

# Der komplexe Mathematikunterricht von Tamás Varga im 21. Jahrhundert

## Förderung des mathematischen Denkens nach neusten Forschungsergebnissen

Gabriella Ambrus und Ödön Vancsó

### 1 Einführung – Ziele und Vorhaben

Die mathematikdidaktische Forschung gewinnt in den letzten Jahrzehnten in Ungarn immer mehr an Bedeutung. Der Grund dafür ist einerseits, dass die Fachdidaktik erst seit den 70er Jahren in mehreren Ländern als ein eigenständiger Fachbereich anerkannt wurde. Andererseits gab es ein Bedürfnis danach, dass sich der Unterricht in den einzelnen Fächern – so auch der Unterricht in Mathematik – mehr und mehr interdisziplinär ausrichtet, sich – unter Beachtung der Eigenschaften des Faches – auch an Erkenntnissen aus Pädagogik, Psychologie und Physiologie orientiert.

Daneben nimmt auch die Forderung nach der Verwendung digitaler Medien im Unterricht immer mehr zu. Diese Geräte gelten nicht nur für Schüler als unentbehrlich, sondern bieten auch neue Möglichkeiten für die Lehrer einen effizienteren und interessanteren Unterricht zu gestalten.

In unserem einjährigen, von Ungarischen Akademie der Wissenschaften (Magyar Tudományos Akadémia – MTA) geförderten fachdidaktischen Projekt im Jahr 2015, war es unser Ziel, ein Unterrichtskonzept auszuarbeiten, basierend auf der Praxis des Mathematikunterrichts und methodischen Ansätzen von Tamás Varga. Der Untersuchungsgegenstand wurde wegen des kurzen Zeitraums auf den Bereich der Kombinatorik beschränkt und das Konzept sollte die wissenschaftlichen Entwicklungen und die technologischen Änderungen der letzten Jahrzehnte berücksichtigen. Aufgrund der Ergebnisse konnte unsere Gruppe<sup>1</sup> im Jahre 2016 ein neues, von der Ungarischen Akademie der Wissenschaften (MTA) gefördertes Projekt erfolgreich einwerben und bekommt dadurch nun Unterstützung für weitere vier Jahre (2016–2020). Die Ziele des neuen Projekts sind ähnliche wie vorher, unsere Pläne sind aber vielschichtiger und übergreifender, beschränken sich nicht mehr ausschließlich auf die Kombinatorik. Dementsprechend wurden weitere ungarische Experten in unsere Arbeitsgruppe aufgenommen. Ebenso wurde die Anzahl der beteiligten Schulen vergrößert.

Bei der Ausarbeitung des Konzepts sind der Projektgruppe folgende Punkte besonders wichtig:

- die Einbindung von Forschungsergebnisse aus kognitiven Disziplinen
- die Berücksichtigung der Popularität digitaler Geräte
- die Erweiterung der Methoden von Tamás Varga auf den Unterricht in der Mittelschule (diese wurden trotz einiger Versuche abgebrochen)
- das Zustandekommen der Zusammenarbeit in einem möglichst weiten Kreis
  - von Experten aus den Bereichen verschiedener Bildungsstufen (vom Kindergarten bis zum Hochschulwesen),
  - von Experten auf institutioneller Ebene (Hochschulinstitutionen in Budapest, Szeged, Debrecen und Kaposvár)
  - von Schulen aus den vorher erwähnten und aus weiteren Städten in Ungarn und
  - Experten aus unterschiedlichen Berufszweigen in unserer Arbeitsgruppe (Universitätsdozenten am Gebiet der Mathematikdidaktik, Psychologen, und Mathematiklehrer in verschiedenen Schulstufen und -typen).

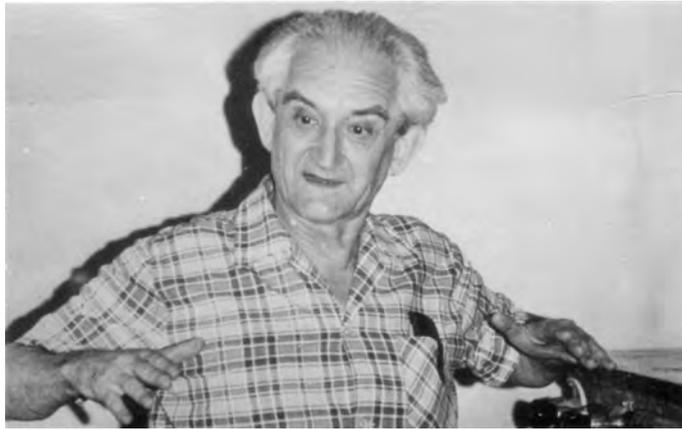
### 2 Theoretische Hintergründe und Vorgeschichte

