

Große Ideen in der Mathematik sehen: Mathematik im Unterricht mit großen Ideen transparenter machen

ABCmaths – ein EU-gefördertes internationales Drittmittelprojekt*

Sebastian Kuntze, Stephen Lerman, Bernard Murphy, Hans-Stefan Siller, Elke Kurz-Milcke, Peter Winbourne, Karl-Josef Fuchs, Anke Wagner, Claudia Wörn, Christiane Vogl und Michael Schneider

Überblick

Die Qualität des Mathematikunterrichts und der Aufbau von Kompetenzen durch die Schülerinnen und Schüler hängen im Mathematikunterricht auf entscheidende Weise von kognitiv anregenden Lernanlässen ab (Clausen, Reusser & Klieme, 2003; Klieme, 2002). Für einen kognitiv anregenden Mathematikunterricht sind übergreifende, „große“ Ideen eine wichtige Ressource. Unter großen Ideen, die sich auf Mathematik im Unterricht beziehen, verstehen wir Ideen, die mathematisches Wissen verankern und mit Situationskontexten in Verbindung bringen (innerhalb der Mathematik, in curricularen Zusammenhängen und über Mathematik hinaus), und die das Verstehen und Kommunizieren dieses Wissens in einem allgemeineren Zusammenhang fördern.

Große Ideen im Zusammenhang mit fachdidaktischem Wissen (Pedagogical Content Knowledge, Shulman, 1986a, b) unterstützen Lehrkräfte beim Gestalten von begriffswissensbezogenen, kognitiv aktivierenden, d. h. mathematikbezogene Denk- und Reflexionsprozesse anregenden Lerngelegenheiten.

Um auf große Ideen zugreifen zu können, brauchen Mathematiklehrkräfte fachspezifisches inhaltliches Wissen („Mathematical Content Knowledge“), sowie fachdidaktisches Wissen im Sinne von „Pedagogical Content Knowledge“ (Shulman, 1986a, b). Allerdings findet eine Vertiefung mathematischen und mathematikdidaktischen Wissens in der Ausbildung von Lehrkräften in vielen europäischen Ländern kaum in ausreichendem Maße statt. In nachfolgenden Phasen der Professionalisierung erschweren darüber hinaus die Belastungen des Schulalltags und teils fest etablierte Handlungsprotokolle im Klassenraum entsprechende Lernprozesse. Nicht selten führt die zeitliche und institutionelle Trennung verschiedener Ausbildungsphasen dazu, dass Lernangebote, die fachspezifi-

ches inhaltliches Wissen mit fachdidaktischem Wissen verbinden, rar sind.

Das Projekt „Awareness of Big Ideas in Mathematics Classrooms (ABCmaths)“ (www.abcmaths.net) verfolgt daher die Zielsetzung, angehende und praktizierende Mathematiklehrkräfte durch Lernangebote zu unterstützen, die nach großen Ideen strukturiert sind und sich sowohl auf fachbezogenes und fachdidaktisches Wissen, als auch auf konkrete Beispiele von Interaktionen in Unterrichtssituationen beziehen, in denen große Ideen eine Rolle für Lernprozesse von Schülerinnen und Schülern spielen können.

Wissen über große Ideen fördern

Nicht nur in vielen europäischen Ländern besteht hinsichtlich der Ausrichtung von Standards und Zielvorgaben für den Mathematikunterricht häufig eine implizite Einigkeit dahingehend, dass Lernangebote im Mathematikunterricht sich insbesondere an übergreifenden, großen Ideen orientieren sollen (KMK, 2003; Office of Qualifications and Examinations Regulation, 2002; Qualifications and Curriculum Development Agency, 2010; Dangl et al., 2009; NCTM, 2000): Dies kommt insofern zum Ausdruck, als Kompetenzen von Lernenden anhand übergreifender mathematikbezogener Aspekte beschrieben werden können, die sich unter anderem dadurch auszeichnen, dass sie in mehreren Inhaltsbereichen eine Rolle spielen, auf verschiedenen Komplexitätsebenen in Erscheinung treten können und geeignet sind, Lerngelegenheiten curricular und sinngenerierend zu strukturieren (vgl. hierzu auch Ansätze zu „fundamentalen Ideen“, z. B. Schweiger, 1992, „Grundvorstellungen“, v. Hofe, 1992; „universellen“ und „zentralen Ideen“, Schreiber, 1983; Vohns, 2005). Pragmatisch betrachtet gibt es also gemeinsame Anliegen dieser Zielvorstel-

lungen mit der Ausrichtung des Unterrichts an großen Ideen.

