

## Psychoarithmetik und Psychogeometrie: Quellen zu Montessoris Konzept zum Mathematiklernen von Kindern

---

Rezensiert von Sandra Thom

Rund 80 Jahre nach ihrem ersten Erscheinen in Spanien liegen die beiden Hauptschriften Maria Montessoris zu Arithmetik und Geometrie, ihren Ideen, wie und womit Kinder Mathematik lernen, nun vollständig in deutscher Übersetzung in einer wissenschaftlichen Edition vor. Möglich wurde dies im Rahmen einer bei Herder erscheinenden Gesamtausgabe der „Gesammelten Werke“ Mon-

tessoris unter Leitung von Prof. Dr. Harald Ludwig, dem inzwischen emeritierten Leiter des für die Montessori-Forschung seit Mitte des letzten Jahrhunderts international bekannten Montessori-Zentrums Münster.

Anfang der 1930er Jahre verfasst, gingen die meisten Exemplare der in spanischer Sprache verfassten *Psico Aritmetica* (1934) bzw. *Psico Geometria*



(1934) in den Wirren des kurz darauf aufziehenden Spanischen Bürgerkrieges unter und sind heute kaum zu beschaffen. Während die Psychoarithmetik immerhin durch eine italienische Übersetzung (1971) und eine als Loseblattsammlung veröffentlichte, aber in Deutschland nicht vollständig erhältliche deutschsprachige Ausgabe (1989–2011) für den Forscher zugänglich war, gilt dies nicht für die Psychogeometrie: Eine wenig verbreitete niederländische Ausgabe von 1988 mit sehr fehlerhafter deutscher Übersetzung war nur Montessori-Kreisen zugänglich. Eine aktuelle nahezu parallel erscheinende englische Ausgabe (2011) mit Übersetzungen ins Italienische und eine französische Ausgabe ermöglichen erst seit kurzem das Studium von Montessoris mathematischen Schriften. Mit den nun in deutscher Sprache vorliegenden Schriften der Pädagogin schließen die Herausgeber diese Lücke und machen die mathematischen Schriften Montessoris in einer gebundenen Ausgabe mit den originalen farbigen Zeichnungen der spanischen Originalausgabe einer breiten Leserschaft im deutschsprachigen Raum zugänglich.

### Montessoris Konzept der Psycho-Handbücher für den Mathematikunterricht

Psychoarithmetik und Psychogeometrie bilden zusammen mit der zwar geplanten, jedoch nicht abgeschlossenen Psychogrammatik eine Trias von drei Schriften, in denen sich die Pädagogin mit den Grundlagen dessen beschäftigt, was für sie in ihrer Dreiheit den „Schlüssel zur Welt“ als Grundlage der Bildung des Menschen bildet und somit

zentrale Mittel und Inhalte ihrer Methode abbildet: Zahl, Form und sprachliche Struktur sind universale menschliche Kennzeichen von Kultur und im menschlichen Geist begründet, der ein mathematischer ist. Dabei geht Montessoris Verständnis von Mathematik weit über das heutige Fach hinaus und ist in historisch-philosophischen Traditionen verwurzelt als „menschlicher Instinkt“, den „die Menschheit überall benutzt hat, um sich auszudrücken“.<sup>1</sup> Die originäre Entdeckung bzw. Konstruktion von Kultur wie auch ihre Nachentdeckung und -konstruktion durch das lernende Kind als Teil seiner Einwurzelung in seine Umgebungskultur sind zutiefst verbunden mit dem menschlich-mathematischen Geist, der zu Ordnung und Vergleich, Mustererkennung und Analogieschluss fähig ist.<sup>2</sup> Wenn aber der menschliche Geist ein mathematischer ist, wenn die Inhalte und Grundlagen von Kultur eigentlich vom mathematischen Geist durchzogen sind, weil selbst das Produkt menschlichen Kulturschaffens aus dem mathematischen Geist heraus, wie kann es dann sein, dass das Lernen der mit dem mathematischen Geist eng verbundenen Unterrichtsinhalte wie Geometrie oder Arithmetik für Kinder häufig ein Schrecken ist, eine Klippe, ein Hindernis?<sup>3</sup>

