

## Impressionen aus (fast) vier Jahrzehnten Mathematikdidaktik

---

Willibald Dörfler

Dieser Essai ist ausgehend von einer Anregung durch Herrn Vohns die Ausarbeitung eines Vortrages am Fachdidaktik-Tag der IMST Tagung in Klagenfurt im Juni 2013 und er bedarf einiger Vorbemerkungen. Ich bezeichne den Beitrag als einen Essai über Impressionen, weil es hier vorwiegend um persönliche Eindrücke und Erinnerungen aus meiner Arbeit im Gebiet der Mathematik-Didaktik geht, die sukzessive nach meiner Berufung (als Professor für Mathematik mit besonderer Berücksichtigung der Didaktik) an die Universität Klagenfurt (damals Hochschule für Bildungswissenschaften) im Jahre 1974 begann und sich nach vorsichtigen Anfängen zu meinem Hauptarbeitsgebiet entwickelte. Der Zeitpunkt ist gut gewählt, weil er mit meiner Emeritierung zusammenfällt, und sich ein solcher Einschnitt für Erinnerungen und Reflexionen anbietet. Mein Beitrag will nicht ein wissenschaftlicher Artikel über die Geschichte und Entwicklung der Mathematik-Didaktik in diesen Jahren sein. Dafür wären umfangreiche Quellenstudien und Analysen erforderlich, eine Aufgabe, die mir beim Vorbereiten des Vortrages immer wichtiger erschien. Das wäre ein hervorragendes Thema für eine (umfangreiche) Dissertation, oder darüber hinaus für ein Forschungsprojekt, wenn auch die internationale Entwicklung außerhalb des deutschen Sprachraumes miteinbezogen würden. Es würde mich freuen, wenn mein Essai das Bewusstsein für die Bedeutung einer solchen historischen Aufarbeitung schärfen würde. Ich glaube nämlich, dass nach Jahrzehnten einer komplexen Entwicklung die Mathematik-Didaktik nunmehr in eine im Kuhnschen Sinne „normale“ Phase übergegangen ist, und daher eine historische und soziologische Untersuchung der dahin führenden Prozesse innerhalb und außerhalb der Disziplin zu diesem Zeitpunkt sowohl besonders lohnend wie auch erforderlich ist. Der Zeitraum, auf den sich mein Essai bezieht ist also schon vorgegeben, und ich werde nur gelegentlich Rückblicke darüber hinaus anstellen. Entsprechend meinen persönlichen Erfahrungen werde ich auch internationale Aspekte und Einflüsse miteinbeziehen, aber wie gesagt alles eher unsystematisch und vor allem ohne substantielle Belege durch Quellen oder Zitate. Wie gesagt, wäre es toll, wenn das jemand nachtragen würde! Eine gewisse Legitimation für diesen Beitrag leite ich aus meiner Teilnahme am Entwick-

lungsprozess ab, die sich auf verschiedene Rollen und Funktionen bezieht (Tagungsorganisationen, Mitglied in Komitees für internationale Tagungen, darunter ICME und PME, Herausgeber bei JMD und ESM, Funktionen bei PME und in der GDM, Reviewertätigkeit bei mehreren internationalen Zeitschriften, u. a.).

### Zur Einstimmung

Um die Entwicklungen in den letzten Jahrzehnten irgendwie einordnen und in ihrer Spezifität verstehen zu können, ist ein Blick (weit) zurück in die Vergangenheit wahrscheinlich nützlich. Erst dann kann man das Neue und eventuell Revolutionäre erkennen und bewerten. Das Lernen und Lehren von Mathematik (als Mathetik und Didaktik) war schon in der Antike aber auch in anderen Kulturen (Indien, China) ein philosophisches aber auch praktisches Thema und Problem. Darin spiegelt sich auch die Sonderstellung, die dem Mathematischen stets zu allen Zeiten sowohl epistemologisch wie auch ontologisch beigemessen wurde mit durchaus sehr unterschiedlichen Erklärungen für diese Spezifität (Rationalismus, Platonismus, Empirismus, Konstruktivismus, etc.) wider. Plato wies der Mathematik in seinem Dialog „Der Staat“ in der Erziehung der gesellschaftlichen Elite eine gewisse Rolle als Vorbereitung auf die Erkenntnis höchsten „Ideen“ wie etwa des „Guten“ zu. Im Menon-Dialog demonstriert Sokrates, wie durch geeignete Fragen die „Wiedererinnerung“ (Anamnese; hier eines Sklaven über die Verdopplung eines Quadrates) angeregt und gesteuert werden kann. Hier geht es auch um die Frage, wie überhaupt Neues und Unbekanntes gelernt oder erfahren werden kann. Babylonische und ägyptische mathematische Aufgabensammlungen haben teilweise die Zielsetzung, typische Methoden zur Lösung von Problemen zu demonstrieren und können so auch als Lehrtexte aufgefasst werden: Lernen durch paradigmatische Beispiele. Ähnliches gilt für die Aufgabensammlungen in vielen bekannten altchinesischen Mathematik-Lehrbüchern. Die Adressaten dieser Texte sind also nicht (nur) die Experten, sondern auch Praktiker aus anderen Disziplinen. Ob es dazu auch „Unterricht“ gab, ist nicht bekannt. Im europäischen Mittelalter ab ca. dem 12. Jh. wurden Mathematik und mathemati-

