

Mathematische Bildung und Digitalisierung¹

Strategiepapier der Gesellschaft für Didaktik der Mathematik (GDM)

Christine Bescherer, Carina Büscher, Katja Lengnink, Guido Pinkernell, Frank Reinhold,
Florian Schacht, Christof Schreiber und Daniel Walter

Einleitung

Der fachdidaktisch reflektierte Einsatz digitaler Medien sowie die Förderung einer digitalen Bildung im Mathematikunterricht ist aus Sicht der GDM ein wesentlicher Faktor für eine erfolgreiche Bildungsoffensive für die digitale Wissensgesellschaft auch im Schulunterricht, der durch fachliches Lernen geprägt ist (GDM, 2017; vgl. dazu auch KMK, 2016b). Eine Reflexion soll aus mathematikdidaktischer Perspektive dabei diejenigen Aspekte umfassen, die für den Aufbau mathematischer Kompetenzen unter Rückgriff auf digitale Medien wesentlich sind. Daher stehen im Zentrum der Auseinandersetzung mit Digitalisierung inhaltsbezogene Bereiche (z. B. Arithmetik, Algebra, Geometrie, Analysis, Stochastik), fachdidaktische Potenziale digitaler Medien und Werkzeuge (z. B. Multimodalität, Dynamisierung, computergestütztes Assessment, etc.), pädagogisch-motivierte fachbezogene Aspekte (z. B. Rolle der Sprache im Mathematikunterricht, Inklusion im Mathematikunterricht) sowie Hardware und Software (z. B. Tablets, Handhelds, Werkzeuge, Lernumgebungen, Apps).

Im Rahmen eines Symposiums zur Digitalisierung, das im März 2021 von der GDM veranstaltet wurde, wurden neben fachbezogenen Aspekten digitaler Werkzeuge beim Mathematiklernen auch Bezüge zu medienpädagogischen Fragen hergestellt, etwa was ein adäquater Beitrag des Fachs Mathematik zur allgemeinen Medienbildung sein kann. Umgekehrt sind Fragen zur Umsetzung des KMK-Kompetenzrahmens (KMK, 2016a), der für alle Fächer relevant ist, für eine wirksame mathematische Bildung zu berücksichtigen. In der aktualisierten Fassung der Bildungsstandards wurde dies als prozessbezogene Kompetenz „Mit Medien mathematisch arbeiten“ (KMK, 2022, S. 7) herausgestellt und ausformuliert. Auch die PISA-Studie 2022 geht auf

„Mathematikkompetenz in einer durch Digitalisierung geprägten Welt“ (Lewalter et al., 2023, S. 27) ein.

Zu dem Zusammenspiel von Medienbildung und fachlicher Bildung wurden bereits in einem gemeinsamen Positionspapier der in der GDM organisierten Fachdidaktiken (2018) vier Bereiche identifiziert, in denen eine fachdidaktische Positionierung zur Digitalisierung beim fachlichen Lernen konkretisiert werden kann. In Anlehnung an diese Struktur werden in dem vorliegenden Strategiepapier die Ergebnisse der Diskussionen auf dem GDM-Symposium thematisch in vier Perspektiven gebündelt, die mathematikdidaktisch von besonderer Bedeutung sind. Diese werden durch einen Abschnitt zur Lehrkräftebildung ergänzt, um die zentrale Bedeutung der Professionalisierung von Lehrkräften im Rahmen der Transformation mathematischer Bildung zu verdeutlichen. Zuletzt werden aus den Perspektiven Handlungsfelder für die Mathematikdidaktik formuliert.

In Abschnitt 1, *Fachliche Kompetenzen digital fördern*, beschreiben wir die Entwicklung mathematischer Kompetenzen als zentrale Aufgabe des Mathematikunterrichts. Forschungs- und Entwicklungsbemühungen liefern zwar zahlreiche empirische Erkenntnisse und unterrichtspraktische Impulse, wie die Entwicklung mathematischer Kompetenzen durch digitale Medien bzw. Werkzeuge² unterstützt werden kann. Dennoch werden bestehende Konzepte noch nicht flächendeckend in der Praxis umgesetzt. Dies ist ein Grund dafür, dass es systematischer Bemühungen um Fort- und Weiterbildungen zu digitalen Medien in der Lehrkräftebildung bedarf.

Abschnitt 2, *Digitale Kompetenzen fachlich fördern*, widmet sich den Verbindungen der digitalen mit den mathematischen Kompetenzen. Im Fokus stehen hier die Chancen, die das Thematisieren allgemeiner digitaler Kompetenzen für die Entwicklung mathemati-

¹ Das Strategiepapier wurde auf Basis der vielfältigen Anregungen aller Teilnehmer:innen am Digitalisierungs-Symposium der GDM erstellt. Allen Mitwirkenden gilt ein herzlicher Dank.

² Je nach den mathematischen bzw. mathematikdidaktischen Kontexten ist eher der Begriff „digitale Medien“ oder „digitale Werkzeuge“ oder auch „digitale Instrumente“ passend. Zur besseren Lesbarkeit verwenden wir den Sammelbegriff „digitale Medien und Werkzeuge“, wobei andere Begriffe mit gemeint sind.

scher Kompetenzen bieten kann und umgekehrt. Zudem wird die Entwicklung von digitalen Curricula über die Fächer und Klassenstufen hinweg begründet.

In Abschnitt 3, *Neue fachliche Kompetenzen durch Digitalisierung*, wird dargestellt, dass die für die gesellschaftliche Teilhabe notwendigen mathematischen Kompetenzen gerade durch die Digitalisierung Veränderungen unterworfen sind. So stellen insbesondere das statistische Denken sowie der Umgang mit Algorithmen wesentliche Kompetenzanforderungen dar, die es notwendig machen, geltende Curricula für den Mathematikunterricht an aktuelle Entwicklungen anzupassen und zu erweitern.

Abschnitt 4, *Personale digitale Bildung im Fach fördern*, reflektiert fachbezogen, was eine digitale personale Bildung in Bezug auf Mathematik bedeuten kann. Dabei wird das Konzept des digitalen Mündigwerdens – durch und gegenüber Mathematik – dargestellt. Hierzu sind Reflexionen über die Rolle von Mathematik in digital gestützten gesellschaftlichen Entscheidungsprozessen konstitutiv. Darüber hinaus wird das Mündigwerden für das Lernen von Mathematik thematisiert, das die verantwortliche Auswahl von digital verfügbaren Lernmaterialien zum Mathematiklernen im Rahmen personaler Bildung im Blick hat.

