

Welche Fachlichkeit braucht allgemeine Bildung? Überlegungen am Beispiel des Mathematikunterrichts¹

Andreas Vohns

Liebes Auditorium, ich will nicht verschweigen, dass ich der Einladung von Hans-Peter Klein, heute hier vor Ihnen zu sprechen, mit einem gewissen Zögern gefolgt bin. Es ist ja nicht ganz offensichtlich, was ich Biolog/innen und Biologiedidaktiker/innen als Mathematikdidaktiker zu erzählen habe, insbesondere zum Thema „Fachlichkeit“, welches sich Kollege Klein ausdrücklich gewünscht hat. Zwar werden unsere beiden Fächer ganz gerne unter dem Label „MINT“ subsummiert (etwa im Titel dieser Tagung), die Unterschiede fangen aber bereits dort an, wo dem von mir vertretenen Fach im Akronym ein eigener Buchstabe gewidmet wird, die Biologie sich hingegen als Teil der Naturwissenschaften mitgemeint fühlen darf.

Über Fachlichkeit von Mathematikunterricht zu sprechen ist mir aufgegeben worden, die „allgemeine Bildung“ habe ich selbst hinein moniert. Das ist im Sinne einer Selbstbeschränkung bzw. Schwerpunktsetzung zu verstehen. Man könnte auch fragen, welche Fachlichkeit ein Unterricht anstreben sollte, der möglichst gut dem Ziel einer Vorbereitung für ein späteres mathematisches oder mathematiknahes Studium dient. Das ist heute nicht mein Thema, womit ausdrücklich nicht gesagt ist, dass es nicht auch eine legitime Zielsetzung oder ein interessantes Thema wäre.

Nun machen beide Begriffe, Bildung und Fachlichkeit, gewisse terminologische Überlegungen nötig, will man sie nicht einfach gemäß einem unterstellten Alltagsverständnis verwenden. Auch deshalb, weil man für beide Begriffe annehmen kann, dass auf sie prinzipiell dasselbe zutrifft, wie auf den von Jochen Krautz kritisch beäugten Kompetenzbegriff. Die Begriffe „Bildung“ und „Fachlichkeit“

- sind „für unterschiedliche weltanschauliche Orientierungen und pädagogische Überzeugungen anschlussfähig“ ([9], S. 7)
- und können „wie ein ‚Container‘ mit Interpretationen aller Art gefüllt werden“ ([9], S. 7),

- wodurch sie „wie Beschwörungsformeln“ wirken, „die Zustimmung erzeugen sollen, obwohl niemand genau weiß“ ([9], S. 7), was „Bildung“ bzw. „Fachlichkeit“ eigentlich meint.

Wohl gemerkt: Wo ich von „Bildung“ und „Fachlichkeit“ rede, redet Krautz von „Kompetenz“ bzw. „Kompetenzorientierung“.

Ich will und kann Ihnen im Folgenden nicht vorab zwei Definitionen von „Bildung“ und „Fachlichkeit“ vorlegen. Ich werde stattdessen exemplarisch anhand von vier historischen Etappen in der Entwicklung des Mathematikunterrichts² betrachten, welche semantische Belegung „Bildung“ bzw. „Fachlichkeit“ jeweils implizit oder explizit erfahren haben.

Das ist für den Begriff der „Fachlichkeit“ insofern schwieriger, als er meinem Eindruck nach in der Diskussion um Mathematikunterricht erst in jüngster Zeit überhaupt eine Rolle spielt. Zumindest insofern, als man die explizite Verwendung dieses Terminus betrachtet. Das mag daran liegen, dass Mathematik wenigstens an weiterführenden Regelschulen für gewöhnlich im Rahmen von Fachunterricht stattfindet, dessen Fachbezeichnung „Mathematik“ lautet. Anders als die Biologie ist Mathematik auch nicht Teil der Diskussion um die Einführung eines übergreifenden Unterrichtsfachs „Naturwissenschaft(en)“. In diesem Sinne ist der Fachlichkeit also Genüge getan. Dass der Begriff „Fachlichkeit“ in der Diskussion auftaucht, muss (bezogen auf Mathematik) an anderen Dingen liegen, etwa an jenem bereits erwähnten Begriff der „Kompetenz“ bzw. der mit ihm verbundenen „Kompetenzorientierung“, die man in einer gewissen Spannung, wenn nicht im Gegensatz zu einer „Fachorientierung“ bzw. „Fachlichkeit“ sieht.

Wirft man einen Blick auf die Geschichte des Schulfaches „Mathematik“, so ist festzuhalten, dass dessen Existenz als solche im Rahmen einer allgemeinen Schulpflicht eine vergleichsweise junge Entwicklung darstellt. In der Primarstufe gibt es

¹ Leicht redigiertes Manuskript des gleichnamigen Vortrags auf der Tagung „Die Bedeutung der Fachlichkeit im Unterricht und der Lehrerbildung in den MINT-Fächern“ der Gesellschaft für Didaktik der Biowissenschaften am 19. 12. 2015 an der Universität Frankfurt am Main. Fußnoten bezeichnen nachträgliche Ergänzungen. Für kritische Hinweise danke ich Wolfram Meyerhöfer und Thomas Jahnke.

