Herbert Henning und Fritjof Freise: Realität und Modell. Mathematik in Anwendungssituationen

Rezensiert von Jürgen Maaß

In diesem Sammelband finden sich 15 lesenswerte mathematikdidaktische Beiträge, die sich im Wesentlichen an LehrerInnen wenden, die Ideen und Anregungen für realitätsbezogenen Mathematikunterricht suchen. Auch in den Beiträgen, die vom Titel her eher nach mathematikdidaktischer Theorie klingen und Überlegungen dazu enthalten, wird immer zumindest teilweise an Beispielen argumentiert, die im Unterricht eingesetzt werden können. Nicht im Zentrum steht die im Buchtitel auch angesprochene philosophisch – erkenntnistheoretische Dimension der Frage nach einem Bezug von Mathematik und Realität, der – vielleicht – durch Modellierung vermittelt wird.

Im Einzelnen ist das Buch in 4 Kapitel aufgeteilt:

1. Mathematische Modellierung – „Step by Step“
2. Mathematische Modellierung und der „Rest der Welt“
3. Mathematische Modellierung von Problemen zwischen „Himmel und Erde“
4. Mathematische Modellierung und „Werkzeuge“

Diese vier Kapitel enthalten folgende Beiträge: Herbert Henning und Thomas Kubitza liefern in ihrem Aufsatz „Realität im Klassenzimmer – Modellieren als ‚fundamentale Idee‘ im Mathematikunterricht“ mathematikdidaktische Argumente für realitätsbezogenen Mathematikunterricht und damit für Modellieren im Mathematikunterricht. Stichworte dazu sind: Problemlösen als mathematische Kompetenz, Fähigkeiten zur mathematischen Modellbildung als „Herzstück“ des Problemlösens, mathematische Modellieren ist eine „fundamentale Idee“ und eine mathematische Kompetenz mit vielen Vernetzungen.

Eine „niveaustufenakzentuierte Herausbildung von Modellbildungskompetenzen“ ist Thema von Herbert Henning und Mike Keune. Sie thematisieren Modellbildungskompetenzen anhand von einschlägiger Literatur in drei Stufen durch Fähigkeiten. Die Einteilung in Niveaustufen kann als deskriptives, normatives und metakognitives „Werkzeug“ im Modellbildungsprozess betrachtet werden und für die Unterrichtsplanung, die Auswahl von Unterrichtsinhalten und zur Bewertung von Schülerleistungen eingesetzt werden. Die den Stufen zugeordneten charakterisierenden Fähigkeiten werden anhand von Beispielen näher beschrieben.

Benjamin John nimmt einen Beitrag aus der Wochenzeitung DIE ZEIT aus dem Jahre 2004 von Holger Geschwindner, der den berühmten Basketballspieler Dirk Nowitzki trainiert und beraten hat, zum Anlass für eine Modellierung des erfolgreichen Wurfes: „So wirft Dirk Nowitzki!“ – Rekonstruktion der Flugkurve beim Basketball-Freiwurf.“ Dieser Satz aus dem Artikel ist der Startpunkt für die Modellierung: „Der Ball muss mindestens einen Einfallswinkel von 32 Grad haben, Dirk ist 2,13 Meter groß, seine Arme haben eine bestimmte Länge, und wenn man dann noch die Gesetze der Physik kennt, kommt man schnell zu einer Problemlösung“ (S. 29). Weshalb ausgerechnet 32 Grad?

Mathematik auf „zwei Rädern“, also rund ums Fahrrad, wird von Franziska Stephan und Sabrina Spieler zu einer breiten Palette von motivierenden Modellierungen ausgearbeitet. Sie reicht von Berechnungen zum zurückgelegten Weg (einschließlich Schwankungen beim Langsam-Fahren) über die Betrachtung des Verlaufes des Weges eines Fahrradventils, bis hin zur Abbremsung durch den Luftwiderstand, also vom Kreisumfang über Trigonometrie und Zykloide bis hin zur Differentialgleichung.

Aus der Sicht von wintersportbegeisterten ÖsterreicherInnen ist besonders interessant, was Torsten Wagner über Mathematik im Schnee – Skispringen und Ski Alpin berichtet. Beim Skisprung geht es mit einem einfachen Modell des waagerechten Wurfes los und endet mit genaueren Überlegungen zur Olympiaschanze in Garmisch-Patenkirchen. Die Untersuchung von verschiedenen Typen von Skiern endet mit einem Beweis des Vorteils von Carving-Skiern.

Marc Oliver Hoffmann und Maik Osterland betrachten zunächst Mathematikunterricht mit physikalischen Experimenten aus der Mechanik (SI und SII), bevor sie anhand der Modellierung des Kugelstoßens als Disziplin der Leichtathletik unter verschiedenen Perspektiven konkreter werden. Am Ende steht – was wir schon ahnten – die Erkenntnis, dass ein Abwurfwinkel von 45 Grad optimal ist, aber auch ein Hinweis an den Trainer, der nicht so bekannt ist: „Wenig sinnvoll ist es jedoch, den Abwurfwinkel genau zu trainieren, da man eine Spanne von 10 Grad wesentlich bequemer mit einer höheren Abwurfgeschwindigkeit ausgleichen kann.“ Ob die SportlerInnen wohl dem Trainer bzw. der Trainerin glauben, wenn sie etwas von einem „wesentlich bequemeren“ Training hören?

