Wilfried Herget, Thomas Jahnke und Wolfgang Kroll: Produktive Aufgaben für den Mathematikunterricht in der Sekundarstufe II

Rezensiert von Peter Gallin

Zehn Jahre nach dem ersten Band *Produktive Aufgaben für den Mathematikunterricht für die Sekundarstufe I* von Wilfried Herget, Thomas Jahnke und Wolfgang Kroll ist nun vom selben Autorenteam der zweite Band für die Sekundarstufe II erschienen. Man durfte gespannt sein, was die sehr erfahrenen Mathematiker und Mathematikdidaktiker den aktiven Lehrpersonen auf der Sekundarstufe II vorzulegen haben.
Das Buch ist gleich strukturiert wie der erste Band und präsentiert auf den ersten 75 Seiten in attraktiver und möglichst knapper Form 56 „Aufgaben" und auf den restlichen 181 Seiten ziemlich ausführliche „Bearbeitungshinweise" (im ersten Band hiess es noch „Lösungshinweise"), die eher für die Hand der Lehrpersonen gedacht sind. Ich versetzte mich in deren Lage und begann das Buch ziemlich systematisch Aufgabe für Aufgabe durchzuarbeiten. Von diesem Prozess möchte ich hier berichten mit dem erklärten Ziel, dass möglichst jede Lehrperson, die Mathematik unterrichtet, mit diesem Buch arbeiten möge. Damit ist meine abschliessende Beurteilung schon vorweggenommen: Das Buch ist nicht nur ein Muss in jeder Lehrerbibliothek, sondern gehört zur permanenten Lehrerweiterbildung und Ideenquelle, die einem im stillen Kämmerlein Vergnügen bereitet und im Unterricht den Schritt zu einem mathematik- und menschzentrierten Vorgehen erleichtert. Damit meine ich: Das Buch zeigt, wie man sich in ein Problem wirklich vertiefen und Mathematik treiben kann und es fordert nicht nur Lernende, sondern auch Lehrpersonen heraus, wieder einmal etwas zu ergründen und sich dabei zu vergessen. Eine absolute Perle diesbezüglich sind die beiden originalen Schülerlösungen der Aufgabe 45, nämlich dem Problem, aus einer A4-Seite eine Schachtel mit Deckel und Klebelaschen zu entwerfen, so dass sie ein möglichst grosses Volumen fasst. Im ganzen Buch findet man keine weiteren Originalarbeiten. Das spornt an, im eigenen Unterricht aufgrund der sehr unterschiedlichen 56 Aufgaben solche entstehen zu lassen.
Es soll nicht verschwiegen werden, dass es im Buch einige Stolperstellen gibt. Sie sind aber immer nur gerade so gravierend, dass man nicht gleich hinfällt. Im Gegenteil, sie regen an mit einem „ja, aber" die Sache selber in die Hand zu nehmen. Somit bietet das Buch nicht nur produktive Aufgaben für die Schülerinnen und Schüler, sondern genauso auch für die Lehrerinnen und Lehrer. Ich beginne hier mit den unbedeutendsten Äusserlichkeiten und werde dann zusehends zum Inhalt wechseln.
Ganz hinten im Buch steckt in einer Plastiktasche eine CD, die einem als Leser schnell auffällt. Voller Hoffnung will ich sie in den Computerschlitz stecken, lese aber unter „Systemvoraussetzungen" alles Mögliche, bloss nicht, dass sie für meinen Computer geeignet sei. Trotz dieser Warnung lege ich sie ins Laufwerk ein, und siehe da: Alle html-, pdf- und docx-Dokumente sind perfekt lesbar. Das ganze Buch ist Seite für Seite sowohl in pdf- als auch in bearbeitbaren docx-Dokumenten verfügbar und dann erst noch auf vielen Seiten in Farbe. Bloss die Datei start.exe ist für mich nutzlos. Sie wird wohl für die wirklich berechtigten Benutzer noch gewisse automatische Funktionen ermöglichen, auf die ich ruhig verzichten kann. Die Warnung war also völlig übertrieben. Man kann die zur Verfügung gestellten Dokumente mit viel mehr Computern lesen und bearbeiten, als die Hersteller es sich gedacht haben. Man kann sich sogar vorstellen, alle pdf-Dokumente, die jeweils nur eine Buchseite enthalten, zu einem grossen Dokument zusammenzuhängen, um dann die Möglichkeit zu haben, mit der Textsuche das gesamte Buch nach gewissen Wörtern durchkämmen zu können. Diesem ausserordentlich erfreulichen Aspekt fügte sich nahtlos eine gewisse Enttäuschung an, welche bei fortschreitender Lektüre im wirklichen Buch sich zum Ärgernis hochschaukelte, denn in heiklen Passagen mit subtilen Illustrationen wird kaltblütig von roten, grünen und blauen Linien geredet, während man im strikt schwarz-weiss gehaltenen Buch alles nur grau in grau sieht und kaum unterscheiden kann. Nur an ganz wenigen Stellen (z. B. S. 69) haben die Autoren diesem Umstand Rechnung getragen und in Klammern „grau" gesagt, was bei einer einzigen Farbe ja noch angeht.

