

H. Schumann:

Schulgeometrie im virtuellen Handlungsraum

Rezensiert von H. Schupp

Es ist leider schon Tradition, dass die Raumgeometrie im Verlaufe des geometrischen Lehrgangs innerhalb der Sek I mehr und mehr vernachlässigt wird, obwohl das räumliche Vorstellen und Denken gerade dort gefördert werden kann. Auch die Bildungsstandards machen da keine Ausnahme. Sie nennen zwar „Raum und Form“ als Leitidee; soweit sie darunter aber anspruchsvolle geometrische Tätigkeiten nennen, ziehen sie sich wieder auf die Ebene zurück.

Das Medium DGS (Dynamische Geometriesoftware) hat – aller seiner Vorzüge ungeachtet – diese Tendenz leider noch verstärkt. Die Darstellung räumlicher Phänomene mit ebenenorientierter Software ist zwar nicht unmöglich, doch auch bei Grundkenntnissen in Darstellender Geometrie eingeschränkt und schwierig, weshalb sie in der Schulpraxis zurücktritt.

Es hat recht lange gedauert, bis man Ansätze zu dreidimensional ausgerichteter Software entwickelt hat. Das ist nicht verwunderlich, sind doch die Schwierigkeiten beim sinnvollen Arbeiten auf dem nach wie vor zweidimensionalen Monitor durchaus grundsätzlicher Art. (Man denke nur an die synthetische Eingabe von Raumpunkten.)

Mit Cabri 3D bietet nun die französische Forschergruppe, welche schon beim Erstellen von DGS-Programmen maßgeblich gewesen ist, eine weit fortgeschrittene Software zur interaktiven Raumgeometrie (DRGS) an. Heinz Schumann hat sie (einschließlich Handbuch) ins Deutsche übertragen. Vor allem aber hat er, so der Untertitel, ein zusätzliches „Lehr- und Lernbuch der interaktiven Raumgeometrie mit Cabri 3D“ geschrieben, in dem er ausführlich darlegt, wie sich die Arbeit mit dieser Software gestalten lässt und welchen Zwecken sie dienen kann. Ihm liegt eine CD bei, welche eine Demo-Version von Cabri 3D 2.0, das zugehörige Handbuch sowie eine pdf-Version des Buches (diese mit farbigen Bildern) umfasst. Das Buch besteht aus einer Einführung und einer vergleichsweise umfangreichen Folge ausgewählter Themen.

In der Einführung werden zunächst die Eigenschaften des virtuellen Handlungsraums sowie dessen Bedeutung für den Geometrieunterricht untersucht. Schon hier zeigt sich die Vertrautheit des Autors mit Geschichte und Praxis dieses Unterrichts sowie insbesondere mit seiner Weiterentwicklung unter Benutzung neuerer Medien. Er ist Praktiker genug, die von ihm aufgezeigten (und späterhin detaillierten) Realisierungsmöglichkeiten der DRGS in den Klassen 5–12 als ein Maximum zu bezeichnen, welches im Unterricht erhebliche Abstriche erfahren wird, aber sinnvolle Einstiege und Trends ausweist. Auf zukünftige Weiterentwicklungen solcher Software und auf didaktisch-methodische Forschungsdesiderata weist er hin.