Der Erwerb von Begriffen und Denkstrategien ist das Ergebnis eines langen Prozesses im Unterricht. Im Laufe dieses Vorgangs ändern sich diese ständig. Tamás Varga war der erste Forscher in Ungarn, der eine solche mögliche Strukturierung der mathematischen Kenntnisse ausgearbeitet hat, die sich nach dem Niveau des Fortschrittes der Schüler richtet. Der Lehrplan der Grundschule und die Unterrichtsmethoden wurden bei ihm gemeinsam betrachtet.

#### 2.1 Tamás Varga und der Versuch „komplexer Mathematikunterricht“

Tamás Varga (1919–1987) war Lehrer für Mathematik und Physik, unterrichtete zunächst in einer

<sup>1</sup> Ödön Vancsó, Gabriella Ambrus, Csaba Csapodi (ELTE Univ.), József Kosztolányi, Klára Pintér (Univ. Szeged), Judit Sztányi (ELTE Univ.), Eleonóra Stettner (Univ. Kaposvár); György Emese (Újpesti Bilingual Technical HS), und Lehrkräfte aus Grund und Mittelschulen.



Tamás Varga (1919–1987) (Foto: CIAEM)

Mittelschule, arbeitete anschließend im Unterrichtsministerium und später an der Universität ELTE und im Landesinstitut für Pädagogik in Budapest. Anfang der 60er Jahre lernte Varga auch ausländische Bestrebungen für Reformen des Mathematikunterrichts kennen. Diese Kenntnisse und seine Beziehungen zu vielen Didaktikern, in erster Reihe zu György Pólya und Zoltán Dienes, waren entscheidend für die Gestaltung des Konzepts seines in 1963 beginnenden Versuches „Komplexer Mathematikunterricht“. Das Hauptziel des Versuchs war die grundlegende Erneuerung des Lehrmaterials und der Methoden im Unterricht der Klassen 1–8 aufgrund des genetischen Erkenntnisprozesses unter Einbeziehung neuer Gebiete der Mathematik (z. B. Stochastik), wobei die Selbstständigkeit der Kinder sowie intrinsische Motivation einen hohen Stellenwert einnahmen (Deák, 2002).

Die Mitarbeiter von Varga waren ungarische Mathematiker, Mathematiklehrer und Grundschullehrer. Die Lehrbücher und Arbeitsblätter wurden von Mathematikern und Grundschullehrerinnen für den Versuch konzipiert und u. a. auch von Tamás Varga begutachtet.

Varga hat über den Mathematikunterricht übergreifend konzeptionell gedacht – und zwar ab der Grundschule bis zum Ende der Mittelschule (wie es beispielsweise seinerzeit auch E. Beke getan hat, vgl. Ambrus, 2016). Seine Versuche betrachtete Varga auch als Verwirklichung früherer Reformgedanken (Varga, 1975).

Im Jahre 1978 kam es zu einem völlig neuen Lehrplan in Mathematik für die Klassen 1–8 – basierend auf der Methode von Tamás Varga. Es war aber nicht leicht nach dem Konzept von Varga zu unterrichten, insbesondere für jene Lehrer, die früher mit den herkömmlichen Lehrmaterialien und mit den traditionellen Methoden arbeiteten. Auch Varga war der Meinung, dass seine Methode aus unterschiedlichen Gründen zu früh allgemein ver-

pflichtend eingeführt wurde. Dies führte zu einer teilweisen Überarbeitung des Lehrplans von 1978 in der zweiten Hälfte der 80er Jahre. Die Methode von Varga hatte dennoch auch weiterhin starke Auswirkungen auf den ungarischen Mathematikunterricht, besonders in der Kombinatorik und in der Wahrscheinlichkeitsrechnung.

Der Versuch „Komplexer Mathematikunterricht“ hat sich mit dem schulisch-mathematischen Unterrichtsstoff, mit den zugehörigen Mathematikaufgaben und mit den im Unterricht zu verwendenden Methoden und Arbeitsmaterialien beschäftigt. Im Rahmen unseres Projektes halten wir es für notwendig, mit Berücksichtigung des aktuellen Lehrplanes und mathematikdidaktischen, sowie weiteren pädagogischen und psychologischen Ergebnissen diese erneut zu überdenken.

