

## Problemlösesymposium an der TU Braunschweig 27.–28. 9. 2013

---

### Bericht

Frank Heinrich

Am 27. und 28.09.2013 wurde am Institut für Didaktik der Mathematik und Elementarmathematik an der Technischen Universität Braunschweig ein Symposium zum Thema „(Mathematische) Probleme lösen lernen“ abgehalten. Als Tagungsleiter agierte Frank Heinrich, die Verantwortung für den organisatorischen Teil hatte Steffen Juskowiak übernommen.

Bei diesem Symposium ging es um Überlegungen und um den Gedankenaustausch zur Förderung der Problemlösekompetenz, einem bedeutsamen Ziel von Mathematikunterricht. Die Veranstaltung wurde als Ergebnis der Kooperation mit dem Kompetenzzentrum Lehrerfortbil-

dung Braunschweig zugleich auch als Lehrerfortbildungsveranstaltung durchgeführt.

Nach Eröffnung der Veranstaltung durch den Tagungsleiter wurden Grußworte überbracht. Für die GDM hatte die 2. Vorsitzende Silke Ruwisch (Universität Lüneburg) diese Aufgabe übernommen, seitens der DMV deren Vizepräsident Volker Bach (Technische Universität Braunschweig). Sowohl in diesen als auch in anderen Grußworten (von Repräsentanten der TU Braunschweig) kam die Relevanz des Themas der Tagung deutlich zum Ausdruck.

Im Weiteren haben namhafte Mathematikdidaktiker aus dem In- und Ausland zu dieser Thematik vorgetragen und sich der Diskussion im Plenum gestellt. Die Ausführungen bezogen sich insbesondere auf den Altersbereich der Sekundarstufe I.



Eröffnung des Symposiums durch Prof. Frank Heinrich



Der Kopfrechenweltmeister Gert Mittring in Aktion

Im ersten Vortrag ging Bernd Zimmermann (Universität Jena) darauf ein, wie durch Anregungen aus der Geschichte der Mathematik das Erreichen klassisch-inhaltlicher Lernziele (z. B. der Satz des Pythagoras) und wie problemlösendes Denken von Schülerinnen und Schülern durch Heranziehung historischer Denkprozesse besser gefördert werden können.

Regina Bruder (Technische Universität Darmstadt) stellte ein mit 50 Lehrkräften empirisch geprüftes, tätigkeitstheoretisch begründetes Unterrichtskonzept zum langfristigen Kompetenzaufbau im mathematischen Problemlösen unter Einbezug von Unterrichtsbeispielen in den Mittelpunkt ihrer Ausführungen. Von zentraler Bedeutung waren dabei die Ausführungen zur Erlernbarkeit von Heuristiken und die Hervorhebung eines dafür erforderlichen Lernumfeldes.

Über eine empirische Erkundungsstudie mit Elftklässler(innen) zum Einfluss von Selbstreflexionen auf die Bearbeitung mathematischer Probleme berichtete Steffen Juskowiak (Technische Universität Braunschweig). Er beschrieb verschiedene Varianten von (nicht erzwungener) Selbstreflexion, die während der Arbeit an den Problemen bei den Probanden vorkamen und analysierte die Wirkung solcher Selbstreflexionen auf den Verlauf und das Ergebnis der jeweiligen Bearbeitungsprozesse. Sich darauf beziehende Anregungen zur Förderung der Problemlösekompetenz beendeten den Vortrag.

Um Hemmnisse, Defizite und Fehler beim Bearbeiten mathematischer Probleme ging es im Vortrag von Frank Heinrich (Technische Universität Braunschweig). Vor dem Hintergrund der Gewinnung möglicher ergänzender Ansatzpunkte zur Förderung mathematischer Problemlösekompetenz wurden zum einen Verhaltensweisen von Probanden (hauptsächlich Lernende aus der Sekundarstufe II) vorgestellt und diskutiert, die das Fin-

den einer Lösung be- oder verhindern. Zum anderen wurden Befunde vorgelegt, wie es den Problembearbeitern gelang, eigene Fehler und Defizite selbst zu erkennen und ggf. zu beheben.