Sodann führt er in das Arbeiten mit den Werkzeugen von Cabri 3D ein. Diese sind so zahlreich (immerhin gibt es zehn Boxen mit durchschnittlich sechs Erzeugungs- bzw. Berechnungstypen), vielfältig kombinierbar und in allen wichtigen Perspektiven anwendbar, dass den Lesern dringend geraten wird, die Software selbst und auch das Handbuch parallel zu benutzen. Neben den vom Autor mitgelieferten instruktiven Beispielen sollten sie möglichst bald auch eigene Versuche zum räumlichen Konstruieren, insbesondere zur Darstellung von Körpern und zum Umgang mit ihnen starten. Auch wer Erfahrungen mit DGS hat und kein geometrischer Laie mehr ist, wird sich anfänglich schwer tun, aber an seinen Fehlern lernen und bald erkennen, wie variabel und tiefgründig man vorgehen kann. Erfahrungsgemäß versteht man eigene Konstruktionen besser als vorgelegte (im Buch notwendigerweise statische) Bilder, zumal diese zuweilen viele verwirrende Hilfslinien aufweisen. Insofern ist es schade, dass man (noch) keine Makros (Beispiel: Kugel durch vier nichtplanare Punkte) anfertigen kann. Der dritte Abschnitt gilt dem dynamischen Visualisieren und Variieren, wobei sich die Vorzüge des neuen Mediums deutlich herausheben (und systembedingte Einschränkungen keineswegs

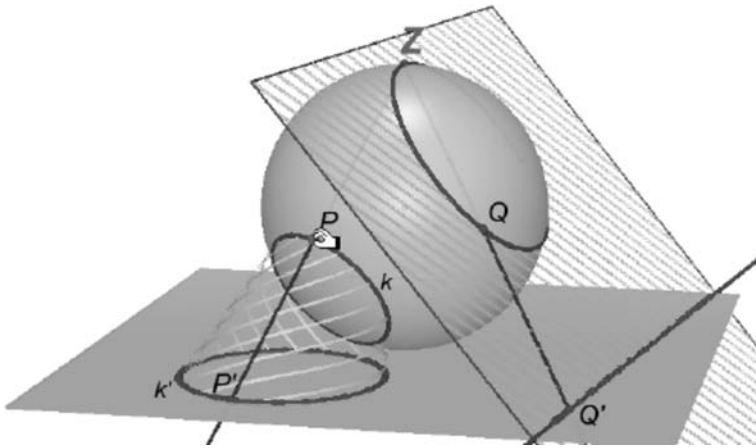


Abbildung 1

verschwiegen werden). Das gilt insbesondere für raumgeometrische Konstruktionsaufgaben (u. a. mit räumlichen Abbildungen, Beispiel: stereographische Projektion, s. Abb. 1) und Satzzugänge, aber auch für Modellierungen von Weltsituationen. Die ästhetische Wirkung aller dieser Maßnahmen ist hochmotivierend (schon in der statischen Buchdarstellung).

Eine direkte Hilfe für den Unterricht bietet die im vierten Teil gegebene Anleitung zur Erstellung von interaktiven Lernumgebungen für die Raumgeometrie.

Diese umfassen nicht nur Arbeitsblätter, sondern auch Hinweise auf Demo-Dateien, Online-Scripts und Videos. Besonderer Wert wird auf die Vernetzung klassischer und computergraphischer Aktivitäten gelegt, ein wichtiger Aspekt, der im weiteren Verlauf leider etwas zurücktritt.

Der zweite und weitaus größere Teil des Buches bringt nicht weniger als 16 ausgewählte Themen, in denen die Grundgedanken des Einführungsteils inhalts- und methodenspezifisch weitergeführt werden. (Einige von ihnen sind zuvor separat publiziert worden.) Allerdings halte ich sie nicht alle für gleich bedeutsam.

Der Vorrat an einfachen ebenen Sätzen, die man raumgeometrisch beweisen kann (Thema 2), ist recht klein. Wichtiger scheint mir der inverse Prozess des Lösens raumgeometrischer Probleme durch Konzentration auf geeignete Schnittebenen. Die exemplarische Formenkunde (Thema 7) steht (wie jede ... kunde) in der Gefahr, auf tieferreichende Einsichten zu verzichten, d. h. hier sich mit Konstruieren und Betrachten (freilich reizvoller Konfigurationen) zufrieden zu geben.

Das experimentelle Lösen raumgeometrischer Berechnungsaufgaben (Thema 14) könnte manche

Lehrenden dazu verführen, die ohnehin übertriebene arithmetische Geometrie weiter auszudehnen und zu mechanisieren.

