

Herbert Möller: Zahlgenese

Rezensiert von Jürgen Maaß

In der universitären Ausbildung zum Mathematiklehrer bzw. zur Mathematiklehrerin spielt der Aufbau der Zahlbereiche von den natürlichen bis zu den komplexen Zahlen eine grundlegende Rolle. Peano-Axiome, Äquivalenzklassen von Brüchen, „Lücken“ im rationalen Zahlenstrahl, Dedekindsche Schnitte und Cauchy-Folgen sowie das berühmte „i“ für die Wurzel aus -1 sind typische, den meisten LehrerInnen vertraute Stichworte. Didaktische Probleme oder Herausforderungen für den Mathematikunterricht in der Schule entstehen bekanntlich – und mittlerweile oft empirisch bestätigt – einerseits aus dem Wunsch, auch in der Schule die Zahlbereiche „richtig“, also insbesondere mathematisch korrekt zu behandeln und andererseits aus der Unmöglichkeit, die notwendige Mathematik tatsächlich den SchülerInnen verständlich zu vermitteln.

Herbert Möller versucht nun in seiner typischen Art, durch eine sehr gründliche stoffdidaktische Untersuchung und Neuformulierung des Aufbaus der Zahlbereiche als „Zahlgenese“ einen Weg zur anderen und erfolgreicherer Behandlung des Themas im Unterricht zu weisen. Das vorliegende Buch ist zwar nicht unmittelbar im Unterricht einsetzbar. Es eröffnet aber den Raum für fachdidaktische Diskussionen und empirische Untersuchungen. Dazu gehört die Übersetzung von Teilen des Konzeptes in Unterrichtsvorschläge, die in der Schule erprobt und evaluiert werden können. Mit anderen Worten: Das Buch bildet die Basis für eine umfangreiche mathematikdidaktische Bemühung, in einem schon immer etwas zwickenden Themenbereich alte Herausforderungen auf neue Weise zu meistern. Meiner Ansicht nach ist der Vorschlag diskutierenswert.

Selbstverständlich kann im Rahmen einer solchen Rezension die Fülle der Ideen von Möller nicht im Detail wiedergegeben werden. Ich halte mich daher an das exemplarische Prinzip, um etwas neugierig zu machen, und deute abschließend nur einige der überraschenden Ergebnisse an. Was kann in einem so bekannten Gebiet wie der Bruchrechnung in bisher ungenutzter Weise „genetisch“ sein? Die Gleichheit von Brüchen a/b und c/d wird von Möller durch die Existenz einer gemeinsamen Erweiterung definiert, während das meistens dafür verwendete Kriterium $ad = bc$ eine Satzaussage darstellt. Die Repräsentanten aller zueinander gleichen Brüche lassen sich als „Kleinstbrüche“ (mit kleinstmöglichem Zähler und Nenner) im Unterricht entdecken. Die Übereinstimmung mit den (teilerfremde Zähler und Nenner besitzenden) „Kernbrüchen“ bildet dann einen Satz, der ebenfalls genetisch wird, indem Möller zur ihrer Berechnung anstelle des üblichen Kürzens eine spielerische Form für den effizienten „Kernbruchalgorithmus“ entwickelt. Wie sieht dieser Algorithmus aus? Lesen Sie es nach – auf Seite 66!

Auch die ganzen, die rationalen und die reellen Zahlen führt Möller als Repräsentanten ein. Durch eine Verbindung mit der Elementargeometrie wird bei den komplexen Zahlen sowohl ihre Darstellung als auch die Form der Verknüpfungen motiviert. Seine von der Erfahrung ausgehende Behandlung der natürlichen Zahlen interpretiert er in einem Rückblick als „Neubau“ des Buches „Was sind und was sollen die Zahlen?“ von R. Dedekind (1888).

Möller, Herbert: *Zahlgenese. Kompass-Buch*. Download kostenlos über <http://www.math.uni-muenster.de/u/mollerh/data/ZahlgeneseH.pdf>, 192 Seiten.