

Arbeitskreis HochschulMathematikDidaktik

Kassel, 10.–11. 12. 2010

Katja Eilerts, Christine Bescherer und Cornelia Niederdrenk-Felgner

Die erste Herbsttagung des neu gegründeten Arbeitskreises HochschulMathematikDidaktik fand vom 10. bis 11. Dezember 2010 an der Universität Kassel statt und wurde von Katja Eilerts organisiert. Durch seine drei gewählten SprecherInnen sind verschiedene Hochschulformen vertreten: Prof. Dr. Christine Bescherer (Pädagogische Hochschule Ludwigsburg), Vertr.-Prof. Dr. Katja Eilerts (Universität Kassel) und Prof. Dr. Cornelia Niederdrenk-Felgner (Hochschule für Wirtschaft und Umwelt Nürtingen-Geislingen).

Gute Hochschullehre zeichnet sich dadurch aus, dass sie nicht nur an den Fachinhalten orientiert ist, sondern vor allem den Lernprozess der Studierenden im Blick hat. Für die Hochschullehre in Mathematik ergibt sich hier eine besondere Herausforderung, da das Fach für viele Studierende ein – oft wenig geliebter – Pflichtteil ihres Grundstudiums ist und zudem noch den Ruf hat, zum „Ausieben“ benutzt zu werden. In der Schule werden zunehmend didaktisch-methodische Konzepte im Mathematikunterricht verwirklicht, die sich erheblich vom traditionellen Vorgehen unterscheiden. Wenn auch in der Hochschule ein individualisiertes, möglichst selbständiges Mathematiklernen umgesetzt werden soll, so erschweren neben dem grundsätzlichen Problem der Einführung „neuer“ Lehr-/Lernformen in traditionelle Studiengänge auch die großen Teilnehmerzahlen in den einzelnen Vorlesungen eine Änderung traditioneller und erprobter Veranstaltungsformen.

Individuelle Förderung scheint im ersten Moment kaum bzw. nur mit großem Personalaufwand oder mit dem (zeitaufwändigen) Einsatz von E-Learning-Systemen möglich. Viele Mathematikdozentinnen und -dozenten haben jedoch über die Jahre *Best Practices* zur Gestaltung von Vorlesungen und Übungen mit Aktivierung von Studierenden mit oder ohne Nutzung digitaler Medien entwickelt. Der Arbeitskreis HochschulMathematikDidaktik bietet in seinen Treffen eine Plattform zum Austausch dieser Modelle. Daraus können dann wirkungsvolle Konzeptionen abgeleitet und an der nachhaltigen Verbesserung der Hochschullehre – aus didaktischer Sicht – gearbeitet werden. Hier-

bei ergeben sich zwei Tätigkeitsfelder: Zum Einen ist die Entwicklung von Konzepten zur Bewältigung des Alltags in der Hochschullehre im Bereich Mathematik ein aktuelles und sehr wichtiges Anliegen. Andererseits muss aber auch die Etablierung und Umsetzung von Forschungsaktivitäten in der Hochschulmathematikdidaktik vorangetrieben werden. In dem Forschungsbereich Hochschulmathematikdidaktik gibt es bisher vor allem einzelne Arbeiten in Form von Doktorarbeiten, aber nur einige wenige groß angelegte Forschungsprojekte.

Der Arbeitskreis verfolgt zwei Zielrichtungen:

- Austausch von Ideen und Erfahrungen zu innovativen Lehr-/Lernkonzepten aus der Praxis der Hochschulveranstaltungen in Mathematik und
- Vernetzung von Personen und Entwicklung einer fachdidaktischen Forschungscommunity, die sich mit Fragen, Untersuchungen und Projekten zum Mathematiklernen an der Hochschule befasst.

Für die Herbsttagung wurde das Thema „Vorlesungsstrukturen neu denken“ ausgewählt. Ein Anliegen bei der Planung der Tagung war es, möglichst viel Zeit für Diskussionen in kleinen Gruppen zu lassen. Diese Diskussionen wurden durch vier kurze Impulsreferate initiiert und dann von den Referenten in jeweils zwei Gruppen begleitet. Die rund 30 TeilnehmerInnen und Teilnehmer nutzten diese Möglichkeit zum gegenseitigen Austausch und Kennenlernen ausgiebig und wünschten sich für weitere Tagungen ein ähnliches Vorgehen.