Das Lösen analytisch-geometrischer Raumaufgaben mittels interaktivem Konstruieren und Messen (Thema 16) geht eigentlich am Ziel der Analytischen Geometrie (als einer Fortsetzung der synthetischen Geometrie mit anderen Mitteln) vorbei. Der Autor sieht es als Möglichkeit zwischen synthetischen und analytischen Bemühungen an. Haupteinsatzgebiet der Software ist aber wohl die obere Sek I, zumal ganz bewusst das Visualisieren von Koordinatengleichungen völlig unterblieben, das analytische Charakterisieren von geometrischen Gebilden stark eingeschränkt worden ist. Andere Themen sind zwar einladend, doch so weit vom heutigen Curriculum entfernt, dass keine Chance besteht, sie zeitlich angemessen zu unterrichten. Dazu zähle ich die Darstellende Geometrie „auf andere Art“ (Themen 3, 4, 5), Raumfüllungen (Thema 9) sowie Polyederkonstruktionen, -approximationen und -durchdringungen (Themen 10, 11, 12).

Diese kritischen Bemerkungen beziehen sich nicht auf die jeweilige Präsentationsqualität. Wie die anderen Teile des mehr als 500 Seiten umfassenden Buches zeichnen auch sie sich durch präzisen, aber gut verständlichen Text, klärende Diagramme und attraktive Zeichnungen aus. Wie virtuos der Autor mit seiner Software umgehen und diesen Umgang treffend schildern kann, zeigt sich spätestens dann, wenn man versucht, eine solche Zeichnung selbst anzufertigen und an ihr zu arbeiten. Auch möchte ich nicht ausschließen, dass es sinnvoll sein kann, geeignete Einzelprobleme aus diesen Teilkapiteln in den Unterricht aufzunehmen oder eine Arbeitsgemeinschaft mit

