

# Arbeitskreis ‚Psychologie und Mathematikdidaktik‘

Schloss Rauischholzhausen, Herbst 2008

Silke Ruwisch

Die Tagung des Arbeitskreises ‚Psychologie und Mathematikdidaktik‘ der GDM fand in diesem Jahr am 24. und 25. Oktober statt. Die rund 25 Teilnehmerinnen und Teilnehmer konnten sich bei bestem Herbstwetter im wie immer angenehmen Ambiente des Schlosses Rauischholzhausen über die Forschungsvorhaben von Christina Collet (TU Darmstadt), Stefan Ufer (LMU München), Sabine Staub (Universität Landau) und Birgit Gysin (PH Ludwigsburg) informieren und diese intensiv diskutieren.

Christina Collet (TU Darmstadt) stellte mit ihrem Vortrag ‚Wirkungsanalysen von Lehrerfortbildungen zum Problemlösen in Verbindung mit Selbstregulation‘ ihr Dissertationsprojekt vor, in welchem sie Effekte von Lehrerfortbildungen zum Problemlösen in Verbindung mit Selbstregulation sowohl bei den Schülern als auch bei den beteiligten Lehrkräften zu analysieren sucht. Die zugrunde liegende Studie basiert auf Daten, die im Rahmen des von der DFG geförderten Schwerpunktprogramms BIQUA im Darmstädter Projekt unter der Leitung von Frau Prof. Dr. Bruder, Frau Dr. Komorek und Herrn Prof. Dr. Schmitz erhoben wurden. Um die Effekte der Lehrerfortbildungen zu dem Unterrichtskonzept zum Problemlösenlernen in

Verbindung mit Selbstregulation und die Wirkungen der Konzeptimplementation in den regulären Mathematikunterricht im Verlauf eines Schuljahres zu analysieren, wurde eine Feldstudie mit dem Unterrichtskonzept durchgeführt. Dazu wurden mithilfe unterschiedlicher Erhebungsinstrumente zahlreiche Daten auf Lehrer- und Schülerseite erhoben. Kennzeichnend für die vorgestellte Studie ist eine Nutzung mehrerer miteinander vernetzter Instrumente. In der Studie wurden quantitative und qualitative Verfahren eingesetzt. Die im Vortrag vorgestellten Ergebnisse zeigten Effekte der Lehrerfortbildungen auf allen vier Ebenen, die in Evaluationsstudien zur Analyse von Lehrerfortbildungen Berücksichtigung finden. Auf der Ebene der *Einschätzungen und Einstellungen der Lehrkräfte* zeigte sich, dass die Lehrkräfte die Fortbildung als gewinnbringend ansahen und sich ihre Einstellungen zu binnendifferenzierten Lernangeboten sowie zu kognitiven Anforderungen an und zum Umgang mit Hausaufgaben positiv verändert haben. Die zweite Ebene der Evaluation bezog sich u. a. auf das *Wissen der Lehrkräfte über Konzeptinhalte*. Diesbezüglich wurde festgestellt, dass die Lehrkräfte durch die Fortbildungen Wissen über heuristische Vorgehensweisen und über Elemente zum Fördern selbstregulierten Lernens erworben haben. Die dritte Ebene widmete sich

(Nürtingen) mit einem textbezogenen Ansatz. Susanne Bobrowski stellte ein Kalenderprojekt aus dem Kindergarten vor, für dessen Themewahl der Bezug zur Erlebniswelt der Kinder einerseits und die Gleichwertigkeit und Wechselbeziehung von Sache und Mathematik andererseits ausschlaggebend waren. Ausgehend von dem gemeinsam erarbeiteten Produktergebnis, einem farbig gestalteten Geburtstagskalender, vermittelte die Referentin in Form einer Rückblende den Prozess von der Planung über die Bereitstellung des Informations- und Arbeitsmaterials bis zu den fächerverbindenden Aktivitäten der Kinder.

Kathrin Cottmann berichtete von einem Unterrichtsvorhaben in einem ersten Schuljahr, bei dem Geschichten als Anlass zum Rechnen sowie zur Darstellung des Modellierungsvorgangs und Ergebnisses angeboten wurden. Die Geschichten waren als Fortsetzungsgeschichten angelegt, die sowohl inhaltlich als auch mathematisch variiert oder weitergesponnen werden konnten. Mit Rücksicht auf die noch wenig entwickelte Lesefähigkeit von Erstklässlern waren die Texte im Unterricht auch als Hörgeschichten dargeboten worden, was zugleich als Aufmerksamkeits- und Konzentrationsschulung positiv gewertet wurde. An ausgewählten Schülerdokumenten stellte die Referentin unterschiedliche Lösungsbeispiele vor, die sich teils an formale Vorgaben anlehnten, teils – vor allem in der Darstellungsmethode – kreative Weiterentwicklungen aufwiesen.

Die Idee, sachrechnerische Interessen schon vom frühen Kindesalter an aufzugreifen und in substantziellen Lernumgebungen für die Kompetenzentwicklung nutzbar zu machen, stieß bei den Teilnehmerinnen und Teilnehmern auf breite Zustimmung.

