

Arbeitskreis: Vernetzungen im Mathematikunterricht

Augsburg, 13.–14. 4. 2018

Astrid Brinkmann, Matthias Brandl und Thomas Borys

Die 11. Tagung des Arbeitskreises „Vernetzungen im Mathematikunterricht“ fand an der Universität Augsburg am 13. und 14. April 2016 statt; sie wurde von Renate Motzer rundum bestens organisiert.

Das diesjährige Veranstaltungsprogramm beinhaltete wieder ein sehr vielfältiges Angebot und gliederte sich in einen Lehrerfortbildungsnachmittag und einen arbeitskreisinternen Teil. Am Lehrerfortbildungstag wurden in Vorträgen sowie einem Workshop, Methoden für einen vernetzenden Mathematikunterricht und Beispiele für inhaltliche Vernetzungen, vorgestellt und diskutiert. Im arbeitskreisinternen Tagungsteil wurde in Vorträgen über Forschungsarbeiten und Projekte berichtet, ferner Handlungsbedarf bzgl. Vernetzungen im Mathematikunterricht aufgezeigt und weitere Aktivitäten des Arbeitskreises, insbesondere die Fortführung der Schriftenreihe *Mathe vernetzt*, geplant.

Rückblick auf die Tagungsvorträge/Workshop

Freitag, den 13. April 2018
(im Rahmen der Lehrerfortbildung)

Astrid Brinkmann (Münster) und Thomas Borys (Karlsruhe): Maps als Unterrichtsmittel

Graphische Darstellungen, die sich sowohl zum Visualisieren als auch zum Lernen vernetzten mathematischen Wissens in besonderer Weise eignen, sind Mind Maps, Concept Maps und hiervon abgewandelte Map-Formen. Verschiedene Einsatzmöglichkeiten solcher Vernetzungsdiagramme im Mathematikunterricht wurden vorgestellt.

Insbesondere wurde auf das *strukturierte Lehren und Lernen mit Maps* eingegangen. Da Maps, die in klassischer Weise von Schüler/-innen erstellt werden, individuell sehr unterschiedlich gestaltet sein können, wobei die Lehrperson aber mit Blick auf die Unterrichtsziele ganz bestimmte Inhalte mit ihren Vernetzungen dargestellt haben möchte, wurden für solch inhaltliche Eingrenzungen verschiedene methodische Vorgehensweisen vorgestellt und Beispiele für den Unterricht angegeben. Einen ausführlichen Artikel hierzu findet man im *Band 4* der Neuauflage der Schriftenreihe „*Mathe vernetzt*“; in diesem Band werden zudem passende Arbeitsblätter für den Unterricht zu vielen mathematischen Themen bereitgestellt.

Im zweiten Teil des Vortrags wurde ferner anhand konkreter Unterrichtsmaterialien dargelegt, wie speziell gestaltete *Maps* gewinnbringend beim Problemlösen und beim Modellieren eingesetzt werden können. Band 6 der Neuauflage der Schriftenreihe *Mathe vernetzt* enthält hierfür einen beschreibenden Artikel und mehrere Arbeitsblätter zum direkten Einsatz im Unterricht.

Michael Bürker (i. R., zuletzt Universität Freiburg): Überlegungen zu einer Vernetzung der Begriffe „Regression – Rekursion – Funktion“ anhand ausgewählter Beispiele

Schülerinnen und Schüler lernen im Zusammenhang mit Daten und Funktionen und deren Anwendungen typischerweise den Begriff der Regression kennen, wobei aber der Computer oder grafische Taschenrechner die Hauptarbeit bei der Umsetzung von Daten zu Funktionen leistet. Die Schülerinnen und Schüler benutzen dabei das entsprechende Regressions-Menü für die verschiedensten Funktionen als Black Box, lernen aber kaum den mathematischen Hintergrund kennen (Methode der kleinsten Quadrate). Dieser wurde in Vortrag an einem einfachen Beispiel der linearen Regression unter die Lupe genommen werden. Zur Vernetzung von Rekursion und Funktion wurde am Beispiel einer Folge mit linearer Rekursionsgleichung, die explizite Darstellung durch eine Funktion der Form $xca^x + d$ sowie einige der entsprechenden Anwendungen, vor allem bei Spar- und Tilgungsprozessen, gezeigt. Alle genannten Überlegungen können ohne Differentialrechnung durchgeführt werden; daher ist deren Umsetzung im Unterricht am Ende der Mittelstufe möglich.