sche Disziplinen im Quadrivium an den Universitäten unterrichtet: Arithmetik, Geometrie, Astronomie und Musik. Ein Standard-„Lehrbuch“ waren die verschiedensten Bearbeitungen von Euklids „Elementen“. Daneben gab es Rechenschulen der Rechenmeister für die mehr praktischen Aufgabenstellungen. Mathematikunterricht jeder Art richtete sich an eine elitäre Minderheit und war dadurch kein besonderes gesellschaftliches Problem, auch vielleicht deswegen, weil er in weiten Teilen in der Vermittlung von praktikablen „Rezepten“ bestand.



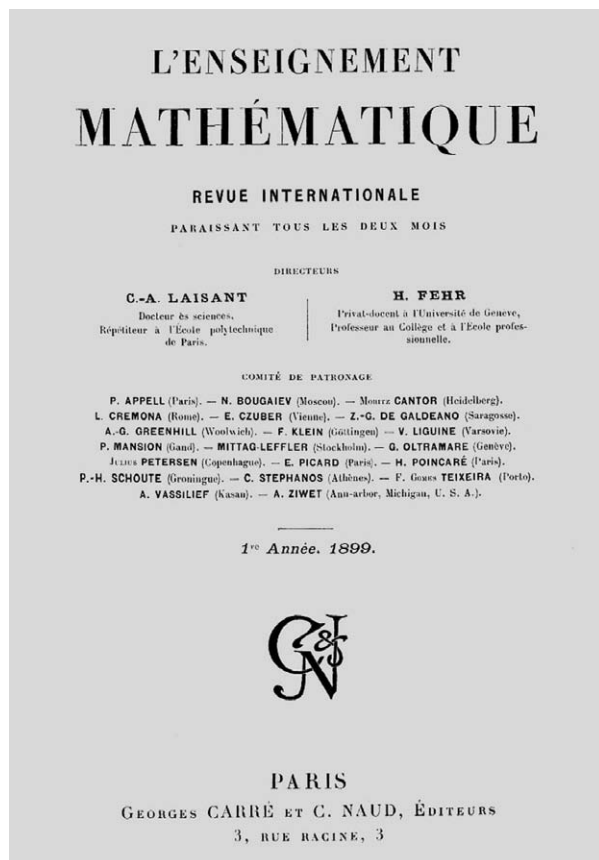
Typus Arithmeticae aus Gregor Reischs *Margarita Philosophica* (1508)

Eine sehr grobe Beschreibung der Sozialform der Didaktik in dieser Zeit (wenn man diesen Terminus überhaupt darauf anwenden kann) gibt die These, dass sich Einzelpersonen im Rahmen ihrer Haupttätigkeit (als Philosoph, Mathematiker, Ingenieur, etc., wobei dies natürlich nicht im Sinne von etablierten Professionen zu verstehen ist) sich auch mit der Vermittlung von Mathematik beschäftigen, sei es theoretisch-programmatisch oder praktisch (etwa durch Lehrbücher). Diese Situation änderte sich grundsätzlich nicht bis ins 20. Jh., auch wenn die Inhalte, Fragestellungen und Zugänge großen Veränderungen unterworfen waren. Das soll nur ganz exemplarisch durch die Auflistung bekannter Namen von Personen illustriert werden, die sich

