

# MITTEILUNGEN

DER GESELLSCHAFT FÜR DIDAKTIK DER MATHEMATIK



3.14159265358979323846  
2643383279502884197169  
3993751058209749445923  
0781640628620899862803  
4825342117067982148086  
5132823066470938446095  
5058223172535940812848  
1117450284102701938521  
1055596446229489549303  
8196442881097566593344  
6128475648233786783165  
2712019091456485669234  
6034861045432664821339  
3607260249141273724587  
0066063155881748815209  
2096282925409171536436  
7892590360011330530548  
8204665213841469519415  
1160943305727036575959  
1953092186117381932611  
7931051185480744623799  
6274956735188575272489  
1227938183011949129833  
6733624406566430860213  
9494639522473719070217  
9860943702770539217176  
2931767523846748184676  
6940513200056812714526



94  
Januar 2013

## Editorial: ... by its cover

Liebe Leser(innen),

ein neues Titelbild gehört schon beinahe zur Pflichtübung für neu antretende Schriftführer(innen)/Herausgeber(innen) der Mitteilungen der GDM (s. Abb.). Nachdem nun Thomas Jahnke in der letzten Ausgabe nicht nur selbst ein wohlverdientes „Servus!“ ausrief, sondern auch sein „Covergirl“ ein ebensolches in der Suppe hinterlassen ließ, fiel mir die nicht nur dankenswerte Aufgabe zu, mich um einen gebührenden äußeren Rahmen für die Mitteilungen zu bemühen. Leider ist es nicht jedem vergönnt, im Titelbild der Fachgesellschaft den Spiegel ikonisch und bereits im eigenen Namen symbolisch vorhalten zu können, wie einem meiner Vorgänger zu Beginn der 1980er Jahre. Und nun gibt es die Kacheln also nicht nur auf dem virtuellen, sondern auch noch auf dem realen Schreibtisch, auf dem Titelbild der Mitteilungen. Muss das denn sein?

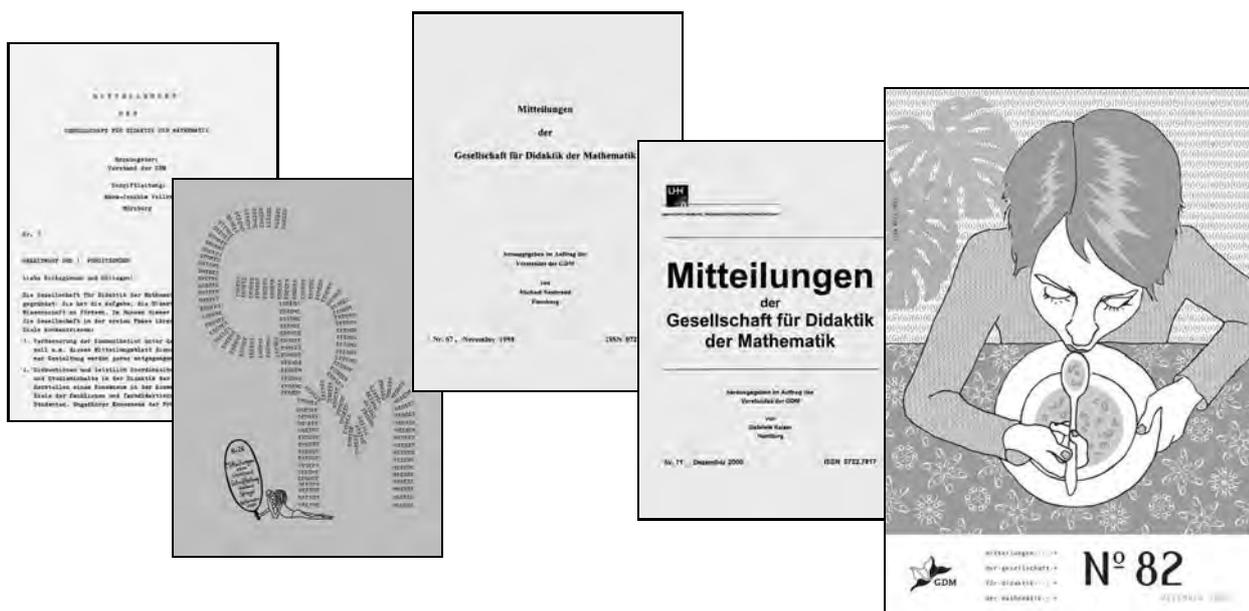
Inspiration war zwar weniger die achte Auflage eines marktdominierenden Betriebssystems als vielmehr Pablo Ferros Titelsequenz zur „Thomas Crown Affair“<sup>1</sup>. Eine Parallele gibt es allerdings schon: Wie die „Live-Tiles“ besagten Betriebssystems sollen auch die Kacheln auf dem Titel unsere Mitglieder zur Interaktion herausfordern. In Zukunft können Sie alle an der Gestaltung des Titelbildes teilhaben: Senden Sie Ihr ganz persönliches „Bild von der Didaktik

der Mathematik“ (samt Abdruckgenehmigung) an [schriftfuehrer@didaktik-der-mathematik.de](mailto:schriftfuehrer@didaktik-der-mathematik.de).

Die Kacheln des aktuellen Heftes bilden Fotografien der Gewinner(innen) des GDM-Fotowettbewerbs (Christian Dohrmann, Ingrid Schwarze, Fritz Haselbeck) sowie ein weiteres Bild, das wir bereits anlässlich Andrea Peter-Koops Hauptvortrages auf der GDM-Tagung in Weingarten bewundern durften. Ihr sei daher ebenso herzlich für ihre Mitwirkung gedankt wie den anderen Fotograf(inn)en und Christoph Eyrich, der meinen unsauberen Entwurf in eine druckfähige Form gebracht hat und den Mitteilungen weiterhin als Mann für Satz und Layout treu zur Seite steht.

Und wo wir gerade beim Thema Treue sind: Dem biblischen „So ist's ja besser zu zweien als allein; denn sie haben guten Lohn für ihre Mühe.“ (Kohélet 4,9) getreu ist auch Thomas Jahnke den Mitteilungen nicht gänzlich untreu geworden. Ab dieser Ausgabe kooperieren die Mitteilungen der GDM und MathEduc (Editor-In-Chief: Thomas Jahnke), was Rezensionen zu mathematikdidaktisch relevanten Veröffentlichungen angeht. Rezensionen bzw. Rezensionsanfragen senden Sie daher auch künftig bitte an [jahnke@math.uni-potsdam.de](mailto:jahnke@math.uni-potsdam.de).

Ihnen allen eine anregende Lektüre wünscht  
Andreas Vohns



<sup>1</sup> Online zu bewundern unter: <http://www.artofthetitle.com/title/the-thomas-crown-affair/>

# Inhalt

---

- 1 Editorial: ... by its cover
- 4 Vorwort des 1. Vorsitzenden
- 5 Die GDM/Impressum

## Magazin

- 6 *Jürg Kramer, Thomas Lange und Thomas Vogt*  
Das Deutsche Zentrum für Lehrerbildung Mathematik (DZLM)
- 10 *Julia Cramer et al.*  
Wenn der Nachwuchs flügge wird – Angebote durch die Nachwuchsvertretung der GDM

## Aktivitäten

- 14 Mitgliedsbeitrag
- 17 Einladung zur Mitgliederversammlung der GDM, Universität Münster, 7. 3. 2013
- 17 Protokoll zur Mitgliederversammlung der GDM am 8. 3. 2012 in Weingarten
- 20 Abiturstandards Mathematik veröffentlicht – Chance vertan? Gemeinsame Pressemitteilung der Fachverbände DMV, GDM und MNU

