

Michael Meyer, Eva Müller-Hill, Ingo Witzke (Hrsg.): Wissenschaftlichkeit und Theorieentwicklung in der Mathematikdidaktik

Rezensiert von Jürgen Maaß



Der Sammelband umfasst außer dem Vorwort der HerausgeberInnen vier Sektionen mit insgesamt 16 Beiträgen, die in unterschiedlicher Intensität auf den Jubilar, seine Interessen und Wirkungsfelder bezogen sind.

Die Sektion I hat die Überschrift „Wissenschaftliches Selbstverständnis, wissenschaftstheoretische und methodologische Perspektiven der Mathematikdidaktik“ und umfasst drei Beiträge: H. J. Burscheid: Didaktisch relevante Begründungen elementarmathematischer Inhalte (S. 3–18); H. Griesel: Wissenschaftstheorie im Einsatz bei didaktisch orientierten Sachanalysen (S. 19–34); B. Picker: Die dialektische Entwicklung der Didaktik der Arithmetik (S. 35–56).

H. Burscheids und H. Griesels Beiträge vermitteln Erinnerungen an die Anfänge der Mathematikdidaktik in der BRD nach dem Zweiten Weltkrieg. Sie lenken den Blick auf den historischen Kern der Stoffdidaktik, indem sie im Sinne der didaktisch orientierten Sachanalyse von der wissenschaftlichen Mathematik systematisierend auf die Schulmathematik einzuwirken versuchen. Dabei scheinen aus heutiger Sicht die ehemaligen Kontroversen innerhalb dieser Richtung weniger wichtig als die Beobachtung, dass dieser Zweig der Mathematikdidaktik vom Zentrum sehr an den Rand der Mathematikdidaktik gerückt ist.

B. Picker gelingt es mit seinem historisch und mathematisch wohl fundierten Beitrag über die Entwicklung der Arithmetik, eben diese Geschichte als dialektischen Prozess darzustellen – einschließlich der Hoffnung, dass nach dem Scheitern von New Math/moderner Mathematik in den siebziger Jahren des 20. Jahrhunderts vielleicht „eines Tages zum dritten Mal ‚das Paradies, das Cantor uns geschaffen hat‘ (so formulierte es D. Hilbert) für die Schule neu entdeckt wird.“ (S. 51)

Sektion II steht unter der Überschrift „Theorieentwicklung und Begriffsbildung“ (S. 57–164). M. Meyer thematisiert einen zentralen Punkt des Lernens und Verstehens von Mathematik, die „Be-

griffsbildung durch Entdecken und Begründen“ (S. 57–88). Nach seiner Ansicht soll dabei der traditionelle Weg von der Definition über Sätze dazu hin zur Anwendung umgekehrt werden.

M. Neubrand und J. Neubrand haben empirische Forschungen (COACTIV) für ihren Beitrag „Skizzen zum Lehrerwissen über den Begriff Flächeninhalt (eines Rechtecks)“ (S. 89–100) analysiert. Das Ergebnis der Analyse ist eine „große Spannweite ... von Vorstellungen ... und didaktischen Prozessen“ (S. 98), die auf große Herausforderungen für die Lehrerbildung und -fortbildung schließen lassen.

E. Ramharter arbeitet in ihrem Beitrag einen historischen Text von Pascal in analytischer und didaktischer Absicht auf: „Alles oder dreimal alles? Pascals Wette in historisch-wissenschaftstheoretischem Kontext“ (S. 101–124). Gemeint ist allerdings Pascals didaktische Absicht, über eine wahrscheinlichkeits- und entscheidungstheoretische Argumentation Ungläubige vom Sinn des Glaubens an Gott zu überzeugen.

K. Reimann und I. Witzke analysieren ebenfalls einen historischen Text: „Eulers Zahlauffassung in der ‚Vollständigen Anleitung zur Algebra‘“ (S. 125–144). Es ist für das Verständnis der Schulalgebra höchst lehrreich, wie Euler in dem seinerzeit sehr populären Lehrbuch etwa imaginäre Zahlen erörtert.

H. Weigand schließt die Sektion ebenfalls historisch analysierend: „Die Entwicklung des Grenzwertbegriffs. Ein Beispiel für die Wechselbeziehung von Intuition und Strenge“ (S. 145–164) Seine zentrale These ist die „fortwährende notwendige Wechselbeziehung zwischen intuitiven Vorstellungen und exakten mathematischen Beschreibungen.“ (S. 145)

In Sektion III geht es nach der Überschrift um „Sprache und Semiotik“ (S. 165–274). Gleich der erste Beitrag von W. Dörfler über „Bedeutung und das Operieren mit Zeichen“ (S. 165–182) geht in seiner Auseinandersetzung mit L. Wittgenstein („In der Mathematik ist alles Kalkül und nichts Bedeutung“) über den Rahmen der Sektion III hinaus, indem er hier einen Bogen von Wissenschaftstheorie zur Mathematikdidaktik spannt.