aus sehr unterschiedlichen Motiven und Interessen zum Lernen oder Lehren von Mathematik geäußert haben oder durch ihre mathematischen Texte ihre diesbezüglichen Reflexionen konkretisiert haben. Letzteres trifft auf Mathematiker wie J. Bernoulli (Lehrbuch der Analysis), G. Monge (Geometrie) oder A. Cauchy (Analysis) zu. Hier wäre etwa die Rolle der *Ecole Polytechnique* in Paris als Institution zu erwähnen, an der die Lehre der Mathematik explizit thematisiert wurde. Immer wieder waren es Pädagogen, die über das Lernen von Mathematik reflektiert haben oder dieses sogar als paradigmatisches Beispiel für ihre allgemeinen Sichtweisen anboten: Comenius, Pestalozzi, Herbart, Montessori, Wagenschein oder Wittenberg, um nur einige zu erwähnen. Bei diesen Autoren stehen oft das Bemühen um Anschaulichkeit, Körperlichkeit und Lebensnähe, um Ganzheitlichkeit, elementares Verstehen durch unmittelbare Wahrnehmbarkeit und ähnliche Bestrebungen im Vordergrund als Gegengewicht gegen die notorische Abstraktheit und Unpersönlichkeit der Mathematik. Dabei ist der inhaltliche Bezugspunkt meist aber nur elementare Mathematik (Arithmetik und Geometrie) in der Grundschule. Die wichtige Rolle der Anschauung, auch im Gefolge der Philosophie von Kant und als Gegenströmung gegen die zunehmende Formalisierung der Mathematik, wird von Felix Klein stark betont, der sich als Mathematiker vehement um den Mathematikunterricht kümmerte (Schlagwort: Meraner Reform). Sonst sind mir bis ins 20. Jh. eigentlich keine relevanten Äußerungen von Mathematikern zum Lernen von Mathematik bekannt. Eine nicht unbeträchtliche und noch zu wenig untersuchte Rolle für die Entwicklung einer Mathematik-Didaktik spielen die zahlreichen Schulbuchautoren, denn Schulbücher waren (und sind) Texte, in denen sich didaktische Sichtweisen und Positionen konkretisieren. Neben den Personengruppen der Mathematiker, Pädagogen und Schulbuchautoren sind noch Psychologen (allen voran Piaget, der aber eigentlich Biologe war) und Philosophen zu erwähnen, die sich zumindest am Rande mit Fragen des Lernens befassen. Bei Psychologen geht es um Begriffsbildung, die vor allem auch empirisch untersucht wird, im Gegensatz zu den sonst eher normativen und präskriptiven Vorstellungen. Viele Philosophen haben sich mit Mathematik vor allem aus erkenntnistheoretischer Sicht befasst, was bei einigen auch zu Bemerkungen über das Lernen führte, so beispielsweise bei Peirce (Entwurf eines Schulbuches der Arithmetik) und notorisch bei Wittgenstein (Schlagwort: „Abrichtung“). Zumindest bei diesen beiden Autoren ist ein deutlicher Gegensatz zu den Ansichten etwa der Pädagogen festzustellen. So vertraut Wittgenstein auf

das Erlernen von Kalkülen oder Sprach- und Zeichenspielen durch sukzessive Teilnahme und Mimesis, und Verständnis ist für ihn das Beherrschen der Regeln.

Bei all den genannten Personen und vielen anderen, die hier nicht erwähnt werden und die sich in diesen Zeiträumen zum Lernen von Mathematik geäußert haben, kann beobachtet werden, dass sie diese Äußerungen und Meinungen auf Basis eines pädagogischen Systems, einer spezifischen Sichtweise auf die Mathematik oder die Schulpraxis, eines Verständnisses davon, was der Mensch ist und wie er sich entwickelt, oder eines ähnlichen theoretischen Rahmens gemacht haben. Eine systematische empirische Fundierung der Thesen und Positionen gibt es nicht, mit Ausnahme der Psychologie. Innerhalb des jeweiligen Rahmens sind die entwickelten Konzepte durchaus plausibel, eine empirische Bewährung und Überprüfung durch Beobachtung des realen Unterrichts findet jedoch nicht statt (in der Entwicklungspsychologie werden ja artifizielle Situationen untersucht). Dieser sollte im Wesentlichen durch Schulbücher und Lehrpläne gesteuert werden, in denen sich teilweise die theoretischen Konzepte widerspiegeln.



