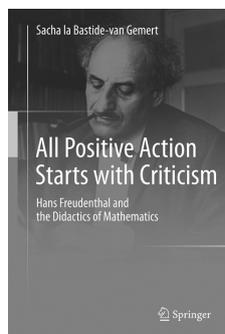


Sasha la-Bastide-van Gemert: All Positive Action Starts with Criticism: Hans Freudenthal and the Didactics of Mathematics

Rezensiert von David Kollosche



Die Beschäftigung mit dem Leben und Werk von Hans Freudenthal ist aus mehreren Gründen spannend. Ergreifend ist zunächst der Lebenslauf von Hans Freudenthal, der 1905 als Sohn jüdischer Eltern in Luckenwalde bei Berlin geboren loszieht, um Mathematik in Berlin zu studieren, von

Luitzen E. J. Brouwer als vielversprechendes Nachwuchstalent nach Amsterdam geholt wird, während der deutschen Besatzung aus dem Hochschuldienst entlassen wird, der Deportation nur dank seiner Ehe mit einer Niederländerin entgeht, sich in den letzten Kriegsjahren daheim bei der Erziehung seiner Kinder für die Didaktik der Mathematik zu interessieren beginnt, an der Universität in Amsterdam aber nach dem Krieg nie angemessen rehabilitiert wird. Mathematikdidaktisch interessant ist dann, wie Freudenthal in Amsterdam nicht nur seinen Ruf als angesehener Mathematiker festigt, sondern didaktisch aktiv wird, die Debatte um eine Modernisierung des Mathematikunterrichts in den Niederlanden begleitet, seine Ideen auf internationaler Bühne präsentiert und dort schließlich zu einer Führungspersönlichkeit aufsteigt, die in zentraler Rolle zur Verwissenschaftlichung, Institutionalisierung und Internationalisierung der Mathematikdidaktik beigetragen hat.

Mit seiner Dissertationsschrift *Elke positieve actie begint met critiek: Hans Freudenthal en de didactiek van de wiskunde* legte Sasha la Bastide-van Gemert 2006 eine Untersuchung des Lebenswerks Freudenthals vor,¹ welches 2015 in einer durch die ICMI geförderten und sprachlich zugänglichen, wenn auch zuweilen etwas holprigen, englischen Übersetzung von Marianne Vincken und William Third erschien. Im Fokus dieser Studie stehen dabei die folgenden Fragen:

What was Freudenthal's role in mathematics education? How correct is the view of the key role that he played in the innovations? [...]

What were his ideas about mathematics, education and didactics? How did these ideas originate, by what were they influenced and how did they change (if they did)? In what way did they have an influence, and what influence did they have, on the prevailing views at that time? (S. 3)

Nach einer historischen Beschreibung der Situation des Mathematikunterrichts und der Mathematikdidaktik in den Niederlanden zwischen den Weltkriegen und einem kurzen biographischen Abriss beleuchtet la Bastide-van Gemert mehrere Etappen des Schaffens Freudenthals, vor allem seine in einem unveröffentlichten Buchfragment überlieferten Beschäftigungen mit der Rechen-didaktik, seine Etablierung in mathematikdidaktischen Kreisen nach dem Zweiten Weltkrieg, seinen Aufstieg zu einer Führungspersönlichkeit im Forschungsfeld, seine Rezeption der Stufentheorie der van Hiele, seine Auseinandersetzung mit der Neuen Mathematik und sein Spätwerk. Anstatt die von la Bastide-van Gemert vorgelegte Zusammenfassung und Einordnung der Beiträge Freudenthals in dieser Rezension abermals zu resümieren, möchte ich im Folgenden versuchen, den mir bei der Lektüre gewahr gewordenen Einfluss Freudenthals auf die Mathematikdidaktik nachzuzeichnen und so das Interesse an einer tiefgreifenden Beschäftigung mit dem vorgelegten Buch zu wecken.

