

Gilbert Greefrath und Jürgen Maaß (Hg.)

Istron. Materialien für einen realitätsbezogenen Mathematikunterricht: Unterrichts- und Methodenkonzepte

Rezensiert von ~~Jürgen Maaß~~ Stefan Götz

Die 1990 in Istron Bay auf Kreta gegründete internationale Gruppe von Mathematiker/innen und Fachdidaktiker/innen hat es sich zum Ziel gemacht, durch Koordination und Initiierung von Innovationen zur Verbesserung des Mathematikunterrichts auf insbesondere europäischer Ebene beizutragen. Der Schwerpunkt der Aktivitäten dabei ist die Förderung von möglichen Realitätsbezügen des Mathematikunterrichts. In diesem Zusammenhang entstandene Initiativen sollen sowohl in inhaltlicher als auch in personeller Hinsicht lokal und international vernetzt werden. Eine Frucht dieser Bemühungen ist die in der Überschrift genannte Schriftenreihe, deren erster Band 1994 herausgekommen ist. Alle Bände sind im Verlag Franzbecker erschienen. Weitere Informationen finden sich auf der Internetseite <http://istron.wentsch.info/index.php/home2.html> (6. Jänner 2008).

Der vorliegende bislang letzte Band 11 widmet sich vor allem der Beschreibung der Methoden, mit denen ein bestimmtes Thema im Unterricht realisiert worden ist. Dabei wird von der – leicht nachvollziehbaren – These ausgegangen, dass bestimmte Themen bestimmte Methoden verlangen abhängig von den konkreten Lehrzielen, die man dabei verfolgt. Daher wird in den Beiträgen nicht nur der Schilderung der inhaltlichen Komponente Raum gegeben, sondern auch die jeweilige Methode und die damit verbundenen Intentionen (und erhaltenen Ergebnisse) werden jeweils genau beschrieben. Besonderer Wert wird dabei wegen der erhofften Nachhaltigkeit auf selbständiges Problemlösen gelegt.

Die einzelnen Beiträge gliedern sich in solche zur

Primarstufe (einer), zur Sekundarstufe I (neun) und zur Sekundarstufe II (fünf).

Von Regina Dorothea Möller stammt der Beitrag zur Grundschule mit dem Titel „Zur Modellierung ökonomischer Kontexte in der Grundschule“. Anhand des Themas „Geld“, welches die Materialisierung des abstrakten, durchaus subjektiven Begriffes „Wert“ darstellt, werden gewisse ökonomische Grundeinsichten wie der durch das Geld möglich gewordene Vergleich aller Waren und Dienstleistungen vermittelt. Die beschriebenen thematischen Unterrichtseinheiten „Rund um den Flohmarkt“ zeigen eindrucksvoll, wie sehr die Verwendung von Geld zweckorientiert ist, es besteht dabei Handlungsinteresse, nicht Erkenntnisinteresse wie z. B. bei physikalischen Vorgängen. Ein anderer Themenkreis, „Ware-Preis-Aufgaben“, stellt das Selbstmodellieren durch Schüler/innen in den Vordergrund, der funktionale Charakter der behandelten Beziehungen wird dabei untersucht. Insgesamt ein sehr überzeugender Beitrag!

Der Beitrag „Von Strichcode bis ASCII – Codierungstheorie in der Sekundarstufe I“ von Anita Dorfmayr widmet sich der Verschlüsselung von Informationen und einfachen Möglichkeiten, Fehler bei der (anschließenden) Datenübertragung zu erkennen. Mittels konkreter Aufgabenstellungen, die sich u. a. auf einem angegebenen Arbeitsblatt befinden, wird die Selbsttätigkeit der Schüler/innen angeregt, das Basteln eigener Codes in der Gruppe hat sich besonders bewährt. Die so entstandenen Codes werden auch miteinander verglichen, z. B. welche Übertragungsfehler wie gut erkannt werden können. Die geschilderten

Unterrichtserfahrungen zeigen das große Potential dieser Thematik für das mathematische Denken der Schüler/innen.