Erste Ausgabe der Zeitschrift „L'enseignement mathématique“, 1899

## Organisatorische Veränderungen

In der mathematischen wissenschaftlichen Gemeinschaft war gegen Ende des 19. Jh. auch durch den Einfluss von Felix Klein ein Bewusstsein für die Bedeutung des schulischen Lernens von Mathematik für die universitäre Mathematik entstanden. So setzte die IMU (International Mathematical Union) mehrere Schritte, um Einfluss auf den Mathematikunterricht zu gewinnen. Im Jahre 1899 wurde die Zeitschrift „L'enseignement mathématique“ gegründet, die bis heute weitergeführt wird. Es folgte 1908 die Gründung von ICMI (International Commission for Mathematical Instruction) als Organ der IMU für den Mathematikunterricht, welches aber weitgehend unter Einfluss der Mathematiker blieb. So waren bis in die jüngste Zeit die Präsidenten von ICMI renommierte Mathematiker (über Klein, Hadamard, Stone, Thom, Freudenthal bis zu Bass), die sich sicher zum Teil sehr für den Mathematikunterricht und auch die Didaktik als Disziplin einsetzten (besonders: Hans Freudenthal). Erst die letzten zwei Präsidenten kamen aus der Didaktik: Michele Artigue und Bill Barton. Im Laufe der Zeit hat sich ICMI auch zu einem wichtigen Organisator und Motivator von didaktischer Forschung entwickelt (Stichwort: ICMI Studies). Besonders zu erwähnen ist auch die Durchführung der großen internationalen Kongresse (ICME, seit 1969). Wichtig für die Formierung der Mathematikdidaktik als Disziplin war auch die Gründung nationaler Vereinigungen, oft in der Form von Gesellschaften für Lehrer. In Deutschland war das vor schon mehr als 100 Jahren der Verein zur Förderung des mathematisch-naturwissenschaftlichen Unterrichts (MNU), der später dann auch eine Zeitschrift herausgab. Eine bis heute wichtige Rolle spielt NCTM (National Council of Teachers of Mathematics) in den USA, sowie die analoge Organisation APMEP in Frankreich. Eher elitären und exklusiven Charakter haben internationale Vereinigungen, die auf der Mitgliedschaft angesehener Personen aufbauen. Typisch dafür ist CIEAEM (englischer Name: International Commission for the Study and Improvement of Mathematics Teaching), zu der so renommierte Wissenschaftler wie C. Gattegno, G. Choquet, J. Piaget oder A.S. Krygowska gehörten, und die 2012 ihre 64. Tagung veranstaltete. Über die tatsächliche und breitere Wirkung kann man geteilter Meinung sein. Es sei noch CIAEM erwähnt (gegründet 1961), die vorwiegend auf (Latein-) Amerika konzentriert ist. Alle diese Vereinigungen haben gut gestaltete Homepages, auf die ich die Leser für weitere Details verweisen möchte, und sie sind heute mit ICMI affiliert. Der Stand der Dinge um die Mitte des letzten Jahrhunderts kann al-

so ganz grob so beschrieben werden. Auf nationaler Ebene gibt es engagierte und praxisorientierte Lehrerorganisationen und international eher prestigeträchtige Vereinigungen mit einer starken Nähe zur Mathematik. In den wenigen Zeitschriften wird zum Mathematikunterricht geschrieben, jedoch ist mir diese Phase der ersten Hälfte des 20. Jh. viel zu wenig vertraut, um darüber inhaltliche Aussagen treffen zu können. Ich vermute aber, dass Vorschläge zur methodischen und inhaltlichen Gestaltung des MU dominiert haben (wieder abgesehen von Entwicklungs- und Lernpsychologie).

### Der große Wandel

Die entscheidenden Veränderungen etwa ab 1960 bewirkten, dass sich Mathematikdidaktik von einer „Nebenbeschäftigung“ interessierter Mathematiker, Pädagogen, Philosophen oder Psychologen zu einer institutionalisierten Disziplin entwickeln konnte. Wieder können in diesem Rahmen hier nur einzelne Indikatoren für diese Entwicklung angeführt werden, die dann in ihrer Summe zur Etablierung und Verselbstständigung der Mathematikdidaktik führten. Das war gewiss kein kontinuierlicher Prozess und auch nicht ohne Widerstände und Brüche. Widerstände und Schwierigkeiten gab es etwa von Seiten der bereits etablierten Disziplinen (wie Mathematik), die ohne ein genuines Interesse an den spezifischen Fragen und Methoden der Didaktik eine Art von Oberhoheit über das Thema Lehren und Lernen von Mathematik behalten wollten. Auch war Mathematikdidaktik mit Misstrauen und einer gewissen



ICME 3, Karlsruhe 1976, Eröffnung. Vordere Sitzreihe von rechts: H. Kunle, Frau Kunle, Iyanaga, Frau Behnke, B. Christiansen, H. Christiansen, H.-G. Steiner und Frau, Greenhill (Quelle: Furinghetti, F.; Giacardi, L. (2008), The first century of the International Commission on Mathematical Instruction (1908–2008). The history of ICMI, <http://www.icmihistory.unito.it/>)

Missachtung (mangelnde Wissenschaftlichkeit als Vorwurf) konfrontiert. Dies mag mit ein Grund gewesen sein, dass im Verlaufe der Institutionalisierung intensive Diskussionen und auch Auseinandersetzungen über Gegenstand, Inhalt, Methodik, Legitimation, zentrale Fragestellungen etc. einer Mathematikdidaktik geführt wurden, insbesondere in Deutschland. Es wäre höchst interessant und vielleicht lehrreich, diese Diskussion zu analysieren und mit dem heutigen status quo zu vergleichen. Mein Eindruck ist, dass Forschung in der Mathematikdidaktik heute in einem gewissen Sinne oft „bewusstloser“ abläuft und der ursprüngliche Blick auf das Ganze der Problematik sich in sehr kleinräumigen und detaillierten (empirischen) Untersuchungen auflöst.