² Diese Etappen sind ad hoc mit Blick auf das heutige Thema konzipiert und lassen erkennbar Lücken im historischen Ablauf. Je nach Fragestellung kann man zu anderen zeitlichen Einteilungen kommen.

Mathematikunterricht in Deutschland erst seit man Volksschulen abgeschafft und Grund- und Hauptschulen eingerichtet hat, also seit Mitte der 1960er Jahre. Zuvor gab es an Volksschulen *Rechenunterricht*. Diese unterschiedliche Benennung entspringt einer Tradition, die man ins 19. Jahrhundert zurückverfolgen kann, welches dann auch die erste Etappe meiner Überlegungen darstellt.

Etappe 1: Rechen- und Mathematikunterricht im 19. Jahrhundert

Einen Unterricht im Fach *Mathematik* gab es im 19. Jahrhundert nur an Gymnasien³, also für einen recht elitären Zirkel von etwa ein bis zwei Prozent der männlichen Heranwachsenden eines Jahrgangs. Mathematik für Mädchen gibt es dann auch an höheren Mädchenschulen überhaupt erst seit dem Jahr 1908 (vgl. [14], S. 81).

Insofern „allgemeine Bildung“ dem Leitmotto von Comenius „Omnes omnia omnino“ (allen alles allumfassend lehren) entsprechend gedacht wird, kann man gewisse Zweifel haben, ob Mathematik im engeren Sinn im 19. Jahrhundert überhaupt Teil der *allgemeinen* Bildung war.

Was es für alle von der Schulpflicht erfassten Personen gab, war Unterricht im *Rechnen*.⁴ Diesen gab es auch für die Gymnasiasten, als eigenes Fach ausgewiesen und zwar durchaus im selben Umfang, wie Unterricht in Mathematik (vgl. [2], S. 89ff).

Jene Unterscheidung zwischen „Rechnen“ und „Mathematik“ öffnet uns auch eine Perspektive darauf, in welchem Gewand man sich im Kontext von Unterricht mit der Frage der „Fachlichkeit“ bereits deutlich länger beschäftigt hat: Nämlich jenem der „Wissenschaftlichkeit“ bzw. „Wissenschaftsorientierung“.

Bezüglich des Rechen- und Mathematikunterrichts im 19. Jahrhundert kann man leicht zugespitzt festhalten, dass Rechenunterricht sich der Frage der Wissenschaftlichkeit nicht zu stellen hatte, während Mathematikunterricht hinsichtlich seiner Wissenschaftsorientierung in Bedrängnis geriet.

Rechenunterricht umfasste neben den Grundrechnungsarten vor allem Anwendungen der „regula de tri“ also des Dreisatzes, u. a. die Prozent-

und Zinsrechnung. Betrachtet man beispielsweise die letzten beiden Schuljahre des Rechenunterrichts der höheren Mädchenschulen, so kamen dort überhaupt keine neuen mathematischen Inhalte mehr hinzu. Es wurden schlicht die bereits vertrauten Rechenweisen in immer neuen Sachkontexten eingeübt (vgl. [14], S. 82f).

Überhaupt war Rechenunterricht nicht selten reiner Paukunterricht, im Zweifel war die Fähigkeit, das korrekte Ergebnis zu erzielen, immer wichtiger, als ein Einsehen darin, dass und warum es sich um das richtige Ergebnis handelte. Aller Kritik aus fortschrittlicher Pädagogik und aufkeimender Rechendidaktik zum Trotz verfuhr der Rechenunterricht in weiten Teilen immer noch dem Lehrspruch der mittelalterlichen Rechenmeister gemäß: „Machß nach der Regel so kumpt das facit“ (Widmann 1489, zitiert nach [11]).

Der Bildungsanspruch des *Rechenunterrichts* war strikt material, ja funktional: Die Rechenweisen und die Kontexte, in denen gerechnet wurde, waren durch ihre unmittelbare Nützlichkeit für das künftige Alltags- und Berufsleben begründet.⁵

Rechenunterricht war von den auch heute noch immer wieder referenzierten Vorstellungen humboldtscher Bildung als „Anregung aller Kräfte des Menschen, damit diese sich über die Aneignung der Welt [...] entfalten und zu einer sich selbst bestimmenden Individualität oder Persönlichkeit führen“ ([5], S. 40) meilenweit entfernt.

Gymnasialer *Mathematikunterricht* war nun andererseits (auch durch den parallel stattfindenden Rechenunterricht) von allzu weltlichen Zwängen weitgehend befreit. Mathematikunterricht wurde fast ausschließlich formalbildende Wirkung zugesprochen. Man nahm die Ideen des Neuhumanismus im Sinne dessen Ziels einer allgemeinen Menschen- und Persönlichkeitsbildung an und suchte sie im Sinne dessen Mittels der Beschäftigung mit klassischen (Lehr-)Texten, insbesondere der griechischen Antike und des Mittelalters, umzusetzen (vgl. [4]). Man setzte also darauf, dass die Gymnasiasten in der Auseinandersetzung mit dem mathematischen Denken und Argumentieren der „großen Alten“ etwas über das menschliche Denken und Argumentieren als solches erfahren und somit ganz allgemein lernen, richtig oder jedenfalls logisch zu denken.

