Brief eines Physikers an seinen Mathematiklehrer zu dessen 80. Geburtstag

Reinhard Koch

Lieber Herr B.,
Sie begehen Ihren 80. Geburtstag, zu dem meine Frau und ich Ihnen ganz herzlich gratulieren. Im Oktober des Jahres 2013 ging eine Schlagzeile durch die Presse, z. B. war im SPIEGEL ONLINE zu lesen: „Der Osten hat die Musterschüler: Sachsen und Thüringen führen beim bundesweiten Schulvergleich in Mathematik und Naturwissenschaften. Schlusslichter sind die Stadtstaaten und NRW. Dort liegen Schüler um bis zu zwei Jahre zurück.“[1] Als Erklärung bemühen Bildungsexperten für das gute Abschneiden der Ost-Bundesländer die mathematisch-naturwissenschaftliche Schultradition der DDR. Dort lag an polytechnischen Oberschulen ein Schwerpunkt auf diesen Fächern. Das ist auch meine Meinung. An Ihrem Ehrentage möchte ich Ihnen für Ihr Wirken in diesem Sinne als meinem Mathematiklehrer an der Martin-Luther-Oberschule in E. danken. Den Schuh, den Schülern eine solide mathematische Bildung weitergegeben zu haben, dürfen Sie sich bei all Ihrer bekannten Bescheidenheit getrost anziehen.

Ich vermute, dass der tiefere Grund die geringe gesellschaftliche Wertschätzung der Mathematik und der Naturwissenschaften in den alten Bundesländern sein könnte, was sich direkt auf Lehrerausbildung, Unterricht und Motivation auswirkt. Das wiederum könnte auf den Einfluss der Philosophen der Frankfurter Schule auf die Achtundsechziger zurückzuführen sein. Max Horkheimer (1895–1973), Adorno, Marcuse und ihre Schüler waren vielleicht doch nicht so weise, wie manche Grüne heute noch annehmen.

Ich möchte Ihren Geburtstag, lieber Herr B., zum Anlass nehmen, Ihnen grob zu umreißen, welchen Stellenwert die Mathematik in meinem Leben als Physiker bisher gehabt hat. Was sind eigentlich Physiker für Leute? Ich will es mal so sagen:

[1] www.spiegel.de/schulspiegel/wissen/laendervergleich-ostdeutsche-schueler-in-mathe-besser-als-westdeutsche-a-927216.html

Physiker

Ein unvollkommenes Bild erstellt
der Physiker sich von der Welt,
und hofft, das Werden und Vergehen
in Zukunft besser zu verstehen.

Sein Handwerkszeug ersetzt ihm glatt
Erfahrungen, die er nicht hat.
So kramt er in der Welt Bestand
mit dem geringsten Denkaufwand.

Er glaubt an das, was er auch misst,
an das, was ihm verständlich ist,
an ew'gen Teilchen-Wellen-Streit.
An IHN auch? Nach der Arbeitszeit.

Ich streue nachfolgend in diese Zeilen ein paar solche Reimereien speziell zur Mathematik ein, die ich bisher noch niemandem zugemutet habe. Sie müssen das ja nicht alles an Ihrem Geburtstag lesen. Es gibt ja auch, wie ich Ihnen wünsche, noch viele nachfolgende Tage.

Eine Vorbemerkung möchte ich voranstellen. Das, was wir *Mathematik* nennen, hat sich in der Physik seit etwa hundert Jahren anders entwickelt als in der abstrakten Mathematik. Fachfremde sind sich dessen meist nicht bewusst. Der Begriff *Abstrakte Mathematik* ist kein etablierter Name für das, was ich hier meine, vermittelt aber vielleicht intuitiv eine Vorstellung von der Richtung, in die die moderne Mathematik voranschreitet. Jeder bedient sich im Denkprozess der Abstraktion, ist aber gut beraten, wenn er sich von den konkreten Objekten der Wirklichkeit nicht zu weit entfernt. Es gibt selbstverständlich auch Mathematiker, die sich dessen bewusst sind. So trägt ein Buch von Donald E. Knuth (*1938), Urvater des Textsatzsystems TEX, aus gutem Grund den Titel *Concrete Mathematics* (mit R. L. Graham und O. Patashnik, 2. Auflage, Addison-Wesley, Reading (MA) 1994). Knuth hat mit dem Physikstudium begonnen und dann den Weg zur Mathematik eingeschlagen.

Studierte Mathematiker schauen nicht selten auf die mathematische Physik herab. Im Gegenzug gibt es Physiker, die behaupten, dass alles, was in der Mathematik wirklich bahnbrechend war, von Physikern erfunden worden sei. So krass würde ich es nicht formulieren. Ich will es charmanter sagen:

Soll ich das Los des Mathematikers umreißen?
Was er hervorbringt, muss er auch beweisen.
Wie einfach hat's der Physiker indessen,
was er zu Recht behauptet, lässt sich messen.

Der Physiker Georg Joos (1894–1959) schrieb im Vorwort seines im Jahr 1932 erstmals erschienenen „Lehrbuch der theoretischen Physik" (das 15 Auflagen bis zum Jahr 1989 erreichte): „Der Mathematiker, der vielleicht über manche Kühnheit in den heutigen theoretisch-physikalischen Arbeiten entrüstet ist, möge bedenken, daß der Physiker ebensowenig auf eine vollkommen exakte Grundlegung seiner Hilfsmittel warten kann, wie etwa der Chemiker auf die physikalische Klärung der Valenzkräfte wartet."

