W. Kroll:
Räumliche Kurven und Flächen in phänomenologischer Behandlung

Rezensiert von Joachim Jäger

1 *Zum Hintergrund*

Der Geometrieunterricht in der SII zeigt immer noch ein stark reduziertes Bild seines Unterrichtsgegenstandes. In der SI dominieren Fragestellungen der ebenen synthetischen Geometrie; in der SII reduziert sich Geometrie im wesentlichen auf zwei Themenkreise: einerseits Kurven als Graphen von reellwertigen Funktionen in einer Variablen, behandelt mit Mitteln der Analysis, andererseits Geraden und Ebenen als Objekte der Linearen Algebra. Dabei steht zudem selten der geometrische Kern dieser Objekte im Vordergrund, eher die kalkülhafte Durchführung von Algorithmen der Analysis bzw. der Linearen Algebra zur Lösung von Standardproblemen wie z. B. Extremwertberechnungen und Abstandsberechnungen. Kurven und Flächen im Raum sind bei keinem dieser beiden Themenkreise Gegenstand des Unterrichts. Nur wenige Lehrpläne weisen auf Raumkurven als fakultative Themen des Unterrichts hin. Unterrichtswerke folgen den Lehrplänen und bieten daher auch wenig Alternativen. Auch bei den Bildungsstandards bleibt das Bekenntnis zur Leitidee „Raum und Form“ eher ein Lippenbekenntnis. Und schließlich wird auch in der fachdidaktischen Forschung, den Publikationen nach zu schließen, der Untersuchung und Entwicklung von Raumgeometrie-Unterricht wenig Aufmerksamkeit gewidmet.

Die wohl einzige echte Modernisierung der letzten Jahre ging von dynamischer Geometriesoftware (DGS) aus; die gängigen Produkte, die auch didaktisch erkundet und aufbereitet sind, beschränken sich im wesentlichen auf ebene Geometrie. Erst mit der Erprobung von 3D-Programmen wie Cabri3D wird hier Abhilfe geschaffen. Konstruktionssoftware ist aber in der Regel zur umfassenden Erkundung von Kurven und Flächen weniger geeignet, da hierzu die Definition von Kurven und Flächen über implizite Darstellungen und Parameterfunktionen nötig ist. So bieten sich gegenwärtig nur Computeralgebrasysteme (CAS) als computergestützte Medien für einen Unterricht in Raumgeometrie an.

Die Frage nach den Ursachen für die offenbar ungenügend Berücksichtigung von raumgeometrischen Fragestellungen im Mathematikunterricht besitzt vermutlich eine mehrschichtige Antwort. Dass ein solcher Unterricht einfach schon aus technischen Gründen (Erstellung von Zeichnungen, Wechsel der Ansicht) schwieriger ist, ist sicher ein Grund, der mit dem Einsatz von DGS bzw. CAS erfolgreich beseitigt werden kann. Ein weiterer Grund mag in der traditionellen Vernachlässigung der Geometrie im universitären Studium und der daraus folgenden mangelnden geometrischen Fachkompetenz vieler Mathematiklehrer liegen. Lineare Algebra ist eben keine Raumgeometrie und Differentialgeometrie und mehr noch algebraische Geometrie setzen mit einem Abstraktionsniveau ein, welches die geometrischen Hintergründe oft verdeckt.

2 *Das Konzept*

Vor diesem Hintergrund kann man das Buch von Wolfgang Kroll als ein Plädoyer für einen, wie er sagt, innovativen und substanzreichen Unterricht in Raumgeometrie verstehen. Eine solche Geometrie hat in Kroll einen sehr erfahrenen und kompetenten Mathematikdidaktiker als Fürsprecher. Um keine Missverständnisse zu erzeugen, grenzt Kroll das Werk gegen einen Kurs über Differentialgeometrie ab. Während man dort Kurven und Flächen weitgehend von einander isoliert betrachtet und möglichst rasch zu Kernaussagen wie der Charakterisierung einer Kurve durch eine Parametrisierung mit der Bogenlänge, mit Krümmung bzw. im räumlichen Fall zusätzlich Torsion vorstößt, endet Krolls Behandlung, soweit sie die Systematik der Differentialgeometrie betrifft, an dieser Stelle. Das Ziel ist nicht der Aufbau einer Theorie sondern die Erkundung von räumlichen Objekten wie Kugel, Zylinder, Kegel, Torus und