Ein ganz aktuelles Thema bringt der Beitrag von *Volker Eisen*: „Verändert sich unser Klima? – Auf dem Weg zum Funktionsbegriff in projektartiger Gruppenarbeit“. (Zeitliche) Veränderungen bestimmter Größen können verschieden dargestellt werden: Tabelle, Diagramm, Graph, Funktions-term etc. Eine offene Fragestellung mündet in eine projektartige Gruppenarbeit, die das Recherchieren von Daten, das Darstellen derselben und das Interpretieren der Ergebnisse bis hin zu Voraussagen vorsieht. In einem Forschungsheft werden nicht nur Ergebnisse, sondern auch individuell behandelte Fragestellungen, Schwierigkeiten, Probleme etc. dokumentiert. Auf einem Plakat („Speicher“) wird der Arbeitsstand stichwortartig notiert. Ein Erarbeiten des Funktionsbegriffs passiert auf diese Weise nachhaltig, wie die späteren Erfahrungen des Autors zeigen. Die Umsetzung im Unterricht und die dabei gemachten Erfahrungen zeigt dieser Beitrag sehr genau.

Der aussagekräftige Titel des nächsten Beitrags „Schüler modellieren verschiedene Wachstumsprozesse“ ist zugleich seine Inhaltsangabe. *Axel Hoppenbrock* bedient sich der Methode des Forschenden Lernens, um (z. B.) die Entwicklung der Weltbevölkerung zu untersuchen. Auch hier wird ein Forschungsheft eingesetzt. Die verschiedenen Herangehensweisen der Schüler/innen werden in diesem Beitrag sorgfältig beschrieben. Beindruckend ist das präsentierte Beispiel des Heranziehens eines Modells für das Bakterienwachstum aus dem Biologie/Chemieunterricht durch einen Schüler, um die Exponentialfunktion zu gewinnen.

„Konkurrenzgrenzen mit GeoGebra“ heißt der Artikel von *Gerda Jurkowitsch*, der ein wirtschaftsmathematisches Thema bringt: Ein potentieller Käufer interessiert sich für ein bestimmtes Konsumgut, wofür es zwei Anbieter gibt. Je nach Modellierung sind die Anschaffungskosten und/oder die Transportkosten pro km der beiden Anbieter verschieden. Abhängig vom Standort (des Käufers) soll entschieden werden, welcher der günstigere Anbieter ist. Jene Orte, von denen aus die beiden Angebote gleich teuer (oder billig) sind, bilden die sogenannte Konkurrenzgrenze. Zum Teil sind die vorgestellten Modelle in diesem Beitrag nur für die Sekundarstufe II geeignet, wie auch vermerkt wird. Die Bearbeitung erfolgt mit Hilfe des

Softwarepakets GeoGebra, welches Elemente dynamischer Geometriesoftware (DGS) mit solchen eines Computeralgebrasystems (CAS) verbindet. Die sehr breite Darstellung auch des einfachsten Modells trägt vor allem Merkmale einer stoffdidaktischen reflektierten Analyse, die eingangs erwähnte Betonung der vorgeschlagenen Unterrichtsmethode kommt hier vielleicht ein wenig zu kurz.

Vom zweiten Herausgeber, *Jürgen Maaß*, stammt der Artikel „Ethik im Mathematikunterricht? Modellierung reflektieren!“. Zur Thematik „Heizkosten gerecht verteilen“ werden verschiedene Berechnungsmodelle vorgestellt, die es gilt zu analysieren und daraufhin begründet zu entscheiden. Gemäß der zugrundeliegenden Idee des in Rede stehenden Bandes wird die Methode der Entscheidungsfindung detailliert diskutiert. In Gruppenarbeit sollen die einzelnen Vorschläge (oder Mischformen davon) aufbereitet und vor der Klasse präsentiert werden. Dabei müssen Argumente vorgebracht, auf andere eingegangen werden, schließlich wird per Abstimmung(en) eine Entscheidung herbeigeführt. Last but not least werden jene Argumente, die sich als entscheidend herausgestellt hatten, noch einmal auf die dahinter stehenden Werte untersucht, um so ein lokales Wertesystem zu definieren, welches als ethisches angenommen werden kann. Ganz wichtig ist dem Autor dabei die zurückhaltende Rolle der Lehrkraft, die er über weite Strecken als moderierend und keineswegs (mit-)entscheidend sieht. Ein origineller Beitrag zur so oft in Sonntagsreden (Lehrplänen) gewünschten Miteinbeziehung ethischer Aspekte in den Mathematikunterricht!