Für Lehrkräfte dürften insbesondere Reflexionsanlässe, die mit derartigen großen Ideen verknüpft sind, zur Weiterentwicklung der eigenen Unterrichtspraxis beitragen können. Da wir Lehrerinnen und Lehrer als reflektierend handelnde und lernende Subjekte ansehen, die ihr unterrichtsbezogenes Handeln weiterentwickeln, wurde der Projektarbeit ein pragmatisches Verständnis von großen Ideen zugrunde gelegt, damit Lehrkräfte hier in die Entwicklung von Gedanken zu großen Ideen als gleichberechtigte Partner einbezogen werden können.

Professionelles Wissen über große Ideen in Mathematik und im Mathematikunterricht

Professionelles Wissen über große Ideen in Mathematik und im Mathematikunterricht ist nicht nur dem Bereich des „Horizon Knowledge“ (Ball, Thames & Phelps, 2008) zuzuordnen, sondern es weist unmittelbare Verankerungen in unterschiedlichen Bereichen von Fachwissen und fachdidaktischem Wissen auf. Aus diesem Grunde erscheint Wissen von Mathematiklehrkräften zu großen Ideen sowie das bewusste Berücksichtigen solcher großen Ideen durch Lehrerinnen und Lehrer entscheidend für die Gestaltung von Lerngelegenheiten im Unterricht einerseits und das fortschreitende professionelle Lernen der Lehrkräfte andererseits. Es liegt damit nahe davon auszugehen, dass auch die Weiterentwicklung professionellen Wissens zu großen Ideen mit davon abhängt, dass dieses Wissen nicht zuletzt in seinem Vernetzungspotential und der sich daraus ergebenden Relevanz für konkrete Unterrichtssituationen wahrgenommen wird.

Vor dem Hintergrund dieser Überlegungen sollte ein auf diese Bereiche ausgerichtetes Professionalisierungsangebot für Mathematiklehrkräfte professionelles Wissen auf mehreren Ebenen ansprechen. Dies entspricht den Zielsetzungen des Projekts „ABCmaths“, das im Folgenden kurz vorgestellt wird.



Das Projekt „ABCmaths“

„Awareness of big ideas in mathematics classrooms (ABCmaths)“ ist ein Comenius Multilaterales Projekt, das von der Europäischen Kom-

mission im Rahmenprogramm „Lebenslanges Lernen“ gefördert wird. In der zweijährigen Projektzeit werden Lernangebote zu großen Ideen für angehende und praktizierende Lehrkräfte erstellt und Entwicklungen professionellen Wissens in diesem Bereich untersucht.

Im Projekt kooperieren vier Institutionen in drei Ländern (Deutschland, Großbritannien, Österreich). Beteiligt sind Stephen Lerman und Peter Winbourne von der London South Bank University, Bernard Murphy für Mathematics in Education and Industry (MEI), Hans-Stefan Siller, Karl Josef Fuchs, Christiane Vogl und Michael Schneider von der Paris-Lodron-Universität Salzburg sowie Sebastian Kuntze (Projektkoordination), Elke Kurz-Milcke, Anke Wagner und Claudia Wörn von der Pädagogische Hochschule Ludwigsburg. Die Partner können dabei nicht nur auf Vorarbeiten zu großen Ideen (Fuchs, 2007; Siller, 2008), sondern auch zu Lehrerinnen- und Lehreraus- und -fortbildung (Murphy, 2008; Kuntze, 2006; Kuntze, Lipowsky, Krammer & Reiss, 2008; Wagner, Wörn & Kuntze, im Druck), sowie zum Professionswissen von Mathematiklehrkräften (Lerman, 1990, 2001; Lerman et al., 2009; Kuntze & Zöttl, 2008) aufbauen.

Wesentliche Elemente der Projektarbeit von ABCmaths sind

- die Entwicklung webbasierter Lernangebote für praktizierende und angehende Mathematiklehrkräfte: Diese Lernangebote sollen die Weiterentwicklung von mathematischem, wie auch von fachdidaktischem Wissen im Zusammenhang mit übergreifenden, großen Ideen in Mathematik und im Mathematikunterricht unterstützen.
- der Einsatz unterschiedlicher Formen von Coaching in der Kooperation mit beteiligten angehenden bzw. praktizierenden Mathematiklehrkräften
- empirische Studien, die einerseits als Bedarfsanalysen zur Weiterentwicklung professionellen Wissens fungieren, andererseits der wissenschaftlichen Evaluation der Aus- und Fortbildungsangebote des Projekts dienen sollen.