## Arbeitskreise

- 21 *Vorstand des Arbeitskreises Schweiz-Liechtenstein der GDM*  
Planarbeit als Qualitätsfalle für den Mathematikunterricht – Eine Stellungnahme aus mathematikdidaktischer Perspektive
- 23 *Renate Motzer*  
Arbeitskreis Frauen und Mathematik
- 25 *Andreas Filler und Matthias Ludwig*  
Arbeitskreis Geometrie
- 27 *Simone Reinhold*  
Arbeitskreis Grundschule
- 29 *Boris Girnat*  
Arbeitskreis Mathematik und Bildung
- 32 *Ulrich Kortenkamp und Anselm Lambert*  
Arbeitskreis Mathematikunterricht und Informatik
- 38 *Edith Schneider*  
Arbeitskreis Mathematikdidaktik und Mathematikunterricht in Österreich
- 40 *Anke Lindmeier*  
Arbeitskreis Psychologie und Mathematikdidaktik
- 42 *Gabriele Kaiser und Timo Leuders*  
Arbeitskreis Vergleichsuntersuchungen

## Tagungsberichte

- 44 *Eileen Braun et al.*  
Doktorandenkolloquium der GDM in Bad Wildbad „bei“ Karlsruhe
- 46 *Jenny Cramer und Alexander Salle*  
Vom Freiburger Trichter – Die GDM Summerschool 2012 in Freiburg
- 48 *Gabriele Kaiser*  
Bericht vom 12th International Congress on Mathematical Education (ICME-12)

- 50 *Uwe Gellert*  
Bericht von der 64. Jahrestagung der Commission Internationale pour l'Etude et l'Amélioration de  
l'Enseignement des Mathématiques
- 51 *Rolf Biehler et al.*  
Nachberichterstattung: Bundesweite Arbeitstagung zu mathematischen Vor- und Brückenkursen

### Tagungsankündigungen

- 54 47. Jahrestagung der GDM an der Westfälischen Wilhelms-Universität Münster  
56 37th Conference of the *International Group for the Psychology of Mathematics Education* (PME) in Kiel  
58 Einladung zur Summerschool 2013: *Ansätze und Perspektiven mathematikdidaktischer Forschung*

### Rezensionen

- 59 Antonella Cupillari: *The nuts and bolts of proofs*  
*Rezensiert von Georg Hein*
- 59 Barbara Drollinger-Vetter: *Verstehenselemente und strukturelle Klarheit*  
*Rezensiert von Esther Brunner*
- 61 Michael Gaidoschik: *Wie Kinder rechnen lernen – oder auch nicht*  
*Rezensiert von Wolfram Meyerhöfer*
- 69 E. Klieme et al. (Hrsg.): *PISA 2009 – Bilanz nach einem Jahrzehnt*  
*Rezensiert von Thomas Jahnke*
- 76 Herbert Kütting und Martin J. Sauer: *Elementare Stochastik*  
*Rezensiert von Henning Läuter*
- 77 Ole Skovsmose: *An Invitation to Critical Mathematics Education*  
*Rezensiert von David Kollosche*
- 80 Ian Stewart: *Professor Stewarts mathematische Schätze*  
*Rezensiert von Helmut Albrecht*

### Neuerscheinungen

- 82 *Neuerscheinungen im Jahr 2012*  
*Zusammengestellt von Martin Stein und Timon Wies*

### Jubiläen

- 84 *Lieven Verschaffel*  
Growth and success of "mathe 2000" – a privileged observer's view
- 88 *Hans-Georg Weigand*  
Zehn Jahre Mathematikum in Gießen

### Personalia

- 91 *Hans-Georg Weigand*  
Emeritierung von Willibald Dörfler
- 92 *Hans-Georg Weigand*  
Verabschiedung von Prof. Rainer Danckwerts aus dem aktiven Dienst

### In eigener Sache

- 95 Aus der Schriftführung  
96 Erratum

## Vorwort des 1. Vorsitzenden

---

Liebe GDM-Mitglieder,

die Mitteilungen der GDM haben sich in den letzten Jahren – inhaltlich und optisch – positiv weiterentwickelt. Ich freue mich, dass unser neuer Schriftführer Andreas Vohns und Nachfolger von Thomas Jahnke die Herausgabe der GDM-Mitteilung so engagiert über- und angenommen hat, und dies nun mit diesem seinem ersten eigenen Heft nachdrücklich unterstreicht. Herzlichen Dank auch für das Entwerfen eines neuen Titelbildes für die Mitteilungen.

Weiterhin sind die Artikel jetzt klarer nach inhaltlichen Gesichtspunkten gegliedert und in Rubriken kategorisiert. Das erleichtert den Überblick über die Heftartikel, es soll dadurch aber auch dem Anschein entgegengewirkt werden, dass Artikel, die sehr weit vorne im Heft platziert sind, die Meinung des Vorstandes der GDM wiedergeben könnten.

Die Mitteilungen erscheinen zwei Mal im Jahr. Und in der Zeitspanne von einem halben Jahr passiert in der bildungspolitischen Landschaft doch einiges, auf das es wert wäre, an dieser Stelle genauer einzugehen. Lassen Sie mich auf vier Pressemitteilungen eingehen, die mir in letzter Zeit aufgefallen sind.

1. Die Meldung *„Vier von fünf Studienanfängern im Fach Mathematik geben auf“* ging durch die Presse, vom deutschen Hochschulverband<sup>1</sup> bis zum „Spiegel“.<sup>2</sup> Die Studie unserer Kollegin Dr. Miriam Dieter und unseres Kollegen Günter Törner muss alle, die mit dem Mathematikstudium oder unserem Bildungssystem befasst sind, aufschrecken. Natürlich sind die Ursachen vielfältig und Veränderungen werden kurzfristig nicht zu erwarten sein. Darüber hinaus sind weitere Untersuchungen und Nachforschungen notwendig sein, die diesem Phänomen – oder genauer den Randbedingungen dieser Untersuchung – detailliert nachgehen. Aber eines ist gewiss: Wir – als Hochschullehrende – können und dürfen nach solchen Ergebnissen nicht einfach zur Tagesordnung übergehen. Das können wir unseren jungen Menschen nicht antun. Man muss sich die vielen Einzelschicksale vorstellen, die Enttäuschungen und Frustrationen derjenigen vor Augen führen, die alle ein-

mal – in der Schule – Mathematik gerne betrieben haben und – mehrheitlich – aus Überzeugung ein Mathematikstudium gewählt haben. Eine Gesellschaft, die einen Mangel an mathematisch-informatisch-naturwissenschaftlichen Fachkräften hat, kann und darf sich ein derartiges Versagenssystem nicht leisten. Insbesondere wird sich die Bachelor-Master-Reform – die uns allen einen unsäglichen bürokratischen Mehraufwand gebracht und überwiegend Negativergebnisse hervorgebracht hat – auch daran messen lassen müssen, ob die Abbrecherquoten geringer geworden sind, ob sich zumindest unter diesem Aspekt die Zweiteilung des Studiums nach Bachelor und Master rentiert hat.

