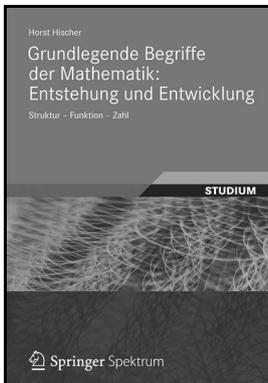


Horst Hischer: Grundlegende Begriffe der Mathematik: Entstehung und Entwicklung

Rezensiert von Joachim Gräter



Dieses Buch wendet sich an alle, die sich beruflich mit Mathematikunterricht beschäftigen, also an (angehende) Lehrer und Lehrerinnen sowie an alle, die diese in Studienseminaren oder Hochschulen ausbilden. Thematisch beschäftigt es sich überwiegend mit grundlegenden Aspek-

ten der Mathematik zum Beispiel aus den Gebieten Geometrie, Algebra, Mengenlehre und Logik. Dabei geht es weniger um die Präsentation möglichst vieler Einzelresultate sondern um das Grundverständnis, also um fundamentales Verstehen. Begriffe wie Struktur, Funktion und Zahlen sowie deren Beziehung werden in vielfältiger Weise von unterschiedlichen Standpunkten aus untersucht und beleuchtet, aber immer mit Blick auf die jeweilige Bildungsbedeutsamkeit. Nur der, der viel weiß und der vor allem viel verstanden hat, kann Wissen auch weitergeben. Das erscheint einleuchtend. Aber mathematisches Wissen und Verständnis alleine reichen eben noch nicht aus, um einen ertragreichen Unterricht zu gestalten. Und so berücksichtigt der Autor in seinem Buche neben mathematischen, mathematikgeschichtlichen und pädagogischen Aspekten auch immer wieder solche der Psychologie, der Soziologie und der Philosophie. Das klingt sehr anspruchsvoll, macht neugierig und weckt hohe Erwartungen. Diesen wird der Autor zweifelsohne aber auch gerecht. Hier schreibt ganz offenbar jemand, der in allen eben angesprochenen Gebieten nicht nur bewandert und gebildet ist, sondern ohne Mühe aus dem Vollen schöpfen kann. Das ist allerdings auch nicht sehr verwunderlich, denn das vorliegende Buch stellt, so kann man es im Vorwort schon lesen, die Ernte aus zahlreichen Vorlesungen und Seminaren dar, die der Autor seit 1971 im Rahmen der Ausbildung von angehenden Lehrern und Lehrerinnen konzipiert und durchgeführt hat.

Ein Versuch, mit nur wenigen Worten zu erklären, welche Themen das vorliegende Buch im Einzelnen behandelt und welche Rolle dabei die eben erwähnten unterschiedlichen Aspekte spie-

len, wird kaum gelingen. Auf über 360 Seiten stellt der Autor in über 180 Unterabschnitten sein Wissen in komprimierter Form dar. Jeder Satz und jede Formulierung wirken gut durchdacht. Keine Bemerkung ist zu viel, nichts ist nachlässig oder ungenau bearbeitet. Der gesamte Text wirkt dicht und intensiv und man hat auch den Eindruck, als würde der Autor nur einen kleinen Teil von dem darbieten, womit er sich innerhalb der letzten 40 Jahre beschäftigt hat. Die folgende Auflistung gibt aber doch grob wieder, wovon das Buch handelt: Mathematik zwischen Anwendung und Spiel, Mathematik im kulturhistorischen Kontext, Begriffe und Begriffsbildung in der Mathematik, Algebra zwischen Verfahren und Struktur, Logik und Mengenlehre, Kulturgeschichte des Funktionsbegriffs, Strukturierung durch Relationen und Funktionen, Zahlbegriffe in der Antike, Axiome der natürlichen Zahlen, Brüche und Bruchentwicklung, archimedisch angeordnete Körper und ihre Vervollständigung. Das alles sind zweifelsohne fundamentale Themen innerhalb der Mathematik, mit denen sich (angehende) Lehrer und Lehrerinnen einmal auseinandergesetzt haben sollten, bevor sie versuchen, einen mathematisch fundierten und ertragreichen Unterricht zu gestalten. Aber wann wird den heutigen Studierenden hierfür die notwendige Zeit eingeräumt? In immer kürzeren Abständen werden die Lehramtsstudiengänge reformiert und mit jeder Reform wird den mathematischen Lehrveranstaltungen eher weniger als mehr Platz gewährt. So ist wohl jeder Einzelne dazu aufgerufen, sich selbst im Laufe seiner Ausbildung oder später während der Zeit als Lehrer oder als Lehrerin mit geeigneter Literatur das fehlende Wissen zumindest teilweise anzueignen. Ob ein Buch wie dieses hierfür gerne zur Hand genommen wird, hängt natürlich auch davon ab, wie leicht und angenehm es zu lesen ist. Grundsätzlich muss man sich dabei aber im Klaren sein, dass das Lesen mathematischer Texte mit abstrakten Definitionen und formalen Beweisen immer als recht mühsam empfunden wird. Dem Autor gelingt es jedoch gerade in der ersten Hälfte des Buches und im Zusammenhang mit Brüchen und der Bruchentwicklung durch das geschickte Einbringen von Aspekten zum Beispiel aus der Geschichte der Mathematik, der Psychologie, der Soziologie oder der Philosophie das Lesen aufzulockern. Insbesondere die