Frank Förster und Hartmut Rehlich (Technische Universität Braunschweig) berichteten über die Förderung mathematisch begabter Kinder des dritten bis sechsten Schuljahres in der instituts-eigenen Lernwerkstatt mit dem Schwerpunkt der Anregung und Pflege mathematiktypischer Denkprozesse beim Lösen von Problemen. Darüber hinaus wurden im Vortrag zu den Aspekten der Auswahl der Schülerinnen und Schüler sowie der Verzahnung von Förderung mit der Ausbildung von Lehramtsstudenten (die als Beobachter und Tutoren mitwirken) beispielhaft Erfahrungen vorgestellt.

Martin Stein (Universität Münster) befasste sich in seinem Vortrag mit Lernumgebungen (bei der Bearbeitung) von Problemklassen und beschrieb sie durch den (neuen) Begriff mathematische Lernräume. Problemklassen entstehen, wenn man mehrere Problemfamilien unter gemeinsamen (Lösungs-)Merkmale zusammenfasst. Derartige Lernumgebungen besitzen im Idealfall eine „löserfreundliche Wahlarchitektur“, sind also ein Unterstützungsangebot, um Problemlösen in einer solchen Klasse zu erleichtern.

Deutlich zu machen, dass Problemlöselernen nicht nur ein Ziel für die Arbeit mit begabten Kindern darstellt, war das Hauptanliegen des Vortrags von András Ambrus (Universität Budapest). Vor diesem Hintergrund analysierte er Faktoren des Problemlöselernens und stellte insbesondere Aspekte zum Gedächtnis in den Mittelpunkt seiner Ausführungen. Darüber hinaus erhielten die Zuhörer Informationen darüber, wie im ungarischen Mathematikunterricht Problemlöselernen erfolgt.

Erkki Pehkonen (Universität Helsinki) gab im abschließenden Vortrag zunächst einen Überblick über die weltweite Situation von Problemlöseunterricht und ging im Weiteren auf Problemfelder (einer Art offener Probleme) und deren zunehmender Verwendung im Mathematikunterricht ein. Er erläuterte das dahinter stehende didaktische Konzept mit dem Ziel der Verbesserung schulischen Mathematikunterrichts und stellte Beispiele für Problemfelder vor.

In Ergänzung zu den themenbezogenen Vorträgen gab Gert Mittring (Bonn), der mehrmalige Weltmeister im Kopfrechnen, den interessierten Zuhörern einen Einblick in Höchstleistungen im Kopfrechnen. Neben Rechendemonstrationen (z. B. zum Kalenderrechnen und zur Fingermathematik) wurden einige Rechenkniffe von ihm illustriert und die Bedeutung der Basiskulturtechnik „(Kopf-)Rechnen“ hervorgehoben. Das Ganze erfolgte in einer dialogischen und spielerischen Form.

Die Vorträge werden in einem Tagungsband publiziert. Dieser erscheint unter dem Titel „Mathematische Probleme lösen lernen“ im WTM Verlag Münster, voraussichtlich Ende des ersten Quartals 2014.

Abschließend gilt der Dank der Volkswagen Aktiengesellschaft, dem Stifterverband für die Deutsche Wissenschaft, dem Verein Deutscher Ingenieure (Bezirksverein Braunschweig), dem Bildungshaus Schulbuchverlage Braunschweig, dem Ernst Klett Verlag und dem Verlag für wissenschaftliche Texte und Medien Münster, durch deren Unterstützung die Durchführung des Symposiums überhaupt erst möglich geworden ist.

Frank Heinrich, TU Braunschweig, Institut für Didaktik der Mathematik und Elementarmathematik, Bienroder Weg 97, 38106 Braunschweig, Email: [f.heinrich@tu-braunschweig.de](mailto:f.heinrich@tu-braunschweig.de)

## Grußwort der 2. Vorsitzenden der GDM

Silke Ruwisch

Sehr geehrte Damen und Herren,  
liebe Kolleginnen und Kollegen,

im Namen der Gesellschaft für Didaktik der Mathematik, der GDM, habe ich die Ehre und das Vergnügen, Sie alle zu dem Symposium „Mathematische Probleme lösen lernen“ begrüßen zu dürfen.



