Arbeitskreis ‚Vernetzungen im Mathematikunterricht'

Dortmund, 23.–24. 10. 2009

Astrid Brinkmann

Die erste Tagung des neu gegründeten Arbeitskreises „Vernetzungen im Mathematikunterricht" fand vom 23. bis 24. Oktober 2009 in Dortmund statt und wurde von Astrid Brinkmann organisiert. Die Teilnehmer brachten sehr vielfältige Interessen und Erwartungen an den Arbeitskreis ein. Den Vorträgen und weiteren kleineren Beiträgen zum Lehren und Lernen von Vernetzungen schlossen sich intensive und äußerst konstruktive Diskussionen an.

Ein Anliegen auf der Tagung war es, die *Zielsetzung und Aktivitäten des Arbeitskreises* zu präzisieren.

Im Arbeitskreis „Vernetzungen im Mathematikunterricht" der GDM wird eine sehr alte und ganz zentrale Forderung an das Lernen von Mathematik neu aufgenommen: Mathematische Kenntnisse und Fähigkeiten sollen nicht isoliert voreinander, sinnlos und beziehungslos nebeneinander gelehrt und gelernt werden, sondern in ihrer Wechselbeziehung zueinander, eben vernetzt.

Viel berechtigte Kritik am Mathematikunterricht bezieht sich auf eine leider weit verbreitete Unterrichtsgestaltung, in der jeweils für einige Wochen ein oder zwei Typen von Algorithmen für die nächste Leistungsüberprüfung eintrainiert und dann oft vergessen werden.

Inhaltlich geht es in unserem Arbeitskreis darum, innermathematische Beziehungen zwischen den in der Schule üblicherweise nebeneinander unterrichteten Teilgebieten aufzuzeigen und ins Bewusstsein der Lehrenden zu rücken. Beim Erwerb zentraler Kompetenzen wie z. B. Modellieren und Problemlösen sollen möglichst viele Gebiete der Schulmathematik vernetzt werden, um einen reichhaltigen Vorrat an Werkzeugen und Problemlösetechniken zu erhalten. Es geht aber auch um Einsicht in das Ganze der Mathematik, den vollständigen und vernetzten Weg von einer Fragestellung, über Daten suchen, Fragen präzisieren, Modellieren, Berechnen, Interpretieren und Visualisieren. Annahmen, Modelle, Berechnungsergebnisse sowie deren Interpretation und Visualisierung sollen miteinander in Beziehung gesetzt werden. SchülerInnen sollen an vielen Beispielen lernen, dass Mathematik weit mehr ist als das Ausrechnen von Zahlen mit Hilfe vorgegebener Formeln. Nicht zuletzt ist Vernetzung selbst eine Leitidee und damit Unterrichtsthema und eben Inhalt unseres Arbeitskreises. Das betrifft sowohl Methoden zum Erkennen und Lernen von Zusammenhängen und Vernetzungen, wie Mind Mapping, Concept Mapping oder Lernlandkarten, als auch System Dynamics als Schlüssel zur Modellierung und zum Verständnis von vernetzten Problemen unserer Welt, insbesondere aus Umwelt, Natur und Ökonomie.

Methodisch wirkt der Anspruch „vernetzendes Lernen" zunächst wie eine weitere schwer erfüllbare Forderung der Mathematikdidaktik an die ohnehin schon überforderten MathematiklehrerInnen. Tatsächlich zeigen aber Unterrichtserfahrungen, die wir gesammelt haben und vermitteln wollen, dass gerade die Bemühungen um vernetzenden Mathematikunterricht entlastend und motivierend wirken – wer vernetzend unterrichtet, macht es den Lernenden und sich selbst leichter!

Sozial „vernetzend" ist auch ein Anspruch an uns selbst, vielfältige Ideen und Vorschläge zum Mathematikunterricht in kooperativer und kollegialer Form aufzunehmen und die entsprechenden Personen als Mitdiskutierende und Mitarbeitende einzubeziehen und soweit gewünscht in den Arbeitskreis zu integrieren.

Das Vortragsprogramm der Tagung bestand aus folgenden Beiträgen:

Swetlana Nordheimer (Berlin): „Was hat Mathematik mit Broccoli zu tun?"