„Sprouts – ein Strategiespiel für zwei Personen“ stellt *Andrea Müller* vor, im Mittelpunkt steht dabei die Entwicklung einer Gewinnstrategie. In diesem Beitrag steht die inhaltliche Komponente eindeutig im Vordergrund, nur wenige Hinweise zur Methodik finden sich. Dennoch eine schöne Anregung für eine Mischform aus offenem Unterricht (Spielphase, deren Eindrücke gesammelt werden müssen) und angeleitetem (Analyse der eingegangenen Ergebnisse).

Im darauffolgenden Beitrag von *Franz Picher*, „Spiele und Texte als Reflexionsanlässe – Mathematik als soziales Reflexionsmittel“, ist die Betonung gerade umgekehrt: die Gestaltung des Unterrichts wird sehr ausführlich dargestellt, ebenso die (Re-)Aktionen der Schüler/innen. Rund um das Gefangenendilemma und andere Spiele und

(mathematische) Texte wird die Mathematik als Darstellungs- und Kommunikationsmittel eingebracht, die als (mächtiges) Hilfsmittel zur Reflexion verwendet werden kann. Es zeigt sich, dass Schüler/innen in sehr unterschiedlichem Maße der Aufforderung zur Reflexion nachgehen: es gibt jene, die durch Texte angeregt werden, sich in eine Sache weiter zu vertiefen, und da sind andere, die immer wieder durch neue Spiele ermuntert werden (müssen), über eine gute Taktik (kurzzeitig) nachzudenken. Die – reflektierte – Schilderung des Umgangs der Schüler/innen mit der ungewohnten Rolle von Mathematik ist sehr interessant, sie wird nur auf der vorletzten Seite des Artikels durch eine falsche Spaltenaufteilung des Textes getrübt.

Dieter Volk beschreibt fast akribisch sein Projekt „CO₂-Zeiger in der Fahrgastzelle – Ein Armaturenbrett mit Klimafaktor“ indem er seine Vorgehensweise und die (Re-)Aktionen seiner Schüler/innen im genauen zeitlichen Ablauf darlegt. In erfrischender Weise werden verschiedene Modellierungen des Themas „CO₂-Ausstoß eines PKWs“ erarbeitet, man bekommt einen sehr authentischen Eindruck des Erkenntnisprozesses in der Klasse. Von der Erhebung der Daten bzw. (technischer) Informationen über die mathematische Modellierung bis zur Erkenntnis und Reflexion erlebt der Leser/die Leserin hautnah, was passiert ist, worauf zu achten ist und warum dieser oder jener Weg eingeschlagen worden ist. „Der rechte Fuß im Auto ist der Klimafuß“ – dem ist nichts mehr hinzuzufügen!

Die „Körperwelten – Modellierung realer Körper mit Präsentation“ von Antonius Warmeling „schlagen eine Brücke zwischen zwei Welten, zwischen der Schärfe der Mathematik und der Unschärfe im ‚Rest der Welt‘“. Arbeitsblätter zeigen Abbildungen z. B. von realen Objekten oder graphischen Statistiken oder aus Comics oder von technischen Skizzen. Dazu sollen Fragen wie z. B. nach der realen Größe bestimmter Baudetails beantwortet werden. Die ebenfalls abgedruckten Lösungsvorschläge zeigen, dass im Wesentlichen sämtliche zur Beantwortung notwendige Information in den Abbildungen steckt. In Gruppenarbeit findet die Bearbeitung statt, schriftliche Ausarbeitungen dokumentieren den Arbeitsprozess. Mit Plakaten (Poster Walk) oder Folien werden die Ergebnisse präsentiert. In der nachfolgenden Klassenarbeit wird ebenfalls eine entsprechende Aufgabe gestellt. Die präsentierten Beispiele regen zur Nachahmung an, die dazugehörigen

Schüler/innenlösungen enthalten zum Teil sehr kreative Ansätze der Modellierung.