2. Der diesjährige Nobelpreis für Wirtschaftswissenschaften ging an Alvin Roth und Lloyd Shapley, zwei amerikanische Wissenschaftler. Alvin Roth hat Methoden aus der mathematischen Spieltheorie angewandt, um die Verteilung von Organspenden oder die Zuteilung von Schülern zu Wunschschulen zu optimieren. Anlässlich der Verleihung des Wirtschaftsnobelpreises an diese beiden Wissenschaftler schreibt der Kölner Experimentalökonom Axel Ockenfels in der *„Welt am Sonntag“* (vom 21.10.2012): *„Die Wirtschaftswissenschaft hat es bisher versäumt, eine wissenschaftliche Literatur der ökonomischen Ingenieurskunst aufzubauen. Das ist ein Grund, warum wir noch heute oft nicht gut verstehen, wie reale Märkte im Detail funktionieren und wie Menschen mit all ihren Fehlern und Beschränkungen dazu beitragen. Weder im Elfenbeinturm der Wirtschaftstheorie noch im Experimentallabor lernen wir, wie reale Märkte aussehen und wie sie unser Handeln beeinflussen. Doch leider wagen sich zu wenige Wirtschaftswissenschaftler in die reale Welt hinaus. Ohne eine ingenieursorientierte Literatur werden wir nicht das Wissen ansammeln, das notwendig ist, um reale Märkte und Anreizsysteme zu reparieren, wenn sie versagen. Und ohne diese Rückkopplung von Praxis und Forschung werden wir weiterhin verleitet, uns mit unseren kleinen Welten zu beschäftigen, ohne Bezug zu den gesellschaftlichen und wirtschaftlichen Herausforderungen.“* Es fällt nicht besonders schwer,

<sup>1</sup> <http://bildungsklick.de/pm/85424/vier-von-fuenf-studienanfaengern-im-fach-mathematik-geben-auf/>

<sup>2</sup> <http://www.spiegel.de/unispiegel/studium/toerner-erklaert-warum-80-prozent-der-mathematik-studenten-abbrechen-a-863412.html>

das Wort „Wirtschaftswissenschaft“ durch „Mathematikdidaktik“ zu ersetzen. Und die Folgerungen daraus sind auch nicht schwer zu ziehen.

3. Eine Nachricht, die ich so bisher noch nie gelesen und noch nicht einmal gehört hatte, stand in der Frankfurter Allgemeinen Zeitung vom 9. Oktober 2012.<sup>3</sup> Da berichtet Prof. Hans Peter Klein (Didaktik der Biowissenschaften), dass die Abituraufgaben in Mathematik nach Einführung des Zentralabiturs (in Hessen und Nordrhein-Westfalen) einfacher (!) geworden sind, verglichen mit den Aufgaben vor Einführung des Zentralabiturs. Als Bewohner des Bundeslandes Bayern, in dem es gefühlt schon seit Menschengedenken Zentralabitur gibt, und als zeitweiser Eindringling in Bundesländer (Niedersachsen und Hessen) zu einer Zeit, als es dort noch kein Zentralabitur gab, hatte ich ein völlig anderes Bild. Oder genauer, ein völlig heterogenes Bild, da man von „dem“ Abitur vor der Zentralisierung nicht sprechen konnte. Ich habe damals Abituraufgaben in allen „Preisklassen“ gesehen. Die Argumentation von Kollegen Klein betrifft vor allem sog. „Modellierungsaufgaben“, zu deren Lösung „Alltagswissen und Cleverness“ angeblich ausreichen. In der Tat könnte das ein Ansatzpunkt für eine – sicherlich kontroverse – aber konstruktive Diskussion sein. Insbesondere böten sich hier Parallelen zu den aktuellen Abiturstandards an! Allerdings lässt die folgende Aussage – aus o. g. FAZ-Interview – des Biologiekollegen dann doch wiederum – jedenfalls bei mir – jegliches Interesse schwinden: „Die Befürworter der neuen Didaktik argumentieren, es könne nicht Aufgabe des Gymnasiums sein, auf ein Studium

der einzelnen Fächer vorzubereiten.“ Ach! Verpauschalierungen, Lagerzuordnungen und überzogener Missionarseifer ersticken häufig eine – mögliche – konstruktive Diskussion bereits in den Ansätzen.

4. Bund und Länder wollten sich auf der 17. Sitzung der Gemeinsamen Wissenschaftskonferenz (GWK) am 16. November 2012 auf die angekündigte „Qualitätsoffensive in der Lehrerbildung“ einigen. Doch die Einigung blieb aus. Hauptstreitpunkt war, dass der Bund von den Ländern eine rechtsverbindliche Zusage dazu forderte, dass die Länder die Abschlüsse in der Lehramtsausbildung untereinander anerkennen. Um diese Einigung herbeizuführen, bot der Bund sogar an, die Gesamtkosten der Qualitätsoffensive in Höhe von 500 Millionen Euro zu tragen. Doch bisher vergeblich! Man – jedenfalls ich – steht hier fassungslos und blickt nur ungläubig ob eines derart für niemanden mehr verständlichen mittelalterlichen Förderalismusstreibens in eine ungewisse Bildungszukunft. Wäre es nicht so traurig, man würde es gerne aus kabarettistischer Sicht betrachten. Aber zumindest eine positive Nachricht steckt doch in diesem Regional-Fingerhakeln: Solange es sich die Bundesländer noch leisten können, aufgrund persönlichem Beleidigt sein Millionenbeträge bei der Bundesbank zu belassen, solange kann es den Ländern noch nicht so schlecht gehen. Und: Es geht hier ja nur um die Lehrerbildung!

Mit freundlichen Grüßen

Hans-Georg Weigand  
(Vorsitzender der GDM)

<sup>3</sup> <http://www.faz.net/aktuell/beruf-chance/interview-moeglichst-viele-schueler-sollen-das-abitur-bestehen-11913477.html>

## Gesellschaft für Didaktik der Mathematik e. V. (GDM)

- **Vorstand.** 1. *Vorsitzender:* Prof. Dr. Hans-Georg Weigand, Universität Würzburg, Didaktik der Mathematik, Am Hubland, 97074 Würzburg. Tel. 0931.888-5091 (Sekretariat), Fax. 0931.888-5089, [weigand@mathematik.uni-wuerzburg.de](mailto:weigand@mathematik.uni-wuerzburg.de)
- 2. *Vorsitzende:* Prof. Dr. Silke Ruwisch, Universität Lüneburg, Institut für Mathematik und ihre Didaktik, Scharnhorststraße 1 21335 Lüneburg. Tel. 04131.677-1731, [ruwisch@leuphana.de](mailto:ruwisch@leuphana.de)
- *Kassenführer:* Prof. Dr. Christine Bescherer, Pädagogische Hochschule Ludwigsburg, Institut für Mathematik und Informatik, Reuteallee 46, 71634 Ludwigsburg.

Tel. 07141.140-385, Fax. 07141.140-435, [bescherer@ph-ludwigsburg.de](mailto:bescherer@ph-ludwigsburg.de)

■ *Schriftführer:* Dr. Andreas Vohns, Institut für Didaktik der Mathematik, Alpen-Adria-Universität Klagenfurt, Sterneckstraße 15, 9010 Klagenfurt, Österreich. Tel. +43 (0)463.2700-6116, Fax. +43 (0)463.2700-99 6116, [andreas.vohns@aau.at](mailto:andreas.vohns@aau.at)

■ *Bankverbindung:* Vereinigte Raiffeisenbanken Heroldsberg, Kto-Nr. 305 87 00, BLZ 770 694 61, IBAN DE05 7706 9461 0003 0587 00, BIC GENODEF1GBF.

■ *Homepage der GDM:* [www.didaktik-der-mathematik.de](http://www.didaktik-der-mathematik.de)

## Impressum

- Verleger: GDM ■ Herausgeber: Dr. Andreas Vohns (Anschrift s.o.) ■ Gestaltung und Satz: Christoph Eyrich, Berlin ([ceyrich@gmx.net](mailto:ceyrich@gmx.net)) ■ Umschlagentwurf: Andreas Vohns ■ Druck: Oktoberdruck AG, Berlin
- Der Bezugspreis der GDM-Mitteilungen ist im Mitgliedsbeitrag der GDM enthalten.

## Das Deutsche Zentrum für Lehrerbildung Mathematik (DZLM)

Jürg Kramer, Thomas Lange und Thomas Vogt

Bisherige Angebote zur Fortbildung von Mathematiklehrkräften sind oft nicht zwischen staatlichen Instanzen und anderen Trägern aufeinander abgestimmt, beschränken sich häufig auf eine einzelne Veranstaltung und sind wenig nachhaltig. Zudem werden Lehrerinnen und Lehrer für Fortbildungen nicht regelmäßig freigestellt, und nicht überall haben Schulen ausreichend Mittel für Fortbildungen zur Verfügung.

