

Die nächste Nachwuchskonferenz findet vom 21. bis zum 25. September 2020 im Bildungshaus St. Bernhard in Rastatt (Baden-Württemberg) statt. Organisation und Vorbereitung liegt beim Organisationsteam der PH Freiburg, Institut für Mathematische Bildung (Anika Dreher, Lena Wessel & Timo Leuders), denen weitere Anregungen und Wünsche gerne im Vorfeld per Email zugetragen werden können.

Fabian Grünig, PH Heidelberg  
E-Mail: [gruenig@ph-heidelberg.de](mailto:gruenig@ph-heidelberg.de)  
Ute Sproesser, PH Heidelberg  
E-Mail: [sproesser@ph-heidelberg.de](mailto:sproesser@ph-heidelberg.de)

## Bericht zur Arbeitstagung „Verbindung von akademischem und schulischem Fachwissen für das Lehramt Mathematik“ vom 19./20. 9. 2019 in der Reinhardswaldschule in Fuldata

Anke Lindmeier, Stefan Krauss und Birke-Johanna Weber

Am 19./20.9.2019 trafen sich 17 Personen aus verschiedenen Arbeitsgruppen, die sich alle mit dem Thema „Verbindung von akademischem und schulischem Fachwissen für das Lehramt Mathematik“ auseinandersetzen, in der Reinhardswaldschule im idyllischen Fuldata. Obwohl die Teilnehmenden alle einen Arbeitsschwerpunkt mit Bezug zur „doppelten Diskontinuität“ (Klein, 1908/2016) der Mathematiklehrerbildung haben und an der Idealvorstellung einer Mathematiklehrkraft, die fachlich auf „höherem Standpunkt“ (Klein, 1908/2016) agieren kann, arbeiten, hatten sie bisher größtenteils noch nicht zusammengearbeitet. Die Arbeitstagung wurde durch Anke Lindmeier und Stefan Krauss initiiert, vom IPN – Leibniz-Institut für die Pädagogik der Mathematik und Naturwissenschaften finanziert und sollte dazu dienen, dass die von den verschiedenen Personen genutzten theoretischen, empirischen und praktischen Zugänge wechselseitig besser bekannt werden. Zudem sollten gemeinsam aktuelle Forschungsdesiderata herausgearbeitet und Kooperationen angebahnt werden. Zum Auftakt der Tagung gelang es, drei Kurzimpulse zu verschiedenen Perspektiven auf das Thema der „Verbindung von akademischem und schulischem Fachwissen“ zu gewinnen.

Anke Lindmeier (Kiel) stellte den Forschungsstand aus Sicht der Lehrerprofessionsforschung dar. Ausgehend von den charakteristischen Unterschieden der schulischen und akademischen Mathematik, etwa in Bezug auf Erkenntnisgewinnung, Struktur oder Grad der Abstraktion, lässt sich erkennen, dass die Beziehung der beiden „mathematischen Welten“ nicht trivial ist. Insbesondere kann nicht

davon ausgegangen werden, dass jemand, der ein ausnehmend gutes Verständnis universitärer mathematischer Inhalte hat, bereits ein gutes Verständnis der Schulmathematik hat, etwa weil die Schulmathematik ja nur der „triviale“ Teil der Mathematik ist (trickle-down Annahme nach Wu, 2011). Die positiv gewendete Frage, welches mathematische Wissen Lehrkräfte denn nun benötigen – also was den „höheren Standpunkt“ ausmacht – hat in verschiedenen Forschungswellen unterschiedliche Ansätze hervorgebracht. Ein aktueller Vorschlag synthetisiert diese und geht davon aus, dass Lehrkräfte über ein berufsspezifisches mathematisches Wissen verfügen müssen (vgl. etwa spezifische Wissensbestände für andere mathematikhaltige Berufe), das SRCK (school-related content knowledge; Dreher, Lindmeier, & Heinze, 2018, 2019). Neben Wissen über die Struktur der Schulmathematik (curriculares Wissen inklusive der zugehörigen Begründungen) sollte dies auch Wissen über Verbindungen zwischen Schulmathematik und akademischer Mathematik umfassen, wobei theoretisch zwischen Beziehungen in top-down Richtung (z. B. Wie kann ein Bereich der akademischen Mathematik für den Gebrauch in der Schule reduziert werden?) und bottom-up Richtung (z. B. Welche Schülerargumente sind zu akademisch-mathematischen Begründungen für einen Sachverhalt kongruent?) unterschieden werden kann. In empirischen Studien konnte das Konstrukt SRCK von anderen Lehrerwissensbereichen mit fachlichem Bezug abgegrenzt werden (Fachwissen, fachdidaktisches Wissen; Heinze, Dreher, Lindmeier, & Niemand, 2016). Wie theoretisch zu vermuten, entwickelte sich SRCK in einer Stu-

