

Arbeitskreis: Mathematiklehren und -lernen in Ungarn

Online, 27./28. 9. 2024 und Budapest, 16. 10. 2024

Gabriella Ambrus und Johann Sjuts

Auf zwei Veranstaltungen im zweiten Halbjahr 2024 kann der Arbeitskreis „Mathematiklehren und -lernen in Ungarn“ zurückblicken. Am 27. und 28. September 2024 fand (online) das Herbsttreffen des Arbeitskreises statt, am 16. Oktober 2024 ein Gastvortrag von Johann Sjuts an der Eötvös Loránd Universität in Budapest.

1 Herbsttreffen des Arbeitskreises am 27. und 28. September 2024

Teilgenommen haben 18 Kolleginnen und 9 Kollegen aus der Mathematikdidaktik (14 aus Ungarn, 7 aus Deutschland, 3 aus Österreich, 2 aus der Schweiz und 1 aus Rumänien). Es gab einen Hauptvortrag und zwölf Kurzvorträge.

Hauptvortrag

Vancsó, Ödön (Budapest): *Warum ist die Stochastik so schwer?*

Abstract: Im Vortrag werden die kognitiven Probleme der Entwicklung der Grundbegriffe (z. B. der Wahrscheinlichkeit) untersucht und wie diese im Unterricht beherrscht werden sollten. In der Mathematik sind wir daran gewöhnt, dass eine Behauptung, ein Urteil etc. entweder richtig oder falsch ist. Die immer anwesende Unsicherheit ist in der Stochastik nicht zu vermeiden. Deshalb scheint dieses Gebiet ein „fremder Körper“ in der Mathematik zu sein. Wie kann diese Situation durch die Analyse der verwendeten kognitiven und metakognitiven Prozesse behandelt werden? Wir suchen Antworten auf diese Frage.

Kurzvorträge

Barkó, Ferenc (Budapest): *Die Methoden der Reihentwicklung in einigen Mathematiklehrbüchern des 18. Jahrhunderts*

Abstract: Verfahren zur Erzeugung unendlicher Summen finden sich in zwei Lehrbüchern aus dem 18. Jahrhundert, die wahrscheinlich dazu gedacht waren, Oberstufenschüler in die Analysis einzuführen. Einer seiner

Autoren ist der bekannte Mathematiker Leonhard Euler, der andere Autor ist ein weniger bekannter Mathematiker und Lehrer aus Ungarn: Pál Kerekgedei Makó, der sein Lehrbuch auf Latein verfasste. Heutzutage gehören diese Verfahren nicht mehr zu den Pflichtthemen in der Oberstufe, obwohl sie Gelegenheit bieten, wichtige Fragen zu irrationalen Zahlen, Operationen und Unendlichkeit zu diskutieren, deren Lehre durch den Einsatz von Taschenrechnern in den Mittelschulen etwas oberflächlich geworden ist.

Figula, Ágota (Debrecen): *Die Analyse der Klausuren von Studenten, die die Mathematik mit der Orientierung an Funktionen lernen*

Abstract: Wir haben in den Seminaren des Kurses *Mathematik 1* eine Gruppe von Elektroingenieur- und Physikstudenten in ihrem ersten Hochschuljahr mit der Orientierung an Funktionen und mit praxisorientierten Aufgaben unterrichtet. Sie haben eine Klausur zum Thema Differenzialrechnung geschrieben. Wir haben die Ergebnisse unserer Studenten mit ihren Kommilitonen verglichen. Die Erfahrung war, dass unsere Gruppe solche Aufgaben, in denen sie die Differenzialrechnung anwenden sollten, erfolgreicher lösen konnte.

Fried, Katalin and Vásárhelyi, Éva (Budapest): *Two pillars of traditional Hungarian mathematics education*

Abstract: Hungarian mathematics education showed a noticeable rise around the turn of the 19th and 20th centuries. Later, in the 60s–70s of the 20th century, it gained new momentum with the leadership of Tamás Varga. In spite of some negative reactions, it became a success story in Hungary. Many have researched why and how it happened and how it still works. Also, the guided discovery nature of Hungarian mathematics education is well-known. But it only works for some children, and requires a lot of time. A workaround solution was needed to create a material appropriate for practically all children. To achieve this goal, sets of problems were created, and, for that, careful designing was needed. We study the background of the creating

of such problem sheets. They were designed *using elementarizing* and were based on *context effect*. We are going to represent some examples and analyze how they work.