Grußworte im Namen der GDM von Silke Ruwisch (2. Vorsitzende)

Die GDM versteht sich als eine Gesellschaft, in der Personen zusammentreffen, denen das mathematische Lernen und Denken am Herzen liegt. So, wie auch hier bei diesem Symposium, gehören zu den Mitgliedern der GDM Mathematiklehrerinnen und -lehrer aller Schul- und Hochschultypen, Personen aus verschiedenen Bereichen der Schulverwaltung, der Aus-, Weiter- und Fortbildung von Mathematiklehrenden sowie mathematikdidaktisch Forschende.

Wir freuen uns, dass Sie sich zu einem Thema austauschen, das in jüngerer Zeit wieder stärker in den Focus mathematikdidaktischer Diskussion gerückt ist. Im Anschluss an die Ergebnisse internationaler Vergleichsstudien, die mehrfach haben deutlich werden lassen, dass deutsche Schülerinnen und Schüler gerade hinsichtlich des Problemlösens schwächer im Vergleich zu vielen anderen Ländern abschneiden, ist ein verstärktes Interesse an mehr Problemlöseaktivitäten im Mathematikunterricht festzustellen. Die Forderung, Problemlösekompetenzen im Bereich Mathematik zu entwickeln, zählt jedoch schon seit langem zu den grundlegenden und bedeutenden Zielen des Mathematikunterrichts. So hat z.B. Heinrich Winter 1995 den Erwerb von Problemlöse- und heuristischen Fähigkeiten neben der Struktur- und der Anwendungsorientierung von Mathematik als eine der drei wesentlichen Grunderfahrungen hervorgehoben, die den allgemeinbildenden Charakter des Mathematikunterrichts legitimieren, nämlich „... in der Auseinandersetzung mit Aufgaben Problemlösefähigkeiten, die über die Mathematik hinausgehen, (heuristische Fähigkeiten) zu erwerben.“ (Winter 1995, S. 37).

Es ist daher ungemein zu begrüßen, dass in Braunschweig ein Symposium zu diesem Thema

ins Leben gerufen wurde, dass zugleich als Lehrerfortbildungsveranstaltung angelegt ist.<sup>1</sup>

Selbstverständlich sprechen noch weitere Gründe für die stärkere Berücksichtigung des Problemlösens im Mathematikunterricht. Mit Zimmermann (2003) u. a.

1. lassen sich gesellschaftliche Gründe nennen, welche eng an die allgemeinbildende Funktion nach Winter anknüpfen, nämlich z. B., dass der heutige Unterricht die Lernenden auf eine jetzt schon komplexe Welt mit noch unbekanntem Herausforderungen in der Zukunft vorbereiten muss, somit auf das Lösen komplexer Probleme.
2. lassen sich lernpsychologische Gründe anführen: Wenn, wie in konstruktivistischer Sicht, Wissen sich kaum direkt vermitteln und übertragen lässt, sondern sich Lernende durch aktive Auseinandersetzung mit dem Lerngegenstand ihr Wissen selbst konstruieren müssen, ist eine entsprechende Unterrichtskultur maßgeblich problemlösend zu gestalten.
3. können pädagogische Gründe angeführt werden, die sich aus den vorangehenden z. T. ableiten lassen, z. B. „entdeckendes Lernen“ an ausgewählten Problemen zu ermöglichen, z. T. aber auch darüber hinaus führen, z. B. das Ermöglichen emanzipatorischer Erfahrungen im Mathematikunterricht;
4. sprechen selbstverständlich auch innermathematische Gründe für das Problemlösen im Mathematikunterricht. So zeigt die Geschichte der Mathematik, dass z. B. von Problemen wie der Kreisquadratur oder der Würfelverdopplung langfristig kräftige Impulse für die Weiterentwicklung der Mathematik ausgingen.
5. Zu guter Letzt möchte ich auf die motivationalen Gründe hinweisen: Problemlösen macht Spaß und kann so auch Spaß an der Mathematik vermitteln.