Varga hielt es beispielsweise für wichtig, im Mathematikunterricht für alle Schüler, besonders aber für benachteiligten Schüler, verschiedene Hilfsmittel zu verwenden (unter anderen die bunten Stangen, das Dienes-Set, Geobretter, Varga, 1975). Die Sammlung didaktischer Materialien hat sich aber in den letzten Jahren erweitert. In dieser Zeit konnte Tamás Varga beispielsweise noch nicht an die heutigen digitalen Möglichkeiten denken und kannte demnach auch die Spiele und Spielzeuge nicht, die seitdem erschienen sind und im Mathematikunterricht sinnvoll einsetzbar sind.

## 2.2 Stand der Forschung

Zum aktuellen Stand der Forschung sind drei Meilensteine, zu nennen, die – trotz verschiedenen Dimensionen und Zielen – mit dem neuen Projekt dennoch viele Gemeinsamkeiten haben.

- Projekt Sulinova (2002–2006): Ist wegen der Ausarbeitung von Materialien nach neuen Konzepten, auch für Informatik und andere Disziplinen wichtig. Die Materialien sind allerdings nur in ungarischer Sprache erschienen.

- Projekt Geomatech<sup>2</sup>: Hier besteht der Schwerpunkt in der Entwicklung von Unterrichtsmaterialien mit Hilfe des interaktiven Programms „GeoGebra“ für die Klassen 1–12. Mehrere Experten aus unserer Arbeitsgruppe haben an der Arbeit in diesem Projekt teilgenommen.
- Mathematikdidaktisches MTA-Projekt im Jahr 2015: Unterschiedliche Experten der Projektpartner haben an diesem Projekt teilgenommen. Dieses Projekt beeinflusst unsere aktuelle Arbeit stark.

Die Ergebnisse dieses dritten Projekts werden nun im Folgenden kurz erläutert.

#### *Das MTA-Projekt (2015)*

In diesem Projekt war es das Hauptziel, das Werk von Tamás Varga zu bewahren und es gleichzeitig mit aktuellen mathematikdidaktischen Forschungsergebnissen anzureichern. Inhaltlicher Schwerpunkt war aufgrund der kurzen Projektdauer die Kombinatorik.

In den methodischen Forschungen von Tamás Varga spielte die Frage des Unterrichts in Kombinatorik eine besonders große Rolle. Die Mehrheit der kombinatorischen Aufgaben lässt sich nicht mechanisch lösen, sie erfordern ein kritisches Denkvermögen. Durch Lösen von nicht-standard kombinatorischen Aufgaben wird das metakognitive Vermögen bzw. die Fähigkeit auf die strategische Planung aktiviert. Dadurch kann die mathematische Leistung gefördert werden. Das Unterrichten kombinatorischer Problemstellungen bietet gute Möglichkeiten für Schüler, zu lernen, eigene Strategien auszuarbeiten und diese dann anzuwenden. Im Mittelpunkt unserer Arbeit stand die Förderung eben jener kreativen Problemlösungsstrategien.

Eine große lerntheoretische Erkenntnis des Versuchs „Komplexer Mathematikunterricht“ von Tamás Varga war, dass diese Methode den Schülern ermögliche, aufgrund ihrer eigenen vorangehenden Erfahrungen neue Kenntnisse zu erwerben.

Im Rahmen des Projekts wurden die kombinatorischen Kenntnisse der Schüler mit Hilfe eines Tests<sup>3</sup> untersucht. Zusätzlich wurden Daten von Lehrern und Schülern mittels eines Fragebogens erhoben, mit dem Ziel, mehr über die Einstellungen zur Kombinatorik und zum Kombinatoriklehren und -lernen zu erfahren. Anhand der Ergebnisse der Schülertests wurden Lehrmaterialien für den Unterricht der Kombinatorik ausgearbeitet und erprobt, die sich in erster Linie auf die Förderung der Fähigkeit des Erkennens und Konstruierens von Algorithmen und mathemati-

schen Modellen innerhalb der Kombinatorik richten.

Als wichtigstes Ergebnis dieses Projekts soll hier erwähnt werden, dass es gelungen ist, eine neue Art der Zusammenarbeit von Experten auszuprobieren und zu verwirklichen – unter Berücksichtigung der aktuellen Möglichkeiten/Rahmen des Unterrichts (aktueller Lehrplan, neue Arbeitsmaterialien, digitale Medien und andere methodische Neuerungen). Diese Zusammenarbeit möchten wir in unserem neuen Projekt in erweiterter Form fortführen.