In Abschnitt 5, *Lehrkräfteausbildung und -weiterbildung*, wird herausgestellt, dass die Professionalisierung von Lehrkräften in allen vier genannten Bereichen zwar besondere Herausforderungen birgt, gleichzeitig aber eine notwendige Gelingensbedingung für die digitale Transformation des Mathematikunterrichts darstellt.

1 Fachliche Kompetenzen digital fördern

Zur Förderung mathematischer Kompetenzen unter Nutzung digitaler Medien/Werkzeuge liegen substantielle Forschungsergebnisse vor.

Die Entwicklung mathematischer Kompetenzen ist eine zentrale Aufgabe des schulischen Mathematikunterrichts, die in Deutschland durch schulstufenspezifische Bildungsstandards (bspw. KMK, 2003; 2004; 2022) beschrieben und festgelegt wird. Forschungs- und Entwicklungsbemühungen der vergangenen Jahrzehnte liefern fundierte empirische Erkenntnisse und unterrichtspraktische Impulse, wie die Entwicklung der in den Bildungsstandards festgeschriebenen Kompetenzen durch digitale Medien bzw. Werkzeuge unterstützt werden kann (z. B. Hillmayr et al., 2020, für einen Überblick). Sie weisen technische Gestaltungsmerkmale auf – wie etwa die schnelle und automatisierte Verarbeitung von Daten (Frischemeier & Schnell, 2021) – und zeigen so vielversprechende Potenziale für den Mathematikunterricht: So können beispielswei-

se synchron dargebotene und computergestützt vernetzte Darstellungen dabei unterstützen, die Verwobenheit verschiedener Darstellungen zu durchdringen (Artigue, 2002; Barzel & Schreiber, 2017; Ainsworth, 2006; Ladel, 2009; Reinhold et al., 2020) und „Darstellungsflüchtigkeit“ entgegenzuwirken (Huhmann, 2013). Dadurch können die Kompetenz „Mathematische Darstellungen verwenden“ (KMK, 2003; 2004) gefördert sowie Schüler:innen zur Begriffsbildung angeregt werden (Duval, 2006; Lindmeier, 2018; Klose, 2022). Darüber hinaus sind digitale Medien zur Auslagerung von Kalkül geeignet, indem Routinetätigkeiten nicht von den Lernenden, sondern durch ein digitales Medium vollzogen werden. Dieses „Auslagerungsprinzip“ (Weigand & Weth, 2002; Rink & Walter, 2020) eröffnet Raum zur unmittelbaren Auseinandersetzung mit anderen, reichhaltigen mathematischen Aktivitäten.

Die Chancen digitaler Medien für das Mathematiklernen sollen verstärkt genutzt werden, wofür weitere Forschungs- und Entwicklungsprojekte notwendig sind.

Obgleich zahlreiche Beispiele vorliegen, die Chancen digitaler Medien zur Ausbildung mathematischer Kompetenzen illustrieren (bspw. Ball et al., 2018; Urff, 2012; Etzold, 2020; pri-ma-medien.de/projekte) werden bestehende Konzepte noch nicht flächendeckend in der Praxis umgesetzt (Drijvers, 2019; Krauthausen, 2020). Ursächlich hierfür können einerseits die im internationalen Vergleich verbesserungswürdigen infrastrukturellen Gegebenheiten an Schulen in Deutschland sein (Eickelmann et al., 2019). Andererseits kann die Transferproblematik auch durch zu geringe fachbezogene Unterstützung für Lehrkräfte im Rahmen der Aus- und Fortbildung erklärt werden. Durch die Kommunikation weiterführender Forschung kann eine höhere Akzeptanz digitaler Konzepte in der Schulpraxis bewirkt werden.

Lehrkräfte müssen auf hybride Lernsettings vorbereitet werden. Dafür muss ein sinnvolles Verhältnis von digitalen zu analogen Lernangeboten nach dem Primat der Fachdidaktik bestimmt werden.

Zur Unterstützung des fachbezogenen Erkenntnistransfers im Kontext digitaler Medien ist eine Stärkung systematischer Bemühungen zur Weiterentwicklung der Lehrkräfteausbildung und -fortbildung (Bönig & Thöne, 2019) erforderlich. Angesichts des immer umfassender werdenden Angebots digitaler Medien und Werkzeuge erscheint eine Metareflexion nötig: Lehrkräfte müssen auf der Grundlage fachdidaktischer Kriterien unter anderem entscheiden können, welche digitalen Lernangebote fachdidaktischen Standards genügen, wofür sie geeignet sein können und wie eine

sinnvolle unterrichtliche Orchestrierung in Kombination mit analogen Medien gestaltet werden kann, damit Potenziale digitaler und analoger Medien ausgeschöpft werden können (Clark-Wilson et al., 2014). Dass eine Auswahl digitaler – wie auch analoger – Lernangebote idealerweise kriterial erfolgen soll (Primat der Fachdidaktik), kann als Konsens aufgefasst werden. Darüber hinaus bestehen bei den aktuell verfügbaren digitalen Lernangeboten noch Entwicklungsbedarf in Hinblick auf verschiedene inhalts- und prozessbezogenen Kompetenzen (z. B. Daten und Zufall, Kommunizieren, ...). Überdies ist ein Großteil der digitalen Lernangebote eher auf das automatisierende Üben prozeduraler Fertigkeiten ausgelegt, während Lernangebote, die für die Erarbeitung von Inhalten auch aus fachdidaktischer Sicht geeignet erscheinen, seltener zu finden sind. Dementsprechend sind auch stärkere Bemühungen seitens der Fachdidaktik hinsichtlich der forschungsbasierten Entwicklung weiterer digitaler Lernangebote anzustreben, die insbesondere nicht auf Aspekte des strukturierten Übens, sondern eher auf kognitiv aktivierende Vermittlung bisher unbekannter Inhalte fokussieren (vgl. Leuders, 2019).

2 Digitale Kompetenzen fachlich fördern

Die überfachliche Entwicklung allgemeiner digitaler Kompetenzen findet auch im Mathematikunterricht statt. Dafür sind zeitliche und personale Ressourcen sowie digitale Curricula notwendig.