Beim Layout ist lobend zu erwähnen, dass die mathematischen Formeln recht schön gesetzt und die typographischen Regeln weitgehend einhalten sind. Beispielsweise sind Variablen konsequent kursiv gesetzt mit der üblichen Übersteuerung, dass auch die Eulersche Zahl e und der Buchstabe d beim Differenzial entgegen strenger Regelung kursiv geraten sind. Einmal (S. 70) ist auch eine runde Klammer schief gedruckt. Etwas weniger sorgfältig ist man bei den Beschriftungen in den Figuren vorgegangen, welche in der Regel nicht kursiv und oft auch in einem anderen Schriftsatz als der Haupttext erscheinen. Einmal (S. 223) ist sogar ein Index nicht tiefgestellt.
Natürlich hat es in jedem Buch Druckfehler. Ich möchte hier als Anhang nur jene Mängel erwähnen, die mich länger nachdenken liessen, weil der Sinn gestört wurde. So kann ich den hoffentlich vielen zukünftigen Leserinnen und Lesern eine kleine Hilfe geben.
Damit komme ich zu grundsätzlichen Beobachtungen. Die 56 Aufgaben sind tatsächlich wie im Einleitungstext versprochen in aller Regel sehr offen und könnten daher als „Aufträge“ bezeichnet werden. Darum sprechen die Autoren auch von Bearbeitungshinweisen und nicht mehr von Lösungshinweisen. Es ist allerdings eine Verengung dann deutlich zu spüren, wenn der Sachverhalt anspruchsvoll wird. So kippen im hinteren Teil des Buches viele Problemstellungen in Lernaufgaben, welche Schritt für Schritt explizite Vorschriften geben und dementsprechend auch die Erwartungshaltung der Lehrenden prägen werden. Bei den zum Teil sehr anspruchsvollen Gedanken und mathematischen Umsetzungen wird rasch vergessen, dass die Aufgaben nicht unbedingt „eine richtige Lösung“ haben, was bei den einfacheren Problemen auch bei den Bearbeitungshinweisen viel deutlicher zum Ausdruck kommt.
Ein weiteres Phänomen ist gerade bei längeren Ableitungen und Umformungen erkennbar: Sehr häufig werden die Wörtchen „leicht“, „einfach“, „bekannt“ usw. verwendet, wo sie gar nicht nötig wären. Im Gegenteil, sie wecken beim Leser ein schlechtes Gewissen, sobald er die Umformung nicht als „leicht“ empfindet. Ein typisches Beispiel mag dies illustrieren: Auf Seite 163 steht, dass man die Flächeninhalte von Dreiecken mittels der „bekannten“ Formel

$$A = \frac{1}{2}\big(x_1(y_2 - y_3) + x_2(y_3 - y_1) + x_3(y_1 - y_2)\big)$$

berechnen könnte, dazu noch ohne zu sagen, was die Variablen bedeuten. Ich war total überrascht und hätte mich bei einer anderen „mir bekannten“ Darstellung völlig zuhause gefühlt:

$$A = \frac{1}{2}\begin{vmatrix} x_1 & x_2 & x_3 \\ y_1 & y_2 & y_3 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix}.$$