Im Arbeitskreis „Vorschulische Bildung“ stellte Stephanie Schuler (Schwäbisch Gmünd) ihr Dissertationsprojekt vor. Ausgangspunkt des Projekts ist die Überlegung, mathematische Bildung in den Alltag von Kindergärten zu integrieren. Integration bedeutet in diesem Zusammenhang das Einfügen in bestehende Strukturen, im Fall der vorgestellten Studie in ein offenes Konzept. Konkreter gefasst umfasst dies einen frühen Beginn, Altersmischung und den durchgängigen Einsatz von bereits vorhandenen Materialien statt des zeitlich begrenzten Einsatzes eines Lehrgangs oder Förderprogramms. Spiele wurden als ein mögliches Material vorgestellt, das dies im Bereich des Zahlbegriffserwerbs leisten kann. In vielen Gesellschaftsspielen und in an Gesellschaftsspielen angelehnten mathematischen Spielen verbirgt

sich mathematisches Potenzial, das Teilfertigkeiten des Zahlbegriffs wie Simultan- und Quasi-Simultanerfassung, Zählen, Abzählen, Vergleichen von Mengen oder Teil-Ganzes-Beziehungen anregen kann. Nach einer exemplarischen Analyse und Bewertung ausgewählter Spiele wurden anhand von Videobeispielen Bedingungen für die Entfaltung des mathematischen Potenzials diskutiert. Als wesentliche Punkte konnten bisher neben der mathematischen Kompetenz und der Gesprächskompetenz der Erzieherin die gemeinsame Gestaltung des Spielraums und des Spielgeschehens durch die Kinder und die Erzieherin herausgearbeitet werden.

Der Arbeitskreis „Sprache und Mathematik“ wurde im Wesentlichen durch einen Beitrag von Lilo Verboom (Duisburg) gestaltet. Im Vortrag wurden neben einigen grundlegenden theoretischen Erläuterungen zum Zweitspracherwerb vor allem methodische Maßnahmen zur Förderung der Ausdrucksfähigkeit und zum Aufbau einer fachgebundenen Sprache im Mathematikunterricht am Inhalt „Entdeckerpäckchen – Zahlbeziehungen erkennen, beschreiben und nutzen“ vorgestellt. Diese Fördermaßnahmen haben zum Ziel, dass sich (nicht nur) Migrantenkinder beim Beschreiben von Strukturen kompetenter und selbstbewusster in den Unterricht einbringen können. Die Förderung einer Gruppe von fünf Kindern mit nicht-deutscher Herkunftssprache aus einem zweiten Schuljahr an einer Duisburger Grundschule wurde nachgezeichnet. Transkripte, Schülerdokumente und Videoaufzeichnungen belegten den fachlichen und sprachlichen Lernzuwachs der Fördergruppe. Es wurde deutlich, dass die regelmäßigen Trainings von themenbezogenen Satzmustern und Satzbausteinen einen besonderen Schwerpunkt der Sprachförderung ausmachen. Vor allem dieser Aspekt wurde von den Teilnehmern diskutiert und zumeist für enorm wichtig erachtet. Es wurde herausgestellt, dass der Aspekt „Sprachförderung im Mathematikunterricht“ in der Praxis viel zu wenig beachtet wird und die Sensibilität für sprachliche Stolpersteine noch zu wenig ausgebildet ist. Weitere Erprobungen in diesem Bereich wären äußerst wünschenswert.

Während der Herbsttagung 2008 wurde turnusgemäß ein neuer Sprecherrat gewählt: Maike Grüßing (Kiel) und Klaus-Ulrich Guder (Lüneburg) wurden für weitere zwei Jahre in ihrem Amt bestätigt und werden künftig von den neu gewählten Sprecherinnen Christiane Benz (Karlsruhe) und Simone Reinhold (Hannover) unterstützt. Den

Im Arbeitskreis „Kommunikation und Kooperation“ wurde zunächst noch einmal die Zielsetzung hervorgehoben, organisatorische Veränderungen im Mathematikunterricht mit einem „Bemühen um ein wechselseitiges Verstehen und Verstanden werden“ zu verbinden. Anliegen des Arbeitskreises ist es dabei, einen intensiven Austausch zwischen der Unterrichtsforschung und der Unterrichtspraxis herzustellen.

Dieser Austausch wurde in der diesjährigen Sitzung von Gudrun Stefan (Grundschule Viechtach) initiiert. Frau Stefan stellte ihr Promotionsvorhaben „Sprech- und Schreibenlässe im Mathematikunterricht der Grundschule als Chance für Motivation und Interessenbildung“ (betreut von Prof. Bauer, Passau) vor. Dabei fokussierte sie auf „mathematische Diskussionen“ im Anschluss an Eigenproduktionen. Das Unterrichtsprojekt führte sie in ihrer eigenen Klasse (3. und 4. Jg.) durch, so dass sowohl ihre theoretischen Konzeptionen als auch die zugrunde liegenden praktischen Unterrichtserfahrungen angeregt dahingehend diskutiert wurden, wie eine „verdichtete mathematische Diskussion“ zu beschreiben ist.

Im Arbeitskreis „Neue Technologien“ trugen Felix Krawehl (Hamburg) und Christian Urff (Ludwigsburg/ Reutlingen) zu ihren Dissertationsprojekten vor.

Felix Krawehl ging der Frage nach, wie man den Beitrag, den Lernsoftware für den Mathematikunterricht in der Grundschule aus fachdidaktischer Sicht leisten kann, beschreiben kann. In seinem Vortrag zur „Entwicklung fachdidaktischer Qualitätskriterien zur Evaluation von Lernsoftware für den Mathematikunterricht im Grundschulalter“ ging Felix Krawehl ausgehend von überhöhten Versprechungen auf Fragen zur fachdidaktischen Bewertung ein. Dabei interessiert u. a. welches Bild von Mathematik bei der jeweiligen Software vertreten wird. Er beschrieb die Konzeption seiner Arbeit, die auf theoretische sowie empirische Quellen zugreift. Die Notwendigkeit dieser Arbeit wurde in der anschließenden Diskussion bestätigt. Christian Urff ging in seinem Vortrag „Möglichkeiten computergestützter Lernförderung beim Erwerb mathematischer Kompetenzen am Beispiel der Konzeption und Entwicklung der Lernsoftware ‚Rechnen mit Wendi‘“ ausgehend von Vorüberlegungen zum Rechnen von Kindern auf die Frage ein, wie das Lernen durch den Computer unterstützt werden kann. Er ging dabei auf Multimedialität, Interaktivität und Adaptierbarkeit und Adaptivität ein und zeigte eine entsprechende Umsetzung an der selbstentwickelten Softwa-

re „Rechnen mit Wendi“. In der anschließenden Diskussion wurde die Entwicklungstätigkeit sehr begrüßt, und man ging auf Fragen zur fachdidaktischen Gestaltung der Software ein.

