

## Michael Hellus: Lineare Algebra nicht-vertieft

---

Rezensiert von Joachim Gräter

Das Buch *Lineare Algebra nicht-vertieft* von Michael Hellus ist aus einer Reihe von Lehrveranstaltungen entstanden, die der Autor an der Universität Regensburg für Studierende des Lehramts an Grund-, Haupt- und Realschulen angeboten hat. Inhaltlich orientiert es sich dabei an den sogenannten Kerncurricula des Bayerischen Staatsministeriums für Unterricht und Kultus, wie man gleich dem Vorwort entnehmen kann. Das Buch behandelt somit im Einzelnen das Lösen linearer Gleichungssysteme, Vektorräume und Basen, lineare Abbildungen und Matrizen, Determinanten, Eigenwerte und Diagonalisierbarkeit, Längen und Winkel in Euklidischen Vektorräumen, Diagonalisierbarkeit reeller symmetrischer Matrizen, affine Räume, Kegelschnitte und ihre Normalformen sowie Vielecke und Polyeder. Die Vektorräume sind stets endlich-dimensional, aber über beliebigen Körpern, natürlich mit Ausnahme der Euklidischen Vektorräume, die Beispiele sind stets reell und bei den Kegelschnitten 2-dimensional. Neben der Linearen Algebra selbst, die auf den ersten 200 Seiten in Form von Definitionen, Sätzen, Bemerkungen, Beweisen und Beispielen präsentiert wird,

gibt es einen Abschnitt mit über 100 Übungsaufgaben, gefolgt von einem Block von etwa 80 Seiten mit den zugehörigen Lösungen. Jeder, der einmal Lehrveranstaltungen über Algebra, Lineare Algebra oder Geometrie für das Lehramt an Grund-, Haupt- und Realschulen abgehalten hat, wird sicherlich sehr von der Stofffülle überrascht sein und davon, in welcher Allgemeinheit diese dann auch behandelt wird. Insofern ist der Zusatz *nicht-vertieft* im Titel des Buches etwas überraschend, aber dazu später mehr. Ich würde sogar so weit gehen und behaupten, dass es ein großes Glück wäre, würde jeder Gymnasiallehrer und jede Gymnasiallehrerin im Bereich Lineare Algebra so viel Wissen vorweisen können, wie hier dargestellt ist.

Unter den oben genannten Aspekten macht das vorliegende Buch einen recht guten Eindruck und es ist sicherlich jedem zu empfehlen, der sich in einem Lehramtsstudiengang auf eine Klausur vorbereiten muss oder der im späteren Schuldienst sein Wissen über Lineare Algebra auffrischen möchte oder an weiterführenden Aufgaben interessiert ist. Bei genauerem Lesen treten dann aber doch eine Reihe von Eigentümlichkeiten auf, die den