Eine weitere Erfahrung unseres kurzen Projekts war, dass die tätigkeitsorientierte Methode von Tamás Varga – obwohl sie seinerzeit mit Hilfe von Arbeitsblättern und anderen damaligen Materialien gearbeitet hat – sich gut auf die neuen Möglichkeiten und Medien adaptieren lässt. Besonders effektiv ist diese Methode, wenn sie von einer Gruppe verwendet wird, in der Lehrer, Didaktiker, und möglicherweise auch Mathematiker und Forscher der kognitiven Psychologie zusammenarbeiten. Das Errichten von solchen „vernetzten“ Gruppen könnte die Grundlage einer neuen Art von didaktischen Forschungen (zumindest in Ungarn) werden und bereits eher kurzfristig positive Auswirkungen auf den mathematischen Unterricht haben.

### **3 Ziele des aktuellen Forschungsprojekts (2016–2020)**

Die immer schlechteren Ergebnisse der ungarischen Schüler in Mathematik und die Rückmeldungen der ungarischen Mathematiklehrer weisen auf unterschiedliche Probleme im heutigen Mathematikunterricht hin.

Im Hintergrund stehen inhaltliche und methodische Ursachen. Wir halten die Abnahme (Minderung) der Anzahl der Mathematikstunden – wohingegen der Lehrstoff gleichzeitig nicht reduziert wurde – für ein Hauptproblem. Wegen des Mangels an Zeit erwirbt eine relativ große Anzahl von Lernenden nicht genügend mathematische Grundkenntnisse, sie erreichen nicht das gewünschte Niveau der Automatisierung, weitere Fortschritte können nicht gemacht werden.

Es gibt Probleme mit der Anwendung mathematischer Kenntnisse, sowohl in der Mathematik als auch „außerhalb“ der Mathematik (siehe die ungarische Ergebnisse in PISA 2015).

Ursachen des mangelhaften Aufbaus von Kenntnissen sind unserer Meinung nach

<sup>2</sup> Internetseite: [www.geomatech.hu](http://www.geomatech.hu)

<sup>3</sup> Der Onlinefassung dieses Artikels liegt die englischsprachige Version des Tests als Zusatzdatei bei.

- ein Mangel an erlebnis- und problemorientierten Bearbeiten des Lehrmaterials,
- die Art und Weise der Anwendung von unverstandenen Prozessen beim Erwerb neuer Kenntnisse (dazu kommt noch die Hervorhebung der Formalismen, die übertriebene Betonung von Einübung neuer Verfahren usw.) und
- ein Mangel an Berücksichtigung von individuellen Gegebenheiten beim Lernen von Mathematik.

Die Entwicklung neuer Lehrmaterialien für die Differenzierung auf Basis der Lehrmaterialien von Tamás Varga, die ursprünglich auch schon für diesen Zweck gedacht waren, scheint daher höchst aktuell zu sein.

### 3.1 *Inhaltliche und fachmethodische Förderungsmöglichkeiten auf der Basis der Prinzipien von Tamás Varga sowie der bisherigen Ergebnisse*

Die genetische Methode (vgl. Wittmann, 1981, S. 130–131) als Basis der Methode von Tamás Varga (Deák, 2002), bedeutet die Realisation des Aufbaus und die Anwendung der Mathematik durch bzw. anhand natürlichen wissenschaftlichen Prozessen. Die Methode erfordert einerseits den komplexen Aufbau des Unterrichtsstoffs, andererseits verlangt sie dazu passende Arbeitsweisen und -mittel. Das Lehrmaterial und die Unterrichtsmethoden sind nach Varga ebenso wichtig. Sie müssen zeitgemäße Lernstoffe in einer zeitgemäßen Weise vermitteln (Varga, 1975, S. 3, bzw. ebenda: die Hilfsmittel des Unterrichts und Methoden S. 11–18).

Ein wichtiger Teil der Methode von Varga ist die problemorientierte Annäherung an mathematische Themen. Das heißt, der Unterrichtsstoff sollte nicht nach Themen, sondern eher nach Themenbereichen aufgeteilt werden. (Siehe die fünf großen Themenbereiche von Tamás Varga, Lehrplan 1978). Der logische, stufenartige Aufbau der Themenbereiche ermöglicht, dass zunehmend mehr mathematische Kenntnisse erworben werden. Als Basis bei der Einführung von abstrakten Kenntnissen sollte immer eine enaktive Handlung mit konkreten Dingen dienen, daran anknüpfend eine Tätigkeit auf der ikonischen Ebene, die Modellbildung (Klein, S. 1987).