historischen Bemerkungen sind durchgehend sehr interessant und werden den Lesern und Leserinnen über gewisse Durststrecken hinweghelfen. Geconnt versteht es der Autor, auch durch viele Zitate oder persönliche Bemerkungen die Aufmerksamkeit der Leser und Leserinnen immer wieder auf das jeweilige Thema zu lenken. Manchmal gerät er dabei sogar ins Plaudern, wenn er Anekdoten aus seiner eigenen Studentenzeit erzählt oder sich als nachdenklicher und verständnisvoller Großvater im Gespräch mit seinem Enkel präsentiert. Dabei darf jedoch nicht vergessen werden, dass sich das vorliegende Buch ernsthaft mit Mathematik auseinandersetzt und in großen Bereichen gerade den (angehenden) Lehrern und Lehrerinnen viel abverlangt. Wer hier nicht ein Mindestmaß an mathematischer Vorbildung mitbringt und für entsprechende Fragestellungen bereits sensibilisiert ist, wird es schwer haben. So werden nicht nur die Anfänge der Mengenlehre und mathematischen Logik in aller Ausführlichkeit präsentiert, sondern auch Axiomensysteme auf Unabhängigkeit und Vollständigkeit im Zusammenhang mit konkreten Beispielen diskutiert. Wer hier zum ersten Male vom Wohlordnungssatz oder Auswahlaxiom hört oder mit den Fragen konfrontiert wird, ob es eine leere Menge gibt und ob sie im Falle der Existenz sogar eindeutig bestimmt ist, ob unendliche Mengen existieren und was eine Paarmenge ist und wie sie exakt definiert werden kann, der wird eine Weile brauchen, bis er alles im Selbststudium verstanden hat. Das ist sicherlich nicht dem Buch anzulasten, sondern liegt gewissermaßen in der Natur der Sache. Mein persönlicher Eindruck ist, dass man in den Lehrveranstaltungen der Lehramtsstudiengänge häufig schon mit den Homomorphiesätzen für Gruppen und Ringe an die Grenzen des Abstraktionsvermögens der Studierenden stößt und dass nur wenige diese abstrakten Resultate selbstständig auf konkrete Beispiele anwenden können. Hier ist das Buch doch ziemlich locker und unbefangen. Wie selbstverständlich wird der Monomorphiesatz für Dedekind-Peano-

Algebren formuliert und bewiesen, um dann später Zahlenfolgen im Zusammenhang mit Bruchentwicklungen recht allgemein als Funktionen aufzufassen, deren Definitionsmenge die Trägermenge einer Dedekind-Peano-Algebra ist. Wer Mathematik so noch nie erlebt hat, dem wird Mathematik in einem neuen Licht erscheinen, hoffentlich positiv überrascht oder sogar fasziniert. Am Institut für Mathematik der Universität Potsdam sind die Gebiete Mengenlehre und mathematische Logik zurzeit noch durch eine Professur vertreten. Die entsprechenden Lehrveranstaltungen werden gerne von Lehramtsstudierenden besucht und immer wieder werden hier auch Themen für Bachelor- oder Masterarbeiten in den Lehramtsstudiengängen vergeben. Aber schon bald wird das nicht mehr möglich sein und insgesamt ist zu beobachten, wie ganz allgemein die hier behandelten Themen der Mathematik allmählich aus den Lehramtsstudiengängen verschwinden. Eine Entwicklung, die sehr bedauerlich aber vermutlich nicht aufzuhalten ist. Das vorliegende Buch hat sicherlich das Format und die Qualität, für die Zukunft das zu bewahren, was zumindest in großen Teilen zum Standardwissen einer qualifizierten Lehrkraft in Mathematik gehören sollte.

Allen, die sich beruflich mit Mathematikunterricht beschäftigen, kann ich das vorliegende Werk nicht nur mit gutem Gewissen empfehlen, sondern ich möchte ihnen sogar nahelegen, es sich als gedrucktes Exemplar zu beschaffen, es sich griffbereit in unmittelbare Nähe ihres Schreibtisches zu stellen und es sorgfältig zu studieren oder einfach nur bei jeder sich bietenden Gelegenheit in ihm herumzustöbern.

Hischer, Horst: *Grundlegende Begriffe der Mathematik: Entstehung und Entwicklung*. Springer Spektrum, Wiesbaden 2012, ISBN 978-3-83481888-1, EUR 34,95

Joachim Gräter, Institut für Mathematik, Universität Potsdam, Am Neuen Palais 10, 11469 Potsdam, Email: graeter@rz.uni-potsdam.de