Was mich betrifft, so weiß ich heute noch nicht, warum ich mir in den 1970er Jahren neun Bände der *Eléments de mathématique* par N. Bourbaki in russischer Übersetzung gekauft habe. Dabei soll der streng logische Stil der Bücher die heutige Mathematik entscheidend mitgeprägt haben. Zum Kauf hatte mich die Erwartung bewogen, in den Büchern verborgene Schätze zu finden, die sich vielleicht zum Nutzen der Physik heben ließen. Dass sie solche Schätze enthalten, bezweifle ich auch heute nicht, aber sie sind mir zu tief verborgen. Ich hätte schon beim Kauf stutzig werden müssen, weil es in den Bänden keine Abbildung gibt. In der deutschsprachigen Wikipedia ist unter Nicolas Bourbaki zu lesen: „In Frankreich beherrscht Bourbakische Axiomatik häufig noch den gesamten Hochschulunterricht in Mathematik als Haupt- oder Nebenfach; ausländische Beobachter wie Wladimir Igorewitsch Arnold (1937-2010) halten diesen dogmatischen Formalismus für ein Verbrechen an den Studenten."

Ende der 1960er Jahre gab es einen Wettstreit zwischen dem Leiter der Abteilung Rechentechnik im Institut, einem „reinen" Mathematiker, der sich als solcher schon einen Namen gemacht hatte, und einem Physikerkollegen. Es ging darum, wer das schnellere Programm zur iterativen Lösung eines linearen Gleichungssystems in Algol 60 schreibt. Das des Physikers war nicht nur viel schneller als das des Mathematikers bei gleicher Genauigkeitsgrenze, sondern brauchte auch noch deutlich weniger Speicherplatz.

Zu einem kleinen Eklat kam es, als der außergewöhnliche Physiker Klaus Fuchs (1911–1988), von 1959 an bis zum Jahr 1974 stellvertretender Direktor des Zentralinstituts für Kernforschung, zum Leiter des Forschungsbereiches Physik, Kern- und Werkstoffwissenschaften der Akademie der Wissenschaften der DDR berufen wurde. Da forderte er nämlich eine radikale Richtungsänderung der Mathematik in der DDR hin zur *Konkreten Mathematik*. Erreicht hat er aber wohl nichts.

Schisma der Mathematik

Als Ausgangspunkt der Spaltung der Mathematik der Physiker und Mathematiker würde ich die Arbeiten von Évariste Galois (1811–1832) ansehen. Seine Arbeiten zur Lösung algebraischer Gleichungen, der so genannten Galoistheorie, fanden erst elf Jahre nach seinem Tod, um das Jahr 1843 herum also, Anerkennung. Er starb im Alter von nur 20 Jahren bei einem Duell wegen eines Mädchens namens Stéphanie. Von seinen Ideen ausgehend trat bei den Mathematikern die Gruppentheorie ihren Siegeszug an. Von da an sprechen Mathematiker von Zahlen meist nur im Notfall. Ich zitiere die Wikipedia unter *Évariste Galois*, um zu umreißen, was er gefunden hatte. Man darf sich gleichzeitig auch über die Ausdrucksweise heutiger Mathematiker freuen: Die Galoissche Gruppe G ist „die Gruppe der Automorphismen des Erweiterungskörpers L über dem Grundkörper, der durch Adjunktion aller Nullstellen definiert ist. Galois erkannte, dass sich die Untergruppen von G und die Unterkörper von L bijektiv entsprechen."

Als nächsten großen Scheideweg sehe ich die Überbetonung der Mengenlehre von Georg Cantor (1845–1918) an. Es ist vielleicht mit seiner manisch-depressiven Erkrankung zu begründen, dass er glaubte, seine Theorie der Mächtigkeit des Kontinuums sei ihm von Gott übermittelt worden. Natürlich nicht die Mengenlehre selbst erscheint mir dabei das Problematische zu sein, sondern die in der Folge entstandene Axiom-, Symbol- und Definitionsmanie. Vor mehr als dreißig Jahren habe ich vier Strophen darüber geschrieben:

> *Menge*
> Die Menge ist nach Cantor etwas Eig'nes.
> Ein Töpfchen für Objekte, wie er meint,
> Objekte, die vorhanden,
> oder erst im Kopf entstanden,
> die alle etwas haben, was sie eint.
>
> Der Mathematiker, nach kurzem Stöhnen,
> ergreift die Menge, denn sie kommt ihm recht,
> und startet ein Spektakel,
> denn er glaubt, sie nähm' den Makel,
> er sei ja letztlich nur ein Zahlenknecht.
>
> Er bastelt sich Axiome und Symbole,
> und sieht die Welt fortan mit diesem Tick
> nur durch das Mengenprisma,
> doch das führt zum Großen Schisma
> von seinem Fache und dem Fach Physik.
>
> Er hätschelt diesen Geist, den er gerufen,
> und der ihn von der Praxis hat entfernt.
> Und hofft, es wird nicht enden
> als Verbrechen an Studenten,
> und dass ein Kind das Zählen niemals lernt.