die mit Lehramtsstudierenden während des ersten Studienjahrs zudem nicht im Gleichschritt mit Fachwissen, was die Eigenständigkeit des Konstrukts betont (Hoth, Jeschke, Dreher, Lindmeier, & Heinze, 2019). Trotz dieser Ergebnisse betonte Anke Lindmeier, dass zentrale Punkte noch offen sind. So stehen Untersuchungen, ob Lehrkräfte mit hohem SRCK tatsächlich besseren Unterricht machen, noch aus. Ebenso ist noch unklar, wie sich SRCK am besten fördern lässt. Gerade zum letzten Punkt fehlen auch noch ausdifferenzierte Konkretisierungen des theoretisch gewonnen Modells in verschiedenen Inhaltsbereichen. Daran anschließend wurde in der Diskussion zudem herausgestellt, dass noch zu klären ist, zu welchem Zeitpunkt das SRCK im Studium erworben werden sollte. Damit verbunden ergab sich die Frage, welche Veranstaltungsformate für den Erwerb geeignet erscheinen.

Thomas Bauer (Marburg) trug als einer der wenigen primär fachmathematisch geprägten Wissenschaftler, die sich der Verbindung von Schulmathematik und akademischer Mathematik ausführlich widmen, eine fachlich orientierte Sichtweise bei. Als tragendes theoretisches Element zur Charakterisierung des „höheren Standpunkts“ führte er die Stufen eines Literacy-Modells (Bauer & Hefendehl-Hebeker, 2019) ein, wobei als Basis für das fachlich adäquate Handeln vor allem theoretisches mathematisches Wissen (theoretical literacy) und Wissen auf einer meta-theoretischen Stufe (reflexive literacy) als wichtig erscheinen. Ersteres stellt beispielsweise die spezifischen akademischen Wissensbestände dar, die bei der Analyse eines schulmathematischen Phänomens benutzt werden sollen. Letzteres befähigt eine „literate“ Person, im Sinne der Natur der Disziplin Entscheidungen zu treffen und zu begründen, etwa ob ein unerwartetes Schülerargument im Kern eine mathematische Arbeitsweise spiegelt (vgl. Bauer, 2017). Entsprechend leiten sich hier normative Zielsetzungen der Mathematiklehre ab, die durch die bereits recht bekannt gewordenen Schnittstellenaufgaben (Bauer & Partheil, 2009; Bauer, 2012; Bauer, 2013a) und die nicht weniger interessanten fachlichen Längsschnitte (Bauer, 2013b) erreicht werden sollen. Ein Spannungsverhältnis, für das in der Lehramtsausbildung bisher kaum Ansätze zur Auflösung vorgelegt wurden, sieht der Referent dabei zwischen der Zielsetzung, das mathematische Wissen (angehender) Lehrkräfte im (hierarchischen) Literacy-Modell bis zur reflexiven Stufe zu entwickeln, während gleichzeitig das Wissen auf theoretischer Stufe (Stufe 3) realistischerweise nicht für alle Teilbereiche der Mathematik erreicht werden kann. In der Diskussion wurde deutlich, dass es sehr wichtig wäre, herauszuarbeiten, wie Lehrkräfte aus der mathematischen und meta-mathematischen Reflexion eines unter-

richtlichen Phänomens eine berufliche Handlung ableiten können. Arbeiten wie Bauer, Müller-Hill & Weber (im Druck a und b) stellen Ansätze hierzu vor.