Hier setzen die beiden vorliegenden Werke Montessoris an. Relativ am Ende der Auseinandersetzung Montessoris mit dem schulischem Lernen von Kindern verfasst – Montessori selbst setzt sich in ihren späteren Jahren vor allem mit dem übergeordneten Konzept der Kosmischen Erziehung sowie der Entwicklung im frühen Kindesalter auseinander – beruhen die beiden Werke auf jahrzehntelangen Erkenntnissen aus empirischer Forschung und zahlreichen Erprobungen und verbinden über die Berücksichtigung des mathematischen Geistes die Inhalte des Faches und das kindliche Lernen. Die Psychoarithmetik bringt dabei auf Basis der für Montessori fundamentalen Idee des Stellenwertes auf fachmathematischer Grundlage die zentralen Inhalte des Arithmetikunterrichts mit den psychologischen Erkenntnismöglichkeiten des Kindes in Passung und stellt so einen stark strukturierenden Leitfadens für den genetischen Aufbau von Unterricht dar. Das Entdecken über den mathematischen Geist ist dabei eher eine Art ‚kognitiver Leim‘ des Lehrgangs. Dahingegen stehen im Zentrum der Psychogeometrie die Entdeckungen selbst: Die Psychogeometrie soll gerade keine „grundlegende systematische Untersuchung der

<sup>1</sup> M. M. Montessori (1959) 6

<sup>2</sup> Vgl. vertiefend zum mathematischen Geist: Thom (2010), Kap. 5.

<sup>3</sup> Vgl. M. Montessori (2012b) 5; M. M. Montessori (1959) 6; M. M. Montessori (1961) 139; M. Montessori (2005) 166.

<sup>4</sup> M. Montessori (2012a) 68

Geometrie“<sup>4</sup> sein, sondern bietet unter Berücksichtigung von Interessen und Fähigkeiten der Kinder auf der einen Seite und fachlicher Strukturierung der Inhalte auf der anderen Seite eher eine „Fundgrube [für, S.T.] die didaktische Eigenkreativität des Unterrichtenden“<sup>5</sup>, mit der Kinder zahllose geometrische Zusammenhänge entdecken können.

### Die Psychoarithmetik – Arithmetik, Algebra und Sachrechnen in der Grundschule

Harold Baumann nutzte für die vorliegende knapp fünfhundertseitige deutsche Ausgabe der *Psico-Aritmetica* neben der spanischen Erstausgabe auch die von einem engen Vertrauten Mario Montessoris 1971 vorgelegte italienische Ausgabe. Grundlage der Neuausgabe ist dabei die von Baumann selbst vor rund einem Vierteljahrhundert vorgelegte deutschsprachige Ausgabe, die als Loseblattsammlung bis 2011 nur unvollständig vorlag. Bekannt ist Baumann vor allem durch seine Chronik der Montessori-Pädagogik in der Schweiz, folgerichtig wird die vorliegende Ausgabe im Anhang durch einen Überblick zum Gesamtwerk der Pädagogin ergänzt. So ist seine Einführung nicht nur deshalb von Interesse, weil er die Schrift Montessoris in den historischen Kontext zu ihren anderen Arbeiten stellt oder die Textgeschichte in gebotener Kürze darlegt, sondern vor allen Dingen wegen seiner Erläuterungen zu den vielen noch wenig bekannten historischen Montessori-Piaget-Beziehungen, die angesichts der trotz aller Kritik immer noch vorhandenen Bedeutung von Piaget für aktuelle Ansichten über das Lernen von Mathematik seine Forschungen auch bei heutigen Mathematikdidaktikern im neuen Licht erscheinen lassen können. In die Psychoarithmetik leitet ein kurzes Vorwort der Montessori-Schülerin und späteren Ausbilderin Giuliana Sorge ein. Bereits dieses Vorwort als Einleitung in den Aufbau des arithmetischen Lehrgangs bis hin zur Algebra jenseits heutiger didaktischer Terminologie, das bereits umfassend einen Einstieg in den Aufbau von Stellenwertverständnis und seine Abstraktion bietet, macht deutlich, dass für ein Durchdringen der vorliegenden Schrift fundierte Kenntnisse des Arithmetiklernens bei Montessori und/oder aktueller Arithmetikdidaktik unumgänglich sind.