In der Disseminationsphase von ABCmaths wird ein Online-Forum entwickelt, das entsprechend der oben vorgestellten Ansätze Lernangebote in den folgenden Bereichen für Mathematiklehrkräfte integrieren soll:

- mathematische Inhalte, ausgewählt und strukturiert nach übergreifenden, großen Ideen,
- auf diese großen Ideen ausgerichtete fachdidaktische Inhalte zur Gestaltung von kognitiv anregenden Lernumgebungen

- Fallbeispiele für konkrete Unterrichtssituationen, in denen die Rolle großer Ideen für kognitiv aktivierende Lernanlässe und das Lernen von Schülerinnen und Schülern sichtbar werden kann. Ein Beispiel für eine mögliche Form der Aufbereitung solcher Unterrichtssituationen sind die so genannten „Hypermedia Video Cases“ (Bao, Lu & Xia, 2005), die Materialien und ggf. auch Untersuchungsergebnisse mit videografierten Unterrichtssituationen verknüpfen. Ziel solcher Professionalisierungsangebote ist in erster Linie eine Anregung zu einem auf große Ideen fokussierten Reflektieren und weniger das Zeigen von modellhaften Stunden, worin sicherlich ein Unterschied zum fernöstlichen Ansatz zu sehen ist.

Die webgestützten Materialien, die in ABC-maths entwickelt werden, sollen im Umfeld von Lehrerinnen- und Lehreraus- und -fortbildungsaktivitäten entstehen. Die Expertise und berufliche Entwicklung der an diesen Maßnahmen teilnehmenden Lehrkräfte soll damit in einen fortlaufenden Entwicklungsprozess der Ressourcen mit einfließen. Das Forum richtet sich an engagierte Teams von Mathematiklehrkräften, die ihren Unterricht weiterentwickeln möchten und sich dazu mit fachlichem und/oder fachdidaktischem Wissen im Zusammenhang mit großen Ideen beschäftigen möchten. Die Ergebnisse und entwickelten Ressourcen sollen über Kooperationen mit Partnerschulen der Projektpartner hinaus auch einem weiteren Kreis von Lehrkräften zur Verfügung gestellt werden.

- * Dieses Projekt wird mit Unterstützung der Europäischen Kommission finanziert. Die Verantwortung für den Inhalt dieser Veröffentlichung (Mitteilung) tragen allein die Verfasser(innen), die Kommission haftet nicht für die weitere Verwendung der darin enthaltenen Angaben.

