Grußwort der GDM zum „10. Forum für Begabungsförderung in Mathematik“

TU Braunschweig, 3.–5. April 2008

Horst Hischer

Meine sehr verehrten Damen und Herren, liebe Kolleginnen und Kollegen,
im Namen des Vorstands der Gesellschaft für Didaktik der Mathematik e. V. begrüße ich Sie alle sehr herzlich zu dieser Tagung!
Mein besonderer Gruß gilt den Veranstaltern, nämlich zuförderst Herrn Dr. Meyer als dem Vorsitzenden des Vereins „Begabtenförderung Mathematik e. V.“, ferner Frau Prof. Dr. Fassbender, der Dekanin der gastgebenden Carl-Friedrich-Gauß-Fakultät der TU Braunschweig, Herrn Prof. Dr. Harald Löwe von der „Mathe-Lok“ der TU Braunschweig und Herrn Prof. Dr. Heinrich vom Institut für Didaktik der Mathematik und Elementarmathematik an der TU Braunschweig.
In der Einladung zu diesem „Forum zur Begabtenförderung in Mathematik“ finden sich zwei Anliegen, die ich wie folgt kennzeichnen möchte:

- ▷ *Tiefenförderung*: Suche nach Wegen und Materialien für einen Ergänzungsunterricht und für die Binnendifferenzierung für das gehobene Drittel der Klassen und für Hochbegabte.
- ▷ *Breitenförderung*: Suche nach Wegen, um mehr Jugendliche für Mathematik zu begeistern.

Das erste Anliegen greift den wichtigen Aspekt der *Begabungsförderung durch Anreicherung* auf, den der Lernpsychologe David Ausubel 1974 in seiner „Psychologie des Unterrichts“ benannt hat:

> „Anreicherung“ als *vertieftes Lernen*, z. B. also durch Binnendifferenzierung im Klassenverband, Ergänzungskurse, Arbeitsgemeinschaften, Wettbewerbe etc.

Als weitere Möglichkeit nennt Ausubel die *Begabungsförderung durch Akzeleration*:

> „Akzeleration“ als *beschleunigtes Lernen*, z. B. durch vorzeitige Einschulung oder Überspringen von Klassen.

Bei der Breitenförderung wird der Begabungsbegriff geöffnet: Jeder Mensch ist in ganz individueller Weise irgendwie „begabt“! Das bedeutet konkret für den Mathematikunterricht, dass stets auch die *Erkennung und Förderung* dieser je individuellen Begabungen im Fokus stehen muss.
Und bei der Tiefenförderung geht es Ihnen nicht nur um die Erkennung und Förderung Hochbegabter – wobei es ja schwierig genug ist, diesen Begriff wissenschaftlich konsensfähig zu definieren! Vielmehr soll auch das „gehobene Drittel der Klassen“ angesprochen werden. Doch wer ist damit gemeint?
Legt man das „leistungsorientierte Begabungsmodell“ zugrunde, so kann man fragen:

- ▷ Geht es um dasjenige Drittel der Klassen, das *bessere Leistungen im Mathematikunterricht zeigt* als die restlichen zwei Drittel?
- ▷ Oder geht es um dasjenige Drittel, das *potenziell zu besseren Leistungen im Mathematikunterricht fähig wäre* als die restlichen zwei Drittel, sofern eine entsprechende Förderung stattgefunden hätte?
  (Besondere Aufmerksamkeit verdienen hier die sog. „Underachiever“, die aus unterschiedlichen Gründen weit unter ihren Möglichkeiten bleiben und häufig sehr schwache Leistungen zeigen.)

Das „kognitive Begabungsmodell“ setzt hingegen „Begabung“ in Beziehung zur *Lernfähigkeit*: Es geht dann um die *Fähigkeit, neue Informationen aufzunehmen und zu verstehen.*
Viel und lange wurde um die Frage gerungen, ob Begabungen angeboren sind oder erworben werden können oder ob eine Kombination beider Aspekte vorliegt; und es ist eine Frage der Definition von „Begabung“, ob und ggf. wie diese direkt messbar ist, oder ob „Begabung“ nur ein Hilfs-Konstrukt ist, das der Begründung konkret vorliegender besonderer beobachteter oder gar ge-

messener Leistungen dient. Unabhängig davon scheint in der Begabungsforschung heute wohl Einigkeit darin zu bestehen, dass für die Entdeckung, Pflege und Weiterentwicklung von individuellen Begabungen eine *systematische Förderung in anregenden Unterrichtssituationen* hilfreich ist.
Und damit sind wir zugleich bei dem Anliegen Ihrer durch hohen Anspruch gekennzeichneten Tagung, in deren Beiträgen u. a. sowohl die *Anreicherung* als auch die *Akzeleration* angesprochen wird.
Derzeit können wir in der Gesellschaft eine starke Tendenz zum Utilitarismus beobachten, d. h. dem Fragen nach der „Nützlichkeit" von Handlungen, Planungen und Projekten. Und das greift auch im Wissenschaftsbetrieb um sich, wenn es etwa um finanzielle Förderung von Forschungsprojekten geht.
Selbst vor der Mathematik und dem Mathematikunterricht macht diese Denkweise nicht halt, wenn beispielsweise die „Nützlichkeit der Zahlentheorie" mit ihrer *Bedeutung für die Kryptografie* „belegt" wird, oder wenn man für den Mathematikunterricht einseitig die sog. „Anwendungsorientierung" propagiert, damit Schülerinnen und Schüler die „Nützlichkeit" der Mathematik erfahren können. Jedoch ist es nicht nötig, im ökonomischen Sinn „nützlich" zu sein, um eine Wertschätzung erfahren zu können, man denke etwa an Dichtung, Kunst und Musik.
Auch die Mathematik ist seit ihren antiken Ursprüngen neben ihrer Anwendbarkeit janusköpfig durch „Nutzlosigkeit" ausgezeichnet – wie die Philosophie (in ihrem klassischen Verständnis) nicht auf Nutzen gerichtet, und das betrifft dann beispielsweise das *Verhältnis zwischen Mensch und Spiel*: So weist der Erziehungswisssenschaftler Horst Ruprecht in diesem Zusammenhang darauf hin, dass der Mensch „das am längsten spielende und am meisten des Spielens bedürftige Wesen" sei, und er leitet hieraus die Forderung ab, dass das Bildungsangebot der Schulen sich in allen Fächern wieder für die „Spiel-Räume des Denkens" öffnen müsse. Ruprecht benutzt dabei den Begriff „Spielraum" im Sinne von „spielerischer Freiraum" als freie Übersetzung des griechischen „scholé" für „Muße" (worauf ja unser heutiges „Schule" sprachlich zurückgeht). Er ruft damit eindringlich zu *mehr Muße in der Schule* auf. Auch für den Mathematikunterricht entstünden demgemäß besondere Aufgaben, und er schreibt:

> Mathematik ist ein grandioses Spiel des Geistes, und als solches müßte sie in den Schulen erscheinen.

Bereits Schiller schrieb 1785 in seinem Werk *Die ästhetische Erziehung des Menschen in einer Reihe von Briefen*, Fünfzehnter Brief:

> … der Mensch spielt nur, wo er in voller Bedeutung des Wortes Mensch ist, und er ist nur da ganz Mensch, wo er spielt.

Ganz in diesem Sinne forderte die Gesellschaft für Didaktik der Mathematik e. V. nach dem Erscheinen der ersten PISA-Studie in einer Presseerklärung vom 5. Dezember 2001:

> Interesse ist die Grundlage jeglichen Lernens. Interesse muss sich entwickeln, es bedarf einer Atmosphäre der Muße (im Sinne der ursprünglichen Bedeutung des Wortes „Schule"), in der man den Schülerinnen und Schülern Zeit gibt und ihnen die Möglichkeit bietet, sich auf Themenbereiche einzulassen. Es kommt nicht darauf an, möglichst viele Inhalte im Mathematikunterricht abzuarbeiten, sondern die ausgewählten Inhalte mit genügender Tiefe zu behandeln. Auch Interesse stellt sich nicht von alleine ein, sondern kann nur auf vorhandenem Wissen aufbauen.

Lassen Sie mich schließen mit einem dazu passenden Beispiel: Aus dem „Rechenbuch des Ahmes" im Papyrus Rhind wissen wir, dass die alten Ägypter spätestens seit etwa 1850 v. Chr. Bruchteile eines Ganzen mit Hilfe von Stammbrüchen ausgedrückt haben, also z. B.:

$$\frac{3}{7} = \frac{1}{4} + \frac{1}{7} + \frac{1}{28}$$

Spielerisches Probieren liefert eine Vielzahl weiterer Stammbruchdarstellungen, z. B.:

$$\begin{aligned} \frac{3}{7} &= \frac{1}{3} + \frac{1}{11} + \frac{1}{231} \\ &= \frac{1}{6} + \frac{1}{4} + \frac{1}{84} \\ &= \frac{1}{15} + \frac{1}{3} + \frac{1}{35} \\ &= \frac{1}{9} + \frac{1}{4} + \frac{1}{15} + \frac{1}{1260} \\ &= \ldots \end{aligned}$$

In einem durch Muße und Spiel gekennzeichneten Unterricht wird man die ägyptischen Verfahren zur Gewinnung von Stammbruchentwicklungen kennen lernen und einüben lassen, ferner u. a. die Formeln von Fibonacci aus seinem *Liber Abaci* und dem dort bereits beschriebenen „gierigen Algorithmus", und es ergibt sich eine Fülle von Fragen im Sinne „forschenden Vorgehens" wie z. B.:

- ▷ Existiert zu jedem (unechten) Bruch stets eine Stammbruchentwicklung?
- ▷ Wie viele Stammbruchentwicklungen gibt es zu einem gegebenen Bruch? (Endlich viele? Beliebig viele?)
- ▷ Sind Stammbruchentwicklungen stets endlich, oder können sie auch nicht-abbrechend sein?
- ▷ Gibt es evtl. zu jedem Bruch sowohl eine abbrechende als auch eine nicht-abbrechende Stammbruchentwicklung?
- ▷ Gibt es „kürzeste“ Entwicklungen?
- ▷ Gibt es „kürzeste“ Entwicklungen mit „minimalen“ Nennern?

Und man wird die Schülerinnen und Schüler mit einer berühmten Vermutung von Erdős und Straus konfrontieren (bzw. sie im Internet danach suchen lassen):

> Jeder Bruch der Form $\frac{4}{n}$ kann für den Fall $n \geq 5$ stets in eine Summe von höchstens drei verschiedenen Stammbrüchen zerlegt werden!

Die Schülerreaktionen auf die Lehrermitteilung oder die Information im Internet, dass diese (elementar verständliche) Vermutung bis heute nicht bewiesen werden konnte, werden möglicherweise erkennen lassen, wer „mathematisch begabt“ ist, und es zeigt sich: Mathematik ist eine lebendige Wissenschaft!
Ich wünsche Ihnen eine sowohl interessante als auch erfolgreiche Tagung!