³ Die folgenden Aussagen beziehen sich auf Deutschland bzw. im Wesentlichen auf Preußen. Für einen Überblick für das Deutsche Kaiserreich vgl. [13], S. 2.

⁴ Erwähnt werden sollte, dass es in recht unterschiedlicher quantitativer Ausprägung auch noch Unterricht in „Raumlehre“ als einer „volksschulmäßigen Geometrie“ ([13], S. 12) gab. Im Folgenden zum Rechenunterricht getroffene Aussagen dürften grosso modo auch für den Raumlehreunterricht zutreffen.

⁵ Es ist ergänzend darauf hinzuweisen, dass sog. „Sekundärtugenden“ (Ordnung, Fleiß, Disziplin) gewissermaßen als allgemeine „Untertanenkompetenzen“ noch bis in die 1960er Jahre hinein ganz offiziell eine Rolle für die Legitimation von Rechenunterricht gespielt haben (vgl. [8], S. 60f) Das steht aber nicht im Widerspruch zu einer funktionalen Ausrichtung des Rechenunterrichts.

Diese Pauschalantwort wurde im 19. Jahrhundert zunehmend zum Problem: Wenn man Mathematikunterricht rein formalbildend zu legitimieren versucht, dann erlaubt dies im Allgemeinen noch keine Auswahl spezifischer Inhalte. Die stark auf klassische Lehrtexte hin orientierte Themenauswahl erschien den Hochschulmathematikern seinerzeit zunehmend nicht mehr tragbar, der Unterricht geriet von Seiten der Wissenschaft unter Modernisierungsdruck.

Wenn die Frage der Stoffauswahl aber nicht mehr rein klassizistisch beantwortet werden kann und – wie im 19. Jahrhundert geschehen – parallel der Korpus des wissenschaftlichen Wissens so gehörig anwächst, dass ein schlichtes Schritthalten des Unterrichts mit der Wissenschaft aussichtslos erscheint, dann hat man ein veritables Problem (vgl. [6], S. 29). Wenn sich dann parallel noch eine neue Schulform etabliert, nämlich das Realgymnasium, der das Weltliche auch im Mathematikunterricht weit weniger fremd ist, dann entsteht dringender Reformbedarf (vgl. [10], S. 79ff).

Einen möglichen Ausweg aus dieser Problemlage des gymnasialen Mathematikunterrichts sollten die unter maßgeblicher Mitwirkung von Felix Klein erarbeiteten, zu Beginn des 20. Jahrhunderts, genauer 1905 in Meran verabschiedeten „Reformvorschläge der Unterrichtskommission der Gesellschaft Deutscher Naturforscher und Ärzte“ weisen. In ihnen wird die alte formalbildende Vorstellung einer allgemeinen Denkschulung durch Mathematik zu Gunsten des Ziels einer spezifischen „Sonderaufgabe“ des Mathematikunterrichts aufgegeben, der „Erziehung zur Gewohnheit des funktionalen Denkens“. Diese Zielvorstellung – soll es zum Ersten erlauben, bislang isolierte Themen der Arithmetik, Algebra und Geometrie um den Begriff der Abbildung bzw. Funktion hin zu fokussieren und in eine organische Beziehung zueinander zu setzen (vgl. [10], S. 170), – sie soll zum zweiten als Auswahlkriterium dienen, um solche Inhalte als weniger relevant zu charakterisieren und daher aus dem Curriculum auszuschneiden, die sich nicht um diesen Gedanken herum bündeln lassen, – sie dient drittens als Legitimation dafür, das moderne Thema Analysis in den Unterricht der Oberstufe einzuführen und – schließlich viertens wird funktionalem Denken auch das Potential zugesprochen, zwischen formal- und materialbildenden Vorstellungen insofern zu vermitteln, als die Erziehung zu dieser Gewohnheit sehr wohl auch an solchen Themen stattfinden kann und soll, die auch praktisch bedeutsam erscheinen, also an naturwissenschaftlichen, insbesondere physikalischen und technischen Anwendungen des Faches.

Die Meraner Reform bricht damit mit den strikt anti-utilitaristischen Bildungsvorstellungen, die man noch zu Beginn des 19. Jahrhunderts nahezu exklusiv mit der Mathematik verband. Erfolgreich war die Meraner Reform rückblickend betrachtet aber hauptsächlich hinsichtlich der Einführung der Analysis, der Etablierung des Funktionsbegriffs in der Algebra und des Abbildungsbegriffs in der Geometrie (vgl. [10], S. 302). Eine tatsächlich erfolgte durchgängige Orientierung des Mathematikunterrichts auf die „Gewohnheit des funktionalen Denkens“ als besonderer Probe mathematischen Denkens hin, kann aber kaum attestiert werden. Inwiefern die Meraner Reform das Fachlichkeits- und Bildungsproblem des 19. Jahrhunderts „lösen“ konnte, ist daher überaus fraglich.