Verschiedene „Multiplikatoren“ sind verantwortlich für die Fortbildung von Lehrerinnen und Lehrern: (Fach-)Berater, Fach(bereichs)leiter, Fortbildner, Mentoren, Moderatoren, Referenten usw. Multiplikatoren „rutschen“ oft wenig vorbereitet in ihre Tätigkeit hinein und müssen diese neben ihren anderen Aufgaben ausführen. Für sie existieren kaum Qualifizierungsprogramme.

Der Mathematikunterricht in Deutschland leidet außerdem unter einem erheblichen Fachlehrermangel, insbesondere an den Grund- und Hauptschulen; immer mehr Lehrerinnen und Lehrer unterrichten daher fachfremd. Hinzu kommt eine steigende Zahl an Quer- bzw. Seiteneinsteigern. Zugleich steigt die Zahl der „Risikoschülerinnen und -schüler“ mit Schwierigkeiten im Fach Mathematik. Diesen Tendenzen kann durch geeignete Fortbildung von Lehrkräften entgegen gewirkt werden.

Klassische Fortbildungen für alle Lehrerinnen und Lehrer im Fach Mathematik sind meist einmalige halb- oder ganztägige Veranstaltungen, die schulübergreifend angeboten werden. Mehrteilige Fortbildungen mit der Gelegenheit, neue Impulse in der Praxis zu erproben oder eine Begleitung von Lehrkräften einer Schule bei der Unterrichtsentwicklung, sind selten.

Neben Fortbildungen stehen Lehrerinnen und Lehrern eine große Anzahl von Foren und Informationsnetzen zur Verfügung; dennoch ist es für sie schwierig, gesuchte Informationen zu finden, geeignete Materialien für den Unterricht zu erhalten und seriöse von weniger hilfreichen Informationen zu trennen.

In Deutschland fehlte auch bislang eine zentrale Anlaufstelle für die Lehrerbildung in Mathematik – obwohl gerade in diesem Fach hoher Bedarf besteht, wie Studien immer wieder belegen.

Daher hat nach einem Wettbewerbsverfahren Mitte 2011 ein Konsortium aus sechs Universitäten aus Berlin und Nordrhein-Westfalen von der Deutschen Telekom Stiftung den Auftrag bekommen, ein bundesweit agierendes Zentrum für Lehrerbildung Mathematik einzurichten: die Humboldt-Universität zu Berlin, die Freie Universität Berlin, die Deutsche Universität für Weiterbildung, die Ruhr-Universität Bochum, die Universität Duisburg-Essen und die Universität Paderborn. Nach erfolgreichem Zuschlag stießen noch die Technische Universität Dortmund und die Pädagogische Hochschule Freiburg dazu; viele Institutionen kooperieren zudem, weitere sind herzlich zur Mitarbeit eingeladen. Die Humboldt-Universität übernahm mit Prof. Jürg Kramer als Direktor des DZLM die Rolle der Sprecheruniversität.

### Ziele und Aufgaben

Das Ziel des DZLM ist die Entwicklung und Evaluation umfassender Fortbildungsprogramme für Mathematiklehrerinnen und -lehrer. Insbesondere Qualifizierungsprogramme für Multiplikatorinnen und Multiplikatoren sowie fachfremd unterrichtende Lehrerinnen und Lehrer stehen im Fokus. Die Fortbildungskurse werden bundesweit organisiert und durchgeführt. Die DZLM-Aktivitäten ergänzen dabei bestehende Fortbildungsangebote. Das mittelfristige Ziel ist die Entwicklung des DZLM zu einem erfolgreichen, deutschlandweit wirkenden Lehrerbildungszentrum.

Ein Grundgedanke des DZLM-Konzepts ist die Implementierung einer Kaskade von Professionalisierungsmaßnahmen. Dafür sollen Multiplikatorinnen und Multiplikatoren qualifiziert werden, damit sie ihr vertieftes Wissen und ihre erweiterten Kompetenzen an Lehrerinnen und Lehrer weitergeben können. Ein zweiter Grundgedanke sind Qualifizierungsprogramme für fachfremd unterrichtende Lehrerinnen und Lehrer sowie zu einem späteren Zeitpunkt für Erzieherinnen und Erzieher, da empirische Studien für diese Gruppen den größten Handlungsbedarf gezeigt haben. Außerdem sollen schulübergreifende und schulinterne Fortbildungskurse angeboten werden (einschließlich des Aufbaus und der Unterstützung profes-



Auf der 1. Jahrestagung des DZLM am 21. September 2012 in Berlin in der ersten Reihe (v.l.n.r.): Festrednerin Frau Prof. Elisabeth Stern, Eröffnungsredner Dr. Klaus Kinkel und DZLM-Direktor Prof. Juerg Kramer (Foto: Michael Ebner)

sioneller Lerngemeinschaften), um dezentralisierte regionale Aktivitäten zu unterstützen, die sich unmittelbar nach den Bedürfnissen von Schulen richten. Eine Informations- und Kommunikationsplattform wird selbstbestimmte, individuelle Fortbildungsaktivitäten ermöglichen.

Eine zentrale Aufgabe des DZLM ist auch die Entwicklung bundesweiter Standards für Lehrerfortbildungen im Fach Mathematik. Dies ist ein wichtiges Alleinstellungsmerkmal des Zentrums. Die Qualität von Lehrerfortbildungen wird anhand von Indikatoren bestimmt. Diese sind: die Relevanz der Themen, die geförderten Kompetenzen bei den Teilnehmern, die Gestaltung und die Formate der Kurse. Je höher die Qualität der Fortbildungskurse ist, desto wirkungsvoller sollten diese die Unterrichtspraxis der Lehrerinnen und Lehrer und letztlich die Leistungen der Schülerinnen und Schüler verbessern.

### Fortbildungsprogramme und -angebote

Derzeit bietet das DZLM Programme für Adressaten aus dem Schulbereich an (Ausbildung von Multiplikatorinnen und Multiplikatoren, Qualifizierung für fachfremd unterrichtende sowie Fortbildung für alle Lehrerinnen und Lehrer), später werden auch vergleichbare Programme für Erzieherinnen und Erzieher hinzu kommen. Thematisch konzentrieren sich die Angebote des DZLM auf folgende Kategorien:

- Themenkategorie 1: Mathematik mit Blick auf Fachwissenschaft und -didaktik
- Themenkategorie 2: Kompetenzorientierung im Mathematikunterricht
- Themenkategorie 3: Lehr- und Lernprozesse in der Mathematik

### ■ Themenkategorie 4: Fortbildungsmanagement und -didaktik

Alle Maßnahmen des DZLM lassen sich mindestens einer der vier DZLM-Themenkategorien zuordnen. Für Fortbildungen von Multiplikatorinnen und Multiplikatoren gilt darüber hinaus: Es wird immer Themenkategorie 4 sowie mindestens eine der Themenkategorien 1 bis 3 angeboten.

Als Zielkategorien für DZLM-Fortbildungsangebote hat das DZLM Kompetenzmodelle und Kompetenzbeschreibungen entwickelt, die sich an die in der Lehrerbildungsforschung verwendeten Modelle anlehnen und diese um weitere Aspekte ergänzen. Diese ergeben sich aus dem spezifischen Auftrag des DZLM. Die Vermittlung von Professionswissen, von mathematik-bezogenen Beliefs und – angesichts des zu erheblichen Anteilen online-gestützten DZLM-Fortbildungsangebots – von technischen Fertigkeiten sind die drei zentralen Ziele einer DZLM-Fortbildung. Für Multiplikatorinnen und Multiplikatoren sind zudem Fertigkeiten in der Fortbildungsdidaktik sowie im Fortbildungsmanagement von großer Bedeutung.