Es könnte ja sein, dass die Erziehungswissenschaftler und Testtheoretiker von uns Mathematikern mitbekommen haben, dass wir Aufgaben als „leicht“ und „schwierig“ einstufen, woraus sie ableiten, dass man tiefere und höhere Kompetenzen nun mittels Aufgaben testen könne. Tatsache ist aber, dass jedes Individuum nur bezogen auf seine Lernbiographie eine Aufgabe als „leicht“ oder „schwer“ einstufen kann, nicht eine aussenstehende Person.
Eine weitere Beobachtung betrifft das Vermeiden gewisser Fachbegriffe. Dahinter könnte eine didaktische Absicht stehen, dass nämlich durch das explizite Benennen eines Gesetzes oder eines Verfahrens die Gefahr besteht, dass die Lernenden sich über Suchmaschinen im Internet vorschnell schlau machen und sich so des Forschungsvergnügens berauben. Dies betrifft zum Beispiel die Aufgaben 12 und 16, welche deutlich Markow-Prozesse ansprechen. Dieses Instrument offeriert eine andere Darstellung für stochastische Prozesse als mit einem Baumdiagramm und wird so der auftretenden Unendlichkeit besser Herr. Zeichnet man nämlich die möglichen Zustände inklusive Start und Ziel als Kringel und verbindet sie gemäss den stochastischen Vorgaben mit Pfeilen, die mit den Übergangswahrscheinlichkeiten beschriftet werden, so kann man den Erwartungswert der Anzahl Schritte von einem Zustand bis ins Ziel direkt ansetzen als die Summe der mit den Übergangswahrscheinlichkeiten gewichteten Erwartungswerte der Anzahl Schritte aller Nachfolgezustände bis ins Ziel, vermehrt um 1 (Abbbildung 1).

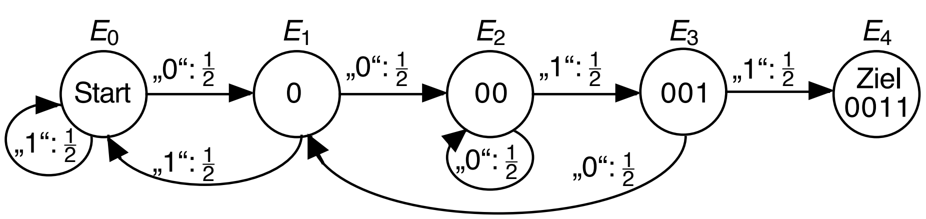


Abbildung 1

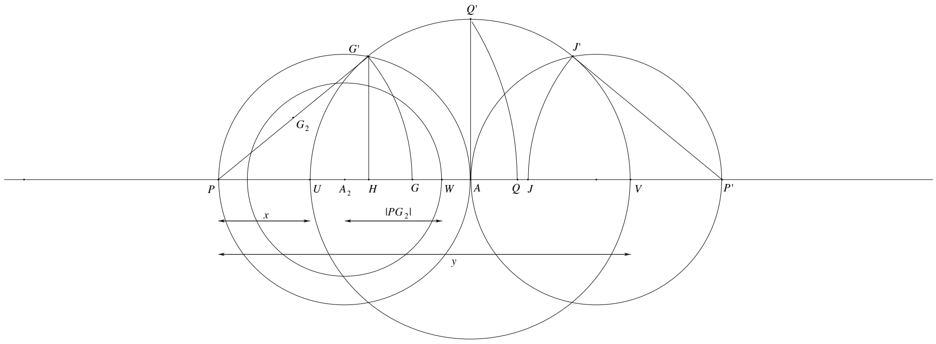


Abbildung 2

Sucht man beispielsweise den Erwartungswert E_0 der Anzahl Schritte, die man benötigt um mit einer 0-1-Münze die Sequenz 0011 (Aufgabe 17) zu erhalten, liest man aus dem obenstehenden Diagramm aufgrund des zitierten Satzes die fünf Gleichungen $E_4 = 0$, $E_3 = 1 + \frac{1}{2}E_4 + \frac{1}{2}E_1$, $E_2 = 1 + \frac{1}{2}E_3 + \frac{1}{2}E_2$, $E_1 = 1+\frac{1}{2}E_2+\frac{1}{2}E_0$ und $E_0 = 1+\frac{1}{2}E_1+\frac{1}{2}E_0$ heraus und findet aus ihnen die Antwort $E_0 = 16$. Dabei bedeutet E_i der Erwartungswert der Anzahl Schritte bis ins Ziel, wenn man bereits i richtige 0-1-Würfe hat. Das Markow-Diagramm macht eben die etwas fremden Rückbezüglichkeitspfeile in den Baumdiagrammen zu ihrem System.