Neben diesen Gründen sprechen selbstverständlich auch formale Vorgaben für eine Beschäftigung mit dem Problemlösen im Mathematikunterricht. Zwar war das Thema bereits in früheren Rahmenrichtlinien enthalten (z. B. Nds. 1991 oder NRW 1985); aber erst als Reaktion auf die Ergebnisse der TIMS- und der PISA-Studie hat – wie bereits erwähnt – das Problemlösen in der öffentlichen Diskussion und der Bildungspolitik an Relevanz gewonnen: Über die KMK Bildungsstandards (2003 und 2004) und damit die Kerncurricula und Lehrpläne der einzelnen Bundesländer (siehe z. B.

Nds. Kultusministerium 2006) ist das mathematische Problemlösen und damit die Vermittlung heuristischer Verfahren, Strategien und Techniken als „prozessbezogene Kompetenzen“ zu einem wichtigen – jedenfalls wichtigeren – Unterrichtsgegenstand geworden.

Gestatten Sie mir einen kurzen Rückblick auf das Problemlösen in der eigenen Zukunft:<sup>2</sup> Die deutschsprachige mathematikdidaktische Problemlöseforschung beginnt erst relativ spät. Obwohl der Prozess des Problemlösens von Mathematikern wie Poincaré (1914) und Hadamard (1945) schon frühzeitig diskutiert worden war, fand diese Diskussion kaum Widerhall in der Mathematikdidaktik. So war weder ein größerer Einfluss auf die mathematikdidaktische Forschung noch auf den Mathematikunterricht festzustellen. Selbst Pólyas berühmte „Schule des Denkens“ von 1949 änderte daran zunächst recht wenig.

In den 1960er Jahren zaghaft beginnend – denken Sie z. B. an ein MU-Themenheft zum Problemlösen von 1964 – hat sich ab den 1980er Jahren die Situation ein Stück gewandelt und mit der Wiedervereinigung einen zusätzlichen Schub erhalten. Verschiedene Arbeitsgruppen in ganz Deutschland haben in den vergangenen Jahrzehnten die mathematikdidaktische Forschung zum Problemlösen vorangetrieben. Ich möchte sie hier nicht einzeln aufzählen, aber einige der namhaften Vertreterinnen und Vertreter sind in dieses Symposium ja intensiv eingebunden. Besonders erfreulich ist jedoch, dass neben den „alten Hasen“ der Problemlöseforschung, wie z. B. Karl Kießwetter oder Bernd Zimmermann, in jüngerer Zeit neue Arbeitsgruppen sich der mathematischen Problemlöseforschung widmen und so insbesondere auch in die Breite wirken. Dazu leistet ein derartig prominent besetztes Symposium zum Lernen des mathematischen Problemlösens einen bedeutenden Beitrag.

Freilich haben auch Mathematikdidaktikerinnen und -didaktiker aus dem Ausland deutlich Einfluss auf die Problemlöseforschung in Deutschland genommen. Als erstes fällt einem vielleicht die „Bibel des Problemlösens“, Alan Schoenfelds Buch „Mathematical problem solving“ von 1985 ein. Auch Jeremy Kilpatrick (USA) und Kaye Stacey (Australien) seien stellvertretend erwähnt für Arbeiten, die in verschiedener Weise in der deutschen Mathematikdidaktik aufgegriffen wurden bzw. werden. Darüber hinaus eng mit der deutschen Mathematikdidaktik verbunden müssen vor

<sup>1</sup> Die folgenden Ausführungen lehnen sich sehr eng an die hervorragende Zusammenfassung in der Dissertation von Benjamin Rott (2013) an.

<sup>2</sup> Auch dieser geschichtliche Rückblick folgt den Ausführungen von Rott (2013).

allem Erkki Pehkonen aus Finnland sowie Éva Vásárhelyi und András Ambrus aus Ungarn erwähnt werden, deren Arbeiten nicht nur aufgegriffen wurden, sondern die immer in regem persönlichen Austausch schon fast als Teil deutscher Problemlöseforschung in der Mathematikdidaktik gelten können.