der ihnen eingelagerten Kurven in ihren wechselseitigen Beziehungen. Dazu zählen dann aber auch Themen, die in der Differentialgeometrie nicht behandelt werden, wie z. B. Flächen – und Volumenberechnungen. Entsprechend dem Anspruch, phänomenologisch vorzugehen, steht die Analyse der Erscheinungen solcher Schnitte im Vordergrund. Diese Analyse selbst ist allerdings sehr wohl systematisch: Kurven werden z. B. unter dem Gesichtspunkt ihrer Entstehung und ihrer analytischen bzw. algebraischen Darstellungen betrachtet. Die Viviani-Kurve, die Kroll an den Anfang stellt, erscheint so nicht nur in einer Parameterdarstellung sondern auch als Schnitt von Kugel und Zylinder bzw. von Doppelkegel und Zylinder. Krummlinige Koordinatensysteme (z. B. Längen- und Breitenkreis auf der Kugel) führen dann zu geeigneten Parametrisierungen. Parameterdarstellungen lassen sich oft in implizite Darstellungen überführen, die dann ihrerseits wieder Flächen definieren, deren Schnitt die Ausgangskurve ist. Linearkombinationen der definierenden impliziten Gleichungen erzeugen immer weitere Darstellungsmöglichkeiten. Das Buch bietet so einen systematischen Weg zur Erkundung von Kurven auf Flächen und deren Eigenschaften.
Kroll sieht als einen wesentlichen Grund für die Vernachlässigung von Raumgeometrie in der Schule die Probleme der graphischen Darstellung an. In der Tat sind Flächen und Raumkurven nicht nur generell schwerer zu zeichnen als ebene Figuren; man erkennt das Wesentliche häufig erst durch einen Wechsel des Augenpunktes und benötigt daher meist mehrere Ansichten. Die Lösung dieses Problems und damit eine entscheidende neue Möglichkeit für den Geometrieunterricht sieht Kroll im Einsatz eines CAS. Für das Buch verwendet er MuPAD. Natürlich kann das Buch selbst als statisches Medium nur einen eingeschränkten Eindruck der dynamischen Möglichkeiten eines CAS vermitteln. Für die Lektüre des Buches wie für einen darauf basierenden Unterricht ist daher die parallele Arbeit mit MuPAD sinnvoll, sogar erforderlich. Der Einsatz eines CAS erlaubt darüber hinaus die Bewältigung von sonst sehr aufwändigen Rechnungen (von Termumformung bis hin zur numerischen Integration), die per Hand im Unterricht überhaupt nicht oder nicht in vertretbarer Zeit zu bewältigen sind. Das Buch ist daher ebenso ein Plädoyer für den Einsatz eines CAS im Unterricht.
Kroll möchte den Leser zu eigener Arbeit anregen. Dazu stellt er im Buch Übungsaufgaben und – umfangreichere – Arbeitsaufträge zur Verfügung, die eigene Erkundungen anregen sollen. Lösungen enthält das Buch allerdings nicht. Themen, die eher als Supplement zu betrachten sind, ergänzen – in kleinerer Schrift – den Haupttext. Schwierigere Themen und Aufgaben werden mit einem Stern gekennzeichnet. Am Ende des Buches findet man zu jedem Abschnitt einen didaktischen Kommentar, der neben allgemeinen didaktischen Anmerkungen Vorschläge für die Themenauswahl im Unterricht enthält. Denn die Fülle des Stoffes, die das Buch bietet, überschreitet natürlich bei weitem die zeitlichen Möglichkeiten, die in der Schule gegeben sind. Kroll betrachtet sein Buch als ein Buch für die Schule, aber nicht als Schulbuch. Er geht davon aus, dass alle Themen grundsätzlich in der Oberstufe des Gymnasiums behandelt werden können. Das ist allerdings eine sehr optimistische Einschätzung.
Das Register ist ausführlich. Im Literaturverzeichnis vermisst man einige Referenzen, z. B. Coxeters Introduction to Geometry. Das 2007 erschienene Werk hat 297 Seiten mit 164 Abbildungen, die auf MuPAD-Notebooks (Version 3 und 4) beruhen und besitzt das Format DIN A 4.