Etappe 2: Bildungskatastrophe und Neue Mathematik

Fachlichkeit im Sinne von Wissenschaftlichkeit rückt gut 60 Jahre nach der Meraner Reform wieder in den Mittelpunkt des Interesses. Im Rechen- und Mathematikunterricht der Nachkriegszeit herrscht mittlerweile das vor, was Helge Lenné „Aufgabendidaktik“ nennt:

Der Stoff wird in eine Kette von Regeln bzw. Regelgruppen aufgereiht, an die jeweils Klassen zugehöriger Aufgaben angelagert sind. ([20], S. 143)

Komplexe Aufgaben lassen sich dabei als Kombination auffassen. [...] Die einzelnen Gebiete zeigen in sich eine strenge Systematik. Sie sind jedoch untereinander wenig verknüpft, sondern werden jeweils relativ isoliert behandelt. [...] Querverbindungen anhand übergreifender Ideen oder Strukturen werden – jedenfalls systematisch – kaum grundsätzlich herausgearbeitet. ([12], S. 50)

In gewisser Weise ist „Aufgabendidaktik“ die Fortsetzung „unguter“ Traditionen des Rechenunterrichts im Mathematikunterricht: „drill and practice“ für eine Reihe beziehungslos nebeneinander stehender Aufgabentypen, ohne den Anspruch auf Einordnung in eine größere fachliche Systematik und deutlich performanz- und verfahrenorientiert, kaum auf Einsicht und auf begriffliches Verstehen abzielend.

Im Fahrwasser der seitens Georg Picht ausgerufenen Bildungskatastrophe und Ralf Dahrendorfs Ruf nach „Bildung als Bürgerrecht“ öffnete sich nun gegen Ende der sechziger Jahre ein Fenster für durchgreifende Reformen im schulischen Bereich und in der Folge auch des Rechen-

bzw. Mathematikunterrichts. Die von Picht diagnostizierte Bildungskatastrophe war dabei, wie es Damerow formuliert hat, mit Blick auf Mathematikunterricht zunächst inhaltlich unterdeterminiert (vgl. [3], S. 90ff).

Picht und Dahrendorf ging es ja auch nicht um den Verfall humboldtscher Bildungsideale. Vielmehr ging es ihnen um eine ökonomisch (Picht) und demokratiethoretisch (Dahrendorf) geboten erscheinende Erhöhung des Bildungsstandes der Gesellschaft, ganz pragmatisch in dem Sinne, dass mehr Menschen Zugang zu höheren Bildungsabschlüssen bekommen sollten. Wie diese Ziele nun durch Reformen im Mathematikunterricht unterstützt werden konnten, war inhaltlich weitgehend offen.

Die „Neue Mathematik“ antwortet⁶ darauf faktisch zunächst gymnasial, in der Folge dann auch mit Blick auf Grund- Haupt- und Realschulen durch erhöhte oder überhaupt erst geforderte „Wissenschaftlichkeit“ in einem ganz bestimmten Sinn: „Moderne Mathematik“ sollte in die Schulen, was vor allem „Strukturmathematik“ (sensu Bourbaki) bedeutete, spezifischer vor allem eine Orientierung an deren zentralen Begriffen „Menge – Struktur – Abbildung“ samt ihrer Spezialisierungen und Überlagerungen, die vom ersten Schultag an als „roter Faden“ durch die gesamte Schulmathematik leiten sollten. Dieser Verwissenschaftlichungsanspruch führte dann u. a. auch zur Umbenennung des Schulfachs „Rechnen“ in „Mathematik“ ab der ersten Klasse der Primarstufe und – ganz anders als die Meraner Reformen – zu einem deutlichen Zurückdrängen von Anwendungen zu Gunsten innerfachlich systematischer Betrachtungen.

Auch diese Reform scheiterte bekanntlich und zwar kläglich. Dieses Scheitern hat vielfache Ursachen, denen ich hier im Einzelnen nicht nachgehen kann, so man das Scheitern überhaupt als bislang hinreichend geklärt betrachten will. Eine Ursache ist für mein heutiges Thema von Interesse, nämlich ein schon früh diagnostizierter „Konstruktionsfehler“ dieser Reformen. Während man nämlich für die Oberstufe des Gymnasiums vielleicht noch einräumen kann, dass man es etwa bei dem Versuch, die Schulanalyse wieder näher an die moderne universitäre Analysis heranzuführen schlicht ein wenig weit getrieben hatte, was die Anforderungen an die Strenge der Darstellungen

angeht und dabei die für ein Verständnis nötige Anschaulichkeit ins Hintertreffen geriet, liegen die Probleme für die unteren Schuljahre tiefer.

Strukturmathematische Begriffe, etwa der der „Gruppe“ haben in der Wissenschaftsdisziplin Mathematik spezifische Funktionen, sie ordnen Phänomene auf einem bestimmten Niveau der Auseinandersetzung mit Mathematik, sie stellen nicht zuletzt in ihrer Strenge und Präzision das Endprodukt lange andauernden historischen Ringens dar. Es ist nun nicht von vorne herein klar, dass diese Begriffe in ganz anderen, nämlich schulischen Kontexten und bei deutlich elementareren Inhalten überhaupt dieselben orientierenden Wirkungen entfalten können, wie in der aktuellen wissenschaftlichen Forschung. Im Zuge der Neuen Mathematik in den Schulen verkamen dann viele neu eingeführte Begriffe und Konzepte letztlich zum Selbstzweck. Sie ordneten nicht die weitgehend konstant gehaltenen Inhalte und Themen, sie wurden schlicht neuer Lernstoff.