Im Rahmen unserer Forschung aus dem Jahr 2015 haben die Schüler zuerst einen Test ausgefüllt, dessen Ergebnisse unsere vorangehenden Vermutungen bestätigt haben: Die Mehrheit der Schüler lernt Formeln im Thema Kombinatorik, die sie nur in speziellen Aufgaben nutzen können. Nur wenige Schüler verfügen über Strategien und Denkfähigkeit, die auch zur Lösung schwierigerer Probleme angewendet werden können. Viele Schüler konnten die Formeln bei der Lösung von nicht typischen

Aufgaben nicht benutzen. Dies führte dazu, dass sie zuweilen weniger Erfolg hatten als jüngere Schüler, die die Ausführung der möglichen Abläufe bei der Lösung ausprobierten, da sie noch keine Formel konnten. (Kosztolányi et al., 2016)

Der nächste Schritt der Forschung in 2015 war die Ausarbeitung von Lehrmaterialien, für einen auf Tätigkeiten und Entdeckungen orientierten Unterricht der Kombinatorik im Sinne von Tamás Varga.

Im Themenbereich Kombinatorik wurden sieben Arbeitsblätter für je eine Unterrichtsstunde für Schüler der Grundschule sowie ähnliches Aufgabenmaterial für Schüler der Mittelschule erstellt, inklusive Korrektur- und Bewertungsanweisungen bzw. methodischen Vorschlägen für die Lehrer. In den Lehrmaterialien gab es für die verschiedenen Jahrgänge dieselben Inhalte (Aufgaben) und es gab jeweils „nicht typische“ Aufgaben, für deren Lösung die Anwendung von Hilfsmitteln und Strategien unentbehrlich war. (Vancsó, 2017)

Bei der Erprobung in der Schule konnte beobachtet werden, dass die Schüler der Grundschule sowie die Schüler der Mittelschule Hilfsmitteln und Strategien gerne und erfolgreich nutzten; die konkrete Tätigkeit mit den Gegenständen leistete in vielen Fällen eine große Hilfe – nicht nur beim Verstehen der Probleme oder bei der Entdeckung der Ordnungsstrategien, sondern vielmehr auch bei der Veranschaulichung – auch bei älteren Schülern. Bei den Ergebnissen des Abschlusstests, nach der Erprobung der Materialien (diese sind noch nicht ausgewertet) ist eine gewisse Verbesserung der Ergebnisse sichtbar.

Aufgrund dieser Erfolge nehmen wir an, dass die auf konkreten Tätigkeiten und auf problemorientierter Annäherung basierende methodische Innovation auch erfolgversprechend für den Unterricht in anderen Themenbereiche sein könnte.

Nach Vargas Meinung ist es sehr wichtig, dass man statt isolierten Wissens-elementen und Fähigkeitsfragmenten eher von der Wirklichkeit ableitbaren und in der Wirklichkeit anwendbaren Wissenserwerb fördert (Varga, 1965). Um das zu ermöglichen, ist es nötig, auch auf die Zusammenhänge innerhalb und außerhalb der Mathematik zu verweisen. Varga meint auch, dass vor allem die Schüler diese Zusammenhänge wahrnehmen müssen. Zudem, so Varga, ist es wichtig, den Schülern zu helfen, möglichst viele Zusammenhänge zwischen den einzelnen Themenbereichen und Problemen der Mathematik, zwischen der Mathematik und anderen Disziplinen bzw. zwischen der Mathematik und Erfahrungen des alltäglichen Lebens erkennen zu können (Varga, 1965, S. 7). Eine der wichtigsten Aufgaben der Lehrer sei es, in Zusammenarbeit mit Kollegen, in erster Linie mit Physiklehrern, die

Entdeckung verschiedener (physikalischer) Phänomene in der Umwelt und die Suche nach deren Ursachen und die Beschreibung von Zusammenhängen solcher Phänomene, auch mit den Mitteln der Mathematik zu fördern. (Varga, 1965, ebenda, S. 5).