Den Auftakt der Herbsttagung bildete ein Grußwort von Reinhard Hochmuth, dem Leiter des Zentrums „Hochschuldidaktik Mathematik“ in Kassel.

Die vier Impulsreferate werden im Folgenden in einer Kurzfassung vorgestellt.

Ole Bröker (AG Klaus Backhaus, Universität Münster): „INTUT – PRÄTUT – Individualisierung des Lernens in Massen-Studiengängen“

Ausgangsproblematik

Das betriebswirtschaftliche Studium an der Universität Münster ist, ähnlich zur Hochschul-

mathematik, geprägt von Massenveranstaltungen, in denen eine individuelle Betreuung der Studierenden kaum noch möglich ist. In manchen Pflichtveranstaltungen handelt es sich aus diesem Grund um Veranstaltungen mit ca. 300 bis 500 Studierenden je Semester. Mit traditionellen Mitteln ist individuelle und studierendeorientierte Betreuung kaum zu gewährleisten. Alternative Lehrkonzepte sind daher dringend notwendig!

Vor diesem Hintergrund hat das Institut für Anlagen und Systemtechnologien ein Konzept entwickelt, in dem neue Wege der Individualisierung des Studiums an einer Massenuniversität aufgezeigt werden. Mit dem neuen Lehrkonzept werden drei wesentliche Ziele angestrebt: Individualisierung, Interaktivität und Lernatmosphäre.

Eines der im Rahmen des ganzheitlichen Lehrkonzeptes neugestalteten Module betrifft das Angebot von Übungen, um theoretischen Vorlesungsstoff vertiefend anzuwenden. Angesichts der Größe einiger Veranstaltungen (ca. 500 Studierende) sind Gruppenübungen mit 20–30 Studierenden aus Gründen der Ressourcenknappheit nicht mehr durchführbar. Größere Gruppen dagegen weisen rein konsumtiven Charakter für die Studierenden auf und machen es unmöglich, auf spezifische Problemstellungen und individuelle Lerngeschwindigkeiten Rücksicht zu nehmen.

Gestaltung des neuen Übungskonzeptes

Jede Tutoriumseinheit besteht jeweils aus einer einwöchigen durch Tutoren betreuten Diskussion im Internet (INTUT) sowie den in der jeweiligen Folgewoche stattfindenden Präsenztutorien (PRÄTUT). Die für eine INTUT-Woche relevanten Aufgaben inklusive der vollständigen Musterlösungen werden spätestens zu Beginn der Woche über eine interaktive Online-Lernplattform – OpenUSS.de bereitgestellt. Zentraler Bestandteil des Veranstaltungsangebots ist das sogenannte virtuelle Diskussionsforum. Dort werden Fragestellungen und Probleme zu den Musterlösungen gesammelt, strukturiert und diskutiert. Das Diskussionsforum wird dabei werktäglich von wissenschaftlichen Mitarbeitern betreut. Aus Kapazitätsgründen und insbesondere Transparenzüberlegungen wird von den Studierenden gefordert, Fragen öffentlich und nicht anonym zu stellen. Grundsätzlich werden auch Antworten der Tutoren innerhalb des Diskussionsforums veröffentlicht. Erfordert die Fragestellung jedoch eine intensivere Aufbereitung durch die Tutoren, werden die Fragestellungen in der darauffolgenden Woche im Rahmen der PRÄTUT-Veranstaltung vertieft. Die Studierenden sind

angehalten, den „Tutor der Woche“ um die Vorstellung bzw. Vertiefung bestimmter Lösungen oder Erläuterungen in einem PRÄTUT aufzufordern. Im Falle der Durchführung eines PRÄTUT werden die zu behandelnden Themen vom Tutor zu Beginn der PRÄTUT-Woche mit Hilfe einer Massenmail bekannt gegeben, und es werden nur Fragen zugelassen, die zuvor auch im Rahmen des INTUT öffentlich gestellt werden.