Als Fazit dieser zweiten Etappe könnte man ziehen, dass die Frage, was die Fachlichkeit von Mathematikunterricht im Rahmen allgemeiner Bildung ausmachen soll, jedenfalls nicht durch eine vordergründige Orientierung auf „Wissenschaftlichkeit“ im Sinne einer möglichst frühen und breiten Adaption der begrifflichen Strukturen moderner universitärer Beschäftigung mit Mathematik zufriedenstellend beantwortet werden kann.

Etappe 3: Die fachdidaktische Emanzipation

Die Neubestimmung der Fachlichkeit des Mathematikunterrichts im Nachgang der Neuen Mathematik ist meinem Eindruck nach durch zwei Aspekte gekennzeichnet:

- Erstens, auch wenn es zunächst paradox klingt, durch das Eingeständnis, dass Mathematik im Kontext von Schule gleichermaßen weniger, wie auch mehr bedeuten muss, als Auseinandersetzung mit der Wissenschaft „Mathematik“.
- Zweitens, eine Neubestimmung des Bildungsauftrags des Mathematikunterrichts, die die Traditionen von Rechen- und Mathematikunterricht produktiv aufgreifen will, in dem sie zwischen allgemeiner Menschenbildung, Erziehung zum mündigen Staatsbürger und pragmatischer Grundbildung zu vermitteln sucht.

⁶ „Antwortet“ ist hier nicht so gemeint, dass die Neue Mathematik auf durch Picht oder Dahrendorf aufgeworfene Probleme eingeht, sondern schlicht als faktische Antwort in dem Sinn, dass die inhaltlich unterdeterminierte Lücke mit etwas aufgefüllt wird, das man „Neue Mathematik“ nennt (deren internationale Ursprünge älter sind als Picht und Dahrendorfs Forderungen). Zwischen den Zielsetzungen der Neuen Mathematik und den Zielen von Picht bzw. Dahrendorf bestehen durchaus Spannungen, vgl. ausführlicher [15], S. 15ff.

Das Eingeständnis, dass mit „Mathematik“ im Kontext von Unterricht weniger gemeint sein muss, als Auseinandersetzung mit der Wissenschaft „Mathematik“ findet sich etwa in Erich Wittmanns und Gerd Müllers „Handbuch produktiver Rechenübungen“, wo es mit Blick auf den Unterricht in der Primarstufe heißt:

Unser Konzept beruht nämlich darauf, dass es im Mathematikunterricht der Grundschule nicht um ‚Mathematik‘, sondern um die ganz elementare Zahlen- und Formensprache geht, ebenso wie es im Deutschunterricht nicht um ‚Germanistik‘, sondern um Sprache und Literatur geht. ([22], S. 4)

Das wirkt nun überraschend bescheiden, in gewissem Sinne fast reaktionär, alte Traditionen der Trennung in Rechen- und Mathematikunterricht aufgreifend. Wäre da nicht die Spezifikation „elementare Zahlen- und Formensprache“.

Es geht also nicht um die Wiederherstellung des alten, allein auf die mechanische Beherrschung von Rechenverfahren abzielenden Rechenunterrichts, sondern um eine Einführung in eine altersgemäße Interpretation der Aktivität „Mathematik“, die für Wittmann und Müller zunächst im Erwerb der elementaren Zahlen- und Formensprache besteht.

Ebenso wie Deutschunterricht sich mit Äußerungsformen der Sprache „Deutsch“ beschäftigt – schriftlich wie mündlich, in Sachtexten und in Literatur –, soll sich Mathematikunterricht mit Äußerungsformen von „Mathematik“ beschäftigen – und auf dem Niveau der Primarstufe sind dies für Wittmann und Müller das Sprechen in und über Zahlen und Formen.

Diese Vorstellung ist kompatibel etwa zu Bildungsvorstellungen Dietrich Benners, der den Charakter fachlichen Lernens im Laufe des Bildungsprozesses verschiedenen Transformationen ausgesetzt sieht, die von den „alltagspraktischen Umgangsformen“ über die „Sachkunden“ hin zum wissenschaftlichen Wissen und dessen Reflexion führen (vgl. [1]).

Mathematikunterricht in der Primarstufe wird in diesem Sinne seinem Fachlichkeitsanspruch dadurch gerecht, dass er die in der Alltagskultur implizit enthaltene Mathematik aufdeckt und allmählich in eine regelgeleitete Zahlen- und Formensprache überführt. Im Rahmen der Sekundarstufe I wird diese zu einer „Sachkunde“ in dem Sinne ausgebaut, als kulturell tradierte Zeichensysteme der Mathematik selbst zur Sache werden. Das bedeutet insbesondere, dass diese Zeichensysteme über das unmittelbar in der Alltagswelt vorfindbare bzw. dort unmittelbar praktisch für den Einzelnen bedeutsame hinaus deutlich erweitert und

ausdifferenziert werden (z. B. indem im Mathematikunterricht allmählich die Zahlbereiche erweitert und in die noch stärker abstrahierenden Zeichensysteme der Algebra einführt). Diese Entwicklung soll dann schließlich in einer wissenschaftspropädeutischen Beschäftigung mit Mathematik in der Sekundarstufe II münden, die zunehmend auch die Reflexion auf das mathematische Tun beinhaltet.