Fülöp, Zsolt (Budapest): *The main cognitive aspects of the transition from arithmetic to algebra – patterns and errors*

Abstract: The cognitive gap between arithmetic and algebra principally means the pupils' inability to operate spontaneously with or on the unknown. In this way, certain types of errors can be identified, such as reversal error, closure, etc. In this presentation, we would like to discuss the results of our own empirical research on this topic, conducted among Grade 7 pupils. Our study investigates the main patterns and errors in pupils' thinking processes in the solution of word problems whose algebraic model is an equation where the unknown quantity occurs on both sides of the equation.

Kása, Emese (Debrecen): *Die Untersuchung des Unterrichts der Analysis unter Elektroingenieur- und Physikstudenten*

Abstract: In unserem Experiment haben wir Elektroingenieur- und Physikstudenten in den Seminaren des Kurses *Mathematik 1* untersucht, welche Kenntnisse sie über Funktionen in ihrem ersten Hochschulsesemester beherrschen. Sie haben einen Test im ersten Seminar geschrieben, in dem wir ihre Vorkenntnisse zum Thema Funktionen erhoben haben. Dann haben wir unsere Gruppe mit der Orientierung an Funktionen unterrichtet. Am Ende des Semesters haben alle Studenten wieder denselben Test geschrieben. Nach unseren Erfahrungen zeigte unsere Gruppe im zweiten Test bessere Leistungen.

Müller, Matthias und Imhof, Andreas (Chur): *Einflüsse der Methode bei der Untersuchung von Aneignungsprozessen bei der Arbeit mit digitalen Mathematikwerkzeugen – Beschreibung eines methodischen Untersuchungsdesigns*

Abstract: Denkprozesse, Schülerkonzepte und mathematische Grundvorstellungen können nur indirekt über Lösungen von Aufgaben, Beobachtungen oder Gespräche erschlossen werden. Jedem Vorgehen wohnen methodenspezifische Messfehler inne (Hasselhorn & Schneider, 2007). In einer mathematikdidaktischen Studie zum Lernen mit digitalen Mathematikwerkzeugen (Müller, 2021) wurden Werkzeug-Aneignungsprozesse mit der Methode des Lauten Denkens (Konrad, 2010) untersucht. Um die Reliabilität und Validität der Studienergebnisse zu verifizieren,

wird im Rahmen des Beitrags ein neues Untersuchungsdesign vorgestellt.

Pintér, Marianna (Budapest): *Can the traditional and digital development game fit in the mathematical ability development process of the alpha generation?*

I collected data in between 2014 and 2019 two times about the IT device usage habits of the Alpha-generation, and their mathematical experience base before school age. The method of data collection was a questionnaire survey. The second (online) questionnaire was available nationwide, it was filled out anonymously and voluntarily by a relative of 345 Hungarian pupils. Now I present the correlation analysis between the data covered the following: the independence of tool use habits and the frequency of tool use from gender, place of residence, and parent's educational level. Playing at home with traditional mathematical development games is also independent of those listed. Traditional development games are not supplanted or replaced by games played on IT devices, there is no trade-off between them.

Postupa, Jennifer (Bamberg) und Ambrus, Gabriella (Budapest): *Kognitive Aktivierung durch grafische Darstellungen – ein Vergleich deutscher und ungarischer Schulbücher aus zwei Epochen*

Abstract: Das Erlernen, Verstehen und Betreiben von Mathematik kann durch geeignete grafische Darstellungen erheblich unterstützt werden. In Lehrbüchern werden grafische Darstellungen beispielsweise eingesetzt, um Textinhalte zu verdeutlichen, mathematische Zusammenhänge zu veranschaulichen oder Beispiele für Aufgabenbearbeitungen bereitzustellen. Nicht zuletzt sind grafische Darstellungen auch geeignet, Lernende zu einer intensiven Auseinandersetzung mit mathematischen Inhalten anzuregen. Die Untersuchung solcher kognitiv aktivierender Lehrbuchdarstellungen im Rahmen des Bruchrechnens steht im Mittelpunkt dieses Vortrags.

Schnepel, Susanne (Münster): *Die Bedeutung des lauten Denkens für den Aufbau mentaler Repräsentationen im mathematischen Anfangsunterricht*

Abstract: Kinder mit Lernschwierigkeiten entwickeln häufig unzureichende mentale Repräsentationen oder Fehlvorstellungen. Im Vortrag wird der Frage nachgegangen, ob die metakognitive Strategie des lauten Denkens den Aufbau mentaler Repräsentationen bei Kindern mit Lernschwierigkeiten unterstützen kann. Die Frage wird auf Grundlage publizierter Studien beantwortet.