Zur Frage, ob es ein eigenes Schulfach zur „Entwicklung digitaler Kompetenzen“ geben soll (Tulodziecki, 2016; Egger, 2018) gibt es derzeit keinen Konsens, sodass den Schüler:innen Lerngelegenheiten angeboten werden müssen, ihre digitalen Kompetenzen (Eickelmann et al., 2019; Vuorikari et al., 2022) im Rahmen des bestehenden Fachunterrichts zu entwickeln (KMK, 2016b; Brinda et al., 2020). Dies soll konsequent und über alle Schuljahre hinweg geplant werden. Um Doppelungen oder auch Lücken zu vermeiden, bedarf es hierzu klarer Absprachen und entsprechender „digitaler Curricula“ (Brinda et al., 2020) also einer Standardisierung von Inhalten, deren Abfolge und der jeweiligen Zuständigkeiten für das Unterrichten. Je nach Vorgaben kann diese Standardisierung auf unterschiedlichen Ebenen erfolgen, etwa auf Bundes-, Landes-, Schulbezirks- oder Schulebene. Da der Unterrichtsanteil eines Hauptfaches wie Mathematik vergleichsweise hoch ist, wird auch der Anteil des Fachs am digitalen Curriculum entsprechend ausfallen. Das impliziert nicht nur die Einplanung von Unterrichtszeit, sondern auch eine entsprechende Professionalisierung der Mathematiklehrkräfte.

Die Förderung der allgemeinen mathematischen Kompetenzen kann als Gewinn für allgemeine digitale Kompetenzen verstanden werden – und umgekehrt.

Während ein übergreifendes Konzept für die Verankerung allgemeiner digitaler Kompetenzen im Mathematikunterricht noch entwickelt werden muss (Tondeur et al., 2007), sieht man solche in einzelnen Bundesländern schon curricular umgesetzt. Der „Rahmenplan Digitale Kompetenzen“ von Mecklenburg-Vorpommern zum Beispiel benennt zu einzelnen Kompetenzformulierungen der KMK sogenannte „Leitfächer“ und macht fachspezifische Themenvorschläge zur Adressierung der einzelnen Kompetenz im Fachunterricht (Ministerium für Bildung, Wissenschaft und Kultur des Landes Mecklenburg-Vorpommern, 2018). Über solche pragmatischen Zuordnungen hinaus birgt der Versuch, das fachliche Lernen für die Ausbildung digitaler Kompetenzen zu aktivieren auch Potenziale für eine engere Verknüpfung der digitalen mit den prozessbezogenen Kompetenzen der Fächer (vgl. Frederking & Romeike, 2022). Insbesondere für das Lernen von Mathematik kann das wie folgt konkretisiert werden (vgl. Pinkernell et al., 2022):

Die Kompetenzbereiche „Produzieren und Präsentieren“ sowie „Suchen, Verarbeiten und Aufbewahren“ des KMK-Kompetenzrahmens (KMK, 2016a) zeigen beispielsweise Überschneidungen zum „Kommunizieren“ unter den mathematischen Prozesskompetenzen. Hier geht es um das Vermitteln und Verarbeiten von Informationen, wobei der KMK-Kompetenzrahmen die Arbeit mit Texten hinsichtlich ihrer technischen, rechtlichen und gestalterischen Aspekte im Allgemeinen ausdifferenziert, in den Bildungsstandards Mathematik es dagegen um die Rezeption, Bewertung und Produktion von Texten mit fachlichem Anspruch geht. Diese Perspektiven ergänzen sich, und zwar auch im Interesse eines modernen Mathematikunterrichts, in dem die Informationsverarbeitung eine wachsende Rolle spielt.

Auch der Begriff „Problemlösen“ wird in beiden Kompetenzrahmen genannt. Während aber die mathematische Prozesskompetenz der Bildungsstandards Mathematik den Fokus auf die Anwendung ausgewählter Heuristiken legt, verweist der KMK-Kompetenzrahmen zu digitalen Kompetenzen auf die kreative Anwendung und bedarfsgerechten Einsatz von digitalen Werkzeugen. Bemerkenswert ist dabei, dass es die mediendidaktische Perspektive ist, die an den kreativen Kern des mathematischen Problemlösens erinnert.

Das „Kooperieren“ ergänzt die digitale Kompetenz des Kommunizierens und hebt so das kollaborative Potenzial der Auseinandersetzung mit digitalen Informationen heraus. In den mathematischen Kompetenzen für den mittleren Bildungsabschluss findet das Kooperieren dagegen keine explizite Erwähnung – ob-

gleich es in der methodischen Umsetzung des Mathematikunterrichts häufig vorkommt. Über kollaborative Sozialformen hinaus sind es die echten, weil herausfordernden Problemlösesituationen, die zur konstruktiven Zusammenarbeit aller Beteiligten motivieren können. Denn es hat sich gezeigt, dass gerade hier die individuell präferierten Heuristiken und Werkzeuge, darunter Papier und Bleistift, digitale Multirepräsentationswerkzeuge, CAS und Onlinequellen, mit dem Ziel einer kollaborativen Problemlösung zusammengeführt werden können (vgl. Santos-Trigo et al., 2016)

3 Neue fachliche Kompetenzen durch Digitalisierung

Anforderungen an mathematische Kompetenzen verändern sich beständig – insbesondere auch durch die Digitalisierung.

Versteht man mathematische Grundbildung als ein Ziel des Mathematikunterrichts, so soll diese Schüler:innen in die Lage versetzen, Mathematik in unterschiedlichen Situationen erfolgreich einzusetzen. Darunter fallen auch die Beschreibung und das Verstehen ihrer Lebenswelt – einschließlich gesellschaftlich relevanter Themen – unter mathematischen Gesichtspunkten (OECD, 2019; Winter, 1996). Diese Lebenswelt durchläuft auch durch die Digitalisierung in vielfältigen Kontexten eine Veränderung, sodass die bestehenden Curricula dahingehend geprüft werden sollen, ob sie dem Anspruch der mathematischen Grundbildung genügen (Pinkernell et al., 2022). Aktuell können die folgenden drei Themenbereiche als relevant eingeschätzt werden.