Doch zurück zu den äußeren Daten der Entwicklung, international und im deutschen Sprachraum. Gab es früher etwa bei Mathematiktagungen Sektionen (eher am Rande) für Didaktik (oft missverstanden als Elementarmathematik) oder Tagungen von Cliquen wie CIEAEM, so werden nun Tagungen für Mathematikdidaktik oder mathematics education organisiert. Die „Bundestagungen“ gibt es in Deutschland seit 1966, der erste große internationale Kongress ICME I fand 1969 in Lyon statt und war 1976 zum ersten Mal in Deutschland (Karlsruhe). Ganz wichtig erscheint mir die Gründung von professionellen, wissenschaftsorientierten Zeitschriften, die sich nicht mehr primär an Lehrer wenden, sondern an eine sich entwickelnde scientific community, zu deren Professionalisierung sie wiederum entscheidend beitragen. Educational Studies in Mathematics (ESM) wurde 1968 von Hans Freudenthal gegründet, das Journal for Research in Mathematics Education (JRME, eine Zeitschrift der NCTM) folgte im Jahre 1970. In Deutschland wurden fast zeitgleich zwei Zeitschriften gegründet: *mathematica didactica* (1978) und das Journal für Mathematikdidaktik (JMD, 1979). Heute gibt es eine große Zahl von nationalen und internationalen Zeitschriften, wie ein Blick in den Reviewteil des ZDM (das übrigens auch schon 1969 gegründet wurde) oder in die Datenbank MathEduc zeigt. Große Verlage wie Springer oder Elsevier haben großes und auch ökonomisches Interesse, Zeitschriften aus dem Bereich der Mathematikdidaktik in ihrem Programm zu haben. In der Bildungsexpansion der 60er und 70er Jahre wurden auch zahlreiche Institutionen gegründet, an denen Mathematikdidaktik einen guten Platz für ihre Institutionalisierung fand. Das waren die Pädagogischen Hochschulen oder Didaktik-Institute an (zum Teil in dieser Zeit neu gegründeten) Universitäten. Auf die Probleme der Etablierung als gleichberechtigtes Fach



Otto Toeplitz und Heinrich Behnke in Oberwolfach (© Bildarchiv des Mathematischen Forschungsinstituts Oberwolfach)

(Promotionsrecht, Habilitationen) möchte ich hier nicht eingehen, auch deswegen weil wir in Österreich davon nicht oder kaum betroffen waren. In diesem Rahmen entstand eine community, die in den nun vorhandenen Zeitschriften publizierte, sich auf den Tagungen traf und so langsam aber sicher eine eigene Identität entwickeln konnte. Als Thema dominierte die sogenannte Stoffdidaktik, die zur inhaltlichen/didaktischen Abklärung (etwa von Fragen der Bruchrechnung oder der Analysis) sicher ganz wesentliche und unverzichtbare Beiträge lieferte, die heute vielleicht manchmal mit Vorteil bei der Konzeption von empirischen Lernstudien aller Art herangezogen werden könnten.

Eine besonders wirksame Entscheidung war die Gründung (1973) des Instituts für Didaktik der Mathematik (IDM) an der Universität Bielefeld, das trotz aller Friktionen wesentlich zur Didaktik als Wissenschaft beigetragen hat: es war das erste Forschungsinstitut der Mathematikdidaktik! Das IDM hatte zum Teil personelle Wurzeln im Heinrich Behnke Seminar für Didaktik der Mathematik in Münster (gegründet bereits 1951). Eine Aufarbeitung der Wirkungsgeschichte des IDM wäre eine sehr wichtige Aufgabe, denke ich. Dass es heute mehrere ähnliche Institute gibt, zeigt die Bedeutsamkeit derartiger Institute für eine wissenschaftliche Disziplin. Ein weiterer und folgenreicher Schritt war die Gründung der Gesellschaft für Didaktik der Mathematik (GDM), die sich von Anfang an als eine wissenschaftliche Vereinigung verstand, nicht im Gegensatz zu aber komplementär zu den existierenden Lehrervereinigungen. In die GDM war Österreich von Beginn an integriert.