Die Gestaltungsprinzipien sind verbindliche Kriterien, nach denen alle DZLM-Fortbildungsangebote gestaltet werden. Sie sind sowohl Selbstverpflichtung bei der Durchführung eigener Kurse, als auch Verpflichtung für externe Anbieter, die im Auftrag oder in Kooperation mit dem DZLM Kurse anbieten. Gleichzeitig sind die Gestaltungsprinzipien Indikatoren für die Evaluation von DZLM-Fortbildungsangeboten. Folgende sechs Prinzipien wurden aus der Literatur identifiziert, um möglichst wirksame Fortbildungsangebote zu gestalten. Alle Prinzipien sollten angestrebt werden, auch wenn sie je nach Zielgruppe und Thematik unterschiedlich stark ausgeprägt sein können. Die Fortbildungen sollen teilnehmerorientiert, fallbezogen, kompetenzorientiert, vielfältig, kooperationsfördernd und (selbst)reflexionsanregend sein.



Am 21. September 2012 feierte das DZLM seine 1. Jahrestagung in Berlin. Hier DZLM-Direktor Juerg Kramer bei seiner Begrüßungsansprache. (Foto: Michael Ebner)



Auf der 1. Jahrestagung des DZLM diskutierten Lehrerinnen und Lehrer mit Bildungspolitikern, Fachdidaktikern und Multiplikatoren. (Foto: Michael Ebner)

Die Kursformate des DZLM sind eng verknüpft mit den Gestaltungsprinzipien. Insbesondere sollen die Formate dem „Gestaltungsprinzip der Vielfältigkeit“ folgen. Das bedeutet, dass unterschiedliche Zugangs- und Arbeitsweisen (Vermittlungsformate) zum Einsatz kommen, die aufeinander bezogen und vernetzt sind. Die verschiedenen Vermittlungsformate ermöglichen eine aktive Mitgestaltung und begünstigen damit eine höhere Nachhaltigkeit. Vermittlungsformate sind: Seminare, praxis-basiertes Arbeiten, kollaboratives Arbeiten (online), Selbststudium (online) und das Erbringen von Leistungsnachweisen.

### Kursformate

Die Kursformate werden durch das Profil, also den Wechsel der Vermittlungsformate, und den Gesamtumfang bestimmt. Ein weiterer Aspekt ist, ob der Kurs schulintern oder schulübergreifend stattfindet. Referenten-Tandems von Wissenschaftlern (Didaktikern) und Lehrkräften sind erwünscht, aber nicht Voraussetzung.

DZLM-Fortbildungskurse sollen aus mindestens einer Impuls-, Erprobungs- und Reflexionsphase bestehen. Halbtägige oder eintägige Impulskurse sind nur als niederschwellige Einstiegskurse gedacht. Folgende DZLM-Kursformate sind für die Fortbildung von Lehrerinnen und Lehrern vorgesehen:

#### ■ Standardkurs

Dieser Kurs besteht aus mindestens zwei Präsenzveranstaltungen. In den dazwischen liegenden vier bis acht Wochen erproben die Teilnehmerinnen und Teilnehmer Materialien im Unterricht und arbeiten die Fortbildung nach. Dabei werden sie durch E-Learning-Angebote unterstützt.

#### ■ Intensivkurs

Der Intensivkurs stellt eine zeitliche und inhaltliche Ausweitung des Standardkurses bis zu einem Schulhalbjahr dar. Wir kooperieren mit den Lehrkräften aus der Fortbildung bei der Unterrichts- und Schulentwicklung. Das DZLM unterstützt personell und finanziell bei der Unterrichts- und Schulentwicklung und durch seine Online-Plattform.

Bei umfangreicheren Kursformaten für Multiplikatorinnen und Multiplikatoren sowie fachfremd unterrichtende Lehrerinnen und Lehrer wechseln sich Präsenzphasen und andere Vermittlungsformate mehrmals ab. Bei den ersten beiden Multiplikatorenkursen in Nordrhein-Westfalen für den Primar- und Sekundarstufenbereich finden bspw. 13 bzw. 15 Präsenztermine (ganztägige Seminare) über ein Schuljahr statt. Zwischen den Präsenzterminen sind jeweils acht bis neun Stunden praxis-basiertes Arbeiten, kollaboratives Lernen (online) und Selbststudium (online) vorgesehen.

### Qualitätssicherung und Evaluation

Der erste Schritt der Qualitätssicherung ist das Antragsverfahren für die Entwicklung und/oder Durchführung von Fortbildungskursen. Jede Fortbildungsmaßnahme, die von DZLM-Mitarbeitern oder externen Anbietern/Entwicklern initiiert wird, durchläuft diesen Antragsprozess. Der Antrag umfasst neben allgemeinen Angaben, wie Zielgruppe, Teilnehmeranzahl, Schulstufe, Umfang, etc., Angaben dazu, inwieweit das Angebot den DZLM-Qualitätsstandards gerecht wird. Dazu gehören der angestrebte Kompetenzaspekt, der bei den Teilnehmenden gefördert werden soll, die gewählten Themen, die Umsetzung der Gestaltungsprinzipien und das Format. Außerdem gehört ein Finanzplan zum Antrag. Der Antrag wird dann von der jeweiligen Fachabteilung begutachtet und in der folgenden Vorstandssitzung beschlossen.

Alle Angaben aus dem Antrag und weitere Daten, die im Laufe der Entwicklung und Durchführung erhoben werden, werden in eine zentrale webbasierte Datenbank eingespeist, die dann zur Veröffentlichung der Kurse auf der Webseite, für Berichte und für die Evaluation dient.

Die Fragestellung, inwieweit die Qualitätsstandards bei der Durchführung der Fortbildungen erfüllt werden, und ob damit die Ziele des DZLM erreicht werden, ist Thema der Evaluation. Die Evaluation hat drei Aufgaben:

- Die interne Evaluation aller internen Prozesse und Abläufe des DZLM

## Interview mit Prof. Jürg Kramer, Direktor des DZLM, zur Situation des deutschen Mathematikunterrichts

*Herr Kramer, viele Lehrer scheinen – trotz besten Willens – Probleme zu haben, den Unterricht ansprechend zu gestalten. Fehlen ihnen wichtige Voraussetzungen?*

Neben der Problematik der fachfremd unterrichtenden Grundschullehrer haben wir in fast allen MINT-Fächern das Problem des Lehrermangels. Deshalb werden Quereinsteiger ohne entsprechende pädagogische und didaktische Ausbildung eingestellt. Hinzu kommt, dass die Heterogenität der Schüler in den letzten Jahren zugenommen hat. Die Lehrer haben im Unterricht Schüler mit unterschiedlichen Bildungshintergründen und aus vielen verschiedenen Herkunftsländern. Jeder Schüler bringt also andere Voraussetzungen mit. Und nicht nur Quereinsteiger, sondern auch regulär ausgebildete Lehrer haben ein Problem damit, Schüler mit weit auseinander liegenden Leistungsniveaus zu unterrichten, weil sie im Lehramtsstudium nicht darauf vorbereitet wurden.

*Ohnehin scheint es im Studium einige Versäumnisse zu geben ...*

Wir haben es bei der Ausbildung an der Universität mit der so genannten doppelten Diskontinuität zu tun: Die Studienanfänger lernen in den Lehrveranstaltungen eine Mathematik kennen, die nichts mehr mit ihrer Schulmathematik zu tun hat. Wenn sie später die Uni verlassen, um an einer Schule zu unterrichten, merken sie wiederum, dass das, was sie sich an der Hochschule angeeignet haben, nur wenig mit der Mathematik im Schulalltag zu tun hat. Es findet im Studium also keine wirkliche Verzahnung von Fachwissen und Fachdidaktik statt.