Thomas Borys (Karlsruhe): Geheimschriften im Mathematikunterricht

Geheimschriften werden in die Wissenschaft der Kryptologie eingeordnet. War diese noch bis vor wenigen Jahrzehnten eine Wissenschaft für Regierungen, Geheimdienste und Spione, so ist sie heute dank der modernen Informationstechnik mitten in unserem Leben. Viele Anwendungen im Umfeld des Computers bedienen sich kryptologischer Techniken, beispielsweise beim Login auf das E-Mail-Account, Arbeiten auf https-Seiten und Online-Banking.

Wegen dieser Bedeutung im Leben des modernen Menschen, sollten kryptologische Themen im allgemeinbildenden Unterricht angesprochen werden. Dafür bietet sich das Fach Mathematik, wegen seinen vielfältigen Vernetzungen zur Kryptologie, an. An verschiedenen Verschlüsselungsverfahren wurden im Vortrag die inhaltlichen Vernetzungen der Kryptologie zu den Inhalten des Mathematikunterrichts dargelegt. Insbesondere wurden dabei praktische unterrichtliche Umsetzungsmöglichkeiten aufgezeigt, so z. B. der kostenlos zugängliche Online-Adventskalender „Krypto im Advent“.

Renate Motzer (Augsburg): Von Schwierigkeiten und erstaunlichen Entdeckungen beim Ordnen von Verhältnissen

Bruchrechnen gilt als eine schwierige mathematische Thematik, mit der selbst Studienanfänger ihre Probleme haben. Werden Bruchzahlen als Ausdrücke für Verhältnisse verstanden, sind die Schwierigkeiten oft noch größer. Dabei gäbe es einiges zu entdecken, wenn man den Verhältnisaspekt von Brüchen unter die Lupe nimmt. Als Beispiele wurde u. a. der „Schorlebeweis“ vorgestellt und das Simpsonparadoxon aus der Statistik aufgezeigt. Durch Ordnen von Bruchzahlen als Ordnen von Verhältnissen kann – so zeigte es sich im Vortrag – das Rätsel von der „wunderbaren Flächenvermehrung“ geklärt werden.

Christian Barthel (Passau): Einsatz von GeoGebra in der gymnasialen Oberstufe (Workshop)

Die dynamische Geometriesoftware GeoGebra bietet eine Vielzahl von Einsatzszenarien, die weit über einzelne Anschauungs- und Anwendungsbeispiele im Unterricht hinausgehen und eine selbstständige Auseinandersetzung mit Mathematik ermöglichen. In diesem Workshop wurden Lernumgebungen vorgestellt, die von Lehrer/-innen in der gymnasialen Oberstufe verwendet werden können, um Themen im Unterricht zu veranschaulichen und Schüler/-innen durch differenzierende Hilfestellungen darin unterstützen Inhalte zu wiederholen, besser zu verstehen, zu vernetzen und anzuwenden. Eine Sammlung der Materialien lässt sich unter www.geogebra.org/m/jfay7xtf einsehen. Darüber hinaus erhielten die Teilnehmer/-innen die Möglichkeit, sich vertieft mit der Erstellung entsprechender GeoGebra-Applets auseinanderzusetzen und eigene Ideen in GeoGebra praktisch umzusetzen.