Der erste Herausgeber, *Gilbert Greefrath*, beschreibt in seinem Artikel „Mathematisch Modellieren lernen – ein Beispiel aus der Integralrechnung“, wie die Füllhöhe in einem Öltank von der Füllmenge abhängt. Für verschiedene Formen des Tanks wird diese Zuordnung bestimmt und mit der tatsächlichen Peiltabelle verglichen. Die zum Teil schon recht diffizilen Auswertungen passieren mit der Unterstützung eines CAS, die Ergebnisse zeigen für gewisse Modelle nur sehr geringe Abweichungen von der Realität. In Gruppenarbeit sind die einzelnen Tankformen analysiert worden, die Methode des „Gruppenpuzzles“ bringt dann Vertreter/innen der unterschiedlichen Modelle zusammen, um die jeweiligen Erkenntnisse zu diskutieren. Ein sehr anspruchsvolles Thema für die Sekundarstufe II, welches in eindrucksvoller Manier sowohl inhaltlich als auch methodisch dargestellt wird!

„Die Vase“ heißt der Beitrag von *Henning Körner*, in dem die Querschnittsfigur einer realen Vase modelliert wird. Wiederum passiert die Bearbeitung verschiedener Ansätze in einzelnen Gruppen, wobei der Einsatz von CAS eine wichtige Rolle spielt. Die einzelnen Zwischenergebnisse werden genau dokumentiert, bis schließlich mit Hilfe der Spline-Interpolation ein befriedigendes Ergebnis erzielt wird. Gruppenprotokolle im Anhang geben Aufschluss über die Erkenntnisgewinnung der Schüler/innen, ein Übungsblatt zu den Splines und eine Klausuraufgabe (mit Lösung, es sollen zwei geradlinige Straßenstücke in bestimmter Weise miteinander verbunden werden) runden den Artikel ab. Auch dieser Beitrag zeigt, wie auf hochstehendem Niveau (angeleitete) Selbsttätigkeit der Schüler/innen zu wirklich schönen Ergebnissen führen kann!

Von *Udo Mühlenfeld* stammt ein weiterer Beitrag zu einem Thema der Analysis, „Einführung der Differenzialrechnung – Lernen an Stationen“, womit auch seine Methode schon genannt ist. Von der die Erstellung eines Höhenprofils für eine Tourenbeschreibung über das Herausrutschen eines Autos aus der Kurve und dem Unterwegssein mit einer Pistenraupe bis zum Bau einer Sprungschanze spannt sich der Bogen der Stationen. Ein buntes Programm also, welches viele Anregungen mit sich bringt und auch die Schattenseite dieser Unterrichtsform, nämlich den hohen Zeitaufwand der Vorbereitung thematisiert.

Zur Stochastik ist der nächste Beitrag zu zählen, er handelt von „Brustkrebs, AIDS und BSE – Medizinische Tests im Unterricht“ und stammt von *Guido Pinkernell*. Anhand von realen Befunden, Zeitungsmeldungen etc. auf Arbeitsblättern wird mit Hilfe der Daten Prävalenz, Sensitivität und Spezifität eines Tests und des Bayes'schen Theorems der positive predictive value (ppV) bestimmt. Eine (leider nicht ganz richtige) systematische Untersuchung der gegenseitigen Abhängigkeiten der eben erwähnten Parameter auf den ppV mit Hilfe eines Tabellenkalkulationsprogramms verschafft eine gewisse Übersicht. Es handelt sich sicherlich um ein wichtiges Thema, welches hier (einmal mehr) angesprochen wird. Die Arbeitsblätter werden in Gruppenarbeit behandelt, ein Gruppenpuzzle (siehe oben!) bringt Gemeinsamkeiten scheinbar verschiedener Themenstellungen ans Licht.