Die Leitung des Arbeitskreises wird gemeinsam mit den beiden Vortragenden gezielt auch unterjährig an Fragen zum Computereinsatz im Mathematikunterricht der Grundschule weiter arbeiten. Des Weiteren wurden e-mail-Adressen interessierter Zuhörer notiert, um einen besseren Informationsfluss zu ermöglichen. Der Arbeitskreis wird auch im kommenden Jahr in Tabarz wieder tagen und freut sich über mögliche Beiträge hierzu!

In der Arbeitsgruppe „Geometrie“ wurden zwei Projekte vorgestellt und diskutiert: Sabine Peters (Hamburg) stellte ihre Untersuchung zum elementaren Musterverständnis von Vorschulkindern vor. Ausgehend von einer Bestimmung der Funktion mathematischer Bildung im Elementarbereich stellte sie die Bedeutung der Arbeit an Mustern und Strukturen dar. Sie diskutierte dies zunächst für Muster und Strukturen im weiten Sinne und dann im engen Sinne bezogen auf geometrische Muster. Hier stellte sie das Design ihrer Untersuchung vor und diskutierte einen dazu entwickelten Beobachtungsbogen sowohl aus der sachlogischen Sicht, also der Art der verwendeten Bandornamente, als auch aus der Sicht ihrer Erwartung an die Aufgabenbearbeitung durch die Kinder.

Klaus-Peter Eichler (Schwäbisch Gmünd) stellte das Konzept und die ersten Module einer Software zur Entwicklung des räumlichen Vorstellungsvermögens von Grundschulkindern vor. Er zeigte zunächst Probleme konventioneller Methoden zur Entwicklung des räumlichen Vorstellungsvermögens auf: Mit konventionellen Methoden kann das Kind seine Vorstellungen oft nur mit recht hohem Aufwand an Zeit, Material und handwerklich-praktischen Handlungen, die wenig mit der geforderten Vorstellungsleistung zu tun haben, prüfen. Eine zeitlich unmittelbare Rückkopplung zur Vorstellungsleistung ist meist unmöglich. Die im Programm vorgestellten virtuellen Materialien erlauben dem Lerner ein unmittelbares Manipulieren und Überprüfen der Vorstellung. Sie bieten zudem im Gegensatz zu Printmedien den Vorteil, dass Prozesse dargestellt werden können.

Der diesjährige Arbeitskreis „Sachrechnen“ stand unter dem Thema „Sachrechnen vom Kindergarten an“. Als Referentinnen konnten gewonnen werden: Susanne Bobrowski (Düsseldorf) mit einem situationsorientierten und Kathrin Cottmann

also offensichtlich häufig mit besonders erfolgreichen Problemlöseleistungen einher.

Dieser Gedanke wurde durch vielfältige praktische Beispiele aus der Arbeit mit mathematisch begabten Grundschulkindern angereichert. Arithmetische und geometrische Repräsentationen wurden hier etwa bei der Suche nach Gesetzmäßigkeiten für die Bildung von Sternfiguren im Punktekreis oder beim Forschen nach verborgenen arithmetischen Regelmäßigkeiten im Erzeugen von Parketten durch Ringbildung miteinander verbunden.

Als fachdidaktische Konsequenz ergab sich schließlich, dass der Modalitätswechsel zwischen formal-symbolischem Ausdruck und anschaulich-geometrischer Darstellung als bedeutsam für erfolgreiche mathematische Tätigkeiten angesehen werden muss. Damit einher geht die Forderung, Lernende frühzeitig und kontinuierlich darin zu fördern, mathematische Sachverhalte sowohl unter geometrischen als auch unter arithmetischen oder algebraischen Aspekten zu betrachten und zwischen diesen Betrachtungsweisen zu wechseln.

Während der Tagung in Tabarz wurden zudem acht verschiedene Arbeitsgruppen angeboten.

Hier konnte zu verschiedenen Bereichen gearbeitet werden, wobei vor allem auch laufende Dissertationsprojekte vorgestellt und diskutiert wurden:

- Arithmetik (Koordination: Thomas Rottmann, Bielefeld)
- Daten, Zufall und Wahrscheinlichkeit (Koordination: Bernd Neubert, Gießen)
- Kommunikation und Kooperation (Koordination: Birgit Brandt und Marcus Nührenböcker, Frankfurt und Essen)
- Neue Technologien (Koordination: Diana Hunscheidt und Silke Ladel, Oldenburg und Schwäbisch Gmünd)
- Geometrie (Koordination: Klaus-Peter Eichler, Schwäbisch Gmünd)
- Sachrechnen (Koordination: Gisela Studeny und Christa Erichson, München und Oberursel)
- Vorschulische Bildung (Koordination: Andrea Peter-Koop und Maike Grüßing, Oldenburg und Kiel)
- Sprache und Mathematik (Koordination: Lilo Verboom, Duisburg)