In Österreich gab es wenn auch in viel kleinerem Umfang eine ähnliche Entwicklung, die mit

der Berufung von Professoren (Dörfler, Fischer) für „Mathematik mit besonderer Berücksichtigung der Didaktik“ an der damaligen Hochschule für Bildungswissenschaften in Klagenfurt im Jahre 1974 begann. Der große Freiraum an einer neu gegründeten Universität gab die Möglichkeit für zahlreiche innovative Schritte, die zumindest in Klagenfurt zur Institutionalisierung der Mathematikdidaktik als selbständige Disziplin führten: Tagungen (Kärntner Symposien für Didaktik der Mathematik seit 1976; Visualisierungswshops; u. a.), Schriftenreihe(n), Projekte (wie EFQUIM über den Fonds zur Förderung der wissenschaftlichen Forschung), Einrichtung von Qualifizierungsstellen (Promotionen und Habilitationen; dazu einige Namen: Malle, Peschek, Krainer, Kadunz, Schneider, Borovcnik, und der leider kürzlich verstorbene Günther Ossimitz), Kooperation mit der GDM und Internationalisierung. In Klagenfurt blieb die Didaktik lange Zeit am Institut für Mathematik etabliert, später dann als Abteilung und letztlich dann als eigenes Institut (auch „IDM“) und Österreichisches Kompetenzzentrum (Leitung: Werner Peschek). Der Didaktik (teilweise) gewidmete Professuren wurden dann auch in Wien (Bürger, Reichel, Malle), Linz (Schlögmann) und Salzburg (Erweiterung der Venia von Fritz Schweiger) eingerichtet, die alle an den Mathematikinstituten beheimatet waren und sind. Derzeit ist leider abgesehen von Klagenfurt eher eine Reduktion der Personalkapazität zu beobachten. Erwähnt werden sollen noch die Pädagogischen Akademien (heute: Hochschulen) für die Ausbildung der Pflichtschullehrer, an denen Didaktik der Primarstufe und Sekundarstufe I in der Lehre angesiedelt war. Aber diese waren (und sind) keine wissenschaftlichen Einrichtungen, wodurch in Österreich wissenschaftliche Didaktik etwa der Primarstufe bis heute nicht betrieben wird (mit singulären Ausnahmen).

Man kann somit für den deutschen Sprachraum (ähnliches gilt auch in vielen anderen Ländern und Kulturbereichen) feststellen, dass durch die genannten Maßnahmen und Prozesse Mathematikdidaktik heute nach wenigen Jahrzehnten zu einer etablierten Wissenschaftsdisziplin geworden ist mit allen erforderlichen Strukturen, mit Selbstbewusstsein, Autonomie und Emanzipation von Ursprungsfächern wie Mathematik und Pädagogik. Eine genauere Aufarbeitung dieser historischen und sozialen Prozesse, ihrer Bedingungen und Konsequenzen könnte mehr Licht auf diese „Erfolgsgeschichte“ werfen. Ganz grob möchte ich nochmals die Indikatoren auflisten, die ich als maßgeblich für die Etablierung einer Disziplin halte, und die für die Mathematikdidaktik im Laufe der letzten Jahrzehnte in zunehmendem Maße zutreffen:

- Einrichtung von selbständigen Lehr- und Forschungseinrichtungen
- Dedizierte Professorenstellen
- Qualifizierungsprogramme
- Spezifische und eigene Standards der Forschung
- Wissenschaftliche Gesellschaften
- Wissenschaftliche Zeitschriften, Reviewsysteme
- Wissenschaftliche Tagungen, Spezialtagungen
- Forschungsförderung (DFG, FWF)
- Relativ abgegrenzte und autonome Scientific Community
- Internationale Vernetzungen
- Forschungspreise (national und international)
- Spezifische Studienprogramme (noch wenig realisiert; Doktoratsstudien; sonst vorwiegend Mitwirkung in der Lehrerbildung)
- Expertenstatus (sicher noch verbesserungsbedürftig; Mathematikdidaktiker als die zuständigen Experten für Lernen und Lehren von Mathematik).

Bei vielen dieser Indikatoren gibt es sicher noch Entwicklungsbedarf und es wäre durchaus sinnvoll, wieder mehr grundsätzlich über die Perspektiven der Mathematikdidaktik als Wissenschaft nachzudenken, auf nationaler und auch internationaler Ebene. Ein dabei vorwiegend zu bedenkender Bereich ist sicher das Thema Forschung, dem ich mich abschließend zuwenden möchte.

### **Forschung: Inhalte, Methoden und Zwecke**

In dem von mir überblickten Zeitraum fand auch eine drastische Veränderung der Forschung in der Mathematikdidaktik statt und zwar sowohl in quantitativer als auch qualitativer Hinsicht. Die Anzahl der Publikationen ist geradezu explodiert, was an der rasant zunehmenden Anzahl an Zeitschriften und Tagungs-Proceedings deutlich wird. Waren die Proceedings etwa der jährlichen PME (Psychology of Mathematics Education) Tagungen am Anfang (also um 1980) schmale Bändchen, so sind es jetzt mehrere Bände mit mehreren hundert Beiträgen. Dem entspricht die Anzahl der Teilnehmer, die von unter hundert auf 500 und mehr angewachsen ist. Die International Group PME innerhalb der ICMI ist somit ein gutes Spiegelbild der Entwicklungen in der Mathematikdidaktik, auch hinsichtlich der Anzahl und Struktur der (jungen) „researcher“. Auch andere Forschungsorganisationen wie ERME (European Research in Mathematics Education) veranstalten regelmäßige Tagungen (CERME) auf internationaler Ebene. Dass es auch große Tagungen in Asien, Australien, Südamerika gibt, liegt meist schon außerhalb des Blickfeldes eines Europäers. Neben den allgemeinen Tagungen und Kongressen gibt es zunehmend spezialisierte Tagungen (Anwendungsorien-