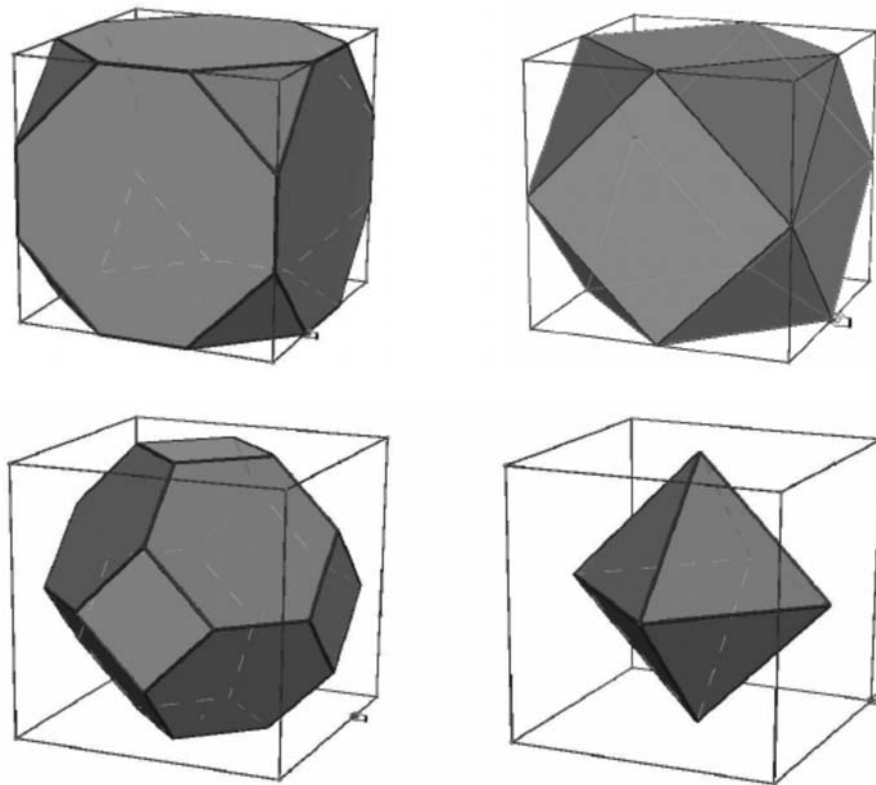


Abbildung 2

einem Themenfeld zu befassen. Schließlich mag es sein, dass andere Leser zu teilweise anderen didaktischen Wertungen kommen. Thema 1 setzt das Analogisieren von ebenen Eigenschaften (der dortigen Grundgebilde und -konstruktionen, der Lagebeziehungen, Dreiecksätze, Abbildungen u. v. a.) hin zu ihren räumlichen Entsprechungen fort. Zurecht wird dies als ein natürlicher Weg in die Raumgeometrie angesehen (der in gewisser Weise das übliche räumliche Vorspiel in der geometrischen Propädeutik umkehrt und insgesamt Ernst macht mit der seit Kleins und Lietzmanns Zeiten geforderten Fusion ebener und räumlicher Argumentationen). Die Beispiele sind so geschickt gewählt, dass einerseits das heuristische Potential des Analogisierens hervortritt, andererseits aber auch dessen Grenzen (etwa bei den Tetraederhöhen, die keinen gemeinsamen Punkt haben müssen) aufgezeigt werden. Mir scheint, dass ein solches Parallelführen im gegenwärtigen Curriculum die einzige Möglichkeit ist, ansprechende Raumgeometrie zu treiben. Natürlich darf die Behandlung der Kegelschnitte als Schnitte am Kegel nicht fehlen (Thema 6). Zwar gibt es hierzu auch „begreifbare“ Körpermodelle, die insbesondere die Ortslinieneigenschaf-

ten (über die Dandelin-Kugeln) dieser Schnitte verstehen lassen, doch ist ihnen die computergraphische Darstellung durch die hier gegebenen Darstellungs- und Variationsmöglichkeiten überlegen, indem sie die Schnittmetamorphosen erleben lässt. Bei der anschließenden Verebnung (zentralprojektive Kreisbilder) geht man dann allerdings besser zu einer DGS über (Schumann wählt Cabri II Plus). Selbstverständlich bieten sich nach analytischer Einkleidung auch CAS-Versionen an. Insgesamt sind Kegelschnitte – neben ihren vielen weiteren Vorzügen – auch ein ausgezeichnetes Feld für multimediales Vorgehen.

Einerseits werden die Platonischen Körper (Thema 8) vom Programm direkt angeboten (wie stets als Körper-, Flächen- oder Kantenmodelle), andererseits werden (als Zugang in Bildern, d. h. mit einem Minimum an Text) zahlreiche Konstruktionsmöglichkeiten (mit Kugelzirkel und Planeal (analog zum Lineal), durch Anlage und Auffaltung von Netzen, vom Würfel her u. a.) angeboten, die Einsichten liefern in ihre Gemeinsamkeiten und Unterschiede. Eckenabstumpfen kann zu Archimedischen Körpern führen (s. Abb. 2), Sternen oder Durchdringen zu regelmäßigen konkaven Gebilden (s. Abb. 3). Es wäre zu wünschen, dass

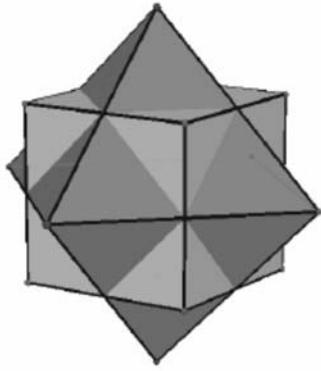


Abbildung 3

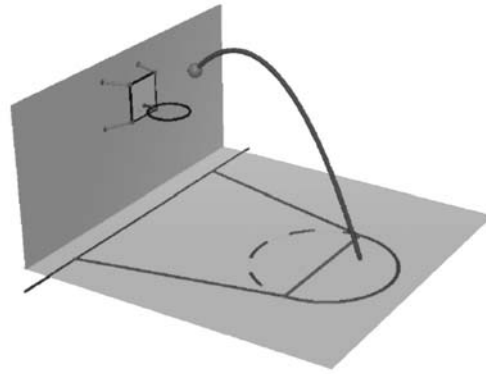


Abbildung 4

dieses traditionsreiche Thema durch das neue Medium wieder an Bedeutung gewinnt.