Literatur

- Ball, D., Thames, L., & Phelps, G. (2008). Content knowledge for teaching: What makes it special? *Journal of Teacher Education*, 59(5), 389–407.
- Bao, J., Lu, Y. & Xia, Y. (2005). A Hypermedia Video-Case: A New Tool for teachers' Professional Development. Earcome 3, Shanghai, 7th–12th of August, 2005. [Zugriff am 17.01.2010]. http://www.math.ecnu.edu.cn/earcome3/TSG5/full_video-case-Bao.doc.
- Clausen, M., Reusser, K. & Klieme, E. (2003). Unterrichtsqualität auf der Basis hochinferenter Unterrichtsbeurteilungen. *Unterrichtswissenschaft*, 31(2), 122–141.
- Dangl, M.; Fischer, R.; Heugl, H.; Kröpfl, B.; Liebscher, M.; Peschek, W.; Siller, H.-St. (2009). Das Projekt „Standardisierte schriftliche Reifeprüfung aus Mathematik“ – Sicherung von mathematischen Grundkompetenzen. [Zugriff am 17.01.2010]. <http://www.uni-klu.ac.at/idm/inhalt/495.htm>
- Fuchs, K.J. (2007). Projektion, EDV – Nutzung – Zwei fundamentale Ideen und deren Bedeutung für den geometrisch – Zeichenunterricht. In *Schriften zur Didaktik der Mathematik und Informatik an der Universität Salzburg*, Fuchs K.J. (Hrsg.) Aachen: Shaker Verlag (S. 1–170).
- v. Hofe, R. (1992). Grundvorstellungen mathematischer Inhalte als didaktisches Modell. *JMD*, 13(4), 345–364.
- v. Hofe, R. (1995). Grundvorstellungen mathematischer Inhalte. Heidelberg, Berlin Oxford: Spektrum Akademischer Verlag.
- Klieme, E. (2002). Was ist guter Unterricht? Ergebnisse der TIMSS-Videostudie im Fach Mathematik. In W. Bergsdorf et al. (Hrsg.), *Herausforderungen der Bildungsgesellschaft* (pp. 89–113). Weimar: Rhino.
- Kultusministerkonferenz (KMK). (2003). Bildungsstandards im Fach Mathematik für den Mittleren Schulabschluss. http://www.kmk.org/fileadmin/veroeffentlichungen_beschluesse/2003/2003_12_04-Bildungsstandards-Mathe-Mittleren-SA.pdf [Zugriff am 08.02.2010].
- Kuntze, S. (2006). Video technology in the assessment of an in-service teacher learning program – Differences in mathematics teachers' judgements on instructional quality. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik (ZDM)*, 38(5), 413–421.
- Kuntze, S., Lipowsky, F., Krammer, K. & Reiss, K. (2008). What is „best practice“ for video-based in-service teacher trainings? Views and experiences of secondary mathematics teachers and findings from evaluation research. *Proceedings of the 11th International Congress on Mathematical Education (ICME 11)*. [<http://dg.icme11.org/document/get/149>].
- Kuntze, S. & Zöttl, L. (2008). Überzeugungen von Lehramtsstudierenden zum Lernpotential von Aufgaben mit Modellierungsgehalt. *mathematica didactica*, 31, 46–71.
- Lerman, S. (1990). Alternative perspectives of the nature of mathematics and their influence on the teaching of mathematics. *British Educational Research Journal*, 16 (1), 53–61.
- Lerman, S. (2001). A review of research perspectives on mathematics teacher education. In F.-L. Lin & T. J. Cooney (Hrsg.), *Making Sense of Mathematics Teacher Education* (S. 33–52). Dordrecht: Kluwer.
- Lerman, S., Amato, S. A., Bednarz, N., David, M., Durand-Guerrier, V., Gadanis, G., Huckstep, P., Moreira, P. C., Morselli, F., Movshovitz-Hadar, N., Namukasa, I., Proulx, J., Rowland, T., Thwaites A., & Winslow, C. (2009). Studying Student Teachers' Voices and Their Beliefs and Attitudes. In R. Even & D. L. Ball (Hrsg.), *The Professional Education and Development of Teachers of Mathematics. The 15th ICMI Study* (S.73–82). New York: Springer.
- Murphy, B. (2008). The „Teaching Advanced Mathematics“ Programme of Professional Development. *Proceedings of the 11th International Congress on Mathematical Education (ICME 11)*. [<http://dg.icme11.org/document/get/154>].
- National Council of Teachers of Mathematics (NCTM). (Hrsg.). (2000). *Principles and Standards for School Mathematics*. Reston, VA: NCTM.
- Office of Qualifications and Examinations Regulation (2002). *GCE Advanced Subsidiary (AS) and Advanced (A) Level Specifications. Subject Criteria for Mathematics*. [<http://www.ofqual.gov.uk/files/2002-12-gce-maths-subject-criteria.pdf>].
- Qualifications and Curriculum Development Agency (2010). *New primary curriculum and secondary curriculum (Key stage 3 & key stage 4)*. [vgl. <http://curriculum.qcda.gov.uk/new-primary-curriculum/areas-of-learning/mathematical-understanding/programme-of-learning/index.aspx?tab=1> <http://curriculum.qcda.gov.uk/key-stages-3-and-4/subjects/key-stage-3/mathematics/>]

[programme-of-study/index.aspx?tab=1](http://curriculum.qcda.gov.uk/key-stages-3-and-4/subjects/key-stage-4/mathematics/programme-of-study/index.aspx?tab=1) <http://curriculum.qcda.gov.uk/key-stages-3-and-4/subjects/key-stage-4/mathematics/programme-of-study/index.aspx?tab=1>].

- Schreiber, A. (1983). Bemerkungen zur Rolle universeller Ideen im mathematischen Denken. *Mathematica didactica*, 6, 65–76.
- Schweiger, F. (1992). Fundamentale Ideen. Eine geistesgeschichtliche Studie zur Mathematikdidaktik. *JMD*, 13, 199–214.
- Shulman, L. (1986a). Those who understand: Knowledge growth in teaching. *Educational Researcher*, 15(2), 4–14.
- Shulman, L. (1986b). Paradigms and research programs in the study of teaching: A contemporary perspective. In M. Wittrock (Hrsg.), *Handbook of research on teaching* (pp. 3–36). New York: Macmillan.
- Siller, H-S. (2008). Modellbilden – eine zentrale Leitidee der Mathematik. In *Schriften zur Didaktik der Mathematik und Informatik an der Universität Salzburg*, Fuchs K.J. (Hrsg) Aachen: Shaker Verlag (S. 1–256).
- Vohns, A. (2005). Fundamentale Ideen und Grundvorstellungen: Versuch einer konstruktiven Zusammenführung am Beispiel der Addition von Brüchen. *JMD*, 26(1), 52–79.
- Wagner, A., Wörn, C. & Kuntze, S. (im Druck). Kann man Erklären lernen? – Ein Unterrichtsmodell zur Förderung von Erklärkompetenzen bei angehenden Lehrern unter Verwendung didaktischer Materialien. In P. Kirchner et al. (Hrsg.), *Sammelband über das Lernfestival 2009*. Ludwigsburg: Päd. Hochschule.