Statistisches Denken muss digital verstanden werden, wenn es als Kernkompetenz des 21. Jahrhunderts gesehen werden soll.

Mit Blick auf „Daten und Zufall“ stellt das *statistische Denken* – als Kernkompetenz für ein Leben in einer digitalisierten Welt – ein Beispiel dar, bei dem aktuelle Curricula und Schulbücher die Analyse echter Daten mit digitalen Medien bereits anleiten. Dabei orientieren sich viele Tätigkeiten an Empfehlungen der deutschsprachigen und internationalen Mathematikdidaktik (Ben-Zvi & Makar, 2016; Eichler & Vogel, 2013; Garfield & Ben-Zvi, 2008; Krüger et al., 2015; Biehler, 2014). Sie fokussieren auf die Vermittlung von konzeptuellem gegenüber prozeduralem Wissen, auf die Integration realer und nicht nur realistisch anmutender Daten sowie auf die Nutzung von digitalen Medien zur automatisierten Berechnung und Erstellung von Grafiken. Insgesamt muss hier jedoch weiterhin eine konsequente Umsetzung im Unterricht eingefordert werden.

Die Befassung mit mathematischen Algorithmen kann die Idee des Algorithmus im Sinne des Computational Thinking stärker herausarbeiten.

Die „Leitidee Algorithmus“, die bereits in den Kerncurricula für die Sekundarstufe II enthalten ist (KMK, 2015), sollte mit ihrem Grundanliegen auch in die Sekundarstufe I und ggf. auch für die Primarstufe durchdacht werden. So sind Algorithmen im Mathematikunterricht zwar präsent und prägen in Form von Formeln und Verfahren das Bild mathematischer Rechenfertigkeiten, sie werden jedoch in der Regel nicht mit Blick auf die Idee des Algorithmisierens thematisiert. Dies sollte im Sinne des *Computational Thinking* (Eickelmann et al., 2019; Hickmott et al., 2018; Wing, 2006; Barcelos et al., 2018) überdacht werden, sodass gängige Algorithmen, wie etwa ausgewählte schriftliche Rechenverfahren in der Primarstufe oder das Heron-Verfahren in den Sekundarstufen in Hinblick auf die Automatisierung und prinzipielle Lauffähigkeit im Computer analysiert und verstanden werden (Eickelmann et al., 2019; Ziegenbalg, 2015; Schwätzer, 2018)

Auch mathematische Modellierungen zur Lösung realer Probleme eignen sich ggf. für eine algorithmische Beschreibung, wie etwa Verschlüsselungsverfahren der Kryptographie, was Einzug in den Mathematikunterricht finden kann. In diesem Zusammenhang ist auch ein interdisziplinärer und fächerübergreifender Mathematik- und Informatikunterricht denkbar (Hubwieser, 2007; Kortenkamp & Lambert, 2015).

Die Kombination von Daten und Algorithmen (Data Science) sollte im Mathematikunterricht thematisiert werden, da sie grundlegend für das Verständnis von Machine Learning und Künstlicher Intelligenz ist.

Ein Merkmal unserer heutigen – auf Informationen und ihrer Verarbeitung beruhenden – Gesellschaft ist der Einsatz von Algorithmen und algorithmischen Entscheidungssystemen, die auf *Big Data* basieren. Ein fundierter und kritischer Umgang mit diesen Themen – insbesondere auch vor dem Hintergrund aktueller Diskussionen um Tools wie ChatGPT – stellt damit eine aktuelle Herausforderung für Bürger:innen dar. Um dies im Sinne mathematischer Grundbildung prinzipiell verstehbar und damit auch kritisierbar zu machen, sollte der Mathematikunterricht die konzeptuellen Grundlagen damit verbundener und relevanter aktueller Themen (z. B. *machine learning* und *artificial intelligence*) behandeln. Hierfür erscheint eine Kompetenzentwicklung in der Kombination aus den Bereichen Daten und Datenanalyse (z. B. Clusteranalyse und Entscheidungsbäume), Wahrscheinlichkeit und Algorithmen notwendig (Biehler & Fleischer, 2021; Frischmeier et al., 2021; Kepner & Jananthan, 2018).

4 Personale digitale Bildung im Fach fördern

Der Mathematikunterricht sollte zum Mündigwerden durch und gegenüber Mathematik auch unter Beachtung digitaler Perspektiven beitragen.

In einer zunehmend mathematisch geprägten und gestalteten Welt werden zentrale gesellschaftliche Prozesse durch mathematische Verfahren festgelegt und gestaltet (z. B. Sitzverteilungsverfahren, Besteuerung, Rankings, u. v. m.). Hierbei können digitale mathematische Zugänge dazu beitragen, die dahinterliegenden Entscheidungsmöglichkeiten und Spielräume offen zu legen und diskutierbar zu machen (OECD, 2018b; Pohlkamp, 2021). Dies betrifft insbesondere auch das Verstehen algorithmischer Entscheidungssysteme, deren mathematische Grundlagen sowohl Algorithmen als auch Datenanalyseverfahren umfassen und die in vielen gesellschaftlichen Entscheidungsprozessen vorliegen, bei denen die Unterstützung künstlicher Intelligenz eingesetzt wird. So kann zu einem digitalen Mündigwerden durch Mathematik beigetragen werden.

Dazu ergänzend sind Aspekte des digitalen Mündigwerdens gegenüber Mathematik verstärkt relevant. In weiten Teilen des täglichen Lebens sehen sich Menschen mit automatisiert und computergestützt berechneten Handlungsempfehlungen konfrontiert. Die scheinbare Objektivität von Mathematik muss in diesem Zusammenhang thematisiert und kritisch reflektiert werden, um Grenzen der Beschreibung, Modellierung und Operationalisierung komplexer Zusammenhänge abschätzen zu können. Hierzu gehört insbesondere der im Rahmen gesellschaftlicher Transformationen zunehmende Einsatz von KI in vielen Lebensbereichen, für den Lernende und Lehrkräfte sensibilisiert werden sollten und dem sie nur durch mathematische Bildung kompetent begegnen können. Dies betrifft weitreichende und für die Teilhabe an unserer Gesellschaft relevante Aspekte, z. B. Profiling oder Vergabesysteme, die im Sinne einer Algorithmen-Ethik kritisch diskutiert werden sollen (Vieth & Wagner, 2017; Zweig, 2019, Stephan et al., 2021).