Vorteile des neuen Übungskonzeptes

Im Rahmen des INTUT/PRÄTUT-Konzeptes werden die Studierenden zu einem regelmäßigen wöchentlichen Abarbeiten der einzelnen Aufgabenblöcke angehalten. Durch das Bereitstellen sämtlicher Musterlösungen und der Gewährung einer jeweils einwöchigen Bearbeitungszeit können sich die Studierenden inhaltlich und zeitlich individuell mit dem behandelten Stoff auseinandersetzen. Die Bearbeitung der Aufgaben kann weiterhin gemeinschaftlich in nicht-virtuellen Arbeitsgruppen erfolgen. Das INTUT ermöglicht den Studierenden darüber hinaus, ihre Fragen an die Gesamtheit aller Studierenden und den „Tutor der Woche“ zu stellen. Die Hemmschwelle, Fragen zu stellen sinkt, da das Fragen im Online-Diskussionsforum als leichter empfunden wird als im Präsenztutorium. Die Kombination von INTUT und PRÄTUT garantiert zudem, dass alle Fragen der Studierenden geklärt werden. Da sämtliche Fragen und Antworten im INTUT allen zugänglich sind und die Präsenztutorien einen identischen Ablauf haben, wird weiterhin eine hohe Transparenz geschaffen. Gleichzeitig können – anders als in herkömmlichen Tutorien – die individuellen Probleme des einzelnen Studierenden gelöst werden.

Cornelia Niederdrenk-Felgner (Hochschule Nürtingen-Geislingen): „Mathematik an Fachhochschulen – In welchem Sinn und mit welchem Ziel?“

Wenn Mathematik als Lehrfach in einem betriebswirtschaftlichen oder finanzwirtschaftlichen Studiengang an einer Fachhochschule unterrichtet wird, so stellt sich die Frage, welche Rolle der Mathematik innerhalb des Fachstudiums zukommen kann. Sicherlich wird hier Mathematik nicht als eigenständige Disziplin, sondern vielmehr als Hilfswissenschaft vermittelt, die das Werkzeug für die Darstellung und Analyse betriebswirtschaftlicher Zusammenhänge zur Verfügung stellt.

Diese „Hilfs-Funktion“ der Mathematik lässt sich in folgende Aspekte aufgliedern:

- Durch die mathematische Analyse der quantitativen Aspekte von Sachverhalten werden Gesetzmäßigkeiten, Strukturen und Ähnlichkeiten deutlich – ein Beispiel hierfür ist der gesamte Bereich der Renten- und Tilgungsrechnung, die im Wesentlichen auf der Formel für die geometrische Reihe beruht.
- Mathematisierung von Sachverhalten dient – wenn auch nicht für alle Studierenden sofort einsehbar – der leichteren Handhabbarkeit. Ein Beispiel dafür ist der Verzinsungsprozess in seiner multiplikativen Darstellung.
- Schließlich bringt die Verknüpfung der Anwendung mathematischer Verfahren mit der unterlegten Bedeutung des Sachzusammenhangs neue Erkenntnisse – ein Beispiel ist die Herleitung der Duration als Risikomaß mit Hilfe der Differentialrechnung.

Die Herausforderung einer Mathematikvorlesung in diesem Kontext besteht darin, eine Brücke zu bauen zwischen der Mathematik, wie sie auf der Schule unterrichtet wird, und der neuen Funktion von Mathematik als einem integralen Bestandteil des Fachstudiums, z.B. der Finanzwirtschaft. Dabei stellen sich insbesondere die folgenden Probleme:

- Die Vorkenntnisse der Studierenden im ersten Semester sind – bedingt durch die unterschiedlichen Bildungswege zur Fachhochschulreife – sehr inhomogen und vor allem in den Grundlagen der Algebra nur schwach vorhanden.
- Die Einstellungen gegenüber der Mathematik sind häufig eher negativ.
- Die Erfahrungen mit der Schulmathematik sind oftmals durch Misserfolge in der Schule geprägt.