Anlass für das Lied war ein Briefwechsel mit meinem Bruder, der sich darüber beklagte, dass seine Tochter in der Schule in Österreich statt Rechnen mit Zahlen Rechnen mit Mengen lernen müsse.

Zum Problemkreis *Mengenlehre und Moderne Mathematik in der Grundschule* gab es im Spiegel Nr. 13 aus dem Jahr 1974 einen interessanten und amüsanten Leitartikel *Macht Mengenlehre krank?*[2], der auch heute noch im Netz nachzulesen ist. Daraus einen kurzen Auszug:

> Die Mengenlehre beschäftigte und empörte mehr Eltern als irgendein anderes Schulthema. Sie wird an fast jeder Schule in der Bundesrepublik betrieben, wie es die deutschen Kultusminister 1968 einstimmig beschlossen haben. Um Mengenlehre an Gymnasien gibt es keinen Streit, nur um die Mengenlehre an den Grundschulen geht es. In den meisten Bundesländern müssen die Schulanfänger seit dem Schuljahr 1972/73, in einigen seit 1973/74 die moderne Mathematik lernen.

Kurzzeitig Ende 2006 wurde Cantor sogar zum Opernhelden. Der österreichische Komponist Ingomar Grünauer (* 1938) komponierte die Oper *Cantor – Die Vermessung des Unendlichen*, die aber kein Publikumsrenner des Halleschen Opernhauses wurde. Die Arbeiten von Cantors Lehrer Leopold Kronecker (1823–1891) habe ich in meiner Arbeit bedeutend öfter gebraucht als die von Cantor. Kronecker stand bekanntlich Cantors Ideen skeptisch gegenüber. Von dessen Äußerungen ist mir der vielzitierte Satz immer gegenwärtig: „*Die ganzen Zahlen hat der liebe Gott gemacht, alles andere ist Menschenwerk.*"

Daran denke ich oft schmunzelnd, wenn ich in Halle an Cantors Wohnhaus Händelstraße 13 vorbeigehe, und das kommt öfter vor, weil in der Nähe meine Schwester lebt und wirkt. Meist fällt mir dann auch meine Reimerei *Mathematikermotiv* ein:

> Wem die Natur im Grunde gleich,
> weil zu verspielt und artenreich,
> der flieht, na ja, sie wissen schon,
> in Mengen und in Abstraktion.

Physikalisches Rechnen und Mathematikvorlesungen

Die Spaltung zwischen mathematischer Physik und moderner Mathematik wurde schon im Studium deutlich. Neben den Mathematikvorlesungen im mathematischen Institut bot das physikalische Institut eine praxisorientierte Vorlesung *Physikalisches Rechnen* an. Schon nach wenigen Stunden

[2] http://www.spiegel.de/spiegel/print/d-41784469.html

wurde als erster Höhepunkt der Satz vom totalen Differential und die Regeln der Fehlerfortpflanzung erreicht. Es folgten Vektorrechnung, Differentialgleichungen und die Berechnung von Momenten von Verteilungen. Wir wurden eingeweiht in die mathematischen Kniffe der Thermodynamik und Statistik, der Wellenoptik und der elektromagnetischen Felder. Ich habe mich besonders, schon die Quantenmechanik im Blick, insbesondere mit Matrizenrechnung und Statistik beschäftigt. Die Vorlesung *Physikalisches Rechnen* lieferte so ziemlich alles, was ein durchschnittlicher Physiker in seinem Berufsleben braucht.

Die eigentlichen Mathematikvorlesungen waren in der Regel gut und hatten nicht die Strenge der sich unter dem Pseudonym *Bourbaki* versteckenden französischen Mathematiker. Für meine späteren mathematisch-numerischen Arbeiten dürfte es ein Glücksfall gewesen sein, dass es im Mathematischen Institut der Universität Leipzig eine Tradition der mathematischen Physik gab, die durch den polnisch-deutschen Mathematiker Leon Lichtenstein (1878–1933) begründet worden war. Lichtenstein war 1922 in Leipzig zum Professor berufen worden. Bekannt wurde er u. a. durch grundlegende Ergebnisse zur Lösungstheorie für Randwertaufgaben der Potentialtheorie. Die Lichtensteinsche Schule der Analysis wurde am Mathematischen Institut weitergeführt, auch durch die Professoren Herbert Beckert (1920–2004), Joachim Focke und Paul Günther (1926–1996). So zum Beispiel mit Forschungen auf den Gebieten Partielle Differentialgleichungen, Funktionalanalysis, Differentialgeometrie und Variationsrechnung. Focke führte uns in die Differential- und Integralrechnung ein, Günter vermittelte uns die analytische Geometrie und bei Beckert hörten wir Funktionentheorie.

Betreut wurden wir auch vom Algebraiker Günther Eisenreich (* 1933), der als Assistent am Mathematischen Institut wirkte. Er wurde 1970, also nach unserer Studienzeit, zum Professor für Theoretische Mathematik an der Universität Leipzig berufen. Er pflegte sein Image als ein etwas weltfremder Gelehrter. Ihm widmete ich in unserer Zeitung zum Studienabschluss zwei Strophen:

> Ich bin der Doktor Eisenreich,
> ich werd’ vor keiner Gleichung bleich!
> Doch als Dozent erschein’ ich in
> Krachledernen und Filzpantin’.
>
> Macht nichts, Herr Doktor Eisenreich,
> die Schale ist uns völlig gleich,
> und unsrer Stichelei entgeht
> der Mann, der recht sein Fach versteht.

