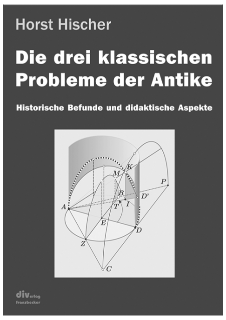
Horst Hischer: Die drei klassischen Probleme der Antike

Rezensiert von Thomas Jahnke



Es beginnt mit dem Umschlag: Vorn unter dem Titel, der mit ‚klassisch' und ‚Antike' irgendwie doppelt daherkommt, gleich eine undurchsichtige Zeichnung, erstellt mit einem Geometrieprogramm, das offensichtlich viele Pastellfarben und Linienformen zur Verfügung stellt, hinten ein Text in drei Schriftgrößen mit einer Randbreite $< 5\,\text{mm}$, als sei ein jäher Papiermangel ausgebrochen. Beim Aufschlagen fällt dann ein kleiner Zettel mit neun Errata heraus und, als wär's ein Bastelbogen, das Blatt „12 Register, S. 97–98" zum Austauschen. Die gefühlte Papierknappheit setzt sich durch das ganze Buch fort; nirgends hat das Auge Raum, der Satz ist durchgehend eng, die eingefügten Bilder und Zeichnungen meist zu klein, dass man schon fast haltlos erschrickt, wenn man auf die leere Seite 18 stößt.

Das Inhaltsverzeichnis weist dann hauptsächlich *Lösungswerkzeuge* und *Lösungswege* zu der *Dreiteilung eines Winkels*, der *Verdoppelung des Würfels* und der *Quadratur des Kreises* aus, die mit umfassenden historischen Kenntnissen detailliert dargestellt werden. Der Hauptteil des Büchleins befasst sich also mit der *Behandlung der drei klassischen Probleme innerhalb dreier Jahrhunderte der griechischen Antike* (500–200 v. Chr.) und deren Rezeption und Weiterentwicklung in den folgenden Jahrhunderten. Diese sorgfältige, detaillierte, historische Quellenarbeit ist bewundernswert und wird sicher die Anerkennung derer finden, die auf diesem Gebiet arbeiten und forschen. Aber der historische Blick geht nicht über den genannten Zeitraum hinaus, sondern verweigert sich nahezu der weiteren Entwicklung. Erst im 4. Abschnitt, der *19. Jahrhundert: die endgültige Lösung der drei klassischen Probleme* betitelt ist, von Kapitel 7 *Ergänzungen* (sic!) erfolgt kommentarlos ein jäher Zeitsprung zu den algebraischen Lösungen. Zu Recht rügt Hischer in seinem Vorwort die übliche Behandlung der drei Probleme

> Im Mathematikstudium werden sie – wenn überhaupt – meist nur marginal in Vorlesungen erwähnt, und allenfalls werden sie dann mit wenigen Beweiszeilen als nicht lösbar vorgestellt.

und folgt dann in seinem Büchlein eben dieser Praxis, wenn er deren Unlösbarkeit in kürzester Form auf kaum mehr als einer (!) Seite nach einem Hinweis auf die algebraische *Theorie der Körpererweiterungen* ohne jegliche Erläuterung *andeutet*. (Wie sich solche Wortkargheit oder Verschwiegenheit auf die Gruppierung der Trisektierer auswirkt, sei dahin gestellt; hier geht es ja um *historische Befunde* und *didaktische Aspekte*.)

Leider hat der Autor nicht die von F. Tägert ausgearbeiteten „Vorträge über ausgewählte Fragen der Elementargeometrie" von Felix Klein zu Rate gezogen. In der Einleitung zu dieser „Festschrift zu der Pfingsten 1895 in Göttingen stattfindenden dritten Versammlung des Vereins zur Förderung des mathematischen und naturwissenschaftlichen Unterrichts" [1] bemerkt Klein, der sich an das gleiche oder ein ähnliches Auditorium wie Hischer wendet:

> Die schärferen Begriffsbestimmungen und Beweismethoden, welche die moderne Mathematik entwickelt hat, gelten in den Kreisen der Gymnasiallehrer vielfach als abstrus und übertrieben exakt und werden dementsprechend gern so angesehen, als seien sie nur für den engeren Kreis der Specialisten von Bedeutung. Demgegenüber hat es mir Vergnügen gemacht im vergangenen Sommer vor einer grösseren Zahl von Zuhörern in einer zweistündigen Vorlesung darzulegen, was die neuere Wissenschaft über die Möglichkeit der elementargeometrischen Constructionen zu sagen weiss.