In der Arbeitsgruppe „Arithmetik“ stellte Julia Voßmeier (Dortmund) ihr laufendes Dissertationsprojekt zum Thema „Schriftliche Standortbestimmungen im Arithmetikunterricht der Grundschule“ vor. In diesem breit angelegten Projekt werden schriftliche Standortbestimmungen zu arithmetischen Themenbereichen der Jahrgangsstufen 2 bis

4 entwickelt und empirisch erprobt. Dabei wird die Eignung dieses Instruments für die Feststellung von (Vor-) Kenntnissen und Lernentwicklungen von Schülerinnen und Schülern analysiert. In begleitenden Lehrerinterviews wird u. a. der Frage nachgegangen, inwiefern schriftliche Standortbestimmungen für Lehrkräfte von Nutzen sind, um z. B. den weiteren Unterricht zu planen und den Schülern Rückmeldungen zu ihren Lernfortschritten zu geben. Anhand von Schülerdokumenten zu einer schriftlichen Standortbestimmung zur Subtraktion im 3. Schuljahr sowie von exemplarischen Lehreräußerungen fand in der Arbeitsgruppe eine intensive Diskussion über Vor- und Nachteile des Instruments der schriftlichen Standortbestimmungen statt. Ferner wurden Möglichkeiten für die weitere Nutzbarkeit der erhobenen Daten im Forschungsprojekt diskutiert und weiterführende Fragestellungen angesprochen.

Die Arbeitsgruppe „Daten, Häufigkeit und Wahrscheinlichkeit“ tagte zur Herbsttagung 2008 zum zweiten Mal. Die Sitzung wurde in weiten Teilen von Julia Kahnt und Florian Maurer (Erfurt) gestaltet. Sie berichteten über Forschungsergebnisse, die sie im Rahmen ihrer Masterarbeit „Schülervorstellungen zur Wahrscheinlichkeit in einer 4. Klasse“ gewonnen haben. Inhaltliche Schwerpunkte waren u. a. das Einschätzen von Gewinnchancen und der Umgang mit Begriffen beim Lösen von Aufgaben zum Zufallsgenerator Glücksrad. Die Ergebnisse führten zu einer angeregten Diskussion unter den ca. 20 Teilnehmerinnen und Teilnehmern.

Alle Beteiligten waren der Meinung, dass die Arbeitsgruppe auch im nächsten Jahr tagen sollte. Das konkrete Thema blieb noch offen. Anregungen und Beiträge sind herzlich willkommen, Interessenten wenden Sie sich bitte an [BerndNeubert@math.uni-giessen.de](mailto:BerndNeubert@math.uni-giessen.de).

*Aktuelle Literaturhinweise zum Thema Wahrscheinlichkeit in der Grundschule:*

- Stochastik in der Schule Heft 3/2007
- Grundschulunterricht Mathematik Heft 2/2008: Daten – Zufall und Wahrscheinlichkeit – Kombinatorik
- Neubert, Bernd: Leitidee „Daten, Häufigkeit, Wahrscheinlichkeit“ in Schulbüchern für den Primarbereich. In: Eichler, Andreas & Meyer, Jörg: Anregungen zum Stochastikunterricht. Band 4. Tagungsband 2006/2007 des Arbeitskreises „Stochastik in der Schule“ in der Gesellschaft für Didaktik der Mathematik e. V. Franzbecker, 2008, S. 49–63

sollen nicht nur situativ aufgegriffen werden. Roland Keller betonte, dass es nicht Ziel der vorschulischen mathematischen Bildung sein kann, systematisch in die formale Sprache der Mathematik einzuführen. Er führte daher konkrete praktische Beispiele für elementare Modellierungen an, bei denen die Vorschulkinder eigene formale Darstellungen entwickeln. Modellieren kann hier also in dem Sinne verstanden werden, dass die Kinder mathematische Symbolik *entdecken* bzw. ein Bewusstsein dafür entwickeln, dass mathematische Zusammenhänge formal dargestellt werden können.

Weitere Beispiele aus dem Bereich Problemlösen zeigten, dass das Problemlösen im Kindergarten als „Erforschen der Welt“ verstanden werden kann, dass die Begriffe „Problemlösen“, „Modellieren“ und „Operieren“ bei der Arbeit im Kindergarten aber nur bedingt unterscheidbar sind. Zudem entscheidet das Vorwissen des jeweiligen Kindes naturgemäß auch hier darüber, ob eine Aufgabe vom Kind als Problem angesehen wird oder nicht.

Um für alle Kinder die für den Eintritt in die Schule bedeutsamen Basiskompetenzen zu sichern, wurde vom Vortragenden schließlich die Forderung nach Chancengleichheit formuliert: Neben dem Erwerb basaler inhaltsbezogener Kompetenzen sollen alle Kinder im Vorschulalter Erfahrungen sammeln und forschen dürfen und dabei die Gelegenheit zu eigenen Entdeckungen erhalten (Problemlösen). Ebenso müssen sie erkennen, dass die Welt voller Zahlen, Formen und Muster ist (Modellieren). Dabei kommt dem Lernen von- und miteinander in dieser Altersstufe besondere Bedeutung zu.

Martin Stein und Gudrun Möwes-Butschko referierten zum Thema „Offene Aufgaben und Problemlösen im Kontextbereich ‚Zoo‘“. In ihrem Vortrag wiesen sie zunächst darauf hin, dass die aktuelle fachdidaktische Diskussion im Sachrechnen eine verstärkte Verwendung offener, problemhaltiger Aufgaben vorschlägt. Eine von den Vortragenden durchgeführte Untersuchung setzt sich daran anknüpfend mit der Frage auseinander, wie die Problemlöse- und Modellbildungsprozesse von Grundschulkindern bei der Lösung offener, realitätsbezogener Aufgaben eigentlich ablaufen. Das Ziel dieser Studie besteht darin, kognitive Prozesse von Grundschulkindern und -schülern beim Problemlösen zu rekonstruieren.