Wenn ich von den eigenen Erfahrungen auf Mathematiker insgesamt schließen wollte (was nur einem Physiker erlaubt ist), so komme ich zu dem Schluss, dass sie wenig zu lachen haben. Was den Humor unserer Mathematik-Professoren betrifft, so wich Prof. Günther nur ein einziges Mal von seinem Lehrstoff ab und zitierte den Rocco-Satz:

> Wenn sich nichts mit nichts verbindet,
> Ist und bleibt die Summe klein;

Bis zum nächsten Vers des Kerkermeisters Rocco aus der Oper Fidelio kam er aber nicht mehr:

> Wer bei Tisch nur Liebe findet,
> Wird nach Tische hungrig sein.

Ich habe als erste bescheidene Leistung während des Studiums im Vordiplom ein Gerät zur Magnetfeldmessung auf Grundlage der Kernspinresonanz für einen großen Magneten am Van-de-Graaff-Generator, als Protonenbeschleuniger genutzt, gebaut. Das Gerät hat bis zum Jahr 1997, dreißig Jahre lang, ohne Ausfälle funktioniert. Dann wurde der Generator außer Betrieb genommen. Physik hatte ich dazu gebraucht, Mathematik weniger. Für die Berechnungen zu meiner Diplomarbeit über elastische Streuungen von Protonen am Kern ^{12}C haben noch ein Zahlenschieber (auch Griffeladdierer genannt) und ein mechanischer Tischrechner mit Kurbel ausgereicht.

Mathematik im Leben eines Physikers

Ich schätze, dass ich etwa 30 % meiner aktiven Arbeitszeit über mathematischen Problemen, insbesondere solchen der numerischen Mathematik, gesessen habe. Ich habe versucht nachzuvollziehen, was all die weisen Männer und Frauen vor uns gedacht haben, was ich besser machen würde und wie ich, wenn möglich, Ideen in praktische Währung, also in Rechenprogramme mit Zahleneinund Ergebnisausgabe, für meine Aufgaben ummünzen kann.

Mein Job über zwanzig Jahre war es, die reaktorphysikalische Größe *Neutronenfluss* in einem Reaktor und seiner Nähe zu berechnen. Dazu muss ein System von partiellen elliptischen Differentialgleichungen irgendwie gelöst werden. Diskretisiert wird es zu einem Allgemeinen Eigenwertproblem, wobei nur eine der Eigenfunktionen, die knotenfreie Eigenfunktion (Fundamentalmode genannt) und ihr zugehöriger Eigenwert (der effektive Neutronenmultiplikationsfaktor) berechnet werden muss. Dabei spielt auch die Energie der Neutronen einer Variablen die Rolle als Unbekannte, so dass sich zusammen mit den drei Ortsvariablen ein vierdimensionales Problem ergibt.

Ein Beispiel: Es sei der Neutronenfluss für drei Energiewerte der Neutronen für einen Reaktor in

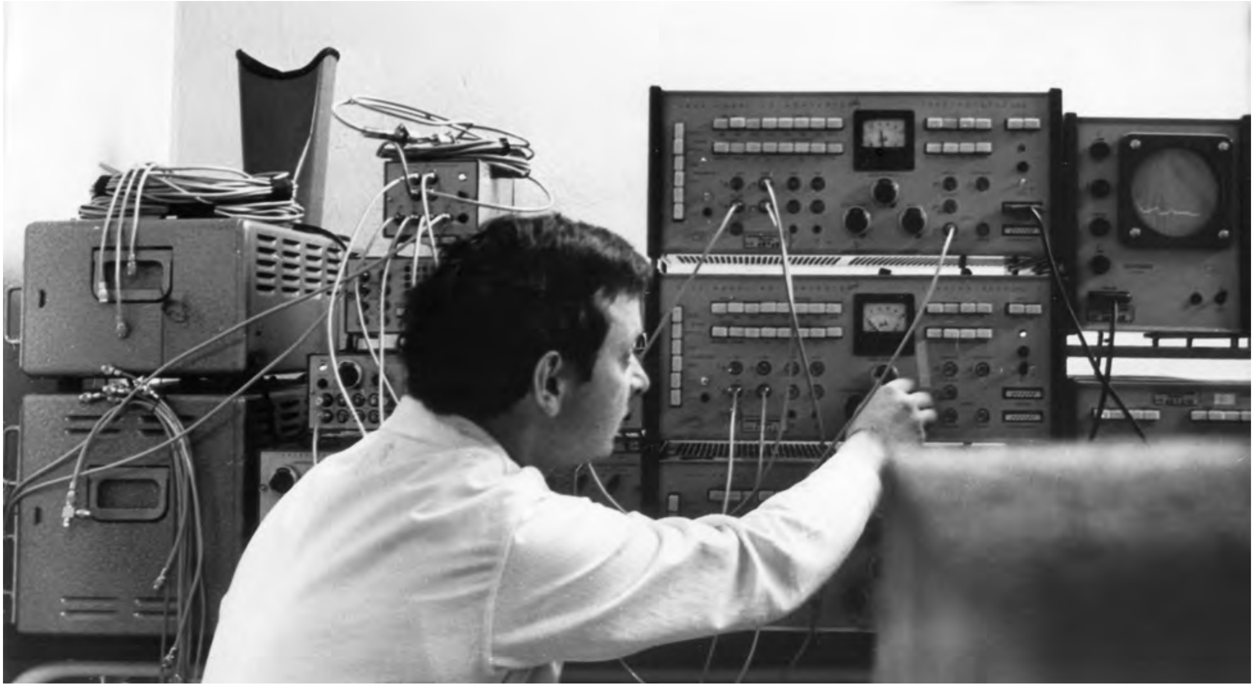

Abbildung 1. Der Autor als Aspirant im Jahr 1970 an einer Apparatur, die Gammaspektren aufzeichnet (Foto: Privat).