In den letzten Jahren wurden in der Forschung (siehe 2.2) sowohl Arbeitsmittel benutzt, die aus dem Versuch von Tamás Varga stammen, als auch solche, die den Zusammenhang zwischen Kombinatorik und Geometrie in den Vordergrund stellen (z. B. GeoGebra). Diese Arbeitsmittel möchten wir um weitere ergänzen, wobei die Erfahrungen und Publikationen aus dem Umfeld des „Experience Workshop: International Math-Art-Movement“ bzw. allgemein zu Zusammenhängen von Mathematik und Kunst genutzt werden sollen. (Siehe z. B. <http://www.elmenymuhely.hu/><sup>4</sup>)

Neben der Erweiterung von Methoden und Arbeitsmaterialien ist die Erneuerung des Aufgabematerials wenigstens genauso wichtig. Obwohl offene Aufgaben – in erster Linie solche, die verschiedenen interpretierbar sind bzw. Aufgaben, die die Angabe weiterer Bedingungen voraussetzen – von Tamás Varga oft verwendet wurden, kommen diese in den heutigen ungarischen Lehrbüchern nur selten vor.

Die Suche nach der Lösung von (inner- und außermathematischen) Problemen unter Verwendung praktischer Erfahrungen tritt bei Tamás Varga sowohl bei dem Erwerb neuer Kenntnisse als auch bei ihrer Anwendung auf:

Das Ziel des Mathematikunterrichts ist nicht, Mathematiker zu bilden. [...] Das Ziel des Schulwesens ist es, die Befähigung der Menschen, Mathematik in verschiedenen Situationen zu entdecken und dafür die passenden mathematischen Modelle finden zu können (Varga, 1973, S. 174, Übersetzung von GA).

Bei der Wahl des passenden mathematischen Modells können Bücher und Computer allerdings weniger helfen. Er betont auch, dass die Bewältigung von nicht traditionellen Situationen in dem Unterricht eine größere Rolle spielen sollte.

Er hat sogar ungewöhnlichen Situationen ausgenutzt, um seine Schüler zum Denken zur kreativen Verwendung ihrer Kenntnisse zu bewegen. Daran haben sich ein seiner Schüler folgendermaßen erinnert: „Einmal Mitte Januar mussten wir die heruntergefallenen Nadeln des Weihnachtsbaumes auf die Stunde mitbringen. Er berichtete vorab, dass wir die Anzahl der Nadel

eines mittelmäßigen Tannenbaumes abschätzen werden. Wir fanden es sehr lustig. Wir brachten etwa 10–20 Kisten angefüllt mit Tannennadeln mit und wir dachten, er wollte sie zählen.

[...] Zuerst fragte er uns, was wir dachten, wie viele Tannennadeln es gab. Wenn ich mich gut daran erinnere, gab es viele verschiedene Tipps zwischen tausend und Hundert Millionen. [...] Dann schüttete er die erste Kiste aus und halbierte sie. Eine Hälfte ließ er wieder halbieren und das wiederholte er etwa achtmal. Es gab nur noch einige Tannennadeln. Er fragte uns, welcher Bruchteil der ganzen Nadeln es wäre? Es war einfach, eine Antwort zu geben, 1024tel. Also ungefähr ein Tausendstel? Ja, sagten wir. Dann zählen wir den einen der übrigen kleinen Haufen. Es folgte eine fassungslose Stille. Wir verstanden schon, worum es ging.“ (Török, 2007, S. 34).

Seit der Entfaltung der komplexen Methode im Mathematikunterricht von Tamás Varga sind digitale Geräte Teile unseres Alltags geworden. Das Schulwesen kann sie nicht ignorieren, aber wir müssen sorgfältig überlegen, wann, wie, für welche Altersgruppe und in welcher Phase der Entdeckung und der Problemlösung die digitalen Geräte und die digitalen Lehrmaterialien im Mathematikunterricht verwendet werden sollen, da falsch verwendete Mittel das Verstehen sogar behindern können.

In der Arbeit des Projekts wird zudem die Wichtigkeit der Lehrerbildung und der Lehrerfortbildung betont. Eine Mitarbeit der Mathematiklehramtsstudenten und Doktoranden der Eötvös-Loránd-Universität, der Universität Szeged, der Universität Debrecen und der Universität Kaposvár ist daher mit eingeplant.