Bei den fehlenden Begriffen ist mir die unerwähnte „Formel von Pick“ in Aufgabe 25 aufgefallen. Oder in Aufgabe 32 fehlte mir das Wort „Brachistochrone“. Der Begriff „Hüllkurve“ oder „Enveloppe“ wird in den Aufgaben 54 und 55 vermieden. Und bei der Aufgabe 43 habe ich den „Fermatpunkt“ vermisst. Aber auch umgekehrt sind mir bislang fremde Begriffe begegnet, die ich somit neu gelernt habe. So war mir das „Heronsche Spiegelungsprinzip“ in Aufgabe 43 von der Bezeichung her neu. Ebenso die äusserst hilfreiche Bezeichnung „Teleskopsumme“ in Aufgaben 12 und 14, oder auch „Ziehharmonikasumme“ in Aufgabe 46, welche die wirkungsvolle Vereinfachung

$$\sum_{i=1}^{n}(a_i - a_{i-1}) = a_n - a_0$$

erlaubt. Interessanterweise tritt in Aufgabe 14 auf Seite 124 unten sogar ein „Teleskopprodukt“ auf. Etwas überrascht hat mich die Bezeichung „zylindrischer Kegel“ in Aufgabe 44 (S. 217). Vermutlich ist dabei ein „Drehkegel“ gemeint. Oder der Begriff „gebrochen-linear“ in Aufgabe 36 (S. 193), wo ich eher „stückweise linear“ erwartet hätte. Thematisch vermisst habe ich das Vektorprodukt. Es wäre zumindest in Aufgabe 47 beim Volumen des Tetraeders spruchreif gewesen.

Schliesslich müssten die Aufgaben ja nicht produktiv heissen, wenn sie nicht anregten zum Weiterdenken und Weiterspinnen. So möchte ich ein paar Kostproben hier anfügen, die unmittelbar aus den Aufgaben entspringen.

In Aufgabe 10 steht die Summe

$$\sum_{x=1}^{k}\binom{k}{x}(0,956^n)^x(1-0,956^n)^{k-x}$$

im Zentrum. Dank der heutigen technischen Möglichkeiten kann diese Summe direkt berechnet werden. Früher war man froh darüber, dass man sie auch als $1-(1-0,965^n)^k$ hat schreiben können.

In Aufgabe 14 wird eine äusserst raffinierte Möglichkeit vorgeführt, wie man über die Wahrscheinlichkeit p_n für eine fixpunktfreie Permutation von n Elementen auf die Anzahl fixpunktfreier Permutation a_n rückschliessen kann, ohne das „Prinzip des Ein- und Ausschaltens“, das dann auch noch vorgeführt wird, anzuwenden. Aus der gefundenen Formel

$$p_n = \frac{1}{0!} - \frac{1}{1!} + \frac{1}{2!} - \frac{1}{3!} + \ldots + \frac{(-1)^n}{n!}$$

kann man folgern, dass erstaunlicherweise für alle natürlichen n auch

$$a_n = \left\langle \frac{n!}{e} \right\rangle$$

gilt, wobei die spitze Klammer einfach gewöhnliches Runden bedeutet.

In Aufgabe 19 ist für die Summe der ersten n Quadratzahlen $\sum k^2$ keine Herleitung gezeigt worden. Es besteht jedoch die Möglichkeit

$$\sum k^3 = \left(\frac{n(n+1)}{2}\right)^2$$

mit einem „Beweis ohne Worte“ direkt einzusehen, indem man eine Folge von Quadraten zeichnet, deren Seitenlängen zusehends von 1 über 1+2=3 über 1+2+3=6 usw. wachsen und deren Flächen jeweils um $k^3 = k \cdot k^2$ zunehmen. Danach kann man über die Teleskopsumme

$$\begin{aligned}\sum k^3 - \sum (k-1)^3 \\ = n^3 = 3\sum k^2 - 3\sum k + \sum 1\end{aligned}$$

die unbekannte Summe der Quadratzahlen bestimmen.

In Aufgabe 24 werden unzählige verschiedene – bekannte und weniger bekannte – Mittel zweier Zahlen x und y betrachtet. Ein kompakte Konstruktion der wichtigsten Mittel in einer einzigen Figur wäre für das Abschätzen der Grössenrelationen hilfreich (Abbildung 2). Seien die Längen $x = PU$ und $y = PV$. Dann liest man aus der Figur folgende Mittelwerte ab:

- *PA* = Arithemtisches Mittel von x und $y = \frac{x+y}{2}$
- $PG' = PG$ = Geometrisches Mittel von x und $y = \sqrt{xy}$
- *PH* = Harmonisches Mittel von x und $y = \frac{PG^2}{PA} = \frac{2xy}{x+y}$
- $PQ' = PQ$ = Quadratisches Mittel von x und $y = \sqrt{\frac{x^2+y^2}{2}}$ = Radius der halb verbrauchten WC-Rolle, wenn x der Radius der leeren und y der Radius der vollen Rolle ist.
- *PJ* = Jahnkesches Mittel von x und $y = 2PA - PG = x + y - \sqrt{xy}$ = neues Mittel in Aufgabe 24
- PW = Wurzelmittelwert von x und $y = \left(\frac{1}{2}(\sqrt{x} + \sqrt{y})\right)^2 = \frac{1}{2}PA + \frac{1}{2}PG$