Im Kontext einer Klassenfahrt zum Allwetterzoo in Münster wurden dazu realitätsbezogene Aufgaben mit unterschiedlichem Offenheits- und Kom-

plexitätsgrad entwickelt, die in Verbindung mit einem virtuellen Rundgang durch den Zoo teilweise von Grundschulkindern bearbeitet wurden. Im Ergebnis der von den Referenten vorgestellten qualitativen empirischen Studie liegt ein Kategoriensystem vor, mit dem die Abläufe der durchgeführten Interviews analysiert und im Hinblick auf die ablaufenden Problemlöseprozesse qualitativ beschrieben werden können. Die dabei herausgearbeiteten Elemente des Problemlöseprozesses umfassen neben Phasen der Orientierung und Planung auch Aspekte der Datenbeschaffung, -verarbeitung und -sicherung sowie Momente der Kontrolle bzw. des Argumentierens. Die aus dieser Analyse resultierenden grafisch gestalteten Ablaufpläne von Problemlöseprozessen gestatten es u. a. zu beobachten, dass bei einigen Kindern ein Rückbezug auf die Realität im Lösungsprozess nicht oder nur unzureichend statt findet. Diese Erkenntnis bekräftigt die Forderung nach Problemaufgaben mit besonderer Relevanz für Kinder, wie sie hier im Sachzusammenhang „Zoo“ gesucht wurde.

Den Abschluss der Tagung gestalteten Torsten Fritzlar und Frank Heinrich mit einem Vortrag zum Thema „Doppelrepräsentationen und Repräsentationswechsel als Komponenten kreativen mathematischen Verhaltens bei jüngeren Schülerinnen und Schülern“. Die Vortragenden gingen zunächst darauf ein, dass zahlreiche Situationen, Sachverhalte oder Vorgänge mathematisch sowohl in der Modalität „Bild“ (d. h. anschauungsgeometrisch durch Formen, Figuren oder Bilder) als auch in der Modalität „Symbol“ (arithmetisch durch Zahlen oder Zahlzusammenhänge oder algebraisch z. B. durch Terme oder Gleichungen) betrachtet und beschrieben werden können (Bruner, Paivio).

Davon ausgehend stellten die Referenten umfangreiche Bezüge zu Studien verschiedener Wissenschaftsdisziplinen her und verwiesen auf Befunde, nach denen das gleichzeitige Aktivieren der beiden Modalitäten Bild und Symbol (Doppelrepräsentation) oder das Wechseln zwischen ihnen (Repräsentationswechsel) eine wesentliche Rolle beim Bearbeiten mathematischer Probleme spielen. Einblick wurde zudem in kognitionspsychologische Fallstudien gegeben, bei denen Hirnaktivitäten beim Problemlösen mittels EEG untersucht wurden. Bei mathematisch begabten Probanden wurde in diesen Untersuchungen deutlich, dass häufig jene Hirnareale aktiviert werden, die für *beide* Modalitäten verantwortlich sind. Doppelrepräsentation und Repräsentationswechsel gehen

# Arbeitskreis ‚Grundschule‘

Tabarz, 7.–9. 11. 2008

Simone Reinhold

Das Thema „Modellbildung und Problemlösen im Mathematikunterricht“ stand im Mittelpunkt der diesjährigen Herbsttagung des Arbeitskreises Grundschule vom 7. bis 9. 11. 2008 in Tabarz. Unter den etwa 120 Teilnehmerinnen und Teilnehmern der Tagung waren unter anderem auch Lehrerinnen und Lehrer vertreten.

Silke Ruwisch (Lüneburg), Roland Keller (Zürich), Martin Stein und Gudrun Möwes-Butschko (Münster), Torsten Fritzlär (Lüneburg) und Frank Heinrich (Braunschweig) konnten als Referenten gewonnen werden. Der Vortrag von Timo Leuders (Freiburg) musste leider krankheitsbedingt ausfallen.

Silke Ruwisch eröffnete die Tagung mit ihrem Vortrag „Kann das stimmen? – Anregungen zum Modellieren in der Grundschule“ und hob zunächst hervor, dass das Modellieren als prozessbezogene Kompetenz inzwischen auch im Mathematikunterricht der Grundschule eine durch die Bildungsstandards deutlich aufgewertete Rolle einnimmt. Vorliegende Modelle zum mathematischen Modellieren aus dem Bereich der Sekundarstufe sind, so arbeitete die Referentin heraus, für die Arbeit in der Grundschule allerdings zur bedingt nutzbar. Angeknüpft wurde im Vortrag daher an andere Arbeiten (u. a. Schwarzkopf), die elementares Modellieren als mathematische Aktivität in einem Spannungsfeld zwischen Vereinfachen (im Sinne einer Reduktion der Komplexität) und Verändern (als Anreicherung) verstehen.

Vor diesem Hintergrund gab Silke Ruwisch umfangreiche Einblicke in ihre Entwicklung des Aufgabenformates „Kann das stimmen?“, das in Gestalt einer Kartei an ein viertes Schuljahr herangetragen und in Zusammenarbeit mit einer Kollegin aus der Grundschule erprobt und weiterentwickelt wurde. Die „Kann das stimmen?“-Aufgaben konfrontieren Kinder mit einem mathematischen Sachzusammenhang, der auf Plausibilität im mathematischen Sinne überprüft werden muss. Unterschiede zu Fermi-Problemen liegen vor allem darin, dass im Format „Kann das stimmen?“ be-

reits Lösungen bzw. Fakten vorgegeben werden, die aber noch überprüft werden müssen. Welche Wege die Kinder dabei beschreiten, welche eigenständigen Modellierungen sie also vornehmen, bleibt auch hier freigestellt. Vorzüge eines solchen Aufgabenformates liegen u. a. darin, dass gezielte Abstufungen im Hinblick auf die Schwierigkeit der Angebote denkbar sind (beispielsweise im Hinblick auf das eingesetzte Zahlenmaterial oder auf die Komplexität der Aufgaben).