E. Müller-Hill berichtet über empirische Forschungen: „Empirische Auffassungen von Geome-

trie im Mathematikunterricht unter dem Blickwinkel der Semiotik“ (S. 183–204). Sie argumentiert

für die These, dass einige der spezifischen Hürden durch eine abrupte Veränderung des zeichentheoretischen Status von geometrisch-zeichnerischen Darstellungen beim Übergang vom propädeutischen zum fortgeschrittenen Geometrieunterricht entstehen: vom ikonischen Abbild zum regelhaft verwendeten Diagramm. (S. 183).

S. Schlicht und I. Witzke schreiben in ihrem Beitrag „Zur Problematik der Diagnose des Invarianzbegriffes im Kindergarten“ (S. 205–232)

Invarianzbegriffe sind für den Unterricht in der Primarstufe und der Sekundarstufe ein zentrales Thema. Beispiele für solche Begriffe sind ‚Anzahl‘, ‚Länge‘, ‚Fläche‘, ‚Volumen‘ und ‚Gewicht‘. (S. 207).

Die zentrale These von S. Schlicht und I. Witzke ist, dass „der Erwerb von Invarianzbegriffen nicht logisch notwendig ist.“ (S. 205)

H. Rodenhausen möchte mit seinem Beitrag „Empirische Interpretationsansätze im Rahmen einer methodologischen Analyse mathematischer Frage- und Problemstellungen“ (S. 233–254) zeigen,

dass sich für die Verwendung empirisch-semanticischer Methoden im Rahmen einer metatheoretischen Problembeschreibung in der Tat vielfältige Anknüpfungspunkte bieten; im Kern greifen zahllose Aufgabenstellungen auf empirische Interpretationen und Bezugsgrößen zurück. (S. 234)

S. Schmidt beschäftigt sich in seinem Beitrag „Vom Rechnen zu ersten Erfahrungen im elementar-algebraischen Denken. Grundschulkin- der unterwegs zu neuen Sprachspielen“ (S. 255–273) ebenfalls mit L. Wittgenstein. Er schlägt vor,

grundlegende Perspektiven der Spätphilosophie von Ludwig Wittgenstein (1889–1951) für mathematikdidaktische Untersuchungen zu nutzen. (S. 255)

Die Sektion IV umfasst drei Beiträge zu „Historischen, interdisziplinären und fachwissenschaftlichen Perspektiven“ (S. 275–332)

S. Deschauer eröffnet die Sektion mit einem „Glanzpunkt und einer Kuriosität aus einer spätbyzantinischen ‚Schatztruhe‘, dem Cod. Vind. phil. gr. 65 aus dem Jahre 1436“ (S. 275–294). In der Schatztruhe finden sich „tiefliegende“ Ausführungen zu Brüchen und weniger elegante zu Zinsrechnungen. Der anonyme spätbyzantinische Autor „gerät bei der ‚Lösung‘ sichtlich in Nöte–zu unserem Vergnügen.“ (S. 277)

C. S. Reiners bereichert das Buch mit einem Bericht aus der Didaktik der Chemie: „Die Natur der Naturwissenschaften lernen zu lehren. Zum Potential eines expliziten Ansatzes.“ (S. 295–316). Dort ist Kontextualisierung das Zauberwort, „eine notwendige Bedingung“ (S. 295) für die Vermittlung eines adäquaten Verständnisses der Natur der Naturwissenschaften. Die Autorin berichtet dazu von einer Studie, die im Jahre 2012 an der Universität Köln durchgeführt wurde.

R. Struve weist auf die nach seiner Sicht zu Unrecht unterschätzte Spiegelungsgeometrie hin: „Anordnung im Aufbau der Geometrie aus dem Spiegelungsbegriff“ (S. 317–332). Er will im Artikel zeigen,

dass die von Hjelmslev, Bachmann et al. entwickelte Spiegelungsgeometrie eine größere Allgemeinheit hat, als bisher angenommen: Sie kann nicht nur metrische Geometrien beschreiben, sondern auch angeordnete Strukturen. (S. 317)

Fazit und Anregung zur Diskussion

Das Buch gibt einen lesenswerten Eindruck von Interessengebieten und persönlichen Kontakten des Geburtstages „kinds“. Auch wenn ich es hiermit für die mathematikdidaktischen Bibliotheken empfehle, möchte ich doch zur Wahl des Titels Kritik anmelden. Das Buch erfüllt den im Titel vorgegeben Anspruch zu zeigen, in welchem Sinne welche Bereiche der Mathematikdidaktik „Wissenschaft“ sind, nur in einem aufzählenden oder exemplarischen Sinn, gibt aber keine wissenschaftliche Erläuterung oder Begründung zur Wissenschaftlichkeit und Theorieentwicklung in der Mathematikdidaktik.

