

## Arbeitskreis: Psychologie und Mathematikdidaktik

### Herbsttagung in Rauschholzhausen, 20.–21. 10. 2017

Anke Lindmeier

In guter Tradition fanden sich auch in diesem Jahr wieder 33 Teilnehmende zur Herbsttagung des AKs im Schloss Rauschholzhausen, der Tagungsstätte der Justus-Liebig-Universität Gießen, ein. Neben der Hälfte der Personen, die als regelmäßig Teilnehmende gelten können – der Terminus „Alte Hasen“ trifft dabei nur bedingt zu – konnte das Themenspektrum der diesjährigen Tagung auch wieder eine substanzielle Anzahl Erstteilnehmende anlocken.

Fabian Grünig stellte zum Auftakt erste Ansätze zur Konzeptualisierung einer Lehrerkompetenz zum Umgang mit computergestützten dynamischen Darstellungen vor. Dabei konnte er gut aufzeigen, wie wichtig es für die wissenschaftliche Bearbeitung von mathematikdidaktischen Forschungsgegenständen ist, die ihnen inhärente Komplexität klug zu reduzieren.

In der anschließend präsentierten Arbeit von Johanna Rellensmann und Kollegium wurden bereits durchgeführte Studien zu Effekten von Visualisierungen auf Bearbeitungsprozesse beim Modellieren vorgestellt. Der gewählte Zugang erlaubt es, differenzierte Bedingungen für die Wirksamkeit von potenziell lernförderlichen Heuristiken am Beispiel der Skizze herauszuarbeiten, und kann so auch als Modell für ähnliche Forschungszwecke gelten.

Bevor der Abend im Schlosskeller wie immer gemütlich-gesellig ausklang, stieß Aiso Heinze im Rahmen der „Abenddiskussion“ mit der Frage „Wozu brauchen wir den Kompetenzbegriff?“ eine Grundsatzdiskussion an. Unter Verweis auf die Bezugsdisziplin Psychologie, die den Kompetenzbegriff in der Grundlagenforschung nicht nutzt, wurde die provokante Hypothese aufgestellt, dass der Kompetenzbegriff auch in der mathematikdidaktischen Forschung überflüssig sei. Die Breite der darauf folgenden Diskussion kann im Rahmen dieses Berichts nicht angemessen dargestellt werden. Es lässt sich aber zusammenfassend festhalten, dass die Teilnehmenden bei etlichen Forschungszwecken der vorgeschlagenen Hypothese folgen konnten und häufig die anschlussfähigeren Wissensbegriffe als genügend einschätzten. Allerdings ergeben sich aus der Tatsache, dass mathematikdidaktische Forschung anwendungsorientierte Forschung ist, auch Grenzen: Sind komplexe

Fähigkeiten zur Bewältigung verschiedener konkreter Anforderungssituationen Untersuchungsgegenstand, so erschienen den Diskutierenden eine anforderungsbezogene Modellierung mit Hilfe eines Kompetenzbegriffs angemessen und zielführend.

Mit dem Beitrag von Katharina Loibl bekamen die Teilnehmenden dann am nächsten Morgen Einblick in eine Studie, die unterschiedliche instruktionale Strategien für Konsolidierungsphasen im Productive Failure Ansatz vergleicht. Hier zeigte sich, wie entscheidend individuelle Nutzungsprozesse, beispielsweise der Einsatz von Elaborationsstrategien, für die Wirksamkeit einer instruktionalen Strategie ist.

Die letzte vorgestellte Arbeit von Sarah Ottinger und Stefan Ufer zielt darauf ab, kollaborative Beweisprozesse bei Studienanfängern zu beschreiben und Gelingensbedingungen herauszuarbeiten. Die beeindruckend aufwändige Studie nutzt dazu einen breiten theoretischen Rahmen, um inhaltliche, individuelle und sozial-diskursive Aspekte zu berücksichtigen, und ist geeignet, Erklärungsansätze auf Prozessebene zu gewinnen.