Der Mathematikunterricht sollte zum Mündigwerden für das Lernen von Mathematik auch unter Beachtung digitaler Perspektiven beitragen.

Die große Auswahl und zunehmende Verfügbarkeit von institutionell unabhängigen digitalen Lernangeboten auch im Fach Mathematik machen ein *digitales Mündigwerden für das Mathematiklernen* nötig – aber auch ein Mündigwerden gegenüber dem Mathematikunterricht möglich, der sich damit als konkurrenzfähig darstellen muss. Insbesondere „Open Educational Resources“ auf verschiedensten Plattformen (z. B. Serlo, Wikipedia und YouTube) bieten die Chance für kos-

tengünstige Zugänge zur Mathematik, die klassische Oligopole bei der Bereitstellung und Verbreitung von Bildungsmedien ergänzen (vgl. KMK, 2016b; Balcke & Bersch, 2019). Damit wird die Verfügbarkeit von Informationen zu mathematischen Inhalten zunehmend breiter und ist insbesondere nicht mehr nur auf den Unterricht beschränkt (Rat für kulturelle Bildung, 2018). Der Mathematikunterricht sollte die Schüler:innen daher dazu befähigen, ihren eigenen Lernprozess eigenständig und kompetent zu gestalten, indem er die Verwendung digitaler Medien und Werkzeuge thematisiert und so zum kompetenten und kriteriengeleiteten Auswählen geeigneter Tools (wie etwa Lernvideos, Apps, Werkzeuge, z. B. Korntreff & Prediger, 2021; Klinger & Walter, 2022) befähigt. Hier sind die in Abschnitt 1 beschriebenen digitalen Medien von Bedeutung, wie etwa Darstellungen und Darstellungswechsel im Rahmen dynamischer Geometriesoftware oder Datenexploration mithilfe geeigneter Tools (Biehler, Frischemeier & Podworny, 2016).

5 Lehrkräfteausbildung und -weiterbildung

Veränderungen im Mathematikunterricht durch Digitalisierung betreffen besonders auch die Professionalisierung von Lehrkräften.

Das Aufgabenspektrum von Lehrkräften erweitert sich mit Blick auf die oben ausgeführten vier Abschnitte erheblich. „Damit das Lehren und Lernen mit digitalen Medien fachlich sinnvoll und zielorientiert realisiert werden kann“ (KMK, 2016b, S. 29) spielen für die Professionalisierung von Lehrkräften vor allem die folgenden Aspekte eine wichtige Rolle:

- Eine zeitgemäße Lehrkräfteprofessionalisierung muss fachdidaktische Standards und Kriterien für die Auswahl und den unterrichtlichen Einsatz digitaler Lernangebote thematisieren und dabei das Zusammenspiel von analogen und digitalen Medien kriterial und nach dem Primat der Fachdidaktik reflektieren.
- Zudem müssen Lehrkräfte auf die Möglichkeiten zur Vermittlung digitaler Kompetenzen im Fach Mathematik und die Erarbeitung von fächerübergreifenden Schulcurricula zu digitalen Kompetenzen vorbereitet werden.
- Mit Blick auf die Digitalisierung müssen Lehrkräfte fachlich und didaktisch auf sich verändernde Inhalte und Leitideen im Lehrplan vorbereitet werden. Dies betrifft insbesondere die Bereiche Daten, Algorithmen und Data Science. Hierfür müssen fachbezogene Konzepte für die Lehrkräfteprofessionalisierung an den Universitäten und in Weiterbildungen ausgearbeitet, in den Bildungsgängen umgesetzt

sowie auf dieser Basis neue Unterrichtskonzepte mit Lehrkräften gemeinsam entwickelt und unterrichtlich erprobt werden.

- Lehrkräfte müssen für die veränderte gesellschaftliche Realität durch Digitalisierung sensibilisiert werden. Sie müssen die Notwendigkeit zur personalen Bildung mit dem Bildungsziel der (digitalen) Mündigkeit reflektieren und Ansätze kennen lernen, diese unterrichtlich umzusetzen.

Die vier beschriebenen Aspekte bedürfen der fachdidaktischen Forschung und Entwicklung und sind in Kooperation mit der Unterrichtspraxis und der zweiten Ausbildungsphase (weiter) zu entwickeln. Beispiele für Konzepte und Umsetzungen lassen sich vielfach in der Literatur finden (Bertelsmann Stiftung et al., 2018; Ebers et al., 2019; Walter & Rink, 2019; Eickelmann & Drossel, 2020; Arnold, 2020; Salle, Schumacher & Hattermann, 2021).

6 Handlungsfelder

In der Auseinandersetzung mit den obigen Perspektiven im Bezug zur Digitalisierung ergeben sich die folgenden Handlungsfelder für die Mathematikdidaktik:

- *Entwicklung und Erforschung von Lernumgebungen* mit digitalen und analogen Medien zum Aufbau (neuer) fachlicher, digitaler und personaler Kompetenzen.
- *Fachdidaktische Begleitung einer adäquaten ressourcenreichen Ausstattung von Schulen und Beteiligung bei der Entwicklung von fächerverbindenden Curricula zu digitaler Bildung.*
- *Entwicklung von Empfehlungen zur Überarbeitung bestehender Curricula* für eine zeitgemäße mathematische Bildung auch und insbesondere im Kontext der Digitalisierung.
- *Lehrkräfteprofessionalisierung und -fortbildung* in Hinblick auf den mathematikdidaktisch fundierten Einsatz digitaler Medien und Werkzeuge beim Mathematiklernen. und auch in Hinblick auf die Förderung neuer mathematischer, digitaler und personaler Kompetenzen

Insbesondere ist zu betonen, dass in der Mathematikdidaktik international wie national zu vielen der genannten Aspekte Ergebnisse vorliegen, aber auch Desiderate formuliert werden können. Somit kann die Mathematikdidaktik ihren Beitrag zum stets fortschreitenden Forschungs- und Entwicklungsprozess im Kontext der digitalen Transformation leisten.