In ihrem Vorwort zur Psychoarithmetik fasst Montessori ihre „Methode“ zusammen und stellt

sie in den nachfolgenden Allgemeinen Betrachtungen der zu ihrer Zeit üblichen Methodik gegenüber, um so Unterschiede und Begründungen ihrer Methode herauszustellen, in der Kinder statt des „üblichen“ mühsamen und langweiligen Durcharbeitens der Arithmetik statt dessen in ihrer Methode über systematisches Fortschreiten hin zu algebraischen Entdeckungen jenseits herkömmlichen Grundschulstoffes gelangen. Sie erläutert zunächst die Zahlbegriffsbildung in der Vorschulzeit bei Kindern von etwa drei Jahren als Grundlage für die aufbauende Arbeit mit dem Dezimalsystem. Dazu nutzt Montessori vor allem den Zählzahl-, Kardinalzahl- und Maßzahlaspekt und berücksichtigt über die Teil-Ganzes-Relation ähnlich heutigem Vorgehen im Mathematikunterricht Zahlzerlegung und Aufgabenfamilien. Ausführliche Erklärungen zum mathematischen Inhalt und ganz besonders zum bekannten und Studierenden wie Lehrern in seinen Feinheiten doch häufig so fremden Stellenwertsystem dienen dem Aufbau des Verständnisses beim Lehrer als Basis für seine Arbeit mit dem Kind; mögliche algebraische Zusammenhänge durchziehen dabei immer wieder die anschaulichen Schilderungen möglicher Übungen mit vielen bekanntem wie auch einigen inzwischen nicht mehr genutzten Montessori-Materialien wie einer „Quotientenbörse“ (S. 156). Faszinieren können dabei Montessoris Betrachtungen mathematischer Konventionen, wenn sie beispielsweise auf S. 71 kritische Überlegungen zur Gültigkeit des Gleichheitszeichens bzw. der üblicherweise benutzten sprachsymbolischen Darstellung aufstellt, die aus der Handlung mit konkretem Material heraus verständlich sind: Gilt wirklich  $2648 : 2 = 1324$ ?

Im sich anschließenden Primarbereich prägt die fundamentale Idee des Stellenwertsystems die nächsten Kapitel Montessoris Ausführungen zur Arithmetik; dabei gelangt das Kind in einem genetischen Lerngang schrittweise zur Abstraktion vor allen Dingen unter Nutzung des intramodalen Transfers.<sup>6</sup> Der Aufbau von Zahl- und Operationsverständnis geht auf Grundlage des Stellenwertverständnisses Hand in Hand:

„Zählen und Rechnen [...] können mit Hilfe der einfachen Mechanismen, die das Dezimalsystem birgt, vollzogen werden. [...] Was also eine arithmetische Operation, zum Beispiel die Addition, charakterisiert, ist nicht das Zusammenfügen von Quantitäten, sondern die Vertei-

<sup>5</sup> Ludwig/Winter (2012) XVI

<sup>6</sup> Vgl. Thom (2010) Kap. 5 und 6.

lung der verschiedenen Einheiten gemäß dem Dezimalsystem. Es gibt demnach nichts zu lernen, was die Operation an sich betrifft, wenn dem Dezimalsystem die ganze Beachtung geschenkt wird, die ihm wirklich zusteht. Die Operationen bestehen darin, gleiche oder ungleiche Dinge zusammenzufügen oder von einem Ganzen einige seiner Teile wegzunehmen oder es auf gleiche Teile zu verteilen. Dies sind also Operationen. Was dann *innerhalb* der Zahlen geschieht, betrifft das Dezimalsystem und nicht die Operationen.<sup>7</sup>

Operationen sind als Handlungen zu verstehen, Addition und Multiplikation als Hinzufügen von ungleichen oder mehreren gleichen Teilen, entsprechend die Gegenoperationen Subtraktion und Division als Wegnehmen bzw. wegnehmendes Verteilen von ungleichen oder mehreren gleichen Teilen. Nach der Einführung erfolgt bei Montessori eine intensive operative Durcharbeitung der Aufgaben ähnlich heutigem Vorgehen. Spätestens wenn der Leser beim Kapitel über die Multiplikation ankommt, muss er jedoch erkennen, dass es sich um eine historische Quelle handelt, wenn Montessori in für Italien typischer, aber für Deutschland bis auf die schriftliche Multiplikation eher unüblicher Schreibweise den Multiplikator „nach hinten“ setzt. Hier ist die Edition in Text, Bild und Bildunterschriften nicht stringent; in Verbindung mit einer sich wohl eigentlich auf die schriftliche Multiplikation beziehenden Anmerkung (Anm. 233) lässt dies den Leser trotz eines Hinweises auf die Kommutativität der Multiplikation zunächst einmal rätselnd zurück und verschenkt Möglichkeiten, mit einem kurzen Kommentar einen selten auf bloßer ikonischer Ebene so transparenten räumlich-simultan dargestellten Zusammenhang zu verdeutlichen: der Zuweisung, was nun der Multiplikator und was der Multiplikand ist – der Multiplikand ist das Perlenstäbchen mit einer bestimmten Länge, der Multiplikator gibt die Anzahl der Stäbchen an.