der Form eines Würfels mit einem Meter Kantenlänge zu berechnen. Der erste Schritt ist die räumliche Diskretisierung des Würfels. Wählen wir kleine würfelförmige Zellen mit einer Kantenlänge von einem Zentimeter, haben wir schon eine Million Unbekannte, je eine Unbekannte für eine Zelle. Zusammen mit drei Energiegruppen verdreifacht sich die Anzahl. Hätte ein lineares Gleichungssystem mit 3 Millionen Unbekannten eine „volle" Koeffizientenmatrix, hätte man $9{*}10^{12}$ Zahlenwerte zu speichern. Glücklicherweise reduziert sich die Koeffizientenmatrix wegen der Bandstruktur (5 bis 9 Bänder) ganz erheblich. Sie ist dünn besetzt. Trotzdem konnte man die erforderliche Menge an Zahlen in den bis zum Jahr 1980 existierenden Rechner nicht speichern und berechnen. Man kann sie auch heute nicht mit direkten Lösungsmethoden, etwa dem Gaußschen Eliminationsverfahren, lösen, weil sich die Koeffizientenmatrix sukzessive füllen würde. Es müssen Iterationsmethoden verwendet werden.

Iterationsmethoden zur Lösung eines linearen Gleichungssystems waren seit langem bekannt, zum Beispiel das Jacobi-Verfahren und das Gauß-Seidel-Verfahren. Aber erst aus der reaktornumerischen Forschung heraus entstanden Weiterentwicklungen des letztgenannten Verfahrens, die den Anforderungen der Reaktornumerik gewachsen waren.

Der Schlüssel für Myriaden von Verfahren,
die Lösung schrittweis' zu approximier'n,
das sind die Reste, die noch übrig waren,
die's zu verkleinern gilt, zu reduzier'n.

Man kann an jedem drehen,
doch wird man darauf sehen,
dass deren Summe oder Integral
wenn schon nicht Null wird, so doch minimal.

Weniger Rechenoperationen verkürzen nicht nur die Rechenzeit, sondern verringern auch Rundungsfehler, die zwangsläufig bei der Darstellung einer Zahl als Maschinenwort endlicher Länge auftreten. Andersherum, auch ein im Prinzip konvergentes Verfahren liefert dann die richtige Lösung nicht, wenn sich Rundungsfehler ungebührlich aufsummieren.

Eine herausragende Rolle spielt in der Reaktornumerik das SOR-Verfahren, das Verfahren der sukzessivern Überrelaxation, das im Jahr 1950 von David M. Young, Jr. (1923–2008) im reaktorphysikalischen Kontext entwickelt und tausendfach programmiert wurde. Mein spezielles Interesse in der numerischen Mathematik lag dabei auf Verfahren mit partieller Faktorisierung linearer Systeme, ein Gebiet, das ich zusammen mit einem polnischen Kollegen bearbeitet habe.

Die Reaktornumerik war etwa in den Jahren zwischen 1950 bis 1980 das Feld, das die numerische Mathematik wie kein anderes befruchtet hat. Ich will das nicht weiter ausführen, nur anmerken, dass in meinem Keller noch massenweise Listings zu allen möglichen Iterationsverfahren lagern, in denen Lebenszeit steckt und die zu entsorgen ich mich, zum Leidwesen meiner Frau, immer noch nicht aufraffen konnte.

Um 1982 herum habe ich zum ersten Mal seit der Inbetriebnahme des Forschungsreaktors im

Jahr 1957 eine echt dreidimensionale Berechnung der Neutronenflussverteilung in Diffusionsnäherung für drei Neutronenenergiegruppen ausführen können, die dann in einem Institutsreport 1986 beschrieben wurde. Der Report war übrigens auch der erste im Institut, der mit einem Textverarbeitungssystem geschrieben worden ist. Der Rechner, ein originaler Großrechner vom System/370 der Firma IBM, stand in Karl-Marx-Stadt und war der modernste, der damals in der DDR existierte. Ich saß abends und nachts am Terminal. Der Lösungsprozess dauerte viele Stunden und das Ergebnislisting wog einige Kilogramm und wurde von vielen Experimentatoren am Forschungsreaktor zu Rate gezogen.

Ab etwa dem Jahr 2000 bin ich noch weiter in die Tiefen der neutronenphysikalischen Berechnungsmethoden hinabgestiegen, in die Lösung der Boltzmannschen Transportgleichung der Reaktorphysik, allerdings mit einem gekauften Programmsystem. Mathematische Physik mit einem fremden Programm zu betreiben kommt mir vor, als würde ich in die Welt durch eine Milchglasscheibe blicken.