#### 4 Forschungsfragen und -methoden

Es muss betont werden, dass es in dem neuen Projekt – welches auf Lehr- und Lernprozesse fokussiert – um die Untersuchung des „komplexen Mathematikunterrichts“ sowie dessen zeitgemäßer Adaptation geht. Wir beabsichtigen, dessen Effizienz im Sinne der oben genannten Feststellungen zu steigern. Dementsprechend ist der Klassenraum der Primärorort unseres Versuchs und die Schüler/Lehramtsstudierenden sind die wichtigsten „Untersuchungsgegenstände“. Mit Hilfe ausgewählter Forschungsmethoden möchten wir Unterrichtsmaterial und neue Unterrichtsmethoden entwickeln bzw. effizienter machen, sowie die Er-

<sup>4</sup> Kontaktaufnahme: <http://www.elmenymuhely.hu/kapcsolat/?lang=en>

probungen im Klassenraum vorbereiten und beobachten.

Durch diese Untersuchungen und Analysen möchten wir ermitteln, wie das Konzept von Tamás Varga für die heute praktizierenden Lehrer verfügbar gemacht werden könnte, d. h. unter anderem zu fragen:

- Welche Modifikationen sind am Konzept nötig?
- Welche Hilfsmaterialien könnten Lehrer unterstützen?
- Welche Lehrerkompetenzen müssen hierzu gefördert werden?
- Wie sind in der heutigen Lehrerbildung und in der Lehrerfortbildung diese notwendigen Lehrerkompetenzen zu fördern?

Wir beabsichtigen, in einigen Klassen die Erprobungsstunden zu videographieren und die Videoaufzeichnungen zu analysieren und zu bewerten.

Zusammenfassend sind unsere Methoden und Mittel wie folgt:

- Erhebung des aktuellen Zustands zu einigen ausgewählten mathematischen Teilgebieten mit unterschiedlichen Methoden
- Durchführung von Interviews mit Lehrern zu unterschiedlichen Teilfragen
- die Beobachtung der Handhabung der experimentellen Lehrmaterialien im Klassenraum nach ausgearbeiteten Aspekten (z.B. durch Videos) und die Modifikation des Inhalts der Lehrmaterialien und der Methoden gemäß der gesammelten Erfahrungen und Analysen
- die Messung der Effizienz durch Vergleich der Ergebnisse mit Kontrollgruppen am Ende jeder Forschungseinheit

Zur Beginn der gemeinsamen Arbeit wurden neun kleinere Forschungsgruppen unter Beteiligung der Projektpartner gebildet, die sich jeweils auf einige ausgewählte Themen konzentrieren und teilweise voneinander unabhängig arbeiten. In den Gruppen werden beispielsweise in Zusammenhang mit der Methode von Tamás Varga folgende Themen behandelt: Übergang Kindergarten – Schule, zielgerichtete Entwicklung der Problemlösefähigkeit von Lehramtsstudierenden, Beobachtung und Entwicklung des (problemlösenden) Denkens der Lernenden mit spezifischen Zielsetzungen (z. B.: ob Schüler die Offenheit einfacher realitätsnaher Probleme wahrnehmen und wie sie diese Aufgaben bearbeiten), Untersuchung der Verwendungsmöglichkeiten von (bisher wenig verwendeten) Arbeitsmitteln für einen tätigkeitsorientierten Unterricht in der Mathematik (beispielsweise das schon erwähnte Polyuniversum-Set).

## 5 Internationale Bezüge des Projekts 2016–2020

Den internationalen Gedankenaustausch, die gemeinsame Arbeit und gemeinsame Publikationen mit internationalen Partnern hat auch Tamás Varga sehr geschätzt. Wir glauben, dass internationaler Gedankenaustausch auch für unsere Projektarbeit sehr wichtig ist, darum planen wir u. a. die Erprobungen von Materialien in anderen Ländern. Bei dieser Arbeit können uns insbesondere unsere Kontakte im deutschsprachigen Raum helfen auch und gerade innerhalb der Gesellschaft für Didaktik der Mathematik (GDM), außerdem zum Beispiel unsere intensive Partnerschaft mit der Humboldt Universität in Berlin und mit der Schiller Universität in Jena (die seit mehr als fünfzig Jahren besteht).

Darüber hinaus ist eine Wiederaufnahme des Kontakts zum niederländischen Freudenthal Institut bzw. zur Babes-Bolyai-Universität in Kolozsvár (Rumänien) vorgesehen. Ebenso ist im Rahmen des IREM-Systems eine französisch-ungarische Zusammenarbeit geplant.