Ein Kapitel zur Zahlentheorie in der Grundschule von Teilbarkeit über Primzahlen, Vielfache, Teiler usw. schließt den aus heutiger Sicht „arithmetischen“ Teil der Psychoarithmetik ab, doch auch hier zeigen sich schon Ansätze für die nachfolgenden algebraischen Ausführungen zu Quadratzahlen, Kubikzahlen und Potenzschreibweise, die materialgeleitet erarbeitet werden. Faszinieren können ihre deutlich von historisch-griechischen

eher geometrisch abgeleiteten zahlentheoretischen Ausführungen zu Analyse der Teilbarkeit in der Primfaktorzerlegung. Entsprechend wird auch im nachfolgenden eigentlich arithmetischen Kapitel zu Multiplikationsspielen der „Rote Faden“ hin zur Algebra erkennbar, wenn die Rechteckdarstellung der Multiplikation distributiv in Binome zerlegt wird. Was zunächst noch konkret mit Zahlen und Material geschieht, verlagert sich in den anschließenden Ausführungen zur Algebra immer weiter hin zur Nutzung algebraischer Terminologie ohne diskrete Mengen, zunächst materialgebunden, später zunehmend losgelöst hiervon als abstraktes Gedankenspiel, wobei Montessori mehrfach auf die Bedeutung der zuvor materialgebunden gewonnenen Vorstellungen des Kindes hinweist, die sie bereits in früheren Schriften grundlegender dargelegt hat.<sup>8</sup>

Die letzten beiden kurzen Kapitel setzen sich durch ihre Anwendungsorientierung deutlich von den vorausgehenden ab, die einen durchgängigen Aufbau von der Arithmetik bis hin zur Algebra erkennen lassen. Montessori stellt in diesen letzten Kapiteln Verhältnisse, Proportionen, Dreisatzrechnung sowie Maße und Gewichte ins Zentrum ihrer Ausführungen, geht auf das dezimale metrische System ein, erläutert Geschichte, Vorteile und zeigt, typisch für die Methode Montessoris, die Beziehungen der Einheiten untereinander auf. Wie durchgängig auch in den übrigen Kapiteln, ist dies zugleich ein Kapitel zur Bildung der Lehrer und gibt zahlreiche methodische Hinweise für die Durchführung praktischer Experimente, die Nutzung von Modellen oder fächerübergreifende Aspekte von Unterricht betreffend, ein wenig schon ihrer Kosmischen Erziehung vorgreifend. Wie auch zuvor (S. 187f.) fordert sie die Nutzung authentischer Sachrechenaufgaben unterschiedlichen mathematischen Inhalts wie sogar antiproportionaler Zuordnungen und geht nebenbei auf unterbestimmte Aufgaben ein, womit wir heute Kinder und Jugendliche zum Modellieren hinführen. Ein Beispiel findet sich auf S. 402: „Ein Elefant frisst in 10 Minuten dreißig Brötchen. Wie viele wird er an einem Tag fressen?“ Montessori richtet den Blick auf die Förderung kritischen Denkens. Gerade hier macht sie deutlich, inwiefern Mathematik ein Schlüssel zur Welt sein kann – als Möglichkeit der Weltorientierung und des kritischen Vernunftgebrauchs. Damit bietet diese Schrift Überlegungen zum Mathematiklernen jenseits des häufig nur in der Strukturori-

<sup>7</sup> M. Montessori (2012a) 16 und 61

<sup>8</sup> Z. B. in M. Montessori (2003) 182

entierung betrachteten Arithmetikcurriculums der Methode Montessoris, die in ihrer Deutlichkeit in keiner anderen Schrift der Pädagogin aufzufinden sind.

Die farbigen Zeichnungen aus der *Psico Aritmetica* werden im Anhang durch Abbildungen aktueller Materialien ergänzt. Sie sind in der Regel eine Momentaufnahme des Materialgebrauchs und verdeutlichen die Ausführungen im Text. Bei genauer Betrachtung erkennt der Leser die unterschiedlichen „Handschriften“ bei der Ausführung der Zeichnungen, von denen Giuliana Sorge in ihrem Vorwort zu berichten weiß, dass Lernende an Montessoris *Scuola di Metodo* diese angefertigt hatten. Wie auch die Beschreibungen im Text illustrieren die Abbildungen die Historizität der Ausführungen, die sich durch z. T. eine etwas andere Handhabung, Materialauswahl oder Färbung der Materialien erkennen lässt. Die Anmerkungen geben Hinweise auf Unterschiede zur heutigen Handhabung und in den verschiedenen Editionen. Zu wenig berücksichtigt der Apparat Hinweise auf bereits in der Sekundärliteratur verfügbare exegetische Betrachtungen zu kritischen und für das Verständnis von Schlüsselbegriffen zentralen Stellen in der Übersetzung oder Anmerkungen zu Besonderheiten in Handhabung oder Sichtweise Montessoris; hier folgt Baumann zu sehr seiner älteren deutschsprachigen Ausgabe.