3 *Die Inhalte*

Das Buch gliedert sich in fünf Kapitel:

Kap. 1: Kurven auf der Kugel
Kap. 2: Kurven und Flächen am Zylinder
Kap. 3: Flächen- und Volumenberechnungen
Kap. 4: Kurven und Flächen am Torus
Kap. 5: Weitere Kurven und Flächen
Anhang mit didaktischen Anmerkungen

Kapitel 1 beschäftigt sich zunächst mit der Viviani-Kurve, die über eine Parameterdarstellung mit Längen- und Breitenkreis als Parameter (u, v) erzeugt wird. Diese Darstellung ist besonders einfach, nämlich $v = u$. Hier treten schon Unterschiede im Vergleich zu Funktionsdarstellungen in der Ebene auf. Die orthogonalen Projektionen auf die Koordinatenebenen liefern kartesische Koordinatengleichungen und betten die Viviani-Kurve in auf den Ebenen senkrechten (allgemeinen) Zylinder ein. Die Kurve erscheint so auch als Schnitt von Zylindern. Linearkombinationen der bestimmenden Gleichungen liefern weitere Darstellungsmöglichkeiten.
Sodann werden mit den Mitteln der Differentialrechnung Tangenten an die Kurve studiert und die von ihnen erzeugte Tangentenfläche bestimmt. Allgemeine Eigenschaften werden am Beispiel studiert und formuliert, z. B. die Konstanz der Tangentialebene der Tangentenfläche

längs einer Tangenten. Abstandsberechungen führen zu der bekannten Formel für die Bogenlänge einer Kurve. Anwendungen schließen sich an: Kartenprojektion (Mercatorkarte), Kugelkreise und optimalen Flugrouten auf der Erde und der Zusammenhang zu Loxodromen. Als Supplement werden Radlinien und andere kinematisch erzeugbare Kurven diskutiert.
Kapitel 2 beginnt mit der Schraubenlinie (Helix) am Zylinder, ihrer Parametrisierung und Abwicklung. Damit wird eine Definition des Begriffs der Krümmung und der Torsion eingeleitet. Anschließend werden weitere Beispiele studiert (die auf einem Zylinder aufgewickelte Parabel und die Kegelschraube). Der nächste Abschnitt diskutiert die Kurven, die beim Schnitt von Zylindern entstehen, und klärt z. B. die Entstehung und Berechnung eines Kreuzgewölbes auf. Von den weiteren Beispielen ist die Diskussion einer Sattelfläche am aufschlussreichsten. Mit Schraubflächen rücken korkenzieherartige Flächen ins Blickfeld. In diesem Kapitel wird mit Begriffen wir Krümmung und Torsion der theoretische Rahmen abgesteckt. Im Zentrum steht aber die Erkundung konkreter und hier auch praxisrelevanter Beispiele, an denen sich die Tragweite der neuen Begriffe und Betrachtungsweisen ermessen lässt.
Kapitel 3 ist der Volumen- und Flächenberechnung gewidmet, allerdings nicht in der aus der Schulmathematik bekannten Reduzierung auf ebene Flächen, Mantelfläche und Volumen von Rotationskörpern. Den Ausgangspunkt bildet Vivianis „florentinisches Rätsel“, dessen – von Viviani nicht erwartete - Lösung durch Leibniz die Stärke des neuen Kalküls der Integralrechnung demonstrierte. Es geht nun um die Berechung von Flächenstücken auf der Kugel, Vivianis Kugelfenster, die Fläche eines Kugelabschnitts, die sphärische Lemniskate und anderes. Kroll entwickelt hier wieder die Berechnungsmethode ohne formale Strenge auf eine anschauliche und gut nachvollziehbare Weise, allerdings begrenzt auf Flächen auf der Kugel und führt die Berechnungen in den konkreten Beispielen durch. Wie zuvor setzt dies eine gute Vertrautheit mit Winkelfunktionen und hier nun dem Kalkül der Integralrechnung voraus. Zum ersten Mal tritt bei der Berechnung einer Kugelellipse das Problem auf, dass ein Integral nicht in geschlossener Form berechnet werden kann. Daran muss man aber nicht scheitern, wenn man sich mit dem numerischen Ergebnis, welches ein CAS ermittelt, zufrieden gibt.
Volumenberechnungen bilden den zweiten Schwerpunkt des Kapitels. Berechnet wird der vivianische Bohrkörper, den ein Zylinder aus einer Kugel stanzt. An dem Beispiel wird die allgemeine Methode der Volumenberechnung erarbeitet: Summierung (Integration) von infinitesimalen Scheibchen, aus denen sich der Körper zusammensetzt. Hier wird die Methode am Beispiel der Kugel, aus der Bohrkörper ausgeschnitten werden (elliptische Durchbohrung, parabolische Durchbohrung, vivianisches Konoid) erprobt. Der letzte Abschnitt des Kapitels verallgemeinert die Methoden. Zunächst werden allgemeine Flächeninhalte berechnet. Allerdings denkt man sich nun die Flächen als aus infinitesimalen Parallelogrammen zusammengesetzt, die von (ebenso infinitesimalen) Parametervektoren ds und dt aufgespannt werden. Mit Hilfe der auf dem Vektorprodukt beruhenden Flächenformel für ein Parallelogramm gewinnt man zunächst eine Formel für den Inhalt eines infinitesimalen Flächenstücks und über doppelte Integration die Formel für den Flächeninhalt insgesamt. Die Notation des Doppelintegrals in der Form