Andreas Eberl (Regensburg) betrachtete anschließend das Thema aus der Perspektive eines Dozenten der Fachdidaktik, der in der universitären Lehrpraxis besonderes Augenmerk auf die Entwicklung des „höheren Standpunkts“ zur Überwindung der doppelten Diskontinuität legt. Ganz im Sinne des Aufeinander-Beziehens verschiedener Wissensbereiche werden bei ihm dabei vielfältige Aufgabentypen und -materialien genutzt, die von (rein) fachlichen Aufgaben über schulmathematische oder didaktische Fragestellungen, etwa ausgehend von schulischen Darstellungen oder Arbeitsaufträgen, hin zu anwendungsorientierten Problemkontexten reichen. Die vorgestellte Veranstaltungskonzeption (Eberl, o. D.) überspannt dabei verschiedene mathematische Inhaltsbereiche und thematisiert auch erkenntnistheoretische Aspekte in den verschiedenen „Welten“ der Mathematik. Die Selektion der Themen spiegelt veröffentlichte Beispiele, orientiert sich aber auch an typischen Begriffen aus der Studieneingangsphase. Die Gegenüberstellung von Begriffen aus der Schule und Hochschule, beispielsweise die Bezeichnungen für algebraische Objekte und ihre Verknüpfungen auf der einen Seite und ihre konkreten Repräsentanten aus den schulisch relevanten Zahlbereichen auf der anderen Seite, geschieht dabei explizit. Dies soll zur besseren Zugänglichkeit der hochschulischen Konzepte und einer besseren Nutzbarkeit dieser für berufliche Anforderungen der Lehrkraft beitragen, also beide Diskontinuitäten mindern. Die Herausforderung bei der Gestaltung der Lerngelegenheiten läge dabei im Design „guter“ Schnittstellenaufgaben, wobei die begrenzte, häufig unsystematische Veröffentlichung von Beispielaufgaben und Themen aus Sicht der Praxis ein Ärgernis darstellt. Er betonte dabei, dass sich – trotz der in der Forschung praktisch konsensual dargestellten Notwendigkeit von Maßnahmen zur aktiven Verknüpfung von schulischem und hochschulischen mathematischen Wissen – der Umfang an gut dokumentierten und evaluierten praktischen Lerngelegenheiten eher träge entwickelt. In der Diskussion bestätigten aus praktischer Sicht mehrere Teilnehmende die Schwierigkeit, gute Lerngelegenheiten (weiter) zu entwickeln, wenn gleichzeitig die Vorstellungen potenzieller Zielsetzungen auch innerhalb einzelner Fachbereiche divers sein können (z. B. die Aushandlung der teilweise unterschiedlichen Interessen in Forschung und Lehre).

Die in den drei Impulsvorträgen eingenommenen Sichtweisen verdeutlichten entsprechend verschieden akzentuierte Desiderata, die sich aber in

der anschließenden Diskussion auf zwei Hauptpunkte konzentrieren ließen:

- (1) Theoretische Modellierung der Zielbereiche: Obwohl der „höhere Standpunkt“ als Zielvorstellung von fachlicher Lehrerbildung übereinstimmend gefordert wird, fehlt bisher eine einheitliche Beschreibung, welches Wissen die (angehenden) Lehrkräfte befähigt, den „höheren Standpunkt“ einzunehmen. Die vorliegenden Ansatzpunkte „SRCK“ und „mathematical literacy“ betonen unterschiedliche Aspekte der Berufsbezogenheit bzw. der akademischen Qualität des mathematischen Lehrerwissens, die sich nicht ausschließen und gleichzeitig für normative Vorstellungen orientierend sein können. Beschreibungen von Zielkonstrukten des fachlichen Lehramtsstudiums, inklusive deren kriterialer Abgrenzung, sind ein Desiderat.
- (2) Dokumentation praktischer Lerngelegenheiten: Obwohl an vielen Standorten unter unterschiedlichen Schwerpunktsetzungen Lerngelegenheiten zur Verbindung von akademischer Mathematik und Schulmathematik entwickelt werden, sind diese häufig nicht oder nicht umfassend dokumentiert. Dadurch sind auch geeignete Themenbereiche, Aufgabentypen oder Aufgabenentwicklungsstrategien für potenziell zielführende Lerngelegenheiten kaum zugänglich. Es fehlt eine systematische Dokumentation konkreter praktischer Lerngelegenheiten, die Unterschiede und Gemeinsamkeiten in Bezug auf Gestaltungsmerkmale zugänglich macht.