In diesem gestuften Verständnis von Fachlichkeit hat es dann Mathematikunterricht auch mit „mehr“ als der Wissenschaft Mathematik zu tun, was Wittmann durch die Rede von der „MATHEMATIK“ ausdrückt. Unter „MATHEMATIK“ versteht Wittmann

ein umfassendes gesellschaftliches Phänomen [...], das sich aus vielen Quellen speist, eine Fülle von Bezügen zu Naturwissenschaft, Technik, Wirtschaft, Kunst und Lebenspraxis aufweist und von der spezialisierten Universitätsmathematik auch nicht annähernd repräsentiert wird ([21], S. 7).

Ich verstehe Wittmann hier so, dass für ihn die Fachlichkeit von Unterricht dann ebenso gefährdet ist,

- wenn Mathematikunterricht sie nur mit Blick auf die spezialisierte Universitätsmathematik umzusetzen sucht (wie in der Neuen Mathematik),
- wie wenn er dieser spezialisierten Mathematik keine Bedeutung für das Schulfach zuspricht (wie im Rechenunterricht vor der Neuen Mathematik).

Eine ähnliche Auffassung von Fachlichkeit liegt meinem Verständnis nach auch Heinrich Winters vielzitiertem Essay „Mathematikunterricht und Allgemeinbildung“ ([19]) zu Grunde. Dort heißt es (ich beschränke mich im Folgenden auf die ersten beiden Grunderfahrungen):

Der Mathematikunterricht sollte anstreben, die folgenden drei Grunderfahrungen, die vielfältig miteinander verknüpft sind, zu ermöglichen:

- (1) Erscheinungen der Welt um uns, die uns alle angehen oder angehen sollten, aus Natur, Gesellschaft und Kultur, in einer spezifischen Art wahrzunehmen und zu verstehen,
- (2) mathematische Gegenstände und Sachverhalte, repräsentiert in Sprache, Symbolen, Bildern und Formeln, als geistige Schöpfungen, als eine deduktiv geordnete Welt eigener Art kennen zu lernen und zu begreifen, ([19], S.37)

Man könnte geneigt sein zu unterstellen, bei Punkt (1) ginge es vor allem um Mathematik als nützliche, brauchbare Disziplin. Winter lässt das aber allenfalls dort gelten, wo es um eine Einführung in das „Alltagsrechnen“ gehe, womit Winter den Bereich unmittelbar verwertbarer mathematischer Grundbildung sehr eng fasst. Interessant und wirklich unentbehrlich seien Anwendungen der Mathematik hingegen erst, „wenn in Beispielen aus dem gelebten Leben erfahren wird, *wie mathematische Modellbildung funktioniert und welche Art von Aufklärung durch sie zustande kommen kann*“ ([19], S. 38).

Mit der ersten Grunderfahrung geht es Winter mithin um eine Neubestimmung des „Bürgerlichen Rechnens“ in dem Sinne, dass aus diesem ein Rechnen für mündige Staatsbürger in demokratisch verfassten, in vielen Bereichen auf Mathematisierungen zurückgreifenden Gesellschaften werden soll (vgl. ausführlicher [17]). Dazu reichen Anwendungsorientierung und Lebensnähe allein nicht aus, solange „der Modellcharakter verhüllt und der Lebenszusammenhang undeutlich“ ([19], S. 38) bleibe.

Mit Grunderfahrung (2) greift Winter das Ziel einer allgemeinen Menschenbildung auf. Die Auseinandersetzung mit „nicht interpretierter“ ([18], S. 133) Mathematik bezieht für Winter ihre Bildungsbedeutung zwar einerseits auch aus der Tatsache, dass diese als „Spielmaterial“ (ebd.) für außermathematische Modellierung unverzichtbar ist. Sie zieht ihre Bedeutung aber vor allem daraus, dass Schülerinnen und Schüler erfahren sollen „dass Menschen im Stande sind, Begriffe zu bilden und daraus ganze Architekturen zu schaffen. Oder anders formuliert: daß strenge Wissenschaft möglich ist“ ([19], S. 40).

An mehreren Stellen seines Essays betont Winter, dass Mathematikunterricht es bei der Realisierung solcher Bildungsansprüche nicht dabei belassen kann, Schülerinnen und Schüler in die Aktivität Mathematik einzuführen, sondern dass die „Reflexion auf das eigene Denkhandeln“ ([19], S. 42) unverzichtbar erscheint.

Das gilt einerseits für das mathematische Modellieren, über dessen Möglichkeiten und Grenzen, Stärken und Schwächen als ein spezifischer Weltzugang etwas zu erfahren überhaupt erst das über die Mathematik hinausweisende Bildungspotential des mathematischen Modellierens ausmacht. Das gilt aber andererseits auch, ja sogar erst recht für die innerscientifische Beschäftigung mit Mathematik, die sich als Disziplin in gewissem Sinne als solche bereits mit dem Ausloten der Möglichkeiten und Grenzen formalen Denkens beschäftigt, die Konstruktion in sich kohärenter, Widersprüche vermeidender universeller Denkgebäude anstrebt.

Ein Unterricht, in dem das nicht klarwerden kann, scheitert zwangsläufig am Anspruch der Fachlichkeit, egal wie elaboriert die in ihm verhandelten mathematischen Verfahren sind.