Das ausführliche Interview lesen Sie auf [www.dzlm.de](http://www.dzlm.de). Die Fragen stellte DZLM-Redakteurin Mareike Knoke.

- Die Evaluation aller Fortbildungen und weiterer Maßnahmen des DZLM
- Die Unterstützung regionaler Lehrergruppen bei eigenen Evaluationsprojekten.

### Ausblick

Das DZLM hat eine Reihe von ersten Aktivitäten gestartet, um schnell Wirkung entfalten zu können, Erfahrungen zu sammeln und seine Dienstleistungen bekannt zu machen. Insbesondere die ersten Fortbildungsmaßnahmen für Multiplikatorinnen und Multiplikatoren in Nordrhein-Westfalen sind als Pilotprojekte bereits an einem möglichen

*Wo können hier Fortbildungen ansetzen, wie sie das DZLM anbietet?*

Ganz wichtig sind unterrichtsnahe Angebote, die schnell umsetzbare Impulse für einen lebendigen Unterricht geben. Dabei hat es sich bewährt, die Fortbildungen von einem Dozenten-Tandem bestehend aus einem Wissenschaftler und einem Lehrer, durchführen zu lassen. Denn so kommen wissenschaftliches Fachwissen und Praxiserfahrung gleichermaßen zum Einsatz. Außerdem haben wir die Erfahrung gemacht, dass Lehrerfortbildungen dann besonders effektiv sind, wenn sie nicht nur als einmalige Veranstaltung stattfinden, sondern die Lehrer eine Zeit lang begleiten. Denn so können die Kurs-Teilnehmer ihre Erfahrungen mit der Umsetzung der Kursinhalte nach ein paar Wochen oder Monaten reflektieren und nachbereiten.

*Welche Hausaufgaben müssen in diesem Zusammenhang das deutsche Schulsystem bzw. die zuständigen Ministerien machen, um zu einer Verbesserung des Unterrichts beizutragen?*

Es müssen verbindliche Rahmenbedingungen für regelmäßige Fortbildungen der Lehrer geschaffen werden. Insbesondere muss Lehrerinnen und Lehrern Zeit für Fortbildung gegeben werden. Dies ist um so wichtiger, als die einzelnen Bundesländer ihren Schulen bildungspolitische Veränderungen in einem rasanten Tempo zumuten, das viele Lehrer zutiefst frustriert. Denn diese wollen natürlich eine gewisse Kontinuität und Ruhe in den Mathematikunterricht bringen. Deshalb sehe ich hier auch die administrative Seite in der Pflicht.

Regelbetrieb orientiert. Sie dienen auch der Konzipierung des geplanten Masterstudiengangs, bzw. könnten als Bausteine eines solchen Studiengangs dienen. Das ist z. B. für die Multiplikatorenkurse in Baden-Württemberg geplant, bei denen über drei Jahre Kurse angeboten werden sollen, die vom Gesamtumfang her einem Masterstudiengang entsprechen.

In Berlin wird im Februar 2013 ein Multiplikatorenkurs für die Grundschule zum Inhaltsbereich „Daten, Häufigkeit und Wahrscheinlichkeit“ beginnen. Die Besonderheit dieses Kurses ist, dass die Multiplikatoren Tandems aus jeweils zwei Lehrkräften (z. B. Fachbereichsleiter und weitere

Lehrkraft) der gleichen Schule sein werden, die dann Ihren Kompetenzzuwachs gemeinsam in ihrer Schule verbreiten können.

Weitere Aktivitäten für fachfremd unterrichtende Lehrerinnen und Lehrer und alle anderen Lehrerinnen und Lehrer wurden begonnen und auf den Weg gebracht. Auch die ersten Maßnahmen zur Unterstützung von Netzwerken und Lehrergruppen wurden beschlossen.

Der Ausbau der Kooperationen mit weiteren Hochschulen und Fortbildungsanbietern wird die effektive und effiziente Verbreitung von DZLM-Fortbildungskursen unterstützen.

Die Erfahrungen und Evaluationen aus den ersten Fortbildungsmaßnahmen werden dem DZLM helfen, sein Angebot zu reflektieren, es weiter auszubauen, zu verbessern und zu verfeinern, um dem Anspruch eines bundesweiten Zentrums für Lehrerbildung Mathematik gerecht zu werden. Das aktuelle Fortbildungsprogramm entnehmen Sie bitte [www.dzlm.de](http://www.dzlm.de).

Jürg Kramer, Thomas Lange, Thomas Vogt, Deutsches Zentrum für Lehrerbildung Mathematik (DZLM), Humboldt-Universität zu Berlin, Institut für Mathematik, Unter den Linden 6, 10099 Berlin, Email: [thomas.lange@dzlm.de](mailto:thomas.lange@dzlm.de)

## Wenn der Nachwuchs flügge wird – Angebote durch die Nachwuchsvertretung der GDM

Julia Cramer, Imke Knievel, Meike Plath, Stefanie Rach, Susanne Schnell, Sebastian Schorcht und Maike Vollstedt

Die deutschsprachige Community der Mathematikdidaktik ist zahlreich und höchst unterschiedlich. Ebenso ist es deren Nachwuchs, darunter viele Doktorandinnen und Doktoranden, die in ganz Deutschland an ihrer Promotion und meist zusätzlichen Projekten arbeiten. Die GDM zeigt seit Jahren ein besonders großes Interesse an der Nachwuchsförderung und veranstaltet substanzielle Angebote wie die Summerschool oder das Doktorandenkolloquium der GDM, in denen Forschungsmethoden und Inhalte der individuellen Dissertationsprojekte diskutiert werden. Zur Unterstützung dieser Bemühungen organisiert die Gruppe der Nachwuchsvertretung im Rahmen der Jahrestagung der GDM ein Fortbildungsangebot, das sich an ihre Peers richtet: Das entstehende Vertrauensverhältnis der Doktorandinnen und Doktoranden untereinander wird für ein substanzielles, bedarfsorientiertes Arbeiten in verschiedenen Workshops zum wissenschaftlichen Arbeiten in der Mathematikdidaktik genutzt. Daneben stellen sich erfahrene Wissenschaftlerinnen und Wissenschaftler zur Verfügung, um in den Expertinnen- bzw. Experten-Sprechstunden die Projekte der Doktorandinnen bzw. Doktoranden individuell zu diskutieren. Diese Mischung aus Angeboten, die

sich zum einen an eine Zusammenarbeit mit Expertinnen und Experten, zum anderen an die ebenfalls Promovierenden richtet, soll einerseits zur Steigerung der Qualität der fachlichen Arbeit und andererseits zur besseren Vernetzung des Nachwuchses beitragen. Konzeption und Inhalte der zwei wichtigsten Angebote werden im Folgenden vorgestellt.

### Expertinnen- und Experten-Sprechstunde

Doktorandin oder Doktorand zu sein ist eine Erfahrung, die viele Höhen und Tiefen bereithält. Dabei ist die Betreuung durch den Doktorvater oder die Doktormutter das zentrale Element, das die Qualität der Forschungsprojekte vorantreibt und sichert.

Neben dieser kontinuierlichen Rückmeldung und Supervision ist auch die Diskussion der eigenen Forschung mit Außenstehenden, z. B. Expertinnen und Experten anderer Forschungsbereiche, die mögliche Potenziale und Hindernisse des gewählten Theorierahmens, des methodischen Designs oder der erworbenen Ergebnisse aufdecken

kann. Diese ergänzenden Rückmeldungen zum eigenen Forschungsprojekt aus anderen Perspektiven können beispielsweise im Rahmen des Doktorandenkolloquiums in Gruppendiskussionen erworben werden, in denen auch inhaltliche Gemeinsamkeiten eine zentrale Rolle spielen.