Ein Beitrag zur Analysis schließt den Band ab: „Kumulation statt Flächeninhalt – Integralrechnung mit Werkzeugen und in Gruppenarbeit“ von *Ursula Schmidt*, der Titel verrät schon Einiges. Das Einstiegsbeispiel handelt von Zu- und Abflussraten bei einem Pumpspeicherkraftwerk, die Gesamtmenge des Wassers im Speicherbecken gilt es zu eruieren, was zunächst punktweise passiert (Treppen- bzw. stückweise lineare Funktion), dann näherungsweise (Parabel, Annäherung durch Trapeze), und schließlich mit Hilfe einer Stammfunktion. In der Übungsphase wird anhand von anderen Beispielen wie Schadstoffemissionen, Spirometer (Luftmenge in der Lunge), rote Welle (Verkehr) und Heißluftballon (gegeben ist ein Zeit-Geschwindigkeits-Graph) in Gruppenarbeit vertieft, die einzelnen Ergebnisse mit Plakaten präsentiert (Museumsgang, die Methode des Gruppenpuzzles liefert für jedes Plakat eine/n kompetente/n „Führer/in“). Der Einsatz von elektronischen Hilfsmitteln wie Tabellenkalkulationsprogramme oder CAS durchzieht den gesamten Bericht, über ihre Zuhilfenahme und die Art der Herangehensweise (z. B. welche Art der Näherung verwenden wir?) entscheiden die Schüler/innen in den Gruppen selbst. Insgesamt eine sehr überzeugende Abhandlung eines Aspekts der Differential- und Integralrechnung, nämlich die Interpretation des Integrierens als Berechnung der Gesamtänderung aus den Momentanänderungen, der in der Schulmathematik vielleicht im Allgemeinen zu wenig betont wird.

Hinweise auf die bisher erschienenen ISTRON-Bände (dort wird auch ein Band Null angeführt!) und die Adressen der Autor/innen stehen am Ende des in Rede stehenden Bandes.

Insgesamt lässt sich feststellen, dass der Intention der beiden Herausgeber, nämlich die im Unterricht verwendete Methode nicht hinter der inhaltlichen Beschreibung der jeweiligen anwendungsorientierten Themen zurückstehen zu lassen, über weite Strecken in diesem Band vollauf Genüge getan wird. Damit wird der Leser/die Leserin noch bestimmter eingeladen, doch die eine oder andere Anregung für den eigenen Unterricht aufzugreifen, und das war wohl der pragmatische Grund für die Vorgabe der beiden Herausgeber.

Die Ergebnisse aus den Gruppenarbeiten sind beeindruckend, ebenso zeigt die inzwischen selbstverständlich gewordene Verwendung neuer Medien im Mathematikunterricht – vielfach durch die Schüler/innen in eigenständiger Wahl – die tiefgreifenden Veränderungen, die mehr und mehr auch den „normalen“ Mathematikunterricht ergreifen. Bei Themen die die mannigfachen Anwendungen der Mathematik in den Mittelpunkt rücken wird dies natürlich besonders deutlich. Bei der Lektüre ist dem Rezensenten wieder einmal aufgefallen, wie wenig die herkömmlichen Prüfungsmodalitäten (offenbar auch in Deutschland, Hinweise auf Klassenarbeiten belegen diesen Eindruck) auf die modernen Themen und Methoden des Mathematikunterrichts zugeschnitten sind. Hier muss besser früher als später eine entsprechende Reform erfolgen! Ansonsten ist die Gefahr groß, dass trotz (wie in diesem Band) dokumentierter Beispiele von good practice die Verbreitung innovativer Ansätze ins Stocken gerät. Die schillernde Palette der angesprochenen Themen in diesem Band demonstriert einmal mehr, wie reichhaltig der Mathematikunterricht werden kann, wenn man Anwendungen mit berücksichtigt. Themen dazu finden sich von der Primarstufe bis in die Sekundarstufe II in jeder gewünschten Komplexität. Dem wird auch durch die Wahl geeigneter Methoden Rechnung getragen, wie dieser Band eben zeigt. Insofern passt er perfekt in die ISTRON-Reihe und ist ein Garant dafür, dass noch viele Bände dieser Reihe folgen werden.

Gilbert Greefrath, Jürgen Maaß (Hrsg.) *Istron. Materialien für einen realitätsbezogenen Mathematikunterricht*, Bd. 11: *Unterrichts- und Methodenkonzepte*. Verlag Franzbecker, Hildesheim und Berlin 2007. ISBN 978-3-88120-451-4