### „Die Hand berührt das Offensichtliche, und der Geist entdeckt das Verborgene.“<sup>9</sup> – Die Psychogeometrie Montessoris

Analog zur Psychoarithmetik eröffnet Montessori ihre Ausführungen mit einer Beschreibung des zu ihrer Zeit üblichen Geometrieunterrichts mit den hieraus resultierenden negativen Effekten hinsichtlich des kognitiven Lernprozesses des Kindes, um kontrastierend ihre eigene Methode darzulegen. Dabei erwartet den Leser in der Psychogeometrie kein durchgehender Lehrgang, aber zahlreiche Übungen, mit denen die Kinder eine Art ‚geistiger Gymnastik‘ (S. 72) betreiben und damit als Fernziel einen geometrischen Sinn, also allgemeine Kompetenzen (in heutiger Terminologie) und Interessenskeime für künftige auch analytische Auseinandersetzungen entwickeln sollen. Montessori beginnt ihre Ausführungen mit der Geometrie in vorschulischer Zeit ab etwa vier Jahren: Die Kinder sollen in handlungsorientierter Auseinandersetzung mit ebenen Figuren durch Auslegen und

Nachlegen, dekorative geometrische Zeichnungen und später ihren Vergleich und die Differenzierung auch mittels „Namen“, also der Objektbegriffe und der Eigenschaftsbegriffe, für die Geometrie in ihrer Umwelt sensibilisiert werden, wobei auch stets die Motorik des Kindes verfeinert werden soll.

Nahtlos und zum Teil parallel vollzieht sich sodann der Übergang zur Geometrie in der Grundschule über das Studium und die Benennung der Winkel und Linien, die anschließend definiert werden, Zeichnenlernen mit verschiedenen Instrumenten wie z.B. einem Zirkel mit Reißfeder für Linien mit dickflüssiger Tinte. Relations- und Eigenschaftsbegriffe werden eingeführt und beispielsweise über Dekorationen der entsprechenden Attribute vertieft – so kann eine „Dekoration“ den Umfang besonders hervorheben, eine andere die Mittellinien. Mit ihrer Spezifizierung einiger Vierecksformen, des Kreises, von Polygonen nähert sich Montessori bereits in der Vorschulphase bzw. der Eingangsphase der Grundschule der Spezifizierung und Hierarchisierung von Begriffen zu, wie sie heute ggf. am Ende der Grundschulzeit in Teilen als „Haus der Vierecke“ visualisiert werden können. Dabei finden sich durchgängig für den Leser, von Montessori avisiert sind Lehrer und Erzieher, Erläuterungen der verwendeten Inhalte (Begriffe, Definitionen, Konstruktionsanweisungen). Ihre eigene Begrifflichkeit orientiert sich vermutlich am Verständnis ihrer Leser, denn sie verwendet teils unscharfe Begriffe wie z.B. „Linie“ statt beispielsweise des an dieser Stelle eigentlich zu erwartenden Begriffs der „Strecke“ (S. 36) oder „Gerade“ (S. 31). Der umfangreiche wissenschaftliche pädagogische und didaktische Apparat zur Psychogeometrie birgt in den Fußnoten zahlreiche Anmerkungen zu den Einschränkungen hinsichtlich der häufig für heutige Lehre zu unspezifizierten Montessori'schen Begriffe. Die Kommentare und Ergänzungen tragen dabei nicht nur zum Verständnis bei, sondern unterstützen Montessoris ursprüngliche Intention, indem sie heutigen Lesern die Ideen der Pädagogin für ihren eigenen Unterricht zugänglich machen.