Ergänzend dazu organisiert die Nachwuchsvertretung der GDM seit mehreren Jahren die sogenannte Expertinnen- und Expertensprechstunde, bei der sich Promovierende im Rahmen der Jahrestagung der GDM von erfahrenen Wissenschaftlerinnen und Wissenschaftlern der Mathematikdidaktik in Einzelgesprächen beraten lassen können. Mitglieder der Nachwuchsvertretung, die in den vergangenen Jahren selbst an dem Angebot teilgenommen haben, schätzen es als besonders gewinnbringend für die eigenen Promotionsprojekte ein. Die entstandenen Gespräche und Beratungen zeugten immer von beidseitiger intellektueller Neugier und Anerkennung des Forschungsvorhabens durch die Expertinnen und Experten.

Daher wird auch auf der GDM Jahrestagung 2013 in Münster (und hoffentlich auch in den folgenden Jahren) eine Beratungsmöglichkeit durch Expertinnen und Experten angeboten.

Die Expertinnen und Experten, die sich zu dieser Form der Unterstützung der Promovierenden bereit erklärt haben, sowie Erfahrungsberichte früherer Teilnehmender werden auf der Homepage der Nachwuchsvertretung bekannt gegeben (Adresse siehe unten). Eine Sprechstunde kann zahlreiche neue Anregung ermöglichen, zum Beispiel zur Einordnung gewonnener Ergebnisse, zur theoretischen Absicherung, zur kritischen Reflexion des Untersuchungsdesigns oder zur Überwindung von Hürden im Forschungsprozess. Die Gegenstände des Gesprächs können vorab mit den Expertinnen und Experten abgestimmt werden. Vor der Teilnahme an der Sprechstunde sollten sich daher die interessierten Promovierenden über die Fachgebiete des gewählten Ansprechpartners informieren und ihre Fragen präzise formulieren, so dass ein möglichst tiefgründiges Arbeiten ermöglicht wird.

Eine Anmeldung zur Expertinnen- und Experten-Sprechstunde im Rahmen der Jahrestagung der GDM 2013 in Münster ist noch bis zum 3. 2. 2013 über diese Website der Nachwuchsvertretung möglich: [http://www.ipn.uni-kiel.de/abt\\_math/gdm2013/](http://www.ipn.uni-kiel.de/abt_math/gdm2013/)

## Nachwuchstag der GDM

Im Rahmen der Jahrestagung der GDM 2013 in Münster findet zum zweiten Mal der Nachwuchstag der GDM statt. Dieser orientiert sich am in-

ternationalen YERME-Day: Vor Beginn der Jahrestagung, also von Sonntagmittag (03.03.2013) bis Montagmittag (4. 3. 2013) setzen sich Doktorandinnen und Doktoranden beispielsweise in verschiedenen Workshops mit dem wissenschaftlichen Arbeiten in der Mathematikdidaktik auseinander.

### *Intention des Nachwuchstags*

Wie bereits angesprochen verfolgen wir mit dem Nachwuchstag zwei Intentionen: Einerseits werden Gelegenheiten zur Vernetzung der Doktorandinnen und Doktoranden untereinander geschaffen und andererseits findet eine arbeitsmethodische und fachspezifische Fortbildung der Teilnehmenden statt.

Das Herstellen von Kontaktnetzwerken ist vor allem für Personen aus kleineren Standorten zentral. Durch die Herstellung der fachlichen Kontakte soll die Möglichkeit geschaffen werden, bereits frühzeitig mit anderen Personen in einen wissenschaftlichen Diskurs einzutreten und Zugänge, Methoden und Ergebnisse, aber auch Herausforderungen und Hürden im Promotionsprozess zu kommunizieren. Die so entstehenden Kontakte können Grundsteine für langfristige Kooperationen oder punktuelle Rückmeldungen sein, die dann zur Förderung der Qualität beitragen können.

Auf fachinhaltlicher Ebene ergänzt der Nachwuchstag das Nachwuchsprogramm der Summerschool und des Doktorandenkolloquiums. Das Angebot des Nachwuchstages richtet sich dabei vorrangig an Personen, die im ersten Jahr ihrer Promotion sind. Diesen soll der Nachwuchstag eine erste Orientierung sowie eine Einführung in die grundlegenden Methoden des wissenschaftlichen Arbeitens in der Mathematikdidaktik bieten.

### *Inhalte des Programms: Wissenschaftliches Arbeiten in der Mathematikdidaktik*

Die Konzeption des Angebots im Rahmen des Nachwuchstags orientiert sich an verschiedenen Grundideen: Die Organisation durch Promovierende und Postdocs soll ein besonderes Vertrauensverhältnis in den Workshops schaffen, in dem über eine gute Arbeitsatmosphäre hinaus auch Herausforderungen und Hürden im Promotionsprozess einzeln oder in der Gruppe thematisiert werden können. Die Workshops leben vom gemeinsamen gleichberechtigten Austausch unter allen Beteiligten. Die Kompetenzen, die von den Teilnehmenden bereits im Studium erworben wurden, sollen dabei als Grundsteine für die gemeinsame Erarbeitung von Grundlagen wissenschaftlichen Arbeitens in der Fachdidaktik dienen. Alle Workshops fokussieren explizit auf die deutschsprachige (und zum Teil internationale) Mathematikdidaktik mit ihren besonderen Anforderungen.

Zum Beispiel werden spezifische Publikationsorgane diskutiert oder Normen hinsichtlich der Gestaltung von Vorträgen vor Fachpublikum diskutiert.

Auf Grundlage dieser Überlegungen wurde das Programm für den Nachwuchstag 2013 konzipiert, aus dessen Workshop-Angebot sich die Teilnehmenden zwei Angebote aussuchen können.

Es werden folgende Themen angeboten:

- *Literaturrecherche und -verwaltung*: Es werden verschiedene nationale und internationale Publikationsorgane der Mathematikdidaktik, z. B. hinsichtlich der Unterscheidung wissenschaftlicher und praxisorientierter Veröffentlichungen, vorgestellt. Dabei werden Methoden der Literaturrecherche sowie verschiedene Literaturverwaltungsprogramme diskutiert.
- *Verfassen von wissenschaftlichen Artikeln am Beispiel der Beiträge zum Mathematikunterricht*: Auf Grundlage der Vorträge von Teilnehmenden werden Strukturierung, Fokussierung und allgemeine Kriterien für das Verfassen wissenschaftlicher Artikel in verschiedenen Publikationsorganen der Mathematikdidaktik erarbeitet. Ziel des Workshops ist es über den Nachwuchstag hinaus für Interessierte eine Peer-Review-Börse zu organisieren mit dem Ziel, gegenseitiges Feedback zu Artikeln für die BzMU einzuholen.
- *Präsentationstechniken und Gestaltung von Vorträgen*: Mit der Präsentation empirische Forschungsergebnisse vor Fachpublikum befasst sich der dritte Workshop. Es werden Fokussierung, Auswahl, Strukturierung der Inhalte sowie Vortragstechniken diskutiert.
- *Zeit- und Arbeitsmanagement*: Da ein Promotionsprozess nicht nur die Forschungstätigkeit erfasst, sondern meist in den Rahmen universitären Arbeitens eingebunden ist, bietet dieser Workshop verschiedene Techniken an, mit den unterschiedlichen Anforderungen umzugehen (z. B. zur adäquaten Prioritätensetzung).

Neben den Workshops besteht außerdem die Möglichkeit, den ersten eigenen Vortrag auf der Jahrestagung bereits im Rahmen des Nachwuchstags zu halten und von den Teilnehmenden strukturierte Rückmeldungen zur Optimierung von Inhalt, Vortrag und Design zu erhalten.