Diese beiden Themenbereiche waren für den Rest der Tagung strukturgebend und in zwei Unterarbeitsgruppen wurden detailliertere Pläne für weitere Arbeiten auf Basis eines wechselseitigen Austauschs erarbeitet.

In Bezug auf die theoretische Modellierung beschloss die Gruppe, die vorliegenden Modelle, wenn möglich, zu integrieren und mit Konkretisierungen zu hinterlegen. Das Ziel ist dabei idealerweise eine kriteriale Beschreibung von Wissensbereichen, die aus normativer und pragmatischer Sicht als orientierende Zielvorstellung für (angehende) Lehrkräfte genutzt werden können.

In Bezug auf den praktischen Bedarf beschloss die Gruppe, zuerst eine Materialsammlung anzulegen und diese in Bezug auf typische Aufgabenformate zu sichten. Ziel ist dabei – neben dem Austausch der Materialien – die Aufdeckung der Bandbreite bereits vorhandener Lerngelegenheiten (ähnlich Weber & Lindmeier, eingereicht, für mathematische Übungsaufgaben) und ein anschließender Abgleich mit den aus theoretischer Sicht gewonnen Zielvorstellungen.

Die Teilnehmenden bilanzierten die Arbeitstagung durchweg als bereichernd, was klar an der

großen Bereitschaft lag, sich selbst einzubringen. Als Organisationsteam danken wir allen für die konstruktiven Beiträge und die anregenden Diskussionen und freuen uns auf die weitere Zusammenarbeit.

#### Liste der Teilnehmenden

Bauer, Thomas (Marburg)  
 Dreher, Anika (Freiburg)  
 Eberl, Andreas (Regensburg)  
 Eichler, Andreas (Kassel)  
 Göller, Robin (Lüneburg)  
 Heinze, Aiso (Kiel)  
 Isaev, Viktor (Kassel)  
 Jeschke, Colin (Kiel)  
 Krauss, Stefan (Regensburg)  
 Lindmeier, Anke (Kiel)  
 Lochmann, Andreas (Marburg)  
 Müller-Hill, Eva (Rostock)  
 Rach, Stefanie (Magdeburg)  
 Rauch, Thomas (Regensburg, Straubing)  
 Schadl, Constanze (München)  
 Sommerhoff, Daniel (München)  
 Weber, Birke-Johanna (Kiel)

#### Literatur

- Bauer, Th. (2012). *Analysis-Arbeitsbuch. Bezüge zwischen Schul- und Hochschulmathematik – sichtbar gemacht in Aufgaben mit kommentierten Lösungen*. Wiesbaden: Springer Spektrum.
- Bauer, Th. (2013a). Schnittstellen bearbeiten in Schnittstellenaufgaben. In Ch. Ableitinger, J. Kramer & S. Prediger (Hrsg.), *Zur doppelten Diskontinuität in der Gymnasiallehrerbildung* (S. 39–56). Wiesbaden: Springer Spektrum.
- Bauer, Th. (2013b). Schulmathematik und universitäre Mathematik – Vernetzung durch inhaltliche Längsschnitte. In H. Allmendinger, K. Lengnink, A. Vohns & G. Wickel (Hrsg.), *Mathematik verständlich unterrichten. Perspektiven für Unterricht und Lehrerbildung* (S. 235–252). Wiesbaden: Springer Spektrum.
- Bauer, Th. (2017). Schulmathematik und Hochschulmathematik – was leistet der höhere Standpunkt? *Der Mathematikunterricht*, 63, 36–45.
- Bauer, Th., & Partheil, U. (2009). Schnittstellenmodule in der Lehramtsausbildung im Fach Mathematik. *Mathematische Semesterberichte*, 56, 85–103.
- Bauer, Th., & Hefendehl-Hebeker, L. (2019). *Mathematikstudium für das Lehramt an Gymnasien. Anforderungen, Ziele und Ansätze zur Gestaltung*. Heidelberg: Springer Spektrum.
- Bauer, Th., Müller-Hill, E., & Weber, R. (im Druck a). Fostering subject-driven professional competence of pre-service mathematics teachers – a course conception and first results. Erscheint in: Hanse-Kolloquium zur Hochschuldidaktik der Mathematik 2016.
- Bauer, Th., Müller-Hill, E., & Weber, R. (im Druck b). Analyse und Reflexion von Problemlöseprozessen --