Entsprechend unklar sind die Erwartungen, die die Studierenden an das Fach Mathematik innerhalb ihres Studiums stellen. Manchen geht es lediglich um das möglichst reibungslose Bestehen der Abschlussklausur. Andere wiederum fragen nach dem Sinn der Vorlesung und wollen wirklich wissen und verstehen, was an der Mathematik für ihr Studium relevant ist.

Auf Grund meiner inzwischen langjährigen Erfahrung mit den Mathematikvorlesungen unter diesen Bedingungen hat sich zunächst und vor allem meine eigene Haltung zu der zu vermittelnden Mathematik verändert. Zum Brückenbauen nutze ich vielfache Reflexionen auf der Metaebene, indem ich z. B. über Mathematik rede, den Sprachaspekt immer wieder betone und

die mathematischen Methoden und Vorgehensweisen so oft wie möglich und insbesondere bei der Einführung mit den Fachinhalten verknüpfe.

In dem anschließenden fachdidaktischen Austausch wurden die folgenden Fragen diskutiert: Als was wollen wir Mathematik in diesem Kontext vermitteln? Wie halten wir die Balance von Theorie und Anwendung? Welche weiteren Ideen zum Brückenbauen gibt es? Und schließlich: Können wir eine nachhaltige mathematische Bildung unserer Studierenden erreichen – und wenn ja, wie?

Christine Bescherer (Pädagogische Hochschule Ludwigsburg) „Vor- und Nachbereitung von Vorlesungen durch differenzierte Arbeitsanregungen“

In dem BMBF-geförderten Projekt *Semi-automatische Analyse individueller Lernprozesse – Mathematik (SAiL-M)*, das im Rahmen des Förderprogramms „Hochschulforschung als Beitrag zur Professionalisierung der Hochschullehrer - Zukunftswerkstatt Hochschullehre“ finanziert wird, werden hochschul- und mathematikdidaktische Vorstellungen in einem vielfältigen Maßnahmenbündel für Mathematikveranstaltungen am Studienbeginn umgesetzt. Dieses Bündel besteht aus Interventionen auf sehr unterschiedlichen Ebenen und unterschiedlicher Komplexität, die jeweils eine Qualitätsverbesserung des Mathematiklernens anzielen. SAiL-M ist ein Kooperationsprojekt der Pädagogischen Hochschulen Ludwigsburg, Schwäbisch Gmünd bzw. Karlsruhe,¹ Weingarten und der RWTH Aachen.

Zentrale Ziele sind die Erhöhung der aktiven Lernzeit der Studierenden, die Umsetzung eines prozessorientierten Mathematiklernens, eine Erhöhung der selbstbestimmten Motivation und Förderung von technischen Fertigkeiten. Das Letztere erfolgt mit Hilfe von computer-gestützten Werkzeugen, die auf Standardlösungen und -fehler automatisches Feedback geben und bei Nicht-Standardlösungen und -fehlern menschliches Feedback anfordern.

In dem Vortrag in Kassel wurden diese Werkzeuge nicht thematisiert, sondern es wurde ausführlich die enge Verzahnung von Inhalten der Übungen mit denen der Vorlesung vorgestellt. Dieses Vorgehen basiert auf verschiedenen mathematikdidaktischen und lerntheoretischen Überlegungen.

¹ Im Jahr 2010 ist das Teilprojekt zusammen mit dem Projektleiter Prof. Dr. Ulrich Kortenkamp von Schwäbisch Gmünd nach Karlsruhe umgezogen.

So gibt es Unterschiede, ob ein neuer Begriff – und die passende Vorstellung dazu – gelernt werden soll, ob (mathematisches) Problemlösen bzw. Regeln und Methoden gelernt werden sollen. In den Mathematikveranstaltungen der Module 1 und 2 für Lehramt Realschule werden die Aufgaben auf den Übungsblättern und die Inhalte bzw. Vorgehensweisen in der Vorlesung sorgfältig aufeinander abgestimmt.