Indem Thema 13 auf das Modellieren und Entwerfen von Raumobjekten in unserer Umwelt eingeht, nimmt es sich des Anliegens der ehemals volksschultypischen „Raumlehre“ in neuer Form an. Auf die Analyse eines gewählten (statischen oder dynamischen) Objekts folgt seine (Re)Konstruktion im virtuellen Raum und schließlich der validierende Vergleich des Konstrukts mit der Vorlage. Unter den zahlreichen durchgeführten Beispielen wird man sich aus Zeitgründen auf wenige beschränken müssen. Meine Wahl wäre: Wendeltreppe, Katzenauge, Umlaufsystem Sonne-Erde-Mond, Basketball-Wurf (s. Abb. 4).

Die o. a. Bedenken gegen allzu viele geometrische Berechnungen gelten wohl nicht für das experimentelle Lösen von raumgeometrischen Extremwertaufgaben (Thema 15). Hier kombinieren sich das fast mühelose Variieren maßkonkurrierender Objekte und das schnelle Berechnen von Volumina, Flächeninhalten und Gesamtkantenlängen. Derart wird die fundamentale Idee Optimieren nun endlich auch, nachdem sie in der Planimetrie der Sek I langsam Fuß fasst, auf die dortige Stereometrie bezogen, und zwar mit bemerkenswerten, weil ästhetisch befriedigenden und innerlich zusammenhängenden Resultaten. Man hätte hinzufügen (und an einem Beispiel demonstrieren können), dass nicht wenige der gefundenen Resultate sich schon mit elementaren, d. h. vorinfinitesimalen Mitteln exaktifizieren lassen.

ren können), dass nicht wenige der gefundenen Resultate sich schon mit elementaren, d. h. vorinfinitesimalen Mitteln exaktifizieren lassen.

Insgesamt ein bemerkenswertes, Pionierarbeit leistendes Buch, welches geradezu einlädt, in ihm zu schmökern und aus dem überreichen Angebot das eine oder andere auszuprobieren, für sich und/oder für den Unterricht. Selbstverständlich wird zu überlegen sein, wie man dort das neue Medium in die ohnehin schon reiche und neuerdings noch erweiterte Medienlandschaft der Geometrie integriert und für die Leitziele des Geometrieunterrichts dienstbar macht. Weiterhin ist genügend Zeit und sind einfache Aufgaben einzuplanen für das Vertrautwerden mit der Software. Dann aber ist eine Bereicherung der Schulgeometrie, eine Vertiefung des Arbeitens „mit Formen im Raum“ unverkennbar, auch wenn man nur einen kleinen Teil des Angebots aufnimmt. Ich wünsche dem Werk weite Verbreitung und Nutzung. Wegen seiner didaktisch-methodischen Verankerung und seiner umfassenden Orientierung wird es auch dann hilfreich sein, wenn man (auf dem Markt befindliche oder zukünftige) konkurrierende DRGS-Produkte benutzt.

H. Schumann: Schulgeometrie im virtuellen Handlungsraum
Hildesheim und Berlin: Franzbecker 2007

Diese Rezension ist bereits am 15. 9. 2008 (!) bei der Redaktion eingegangen. Durch einen bedauerlichen Fehler ist sie nicht – wie geplant – im letzten Heft erschienen. Wir bitten um Entschuldigung.