### Literatur

- Ambrus, G. (2013). Problem solving and modelling. Traditions and possibilities in Hungarian Mathematics education, *Problem Solving and Mathematics Education*, (Eds. Ambrus A., Vásárhelyi É.) 2013 Eger, ELTE TTK & Eszterházy Károly College, 7–17.
- Ambrus G. (2015). Komplexer Mathematikunterricht im 21. Jahrhundert? *Arbeitskreis Ungarn – Beiträge der ersten Tagung*, 2015 (Hrsg. Vásárhelyi É.).
- Ambrus, G.; Vancsó Ö.; Koren B. (2012). The application of modelling tasks in the classroom – why and how? *10/2 TMCS*, Debrecen 231–244.
- Ambrus, G. (2016). Vergangenheit und Gegenwart der ungarischen Mathematikdidaktik – unter besonderer Berücksichtigung der Bezüge zu Deutschland und Österreich, Hauptvortrag an der 50. Jahrestagung der GDM in Heidelberg, *Beiträge zum Mathematikunterricht*.
- Bernard, A.; Gosztonyi, K. (2015). Series of problems, at the crossroad of research, pedagogy and teacher training. In E. Barbin, U.T. Jankvist & T.H., Kjeldsen (Eds.), *History and epistemology of mathematics education. Proceedings of the sevens european summer university ESU 7, Copenhagen, Denmark 14–18 July 2014*. (pp. 141–152). Aarhus University. <http://conferences.au.dk/ESU-7/>.
- Blum, W.; Wiegand, B. (1999). Offene Probleme für den Mathematikunterricht – Kann man Schulbücher dafür nutzen? *Beiträge zum Mathematikunterricht*, Franzbecker Verlag.
- Deák, E. (2002). Die besondere Verflechtung der mathematischen Forschung, des Mathematik-Unterrichts und der Mathematikdidaktik Ungarns im 19. und 20. Jahrhundert, *Mitteilungen der GDM*, Nr. 74.

- Fenyvesi, K.; Oláhné – Téglási I.; Prokajné – Szilágyi I. (eds). (2014). *Adventures On Paper Math-Art Activities for Experience-Centered Education of Mathematics*, Edited by, Publisher: Eszterházy Károly College, Eger.
- Freudenthal, H. (1973). *Mathematics as an Educational Task*, Dordrecht-Holland, D. Riedel Publ. Comp.
- Gosztonyi, K. (2016). The 'New Math' reform and pedagogical flows in Hungarian and French mathematics education. In. Krainer, K. & Vondrova, N. (Eds.). *CERME 9 – Proceedings of the Ninth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education, Feb 2015, Prague, Czech Republic.* (pp. 1709–1716). <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-01288002>
- Halmos, M.; Varga, T. (1978). Change in Mathematics Education since the late 1950's – Ideas and Realisation, Hungary In. *Educational Studies in Mathematics* 9, 225–244.
- Klein, S. (1987). *The Effects of Modern Mathematics Teaching*, Academic Publisher, Budapest.
- Kosztolányi J.; Pintér, K.; Dancs G.; Bagota M. (2016). How Students solve combinatorial problems? Some results of a research about difficulties and strategies of Hungarian Students, Vortrag, PME 2016 Szeged.
- Polya, G. (1945). *How to Solve It. A New Aspect of Mathematical Method*. Princeton University.
- Varga, T. (1965). *A matematika tanítása*, Budapest, Tankönyvkiadó.
- Varga, T. (1987). Post-“New Math” Since 1963: Its Implementation as a Historical Process, *Development in School Mathematics Education Around the World.* (ed. Izaak Wirszup), Chicago, 237–249.
- Varga, T. (1988). Mathematics Education in Hungary Today, *Educational Studies in Mathematics* 19, 291–298.
- Varga, T.; Engel, A.; Walser, W. (1973). *Kombinatorik und Wahrscheinlichkeitsrechnung in Grundschulbereich*. Stuttgart, Klett.
- Varga, T. (1975). *Komplex Matematika, kandidátusi alkotás ismertetése* [Komplex Mathematik Unterricht Habilitationsschrift]. Magyar Tudományos Akadémia.
- Wittman, E. Ch. (1981). *Grundfragen des Mathematikunterrichts*, Vieweg.
- Gabriella Ambrus, Eötvös-Loránd-Universität Budapest  
Email: ambrusg@cs.elte.hu
- Ödön Vancsó, Eötvös-Loránd-Universität Budapest  
Email: vancso@cs.elte.hu