Ausführlich setzte sich der Vortrag zudem auseinander mit der in einem vierten Schuljahr zu beobachtenden Heterogenität bei den Modellierungen der Kinder. Diese reichen in der Darstellung von sehr knapp und formal gehaltenen „Rechnungen“ bis zu sehr umfangreichen verbal gestützten Argumentationen und Abwägungen. Wesentlich erscheint schließlich die von Silke Ruwisch im Vortrag zum Ausdruck gebrachte praktische Erfahrung, dass eine tragfähige Ausbildung mathematischer Modellierungskompetenzen nicht durch vereinzelte Aktivitäten zu erreichen ist. Vielmehr bedarf es einer kontinuierlichen, häufig wiederkehrenden Auseinandersetzung mit Aufgabenstellungen, die zum Modellieren herausfordern.

Roland Keller lenkte mit seinem Vortrag „Kleine Kinder sind große Forscher – Mathematik im Kindergarten“ den Blick auf die Kindergartenarbeit und vor allem auf die vorschulische mathematische Bildung unter den föderalistischen Rahmenbedingungen der Schweiz. Aufgezeigt wurden zunächst die organisatorische Einbettung und die aktuellen curricularen Vorgaben für die Arbeit der Kindergartenlehrpersonen, die in der Schweiz den gleichen Status wie Primarschullehrpersonen inne haben.

Davon ausgehend stellte der Referent einen neuen fachdidaktischen Ansatz für die vorschulische mathematische Bildung vor: Elementare Inhalte der Mathematik wie die Themen „Zahlen und Ziffern“, „Plus und Minus“, „Formen und Bewegung“, „Muster und Regeln“ sowie „Erkunden und Messen“ werden dabei selbst zum Thema und

feld (Tagungen, Vorträge) und Mathematik in der Gesellschaft (Film, Werbung, Presse). Außerdem wird der obigen Frage mit verschiedenen Kreativitätstechniken (math. Autobiographie, Mindmap, Poster) nachgegangen. Von Bedeutung sind auch Methodenvielfalt in einem sonst eher einseitigen Fachstudium sowie der persönliche Bezug. In einem seminarähnlichen Teil hatten die Teilnehmenden die Gelegenheit, der Gruppe Themen eigener Wahl (mit mathematischem Bezug) vorzustellen, z. B. Mathematik zwischen Geistes- und Naturwissenschaft, Grundlagenkrise und Gödel, „Deutsche Mathematik“ oder Mathematik und  $\chi$  ( $\chi \in \{\text{Schach, Schönheit, Schule, Musik, Kunst}\}$ ). Im Übungsteil schließlich wurden die wissenschaftlichen Arbeitsmethoden vermittelt. Mehr Informationen<sup>3</sup> findet man über die Homepages der Autorin.

Am Sonntagmorgen hielt Christine Scharlach einen zweiten Vortrag zum Thema Schulungen für Tutor/-innen und wissenschaftliche Mitarbeiter/-innen mit dem Titel „Lehren und Lernen von Mathematik: Mathematikdidaktische Weiterbildung für Tutor/-innen und wissenschaftl. Mitarbeiter/-innen“:

Herzstück des Projektes *Lehren und Lernen von Mathematik*<sup>4</sup> sind die speziell auf die Unterstützung der Tutor/-innen des Instituts für Mathematik der TU Berlin ausgerichteten Workshops zum Lehren und Lernen von Mathematik. Die zwei- bis dreitägigen Workshops werden von einem Dozententandem geleitet und sind aus verschiedenen Bausteinen zusammengesetzt: Voraussetzungen für erfolgreiches Lernen (aus der Lern- und Gehirnforschung), Sinneskanäle, Lernstile (4-Mat), geschlechtergerechte Didaktik, Sozialformen, Kurzvortrag/Medien und Tafelbild, Ziele, Stoffreduktion, Motivation und Aktivierung, Kommunikation, Feedback. Alle Bausteine sind eng an der (mathematischen) Praxis ausgerich-

tet und werden überwiegend in Übungen bearbeitet. Sie führen hin zu den Höhepunkten des Workshops: der Austausch über schwierige Situation im Lehralltag und die Videoauswertung einer (simulierten) Tutoriumssequenz für jede/-n Teilnehmende/-n. Die Workshops sind Teile des Projektes *Lehren und Lernen von Mathematik*, welches im Rahmen der *Offensive Wissen durch Lernen* der TU Berlin vom 1. 4. 07–31. 3. 09 gefördert wird. Weitere Elemente sind (kleinere) Workshops für Wissenschaftliche Mitarbeiter/-innen, Werkstatttreffen zum Austausch der Lehrenden sowie eine Lernplattform<sup>5</sup> mit Wissensspeicher. Unterstützt wird das Projekt durch eine halbe Stelle für eine studentische Mitarbeiterin. Für die Autorin (Initiatorin und Dozentin des Projekts) ist die fachspezifische Ausrichtung der Weiterbildungen auf die Mathematiklehre mit einer großen Praxisnähe eine wesentliche Verbesserung zu den sonst üblichen fächerübergreifenden Weiterbildungen, da sich die mathematischen Arbeitsformen stark von denen anderer Fächer unterscheiden.