So wird ein wichtiger Begriff (Beispiele: Stellenwertsystem, Systembruch, Teilmengen, Primzahl, Winkel, Flächeninhalt, Volumen, Kongruenz, Ähnlichkeit, Abbildung), der in der kommenden Vorlesung thematisiert wird, durch sogenannte „Erfahrungen“ vorbereitet. Diese Aufgaben sollen von den Studierenden in Gruppen oder alleine vor der Vorlesung bearbeitet werden und sie ermöglichen erste Erfahrungen mit dem – noch undefinierten – Konzept zu machen bzw. „Verschüttetes“ wieder zu entdecken. Danach wird in der Vorlesung genau auf diese Erfahrungen wieder eingegangen, sie werden gesammelt, verallgemeinert und formalisiert. Anschließend wird in den Übungen die Gelegenheit gegeben, das (neue) Konzept beim Problemlösen anzuwenden.

Ähnlich wird beim Lernen von Regeln – wie z. B. Umwandlung Dezimalzahl–Bruch, Teilbarkeitsregeln, Satz des Pythagoras, Umfangswinkelsatz – vorgegangen, nur dass hier die Studierenden alleine und nicht in Gruppen an den Aufgaben arbeiten sollen. Denn Fertigkeiten im Anwenden und im Umgang mit Regeln bedürfen der ständigen – eigenen – Übung. Dagegen wird beim Lernen von Methoden (z. B. vollständige Induktion, Intervallhalbierungsverfahren, Euklidischer Algorithmus, Grundkonstruktionen mit Zirkel und Lineal) in der Übungsgruppe der Bedarf für eine solche Methode geweckt, so dass die Studierenden die Erleichterung, die diese Methode schafft, auch als solche wahrnehmen.

Wie man sich leicht vorstellen kann, erfordert eine solche Verzahnung sehr viel Disziplin in der Vorlesung und Flexibilität, da nicht immer vorhersehbar ist, welche Erfahrungen die Studierenden gemacht haben. Über die Jahre ergibt sich hier jedoch auch eine gewisse Routine.

Für die Studierenden, die noch wenig Erfahrung im „aktiven“ Mathematiklernen von der Schule mitbringen, ergibt sich ein Zwang zum Umdenken, was aber für zukünftige Mathematiklehrerinnen und -lehrer sehr wichtig ist. Um die Studierenden nicht zu überfordern, werden begleitend zur Vorlesung und zu den Übungen in Kleingruppen einige Unterstützungsmöglichkeiten angeboten. So werden alle Vorlesungen auf Video aufgezeichnet und in der Lernplattform – ebenso wie sämtliche Materialien

– zur Verfügung gestellt. Es gibt sowohl real wie virtuell einen offenen Matheraum (Tutorensprechstunde), die beide immer genutzt werden können. Die Übungsgruppen sind so konzipiert, dass die Studierenden in Kleingruppen an den Erfahrungs- und Problemlöseaufgaben arbeiten und die Tutoren diese Arbeit begleiten, ohne die Lösungen zu verraten oder gar vorzurechnen. Die Studierenden haben freie Wahlmöglichkeiten, welche der Aufgaben auf der jeweiligen Arbeitsanregung (Übungsblatt) sie auswählen wollen, ob sie einmal oder mehrmals pro Woche in die Übungen gehen und noch einiges mehr.

Eine solche Anpassung einer klassischen Mathematikvorlesung mit Übungen an mathematikdidaktische Erkenntnisse erfordert im ersten Schritt etwas Aufwand, bewährt sich aber auf längere Sicht.

Christoph Ableitinger (AG Hefendehl-Hebeker, Universität Duisburg-Essen): „Mathematik besser verstehen – ein Begleitprogramm zu den Vorlesungen Analysis und Lineare Algebra im Studienfach Mathematik LA für Gymnasien (Telekom-Projekt)“

Im Mathematikstudium für das Lehramt an Gymnasien besteht Handlungsbedarf. Studierende zeigen vielfach große Studienunzufriedenheit, sie fühlen sich nicht bedarfsgerecht ausgebildet. Ihnen fehlen die Brücken zwischen Schul- und Universitätsmathematik und eine Sinngebung der meist auf formaler Ebene vermittelten Inhalte der ersten beiden Semester. Umgekehrt beklagen auch die Dozenten das heterogene fachliche Niveau der Studienanfänger. Sie sind mit der teilweise geringen Belastbarkeit der Studierenden in Bezug auf die Anforderungen eines Mathematikstudiums unzufrieden.