Die Herbsttagung des AKs Psychologie und Mathematikdidaktik bietet die Möglichkeit, in 90-minütigen Vorträgen Arbeiten detailliert darzustellen. Die Teilnehmenden übernehmen dabei den Part des konstruktiv-kritischen Kollegiums und diskutieren die Beiträge unter fachspezifischem und psychologischem Blick. Allen vier Vortragenden ist es gelungen, dieses herausfordernde Format zu füllen. Sie trugen durch ihre kurzweilige, professionelle Art der Darstellung dazu bei, dass die Herbsttagung eine inspirierend-herausfordernde Veranstaltung für die Teilnehmenden war. Sie finden Gegenstand der Vorträge und Kernpunkte der Diskussionen im Folgenden.

Im Namen aller Teilnehmerinnen und Teilnehmer darf ich den Vortragenden herzlich für ihre Bereitschaft danken, ihre Arbeiten ausführlich vor und zur Diskussion zu stellen!

*Fabian Grünig (Pädagogische Hochschule Heidelberg):  
Dynamische Repräsentationen im Mathematikunterricht – Welche didaktischen Intentionen sehen Lehrkräfte?*

Das Verstehen mathematischer Objekte oder Prozesse ist nicht ohne die Entwicklung und Verwendung von Repräsentationen möglich. Der Einsatz mul-

tipler Repräsentationen im Unterricht kann durch moderne Technologien unterstützt werden. Computergestützte Visualisierungen bieten etwa durch Animationen, Interaktivität oder dynamische Übersetzungen zwischen verschiedenen Repräsentationsformen das Potential, tieferes Verständnis zu ermöglichen. Bei Auswahl und Einsatz entsprechender Applikationen muss aber auch die kognitive Belastung und deren didaktische Qualität berücksichtigt werden.

Ziel des vorgestellten Teilprojekts des Forschungs- und Nachwuchskollegs „Effektive Kompetenzdiagnose in der Lehrerbildung“ (EKoL) ist die Konzeptualisierung fachdidaktischer Kompetenzen von Lehrkräften für die Analyse computergestützter Darstellungen unter Berücksichtigung ihres fachdidaktischen und multimedia-didaktischen bzw. psychologischen Wissens. Für die empirische Überprüfung des Kompetenzmodells werden domänenspezifische Videovignetten, die über Aufnahme des Bildschirms die Nutzung von computergestützten Darstellungen durch Lernende abbilden, zur Kompetenzerfassung entwickelt.

Im Vortrag wurden die für das Forschungsprojekt relevanten theoretischen Grundlagen aufgearbeitet. Dazu wurden zum einen kognitionspsychologische Befunde zum Lernen mit multimedialen und animierten Materialien (Mayer, 2009; Lowe & Ploetzner, 2017) und zum anderen die in der fachdidaktischen Forschung diskutierten Potentiale der Computerunterstützung im Mathematikunterricht (Roth, 2005; Pierce & Stacey, 2010) zusammengestellt. Abschließend wurde ein mögliches Design eines Erhebungsinstruments für die Kompetenz von Lehrkräften zur Analyse computergestützter dynamischer Darstellungen skizziert.

*Kernpunkte der Diskussion und neue Perspektiven.* Da das Dissertationsvorhaben sich noch in einer relativ frühen Phase befindet, konzentrierte sich die Diskussion auf mögliche Fokussierungen der Forschungsfrage sowie die Frage, wie eine Verengung des Forschungsvorhabens gelingen kann. Dazu wurden auch Abgrenzung und Einordnung der spezifischen Kompetenz zur Analyse des Potentials von dynamischen Darstellungen zu anderen, breiteren Kompetenzbegriffen (z. B. „Potential“-Facette in Krauss et al. 2017) diskutiert. Als hilfreich für meine weiteren Arbeiten schätze ich darüber hinaus die vielen Anregungen zur Konstruktdefinition und zur Gestaltung des Erhebungsinstruments ein.

Die Diskussion war kritisch, jedoch immer konstruktiv. Ich bedanke mich bei allen Beteiligten für den gewinnbringenden Diskurs sowie bei der Leitung des AK Psychologie und Mathematikdidaktik für die Gelegenheit, mein Forschungsprojekt vorstellen zu können.