Bei dieser schönen Mittelwertaufgabe wird kurz vor Schluss auf ein „man kann zeigen, dass …“ ausgewichen. Es gilt nämlich für das Potenzmittel

$$M_p(x,y) = \left(\frac{x^p + y^p}{2}\right)^{\frac{1}{p}}$$

die erstaunliche Eigenschaft, dass es für $p \to 0$ gegen das geometrische Mittel $G(x,y) = \sqrt{xy}$ konvergiert:

$$\lim_{p \to 0} M_p(x,y) = G(x,y).$$

Wenn man nun aber die Näherungsformel $\ln(z) \approx z - 1$ für z nahe bei 1 hier anwendet – wie auch in Aufgabe 27 –, kann man schreiben:

$$\begin{aligned}\ln(M_p(x,y)) &= \frac{1}{p} \cdot \ln\left(\frac{x^p + y^p}{2}\right) \\ &\underset{p\to 0}{\approx} \frac{1}{p} \cdot \left(\frac{x^p + y^p}{2} - 1\right) \\ &= \left(\frac{\frac{1}{p}(x^p - 1) + \frac{1}{p}(y^p - 1)}{2}\right) \\ &\underset{p\to 0}{\approx} \frac{\frac{1}{p}\ln(x^p) + \frac{1}{p}\ln(y^p)}{2} \\ &= \frac{\ln(x) + \ln(y)}{2} = \ln(G(x,y)),\end{aligned}$$

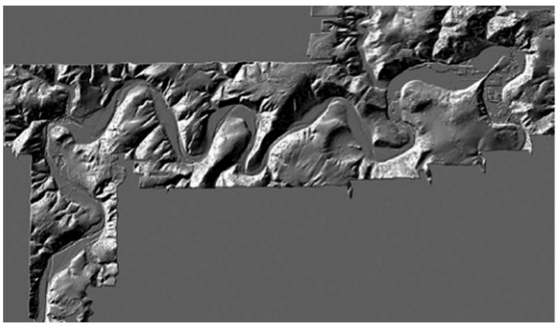
womit die Behauptung qualitativ gezeigt ist.

In Aufgabe 28 könnte noch ein schöner Satz gefolgert werden: Hat ein beliebiger Körper eine Inkugel, so ist die Ableitung seines Volumens nach dem Inkugelradius gleich der Oberfläche des Körpers. Der Satz gilt auch für 2-dimensionale Figuren mit Inkreis. Dann gibt die Ableitung des Flächeninhalts nach dem Inkreisradius den Umfang.

Am Schluss der Aufgabe 30 könnte die üblicherweise gemiedene Aufgabe stehen: Man berechne die Tangente an einen W-förmigen Graphen einer Polynomfunktion 4. Grades, so dass sie die beiden „Buckel“ berührt.

Im Anschluss an Aufgabe 34 könnte der von den Bauingenieuren stammende Satz gefolgert werden: Die zweite Ableitung der Brückenprofilkurve ist gleich der Belastungsfunktion, welche jedem Punkt auf der horizontalen Brücke (x-Achse) eine Last zuordnet. Bei überall gleicher Last muss das Brückenprofil also eine Parabel sein.

In den Bearbeitungshinweisen zu Aufgabe 36 wird ein wunderbares Schummerungsbild vom Edersee gezeigt. Es herrscht hier offenbar Beleuchtung von Nordwesten.



Nun drehe man das hier vorliegende Bild mit 180° auf den Kopf. Erstaunlicherweise wird dann aus psychologischen Gründen wieder Nordwestbeleuchtung dem Bild unterlegt, so dass der Edersee nun nicht mehr als Vertiefung, sondern als Band in grosser Höhe über der Landschaft interpretiert wird.

