

# Arbeitskreis ‚Semiotik, Zeichen und Sprache in der Mathematikdidaktik‘

Augsburg, 22.–24. 9. 2008

Gert Kadunz

Seit nunmehr acht Jahren veranstaltet der „semiotisch orientierte“ Arbeitskreis der GDM Herbsttagungen. In diesem Jahr wurde die Herbsttagung in der Augsburger Benediktiner Abtei St. Stephan – und dies auch schon zum vierten Mal – in der Zeit vom 22. bis 24. September durchgeführt. Der bisherigen Tradition entsprechend zeigte sich die Tagung als eine Folge von anregenden Vorträgen, über die nun kurz – in alphabetischer Reihenfolge – berichtet wird.

Lisa Hefendehl-Hebeker (Universität Duisburg-Essen) sprach zum Thema „Die semiotische Perspektive in der fachdidaktischen Lehramtsausbildung“. In ihrem Vortrag stellte Frau Hefendehl-Hebeker ein Konzept vor, wie die semiotische Perspektive als strukturierende Idee in eine Vorlesung „Einführung in die Mathematikdidaktik“ eingebracht werden kann. Bei der Entwicklung dieses Konzeptes war folgende Überlegung leitend: Da Mathematik über Darstellungen vermittelt wird, liefert das von Peirce formulierte Konzept des diagrammatischen Denkens einen guten theoretischen Rahmen, um mathematische Erkenntnisentwicklung auch aus didaktischer Perspektive zu beschreiben. Dabei lassen sich klassische didaktische Leitideen (entdeckendes Lernen, Wechsel der Darstellungsform, operatives Prinzip) integrieren und bündeln.

Gert Kadunz (Universität Klagenfurt) stellte die Verwendung von Skizzen zur Entwicklung der algorithmischen Beschreibung einer Fragestellung vor. In seinem Vortrag „Zwei Drehungen, eine Kurve“ erläuterte er dabei den Übergang vom Informellen zum Formalen. Ausgangspunkt war die Suche nach der analytischen Darstellung einer Raumkurve, welche durch zwei zueinander „orthogonal“ verknüpfte Drehungen definiert ist. Um diese Darstellung gleichsam ohne Rechnung zu bestimmen, wurde eine elementare Parameterdarstellung der Kurve aus dem Zusammenwirken von Skizzen und einem System zur Computeralgebra entwickelt. Insofern entstand der Algorithmus

aus dem Wechselspiel von CAS und der regelgeleiteten Verwendung von Freihandzeichnungen (Diagrammen).

Hermann Kautschitsch (Universität Klagenfurt) präsentierte in seinem Vortrag „Visualisierung und Semiotik“ einen Abriss von zentralen Ideen zur Visualisierung beim Lernen von Mathematik. Auf die langjährige Tradition der Klagenfurter Visualisierungstagungen zurückgreifend, beleuchtete Herr Kautschitsch z. B. das Verhältnis von experimenteller Mathematik und Veranschaulichung oder das Verhältnis der Verwendung von Bildern und dem operativen Prinzip. Er zeigte, dass eine Reihe von Vorschlägen zur Visualisierung beim Lernen von Mathematik in einen semiotischen Ansatz eingepasst werden können.

Ladislav Kvasz (Universität Prag) stellte einen historisch-erkenntnistheoretisch bestimmten Vortrag vor. In „Bipolarität als einer der Grundlagen der Entwicklung der formalen Sprachen“ stützte er sich auf sein im Birkhäuser Verlag erschienenes Buch *Patterns of Change*. Es wurden die beiden, in diesem Buch detailliert beschriebenen Entwicklungsmechanismen der Sprache der Mathematik kurz vorgestellt. Einerseits ist dies die Entwicklung, welche von der synthetischen über die analytische zur fraktalen Geometrie verläuft. Hier entwickelt sich die Art, wie geometrische Objekte konstruiert werden. Andererseits ist es die Entwicklung von der euklidischen über die projektive und nichteuklidische Geometrie zum Erlangen Programm Felix Kleins. In dieser Linie veränderten sich nicht die Objekte, sondern eher der Raum, in dem die Objekte eingebettet sind. Diese Entwicklung verläuft nun nicht linear, sondern ist durch eine, wie Herr Kvasz es nennt, Bipolarität gekennzeichnet. Sie ist in dieser Bipolarität zwischen ikonischen (geometrischen) und symbolischen (algebraischen) Sprachen gegründet.