Literatur

- Ainsworth, S. (2006). DeFT: A conceptual framework for considering learning with multiple representations. *Learning and instruction*, 16(3), 183–198.
- Arnold, P. (2020). *Digitalisierung und Lehrkräftefortbildung*. Logos, Berlin.
- Artigue, M. (2002). Learning mathematics in a CAS environment: The genesis of a reflection about instrumentation and the dialectics between technical and conceptual work. *International Journal of Computers for Mathematical Learning*, 7(3), 245–274.
- Balcke, D., & Bersch, S. (2019). Mathematik lernen mit Open Educational Resources (OER): Exemplarische Analysen von Angeboten der Serlo-Lernplattform. In E. Matthes, T. Heiland, & A. von Proff (Hrsg.), *Open Educational Resources (OER) im Lichte des Augsburger Analyse- und Evaluationsrasters (AAER): Interdisziplinäre Perspektiven und Anregungen für die Lehramtsausbildung und Schulpraxis* (S. 93–107). Bad Heilbrunn.
- Ball, L., Drijvers, P., Ladel, S., Siller, H. S., Tabach, M., & Vale, C. (Hrsg.) (2018). *Uses of technology in primary and secondary mathematics education: Tools, topics and trends*. Springer.
- Barcelos, T. S., Munoz, R., Villarroel, R., Merino, E., & Silveira, I. F. (2018). Mathematics learning through computational thinking activities: A systematic literature review. *Journal of Universal Computer Science*, 24(7), 815–845.
- Barzel, B., & Schreiber, C. (2017). Digitale Medien im Unterricht. In M. Abshagen, B. Barzel, J. Kramer, T. Riecke-Baulecke, B. Rösken-Winter, & C. Selter (Hrsg.), *Basiswissen Lehrerbildung: Mathematik unterrichten* (S. 200–215). Klett/Kallmeyer.
- Ben-Zvi, D., & Makar, K. (Hrsg.). (2016). *The teaching and learning of statistics*. Springer International Publishing. DOI:10.1007/978-3-319-23470-0
- Bertelsmann Stiftung, CHE Centrum für Hochschulentwicklung GMBH, Deutsche Telekomstiftung & Stifterverband für die deutsche Wirtschaft (Hrsg.) (2018). *Lehramtsstudium in der digitalen Welt. Professionelle Vorbereitung auf den Unterricht mit digitalen Medien?! Online unter www.monitor-lehrerbildung.de/web/.content/Downloads/Monitor-Lehrerbildung_Broschuere_Lehramtsstudium-in-der-digitalen-Welt.pdf*
- Biehler, R. (2014). Leitidee Daten und Zufall – fundamentale Ideen aus Sicht der Statistik. In H. Linneweber-Lammerskitten (Hrsg.), *Fachdidaktik Mathematik – Grundbildung und Kompetenzaufbau im Unterricht der Sekundarstufe I und II* (S. 69–92). Klett Kallmeyer.
- Biehler, R., & Fleischer, Y. (2021). Introducing students to machine learning with decision trees using CODAP and Jupyter Notebooks. *Teaching Statistics*, 43(1), 133–142. DOI:10.1111/test.12279
- Biehler, R., Frischemeier, D., & Podworny, S. (2016). Stochastische Simulationen mit TinkerPlots – Von einfachen Zufallsexperimenten zum informellen Hypothesentesten. *Stochastik in der Schule*, 36(1), 22–27.