In der Einleitung (S. 1) kommt Klein dann auf sein Thema in klaren Worten zu sprechen:

> „Es sollen im Folgenden die geometrischen Constructionen behandelt werden, und zwar soll weniger nach der Auflösung im einzelnen Fall, als vielmehr nach der *Möglichkeit* resp. *Unmöglichkeit*, eine Lösung zu finden, gefragt werden.
> Drei Probleme, die bereits im Altertume untersucht wurden, werden dabei im Vordergrund des Interesses stehen. Es sind
> 1) *das Problem der Verdoppelung des Würfels* (auch das *Delische* Problem genannt),

> 2) *die Dritteilung eines beliebigen Winkels,*
> 3) *die Quadratur des Kreises* d. h. die Construction von π.
>
> Bei allen diesen Aufgaben haben die Alten vergebens eine Lösung mit Zirkel und Lineal gesucht, und eben darin lag die Berühmtheit derselben, dass zu ihrer Bewältigung höhere Hülfsmittel nötig schienen. Wir werden in der Tath beweisen, dass eine Auflösung durch Zirkel und Lineal unmöglich ist. Was den Nachweis ad 3) angeht, so handelt es sich dabei bekanntlich um einen ganz modernen Fortschritt. Die Entwicklungen ad 1) und 2) sind implicite in den allgemeineren Betrachtungen der Galois'schen Theorie enthalten, wie man sie heute in den Lehrbüchern der höheren Algebra findet. Dagegen fehlt auch bei diesen Problemen eine explicite Darstellung in elementarer Form (…).

Aus meiner Sicht hätte eine Schrift, die die drei genannten klassischen Probleme behandelt, eben auch das zu leisten, was Klein hier ankündigt, allerdings nach Möglichkeit so, dass der der Schulmathematik kundige Anfänger hier einen Zugang finden kann. Es ginge dabei nicht um *Elementarmathematik vom höheren Standpunkte*, wie es vielleicht Klein seiner Zeit erschien, sondern um *höhere Mathematik vom elementaren Standpunkte.* Wenn man sich überhaupt dieser klassischen Perlen zum Beispiel in *mathematischen Proseminaren des Mathematikstudiums* zur Bildung einer *fachlichen Grundlage für eine mögliche Grundlage im Mathematikunterricht* (so schlägt der Klappentext vor) annimmt, dann kann es nicht allein darum gehen, die griechische Mathematik vorchristlicher Jahrhunderte aufleben zu lassen, sondern entscheidend auch darum, wie und aus welcher Entwicklung und mit welchen Ergebnissen die moderne Mathematik sie bearbeitet hat. Dabei könnte man sich einerseits an den genannten Vorträgen von Klein orientieren und andererseits an den mathematikphilosophischen Überlegungen von Friedrich Waismann, der ca. 1938 die *Dreiteilung des Winkels* paradigmatisch für das „Suchen und Finden in der Mathematik" in einem ebenso betitelten Artikel [2] diskutiert. Frei nach Waismann könnte man sagen, dass der Beweis nicht zeigt, dass man einen Winkel mit Zirkel und Lineal nicht dreiteilen kann, er zeigt vielmehr, dass die Suche nach einer derartigen Konstruktion sinnlos ist.

Im Kapitel 8 *Zur Bildungsbedeutsamkeit dieser klassischen Probleme* begegnen wir schließlich neben dem romantischen Abstaubzitat von Toeplitz solchen von Israel Alexander Wittenberg, die wohlig unser Herz wärmen und auch des fortgesetzten Abdrucks wert sind. Wenn es dann bei Hischer auf Seite 68 unten heißt

> Solche unterschiedlichen Sichtweisen von „Geometrien" können (und sollten) auch ein *Bildungsziel gymnasialen Mathematikunterrichts* werden!

dann könnte man boshaft fragen, auf welche realen Schulen das kursiv gesetzten Attribut Bezug nimmt: Geht es bei dieser Feststellung und Forderung um spezielle Gymnasien oder auch um die Gesamtschulen in Nordrhein-Westfalen und die Stadtteilschulen in Hamburg?

Nachschrift

Die schlimmsten Rezensenten sind vielleicht die enttäuschten. Was hat diese Enttäuschung bei mir verursacht? Eine Kleinigkeit: es fehlt im Titel des Büchleins nur ein Wort mit zwei Buchstaben, nämlich ‚in'. Lautete dieser statt *Die drei klassischen Probleme der Antike* passender *Die drei klassischen Probleme in der Antike*, dann wäre ich vielleicht nicht so enttäuscht gewesen, sondern hätte das Büchlein gar nicht erst zur Hand genommen.

Horst Hischer: *Die drei klassischen Probleme der Antike. Historische Befunde und didaktische Aspekte.* Verlag Franzbecker. Hildesheim 2015. 98 Seiten.

Literatur

[1] F. Klein: Vorträge über ausgewählte Fragen der Elementargeometrie. Teubner Verlag. Leipzig 1895
[2] F. Waismann: Suchen und Finden in der Mathematik. In: Enzensberger, H.M.: Kursbuch 8. Suhrkamp Verlag. Frankfurt 1967. S. 74–92

Thomas Jahnke, Institut für Mathematik, Universität Potsdam, Campus II – Golm, Haus 9, Karl-Liebknecht-Straße 24–25, 14476 Potsdam
Email: jahnke@uni-potsdam.de

Editorischer Hinweis: Der Rezensent hat die Rezension vorab auch dem Autor zugesandt. Der Autor hat auf eine Replik im aktuellen Heft verzichtet.