Felix Poklukar (Höhere Technische Bundeslehranstalt Ferlach/Kärnten) erläuterte unter dem Titel

„Semiotische Aspekte in der Modellbildung im Gegenstand Ballistik“ den Forschungsansatz seines Dissertationsprojektes. Dabei wird die Bildung von Modellen untersucht, die von Lernenden zur Beschreibung von Flugbahnen von Geschossen entwickelt wurden. Im Vortrag wurde besonders auf die Entwicklung des Kraftbegriffes im Unterricht Bezug genommen. Die Modellbildung stellt, so Herr Poklukar, eine diagrammatische Tätigkeit dar, die ausgehend von der Gleichung  $F \cdot \Delta t = m \cdot \Delta v$  zu einer Darstellung der Flugbahn führt. Durch den Gebrauch dieses Zeichens wird Verständnis für die Verbindung unter den Begriffen „Geschwindigkeit“, „Beschleunigung“, „Masse“, „Zeit“ und „Kraft“ geschaffen. Ein Erkenntnisgewinn ergibt sich aus dem Zeichenprozess und der Entwicklung von „intuitiven“ Vorstellungen.

Jens Rosch (J. W. Goethe-Universität Frankfurt am Main) stellte seine Ausführungen unter die Überschrift „Welche Wassermenge liefert eine Heilquelle? – Zur Rekonstruktion eines Zeichenprozesses“. Die scharfsinnige Textanalyse einer eingekleideten Aufgabe der Sekundarstufe I präsentierte Herr Rosch als mathematikdidaktisches Ziel seiner Untersuchungen vor. Dieses didaktische Ziel wurde von linguistischen Theorieansätzen gelenkt und gestützt. Befragt man konkrete Artefakte auf ihre mögliche Bedeutung hin, so ist eine Interpretation des Konkreten als Text im Rahmen von Entäußerungen einer sinnstrukturierten sozialen Praxis prinzipiell nicht auszuschließen. Die Rekonstruktion solcher Bedeutungen stellt in methodologischer Hinsicht die Frage nach immanenten Regeln einer entsprechenden Praxis. Solche Regeln wurden mit der Ausarbeitung der Sprechakttheorie im Rahmen allgemeiner Pragmatik formuliert und beziehen sich auf die unterscheidbaren Bereiche der sprachlichen Artikulation, der Reziprozität sozialer Interaktionen sowie des logischen Schließens. Für die Rekonstruktion des Verstehens einer Aufgabe aus dem Schulun-

terricht stellt sich dann zumindest die doppelte Frage nach ihrer sprechakttheoretischen Bedeutung einerseits und ihrem propositionalen Gehalt andererseits. Diese Frage wurde mit Blick auf die gegenseitige Bedingtheit von Bedeutungskonstruktion (unter Beachtung der formalen Logik) und sprachlicher Verwendung in einem sozialen Kontext erörtert.

Fritz Schweiger (Universität Salzburg) erläuterte unter dem Titel „Zahlen und Zahlwörter“ anhand von Beispielen aus verschiedenen Sprachen (vorrangig Deutsch) die Einsicht, dass der Erwerb und die korrekte Verwendung der Zahlwörter bereits eine beachtliche Leistung von Lernenden darstellt. Die Sprachen selbst verwenden verschiedene Strategien zur Bildung und zum Aufbau der Zahlwortreihen, die auch sprachgeschichtlich interessante Einblicke ermöglichen.

Rose Vogel (J. W. Goethe-Universität Frankfurt am Main) beschäftigte sich in ihrem Vortrag mit der „Bedeutung unterschiedlicher Zeichensysteme für das Mathematiklernen“. Frau Vogel sieht in diesem Zusammenhang die Semiotik als ein theoretisches Werkzeug zur Strukturierung und Orientierung ihrer Forschungsaktivitäten. Die Frage die sich in der Beschäftigung mit unterschiedlichen Zeichensystemen stellt, ist die Frage nach Ihrer Bedeutung für die Entwicklung mathematischer Vorstellungen bzw. mathematischer Konzepte.

Termin für die Herbsttagung 2009: 23.–25. September in der Abtei St. Stephan in Augsburg.

Kontakt:

Prof. Dr. Gert Kadunz  
Institut für Mathematik  
Universität Klagenfurt  
Universitätsstr. 65–67  
9020 Klagenfurt  
Österreich  
[gert.kadunz@uni-klu.ac.at](mailto:gert.kadunz@uni-klu.ac.at)