$$\int_{y_1}^{y_2} dy \int_{x_1}^{x_2} \ldots dx$$

ist allerdings etwas gewöhnungsbedürftig. Mit der Säulenmethode wird dann auch die Berechnung von Volumina von Körpern erarbeitet, die durch eine Funktion $z = f(x, y)$ und eine Randkurve gegeben sind. Auch in diesem Kapitel verzichtet Kroll auf formale Strenge, macht aber die Methoden anschaulich verständlich. Die Berechnungen selbst erfordern natürlich wieder solide Kenntnisse, sowohl aus der linearen Algebra wie der Integralrechnung.
Mit Kapitel 4 geht Kroll nun über die bisher zugrunde liegenden fundamentalen Flächen (Zylinder, Kugel, Kegel) hinaus. Mit dem Torus tritt eine Fläche ins Blickfeld, deren Erzeugung charakteristisch ist für eine ganze Klasse von Flächen: Der Mittelpunkt des erzeugenden Kreises läuft auf einem Leitkreis. Dabei steht der erzeugende Kreis senkrecht auf der Ebene, in der der Leitkreis liegt. Kroll entwickelt nun zunächst eine Parametrisierung und berechnet mit den Methoden der vorangegangenen Kapitel Oberfläche und Volumen. Hier wäre vielleicht ein Hinweis auf die Guldinsche Regel, die mit den verwendeten Methoden abgeleitet werden kann, sinnvoll gewesen. Interessant ist nun das Variieren der Situation: Man kann z. B. den Radius des erzeugenden Kreises variieren. Was ändert sich dabei? Wie sehen die entstehenden Flächen aus? Man kann auch den Leitkreis durch eine andere Leitkurve ersetzen. Was resultiert daraus? Man kann den Leitkreis zu einer Schraubenlinie liften. Dann entsteht ei-