tierung, Stochastik, Lehrerbildung, Hochschuldidaktik, etc.). Insgesamt geht mit dieser quantitativen Ausweitung eine ebenso radikale Einengung (positiv gesagt: Spezialisierung) der Arbeitsgebiete einher und dies hat viel mit einer ebenso radikalen Umorientierung bei den Forschungsthemen, Forschungsfragen und Forschungsmethoden zu tun. Am Beginn der Institutionalisierung der Mathematikdidaktik (im deutschen Sprachraum jedenfalls) waren in den Publikationen dominierend: Themen stoffdidaktischer Natur (didaktische Stoffanalysen und Stoffvorschläge, Begriffsanalysen, methodische Vorschläge, Veranschaulichungen; exemplarisch dazu: Freudenthal, Mathematik als pädagogische Aufgabe), Grundsatzfragen zur Didaktik, Einführungen in die Mathematikdidaktik und viele Schulbücher als praktische Realisierungen. Tendenziell waren die Publikationen damit theoretisch, normativ, präskriptiv und „opinionated“. Es gab kaum eine systematische Überprüfung der didaktischen Vorschläge und ihrer Realisierungen an der Schulpraxis und im Unterricht an den realen Schülerinnen. Maßgeblich waren (entsprechend auch den Ausgangspunkten einer Didaktik) mathematische, pädagogische, philosophische oder auch psychologische Ansichten und Positionen (beispielsweise die New Math Welle als eine eigenartige Mischung aus Bourbaki und Piaget). Einen Anstoß zu einer Trendwende haben vielleicht einige sehr ernüchternde empirische Belege für die zahlreichen und tiefgehenden Missverständnisse bei Lernenden (und Lehrenden) bewirkt, die wahrscheinlich vielen Lehrerinnen schon bekannt aber nicht öffentlich dokumentiert waren. Berühmt-berüchtigt sind das Studenten-Professoren Problem, die Rechenfehler des „Benny“ oder das Buch von Stella Baruk „Wie alt ist der Kapitän?“. Die Fehlerforschung etwa zur elementaren Algebra oder zur Bruchrechnung war ein Anfang hin zur heutigen Dominanz der empirischen Forschung in der Mathematikdidaktik. Diese heute fast ausschließliche Orientierung zeigt schon ein flüchtiger Blick in die führenden Zeitschriften und Proceedings oder auf die Themen von geförderten Projekten (und das gilt eigentlich weltweit, wobei der deutsche Sprachraum eher mit einer Verzögerung auf den empirischen Zug aufgesprungen ist). Unter „research“ wird üblicherweise nur empirische Forschung verstanden. Auf die breite Palette an Methoden und Fragestellungen soll hier nicht eingegangen werden, denn sie reicht von klinischen Interviews mit einer Person über kleine Fallstudien, Unterrichtsforschung in der Klasse bis hin zu den großen internationalen Vergleichsstudien. Die Methoden sind sowohl qualitativ wie auch quantitativ-statistisch und verwenden verschiedene Aufzeichnungs- und Auswer-



tungsverfahren. Frühe Vorläufer findet man in der ehemaligen Sowjetunion in den Untersuchungen von A.A. Davydov (aktuell in russischen Schulbüchern umgesetzt) und bei Krutetskij (die aber heute bei uns anscheinend vergessen sind) und auch in den USA (Robert Davis). In dieser Forschungslandschaft entsteht nun eine große Anzahl relativ isolierter und unverbundener Arbeiten mit einem jeweils sehr engen Fokus, der oft auch zufällig und ad hoc erscheint. Ganz deutlich sehe ich bei vielen dieser Arbeiten eine Art von Selbstzweck, es geht um die Forschung an sich (egal wie gut und fundiert sie ist) und nicht mehr um die Verwendung der Ergebnisse für den Unterricht (wie das beim Konzept der Didaktik als Ingenieurwissenschaft bei Erich Wittmann im Vordergrund steht). Demgegenüber würde ich heute Mathematikdidaktik als empirische Sozialwissenschaft einordnen, die weitgehend zumindest auf der akademischen Ebene der internationalen Forschung den konstruktiven Aspekt verloren hat (wieder dienen mir da die führenden Zeitschriften und PME als Paradigma). Ich möchte aber darauf hinweisen, dass es in Deutschland engagierte Forschungen gibt, die sehr nahe an der realen Praxis bleiben, wie dies auch im Umfeld des Freudenthal Institutes in Utrecht der Fall ist (RME – Realistic Mathematics Education).

