

John Stillwell: Wahrheit, Beweis, Unendlichkeit – Eine mathematische Reise zu den vielseitigen Auswirkungen der Unendlichkeit

Rezensiert von Helmut Albrecht



„Eine mathematische Reise an das Ende der Gedanken“ hätte der Springer-Verlag sicher ebenso gut als Untertitel wählen können für die von Roland Girgensohn besorgte deutsche Übersetzung von Stillwells Buch „Road to Infinity“. In der Tat stoßen wir Menschen beim Nachdenken über

die Unendlichkeit recht schnell an die geistigen Grenzen unseres endlichen Verstands. Vielleicht macht dies aber auch den besonderen Reiz der Wissenschaften insgesamt und insbesondere der Mathematik aus, schrieb doch schon Dedekind: „Für einen mit unbegrenzten Verstande begabten Menschen, dem die letzten von uns durch eine lange Kette von Schlüssen erhaltenen Konsequenzen unmittelbar evidente Wahrheiten wären, würde eigentlich keine Wissenschaft mehr existieren ...“

Stillwell geht es allerdings in seinem Buch nicht darum, die Unendlichkeit zu erklären, er verfolgt vielmehr einen weitergehenden Ansatz: Es soll gezeigt werden, „wie Mengenlehre und Logik sich gegenseitig befruchten und wie sie sich zudem auf die klassische Mathematik auszuwirken beginnen.“ Er versucht dies auf gut 200 Seiten in sieben Kapiteln, denen allesamt ein „Historischer Hintergrund“ beigefügt ist, um „die Thematik in den größeren Zusammenhang der Mathematik und ihrer Geschichte einzuordnen.“ Der Autor verspricht

zudem, dass für das Nachvollziehen seiner Gedanken nur „wenig vorausgesetzt wird, was über die Schulmathematik hinaus geht.“

Das erste Kapitel steigt ein bei Cantor und seinen Arbeiten über abzählbare und über-abzählbare unendliche Mengen, thematisiert „Hilberts Hotel“, die beiden Cantorschen Diagonalverfahren und stellt die Kardinalität des Kontinuums dar.

Das Konzept der Ordinalzahlen bildet das Gerüst für das zweite Kapitel. Die Frage, wie man über die abzählbaren Ordinalzahlen hinaus weiterzählen kann, führt an dieser Stelle über das Auswahlaxiom, die Cantorsche Normalform und Anmerkungen zur Induktion zur Kontinuumshypothese. Der Berechenbarkeitsbegriff in der Mathematik und das Beweisen – insbesondere die damit zusammenhängenden Schwierigkeiten – werden im dritten Kapitel anhand der Gödelschen Unvollständigkeitssätze dargestellt. Dies leitet über zur Logik, der das vierte Kapitel gewidmet ist. Das fünfte Kapitel beschäftigt sich mit der Arithmetik und das sechste schließlich mit natürlichen unabweisbaren Aussagen.

Das siebte Kapitel soll schließlich als Epilog die bisher umrissenen Themen zusammenfassen und aufzeigen, wie die Unendlichkeit den Bereich des Beweisbaren begrenzt und unser Wissen über natürliche Zahlen beeinflusst.

Am Ende hat der Autor den Leser ein gutes Stück auf der „Straße zur Unendlichkeit“ begleitet und sicher so manche Aus- und Einblicke in interessante und aktuelle Problemstellungen der Mathematik und des menschlichen Denkens gewährt.

Es ist aber bestimmt auch deutlich geworden, dass diese Straße zur Unendlichkeit – genau wie im richtigen Leben – noch mit sehr vielen Baustellen versehen ist, von denen man sich fragt, ob sie jemals vollendet sein werden. Wer diese Diskrepanz aushält, für den mag das vorliegende Buch eine interessante Lektüre beinhalten. Keinesfalls täuschen lassen darf man sich allerdings von der im Vorwort und auf dem hinteren Buchdeckel befindlichen Anmerkung, wonach der gegenseitigen Befruchtung von Mengenlehre und Logik noch nicht viel Raum in allgemein verständlichen Fragestellungen gegeben worden ist. Wer daraus leichtgläubig folgert, dass Stillwells Buch „allgemein verständlich“ sei, wird sich schon nach den ersten

Seiten getäuscht sehen. Auch die Angabe des Autors, dass zum Verständnis des Buchs „nur wenig über die Schulmathematik Hinausgehendes“ benötigt werde, kann getrost mit einer gewissen Skepsis begegnet werden – einige Semester Mathematikstudium sollten es mindestens sein!

John Stillwell: Wahrheit, Beweis, Unendlichkeit, Springer Spektrum, Berlin/Heidelberg 2014, 236 Seiten, ISBN 978-3-642-37844-7, €24,99

Helmut Albrecht, Pädagogische Hochschule Schwäbisch Gmünd, Institut für Mathematik/Informatik, Oberbettinger Straße 200, 73525 Schwäbisch Gmünd, Email: helmut.albrecht@ph-gmuend.de