Samstag, den 14. April 2018
(im Rahmen der internen Sitzung)

Christian Barthel (Passau): Entwicklungen und Einsatzmöglichkeiten der GeoGebra-online-Plattform als Werkzeug für Vernetzung im Unterricht

GeoGebra bietet, über die bekannte Geometriesoftware hinaus, die Möglichkeit als Lernmanagementsystem genutzt zu werden. In GeoGebra Gruppen lassen sich beispielsweise verschiedenste Materialien sammeln und Schüler/-innen zur Verfügung stellen. Hiermit können Strukturen geschaffen werden, die Vernetzung im Unterricht unterstützen und erleichtern. Darüber hinaus arbeitet GeoGebra an einer browserbasierten Whiteboard-Software, die auf der bekannten GeoGebra-Software basiert und bereits in der aktuellen Erprobungsphase eine Vielzahl von interessanten Funktionen für den erfolgreichen Einsatz mit digitalen Whiteboards besitzt. In diesem Vortrag wurden neue Entwicklungen zu dieser Whiteboard-Software und GeoGebra als Plattform zur Organisation und Bereitstellung von Unterrichtsmaterialien vorgestellt und das sich daraus ergebende Potential für Vernetzung im Mathematikunterricht, diskutiert.

Renate Motzer (Augsburg): Wo kommen Inhalte der Linearen Algebra in der Schule vor und wie können Schulinhalte eine Vorlesung zur Linearen Algebra bereichern?

Lineare Algebra beschäftigt sich mit Strukturen, in denen Linearkombinationen gebildet werden und die daher durch Basiselemente erzeugt werden. Auch schulische Formate wie etwa Zahlenmauern oder magische Quadrate haben diese Eigenschaften.

Neben der durch Pfeile im R^2 und R^3 dargestellten Vektoren, gibt es also auch weitere Gebiete der Schulmathematik, anhand derer über Vektorraumstrukturen nachgedacht werden kann. Im Vortrag wurde gezeigt, dass sich mit linearen Gleichungen eindeutig Rechendreiecke lösen lassen und dass bei Rechenvierecken ebenso lineare Gleichungssysteme auftauchen, die nicht lösbar sind oder mehrere Lösungen haben. Determinanten können zur Berechnung von Flächen und Volumen verwendet werden oder gar darüber definiert werden. Abbildungen, die mit Hilfe von Matrizen beschrieben werden, können ebenso in beiden Bereichen vorkommen. Studierende konnten erleben, wie sich abstrakte Strukturen aus konkreten Schulfragen entwickeln können.

Adrian Schlotterer (Augsburg): Verknüpfung von Schulmathematik und Unimathematik in einem Seminar für Realschulstudierende

RS-Lehramtsstudierende haben in einem Seminar die Möglichkeit bekommen, zu entdecken wie die Hochschulmathematik mit der Schulmathematik vernetzt ist. Die häufig beklagte fachliche Diskrepanz sollte zumindest exemplarisch in ausgewählten realschulrelevanten Themenbereichen überwunden werden. Die Studierenden konnten dabei die

Sinnhaftigkeit der höheren Mathematik für das spätere Lehren der elementaren Mathematik verstehen (und erleben). Im Vortrag wurden die Ideen dazu vorgestellt und anhand einiger Dokumente (v. a. Concept Maps) erläutert, wie das funktioniert und worin eventuell Probleme liegen.

Helga Jungwirth (Linz): Vernetzungen zwischen den Aspekten Gender und neue Technologien

Es wurden Beobachtungen aus Studien zum Mathematikunterricht berichtet, in denen verstärkt neue Technologien eingesetzt werden. Ein Focus wurde dabei auf genderspezifische Unterschiede in Umgang mit neuen Technologien gelegt. Mögliche Konsequenzen aus diesen Beobachtungen wurden tiefgehend diskutiert.

Reinhard Oldenburg (Augsburg): Vernetzungen zwischen dem Informatik- und dem Mathematikunterricht

In Bayern und einigen anderen Ländern hat sich die Informatik an Gymnasien zum regulären, verpflichtenden Schulfach entwickelt. Diese Entwicklung hat den Mathematikunterricht bisher aber nur peripher tangiert. Der Vortrag hat daher an vielen Beispielen diskutiert, wie der Mathematikunterricht von der Informatik profitieren könnte.