*Johanna Rellensmann (Uni Münster), Stanislaw Schukajlow (Uni Münster), Judith Blomberg (Uni Münster), Claudia Leopold (Universität Fribourg, Schweiz): Effekte von selbst erstellten Visualisierungen auf die Leistung beim mathematischen Modellieren zum Satz des Pythagoras*

Selbst erstellte Visualisierungen haben das Potential, Lernende beim mathematischen Modellieren zu unterstützen (Rellensmann, Schukajlow & Leopold, 2017; Schukajlow, 2011). Jedoch lassen sich häufig keine positiven Effekte der Aufforderung, eine Visualisierung bzw. Skizze zu erstellen, auf die Leistung von Lernenden beobachten (z. B. De Bock, Verschaffel, Janssens, Van Dooren & Claes, 2003; Van Essen & Hamaker, 1990, Study 1). Im DFG-Projekt ViMo werden Bedingungen untersucht, unter denen Visualisierungsaufforderungen zu Leistungssteigerungen beim Modellieren zum Satz des Pythagoras führen. Im ersten Teil des Vortrags wurden Ergebnisse einer qualitativen Studie präsentiert, in der Lernende bei der Umsetzung der Aufforderung „Zeichne eine Skizze“ beobachtet wurden. Es wurden u. a. Hypothesen über die wirksame und nicht wirksame Nutzung einer Skizze im Modellierungsprozess aufgestellt. Im zweiten Teil des Vortrags wurden Ergebnisse einer quantitativen Studie präsentiert, in der Effekte der Aufforderung zum Zeichnen von Skizzen auf die Modellierungsleistung untersucht wurden. Es zeigten sich indirekte Effekte einerseits von der Aufforderung, eine Skizze anzufertigen, und andererseits vom vorliegenden individuellen Skizzenwissen auf die Leistung. Beide Effekte wurden über die Qualität der erstellten Skizzen mediiert.

*Kernpunkte der Diskussion und neue Perspektiven.* Es handelt sich bei den vorgestellten Arbeiten um abgeschlossene Arbeiten, deren Publikation ansteht. In der Diskussion wurden zunächst vertiefende Fragen zum theoretischen Hintergrund gestellt. So wurde diskutiert, welche kognitionspsychologischen Modelle dem Zeichnen einer Skizze zu einer Modellierungsaufgabe zugrunde liegen können und in welchem Zusammenhang interne und externe Visualisierungen stehen. Weiter wurde diskutiert, inwiefern konkrete Entscheidungen im Forschungsprozess – beispielsweise die Aufgabenbearbeitung in Schülerpaaren oder die Einschränkung der Studie auf den Themenbereich Satz des Pythagoras – sich auf die Studienergebnisse auswirken. Darüber hinaus wurden für die quantitative Studie vertiefende Auswertungen angeregt, die eine Analyse der Zusammenhänge zwischen Skizzenwissen, Skizzenqualität und Modellierungsleistung auf inter- und intraindividuelle Ebene ermöglichen.

Zusammenfassend hat die Diskussion wichtige theoretische und methodische Aspekte aufgezeigt, das bisherige Vorgehen insgesamt bestärkt und Ideen für weiterführende Auswertungen und Folgestudien geliefert.

*Katharina Loibl (PH Freiburg), Timo Leuders (PH Freiburg): Fehlerverarbeitung nach einer Entdeckungsphase im Bereich Brüche*

Im zweiphasige Instruktionsmodell Productive Failure (z. B. Kapur & Bielaczyc, 2012; Loibl, Roll & Rummel, 2017) generieren die Lernenden in einer Entdeckungsphase eigene Lösungsideen. In der anschließenden Konsolidierungsphase werden die intendierten Konzepte eingeführt und die richtige Lösung hergeleitet. Bisherige Forschung deutet darauf hin, dass in dieser zweiten Phase das Aufgreifen typischer fehlerhafter Schülerlösungen ein lernrelevantes Element ist, um eine Fehlerverarbeitung und damit ein tieferes Verständnis anzuregen (Loibl & Rummel, 2014). Es ist anzunehmen, dass diese Fehlerverarbeitung in Inhaltsbereichen, in denen viele Grundvorstellungsumbrüche auftreten (z. B. Brüche, Prediger, 2008), besonders relevant sein sollte. Vor diesem Hintergrund lautete unsere Forschungsfrage: Wie wirkt die Anregung von Fehlerverarbeitungsprozessen nach einer Entdeckungsphase zum Bruchvergleich auf den Lernerfolg?