Zur Mathematikdidaktik als Wissenschaft

Als Freudenthal in den Wirren des Zweiten Weltkrieges beginnt, sich mathematikdidaktischen Fragen zuzuwenden, folgt der Mathematikunterricht in den Niederlanden noch einem von Darbietung und Übung beherrschten Unterrichtskonzept, welches in den Volksschulen an kalkülgeleitetem Drill und in den höheren Schulen logisch-deduktiv orientiert ist. Motiviert durch das Rechnenlernen seiner Kinder beginnt Freudenthal mit der Lektüre von 270 Quellen zur Rechen-didaktik, wovon

¹ Die niederländische Dissertationsschrift ist abrufbar unter <http://www.rug.nl/research/portal/files/14570498/thesis.pdf>.

ein umfangreiches, überliefertes Notizbuch Zeugnis ablegt, und mit dem Verfassen eines eigenen Werkes, welches jedoch nie über Vorbetrachtungen hinausgeht und unveröffentlicht bleibt. Gleichwohl sehen sowohl Freudenthal als auch la Bastide-van Gemert viele didaktische Grundpositionen Freudenthals bereits in diesem Manuskript angelegt, weshalb man la Bastide-van Gemert nur dafür danken kann, dass dieses unbekanntes Frühwerk aus den Archiven geholt und der interessierten Öffentlichkeit vorgestellt wurde.

Ein dominantes Thema in Freudenthals Rechendidaktik ist die Frage nach der Nützlichkeit von Hilfswissenschaften für die Beantwortung von Fragen im Bereich des Rechnenlernens. Freudenthal legt differenziert dar, warum er in der Philosophie, Psychologie, allgemeinen Didaktik und Methodologie der Zeit kaum Anregungen erkennen kann, die dazu beitragen können, Fragen zur unterrichtlichen Gestaltung eines Lehrgangs im Rechnen zu beantworten. Den populären Autoren seiner Zeit, unter anderem Johannes Kühnel, wirft er vor, philosophische und psychologische Theorien nur als oberflächliches Alibi zur Legitimation des eigenen Denkens anzuführen, ohne dabei die herangezogenen Theorien gründlich zu durchdenken und auf das Rechnenlernen zu beziehen. Diese Kritik kehrt bei Freudenthal später wieder, wenn er sich gegen die Legitimation der Neuen Mathematik durch die Entwicklungspsychologie von Piaget und Bruner wendet. Inspiriert durch die Pädagogik von Dalton, Montessori und Fröbel sowie durch neue und seinerzeit noch unbeachtete Entwicklungen in der Lernpsychologie aus den USA fordert Freudenthal bereits in seiner Rechendidaktik eine methodische Umorientierung der Forschung zum Mathematiklernen, welche ihre Theorien nicht als theoretische Wissenschaft oberflächlich von den Schutzheiligen der Bezugsdisziplinen ableiten, sondern als empirische Wissenschaft aus Beobachtungen gewinnen soll.

La Bastide-van Gemert arbeitet heraus, wie vor allem die Arbeit des Ehepaars van Hiele zu Stufen geometrischer Einsicht die Ansichten Freudenthals beeinflusst hatte. Durch die Erkenntnisse der van Hieles wurden Lücken im Verstehen mathematischer Inhalte erstmal mathematikdidaktisch beschreibbar. Freudenthal führt diese Stufentheorie in der Folge häufig an, um axiomatisch vorgehende und die geistige Entwicklung der Schüler ignorierende Unterrichtskonzepte zurückzuweisen und eine psychologisch orientierte Konzeption von Mathematikunterricht zu fordern. Auf dem Fundament dieses Denkens arbeitet Freudenthal seine Konzepte der ‚Nacherfindung unter Führung‘ und der ‚anti-didaktischen Inversion‘ aus. Die Promotionen der van Hieles bereiteten darüber hinaus

den Weg für die weitere Entwicklung der Mathematikdidaktik als eigenständige Wissenschaft: Die van Hieles waren 1957 nicht nur die ersten, die ihre Promotion zu einem mathematikdidaktischen Thema abschlossen, sondern gingen in ihren Untersuchungen zu Stufen geometrischer Einsicht empirisch vor, legitimierten diese also vor allem an Beobachtungen des Geometrielernens von Schülern. Damit war Freudenthals Forderung nach einer auf Empirie aufbauenden und wissenschaftlich selbständigen Mathematikdidaktik erstmals in einem Forschungsprojekt umgesetzt.