- Ein Beitrag zur Professionalisierung von Lehramtsstudierenden im Fach Mathematik. Erscheint in: Hanse-Kolloquium zur Hochschuldidaktik der Mathematik 2017.
- Dreher, A., Lindmeier, A. & Heinze, A. (2018). What kind of content knowledge do secondary mathematics teachers need? A conceptualization taking into account academic and school mathematics. *Journal für Mathematikdidaktik*, 39(2), 319–341. doi:[10.1007/s13138-018-0127-2](https://doi.org/10.1007/s13138-018-0127-2)
- Dreher, A., Lindmeier, A. & Heinze, A. (im Druck). Welches Fachwissen brauchen Mathematiklehrkräfte der Sekundarstufe? In I. Kersten, B. Schmidt-Thieme & S. Halverscheid (Hrsg.), *Bedarfsgerechte fachmathematische Lehramtsausbildung. Zielsetzungen und Konzepte unter heterogenen Voraussetzungen (Konzepte und Studien zur Hochschuldidaktik und Lehrerbildung Mathematik)*, Wiesbaden: Springer Fachmedien.
- Eberl, A. (o. D.). *Hochschulmathematik für die Schule*. Unveröffentlichte Konzeption für eine 2-stündige Veranstaltung für Studierende des Lehramts Gymnasium. Regensburg: Universität Regensburg.
- Heinze, A., Dreher, A., Lindmeier, A. & Niemand, C. (2016). Akademisches versus schulbezogenes Fachwissen – ein differenzierteres Modell des fachspezifischen Professionswissens von angehenden Mathematiklehrkräften der Sekundarstufe. *Zeitschrift für Erziehungswissenschaft*, 19(2), 329–349. doi:[10.1007/s11618-016-0674-6](https://doi.org/10.1007/s11618-016-0674-6)
- Hoth, J., Jeschke, C., Dreher, A., Lindmeier, A. & Heinze, A. (2019, online first). Ist akademisches Fachwissen hinreichend für den Erwerb eines berufsspezifischen Fachwissens im Lehramtsstudium? Eine Untersuchung der intellectual trickle-down-Annahme. *Journal für Mathematikdidaktik*. doi:[10.1007/s13138-019-00152-0](https://doi.org/10.1007/s13138-019-00152-0)
- Klein, F. (1908/2016). *Elementary Mathematics from a Higher Standpoint*. Berlin: Springer.
- Weber, B.-J. & Lindmeier, A. (eingereicht). Viel Beweisen, kaum Rechnen? Gestaltungsmerkmale mathematischer Übungsaufgaben im Studium.
- Wu, H. (2011). The mis-education of mathematics teachers. *Notices of the AMS*, 58(3), 372–384.
- Anke Lindmeier, IPN Kiel  
E-Mail: [lindmeier@leibniz-ipn.de](mailto:lindmeier@leibniz-ipn.de)
- Stefan Krauss, Universität Regensburg  
E-Mail: [stefan.krauss@mathematik.uni-regensburg.de](mailto:stefan.krauss@mathematik.uni-regensburg.de)
- Birke-Johanna Weber, IPN Kiel  
E-Mail: [bweber@leibniz-ipn.de](mailto:bweber@leibniz-ipn.de)