In einer Interventionsstudie mit 200 Kindern der 5. Jahrgangsstufe wurden 3 Bedingungen verglichen, die sich darin unterschieden, inwiefern eine Fehlerverarbeitung ermöglicht und/oder angeregt wurde: Die Lernenden der Kontrollbedingung arbeiteten in der Konsolidierungsphase ausschließlich mit richtigen Lösungen. Die Lernenden der Fehlerbedingung erhielten zusätzlich Beispiele von typischen fehlerhaften Lösungsansätzen. Die Lernenden der Promptbedingung wurden explizit aufgefordert richtige und fehlerhafte Lösungsbeispiele zu vergleichen. Die Lernergebnisse zeigten, dass das Einbringen fehlerhafter Lösungen in der Konsolidierungsphase lernförderliche Effekte haben kann, wenn die Lernenden explizit dazu angeregt werden, diese fehlerhaften Lösungsansätze mit den richtigen Lösungen zu vergleichen. Die Konfrontation mit Fehlern ist folglich nicht automatisch lernförderlich.

Neben diesen Lernergebnissen wurden Prozessdaten vorgestellt und diskutiert. Die Prozessdaten bezogen sich auf die beiden Phasen. Hinsichtlich der Entdeckungsphase wurde aufgezeigt, dass sich ein Großteil der Fehler den bekannten Fehlerkategorien aus der Literatur zuordnen ließ (vgl. Eichelmann, Narciss, Schnaubert & Melis, 2012). Hinzu kamen wenige Fehler, die durch den Kontext der Aufgabe provoziert wurden (vgl. Prediger, 2011 für eine tiefergehende Analyse kontextbezogener Be-

arbeitungen bei der gestellten Aufgabe). Die Tatsache, dass der Großteil der Fehler in der Konsolidierungsphase im Rahmen der typischen fehlerhaften Lösungsbeispiele aufgegriffen wurde, stärkt den gewählten Forschungszugang, da die Lernenden offensichtlich mit für sie relevanten falschen Lösungsbeispielen konfrontiert wurden. Hinsichtlich der Konsolidierungsphase wurde untersucht, inwiefern die Lernenden der Fehlerbedingung eigenständig Fehlerverarbeitungsprozesse explizierten. Dies taten nur die wenigsten Lernenden, was das vergleichsweise schlechte Abschneiden dieser Bedingung erklären kann.

*Kernpunkte der Diskussion und neue Perspektiven.* Die berichteten Ergebnisse bezogen sich hauptsächlich auf die Konsolidierungsphase, die in dem zugrundeliegenden Modell allerdings von der vorherigen Entdeckungsphase abhängig ist. In der anschließenden Diskussion lag entsprechend der Schwerpunkt zunächst auf der Entdeckungsphase. Dabei wurde diskutiert, inwiefern sich hier Vorwissensaktivierung, Erkunden des Problemraums und Entdecken zugrundeliegender Konzepte abgrenzen lassen und inwiefern sich diese Unterscheidung mit dem Gehalt der Entdeckungen in Bezug setzen lässt. Mit Blick auf die theoretischen Modelle zu den Lernmechanismen wurden weitergehend die drei Bedingungen betrachtet und reflektiert, inwiefern eine stärkere Aktivierung zur Elaboration auch in der Kontroll- und Fehlerbedingung möglich wäre, um die Effekte genereller Elaboration von denen der angeregten Vergleichsprozesse zu trennen. Abschließend wurde der Productive Failure Ansatz dem Ansatz des „errorless learning“ gegenübergestellt und auf generellerer Ebene diskutiert, für welche Wissensarten der ein oder andere Ansatz sinnvoll erscheint.

Insgesamt hat die Diskussion beigetragen, Argumente für die anstehende Publikation der Studie auszuschärfen, und gab Impulse für die weitere Entwicklung eines geplanten Folgeprojekts.