Nach diesem sehr großen Teil zu vorschulischer und früher schulischer Bildung legt die Pädagogin im zweiten Kapitel „Einführung in die Grundschulphase“ Grundzüge ihrer Methode dar, die auf der Grundlage entdeckenden Lernens über Handlungsorientierung vom Konkreten zum Abstrakten fortschreitet und für deren didaktische Einordnung der Leser von den Herausgebern mit ent-

<sup>9</sup> M. Montessori (2012b) 72

sprechender „moderner“ Terminologie in den Anmerkungen unterstützt wird. Dabei spielen die Wörter, also die Fachsprache bzw. Fachterminologie, für Montessori eine bedeutende Rolle, benötigt das Kind sie doch auch zur Benennung und Erläuterung eigener Entdeckungen, wie sie auf S. 70 erläutert. Der Zugang zu den zu erschließenden geometrischen Begriffen wie der Winkelhalbierenden erfolgt hauptsächlich über die Materialisierung in hierfür vorgesehenen Materialien oder über Konstruktionen mit dem Zirkel.

Die Kapitel III bis VII sind mehr fachinhaltlich strukturiert. Im dritten Kapitel („Vergleich zwischen den Figuren“) werden Figuren hinsichtlich der Flächengröße bzw. ihrer Form (ähnlich/gleich) verglichen, worauf logische bzw. operative indirekte Vergleiche über die Bruchteile bzw. einbeschriebene/umbeschriebene Figuren aufgebaut werden. Pythagoräische Zusammenhänge werden hier ebenso wie im nachfolgenden Kapitel („Das gleichseitige Dreieck“) untersucht und zu „Pythagorasfiguren“ dekoriert. Ebenfalls durch ‚direktes Abmessen oder Überlegen‘ kann das Kind im fünften Kapitel „Der Kreis“ Winkel und Bruchteile untersuchen. Montessori nutzt die Arbeit mit dem Kreis zur Einführung materialorientierter Bruchrechnung und verbindet dann die gemeine Bruchrechnung mit der Dezimalbruchrechnung. Im sechsten Kapitel werden „Anwendungen der Äquivalenz“, verstanden als Flächeninhaltsgleichheit, der verschiedensten geometrischen Figuren von der Berechnung des Flächeninhalts bei Rechtecken über Einheitsquadrate hergeleitet; über die Abwicklung des Umfangs und eine hierdurch mögliche Annäherung an Pi kann auch der Flächeninhalt des Kreises approximiert werden. Heterogene Probleme geometrischer Art zum „Auftauchen“ von rechten Winkeln in der ebenen Geometrie (u. a. in pythagoräischen Zusammenhängen) und zur Quadratur des Kreises beschließen das Werk mit einem letzten Kapitel („Überlegungen“).

Wie auch in der Psychoarithmetik, ergänzen die Herausgeber die Edition um zusätzliche Texte, hier allerdings um Vorträge bzw. Typoskripte Montessoris zur „Psychologie der Mathematik“ (1935) und „Psychogeometrie und Psychoarithmetik“ (1935), in denen die Pädagogin mit nur wenigen Wirkungs- und Erfahrungsberichten die Entwicklung und Durchführung ihrer Methode lebendig werden lässt und aus denen ein didaktischer Forscher faszinierende Einblicke in ihre Art der Ausbildung und Bildung jungen Menschen zu ge-

winnen vermag. Ein weiterer Anhang mit Abbildungen aus der englischen Ausgabe von 2011 rundet ähnlich wie in der Psychoarithmetik neben einem ausführliches und aktuellen Quellen- und Literaturverzeichnis zum Thema, einem Personenverzeichnis und dem Sachregister die vorliegende Edition ab.

Die hier vorliegende deutschsprachige Ausgabe zieht als Basis neben der spanischen Originalausgabe auch die niederländische und die aktuelle englische Ausgabe heran, die auf einem erst kürzlich im Archiv der AMI gefundenen Typoskript aus dem Besitz Montessoris selbst beruht. Die Übersetzung ist wie auch die Psychoarithmetik gut lesbar und gibt die Gedanken Montessoris zur Geometrie gerade auch durch die Abgleichung mit den anderen Ausgaben verständlich wieder. Dennoch fordern einige der Übersetzungen zur kritischen Nachfrage heraus, wenn etwa „Toda materia de cultura“<sup>10</sup> in der deutschen Übersetzung als „Jedes Fach der Bildung“<sup>11</sup> wiedergegeben wird und so der hier angesprochene Zusammenhang von u. a. Arithmetik und Geometrie zur übergeordneten Kosmischen Theorie auf bloße Schulfächer reduziert wird.