Zum Bildungswert von Mathematik

Ein anderes dominantes Thema, welches Freudenthal in seiner Rechendidaktik erstmals aufgreift, ist das des Bildungswerts der Mathematik. Seit dem 19. Jahrhundert wurde dem Mathematikunterricht in den Niederlanden vornehmlich ein formaler Bildungswert zugesprochen, und wenngleich diese Zuschreibung bereits mehrfach kritisiert wurde, war die Idee, dass man im Mathematikunterricht vor allem denken lerne, auch nach dem Zweiten Weltkrieg noch vorherrschend. Im Zuge seiner Rechendidaktik stellt sich Freudenthal dieser Idee vehement entgegen und argumentiert, dass einerseits völlig unklar sei, inwiefern man im Zuge des Rechnenlernens auch über das Rechnen hinaus denken lerne, etwa ein vielbeschworenes logisches Denken, und dass andererseits logisches Denken nur in sehr formalisierten Diskursen eine Anwendung finden könne und als Hilfe bei der Bewältigung der meisten privaten und beruflichen Probleme überschätzt werde. Gleichwohl glaubt Freudenthal durchaus, dass man in der Schule denken lernen könne, nur erachtet er andere Schulfächer wie den Unterricht in der Muttersprache dafür als geeigneter. Diese Sichtweise baut er nach dem Zweiten Weltkrieg in Vorträgen aus, stellt die der Idee der formalen Bildung zugrundeliegende Transferhypothese generell in Frage. Welcher Bildungswert kommt also dem Rechnen zu? Freudenthal sieht diesen einzig und allein in der alltäglichen Brauchbarkeit des Rechnens, weshalb jeder Rechenunterricht schließlich sicherzustellen habe, dass nicht nur korrekt gerechnet, sondern das Rechnen sinnvoll angewandt werden kann. Für Anwendungssituationen reiche es dabei nicht aus, dass sie irgendwo in der Praxis vorkommen; sie sollten stattdessen zur ‚Interessensphäre des Kindes‘ gehören.

Im Jahre 1951 wendet Freudenthal seine Ideen auch auf den Geometrieunterricht in höheren Schulen an und fordert dort eine Abkehr vom axiomatisch organisierten Lehrgang und eine Zuwendung zu einem intuitiven Herantreten an geometrische Fragestellungen. Im Vordergrund ste-

hen dabei wieder Freudenthals Skepsis gegenüber dem formalbildenden Charakter, der gerade der Geometrie traditionell zugeschrieben wurde, und sein Vorhaben, Mathematikunterricht vom Kinde aus zu denken. Den Bildungswert des euklidischen Lehrgangs in Geometrie sah Freudenthal schließlich im individuellen Erleben der Potenz des eigenen Denkens. Er vertrat dabei wie viele Kollegen seiner Zeit die Ansicht, dass eine intuitive Beschäftigung mit Geometrie früher oder später notwendig ein individuelles Bedürfnis nach logischer Rechtfertigung und Axiomatisierung hervorbringt.

Im Jahre 1947 trat Freudenthal einer Arbeitsgruppe zur Reform des Mathematikunterrichts bei und übernahm dort schnell eine führende Rolle. Diese Arbeitsgruppe erarbeitete schließlich ein Curriculum, in der Freudenthals bildungstheoretischen Überlegungen ihren Niederschlag fanden. Dieses Curriculum rückte nun nicht der den formalbildenden Charakter der Mathematik, sondern ihre Nützlichkeit in den Fokus und passte die Stoffauswahl entsprechend an. Das Curriculum der Arbeitsgruppe wurde zwar nie umgesetzt, beeinflusste eine kurz darauf umgesetzte Überarbeitung des Curriculums aber nachhaltig. Auf diesem Wege erhielten die Niederlande einen Lehrplan, in dem der Anwendungsbezug der Mathematik und das Verstehen vom Kinde aus in den Mittelpunkt rückten, und dessen Fortschritte Freudenthal auf internationalen mathematikdidaktischen Konferenzen in die Welt trug.

Zur Institutionalisierung der Mathematikdidaktik

Im Zuge seiner Forderungen nach einer Umorientierung mathematikdidaktischer Forschung hin zu einer empirischen Wissenschaft kommt bei Freudenthal auch erstmal die Forderung nach einer Institutionalisierung der Mathematikdidaktik auf. Im Sinne einer möglichst distanzierten Beobachtung von Lernprozessen solle eben nicht der Lehrer, sondern ein professioneller Außenstehender entsprechende Forschung betreiben. Als solche Außenstehende kommen in den 40er und 50er Jahren jedoch nur die daran wenig interessierten Fachkollegen aus der Mathematik und die wenigen, mit vielen anderen Fragen beschäftigten Erziehungswissenschaftler in Frage. Die Institutionalisierung der Mathematikdidaktik an den Universitäten scheint also unvermeidlich. Dieses Ziel erreicht Freudenthal in den Niederlanden jedoch erst in den späten 60er Jahren mit der Gründung des später nach Freudenthal benannten Instituts.