Sjuts, Johann (Osnabrück): *Passender Prompt, perfekter Respons? KI-Chatbot-Einsatz zum Lösen mathematischer Probleme*

Abstract: Ein generativer KI-Textroboter, ein KI-Chatbot, reagiert auf eine Eingabeaufforderung, einen Prompt, mit einer Antwort, einem Respons. Damit kann ein Chatbot durchaus in der Lage sein, für ein in Textform vorgelegtes mathematisches Problem eine Lösung in Textform zu erstellen. Anleitungen, Prompts klar und zielgerichtet zu formulieren, liefert das sogenannte Prompt Engineering. Die Frage ist, was sich vom Prompt Engineering zum Lösen mathematischer Probleme erwarten lässt.

Szűcs, Kinga (Erfurt): *Beliefs von deutschen Mathematiklehrkräften zum Beweis(en)*

Abstract: Da Beliefs eine entscheidende Rolle bei der Planung, Gestaltung, Bewertung, Wahrnehmung und Rezeption von Lehr- und Lernprozessen spielen, wurde bei Lehrkräften der Mathematik in Deutschland mit Hilfe eines digitalen Fragebogens untersucht, über welche Beliefs sie mit Bezug zum Beweis(en) verfügen. Die Ergebnisse zeigen, dass die Überzeugungen der Probanden vom Beweisbegriff mit dessen inhaltlichen Facetten übereinstimmen, gleichzeitig aber im schulischen Kontext in angemessenem Maß davon abweichen. Zudem lassen die Befunde Widersprüche zwischen ihren Beliefs mit Bezug zum Lernen bzw. zum Lehren von Beweisen erkennen. Im Vortrag werden die Ergebnisse ausführlich vorgestellt und es wird zur Teilnahme im ungarischen Sprachraum ermutigt, um länderübergreifende Vergleiche vornehmen zu können.

Vargyas, Emese (Leipzig): *Brücken bauen: Vom Speziellen zum Allgemeinen*

Abstract: Das Lösen von Beweis- und Konstruktionsaufgaben in der Elementargeometrie stellt für viele Schülerinnen und Schüler eine erhebliche Herausforderung dar. Der häufig gegebene Rat, einen Spezialfall zu betrachten, erweist sich oft als wenig hilfreich. Die Gründe für das Scheitern einer anschließenden Verallgemeinerung sind vielfältig. Die Trivialität des Spezialfalls, Schwierigkeiten bei der Erkennung von Zusammenhängen zwischen dem speziellen und dem allgemeinen Fall sowie mögliche Sackgassen, die sich aus der speziellen Lösung ergeben, sind nur einige der möglichen Ursachen. Im Vortrag werden anhand ausgewählter Beispiele verschiedene Ansätze zur Überwindung dieser Probleme vorgestellt.

In den Rückmeldungen wurden das vielfältige und bereichernde Programm sowie die angenehme und vertraute Atmosphäre (sogar online) gewürdigt.

2 Gastvortrag an der Eötvös Loránd Universität

Die Eötvös Loránd Universität hatte Johann Sjuts zum Gastvortrag eingeladen. Die Begrüßung erfolgte durch Csaba Csapodi, den neuen Leiter des dortigen Mathematikdidaktischen Zentrums für Lehrerbildung.

Johann Sjuts: *Key to Success: Cognitive and Metacognitive Processes in Understanding Mathematics*

Abstract: Humans are able to self-reflect on their thoughts and actions. They are able to make themselves the subject of their thoughts and reflections. In particular, it is possible to become aware of one's own cognition, which means the way in which one thinks about something, and thus regulate and control it. This is what the term metacognition, thinking about one's own thinking, stands for. The cognitive processes of thinking, learning and understanding in mathematics become more effective and successful when they are supplemented and extended by metacognitive processes. However, it depends on a specific design of the mathematics lessons and the corresponding tasks in mathematics.

3 Buchreihe „Mathematiklehren und -lernen in Ungarn“ im WTM-Verlag Münster

Mittlerweile liegen sechs Bände vor. Die Buchreihe hat dazu beigetragen, dass nicht nur ein vielfältiger Austausch von Forschungsergebnissen und Unterrichtsanregungen und eine internationale Zusammenarbeit stattgefunden haben, sondern dass auch (jüngere) Kolleginnen und Kollegen aus Ungarn eine Gelegenheit zu Publikationen erhalten und so Wege zur wissenschaftlichen Qualifikation gefunden haben.

4 Ausblick

Vorgesehen sind im Jahr 2025 zwei Treffen, am 4. März 2025 eine Arbeitskreis-Sitzung im Rahmen der GDM-Jahrestagung in Saarbrücken und am 10. und 11. Oktober 2025 eine Veranstaltung an der Eötvös Loránd Universität in Budapest zum 10-jährigen Bestehen des Arbeitskreises.

Gabriella Ambrus, Eötvös Loránd Universität Budapest
ambrus.gabriella@tk.elte.hu

Johann Sjuts, Universität Osnabrück
sjuts-leer@t-online.de