Obgleich in einem vergleichbaren Format wie die Psychoarithmetik innerhalb der „Gesammelten Werke“ erschienen, ist der wissenschaftliche Apparat der Psychogeometrie deutlich umfangreicher: Neben Hinweisen auf Unterschiede in den anderen Editionen oder zum heutigen Aussehen bzw. Gebrauch erhält der Leser Anmerkungen quellenexegetischer Art zum Verständnis der Schrift aus dem historischen Kontext heraus, sei es zum Auftauchen zentraler Begriffe der Methode Montessoris in weiteren Schriften oder auch ihrer Klärung. Aus mathematikdidaktischer Sicht sind besonders die Ergänzungen zu den bei Montessori genutzten Methoden und Begriffen wegweisend für ein gesichertes Verständnis des Textes für den Leser. Dazu werden gegebenenfalls auch die ebenfalls aus der spanischen Originalausgabe übernommenen farbigen Zeichnungen mit Hinweis auf die Korrektur um Fehler verbessert. Der verwendete Apparat und die adressatengerechte, gut lesbare und zielführende Einführung zeigt überdeutlich die wissenschaftliche „Herkunft“ der beiden Herausgeber als auf dem Gebiet der Montessori-Forschung und -Anwendung ausgewiesene Experten aus Pädagogik bzw. Mathematikdidaktik und unterstützt damit *idealiter* die von Montessori selbst genannte und von den Herausgebern in ih-

<sup>10</sup> M. Montessori (1934) 15

<sup>11</sup> M. Montessori (2012b) 10

<sup>12</sup> Ludwig / Winter (2012) XVI

rer Einführung treffend elaborierte Zielsetzung des Werkes als eine Art „Fundgrube“<sup>12</sup> für die Hand des Lehrers, um auf der Grundlage der kognitiven und psychischen Entwicklung Ideen für das Entdecken von Zusammenhängen und Beziehungen zu bieten, die sie selbst in vielen Jahren erprobt hat. Dabei gehen die von ihr erprobten Inhalte weit über die in der heutigen Grundschule erwarteten Kompetenzbereiche hinaus und können durch die der kindlichen Entwicklung angemessenen Methoden und Ideen zudem die unteren Jahrgänge der Sekundarstufe I bereichern.

### Montessoris Handbücher – Didaktische Handreichungen für Lehrer?

Während die Psychoarithmetik insbesondere durch den hier deutlich werdenden genetischen Aufbau beim Lernenden eine zentrale Quelle für ein Verständnis der „Methode“ Montessoris hinsichtlich des Mathematiklernens von Kindern darstellt, vermag die Psychogeometrie das Repertoire kreativer Ideen zur handlungsorientierten Auseinandersetzung mit ebener Geometrie bei jedem Lehrenden zu bereichern, ganz gleich, ob im Montessori-Bereich tätig oder nicht. Beide Werke unterstützen die Montessori-Forschung ungemein, zumal in den nun in deutscher Sprache vorliegenden Quellen auch Bereiche involviert sind, deren mangelnde Berücksichtigung in Montessoris Texten dank bislang fehlender Quellen Anlass für zahlreiche Kritik gegeben hat, sei es die Kreativität, die in der Psychogeometrie sehr deutlich zu Tage tritt, oder die Anwendungsorientierung, die sich aus der Psychoarithmetik ergibt: Hier bieten sich durch die nun vorliegenden Quellen Möglichkeiten für differenziertere Betrachtungen der Methode Montessoris.

Psychogeometrie und Psychoarithmetik bedürfen als *historischer Quelle* zum Mathematiklernen von Kindern wie die übrigen Werke Montessoris auch der Interpretation zum Verständnis ihrer sehr scharfsinnigen Ideen, die sich aber auf Grund der Montessori zu ihrer Zeit noch fehlenden Terminologie und Begriffe nicht ohne weiteres erschließen lassen. Angesichts ihres vielschichtigen hochkomplexen Konzeptes bzw. ihrer Methode bei der gleichzeitigen Problematik fehlender Begrifflichkeit und der äußerst blumigen Ausdrucksweise der wortgewandten Italienerin wäre für die weitere Forschung eine deutsch-spanische Ausgabe wünschenswert gewesen, wenngleich dies die Lesbarkeit der Texte beeinträchtigt hätte. Vielleicht kann eine digitale Auflage der Werke Montessoris hier in nicht allzu ferner Zukunft Abhilfe schaffen.