Am Ende der Tagung wurden die nächsten Aufgaben besprochen, die auf den Arbeitskreis zukommen. Zu Beginn stand die Wahl der Sprecherin des Arbeitskreises „Frauen und Mathematik“ an. Zur ersten Sprecherin wurde Laura Martignon, PH Ludwigsburg, und zur zweiten Sprecherin Andrea Blunck, Uni Hamburg, gewählt.

Auf der GDM-Tagung in Oldenburg will sich der Arbeitskreis innerhalb der Arbeitskreis-Sitzung kurz vorstellen und es ist eine moderierte Sektion geplant.

Das Heft „Mathematik und Gender“ soll in Zukunft als Jahrbuch herauskommen.

Im Jahr 2009 wird der Arbeitskreis „Frauen und Mathematik“ zwanzig Jahr alt. Die nächste Herbsttagung soll im Zeichen dieses Jubiläums vom 9.–11. 10. 09 in Ludwigsburg stattfinden.

<sup>3</sup> [www.math.hu-berlin.de/~schar/MidG.html](http://www.math.hu-berlin.de/~schar/MidG.html) bzw. [www.math.tu-berlin.de/~schar/MidG.html](http://www.math.tu-berlin.de/~schar/MidG.html)

<sup>4</sup> <http://www.math.tu-berlin.de/llm/index.html>

<sup>5</sup> <https://www.isis.tu-berlin.de/course/view.php?id=430>

Mathematik durch Einbeziehung eines Modulelements zur Genderkompetenz zu verbessern. Dazu wird in einem ersten Schritt der Status quo zur Implementation von Gender in die Lehramtsausbildung in Deutschland erfasst. Ausgehend von den bei dieser Recherche gefundenen „best practice“ Modellen soll anschließend in Kooperation mit ExpertInnen ein Modulelement entwickelt werden, das Genderwissen vermittelt sowie die genderbezogene Selbstreflexion und Handlungskompetenz der zukünftigen Mathematiklehrkräfte fördert. Schließlich soll das Modulelement an verschiedenen deutschen Hochschulen erprobt, evaluiert und ggf. überarbeitet werden.

Das zweite Projekt „Mathematik und Computer – zwischen Neutralität und Vermännlichung“ wurde von Helga Jungwirth, aus München, präsentiert: Der Vortrag basierte auf dem österreichischen Forschungsprojekt „Geschlecht – Computer – (Fach)unterricht“, das im Rahmen des Forschungsprogramms Gender IT! der Initiative fFORTE (Frauen in Forschung und Technologie) des österreichischen Bildungsministeriums von 4/05 bis 10/07 finanziert und von Helga Jungwirth und Helga Stadler (Physikdidaktik, Universität Wien) durchgeführt wurde. Grundanliegen des Forschungsprojektes war es, zur Erhellung der allgemeinen Frage des Zustandekommens von geschlechtlichen Konnotationen beizutragen. Die Untersuchung widmete sich computerbasiertem Mathematik- und Physikunterricht an österreichischen höheren Schulen. Sie befasste sich also mit zwei Fächern, die – und das gilt für die Physik noch mehr als für die Mathematik – eine lange Tradition als „männlich“ haben, und mit einem Objekt, dem erstens ganz generell ein hohes Potenzial zur Unterrichtsinnovation zugeschrieben wird und das zweitens in Hinblick auf Verbindungen mit Geschlecht nicht so eindeutig erscheint, da es sowohl anschlussfähig ist an eine „männliche Welt der Technik“ als auch an eine „weibliche Sphäre der Kommunikation“. Der Blick auf den Forschungsgegenstand erfolgte aus praxeologischer Perspektive, d. h. von einer Position aus, die Konnotationen als hervorgerufen durch den Aufbau eines Zusammenhangs im routinemäßigen sozialen Handeln ansieht (alternativ könnte z. B. auch die immer wiederkehrende Rede von ei-

nem Zusammenhang, z. B. in diversen Medien, als zentral betrachtet und untersucht werden). Genauer eingegangen wurde im Vortrag dann auf die mathematische Seite. Im computerbasierten Mathematikunterricht (faktisch wurden vor allem Computeralgebrasysteme eingesetzt) ließen sich kurzfristige geschlechtliche Aufladungen in einem ansonsten neutralen Ablauf rekonstruieren, die den Umgang mit Unterrichtsinhalten als männlich etikettierten. Die spezifischen Anregungskonfigurationen wie etwa mathematikspezifische Manipulationen am Computer gemeinsam mit denen aus dem Physikunterricht (der z. B. weitgehend als Gruppenarbeit organisiert war) deuten darauf hin, dass gerade zukunftsweisende Entwicklungen von Unterricht (kooperatives Lernen, Computernutzung auch in Form von E-Learning) aus der Geschlechterperspektive mit einem gewissen Fragezeichen zu versehen sind.<sup>2</sup>

Anschließend berichtete Almut Zwölfer über ihre Forschungen zu „Veränderte Aufgabenkultur – veränderte Unterrichtskultur“.