*Sarah Ottinger (LMU München), Stefan Ufer (LMU München): Mathematische Argumentations- und Beweisprozesse – Prozessindikatoren für erfolgreiche mathematische Arbeitsprozesse*

Das Formulieren und Absichern mathematischer Vermutungen stellt eine komplexe Tätigkeit dar, die verschiedene kognitive Prozesse wie das Generieren von Beispielen und das Zusammenführen einzelner Teilargumente zu einem Beweis umfasst (u. a. Boero, 1999). In kooperativen Settings kommen zudem sozial-diskursive Anforderungen wie das Bewerten und Integrieren der Argumente des Gegenübers hinzu (u. a. Kollar et al., 2014; Roschelle & Teasley, 1995). Derzeit finden sich in der Literatur allerdings

nur vereinzelt Hinweise, welche Argumentations- und Beweisprozesse in Hinblick auf den Erfolg von zentraler Bedeutung sind.

Im Rahmen der Herbsttagung wurde ein Analyseinstrument zur Erfassung individuell-kognitiver und sozial-diskursiver Prozessindikatoren mathematischen Argumentierens und Beweisens vorgestellt. Mithilfe dieses Analyseinstruments wurden in einer empirischen Studie sieben Indikatoren für kooperative Argumentations- und Beweisprozesse von  $N = 98$  Studienanfängerinnen und -anfängern, die in Paaren eine Aufgabe bearbeiteten, erhoben. Im Anschluss wurden die Indikatoren auf Zusammenhangsmuster sowie ihre Bedeutung für die Qualität des finalen Beweises hin untersucht. Es zeigte sich, dass kooperativen Argumentations- und Beweisprozessen eine mehrdimensionale Struktur zugrunde liegt, wobei zwischen einer individuell-kognitiven und einer sozial-diskursiven Komponente unterschieden werden kann. Zudem weisen die Ergebnisse darauf hin, dass individuell-kognitive Prozessindikatoren prädiktiv für die Qualität des resultierenden Produktes sind und den Einfluss der individuellen Argumentationskompetenz auf die tatsächliche Leistung (Performanz) medieren. Dabei spielt das Generieren inhaltlich-korrektur und strukturell vollständiger Argumente während des Diskurses eine wesentliche Rolle.

*Kernpunkte der Diskussion und neue Perspektiven.* In der anschließenden Diskussion wurde zunächst betont, dass das Projekt dem Prozess-Produktcharakter mathematischen Beweisens gerecht wird (u. a. Pólya, 1949). Die Stärke der Studie spiegelt sich offensichtlich darin, dass sie Beweisprozesse in den direkten Zusammenhang zur Qualität des resultierenden Produkts setzt. Diese Betrachtungsweise sei insbesondere relevant, wenn der Frage nachgegangen wird, wie sich Kompetenzen reliabel erfassen lassen. Kritisch anzumerken sei an dieser Stelle, dass Prozesse durchaus situationsspezifisch sein können (Blömeke, Gustafsson & Shavelson, 2015) und somit bei der Interpretation der Ergebnisse zu berücksichtigen ist, dass diese bisher mit Hilfe einer einzelnen Aufgabenstellung generiert wurden.

Im zweiten Teil der Diskussion wurde deutlich, dass mit der vorhandenen Datenbasis weitere Teilfragen bearbeitet werden können. Insbesondere der Einfluss der Zusammensetzung der Studierendenpaare auf die kooperativen Argumentations- und Beweisprozesse scheint eine offene Frage zu sein. Außerdem könnte untersucht werden, wie die Beiträge eines Studierenden sich auf die Entwicklung der Beiträge des Partners auswirken. Neben den bislang als linear angenommenen Zusammenhängen könnten Schwellenmodelle zusätzliche Informatio-

nen liefern. Ebenfalls könnte geprüft werden, ob sozial-diskursive Aspekte den Einfluss individuell-kognitiver Prozessindikatoren moderieren. Aus der umfangreichen Diskussion ergaben sich somit neue Perspektiven, die für den erfolgreichen Abschluss des Projektes sehr gewinnbringend sein können.