Bei Aufgabe 53 lässt sich die Summe der drei Abstände u, v und w eines Punktes P von den Dreiecksseiten mit einer weiteren Interpretation im Raum geschlossen ablesen: Errichtet man in den drei Ecken A, B und C eines Dreiecks Lote zur horizontalen Dreiecksebene und trägt auf ihnen die Höhen h_a, h_b und h_c nach oben hin ab, so erhält man drei Stützpunkte für eine neue, im allgemeinen schiefe Ebene. Jeder Punkt P' dieser Ebene hat von dem genau vertikal darunter liegenden Punkt P in der Dreiecksebene den Abstand $PP' = u + v + w$.
Bei Aufgabe 56 wird behauptet, dass es nur zeichnerisch-experimentell nachweisbar sei, dass der Schnittpunkt S der gemeinsamen Sekante zweier sich schneidender Kreise mit einer gemeinsamen Tangente der Kreise genau in der Mitte zwischen den Berührpunkten liegt. Die gemeinsame Sekante ist aber die Potenzgerade der beiden Kreise und jeder Punkt auf ihr hat gleich lange Tangentenstrecken bis zu den beiden Kreisen.
Zum Abschluss möchte ich allen Aufgaben noch einen Sachtitel geben, denn der Hinweis auf die grossen Mathematikthemen (Analysis, Stochastik usw.) bei den Bearbeitungshinweisen der Aufgaben ist mir zu grob. Die originalen Titel der Aufgaben sind machmal etwas mysteriös und sollen natürlich die Neugier wecken. Daher könnte eine Liste mit den engeren Sachtiteln für die Lehrpersonen eine Hilfe sein. Sie zeigt explizit, wie ungeheuer reichhaltig das Angebot in diesem Buch ist.

Sachtitel der Aufgaben

1. Dichte Kugelpackung
2. Die Form der Mondsichel
3. Kürzeste Wege auf Quaderoberflächen
4. Die Länge einer Schraubenlinie
5. Das Umtetraeder von 4 Kugeln in dichter Packung
6. Modellierung von Bergen durch Kegel und Ermittlung mittlerer Höhen
7. Hypozykloiden
8. Berechnung von Flächen, die von Kurven in Polardarstellung begrenzt werden
9. Dreiecksungleichung und geometrische Wahrscheinlichkeit
10. Kombination vom stochastischen Auslastungsmodell mit weiterer Binomialverteilung
11. Hypergeometrische Verteilung beim Vokabeltest
12. Ein erster Markow-Prozess
13. Blöcke und Runs in Münzwürfen
14. Die Anzahl fixpunktfreier Permutationen
15. Die Wahrscheinlichkeit für einen Gewinn im Tennis
16. Wartezeit, bis k-mal Wappen auftritt, und deren Verteilung
17. Gewinnwahrscheinlichkeit von 0011 gegenüber von 1111
18. Strategiespiel bei 3-stelligen 0-1-Folgen
19. Die Summe von Dreieckszahlen
20. Nicht ganz ernste Diskussion einer empirischen Formel
21. Internet- und Kaufhausrecherchen zu Alkoholpralinen
22. Analyse eines Auto-Bordcomputers mittels Tabellenkalkulation
23. Erfinden von Formeln zur Modellierung eines Gefühls
24. Verallgemeinerungen und Querbezüge gängiger Mittelwerte
25. Die Formel von Pick und eine Verallgemeinerung auf den Raum
26. Näherungsformel für die Verdopplungszeit bei Zinseszinsprozessen
27. Näherungsformel für Leuchtturmhöhe und Sichtweite
28. Zusammenhang zwischen Oberfläche und Volumenänderung bei Körpern
29. Tangente an konkave, monoton fallende Kurve und ihr Achsenflächenabschnitt
30. Graphen von Polynomen 4. Grades als schrägsymmetrische Gebilde
31. Druckverteilung im Beton eines Fernsehturms
32. Brachistochrone
33. Volumen und Oberfläche der n-dimensionalen Kugel
34. Von der Kettenlinie bis zur Brückenprofilkurve
35. Von der Parameterdarstellung von Evolventen bis zur Traktrix
36. Empirische Funktionen bei einem Stausee
37. Das Hebelgesetz zur Kombination zweier Schwerpunkte
38. Differenziale, Umkehrfunktionen und Parameterdarstellungen
39. Weg, Zeit, Beschleunigung und das Anhalteproblem
40. Extremalaufgabe an einem konkreten Werkstück
41. Viele Vorschläge von Funktionsgraphen zum Annähern einer gegebenen Linie
42. Das Gesetz von Torricelli und Differenzialgleichungen
43. Fermatpunkt und weitere Punkte minimaler Netze
44. Vielfältige Modellierung eines Heissluftballons
45. Optimale Schachtel mit Deckel und Klebelaschen bei gegebener Oberfläche
46. Das Benford-Gesetz
47. Eine neue Formel für das Volumen eines Tetraeders