Natürlich hat es in der mathematischen Problemlöseforschung in den vergangenen Jahren auch Akzentverschiebungen gegeben. Zum einen sind diese der veränderten Sicht auf das Lernen geschuldet und bewegen sich nun im Rahmen konstruktivistischer Lerntheorien. Zum anderen, aber eng mit dem ersten verknüpft, hat sich das Verständnis des mathematischen Problemlösens erweitert. Stand früher häufig der Lösungsprozess eines vorliegenden, spezifisch gefassten Problems im Fokus, so werden inzwischen nicht nur größere Problemfelder einbezogen, sondern über den engeren Lösungsprozess hinaus widmet sich die mathematische Problemlöseforschung ebenso dem Aufwerfen und Finden von Problemen. Auch die beteiligten kreativen und sozialen Prozesse finden stärkere Beachtung. Außerdem ist es für mich besonders erfreulich zu sehen, dass in den vergangenen Jahren das Interesse an mathematischem Problemlösen im Elementar- und Grundschulalter deutlich zugenommen hat. Frei nach dem Motto „Was Hänschen nicht lernt, lernt Hans nimmermehr?“ – Wohl nicht so ganz, auch die größeren Hänschen können und müssen mathematisches Problemlösen noch lernen und ausbauen.

Es ist aber auch festzustellen, dass viele Fragen zum Problemlösen im Mathematikunterricht noch offen sind, z. B. lassen sich in Anlehnung an Vásárhelyi und Zimmermann (2010) Fragen zur Rolle der Metakognition, zur Entwicklung von Bewertungsverfahren für Problemlöseprozesse oder zum mathematischen Problemlösen mit eher leistungsschwächeren Kindern nennen. Ich hoffe und wünsche Ihnen, dass diese Tagung wertvolle Impulse liefert, das „Problem des Problemlösens“ ein Stück weiter zu definieren, aber auch zu lösen.

Momentan warten Sie alle gespannt auf die sicherlich anregenden Vorträge und Diskussionen zum Lösen-Lernen mathematischer Probleme. Über dieses sicherlich sehr fruchtbare Symposium hinaus, darf ich Ihre Aufmerksamkeit auch auf die Tagungen der GDM, z. B. die nächste Jahrestagung in Koblenz vom 10.–14.3.2014 oder – und hier sind wir besonders stolz, den Zuschlag erhalten zu haben – den Internationalen Kongress der Mathematikdidaktik ICME 2016 in Hamburg lenken, dessen Felix-Klein-Symposium sowie Workshop-Nachmittage für Lehrerinnen und Lehrer gerade auch zum Problemlösen ich hier hervorheben möchte.

Doch jetzt wird es Zeit, dass ich zu reden aufhöre, jedoch nicht, ohne Ihnen noch einmal die besten Wünsche der GDM für ein gutes Gelingen dieses Symposiums zu übermitteln, verbunden mit der Hoffnung, dass Sie alle interessante Inputs, anregende Diskussionen und neue Ideen zur Weiterentwicklung des mathematischen Problemlöselernens mitnehmen werden. Und: Vielleicht lösen Sie ja auch selbst das ein oder andere mathematische oder mathematikdidaktische Problem?

Ich danke Ihnen sehr für Ihre Aufmerksamkeit.

Silke Ruwisch

#### *Quellen (ohne Bildungsdokumente)*

- Hadamard, Jacques (1945): *The psychology of invention in the mathematical field*. Princeton University Press. Unveränderter Nachdruck von 1954.
- Poincaré, Henri (1914): *Wissenschaft und Methode*. Berlin: Teubner.
- Pólya, George (1949): *Schule des Denkens*. Tübingen: Francke.
- Rott, Benjamin (2013): *Mathematisches Problemlösen – Ergebnisse einer empirischen Studie*. Münster: WTM.
- Schoenfeld, Alan H. (1985): *Mathematical problem solving*. Orlando: Academic Press.
- Winter, Heinrich (1995): *Mathematikunterricht und Allgemeinbildung*. In: *Mitteilungen der Gesellschaft für Didaktik der Mathematik*, Nr. 61, 37–46.
- Vásárhelyi, Éva / Zimmermann, Bernd (2010): *György Polya (1997–1985) – zum Menschen, Mathematiker und Mathematikdidaktiker*. In: *Der Mathematikunterricht* 56(2), 4–12.
- Zimmermann, Bernd (2003): *Mathematisches Problemlösen und Heuristik in einem Schulbuch*. In: *Der Mathematikunterricht*, 49(1), 42–57.