- Bönig, D., & Thöne, B. (2019). Digitale Medien in der universitären Lehramtsausbildung – konzeptionelle Überlegungen und Umsetzungsmöglichkeiten. In D. Walter, & R. Rink (Hrsg.), *Digitale Medien in der Lehrerbildung Mathematik* (S. 37–49). WTM-Verlag. DOI:10.37626/GA9783959871204.0.02
- Brinda, T., Brüggem, N., Diethelm, I., Knaus, T., Kommer, S., Kopf, C., Missomelius, P., Leschke, R., Tilemann, F., & Weich, A. (2020). Frankfurt-Dreieck zur Bildung in der digital vernetzten Welt. Ein interdisziplinäres Modell. In T. Knaus, & O. Merz (Hrsg.), *Schnittstellen und Interfaces. Digitaler Wandel in Bildungseinrichtungen* (S. 157–167). kopaed. DOI:10.25656/01:22117
- Clark-Wilson, A., Robutti, O., & Sinclair, N. (Hrsg.). (2014). *The mathematics teacher in the digital era: An international perspective on technology focused professional development*. Springer.
- Drijvers, P. (2019). Head in the clouds, feet on the ground – A realistic view on using digital tools in mathematics education. In A. Büchter, M. Glade, R. Herold-Blasius, M. Klinger, F. Schacht, & P. Scherer (Hrsg.), *Vielfältige Zugänge zum Mathematikunterricht* (S. 163–176). Springer. DOI:10.1007/978-3-658-24292-3_12
- Duval, R. (2006). A cognitive analysis of problems of comprehension in a learning of mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, 61(1–2), 103–131.
- Ebers, P., Peters-Dasdemir, J., Thurm, D., & Wagener, O. (2019). Der Herausforderung der Digitalisierung im Mathematikunterricht in Fortbildungen begegnen. In A. Büchter, M. Glade, R. Herold-Blasius, M. Klinger, F. Schacht, & P. Scherer (Hrsg.), *Vielfältige Zugänge zum Mathematikunterricht* (S. 281–294). Springer. DOI:10.1007/978-3-658-24292-3_20
- Eichler, A., & Vogel, M. (2013). *Leitidee Daten und Zufall*. Springer. DOI:10.1007/978-3-658-00118-6
- Eickelmann, B., Bos, W., Gerick, J., Goldhammer, F., Schaumburg, H., Schwippert, K., Senkbeil, M., & Vahrenhold, J. (2019). *ICILS 2018 #Deutschland: Computer- und informationsbezogene Kompetenzen von Schülerinnen und Schülern im zweiten internationalen Vergleich und Kompetenzen im Bereich Computational Thinking*. Waxmann.
- Eickelmann, B., & Drossel, K. (2020). *Lehrer* innenbildung und Digitalisierung-Konzepte und Entwicklungsperspektiven*. Verlag Barbara Budrich.
- Egger, G. (2018). Digitale Grundbildung und Mathematik: Ergänzung, Unterstützung oder Konkurrenz. *R&E-SOURCE*, journal.ph-noe.ac.at/index.php/resource/article/view/565
- Etzold, H. (2020). Klötzchen (6.0) [App]. apps.apple.com/de/app/kl%C3%B6tzchen/id1027746349, Erstveröffentlichung: 2015.
- Frederking, V., & Romeike, R. (Hrsg.) (2022). *Fachliche Bildung in der digitalen Welt - Digitalisierung, Big Data und KI im Forschungsfokus von 15 Fachdidaktiken*. Waxmann.
- Frischemeier, D., Biehler, R., Podworny, S., & Budde, L. (2021). A first introduction to data science education in secondary schools: Teaching and learning about data exploration with CODAP using survey data. *Teaching Statistics*, 43(S1), 182–189. DOI:10.1111/test.12283
- Frischemeier, D., & Schnell, S. (2021). Statistical investigations in primary school – the role of contextual expectations for data analysis. *Mathematics Education Research Journal*, 35, 217–242. DOI:10.1007/s13394-021-00396-5
- GDM (2017). *Die Bildungsoffensive für die digitale Wissensgesellschaft: Eine Chance für den fachdidaktisch reflektierten Einsatz digitaler Werkzeuge im Mathematikunterricht*. madipedia.de/images/6/6c/BMBF-KMK-Bildungsoffensive_PositionspapierGDM.pdf
- GFD (2018). *Fachliche Bildung in der digitalen Welt. Positionspapier der Gesellschaft für Fachdidaktik*. www.fachdidaktik.org/wp-content/uploads/2018/07/GFDPositionspapier-Fachliche-Bildung-in-der-digitalen-Welt-2018-FINAL-HP-Version.pdf
- Hickmott, D., Prieto-Rodriguez, E., & Holmes, K. (2018). A scoping review of studies on computational thinking in K–12 mathematics classrooms. *Digital Experiences in Mathematics Education*, 4(1), 48–69. DOI:10.1007/s40751-017-0038-8
- Hillmayr, D., Ziernwald, L., Reinhold, F., Hofer, S. I., & Reiss, K. M. (2020). The potential of digital tools to enhance mathematics and science learning in secondary schools: A context-specific meta-analysis. *Computers & Education*, (153), 103897. DOI:10.1016/j.compedu.2020.103897
- Hubwieser, P. (2007). *Didaktik der Informatik*. Springer. DOI:10.1007/978-3-540-72478-0
- Huhmann, T. (2013). *Einfluss von Computeranimationen auf die Raumvorstellungsentwicklung*. Springer.
- Kepner, J., & Jananthan, H. (2018). *Mathematics of big data*. MIT Lincoln Laboratory Series.
- Klinger, M., & Walter, D. (2022). How users review frequently used apps and videos containing mathematics. *International Journal for Technology in Mathematics Education*, 29(1), 25–35.
- Klose, R. (2022). *Mathematische Begriffsbildung – PriMaPodcasts im bilingualen Kontext*. Waxmann.
- KMK (2003). *Bildungsstandards im Fach Mathematik für den Mittleren Schulabschluss*. Luchterhand.
- KMK (2004). *Bildungsstandards im Fach Mathematik für den Primarbereich*. Luchterhand.
- KMK (2015). *Bildungsstandards im Fach Mathematik für die Allgemeine Hochschulreife*. Wolters Kluwer.
- KMK (2016a). *Kompetenzen in der digitalen Welt*. Beschluss der KMK vom 8.12.2016. URL: www.kmk.org/fileadmin/Dateien/pdf/PresseUndAktuelles/2016/2016_12_08-KMK-Kompetenzen-in-der-digitalen-Welt.pdf (Abruf am 27. 1. 2021)
- KMK (2016b). *Bildung in der digitalen Welt. Strategie der Kultusministerkonferenz*. www.kmk.org/fileadmin/Dateien/pdf/PresseUndAktuelles/2018/Digitalstrategie_2017_mit_Weiterbildung.pdf (Abruf am 27. 1. 2021)