Das Projekt „Mathematik besser verstehen“ will diesen Herausforderungen durch einen vielfältigen Maßnahmenkatalog begegnen. Charakteristisch für das Projekt ist, dass es möglichst wenig in den laufenden Lehrbetrieb eingreifen möchte. Es werden dazu Unterstützungsangebote entwickelt, die den Studierenden begleitend zu den Vorlesungen und Übungen zur Verfügung gestellt werden. Wir möchten dadurch einen Modellversuch starten, der ohne große finanzielle Aufwendungen und ohne strukturelle Veränderungen des Lehrbetriebs (die zwei wohl am häufigsten genannten Grenzen für Reformen) die Studienqualität anheben und die Abbrecherquoten senken soll.

Ein wesentliches Element dieser Begleitung ist die Bereitstellung von Veranschaulichungshilfen, Beispielen, Anleitungen zum Durcharbei-

ten der Vorlesungen und interaktiven Selbstdiagnosetests auf einer E-Learning-Plattform. Des Weiteren werden in den Kanon der Übungsaufgaben regelmäßig solche eingefügt, die einerseits das inhaltliche Verständnis vertiefen und andererseits Brücken zur Schulmathematik schlagen. Die Studierenden werden außerdem im schon etablierten Lern- und Diskussionszentrum LuDi bei der Arbeit an ihren Übungsaufgaben durch Projektmitarbeiter/innen betreut. Im Rahmen dieses Angebots engagiert sich auch eine pensionierte Gymnasiallehrerin ehrenamtlich.

Studierende müssen im Laufe ihres Studiums mathematiktypische Gewohnheiten erlernen, die meist nicht explizit formuliert werden. Dazu gehören beispielsweise das sachgemäße Formulieren mathematischer Texte, ein Gespür für die Ausführlichkeit eines Beweises, das Wechseln zwischen unterschiedlichen Darstellungsformen mathematischer Begriffe oder Aussagen u. v. m. Für diese Habitualisierung brauchen die Studierenden Vorbilder. Wir tragen dieser Tatsache dadurch Rechnung, indem wir entsprechend des Konzeptes des *Cognitive Apprenticeship* zu Beginn eines neuen Themas der Vorlesung paradigmatische Modellaufgaben vorstellen. Die Präsentation dieser Aufgaben ist ausführlicher als das herkömmliche Vorstellen einer Musterlösung zu einer der Übungsaufgaben. Es wird darüber hinaus versucht, mathematisches Know-How zu explizieren, implizites Wissen zu benennen, Lösungsstrategien zu klä-

ren und professionelles Handeln sichtbar zu machen. An dazu passenden Übungsaufgaben sollen die Studierenden dieses neue Wissen festigen und so nach und nach das für das Expertentum so charakteristische und notwendige Erfahrungswissen aufbauen.

Begleitend zur Entwicklung dieser Unterstützungsmaßnahmen wird das erste Studienjahr qualitativ beforscht. Durch eine gediegene Analyse der benötigten Anforderungen zur Lösung von Übungsaufgaben und verbunden damit durch eine Bewertung ihrer Komplexität soll ein Beitrag geleistet werden, die Ursachen der Diskontinuität zwischen Schul- und Hochschulmathematik zu klären. Umgekehrt ergibt sich die Hoffnung, mithilfe eines entsprechenden Analysewerkzeugs Defizite in Studierendenlösungen aufzudecken und zu benennen, um diesen im Lehrbetrieb adäquat begegnen zu können.

Alle interessierten Kolleginnen und Kollegen sind eingeladen an der nächsten Arbeitskreissitzung auf der GDM in Freiburg 2011 teilzunehmen und u. U. mit einem Beitrag die Diskussion zu bereichern. Weitere Informationen zum Arbeitskreis und die Ergebnisse der Diskussionen auf der Herbsttagung finden Sie unter: http://madipedia.de/index.php/Arbeitskreis_Hochschulmathematikdidaktik.

Es freuen sich auf Ihr Kommen Katja Eilerts, Christine Bescherer und Cornelia Niederrenk-Felgner.