Durch die breite Institutionalisierung der Mathematikdidaktik als akademische Disziplin an Universitäten, Hochschulen und Forschungsinstituten gibt es nun im Gegensatz zu früher die Möglichkeit und Chance einer beruflichen Laufbahn für junge Wissenschaftler in dieser Disziplin vom wissenschaftlichen Mitarbeiter bis zum Professor. Dafür ist jedoch der Nachweis der erfolgreichen wissenschaftlichen Arbeit erforderlich, der nach den heutigen Standards im Wesentlichen in einer Publikationstätigkeit besteht. Die überwiegende Mehrzahl der Publikationen dient heute genau diesem Zweck, ein für die Mathematikdidaktik neues Phänomen, das natürlich bei anderen Disziplinen seit langem der Normalfall ist. Es ist einsichtig, dass sich dadurch die Einstellung zum Publizieren verändert (publish or perish). Auch die starke Dominanz der empirischen Forschung ist dadurch teilweise erklärbar, denn dort lassen sich Untersuchungen von kleinerem oder mittlerem Umfang eigentlich ohne Grenzen multiplizieren und ausweiten. Anders gesagt, ohne den Paradigmenwechsel zur empirischen Forschung wäre die Expansion der letzten Jahrzehnte nicht möglich gewesen, und umgekehrt hat diese den Wandel massiv beschleunigt. Damit ist natürlich nicht gesagt, dass es nicht schon lange einen genuinen Bedarf an empirischen Untersuchungen gab, worauf in den Grundsatzdiskussionen oft hingewiesen wurde. Der Wandel der Mathematikdidaktik von

einer Geisteswissenschaft zu einer Humanwissenschaft ist jedenfalls positiv einzuordnen, es fehlen aber heute anscheinend oft die „großen“ Zielorientierungen. Eine ähnliche Kritik kann man aber auch bei der medizinischen Forschung anbringen.

Andere Aspekte der Veränderung sind noch die folgenden. Durch die Entwicklung der empirischen Forschung gibt es auch so etwas wie eine thematische Emanzipation, die sich in typischen Fragestellungen zeigt, wie sie in anderen Disziplinen nicht aufgenommen werden. Grob gesagt geht es vorwiegend um Lernprozesse in sehr vielen verschiedenen, teils sehr artifiziellen Kontexten von Einzelpersonen und Gruppen mit wieder sehr unterschiedlichen „Steuerungen“ und Lernumgebungen. Durch die etablierten Reviewprozesse werden auch spezifische Standards verfestigt. Das führt zu einer stabilen Identität der Forschergemeinschaft, die nicht mehr auf die Anerkennung durch andere Disziplinen angewiesen ist. Damit hängt auch zusammen, dass man heute in der Mathematikdidaktik als „researcher“ überwiegend für die Kollegen aus der Forschergemeinschaft schreibt, der Adressatenkreis sind also nicht mehr vorwiegend Lehrende an den Schulen. Natürlich gibt es auch weiterhin die intensive Beschäftigung mit Problemen der Praxis und der Lehrenden (in Österreich etwa die Projekte PFL oder IMST), zu denen es dann wieder eine Begleitforschung gibt, die den empirischen Standards entspricht.

## Resümee

Durch glückliche Zufälle war es mir vergönnt, Beteiligter, Zeuge und Beobachter eines sozialen Prozesses zu sein, in dem sich in wenigen Jahrzehnten Mathematikdidaktik als wissenschaftliche und akademische Disziplin mit einer national und international organisierten scientific community etablieren konnte. Meine persönlichen Eindrücke und auch Bewertungen davon habe ich versucht hier zu schildern. Für das Selbstverständnis der Disziplin meine ich, dass es sehr wichtig wäre, diese historische Entwicklung systematisch zu untersuchen. Schon heute geraten viele wichtige Produkte mathematikdidaktischen Reflektierens in Vergessenheit und so manche aktuelle Forschungsprojekte sind sozusagen voraussetzungslos. Aber alles das müsste detailliert belegt und untersucht werden, was hoffentlich andere bald leisten werden.

Willibald Dörfler, Alpen-Adria-Universität Klagenfurt, Institut für Mathematik, Universitätsstraße 65–67, 9020 Klagenfurt, Email: [Willi.Doerfler@uni-klu.ac.at](mailto:Willi.Doerfler@uni-klu.ac.at).