ne schlauchartige Spirale. Schließlich kann man erzeugenden Kreis und Leitkreis gleichzeitig variieren. Kroll führt nun vielfache Berechungen an diesen Beispielen durch. Hier entstehen Integrale, die in geschlossener Form nicht bestimmt werden können. Für konkrete Parameter wird dann wieder das CAS zu numerischen Berechnung herangezogen. Im didaktischen Kommentar geht Kroll auf die Bedeutung des Variierens ein.
Der nächste Abschnitt des Kapitels widmet sich Schraubenlinien, Knoten und Bändern auf dem Torus. Hier steht die anschauliche Darstellung ganz im Vordergrund. Es geht hier zunächst weniger um Berechnungen als um Erkenntnisse wie z. B. die Entstehung von Knoten bei der Kombination von Längs- und Querumwicklungen des Torus. Die Erweiterung der Windungskurven zu Bändern führt zum wohlbekannten Möbiusband. Loxodromen des Torus werden wieder ausführlich rechnerisch behandelt. Ein Exkurs (als Supplement) widmet sich den interessanten Villarceau-Kreisen, deren eigenartige und überraschende Eigenschaften analysiert werden.
Eine gewisse Rolle spielt der Torus bei der Lösung des Delischen Problems (freilich nicht in seiner Beschränkung auf Konstruktion mit Zirkel und Lineal) durch Archytas von Tarent, einem mathematischen Berater von Platon. Die Übersetzung des Problems der Verdopplung des Würfels führt zu einer Fragestellungen von Kurven auf einem Grenztorus (der gerade kein „Loch“ mehr in seiner Mitte hat), welches Kroll nun ausführlich beleuchtet. Der letzte Abschnitt ist den dem Torus verwandten Dupinschen Zykliden gewidmet.
Das letzte Kapitel folgt nicht mehr dem bisher eingeschlagenen Weg. Bereits sein Titel „Weitere Kurven und Flächen“ weist auf seine Heterogenität hin. Das Kapitel beschäftigt sich mit zwei sehr verschiedene Themen: Raumparabeln und Interpolation. Unter Raumparabeln versteht Kroll Kurven mit der Parametrisierung $(x, y, z) = (t, t^2, t^3)$. Ihre Projektionen auf die Koordinatenebenen sind eine quadratische, eine kubische und die Neilsche Parabel. Fragen zu ihren Tangenten werden beantwortet. Auf die bereits mehrfach erprobte Weise wird die Kurve in Flächen eingebettet, etwa indem man aus der Parametrisierung eine Koordinatengleichung gewinnt. Ausführlich wird die Schiebefläche mit der Parametrisierung $(t + s, t^2 + s^2, t^3 + s^3)$ untersucht. Rotationsflächen, die bei Rotation der Raumparabel um eine ihrer Sehnen entsteht schließen sich an. Der Abschnitt wird mit einer Diskussion von Flächen- und Volumenberechnungen abgeschlossen. Diesem Abschnitt fehlt ein wenig die Stringenz der vorangegangenen Kapitel.
Der zweite Teil des Kapitels behandelt ein gänzlich anderes Thema: Interpolation. Hier liegt der Fokus auf der Anpassung möglichst einfacher (polynomialer) Raumkurven an vorgegebene Punkte (Lagrange-Interpolation) bzw. an vorgegebene Design-Parameter (Bézier-Kurven und Bézier-Flächen). Die Behandlung der Lagrange-Interpolationspolynome bewegt sich auf bewährten Pfaden und eröffnet wenig neue Perspektiven. Bézierkurven und -flächen passen zwar formal in den Rahmen des Buches, verfolgen jedoch ganz andere Fragestellungen und benötigen andere Methoden. Mit dem Casteljau-Algorithmus stellt Kroll zwar eine einfache Berechungsmethode vor; die eigentliche Bedeutung der Kontrollpunkte bei der Definition von Bézier-Kurven, die sich aus dem Zusammenspiel geometrischer und analytischer Methode ergibt, wird nicht expliziert. Die geometrischen Vorteile, wie etwa die Invarianz bei affinen Transformationen bleiben im Dunkeln. Ein Ausblick auf die Verallgemeinerungen wie B-Splines und NURBS wäre wünschenswert gewesen.

4 *Abschließende Bemerkungen*

Das Buch entfaltet eine Fülle an Materialien und Methoden, welche in den größten Teilen einem Mathematiklehrer nicht vertraut sein dürften. Viele der Untersuchungsergebnisse dürften an anderen Stellen wohl bisher nicht publiziert worden sein. Das hat den Vorzug, dass der Lehrer bei der Lektüre in einer ähnlichen Position ist, wie ein guter Schüler: Die technischen Grundlagen (Winkelfunktionen, elementare Differential- und Integralrechung, Vektorrechnung und elementare lineare Algebra) sind ihm vertraut, die betrachteten Objekte und die Methoden zu ihrer Untersuchung jedoch weniger. Die umfangreichen und oft Geschicklichkeit erfordernden Rechnungen zwingen ihn zu einer konzentrierten Lektüre und einer intensiven Mitarbeit, zu der die Aufgaben und Arbeitsaufträge genügend Anreiz bieten. Hat der Leser bislang nicht mit einem CAS gearbeitet, so muss er sich auch dieses Neuland erschließen. Der Lehrer, vor diese Situation gestellt, wird also umso besser abschätzen können, was er davon seinen Schülern zumuten kann und was nicht. Jedenfalls bietet das Buch bei weitem ausreichende Orientierung in sachlicher wie in didaktischer Hinsicht zur Gestaltung einer eigenen Unterrichtseinheit zur Raumgeometrie.