Für Bezugswissenschaften der Mathematikdidaktik wie Mathematik, Geschichte der Mathematik, Pädagogik, Philosophie, Psychologie, Informatik gibt es dazu recht intensive interne Diskussionen, die zumindest aus der Sicht bestimmter Wissenschaftstheorien oder Wissenschaftssoziologien hinreichend weit gediehen sind, um mit gewissem Recht behaupten zu können, dass es sich um Wissenschaften handelt. Einige dieser Diskussionen sind mitsamt den Theorien in die Mathematikdidaktik importiert worden.

Wie aber steht es mit der Mathematikdidaktik selbst? Hier fehlt aus meiner Sicht in einem Buch mit diesem Titel mindestens ein Beitrag aus wissenschaftssoziologischer Sicht, der reflektiert, in wie weit die Mathematikdidaktik mittlerweile alle üblichen Kriterien erfüllt wie etwa Institute an Universitäten mit ProfessorInnen, AssistentInnen, Promotionen und Habilitationen, Zeitschrif-

ten und Tagungen, nachprüfbareren Forschungsergebnissen etc. Ebenso vermisse ich einen Beitrag aus wissenschaftstheoretischer Sicht, der genauer untersucht, in welcher wissenschaftstheoretisch akzeptierten Weise (Methodologie) die verschiedenen Arbeitsbereiche der Mathematikdidaktik ihre Wissenschaftlichkeit begründen können und begründen. Zum Teil lässt sich diese Begründung vermutlich zusammen mit einer Theorie etwa aus der Pädagogik importieren. Zum Beispiel bei der interpretativen Unterrichtsforschung haben wir so etwas erlebt.

Wie aber steht es mit jenen Teilen der Mathematikdidaktik, die ihr ganz eigenes, spezifisches, nicht importiertes Produkt sind? Hier ist insbesondere bei der für uns zentralen Stoffdidaktik nachzufragen. Solange wie die Stoffdidaktik die mathematische Richtigkeit einer vorgeschlagenen Neuformulierung mathematischen Stoffes behauptet, kann innerhalb der Mathematik mit der mathematischen Methodologie und der damit verbundenen Wissenschaftlichkeit gearbeitet werden. Die zentrale Behauptung der Stoffdidaktik ist das aber nicht; ihre Behauptung ist vielmehr eine nicht mathematische: Die neu formulierte Sicht auf Mathematik sei für das Lernen dieses Stoffes hilfreich. Manchmal wird diese Behauptung nur versteckt geäußert (dieser Weg, den Satz von X zu beweisen, eröffnet den SchülerInnen den Blick für einen schönen Satz aus der Mathematik), manchmal sehr vehement (wenn das Gebiet Y auf diese Weise unterrichtet wird, sind alle für dieses Gebiet typischen Lernschwierigkeiten behoben!). Gerade ein Buch aus der Kölner Schule, die ja mit Nachdruck auf Wissenschaftlichkeit hin arbeitet, sollte für diesen zentralen Arbeitsbereich der Mathematikdidaktik genauer argumentieren, worin hier die Wissenschaftlichkeit bestehen kann: geht es mit einer

lernpsychologischen Argumentation, die im Sinne einer Methodologie der Psychologie „beweist“, dass die neue Stoffformulierung dem Lernen entgegen kommt oder mit empirischen (pädagogischen) Untersuchungen?

Insgesamt ist die Frage nach der eigenen Wissenschaftlichkeit in der Mathematikdidaktik nicht so zentral und schon gar nicht so beliebt wie in anderen Wissenschaften. Die Dissertation von H. Bölts würde heute vielleicht anders aufgenommen als damals, und mein Hinweis, dass eine Sammlung einzelner bemerkenswerter Arbeiten von MathematikdidaktikerInnen wie in diesem Buch nicht hinreicht, um ihre Wissenschaftlichkeit zu definieren oder zu beweisen, wird heute hofentlich zum Anlass für eine Diskussion (z. B. in den weiteren Heften der „Mitteilungen“) genommen. Zu einer solchen Diskussion gehören nach meiner Ansicht außer wissenschaftstheoretischen auch ethische Aspekte. Man kann den MathematiklehrerInnen nicht vorwerfen, dass sie den allgemeinen Teil der Lehrpläne nicht lesen und beachten, sondern nur die Stoffkataloge für die einzelnen Klassen, wenn die Mathematikdidaktik nicht selbst vorbildhaft und vernehmlich über Ziel, Sinn und Verantwortung der Mathematikdidaktik reflektiert.

Michael Meyer, Eva Müller-Hill, Ingo Witzke (Hrsg.): *Wissenschaftlichkeit und Theorieentwicklung in der Mathematikdidaktik. Festschrift zum sechzigsten Geburtstag von Hurst Struwe*, Verlag Franzbecker, Hildesheim 2013, ISBN 978-3-88120-827-7, 342 S., 34,80 Euro

Jürgen Maaß, Universität Linz, Institut für Didaktik der Mathematik, Altenberger Straße 69, 4040 Linz, Österreich, Email: juergen.maasz@jku.at