Gesamteindruck trüben. Diese beziehen sich überwiegend auf die durchaus anzuerkennenden Bemühungen des Autors, die Studierenden des Lehramts an Grund-, Haupt- und Realschulen mit zu vielen mathematischen Formalismen und allgemeinen grundlegenden Überlegungen zu verschonen. So ist zunächst positiv zu bemerken, dass Definitionen und Betrachtungen, die außerhalb der Linearen Algebra liegen, erst dann eingeschoben werden, wenn dies auch tatsächlich notwendig ist, zum Beispiel der Einschub über vollständige Induktion im Zusammenhang mit dem Austauschsatz von Steinitz. Dieses Prinzip wird jedoch nicht immer konsequent verfolgt oder sinnvoll umgesetzt. So werden zum Beispiel Abbildungen erst auf Seite 71 definiert, aber schon auf Seite 39 benutzt sowie der Begriff der Gruppe erst auf Seite 93 eingeführt, obwohl auf Seite 32 Körper und auf Seite 39 Vektorräume vorgestellt werden. Kleinere gruppentheoretische Aussagen werden dann notgedrungen jeweils für die additive und die multiplikative Gruppe eines Körpers bewiesen und zu allem Überfluss auch noch für die additive Gruppe eines Vektorraums. Bei den invertierbaren Matrizen wird schließlich auf Seite 68 darauf verzichtet, in diesem Zusammenhang noch einmal zu zeigen, dass das inverse Element, also die inverse Matrix eindeutig bestimmt ist. Dazu wird innerhalb der Definition auf die Eindeutigkeit verwiesen und erwähnt, dass ähnliche Aussagen schon zuvor bewiesen wurden und die Beweise sinngemäß übernommen werden können. Eine solche Vermischung von Definitionen, Erklärungen und Bemerkungen kommt häufig vor und darf nach meiner Meinung gerade in einem Buch für Lehramtsstudierende nicht auftreten. Auch ist es im Sinne der Studierenden gut gemeint, lineare Gleichungssysteme gleich zu Beginn des Buches zusammen mit dem Gauß-Algorithmus zu behandeln und dabei mehr auf Anschauung und Verständnis und weniger auf Abstraktion Wert zu legen. Unglücklich ist dabei allerdings, dass überhaupt nicht erklärt wird, aus welchem Bereich die *Zahlen* stammen, die verwendet werden und die die Lösungen bilden sollen. Erst auf Seite 37 nach Einführung der Körper wird bemerkt: *Alles, was*

*wir in Kapitel 1 gemacht haben, funktioniert über jedem Körper.* Und so kommen wir gleich zum nächsten Schwachpunkt, nämlich die für meinen Geschmack manchmal zu saloppe Sprache: „...“, so hat das Ding keine Trapezgestalt“, „Jede lineare Abbildung ... kommt von einer Matrix ... her“, „Man will verstehen, was  $A$  macht“ und „Ein affiner Raum besteht aus drei Dingen ...“ sind nur einige Beispiele. Ich meine, dass man sehr genau zwischen der gesprochenen und der geschriebenen Sprache unterscheiden muss. In Lehrveranstaltungen ist es für das Verständnis sicherlich hilfreich, Sachverhalte auch umgangssprachlich zu formulieren. Dabei ist das gesprochene Wort aber oft nur flüchtig und für den Augenblick. Länger wirkt meistens das geschriebene Wort. Dieses prägt sich auf Dauer ein und beeinflusst auch die eigene Sprache. Eine weitere Besonderheit dieses Buches ist die Degradierung vieler wichtiger Resultate zu Bemerkungen, die üblicherweise Sätze sind und hier auch bewiesen werden. Nach welchen Kriterien in diesem Buche Sätze plötzlich nur noch Bemerkungen sind, hat sich mir nicht erschlossen, wird sich möglicherweise den Studierenden auch nicht erschließen und damit ein falsches Bild hinterlassen.

Zusammenfassend habe ich den Eindruck, dass das vorliegende Werk kein Lehrbuch im üblichen Sinne ist, sondern vielmehr ein Skript in Buchform zu einer bestimmten Lehrveranstaltung, das als Begleittext benutzt werden kann. Dieser Eindruck wird dadurch verstärkt, dass es keinen Index gibt und keine Hinweise auf andere Literatur. Wer sich auf das Bayerische Staatsexamen in Mathematik vorbereiten möchte, ist hier vermutlich recht gut bedient. Vertiefte Einsichten in das mathematische Argumentieren und die mathematische Sprache werden nur eingeschränkt geboten, aber davor warnt ja auch schon der Titel des Buches.

Hellus, Michael: *Lineare Algebra nicht-vertieft*. Logos Verlag, Berlin 2012, ISBN 978-3-83253110-2, EUR 29,80

Joachim Gräter, Institut für Mathematik, Universität Potsdam, Am Neuen Palais 10, 11469 Potsdam, Email: [graeter@rz.uni-potsdam.de](mailto:graeter@rz.uni-potsdam.de)