Am Samstagnachmittag sprach Christine Scharlach aus Berlin über „Mathematik in der Gesellschaft (unter Berücksichtigung von Genderaspekten): Eine einsemestrige Lehrveranstaltung.“ Im Studium der Mathematik sollte der Frage „Was ist Mathematik?“ nachgegangen werden können, und zwar systematisch und kreativ aus verschiedensten Blickwinkeln. Eine Gelegenheit dazu bietet die Lehrveranstaltung (LV) *Mathematik in der Gesellschaft (unter Berücksichtigung von Genderaspekten)*, welche im Rahmen von Gastprofessuren je einmal an der HU Berlin (4 + 2 SWS) und an der TU Berlin (4 SWS) stattfand. Ziele der LV sind es, 1. einen Rahmen zur gemeinsamen Reflexion über Mathematik und ihre gesellschaftliche Bedeutung, ihre Geschichte, ihre Methoden und Anwendungen zu bieten, 2. Orientierung und Überblick für das Studium und den Beruf zu geben, und dabei auch 3. die Kategorie Gender mit zu berücksichtigen. Die Inhalte der LV sind breit gefächert, Themen sind z. B.: Mathematik und Beruf, Vorbilder (Interviews mit Mathematiker/-innen aus Wissenschaft, Wirtschaft und Lehre), Gender meets Mathematics, mathematisches Beweisen (Philosophie, Geschichte, Fachkultur), das akademische Um-

<sup>2</sup> Jungwirth, H. (2008). On the role of computers and complementary situations for gendering in mathematics classrooms. In: ZDM Mathematics Education 40 (4), 579–590.

Stadler, H. (2007). How girls and boys use computers in physics classes. Präsentation auf der Tagung der European Science Research Association (ESERA), August 2007, Malmö.

# Arbeitskreis ‚Frauen und Mathematik‘

Frankfurt, 21.–23. 11. 2008

Rose Vogel und Laura Martignon

Die Herbsttagung des Arbeitskreises Frauen und Mathematik fand dieses Jahr vom 21.–23. 11. 2008 an der Goethe-Universität in Frankfurt statt.

Der Freitagnachmittag wurde durch einen Vortrag von Laura Martignon zum Thema „Nachhaltigkeit: ein motivierendes Thema für Mädchen in Mathematik“ eröffnet.

Der Vortrag sei hier kurz zusammengefasst: Mädchen, mehr als Jungen, entwickeln eine Empathie für die zukünftigen Generationen. Deutlich mehr Mädchen beschäftigen sich mit der Frage, welche Verantwortung unsere Generation vis a vis denjenigen trägt, die nach uns kommen werden. In Schulinterventionen in 10 zehnten Klassen (vier Realschulen, sechs Gymnasien) in der Stuttgarter Umgebung und in Berlin ging es um die Einführung (oder Wiederholung) von elementaren Methoden der Explorativen Datenanalyse für konkreten Fragen der Nachhaltigkeitsdebatte. Diese Einführung wurde durch die Präsentation des Films „Eine unbequeme Wahrheit“ und des im gewissen Sinne dazu komplementären Films *Jurassic Park* von Spielberg motiviert. Es wurde als erstes interessantes Phänomen beobachtet, dass viel mehr Mädchen als Jungen den Film von Al Gore wählten. Und es waren viel mehr Mädchen als Jungen, die ohne die Aussicht auf eine Kompensation ihrer Anstrengungen durch Noten sich freiwillig mit Elementen der Explorativen Datenanalyse beschäftigten, sie erwarben und erfolgreich anwenden konnten.<sup>1</sup>

Die zweite Hälfte des Nachmittags war der ausführlichen Diskussion des aktuellen Standes der Genderforschung im Kontext mathematischer Bildung gewidmet. Ausgangspunkt der Diskussion war Heft 4 der Zeitschrift ZDM zum Thema *Mathematics Education: New Perspectives on Gender* (Herausgeberinnen des Heftes sind Gilah Leder und

Helen Forgasz). Eingeleitet wurde die Diskussion von Gabriele Kaiser als Editor-in-chief von ZDM mit einem kurzen Überblick über die Artikel des Heftes. Die Diskussion wurde am Samstag weitergeführt. Dabei wurde diskutiert, welche neuen theoretischen Ansätze im letzten Jahrzehnt entwickelt wurden, insbesondere im Vergleich zu den 1994 und 1995 erschienenen ZDM-Heften zum gleichen Thema. Deutlich wurde, dass auf internationaler Ebene in neuerer Zeit entwickelte feministische Ansätze nur wenig in Diskussionen zu Mathematik und Gender aufgenommen worden waren. Die aktuell vertretenen theoretischen Ansätze basieren auf unterschiedlichen Hintergrundtheorien, was die Diskussion zu Mathematik(unterricht) und Gender vielfältiger macht, aber auch theoretisch weniger kohärent.

Der Auseinandersetzungsprozess und die gemeinsamen ausführlichen Diskussionen wurden am Samstag geprägt durch die Berichte von drei Forschungsprojekten zu Themen im Bereich Gender und Mathematik und von einem Projekt, in dem die Hochschullehre im Fach Mathematik im Kontext der Genderdiskussion im Vordergrund steht. Durch eine kurze Zusammenfassung der jeweiligen Referentinnen soll ein Einblick in die vorgestellten Themen gegeben werden.

Andrea Blunck (Hamburg) berichtete über das Projekt „GenderMathematik: Genderkompetenz als innovatives Element der Professionalisierung der LehrerInnenausbildung für das Fach Mathematik“: Das vom BMBF im Rahmen des Programms „Hochschulforschung“ geförderte Projekt GenderMathematik (Laufzeit Oktober 2008 bis Dezember 2010) wird vorgestellt: Es handelt sich um ein Verbundprojekt, am dem die Universitäten Bielefeld (Anina Mischau, Leitung), Gießen (Sabine Mehlmann) und Hamburg (Andrea Blunck) beteiligt sind. Ziel ist, die Lehramtsausbildung im Fach

<sup>1</sup> G. De Haan, G. Kamp, A. Lerch, L. Martignon, G. Müller-Christ, H. Nutzinger (2008), *Nachhaltigkeit und Gerechtigkeit: Grundlagen und schulpraktische Konsequenzen*. Springer Verlag: Heidelberg, New York.