Abstract: Heutige Mathematik als eine vernetzungsreiche Wissenschaftsdisziplin ist vor allem in der Gestalt von mathematischen Texten oder mit anderen Worten durch ihren Publikationsraum zugänglich. Mathematische Texte werden beispielsweise in der ZMATH-Datenbank erfasst und klassifiziert. Diese thematische Klassifikation hat eine Broccoli-ähnliche Baumstruktur und führt zur feinen Ausdifferenzierung der Mathematik in Bereiche und Unterbereiche. Mathematische Texte, die sich auf mehrere thematische Bereiche beziehen, vernetzen diese Bereiche. Darüber hinaus vernetzen sie Personen, die an diesen Texten gearbeitet haben. Somit können mathematische Texte als Vernetzungen sowohl auf der thematischen, wie auch auf der sozialen Ebene der Mathematik gesehen werden. Daraus ergibt sich als Konsequenzen für Förderung von Vernetzungen im Mathematikunterricht stärker soziale Ebene und eigene Textproduktion zu berücksichtigen. Die vernetzende Funktion der Texte könnte im Mathematikunterricht durch die von den Schülern produzierten Aufgaben übernommen werden. Wie das im Unterricht realisiert werden kann, wird am Beispiel von Unterrichtsmaterialien zum Thema „Pythagoras-Baum oder Broccoli“ veranschaulicht. Abschließend wird über eine schulische Erprobung der Materialien in Kombination mit der Methode der Kapitelübergreifenden Rückschau berichtet.

Günther Ossimitz (Klagenfurt): „Entwicklung vernetzten Denkens“
Abstract: Es werden vier Dimensionen systemischen Denkens diskutiert:

1. Denken in vernetzten Strukturen (Vernetztes Denken): Hier geht es um das Verstehen und Darstellen von indirekten Beziehungen, Wirkungsnetzen und Rückkoppelungen in Systemen.
2. Denken in zeitlichen Dynamiken (Dynamisches Denken): Hierbei geht es um das generelle Verstehen und Modellieren von zeitlichen Dynamiken, insbesondere durch eine Unterscheidung von Bestands- und Flussgrößen. Schwingungen, Zeitverzögerungen und alle Formen von Wachstumsprozessen fallen unter diese Dimension systemischen Denkens.
3. Denken in Modellen: Hier geht es um das bewusste Einsetzen von Modellen beim Entwickeln von Systemen, um Fragen einer quantitativen vs. qualitativen Modellierung; um spezifische Modellannahmen und die Möglichkeiten zur mathematischen Simulation von Systemen.
4. Systemgerechtes Handeln als vierte Dimension systemischen Denkens beschäftigt sich mit dem Finden des richtigen Hebelpunktes, dem richtigen Timing und der richtigen Dosierung von Systeminterventionen.

Michael Bürker (Freiburg): „Vernetzung als Prinzip fachsystematischer Erweiterung und Vertiefung“
Abstract: Im Vortrag wird Vernetzung als Erweiterung der Schulmathematik erläutert. Es sollen vor allem Analysis und Geometrie miteinander vernetzt werden: Es geht darum, die affinen Abbildungen als „Vernetzungswerkzeug“ zu benutzen. Einerseits soll die Lorentztransformation mit ihrer Hilfe abbildungsgeometrisch gedeutet werden (Vernetzung mit der Physik), andrerseits stehen wichtige Funktionstypen mit Fixkurven affiner Abbildungen in Verbindung, Fixkurven im Sinne einer Verallgemeinerung von Fixgeraden. Dabei treten die Schaubilder von Potenzfunktionen als Fixkurven von Euleraffinitäten, die Schaubilder von Exponentialfunktionen als Fixkurven von Schubparallelstreckungen auf. Beide Funktionstypen stehen in Verbindung mit in der Schule weit verbreiteten Anwendungen, z. B. bei Wachstums- und Zerfallsprozessen oder in der Finanzmathematik bei der Tilgung eines Darlehens. Diese Anwendungen können auf diese Weise abbildungsgeometrisch visualisiert werden.

Günther Ossimitz (Klagenfurt) mit Ergänzungen von Michael Bürker (Freiburg): „Modellierung von Zeit“
Abstract: Empirische Untersuchungen haben gezeigt, dass Menschen beim Verstehen von Zeitprozessen große Probleme haben. Bei der „Alpenhotel-Aufgabe“ müssen Versuchspersonen aus der Zahl der ankommenden und der abreisenden Gäste erschließen, wann die meisten Gäste im Hotel waren. Die meisten Versuchspersonen setzen dabei das Maximum an neu ankommenden Gästen mit dem Maximum an im Hotel nächtigenden Gästen gleich. Im Hintergrund steht eine Verwechslung von Bestandsgrößen (Anzahl der Gäste im Hotel) und zugehörigen Zu- und Abflüssen (Ankünfte und Abreisen von Gästen), mit der sich der Bestand verändert.
Eine explizite Unterscheidung von Bestands- und Flussgrößen ist erforderlich, um solche Fehler zu vermeiden. Die Unterscheidung von Beständen und Flüssen gelingt ganz elementar, wenn der zeitliche Prozess so modelliert wird, dass man explizit Zeitpunkte und Zeitintervalle unterscheidet, wie wir das aus unserem Alltag kennen. Dann ist es ganz elementar möglich, die zeitpunktbezogenen Größen als Bestände und die zeitintervallbezogenen Veränderungen der Bestände als Flussgrößen zu identifizieren. Jüngste Untersuchungen von Ossimitz haben ergeben, dass eine Unterscheidung von zeitpunktbezogenen vs. zeitintervallbezogenen Größen entscheidend hilft, den Unter-