Etappe 4: Bildungsstandards und Kompetenzorientierung

Ich hatte meinen Vortrag unter anderem mit der Mutmaßung begonnen, dass die Frage der Fachlichkeit des Mathematikunterrichts sich eigentlich erst stellen kann, wenn man davon ausgeht, dass diese durch gewisse Entwicklungen in Bedrohung gerät und als möglichen „Übeltäter“ die Kompetenzorientierung ausgemacht.

Es ist insofern interessant, dass etwa die „Bildungsstandards Mathematik für den Mittleren Schulabschluss“ sich indirekt auf Heinrich Winters Grunderfahrungen beziehen, diesen allerdings durch subtile Änderungen einen deutlich anderen Spin geben. In den Bildungsstandards lauten die ersten beiden Grunderfahrungen nämlich so:

Mathematikunterricht trägt zur Bildung der Schülerinnen und Schüler bei, indem er ihnen insbesondere folgende Grunderfahrungen ermöglicht, die miteinander in engem Zusammenhang stehen:

1. technische, natürliche, soziale und kulturelle Erscheinungen und Vorgänge mit Hilfe der Mathematik wahrnehmen, verstehen und unter Nutzung mathematischer Gesichtspunkte beurteilen,
2. Mathematik mit ihrer Sprache, ihren Symbolen, Bildern und Formeln in der Bedeutung für die Beschreibung und Bearbeitung von Aufgaben und Problemen inner- und außerhalb der Mathematik kennen und begreifen, ([7], S. 6)

Diese Modifikationen erscheinen mir nicht zufällig, sondern symptomatisch für problematische Züge der aktuell laufenden Reform des Mathematikunterrichts.

Wo Winter davon spricht, man solle erfahren, wie Mathematik genutzt werden kann, Erscheinungen der Welt, die uns alle angehen oder angehen sollten, in einer spezifischen Art und Weise wahrzunehmen und zu verstehen, verzichten die Bildungsstandards sowohl auf die „spezifische Art und Weise“ als auch auf die Phänomene, die uns alle angehen oder angehen sollten (was für eine potentiell staatsbürgerlich erziehende Funktion entscheidend wäre).

Wo Winter die Beschäftigung mit Mathematik in Sprache, Symbolen, Bildern und Formeln als geistige Schöpfungen eigener Art fordert, wird

diese in den Bildungsstandards durch deren Bedeutung „für die Beschreibung und Bearbeitung von Aufgaben und Problemen inner- und außerhalb der Mathematik“ gerechtfertigt, was den Gedanken der allgemeinen Menschenbildung deutlich herunterspielt.

In beiden Fällen haben wir es mit deutlichen Pragmatisierungen zu tun, die Gefahr laufen, die von Winter intendierten Bildungswirkungen zu unterlaufen. Denn in beiden Fällen wird die jeweils angesprochene Fähigkeit, mathematische Modellierung bzw. innermathematisches Operieren, zum Ziel als solches erklärt.

Kompetenzorientierung ist so gelesen im Kern erneut Performanzorientierung: Bildung soll im Prinzip bereits als verwirklicht gelten, wenn über ein bestimmtes Level mathematischer Fähigkeiten verfügt wird (vgl. ausführlicher [16]). Die Kompetenzorientierung stellt als Performanzorientierung gelesen nun aber, anders als dies bisweilen kolportiert wird, gerade keinen Bruch mit den Traditionen des Rechen- und Mathematikunterrichts dar. Rechenunterricht im 19. Jahrhundert und Mathematikunterricht im Sinne der „Aufgabendidaktik“ waren immer schon auf Performanz orientiert. Die Kompetenzorientierung würde diese Tradition allenfalls insofern modifizieren, als sie die kontextfreie rechnerische Performanz tendenziell der „Modellierungskompetenz“ (also: im Kontext rechnen können) unterordnet. Es bliebe aber (in einer Verkürzung auf Performanzorientierung) letztlich „rechnen können“, nicht „Mathematik verstehen“.

Nochmal zur Verdeutlichung: Für Winter steht mathematisches Modellieren im Dienst einer staatsbürgerlich gebotenen Aufklärung und die innerscientifische Beschäftigung mit Mathematik ist ihm Erfahrungsgrundlage der Möglichkeiten und Grenzen menschlichen Denkens. Wo schlicht die Mittel zum Zweck erklärt werden, besteht in der Tat die Gefahr, Bildung und Fachlichkeit im Sinne der dritten Etappe ernsthaft zu beschädigen.

Nachwort

Man sollte sich allerdings hüten, den Mathematikunterricht, wie er in der Breite vor Einführung der Bildungsstandards stattgefunden hat, romantisch zu verklären. Was Wittmann und Winter in Etappe 3 forderten, waren eben Forderungen, oder anders: Ideale, deren breite Realisierung man weder vor noch nach Einführung der Bildungsstandards als gegeben annehmen darf.

Mathematikunterricht war auch vor Einführung der Bildungsstandards in der Breite leider vielfach nicht viel mehr als die Fortsetzung von Re-

chenunterricht an anderen Inhalten und darf sich dann auch nicht mit den Federn eines fachlich orientierten Mathematikunterrichts schmücken.