Der Aufstieg des maschinellen Rechnens, miterlebt

Der Eintritt in mein Berufsleben 1968 markiert etwa auch den Zeitpunkt, in dem die Entwicklung des Computers soweit vorangeschritten war, dass er eine wichtige Rolle zu spielen begann, vorerst insbesondere in den Naturwissenschaften. Bänker wussten noch kaum was von Computern. An das Wort *Computer* kann ich mich noch heute nicht richtig gewöhnen und spreche lieber von einem *Rechner*. Mein erstes Algol-Programmchen schrieb ich etwa um diese Zeit. Der erste Rechner war eine für damalige Zeit von uns bewunderte Maschine aus Großbritannien, eine Elliott 503 mit dem Spitznamen *Nellie*, und stand in dem „Blaues Haus" genannten Gebäude in D. nahe dem Zoo. Sein Programm tippte man auf einem schreibmaschinenähnlichen Gerät und speicherte es auf Lochstreifen. Mit den Lochstreifen in der Tasche setzte man sich meist abends in die Straßenbahn, um zum Blauen Haus zu kommen. Hatte man sich auf der Lochstreifenschreibmaschine vertippt oder hatte man einen Programmierfehler verzapft, war der Besuch kurz und man war eine halbe Stunde später wieder zu Hause.

Ich will Ihnen meine Mühen und Sorgen in der Zeit des Aufstiegs der Rechentechnik hier nicht näher ausführen. Wie ich selbst die Zeichenkodierung in meinen Programmen umsetzen musste, um sie in die nächste Rechnergeneration zu retten. Nur soviel möchte ich festhalten, dass ich mir bewusst bin, in der außergewöhnlichen Zeit gelebt zu haben, in der der Rechner das Leben der Menschen grundlegend verändert hat. Für meine fachlichen Aufgaben war dann die Programmiersprache Fortran über zwei Jahrzehnte die bestimmende. Im Jahr 1972 mit meinem Eintritt in die Abteilung *Reaktortheorie* im Zentralinstitut für Kernforschung R. habe ich begonnen, das erste mathematisch anspruchsvolle Programm zu schreiben, für das ich im Jahr 1976 einen bescheidenen Preis erhalten habe. Den Themenbereich will ich nur nennen: Es handelte sich um ein Neutronenfluss-Syntheseprogramm mit dem Namen *SISSY*. Neutronenfluss-Synthese ist ein Verfahren, um die räumlich dreidimensionale Lösung speicherplatz- und rechenzeitsparend anzunähern. Immer wieder hatte ich, wie schon erwähnt, dabei Eigenwertprobleme numerisch zu lösen.

> Mit einem Eigenwertproblem
> man sich die Frage stellt,
> welch Vektor bei Transformation
> die Richtung beibehält.
>
> Welch' Vektor, wird die Matrix A
> auf diesen angewandt,
> bleibt bis auf einen Zahlenwert
> ansonsten invariant.

Die Stapelverarbeitung meiner Programme an Großrechnern habe ich nie gemocht. Im Jahr 1979 nahm ich die erste Gelegenheit war, die sich mir bot, auf Dialogverarbeitung an besagtem Großrechner IBM Sytem/370 umzusteigen. Seit dem Jahr 1975 besaß ich einen elektronischen Taschenrechner der Firma Sharp für die vier Grundrechenoperationen, ab dem Jahr 1986 einen schlichten Personalcomputer Sinclair QL. Von dessen neuen Möglichkeiten überzeugte mich insbesondere das Tabellenkalkulationsprogramm *Abacus*, das den Grundstein legte für spätere breitgefächerte Anwendungen der Tabellenkalkulation für physikalische Aufgaben.

In den letzten Jahren der DDR-Zeit entwickelte sich, was die Rechentechnik, betrifft, eine Art Goldgräberstimmung. Manche Leiter glaubten vielleicht, es bedürfe nur entsprechender Rechner, um die DDR zu retten. Das führte zu kuriosen Auswüchsen. So kaufte der staatliche An- und Verkauf ganz legal einen West-PC, der um die 1000 DM gekostet haben mag, für eine hohe Summe auf und verkaufte ihn für 20000 Mark der DDR an volkseigene Betriebe oder Institute weiter. Wohl dem, der da eine betuchte West-Oma hatte. Mit dem Gewinn konnte sich der Glückliche im Jahr 1988 ein Häuschen kaufen, das wenige Jahre später das Zigfache gekostet hätte.