#### *Organisatorisches und Ausblick*

Der AK wird von zwei Sprecherinnen oder Sprechern geleitet, die jeweils für 4 Jahre gewählt werden. Nach der Bestätigung von Silke Ruwisch im Jahr 2015 wurde in diesem Jahr Anke Lindmeier mit einer Erhaltung für 4 Jahre als Sprecherin wieder gewählt.

Im Jahr 2018 werden sich die Mitglieder des AKs Psychologie und Mathematikdidaktik voraussichtlich vom 12. bis 13. Oktober im Schloss Rauischholzhausen einfinden, um bis zu vier Projekte rege zu diskutieren. Dabei soll das Forum wieder für fortgeschrittene oder kurz vor dem Abschluss stehende Arbeiten – die nicht notwendigerweise Promotionsarbeiten sein müssen – offen stehen. Sie sollten dazu bereit sein, die Arbeiten im Sinne eines Werkstattberichts zur Diskussion zu stellen. Ihr Interesse an einer aktiven Tagungsteilnahme können Sie bei einer der beiden Sprecherinnen Silke Ruwisch (ruwisch@uni.leuphana.de) oder Anke Lindmeier (lindmeier@ipn.uni-kiel.de) bekunden.

Auf der GDM 2018 wird der AK Psychologie und Mathematikdidaktik keine planmäßige Aktivität anbieten, es besteht aber jederzeit die Möglichkeit, sich unter [http://www.leuphana.de/gdm\\_psychologie](http://www.leuphana.de/gdm_psychologie) über unsere Ziele und Aktivitäten zu informieren. Möchten Sie in den Mailverteiler aufgenommen werden, so kontaktieren Sie uns einfach!

#### *Gemeinsames Literaturverzeichnis*

- Blömeke, S., Gustafsson, J.E., Shavelson, R.J. (2015). Beyond dichotomies. Competence viewed as a continuum. *Zeitschrift für Psychologie*, 223(1), 3–13.
- Boero, P. (1999). Argumentation and mathematical proof: A complex, productive, unavoidable relationship in mathematics and mathematics education. *International Newsletter on the Teaching and Learning of Mathematical Proof*, 7/8.
- De Bock, D., Verschaffel, L., Janssens, D., Van Dooren, W., Claes, K. (2003). Do realistic contexts and graphical representations always have a beneficial impact on students' performance? Negative evidence from a study on modeling non-linear geometry problems. *Learning and Instruction*, 13(4), 441–463.
- Eichelmann, A., Narciss, S., Schnaubert, L., Melis, E. (2012). Typische Fehler bei der Addition und Subtraktion von Brüchen – Ein Review zu empirischen Fehleranalysen. *Journal für Mathematik-Didaktik*, 33(1), 29–57.
- Kollar, I., Ufer, S., Reichersdorfer, E., Vogel, F., Fischer, F., Reiss, K. (2014). Effects of collaboration scripts and