Darüber hinaus trägt Freudenthal maßgeblich zum Aufbau der Mathematikdidaktik als eigenständiger Wissenschaft bei. Durch seine Distanzierung

von Bezugswissenschaften stellt Freudenthal klar, dass nicht zu erwarten ist, dass die Probleme des Mathematikunterrichts in der Pädagogik, Psychologie oder allgemeinen Didaktik gelöst werden können. Mit seiner Betreuung der ersten mathematikdidaktischen und zudem noch empirisch ausgerichteten Promotion in den Niederlanden von Pierre van Hiele trägt Freudenthal dazu bei, mathematikdidaktische Forschung wissenschaftlich zu legitimieren und ein Exempel in seinem Sinne zu statuieren. Schließlich trägt Freudenthal als Ausrichter internationaler Tagungen, als Mitbegründer der Fachzeitschrift *Educational Studies in Mathematics* und als Präsident der ICMI dazu bei, die Mathematikdidaktik international aufzustellen.

Würdigung und Kritik

Die große Leistung von la Bastide-van Gemert besteht darin, das Wirken Freudenthals an ausgewählten Themen und an Hand auch unveröffentlichter Quellen nachzuzeichnen und in den jeweiligen zeitlichen Kontext einzuordnen. Besonders die Diskussion der zahlreichen Quellen, die la Bastide-van Gemert im Archiv Freudenthals sichtet und auswertet, erlauben neue Einblicke in die Umstände und Beweggründe der Beiträge Freudenthals. Aus dieser Sicht kann die Lektüre von la Bastide-van Gemerts Werk für jeden Mathematikdidaktiker nur bereichernd sein.

Gleichwohl sei auch kritisch angemerkt, was wenigstens mir bei der Lektüre deutlich zu kurz kam. Zunächst reflektiert la Bastide-van Gemert seine eigene Rolle als Geschichtsschreiber nicht. Sein historiographisches Vorgehen gleicht einer Erzählung, die versucht, das im Archiv dokumentierte Denken Freudenthals in die Diskurse seiner Zeit einzuordnen, und ignoriert die kritische Rolle der Geschichtsschreibung als Produzent von Wahrheit. Im Kontext der Analyse des Lebenswerks Freudenthals und der Geschichte der Mathematikdidaktik wäre insbesondere zu fragen, welche Thesen hier aufgeworfen und an Hand der Analyse wie gestützt oder verworfen werden, welche alternative Interpretation des Geschehenden möglich ist, und welche Funktionen, beispielsweise für die Identitätsbildung der Mathematikdidaktik, bestimmte Erzählungen über das Lebenswerk Freudenthals im Gegensatz zu alternativen Deutungen haben. Dass im Buch fast nebenbei herausgearbeitet wird, dass Freudenthal zu seiner eigenen Mystifizierung beigetragen habe, reicht dazu nicht aus. Bezeichnend ist in diesem Kontext, dass la Bastide-van Gemert seiner historischen Studie keine Ausführungen über seinen geschichtswissenschaftlichen Ansatz voranstellt.

Zudem scheint es mir, als habe la Bastide-van Gemert seiner historischen Rekonstruktion eines tieferreichenden Potentials beraubt, indem er sich auf die bloße Nacherzählung und historische Einordnung der Ideen Freudenthals beschränkt. Dass die Ideen Freudenthals an keiner Stelle kritisiert, mit zeitgenössischen Positionen kontrastiert oder in ihrer Wirkungsgeschichte bis heute nachverfolgt werden, lässt das Lebenswerk Freudenthals in ihrer historischen Einsamkeit zurück, anstatt sie mit heutigen Entwicklungen in der Mathematikdidaktik zu verbinden. Womöglich ist dieser letzte Schritt aber auch eine zu hohe Erwartung im Rahmen einer Dissertation und vielmehr Aufruf

an den mathematikdidaktischen Leser, der Bedeutung der Ideen Freudenthals für die heutige Mathematikdidaktik nachzuspüren. Abschließend sei auch in diesem Sinne die Lektüre wärmstens empfohlen!

La Bastide-van Gemert, Sasha: *All Positive Actions Starts with Criticism. Hans Freudenthal and the Didactics of Mathematics*. Springer, Dordrecht 2015, 386 S., ISBN 978-94-017-9333-9, ca. € 130,00.

David Kollosche, Grundschulpädagogik/Mathematik, Universität Potsdam, Karl-Liebknecht-Straße 24–25, 14476 Potsdam, Email: david.kollosche@uni-potsdam.de