Ausblick

Weitere Tagungsordnungspunkte betrafen Organisatorisches:

Planung der nächsten Tagung

Thomas Borys übernimmt die Organisation der 12. Tagung des Arbeitskreises, die voraussichtlich am 17.–18. Mai 2019 an der PH Karlsruhe stattfinden wird. Nähere Infos sind zu finden unter: www.math-edu.de/Vernetzungen/Tagungen.html

Schriftenreihe Mathe vernetzt – Anregungen und Materialien für einen vernetzenden Mathematikunterricht: Neu konzeptualisierte, aktualisierte und überarbeitete Neuauflage der Reihe beim Verlag MUED (Erstauflage: Aulis Verlag)

Die Schriftenreihe „Mathe vernetzt – Anregungen und Materialien für einen vernetzenden Mathematikunterricht“ (www.math-edu.de/Vernetzungen/Schriftenreihe.html, herausgegeben von Astrid Brinkmann), in der Arbeitsergebnisse des Arbeitskreises „Vernetzungen im Mathematikunterricht“ vorgestellt werden, richtet sich als Leserzielgruppe insbesondere an Mathematiklehrende an Schulen, sie kann aber auch in der Ausbildung von Lehramtsstudierenden eingesetzt werden. Die ersten fünf Bände der Reihe sind in den Jahren 2011–2016 beim Aulis Verlag in der Stark Verlagsgesellschaft erschienen. 2017 erfolgte eine Neuauflage der Reihe – in nunmehr sechs Einzelbänden – beim MUED

Verlag, in neu konzeptualisierter, aktualisierter und überarbeiteter Weise.

Jeder der Bände der Neuauflage umfasst vier Teile: 1. Unterrichtsmethoden, 2. Mögliche inhaltliche Vernetzungen, 3. Vernetztes Denken fördern, 4. Materialien und Kopiervorlagen. Die ersten drei Teile bieten informative Grundlagenartikel, teils mit konkreten Vorschlägen für eine Umsetzung im Unterricht; der vierte Teil enthält Materialien zu den Grundlagenartikeln. Die Materialien bestehen aus direkt einsetzbaren, fertig aufbereiteten Arbeitsblättern für die Unterrichtsvorbereitung. Zu jedem Arbeitsblatt gibt es Musterlösungen bzw. Lösungsvorschläge sowie didaktische Hinweise, Stichwörter zur Zuordnung hinsichtlich Stoff und Altersstufe und nicht zuletzt den Hinweis auf jenen Artikel, der den Hintergrund für das Arbeitsblatt bildet.

Die Schriftenreihe wird mit weiteren Bänden beim Verlag MUED fortgeführt. Zurzeit ist Band 7 in Arbeit; mögliche Beiträge für diesen Band und ihre inhaltliche Gestaltung wurden auf der Tagung besprochen.

Autoren, die einen Artikel für die Schriftenreihe anbieten möchten, wenden sich bitte an Astrid Brinkmann. Informationen und Formatvorlage findet man unter www.math-edu.de/Vernetzungen/Schriftenreihe.html.

Das gesamte Tagungsprogramm und weitere Informationen zu den Tagungen des Arbeitskreises können im Internet unter der Adresse www.math-edu.de/Vernetzungen/Tagungen.html abgerufen werden.

Allgemeine Informationen zum Arbeitskreis „Vernetzungen im Mathematikunterricht“ findet man unter www.math-edu.de/Vernetzungen.html. Interessierte sind als weitere Mitglieder stets herzlich willkommen.

Astrid Brinkmann, Universität Münster
Email: astrid.brinkmann@math-edu.de

Matthias Brandl, Universität Passau
Email: matthias.brandl@uni-passau.de

Thomas Borys, Pädagogische Hochschule Karlsruhe
Email: borys@ph-karlsruhe.de