Heute programmiere ich häufig in Visual Basic für Applications (VBA), eine Programmiersprache, die jedem Nutzer der großen Microsoft-Anwendungen Word, Excel und PowerPoint zur Verfügung steht. Ein Beispiel aus der letzten Zeit. Mein Maler-Freund B. aus Berlin, ein Vertreter der sog. konkreten Kunst und Liebhaber der Geometrie wie ich, ruft mich an: „Kannst Du mir nicht schnell mal die 120 Permutationen von 5 Zahlen schicken." Keine sehr fordernde Aufgabe! Ehe ich nach einem entsprechenden Programm das Web durchforste[3], mache ich den VBA-Editor des Tabellenkalkulationsprogramms *Excel* auf und schreibe zwei Programm-Varianten dafür, eine ohne und eine mit Rekursion. Nach zwei Stunden sende ich ihm per E-Mail die 120 Tupel an Permutationen. Ohne PC hätte ich das in der gleichen Zeit auch spielend geschafft. Eine Woche später ruft er mich an, er habe nun alle Varianten zweimal mit je 5 Farben in 20 × 20 cm große Bilder umgesetzt. Doch ich lerne auch noch was bei dieser simplen Aufgabe. B. sagt: „Ich habe die Bilder so nummeriert, wie Du mir die Permutationen gegeben hast." Gibt es eigentlich eine natürliche Reihenfolge? Ich stutze und schlage in der Wikipedia unter *Permutation* nach. Tatsächlich kann die Reihenfolge mit der sog. Inversionstafel und der Umrechnung in ein fakultätsbasiertes Zahlensystem festgelegt werden. Wieder ein Wissensatom erworben! Hat mir doch mein Mathematikpauker in der Oberschule glatt was unterschlagen. In den 1980er Jahren habe ich übrigens selbst einmal Bilder in einer Ausstellung „Computerkunst" in der Hochschule für Bildende Künste gezeigt. Es handelte sich um Schwarz-Weiß-Bilder von Eigenfunktionen der Helmholtz-Gleichung für ein gleichseitiges Dreieck mit unterschiedlichen Randbedingungen, um reine Mathematik letztlich also.

Natürlich habe ich mich oft als Rechenknecht viel zu schwachbrüstiger Rechner (Computer) gefühlt. Aber wer nie eine Nacht lang darüber gebrütet hat, wie er Speicherplatzmangel überlisten kann und wo sich wohl ein falsches Vorzeichen in den Code eingeschlichen haben könnte, dem sind auch die Weihen einer hohen Kunst für immer versagt geblieben. Ich habe übrigens persönlich nie einen studierten Mathematiker getroffen, der diese Kunst einigermaßen beherrscht hätte. Kleine Seitenhiebe am Rande gegen die Herren der Ringe, Gruppen, Körper, Formen und Module werden Sie, lieber Herr B., mir verzeihen!

Gegenwärtig haben Datenbanken, Bildbearbeitung und die kritische Analyse reaktorphysikalischer Größen bei mir einen hohen Stellenwert. Aber die Schwerpunkte ändern sich ständig. Computeralgebrasysteme, also symbolische Mathematik auf dem Rechner (im Unterschied zur numerischen Mathematik) gehören zu meinen Interessengebieten, seit einer der Pioniere solcher Programme, Prof. Anthony C. Hearn, einen Vortrag in D. gehalten und uns sein Lisp-Programm Reduce zur Verfügung gestellt hat. Er sagte 1978 übrigens schon den künftigen portablen Rechner voraus und beschrieb genau das, was wir seit ein paar Jahren einen Tablet-Computer nennen. Heute nutze ich gelegentlich die Computeralgebrasysteme Mathematica, Maple und Mathcad.

Meine Mathematiker

Von den Mathematikern, denen ich besonders viel verdanke, fällt mir spontan Ferdinand Georg Frobenius (1843–1917) ein, ein Mitglied der verzweigten fränkisch-thüringischen und schweizerischen Verleger- und Beamtendynastie.

> Eine Matrix heißt zerlegbar,
> wenn sie Nullen viel enthält
> und in Blockdreiecksgestalt sich bringen lässt,
> das heißt, zerfällt.
>
> Für so manche schönen Sätze,
> wie Frobenius sie ersann,
> hat man's gern, dass man die Matrix
> wirklich nicht zerlegen kann.

Praxisorientiert bis hin zur Entwicklung eines neuen Flugzeuges im Jahr 1916 war der österreichische Mathematiker Richard von Mises (1883–1953), der Erfinder der Potenzmethode zur Berechnung des betragsgrößten Eigenwertes einer Matrix.

> Regulär, regulär
> ist die Matrix, bitte sehr.
> Heißt, sie lässt sich invertieren
> und natürlich iterieren
> nach dem größten Eigenwert,
> wie von Mises es gelehrt.

Für praktisches Programmieren war mir das Lehrbuch *Matrizen und ihre technische Anwendung* (Springer Verlag, 1950) von Rudolf Zurmühl (1904–1966) eine große Hilfe. Von den US-Amerikanern möchte ich Richard Hamming (1915–1998) (*Numerical Methods for Scientists and Engineers*. McGraw-Hill, 1962) und Richard Varga (* 1928) (*Matrix Iterative Analysis*, Prentice Hall, 1962) hervorheben. Letzterer lebt und residiert noch als geehrter, greiser „Papst" der numerischen

[3] Allein auf der Webseite http://rosettacode.org/wiki/Permutations gibt es dafür je ein Programm in 60 Programmiersprachen, von denen ich 10 als Compiler oder Interpreter auf meinem Rechner habe.

Mathematiker. Von den russischen Mathematikern sind es Pafnuti Lwowitsch Tschebyschow (1821–1894) und das Ehepaar Dmitri Konstantinowitsch Faddejew (1907–1989) und Wera Nikolajewna Faddejewa (1906–1983), das zusammen das gewichtige Lehrbuch *Numerische Methoden der linearen Algebra* (Deutscher Verlag der Wissenschaften, Berlin 1965) geschrieben hat. Das Buch habe ich einem Kollegen für 50 Mark abgeschwatzt. Alle genannten sind praxisorientierte Leute.