48. Von windschiefen Geraden bis zum einschaligen Rotationshyperboloid
49. Betrachtungen zum Spurendreieck im Koordinatensystem
50. Halbierung des Volumens beliebiger Tetraeder
51. Extremalaufgaben mit Hilfe geometrischer Überlegungen lösen
52. Extremaleigenschaften eines variablen Punktes im Innern des Dreiecks
53. Dreieckskoordinaten als kartesische Koordinaten
54. Parabel als Hüllkurve von Faltlinien und einige Extremalaufgaben
55. Die Menge aller Flächenhalbierenden eines Dreiecks
56. Halbierungseigenschaften bei Parabeln und Kreisen und deren Tangenten

Wilfried Herget, Thomas Jahnke und Wolfgang Kroll, *Produktive Aufgaben für den Mathematikunterricht in der Sekundarstufe II*. Cornelsen 2011

Anhang: Liste der Druckfehler und Mängel

In der Aufgabe 13 (S. 25) geht es um echt zufällige oder fingierte 0-1-Folgen. Im allerersten Satz müsste stehen, dass die beiden Schüler die Protokolle ihrer 200 Münzwürfe vorlegen. Natürlich könnte man die Anzahl Nullen und Einsen zählen, was aber doch mühsam ist. Selbst bei den Lösungshinweisen erscheint die Zahl 200 nicht explizit, wird aber gleich eingangs verwendet.

In Aufgabe 18 (S. 30) müsste im zweitletzten Abschnitt stehen: „Gewonnen hat, wessen Glückszahl zuerst kommt."

In Aufgabe 28 ist ein Auszug aus einer Formelsammlung dargestellt. Dabei müsste, wenn man schon die Bilder authentisch übernehmen will, deutlich gemacht werden, dass die Kugel-, die Zylinder- und die Kegeldarstellungen falsch sind. In den die Kreise darstellenden Ellipsen müssten konjugierte Durchmesser hervorgehoben sein und bei der Kugel dürften die Pole nicht auf der Kontur liegen.

In Aufgabe 35 (S. 52) fehlt die Festlegung der Variablen b, welche gleich in der ersten Formelzeile erscheint. Dazu müsste in der Zeile davor einfach $b = |MB|$ ergänzt werden.

Ein analoges Problem stellt sich in Aufgabe 38 (S. 56), wo die Variable x als Horizontaldistanz nicht definiert ist.

Und in Aufgabe 41 (S. 60) stolpert man, weil der Punkt S im Text zwar beschrieben, in der Figur aber nicht eingezeichnet wurde.

Bei der Aufgabe 42 (S. 61) ist die Schwerkraft beim Auslaufprozess eines Würfels wichtig. Dazu benötigt man die verschwiegene Angabe, dass die xy-Ebene horizontal liegt.

Sehr unterschiedlich wird mit den Abkürzungen technischer Hilfsmittel verfahren. Weil die Aufgaben ja kaum in der Reihenfolge ihrer Nummern bearbeitet werden, müsste wohl in jeder Aufgabe angegeben werden, was unter DGS, GTR und CAS verstanden wird. In Aufgabe 43 (S. 62) stand ich zum erstenmal ratlos vor einer solchen Abkürzung.

Bei den Bearbeitungshinweisen auf Seite 78ff. war für mich überraschend, dass man nun auch in der Mathematik einzelne Variablen durch Verkettung mehrerer Buchstaben notiert: „VW" bedeutet das Volumen eines Würfels. Ich dachte, dass dies bislang nur in der Informatik möglich war und hätte einen Index W erwartet.

Bei Aufgabe 3 (S. 84) überraschte mich die Bezeichnung „Höhe" eines Buches, welches in der Figur nebenan als merkwürdig schiefer Quader liegend dargestellt ist. Dabei ist offensichtlich an das im Regal aufgestellte Buch gedacht worden. Dann ist aber „Breite" nicht mit „Dicke" zu verwechseln. Kurz, ich war etwas verwirrt. Schliesslich hat mich der folgende Satz ganz irritiert: „Wenn man das Band nur über die beiden kürzeren Seiten wickelt, braucht man selbstverständlich am wenigsten Band." Gemeint war wohl „über die vier längsten Kanten".

Auf Seite 88 ist eine Küchenpapierrolle in schiefer Parallelprojektion dargestellt. Die darauf befindliche Schraubenlinie trifft auf die Kontur der Rolle beinahe rechtwinklig. Korrekterweise müsste die Projektion dieser Linie tangential in die Kontur hineinlaufen.