Tilman Kant nähert sich dem Oberthema Sport und Physik ganz anders, nämlich als Zuschauer beim öffentlichen Event. Ist das schöner als Zuhause? Mit „Public Viewing“ sieht man besser! – meint er. Was hat das mit Mathematik zu tun? Gibt es beim „Public Viewing“ einen optimalen Blick auf die Großbildwand und wie lässt sich der Standort des Betrachters mathematisch bestimmen? Am Beispiel der Fußball-Weltmeisterschaft 2006 und des „Public Viewing“ auf der Berliner Fanmeile vor dem Brandenburger Tor wird die Frage beantwortet.

Airbags sind eine geniale Kombination eines „Plastiksackes“ mit Stickstoff, meint Peter Dröse in seinem Unterrichtsvorschlag über *eine „Explosion“, die Leben retten kann!* Als fächerübergreifende Aufgabe lässt sich für den Mathematik–, Chemie– und Physikunterricht die Funktionsweise eines Airbags simulieren und mit geeigneten Modellen beschreiben. Dabei gewinnen die SchülerInnen interessante Einblicke in Modellbildungsprozesse unter Anwendung von Wissen aus Physik und Chemie.

Sabrina Spieler erläutert in ihrem Beitrag „Mathematische Modellierung eines Tsunamis und anderer Naturkatastrophen", wie Mathematik dazu beitragen kann, solche Katastrophen besser vorherzusagen. Zunächst offensichtlich – nämlich fast alltäglich bei der medialen Berichterstattung über Naturkatastrophen – ist die Computersimulation der Ereignisse, die häufig zur Erläuterung des Geschehens dienen soll. Selbstverständlich beruhen solche vom Computer berechneten Simulationen auf einer mathematischen Modellierung. Wie geht das? Im Beitrag finden sich Modellierungen zu zwei Themen, Tsunami und Tornado.

Technische Großprojekte oder Erfolge der Ingenieurskunst wie ein Riesenflieger namens Airbus A380 (die Konkurrenz von Boeing baut Ähnliches) sind oft faszinierend. Diese Faszination kann zur Motivation für realitätsbezogenen Mathematikunterricht werden, wie das Beispiel „‚Über den Wolken …' – Modellierung am Airbus A380" von Sebastian Paul und Sven Plate zeigt. Die Frage (mit dem Blick auf die in regelmäßigen Abständen erforderliche Lackierung der Außenwand) klingt einfach: Wie groß ist die Oberfläche des A380? Der Versuch, diese Frage zu beantworten, zeigt schön auf, wie sich durch schrittweise Verfeinerung des Modells im Unterricht modellierend arbeiten lässt.

Stephan Herms, Markus Partusch und Torsten Wagner bringen eine historische Komponente mit in den Unterricht: „Schattenquadrat und Jakobsstab – Historische Messinstrumente als Modellierungswerkzeuge". Zwei historische Messinstrumente, der Jakobsstab und das Schattenquadrat, werden ausführlich beschrieben und vorgestellt. Anhand der Analyse dieser Instrumente und ihres Einsatzes können SchülerInnen lernen, wie Mathematik dabei hilft, Objekte zu vermessen. Konkret werden geometrische Kenntnisse gefunden oder vertieft.

Eine Softwareunterstützung beim Modellieren steht im Zentrum des Beitrages von Hans-Stefan Siller: „Modellbilden durch bzw. mit funktionale(r) Beschreibung in einem fächerübergreifenden Mathematikunterricht". Funktionen sollen als „Module" in einem System bereitgestellt und zur Lösung eines Problems implementiert werden. „So können Algorithmen für schulspezifische Aufgabenstellungen vollständig entwickelt, implementiert und letztlich ausgeführt werden." (S. 158). Entscheidendes Werkzeug sind dabei PROGRAPH-Diagramme.

„Knoten, Wege, Graphen und Gerüste – Modelle der Graphentheorie im Mathematikunterricht" sind Thema von Brigitte Leneke. Auch hier geht es im Kern um einen Vorschlag zur Methodik des Modellierens: Graphen können sehr wertvolle Dienste dabei leisten, eine reale Situation so zu modellieren, dass etwas ausgerechnet werden kann. Ein Beispiel dazu ist die optimale Zustellung von Produkten einer Pizzaria in Magdeburg – ein Beispiel, das sich offensichtlich leicht auf andere Produkte bzw. Orte übertragen lässt.

Ein dritter Beitrag zu diesem Themenkreis kommt von Andrej Wölfer. Unter dem Titel „Interaktive Simulationen als Modellierungswerkzeuge" zeigt er am Beispiel der Software Mathematica im Überblick, wie ein solch mächtiges Werkzeug im Analysisunterricht genutzt werden kann. Im ersten Teil wird dargestellt, wie man in wenigen Minuten eine Simulation erstellt. Im zweiten Teil wird der Zugriff auf eine freie Bibliothek von interaktiven Simulationen erklärt.

Was wir lernen, wir in Form von Zeichen oder Symbolen oder Grafiken im Gehirn repräsentiert. Haben wir auch in der Mathematikdidaktik ein Problem mit unerwünschtem Eigenleben der Zeichen oder eine Chance, Lernprozesse durch besonderes Augenmerk auf die verwendeten Repräsentationen zu fördern? Ein Blick in die Geschichte der Mathematikdidaktik zeigt ein andauerndes Interesse an Veranschaulichungen für das Lehren und Lernen von Mathematik. Solche Visualisierungen versuchen in Gestalt von geometrischen Konstruktionen, Graphen, Diagrammen etc. Mathematik sichtbar zu machen. Gert Kadunz ist Spezialist für die Beantwortung solcher Fragen und erläutert in seinem Beitrag die Beziehung von Zeichen und Modell.