–11.
- Hölzl, R. (1994). *Im Zugmodus der Cabri-Geometrie: Interaktionsstudien und Analysen zum Mathematiklernen mit dem Computer*. Dt. Studien-Verlag.
- Hughes, A. (2023, 30. Juni). ChatGPT: Everything you need to know about OpenAI's GPT-4 tool. www.sciencefocus.com/future-technology/gpt-3 (30. 11. 2023).
- Kantereit, T. (2023). Leichter unterrichten mit KI? Wie ChatGPT Lehrer:innen (und Lernenden) helfen kann. *bildung+ schule digital*, 1/2023, 34–35.
- Kasneci, E., Sessler, K., Küchemann, S., Bannert, M., Dementieva, D., Fischer, F., Gasser, U., Groh, G., Günemann, S., Hüllermeier, E., Krusche, S., Kutyniok, G., Michaeli, T., Nerdel, C., Pfeffer, J., Poquet, O., Sailer, M., Schmidt, A., Seidel, T., ... Kasneci, G. (2023). ChatGPT for good? On opportunities and challenges of large language models for education. Learning and Individual Differences. Vorab-Onlinepublikation. DOI:10.1016/j.lindif.2023.102274
- Krummheuer, G. (1983b). Das Arbeitsinterim im Mathematikunterricht. In H. Bauersfeld, H. Bussmann, G. Krummheuer, J. H. Lorenz & J. Voigt (Hrsg.), *Lernen und Lehren von Mathematik. Analysen zum Unterrichtshandeln II* (S. 57–106). Aulis.
- Lutz-Westphal, B. (2023, 21. Februar). ChatGPT und der „Faktor Mensch“ im schulischen Mathematikunterricht. Zuletzt geprüft am 11. 8. 2023. www.linkedin.com/pulse/chatgpt-und-der-faktor-mensch-im-schulischen-brigitte-lutz-westphal
- Milmo, D. (2023, 2. Februar). ChatGPT reaches 100 million users two months after launch. The Guardian. www.theguardian.com/technology/2023/feb/02/chatgpt-100-million-users-open-ai-fastest-growing-app
- OpenAI. (2023a). ChatGPT. Zuletzt geprüft am 20. 8. 2023. openai.com/chatgpt
- OpenAI. (2023b). ChatGPT Supported Countries. Zuletzt geprüft am 6. 8. 2023. help.openai.com/en/articles/7947663-chatgpt-supported-countries

- OpenAI. (2023c). Educator considerations for ChatGPT. Zuletzt geprüft am 9. 8. 2023. platform.openai.com/docs/chatgpt-education
- OpenAI. (2023d). Our approach to AI safety. Zuletzt geprüft am 6. 8. 2023. openai.com/blog/our-approach-to-ai-safety
- Richter, C. & Schmitz, M. (2014). Übersicht zur Geometrie in der Schule – Sekundarstufe I. www.mi-didaktik.uni-jena.de/fmididaktikmedia/dateien-ressourcen/jenaer-schriften/richter-und-schmitz-2014-uebersicht-zur-geometrie-in-der-schule-sekundarstufe-i.pdf
- Santhosh, R., Abinaya, M., Anusuya, V. & Gowthami, D. (2023). ChatGPT: Opportunities, Features and Future Prospects. In *7th International Conference on Trends 35 in Electronics and Informatics (ICOEI)* (S. 1614–1622).
- Schulministerium NRW (2023). *Umgang mit textgenerierenden KI-Systemen: Ein Handlungsleitfaden*. MSB NRW. www.schulministerium.nrw/system/files/media/document/file/handlungsleitfaden_ki_msb_nrw_230223.pdf
- Voigt, J. (1994). Entwicklung mathematischer Themen und Normen im Unterricht. In H. Maier, & J. Voigt (Hrsg.), *Verstehen und Verständigung: Arbeiten zur interpretativen Unterrichtsforschung* (S. 77–111). Aulis.
- Weßels, D. (2022, 20. Dezember). ChatGPT – ein Meilenstein der KI-Entwicklung. www.forschung-und-lehre.de/lehre/chatgpt-ein-meilenstein-der-ki-entwicklung-5271 (9. 8. 2023).
- Wu, T., He, S., Liu, J., Sun, S., Liu, K., Han, Q.-L. & Tang, Y. (2023). A Brief Overview of ChatGPT: The History, Status Quo and Potential Future Development. *IEEE/CAA Journal of Automatica Sinica*, 10(5), 1122–1136.
- Frederik Dilling, Universität Siegen
E-Mail: dilling@mathematik.uni-siegen.de
- Kathrin Holten, Pädagogischen Hochschule Kärnten
E-Mail: kathrin.holten@ph-kaernten.ac.at
- Felicitas Pielsticker, Universität Siegen
E-Mail: pielsticker@mathematik.uni-siegen.de
- Ingo Witzke, Universität Siegen
E-Mail: witzke@mathematik.uni-siegen.de

Lernt die KI nun Sehen und Zeichnen? Chancen und Herausforderungen der Bildgenerierung und Bildinterpretation mit ChatGPT für die mathematikdidaktische Forschung

Sebastian Schorcht, Lukas Baumanns, Nils Buchholtz, Judith Huget, Franziska Peters und Maximilian Pohl

Zusammenfassung. Der vorliegende Beitrag führt die Diskussion über Herausforderungen der KI-Integration im Mathematikunterricht weiter und diskutiert aktuelle Einsatzmöglichkeiten von ChatGPT im Licht der jüngsten technischen Weiterentwicklungen. Insbesondere wird das Text-zu-Bild Modell DALL·E 3 und das Plugin Wolfram beleuchtet, welche das Large Language Modell GPT-4 befähigen, Bilder auf Basis eines Textinputs (Prompt) zu generieren. Seit September 2023 ist GPT-4 zudem in der Lage, visuelle Inhalte zu analysieren und zu deuten. In diesem Zusammenhang können Bilddateien in ChatGPT als Input dienen und mittels eines Prompts interpretiert werden. Welche Bedeutung diese neuen Funktionen hinsichtlich der Verwendung in der mathematikdidaktischen Forschung haben können, wollen wir im Anschluss diskutieren.

Einleitung

Erhebliche Fortschritte im Bereich der Künstlichen Intelligenz konnte OpenAI durch das generative KI-Sprachmodell GPT-4 schon im Sommer 2023 verzeichnen, wie wir in unserem letzten Beitrag in den *Mitteilungen der GDM 115* darlegen konnten (Schorcht et al., 2023). Die Diskussion um Künstliche Intelligenz im Bildungskontext und im Speziellen im Mathematikunterricht ist seitdem spürbar intensiver geworden (Kasneci et al., 2023; Lutz-Westphal, 2023; Schleiß et al., 2023; Spannagel, 2023). Es existieren beispielsweise erste empirische Untersuchungen zum Umgang mit und der Einstellung zu Large Language Modellen im Bildungssektor (von Garrel et al., 2023; Chan & Hu, 2023; Preiß et al., 2023; Smolansky et al., 2023). Ein Jahr nach der Veröffentlichung von GPT präsentiert sich das