schied zwischen Beständen und Flüssen zu verstehen.
Bei der Modellierung von Zeitprozessen mittels Differenzialgleichungen erfolgt hingegen eine Infinitesimalisierung der Zeitintervalle, so dass letztlich sowohl Bestände als auch Flüsse auf Zeitpunkte bezogen vorliegen. Dies ermöglicht es, höhere Ableitungen von Beständen zu bilden (wie etwa im physikalischen Kontext von Ort – Geschwindigkeit – Beschleunigung). Gleichzeitig wird aber durch zeitpunktbezogene Veränderungen in Form von momentanen Änderungsraten der Unterschied zwischen Bestands- und Flussgrößen viel schwerer zu fassen, weil das einfache Kriterium Bestand= Zeitpunktbezogen, Fluss = Zeitintervallbezogen fehlt.
Ergänzung: Allerdings gibt es auch dynamische Prozesse, bei denen eine Modellierung sowohl mit diskreten Zeitschritten als auch mit momentanen Änderungsraten mit schulmathematischen Methoden gleichermaßen möglich und sinnvoll ist (siehe z. B. „Über die gute Modellierbarkeit bestimmter Wachstumsprozesse“ [Math. Semesterberichte 2007, 54, S. 39–52]).

Jürgen Maaß (Linz): „Vernetzungen im Mathematikunterricht – Hindernisse im Schulalltag“
Ausgehend von nachstehend zitierter Verordnung werden einige Thesen zu Vernetzung von Wissen aufgestellt und diskutiert:

> *Verordnung des Bundesministers für Unterricht und Kunst vom 24. Juni 1974 über die Leistungsbeurteilung in Pflichtschulen sowie mittleren und höheren Schulen (Leistungsbeurteilungsverordnung)*
> *BGBl. Nr. 371/1974, zuletzt geändert durch BGBl. II Nr. 35/1997*
> *§ 7 Schularbeiten*
> (5) Die bei einer Schularbeit zu prüfenden Lehrstoffgebiete sind den Schülern mindestens eine Woche vor der Schularbeit, in lehrgangsmäßigen Berufsschulen mindestens zwei Unterrichtstage vor der Schularbeit, bekanntzugeben. Für Schularbeiten in der Unterrichtssprache und den Lebenden Fremdsprachen gilt dies nur, wenn besondere Arbeitsformen oder besondere Stoffkenntnisse dies erforderlich machen. Andere behandelte Lehrstoffgebiete dürfen nur dann Gegenstand einer Schularbeit sein, wenn sie für die Beherrschung der Bildungs- und Lehraufgaben der in der betreffenden Schularbeit behandelten Lehrstoffgebiete Voraussetzung sind. Der in den letzten beiden Unterrichtsstunden des betreffenden Unterrichtsgegenstandes vor einer Schularbeit, in Berufsschulen am letzten Unterrichtstag vor einer Schularbeit, behandelte neue Lehrstoff darf nicht Gegenstand der Schularbeit sein.

Übliche Praxis in Mathematik: Ein Stoffgebiet wird Thema für ein paar Wochen, einige Algorithmen werden geübt und in der Schularbeit abgefragt.
Das steht im deutlichen Gegensatz zur Intention „Vernetzung“ des Wissens.
Wenn LehrerInnen wollen, können Sie in der Zeit vor der Schularbeit die Vernetzung im Unterricht herstellen und damit zum legalen Thema der Schularbeit machen – tun sie das? Sehr selten …
Im Zeichen von Standards und zentralen Aufgabenstellungen für das Abitur sind Vernetzungen auch kein Wunschthema, oder?

Der Arbeitskreis wird eine *Schriftenreihe „Materialien für einen vernetzenden Mathematikunterricht“* herausgeben. Band 1 der Reihe, mit einem inhaltlich breit gefächerten Spektrum an Beiträgen, wird voraussichtlich im Frühjahr 2010 erscheinen. Herausgeber sind Astrid Brinkmann, Jürgen Maaß und Hans-Stefan Siller.
Als Sprecher des Arbeitskreises wurden Astrid Brinkmann (1. Sprecherin) und Michael Bürker (2. Sprecher) gewählt.
Auf der GDM-Tagung 2010 in München wird das nächste Treffen des Arbeitskreises stattfinden – Interessierte sind als weitere Mitglieder herzlich willkommen. Die nächste Tagung des Arbeitskreises ist für April 2010 in Linz geplant und wird von Jürgen Maaß organisiert werden.
Weitere Informationen zum Arbeitskreis können im Internet unter der Adresse www.math-edu.de/Vernetzungen.html abgerufen werden.