Die Themen selbst sind weitgehend spannend und in einer Weise aufbereitet, die man als vorbildlich bezeichnen kann. Der rote Faden ist – vielleicht mit Ausnahme des letzten Kapitels - immer sichtbar. Die Lektüre kann eine wesentliche Bereicherung für den Mathematiklehrer in der SII darstellen, sein Hintergrundwissen entscheidend verbessern und zur Vernetzung seines Wissens in den Gebieten Analysis und Lineare Algebra beitragen. Daher kann man das Buch uneingeschränkt, auch zur Fortbildung empfehlen.
Das Buch ist bestens als Grundlage einer Vorlesung oder eines Seminars für Lehramtsstudenten – und nicht nur für diese – geeignet. Für den angehenden Fachmathematiker würde seine Lektüre eine erhebliche Bereicherung seiner Kenntnisse im Anschluss an die im Grundstudium gängigen Vorlesungen über Analysis und Lineare Algebra/ Analytische Geometrie darstellen. Für denjenigen, der sich mit Differentialgeometrie näher beschäftigen möchte, liefert das Buch in Ausschnitten eine solide Anschauungsbasis. Studenten der Ingenieurwissenschaften können von der Lektüre sehr profitieren, denn für sie ist die Thematik viel näher an ihrer Praxis, und die Kroll'sche Annäherung an die Themen sind dem im Ingenieurstudium angestrebten Verständnis- und Abstraktionsniveau angepasst.
Einige Einschränkungen sollen aber nicht verschwiegen werden. Die Lektüre des Buches und auch der Einsatz als Grundlage für eine Unterrichtseinheit setzen voraus, dass MuPAD zur Verfügung steht. Seit September 2008 ist MuPAD nur noch als Bestandteil der Symbolic Math Toolbox zu MATLAB erhältlich. Seine weitere Pflege ist also zumindest fraglich. Natürlich ist eine Realisierung der Zeichnungen auch in einem anderen CAS möglich wie z. B. Mathematica oder Maple. Aber der Übergang zu einem anderen Produkt erfordert ein Umschreiben des MuPAD-Codes in die Sprache des anderen Systems, was natürlich eine hinreichend Vertrautheit und ein gehöriges Maß an Zeit und Geduld voraussetzt. Ob es, wie Kroll glaubt, in der Schule möglich sein wird, auch die Programmierung in MuPAD in angemessener Zeit zu vermitteln, wage ich zu bezweifeln. Allerdings halte ich dies für einen erfolgreichen Einsatz auch nicht für unabdingbar. Es dürfte genügen, wenn die Zeichnungen auf dem Rechner zur Verfügung stehen und die dynamischen Operationen vollzogen werden können. Die erforderlichen symbolischen und numerischen Berechnungen mit einem CAS sind verhältnismäßig einfach durchzuführen Das Buch selbst enthält nicht den Quelltext der Notebooks, mit denen die Zeichnungen erzeugt werden. Das hätte den Rahmen des Buchs gesprengt. Der Leser kann die Notebooks (und den Buchtext in Pdf-Form) jedoch bei folgender Adresse im Internet beziehen: http://mupad.zum.de/education/data/more/krollkuf/index.html (Stand 7. 6. 09). Im Buch fehlt der Hinweis auf diese Adresse.
Der Text selbst ist sehr sorgfältig erarbeitet und enthält nur wenige kleinere und leicht korrigierbare Fehler. Der Druck und die technische Herstellung lassen jedoch zu wünschen übrig. Der Digi-Druck besitzt keine gute Auflösung. Der Einband ist sehr weich und gibt nicht genügend Stütze. Die Klebebindung ist zwar einfach, aber ausreichend stabil. Die offene Papierart ist für den Grafikdruck wenig geeignet, da die Saugfähigkeit zu groß ist. Die im MuPAD-Original klaren Zeichnungen erscheinen daher im Buch manchmal etwas verwaschen. Die Grafiken selbst sind leider nicht farbig. Die farbigen Originale in MuPAD haben eine erheblich bessere Qualität und sind oft aussagekräftiger; Graustufen sind eben weniger unterscheidbar als Farben. Der Schwärzungsgrad des Drucks ist häufig nicht ausreichend, insbesondere auf der Mitte der rechten Seiten. Anscheinend sind – zumindest in dem mir zur Verfügung stehenden Exemplar – die Andruckbögen verwendet worden. Beim Seitenumbruch und der Platzierung der Grafiken hat es offenbar Probleme gegeben. Viele Seiten enden überraschend, obwohl noch Platz für mehrere Zeilen gewesen wäre und es keinerlei inhaltliche Notwendigkeit für den Umbruch gibt. Da das Buch jedoch inhaltlich sehr empfohlen werden kann, sollte man über diese Schwächen hinwegsehen. Dem Autor und künftigen Lesern wäre zu wünschen, wenn ein leistungsfähiger Verlag sich bereit fände, das Buch zu verlegen.

W. Kroll: Räumliche Kurven und Flächen in phänomenologischer Behandlung. Eigenverlag. ISBN 978-3-00-021836-1