- KMK (2022). *Bildungsstandards im Fach Mathematik: Erster Schulabschluss (ESA) und Mittlerer Schulabschluss (MSA)*. Beschluss der KMK i. d. F. vom 23. 6. 2022. www.kmk.org/fileadmin/veroeffentlichungen_beschluesse/2022/2022_06_23-Bista-ESA-MSA-Mathe.pdf (Abruf am 8. 12. 2023)
- Korntruff, S., & Prediger, S. (2021). Verstehensangebote von YouTube-Erklärvideos – Konzeptualisierung und Analyse am Beispiel algebraischer Konzepte. *Journal für Mathematik-Didaktik*, 43, 281–310. DOI:10.1007/s13138-021-00190-7
- Kortenkamp, U., & Lambert, A. (2015). Wenn ..., dann ... bis ... Algorithmisches Denken (nicht nur) im Mathematikunterricht. *mathematik lehren*, 188, 2–9.
- Krauthausen, G. (2012). *Digitale Medien im Mathematikunterricht der Grundschule*. Springer Spektrum.
- Krauthausen, G. (2020). Tablets ante portas – Innovation oder/und Déjà-vu. In B. Brandt, L. K. Bröll, & H. Dausend (Hrsg.), *Digitales Lernen in der Grundschule II – Aktuelle Trends in Forschung und Praxis* (S. 40–59). Waxmann.
- Krüger, K., Sill, H. D., & Sikora, C. (2015). *Didaktik der Stochastik in der Sekundarstufe I*. Springer.
- Ladel, S. (2009). *Multiple externe Repräsentationen (MERs) und deren Verknüpfung durch Computereinsatz: zur Bedeutung für das Mathematiklernen im Anfangsunterricht*. Kovač.
- Leuders, T. (2019). Mathematik erkunden und verstehen mit unterrichtsintegrierten Lern-Apps – Fachdidaktische Kriterien für die kognitive Aktivierung und Verstehensunterstützung. In A. Büchter (Hrsg.), *Mathematik wirklich verstehen: Mit digitalen Werkzeugen zeitgemäßen Mathematikunterricht erlebbar machen* (S. 219–231). Springer.
- Lewalter, D., Diedrich, J., Goldhammer, F., Köller, O., & Reiss, K. (Hrsg.). (2023). *PISA 2022. Analyse der Bildungsergebnisse in Deutschland*. Waxmann.
- Lindmeier, A. (2018). Digitale Medien im Mathematikunterricht: Welche Rolle spielt die Fachdidaktik im Innovationsprozess? In G. Pinkernell, & F. Schacht (Hrsg.), *Digitales Lernen im Mathematikunterricht* (S. 1–14). Franzbecker.
- Ministerium für Bildung, Wissenschaft und Kultur des Landes Mecklenburg-Vorpommern (2018). *Rahmenplan Digitale Kompetenzen*. www.bildung-mv.de/schule-digital/rahmenplan-digitale-kompetenzen/
- OECD (2019). *PISA 2018 Assessment and analytical framework*. OECD Publishing. DOI:10.1787/b25efab8-en
- OECD (2018a). *PISA 2021 mathematics framework (second draft)*. OECD Publishing.
- OECD (2018b). *The future of education and skills: Education 2030. The future we want*. OECD Publishing.
- Pinkernell, G., Reinhold, F., Schacht, F., & Walter, D. (2022). Mathematische Bildung in der digitalen Welt. Die digitale Transformation im Fokus der Mathematikdidaktik. In V. Frederking, & R. Romeike (Hrsg.), *Fachliche Bildung in der digitalen Welt*. Waxmann.
- Pohlkamp, S. (2021). *Normative Modellierung im Mathematikunterricht: Bildungspotenzial, exemplarische Sachkontexte und Lernumgebungen*. Universität Aachen. DOI:0.18154/RWTH-2021-08443
- Rat für Kulturelle Bildung (2018). *Jugend/youtube/kulturelle Bildung: Repräsentative Umfrage unter 12- bis 19-Jährigen zur Nutzung kultureller Bildungsangebote an digitalen Kulturorten (Horizonte 2019)*. www.bosch-stiftung.de/sites/default/files/publications/pdf/2019-06/Studie_Jugend%20Youtube%20Kulturelle%20Bildung%202019.pdf
- Reinhold, F., Hoch, S., Werner, B., Richter-Gebert, J., & Reiss, K. (2020). Learning fractions with and without educational technology: What matters for high-achieving and low-achieving students? *Learning and Instruction*, (65), 101264. DOI:10.1016/j.learninstruc.2019.101264
- Rink, R., & Walter, D. (2020). *Digitale Medien im Mathematikunterricht – Ideen für die Grundschule*. Cornelsen.
- Salle, A., Schumacher, S., & Hattermann, M. (2021). *Mathematiklernen mit digitalen Medien an der Hochschule*. Springer.
- Santos-Trigo, M., Moreno-Armella, L., & Camacho-Machín, M. (2016). Problem solving and the use of digital technologies within the Mathematical Working Space framework. *ZDM*, 48(6), 827–842. DOI:10/gf52sd
- Schwätzer, U. (2018). *Programmieren in der Grundschule: Erfahrungen – Scratch-Codes – Tipps & Tricks*. CreateSpace Independent Publishing Platform.
- Stephan, M., Register, J., Reinke, L., Robinson, C., Pugalenti, P., & Pugalee, D. (2021). People use math as a weapon: Critical mathematics consciousness in the time of COVID-19. *Educational Studies in Mathematics*, 108(3), 513–532. DOI:10.1007/s10649-021-10062-z
- Tondeur, J., van Braak, J., & Valcke, M. (2007). Curricula and the use of ICT in education: Two worlds apart? *British Journal of Educational Technology*, 38(6), 962–976.
- Tulodziecki, G. (2016). Konkurrenz oder Kooperation? Zur Entwicklung des Verhältnisses von Medienbildung und informatischer Bildung. *MedienPädagogik: Zeitschrift für Theorie und Praxis der Medienbildung*, 25, 7–25.
- Urrf, C. (2012). *Das interaktive Rechendreieck*. www.lernsoftware-mathematik.de
- Vieth, K., & Wagner, B. (2017). *Teilhabe, ausgerechnet. Wie algorithmische Prozesse Teilhabechancen beeinflussen können*. Bertelsmann-Stiftung. DOI:10.11586/2017027
- Vuorikari, R., Kluzer, S., & Punie, Y. (2022). DigComp 2.2: The digital competence framework for citizens – With new examples of knowledge, skills and attitudes. *JRC Publications Repository*, 128415. DOI:10.2760/115376
- Walter, D., & Rink, R. (Hrsg.). (2019). *Digitale Medien in der Lehrerbildung Mathematik. Konzeptionelles und Beispiele für die Primarstufe* (Lernen, Lehren und Forschen mit digitalen Medien in der Primarstufe, Bd. 5). WTM-Verlag.
- Wing, J. M. (2006). Computational thinking. *Communications of the ACM*, 49(3), 33–35. DOI:10.1145/1118178.1118215

- Winter, H. (1996). Mathematikunterricht und Allgemeinbildung. *Mitteilungen der DMV*, 4(2). DOI:10.1515/dmvm-1996-0214
- Weigand, H.-G., & Weth, T. (2002). *Computer im Mathematikunterricht*. Spektrum Akademischer Verlag.
- Ziegenbalg, J. (2015). Algorithmik. In R. Bruder, L. Heffendehl-Hebeker, B. Schmidt-Thieme, & H.-G. Weigand (Hrsg.), *Handbuch der Mathematikdidaktik* (S. 303–329). Springer. DOI:10.1007/978-3-642-35119-8_11
- Zweig, K. (2019). *Ein Algorithmus hat kein Taktgefühl. Wo künstliche Intelligenz sich irrt, warum uns das betrifft und was wir dagegen tun können*. Heyne.
- Christine Bescherer, Pädagogische Hochschule Ludwigsburg
bescherer@ph-ludwigsburg.de
- Carina Büscher (geb. Zindel), Universität zu Köln
carina.buescher@uni-koeln.de
- Katja Lengnink, Universität Gießen
katja.lengnink@math.uni-giessen.de
- Guido Pinkernell, Pädagogische Hochschule Heidelberg
pinkernell@ph-heidelberg.de
- Frank Reinhold, Pädagogische Hochschule Freiburg
frank.reinhold@ph-freiburg.de
- Florian Schacht, Universität Duisburg-Essen
florian.schacht@uni-due.de
- Christof Schreiber, Universität Gießen
christof.schreiber@math.uni-giessen.de
- Daniel Walter, Technische Universität Dortmund
daniel.walter@math.tu-dortmund.de