Ein herausragender Mathematiker des 20. Jahrhunderts ist für mich Richard Courant (1888–1972). Sein Lehrbuch *Methoden der mathematischen Physik* mit David Hilbert (2 Bde.; Springer Verlag, 1924) ist auch heute, fast 90 Jahre nach seinem Erscheinen, ein Standardwerk, das ich leider nicht besitze, aber immer wieder mal ausborge. Die Grundlage für das Buch bilden Vorlesungen von Hilbert, es wurde aber nahezu vollständig von Richard Courant allein geschrieben. Es dürfte für Wissenschaftshistoriker eine dankenswerte Aufgabe sein, herauszufinden, welche Rolle gerade dieses Buch bei der Entwicklung der Quantenmechanik gespielt hat. Nicht vergessen möchte ich das *Taschenbuch der Mathematik* von Bronstein und Semendjajew, das zu den Büchern gehört, zu denen ich täglich mehrfach greife.

Dass ich die numerisch-praktische und insbesondere die Diskrete Mathematik bevorzuge, dürfte ja schon deutlich geworden sein. Das erste, was ich tue, wenn ich eine Differentialgleichung zu lösen habe, ist, sie zu diskretisieren. Zur *Diskreten Mathematik* gehört auch die Zahlentheorie, bei der ein Physiker die Schwerpunkte manchmal anders setzt als der Mathematiker:

> Seit Euler es den Glauben gibt
> die Welt basier' auf Primzahlpfeilern.
> Der Physiker dagegen liebt
> die Zahlen mit sehr vielen Teilern.

Eine meiner obigen Aussagen will ich noch korrigieren. Hatte ich gesagt, in den Bourbaki-Bänden gäbe es keine Abbildungen? Ich habe sie mir noch einmal vom Boden geholt. Im ersten Band der „Allgemeinen Topologie“ gibt es zwei, im zweiten immerhin elf Abbildungen. Wenn das die Vorstellungskraft eines Studenten nicht beflügelt! In einem der beiden Bände hatte ich mir notiert:

> Die Topologie sei, nach Meinung von Spöttern,
> die Lehre von Henkeln und Hühnergöttern.

Was bleibt

Gerade weil in meinem Leben die Mathematik eine nicht unwichtige Rolle gespielt hat, beunruhigt mich das Auseinanderdriften von Mathematik und Physik doch sehr, wie mir immer wieder vor Augen geführt wird, wenn ich gewisse mathematische Artikel in der deutschsprachigen Wikipedia nachschlage. Meist wechsle ich sofort auf den analogen Artikel in der englischsprachigen Wikipedia, atme auf und sage: „Geht doch!“. Auch in der theoretischen Physik gibt es Entwicklungen, die einen Physiker alter Schule nachdenklich machen.

Vielleicht trifft auch auf mich zu, was David Hilbert (1862–1943) sinngemäß einmal gesagt haben soll und ich in folgende Zeilen gefasst habe:

> David Hilbert klagte sehr
> (Fürst der Mathematiker):
> Die Physik von heute wär
> für den Physiker zu schwer,
> viel zu schwer, viel zu schwer.

Für mich schwer nachzuvollziehen sind in der Regel physikalische Arbeiten, die über das Standardmodell und insbesondere über die Große vereinheitlichte Theorie (englisch Grand Unified Theory, GUT) hinausgehen. GUT ist der Name für eine physikalische Theorie, die drei der vier bekannten physikalischen Grundkräfte vereinigt, nämlich die starke, die schwache und die elektromagnetische Wechselwirkung. Auch Physiker hantieren neuerdings mit abstrakten Lie-Gruppen und Eichgruppen, dass es nur so seine Art hat. Wenn Ernesto Cardenal im 69. Gesang seines grandiosen Werks „Cántico cósmico“ schreibt „Heute reden die Physiker wie die Mystiker“, so klingt das in meinen Ohren nicht wie ein Lob.
Was bleibt sonst noch?

> Wenn meine Welle abgeebbt,
> so bleiben doch die Teilchen,
> die ich mit mir herumgeschleppt,
> noch existent ein Weilchen.

Hoffentlich auch einer meiner Verse, von denen sich natürlich mehr physikalische als mathematische angesammelt haben. Mit großer Wahrscheinlichkeit hinterlasse ich kein nach mir benanntes mathematisches Theorem. Dabei hätte ich es Ihnen so gegönnt, sagen zu können: „Er war mein Schüler!“ Trösten wir uns beide mit meinem Vierzeiler:

> Es ist das Schicksal eines braven Knaben
> viel Wissen nutzlos angehäuft zu haben.
> Die Zeitvergeudung nie bereut' ich.
> Ich tat es in der Regel freudig.

So bin ich denn ein optimistischer Bürger und Reimer geblieben, als den Sie mich zu Oberschulzeiten gekannt haben, der immer noch nicht an die grenzenlose Weisheit politischer Autoritäten und die zeitweise Aufhebung physikalischer (oder gar mathematischer) Gesetze glaubt.

Die Gesetze der Propheten
achten, ist des Bürgers Pflicht.
Doch er kann sie übertreten.
Die Naturgesetze nicht.

Viele Grüße an Ihre Frau, auch von der meinigen.
Herzlichst Reinhard Koch

Reinhard Koch, Dresden, Email: r.koch-dd@t-online.de

Hinweis: Die elektronische Fassung ist mit zahlreichen weiterführenden Links versehen.