Beim „Modell der Schweiz" in Aufgabe 6 (S. 95) fehlt in der zweituntersten Formelzeile der Faktor E^3, den ich lange gesucht hatte. Auf der nachfolgenden Seite wird dann die Variable E (Radius der Schweiz in Kilometern) stillschweigend auf $E = 1$ gesetzt, was mich als Schweizer natürlich besonders trifft und ausserdem die Lektüre erschwert, insbesondere dann, wenn bei der mittleren Höhe $\frac{1}{\sqrt{3k}} = 833$ m steht (k ist eine natürliche Zahl!), wo es doch $\frac{E}{\sqrt{3k}} = 833$ m heissen müsste.

Auf Seite 98 finden sich gerade drei der ganz seltenen banalen Druckfehler. Im zweiten Abschnitt fehlen zwei Punkte als Satzschlusszeichen. Und auf der fünftuntersten Zeile steht „dass" anstelle von „das".

Auf Seite 104 müsste es in der zweituntersten Zeile heissen „Liegt jedoch P ausserhalb der Quadrates" und nicht „ausserhalb der Kreises".

Auf Seite 120 wird nach der ersten Formelzeile plötzlich von „a_7“ gesprochen, welches zuvor nicht definiert worden ist. Man erahnt aber schnell seine Bedeutung als Anzahl Wurfergebnisse.

Die mittlere Spalte im grossen rechteckigen Kasten auf Seite 124 müsste aus den Zahlen $5 - 3 - 1$ und nicht aus $3 - 1 - 5$ bestehen.

Ein Tennis-Laie vermisst auf Seite 130 die Definition von „Satz“ und eine Seite später diejenige von „Match“, wobei einleitend betont wurde, dass man sich mit den Regeln der Tennis vertraut machen müsse. Dort ist auch die Definition von „Spiel“ vorbildlich dargestellt.

Auf Seite 143 beginnt der Bearbeitungshinweis mit den Worten „Aus den vier Folgen ...“. Es ist unklar welche vier Folgen betrachtet werden, zumal in der Aufgabe 18 von 8 Dreierfolgen aus Nullen und Einsen die Rede ist. Es fehlt die Angabe „001, 011, 110 und 100“.

Auf Seite 146 verwirrt der Druckfehler beim zweiten Bezugspunkt: Anstelle von 001 müsste 011 stehen.

Auf Seite 148 steht in der Mitte ein falscher Bruch. Korrekt wäre folgendes: $\frac{L}{L+20} = 1 - \frac{20}{L+20}$

Bei Aufgabe 23 geht es um die Schlafstundenberechnung. Dass dabei bei den Bearbeitungshinweisen in den Formelzeilen unten auf Seite 154 und oben auf Seite 155 konsequent $7,5 - 23,5 = 8$ gesetzt wird, ist stossend. Man könnte doch $(7,5 + 24) - 23,5 = 8$ schreiben, nachdem von der Addition von 24 bereits gesprochen worden ist.

Auf Seite 161 ist ein Summand D verloren gegangen, was für den dort dargestellten Beweis lebenswichtig ist. Es muss heissen: $2A = 2I+D+S(2R'+2)-1 = 2I+D+S(2R-2D-4+2)$

Auf Seite 177 erscheint die Integrationsvariable x auch als Integrationsgrenze.

Auf Seite 181 unten müsste es $\cos(t)$ anstatt $\cos(a)$ heissen.

Auf Seite 191 steht plötzlich $m_1(t)$ und $m_2(t)$ sowie $p_1(t)$ und $p_2(t)$, wo es doch eigentlich gemäss Aufgabentext $x_m(t)$ und $y_m(t)$ sowie $x_p(t)$ und $y_p(t)$ heissen müsste. Dazu kommt noch, dass bei der Formel für $y_p(t)$ beim ersten Summanden des Zählers ein Faktor t fehlt.

Auf Seite 198 müsste die vertikale Achse mit x und nicht mit y beschriftet sein.

Auf Seite 211 wird verschwiegen, dass C′, R′ und S′ gedrehte Punkte sind.

Auf Seiten 215 und 216 sind die Skalenbeschriftungen völlig unklar: Horizontal müssten die Zahlen bis etwa 14 und vertikal bis etwa 7 erscheinen. Ausserdem müsste die Einheit auf beiden Achsen die gleiche sein, weil man sonst die Form des Ballons gar nicht erkennen kann.