Dass die Editionen selbst bereits die Erstellung quantitativer vergleichender Unterrichtsforschung möglich macht, wie Schneeberger es so enthusiastisch in seinem Geleitwort zur Psychoarithmetik formuliert, bleibt somit fraglich, jedoch regen die deutschen Editionen der bislang nur schwer zugänglichen Texte Montessoris hoffentlich künftig die weitere mathematikdidaktische Forschung zum Thema an: Die in Psychoarithmetik und Psychogeometrie verschriftlichten Erfahrungen Montessoris zeigen überdeutlich das noch nicht annähernd ausgereizte didaktische Potenzial ihrer Methode aus einer Zeit, als Didaktik als Wissenschaft noch nicht geboren war. Dennoch vermochte die Methode Montessoris und ihre Elemente zahllose Pädagogen und Didaktiker zu begeistern und direkt wie indirekt ihren Teil zur Entwicklung heutiger Mathematikdidaktik beizutragen – genannt seien hier *pars pro toto* ihre Ideen zu einer stark strukturorientierten Mathematik, wie sie über das Programm *mathe 2000* in die Didaktik eingeflossen sind, die Vorstellungen des mit ihrer Arbeit vertrauten Wagenscheins zum entdeckend-genetischen Lernen oder auch der tiefe Eindruck, den die Ergebnisse ihrer Arbeit und insbesondere die Ganzheitlichkeit ihrer Methode auf Freudenthal gemacht haben, einen der Ur-Väter der noch jungen Mathematikdidaktik als Wissenschaft und Forschungsgebiet.

### Literatur

- Baumann, Harold (2012): Einführung des Herausgebers. In: Montessori, Maria: Psychoarithmetik. Die Arithmetik dargestellt unter Berücksichtigung kinderpsychologischer Erfahrungen während 25 Jahren. Hg. v. Baumann, Harold Frank (Maria Montessori – Gesammelte Werke, Bd. 11). Freiburg/Basel/Wien: Herder, XIX–XXV
- Ludwig, Harald/Winter, Martin (2012): Einführung der Herausgeber. In: Montessori, Maria: Psychogeometrie. Das Studium der Geometrie basierend auf der Psychologie des Kindes. Hg. v. Ludwig, Harald/Winter, Martin (Maria Montessori – Gesammelte Werke, Bd. 12). Freiburg/Basel/Wien: Herder, IX–XXII
- Montessori, Maria (1934): Psico-Geometria. El Estudio de la Geometria Basado en la Psicologia Infantil. Ilustrada con 265 Figuras en Colores. Barcelona: Araluce
- Montessori, Maria (1971): Psicoaritmética. L'Aritmética Sviluppata Secondo le Indicazioni della Psicologia Infantile Durante Venticinque Anni di Esperienze. Mit einem Vorwort von Mario M. Montessori. Hg. v. Grazzini, Camillo. O.O.: Aldo Garzanti
- Montessori, Maria (2003): Entwicklungsmaterialien in der Schule des Kindes. Dörfles: Renate Götz
- Montessori, Maria (2005): Das kreative Kind. Der absorbierende Geist (16. Auflage). Hg. v. Oswald, Paul/Schulz-Benesch, Günter (Schriften des Willmann-Instituts). Freiburg/Basel/Wien: Herder
- Maria Montessori (2012a): Psychoarithmetik. Die Arithmetik dargestellt unter Berücksichtigung kinderpsychologischer Erfahrungen während 25 Jahren. Hg. v. Baumann, Harold

- Frank (Maria Montessori – Gesammelte Werke, Bd. 11). Freiburg/Basel/Wien: Herder
- Maria Montessori (2012b): Psychogeometrie. Das Studium der Geometrie basierend auf der Psychologie des Kindes. Hg. v. Ludwig, Harald/Winter, Martin (Maria Montessori – Gesammelte Werke, Bd. 12). Freiburg/Basel/Wien: Herder
- Montessori, Mario M. (1959): Mathematik im Leben des Kindes in unserer sich verändernden Welt. In: Mitteilungen der deutschen Montessori-Gesellschaft 7.2 (1959) 5–6
- Montessori, Mario M. (1961): Maria Montessori's Contribution to the Cultivation of the Mathematical Mind. In: Internationale Zeitschrift für Erziehungswissenschaften 7 (1961)/ zugleich Kind und Mathematik. International Montessori Congress, 's-Gravenhage: Martinus Nijhoff, 134–141
- Thom, Sandra (2010): Kinder lernen entdeckend. Eine hermeneutische Untersuchung zur Konzeption und Realisierung des Mathematikunterrichts Maria Montessoris. Dissertation, Hildesheim: Franzbecker
- Sandra Thom, Alter Postweg 25, 26215 Wiefelstede-Heidkamp, Email: [sandra.thom@uni-vechta.de](mailto:sandra.thom@uni-vechta.de)