- heuristic worked examples on the acquisition of mathematical argumentation skills of teacher students with different levels of prior achievement. *Learning and Instruction*, 32, 22–36.
- Krauss, S., Lindl, A., Schilcher, A., Fricke, M., Göhring, A., Hofmann, B., Kirchhoff, P., Mulder, R.H., Baumert, J. (Hrsg.) (2017). *Falko: Fachspezifische Lehrerkompetenzen. Konzeption von Professionswissenstests in den Fächern Deutsch, Englisch, Latein, Physik, Musik, Evangelische Religion und Pädagogik*. Münster: Waxmann.
- Loibl, K., Roll, I., Rummel, N. (2017). Towards a theory of when and how problem solving followed by instruction supports learning. *Educational Psychology Review*, 29(4), 693–715.
- Loibl, K., Rummel, N. (2014). Knowing what you don't know makes failure productive. *Learning and Instruction*, 34, 74–85.
- Lowe, R., Ploetzner, R. (Hrsg.) (2017). *Learning from dynamic visualization*. Cham: Springer.
- Mayer, R.E. (2009). *Multimedia learning*. Cambridge: Cambridge University Press.
- Pierce, R., Stacey, K. (2010). Mapping pedagogical opportunities provided by mathematics analysis software. *International Journal of Computers for Mathematical Learning*, 15(1), 1–20.
- Pólya, G. (1949). *Schule des Denkens*. Bern: Francke.
- Prediger, S. (2008). The relevance of didactic categories for analysing obstacles in conceptual change: Revisiting the case of multiplication of fractions. *Learning and Instruction*, 18(1), 3–17.
- Prediger, S. (2011). Anknüpfen, Konfrontieren, Gegenüberstellen. Strategien zur Weiterarbeit mit individuellen Vorstellungen am Beispiel relativer Häufigkeiten. *Praxis der Mathematik in der Schule*, 53(40), 8–13.
- Rellensmann, J., Schukajlow, S., Leopold, C. (2017). Make a drawing. Effects of strategic knowledge, drawing accuracy, and type of drawing on students' mathematical modelling performance. *Educational Studies in Mathematics*, 95(1), 53–78.
- Roschelle, J., Teasley, S.D. (1995). The construction of shared knowledge in collaborative problem solving. In C.E. O'Malley (Ed.), *Computer-Supported Collaborative Learning* (S. 69–197). Berlin: Springer.
- Roth, J. (2005). *Bewegliches Denken im Mathematikunterricht*. Hildesheim: Franzbecker.
- Schukajlow, S. (2011). *Mathematisches Modellieren. Schwierigkeiten und Strategien von Lernenden als Bausteine einer lernprozessorientierten Didaktik der neuen Aufgabenkultur*. Münster: Waxmann.
- Van Essen, G., Hamaker, C. (1990). Using self-generated drawings to solve arithmetic word problems. *Journal of Educational Research*, 83(6), 301–312.

Anke Lindmeier, IPN Kiel  
Email: lindmeier@ipn.uni-kiel.de

## Arbeitskreis: Stochastik

Herbsttagung in Frankfurt am Main, 10.–12. 11. 2017

---

Philipp Ullmann

Zur Herbsttagung 2017 lud der Arbeitskreis Stochastik erstmals nach Frankfurt am Main ein. Über vierzig KollegInnen folgten dem Ruf in die Mainmetropole, um über *Guten Stochastikunterricht von der Grundschule bis zum Abitur* zu diskutieren.

Nach einem gemeinsamen Abendessen im Café Albatros wurde die Tagung am Abend mit dem traditionellen Freitagsvortrag eröffnet.

Katharina Böcherer-Linder, Andreas Eichler und Markus Vogel präsentierten und diskutierten unter dem Titel *Empirische und theoretische Argumente für einen Unterrichtsvorschlag zum Satz von Bayes* aktuelle Ergebnisse aus der eigenen Forschung. Ausgangspunkt war ein in der Stochastikdidaktik einschlägiges Beispiel aus dem Umfeld des sogenannten Prävalenz- bzw. Basisratenfehlers: Gegeben etwa ein medizinischer Test, der Kranke und Gesunde jeweils mit hoher Wahrscheinlichkeit als solche erkennt; wie groß ist dann die Wahrscheinlichkeit, bei

positivem Testergebnis tatsächlich krank zu sein, wenn die Krankheit in der Grundpopulation sehr selten auftritt? Erfahrungsgemäß wird diese Wahrscheinlichkeit, die man mit dem Satz von Bayes berechnen kann, oft dramatisch überschätzt – was z. B. im Kontext von Massenscreenings zu schwerwiegenden Fehlurteilen führen kann. Gerade wegen der Authentizität dieses Problems gehört es inzwischen zum Standard-Repertoire in Schule und Hochschule.

Gegenstand der Forschung war nun die Frage, welche Veranschaulichungen in diesem Kontext verständnisfördernd sind. Ein übliches (weit verbreitetes, tragfähiges und verallgemeinerbares) Format stellt das Baumdiagramm dar, das aber – zumindest in seiner sparsamsten Art – die Zahlenverhältnisse nur auf der symbolischen Ebene codiert. Das von Böcherer-Lindner, Eichler und Vogel propagierte Modell des Einheitsquadrates erwies sich – wohl