Literatur

- [1] Dietrich Benner. Die Struktur der Allgemeinbildung im Kerncurriculum moderner Bildungssysteme. *Zeitschrift für Pädagogik*, 48(1):68–90, 2002. http://www.pedocs.de/frontdoor.php?source_opus=3821
- [2] Heike Renate Biermann. *Praxis des Mathematikunterrichts 1750–1930. Längsschnittstudie zur Implementation und geschichtlichen Entwicklung des Mathematikunterrichts am Ratsgymnasium Bielefeld*. Logos, Berlin, 2010.
- [3] Peter Damerow. *Die Reform des Mathematikunterrichts in der Sekundarstufe I. Band 1: Reformziele, Reform der Lehrpläne*. Klett, Stuttgart, 1977.
- [4] Lutz Führer. Mathematikunterricht nach dem 7. Schuljahr – Warum eigentlich für alle? *Neue Sammlung*, 38(4):489–511, 1998.
- [5] Hartmut von Hentig. *Bildung*. Hanser, München/Wien, 1996.
- [6] Wolfgang Klafki. Kategoriale Bildung. Zur bildungstheoretischen Deutung der modernen Didaktik. In: Wolfgang Klafki, Hg., *Studien zur Bildungstheorie und Didaktik*, 25–45. Beltz, Weinheim, 1963.
- [7] Kultusministerkonferenz der Länder KMK. *Bildungsstandards im Fach Mathematik für den Mittleren Schulabschluss*. Wolters Kluwer, München, 2004.
- [8] David Kollosche. *Gesellschaftliche Funktionen des Mathematikunterrichts: Ein soziologischer Beitrag zum kritischen Verständnis mathematischer Bildung*. Springer, Wiesbaden, 2015.
- [9] Jochen Krautz. *Kompetenzen machen unmündig*. GEW Berlin, Berlin, 2015. http://www.gew-berlin.de/public/media/20150622_streit1-kompetenzen.pdf
- [10] Katja Krüger. *Erziehung zum funktionalen Denken: Zur Begriffsgeschichte eines didaktischen Prinzips*. Logos, Berlin, 2000.
- [11] Ingmar Lehmann. Die Grundrechenoperationen im Mathematikunterricht aus historischer Sicht. *Wissenschaftliche Zeitschrift der Humboldt-Universität zu Berlin*, 38(2):106–111, 1989. http://didaktik.mathematik.hu-berlin.de/files/grundrechenoperationen_historische_sicht_1.pdf
- [12] Helge Lenné. *Analyse der Mathematikdidaktik in Deutschland*. Klett, Stuttgart, 1969.
- [13] Gert Schubring. Der Aufbruch zum ‚funktionalen Denken‘: Geschichte des Mathematikunterrichts im Kaiserreich. *NTM International Journal of History and Ethics of Natural Sciences, Technology and Medicine*, 15(1):1–17, 2007.
- [14] Martina Strub. „Das nachsichtslose Einprägenwollen hilft zu nichts.“ *Vom Rechnen zur Mathematik in der höheren Mädchenbildung im 19. und frühen 20. Jahrhundert*. Universitätsbibliothek Bremen, Bremen, 2008. <http://elib.suub.uni-bremen.de/diss/docs/00011575.pdf>
- [15] Andreas Vohns. *Grundlegende Ideen und Mathematikunterricht. Entwicklung und Perspektiven einer fachdidaktischen Kategorie*. Books on Demand, Norderstedt, 2007.
- [16] Andreas Vohns. Zur Bedeutung mathematischer Handlungen im Bildungsprozess und als Bildungsprodukte. In: Martin Rathgeb, Markus Helmerich, Ralf Krömer, Katja Lengnink, und Gregor Nickel, Hg., *Mathematik im Prozess*, 319–333. Springer Spektrum, Wiesbaden, 2013.
- [17] Andreas Vohns. Rechnen oder Rechnen lassen? Mathematik(unterricht) als Bürgerrecht und Bürgerpflicht. In Gregor Nickel, Martin Rathgeb, Markus Helmerich, Krömer Ralf und Katja Lengnink, Hg., *Mathematik und Gesellschaft*, 16 S. Springer Spektrum, Wiesbaden, (in Druck), 2016.

- [18] Heinrich Winter. Bürger und Mathematik. *ZDM*, 22(4):131–147, 1990.
- [19] Heinrich Winter. Mathematikunterricht und Allgemeinbildung. *Mitteilungen der GDM*, (61):37–46, 1995.
- [20] Erich Ch. Wittmann. *Grundfragen des Mathematikunterrichts*. Vieweg, Wiesbaden, 6., neu bearb. Aufl., 1981.
- [21] Erich Ch. Wittmann. Offener Mathematikunterricht in der Grundschule – vom FACH aus. *Grundschulunterricht*, 43:3–7, 1996. http://www.sinus-transfer.de/fileadmin/Materialien/Offener_Unterricht.pdf
- [22] Erich Ch. Wittmann und Gerhard N. Müller. *Handbuch produktiver Rechenübungen, Bd. 1, Vom Einspluseins zum Einmaleins*. Klett, Stuttgart, 2. Aufl., 1990.

Andreas Vohns, Institut für Didaktik der Mathematik, Fakultät für Technische Wissenschaften, Alpen-Adria-Universität Klagenfurt, Sterneckstraße 15, 9020 Klagenfurt. Email: andreas.vohns@aau.at