In diesem Jahr wird das Programm außerdem ergänzt durch eine Gesprächsrunde mit zwei Wissenschaftlerinnen, die bereits die Promotion abgeschlossen haben: Sie haben sich bereit erklärt, Einblicke in ihren persönlichen Werdegang zu geben und im Anschluss eine Diskussion mit den Doktorandinnen und Doktoranden über Chancen und Möglichkeiten nach der Promotion zu führen.

Die Zahl der Anmeldungen und die positiven Rückmeldungen legen nahe, dass ein großes Interesse an dieser Art der Fortbildung besteht. Der Nachwuchstag soll daher jährlich im Rahmen der GDM Jahrestagung wiederholt werden, so dass auch eine Teilnahme im Jahr 2014 wieder möglich sein wird. Weitere Informationen zum Nachwuchsprogramm bei der GDM Jahrestagung 2013 sind auf der Website der Nachwuchsvertretung zu finden: [http://www.ipn.uni-kiel.de/abt\\_math/gdm2013/](http://www.ipn.uni-kiel.de/abt_math/gdm2013/)

### Organisatorinnen und Organisatoren: Die Nachwuchsvertretung der GDM

Die Organisation des Nachwuchsprogramms wird ehrenamtlich von den Mitgliedern der GDM Nachwuchsvertretung durchgeführt, die sich neben ihrer Promotion bzw. Habilitation für den wissenschaftlichen Nachwuchs engagieren.

Die Nachwuchsvertretung bemüht sich darum, die Interessen und Bedürfnisse des wissenschaftlichen Nachwuchses abzudecken. Sie versteht sich auch als ein Bindeglied zwischen den Doktorandinnen und Doktoranden und dem Beirat der GDM. 2001 wurde Susanne Prediger als erste Vertreterin des wissenschaftlichen Nachwuchses in den Beirat der GDM gewählt. Die Position als Sprecherin des Nachwuchses und dann als Beiratsmitglied wurde danach von Rita Borromeo Ferri übernommen. Auf der gemeinsamen Jahrestagung von GDM und DMV 2007 in Berlin erklärten sich dann mehrere Promovierende bereit, sich für den wissenschaftlichen Nachwuchs zu engagieren, so dass die erste Nachwuchsvertretungsgruppe gegründet wurde. Maike Vollstedt wurde als ihre Sprecherin gewählt und ist seit 2010 in dieser Funktion Mitglied im Beirat der GDM. Auf der GDM-Tagung 2011 in Freiburg fand dann ein umfassender Wechsel in der Nachwuchsgruppe statt, mit dem viele neue Ideen – wie zum Beispiel der Nachwuchstag – Eingang in unsere Arbeit gefunden haben.

Bei der Nachwuchsvertretung handelt es sich um eine selbstorganisierte Gruppe von Nachwuchswissenschaftlerinnen und -wissenschaftlern, die aus eigenem Interesse heraus die Angebote für ihre Peers entwickeln und umsetzen. Die Gruppe besteht hauptsächlich aus Promovierenden von unterschiedlichen Standorten in Deutschland, die sich in verschiedenen Stadien ihrer Promotion befinden. Diese auch positionelle Nähe zu den Teilnehmerinnen und Teilnehmern der Nachwuchsangebote schafft ein Vertrauensverhältnis sowie eine Motivation aus eigenen Erfahrungen heraus, die das Angebot zielgerichtet gestalten lassen. Die

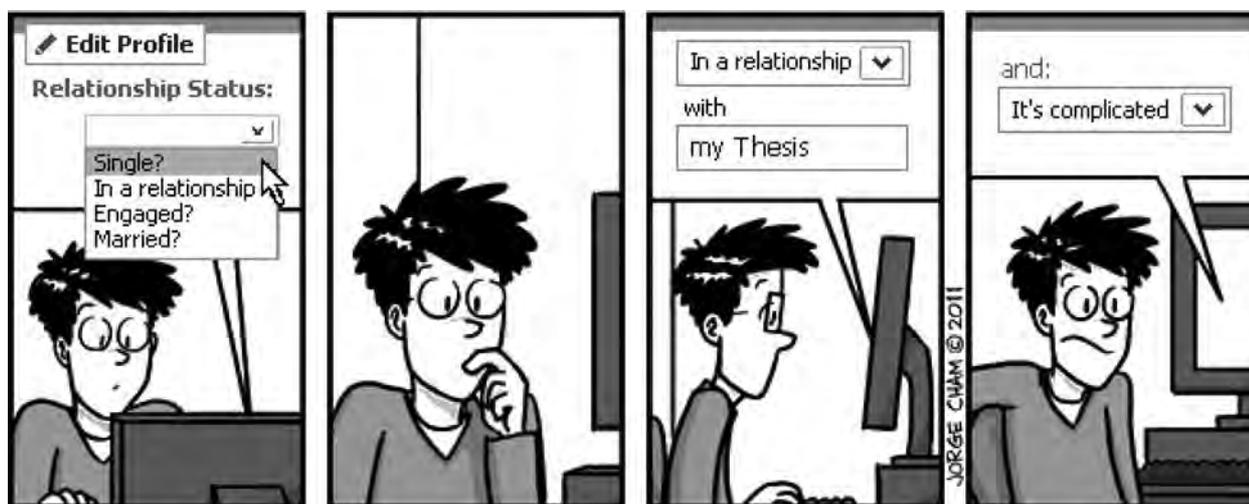
Durchführung der Workshops durch Peers bei der GDM 2012 hat gezeigt, dass eine offene, vertrauensbasierte und konstruktive Atmosphäre entstehen kann, da keine Hierarchie zwischen Leiterinnen bzw. Leitern und Teilnehmenden deutlich wird. Insofern scheinen die selbstorganisierten Angebote eine sinnvolle Ergänzung zu den Angeboten zu sein, die die GDM im Rahmen von Summerschool und Doktorandenkolloquien geschaffen hat und in denen die Betreuung hauptsächlich von erfahrenen Wissenschaftlerinnen und Wissenschaftlern übernommen wird.

Aktuell besteht die Nachwuchsgruppe aus folgenden Personen:

- *Julia Cramer* (Universität Bremen; Promotionsbeginn Ende 2008) beschäftigt sich in ihrer Dissertation mit Zusammenhängen zwischen Argumentations- und Wissenskonstruktionsprozessen und hat parallel dazu Anfang 2012 ihr Referendariat an der Gesamtschule Mitte Bremen begonnen.
- *Imke Knievel* (IPN Kiel, Promotionsbeginn 2010) hat den Nachwuchstag 2012 zusammen mit Stefanie Rach hauptverantwortlich organisiert und beschäftigt sich in ihrer Dissertation mit den fachdidaktischen Kompetenzen von Grundschullehrkräften.
- *Alexander Meyer* (Universität Oldenburg; Promotionsbeginn 2009) ist Nachwuchsvertreter im Beirat der GDM und organisiert die Expertensprechstunde. Er forscht zum algebraischen Denken und zur Diagnose und Förderung im Mathematikunterricht.

- *Meike Plath* (Universität Lüneburg; Promotionsbeginn Ende 2009) arbeitet in der Nachwuchsvertretung an der Präsenz auf Madipedia und beschäftigt sich in ihrer Dissertation mit den Lösungsstrategien von Grundschulkindern bei Raumvorstellungsaufgaben.
- *Stefanie Rach* (IPN Kiel; Promotionsbeginn 2009) ist Hauptorganisatorin für den Nachwuchstag 2013 und beschäftigt sich in ihrer Dissertation mit Lernprozessen in der Studieneingangsphase im Fach Mathematik.
- *Susanne Schnell* (TU Dortmund; Promotionsbeginn Ende 2008) ist Hauptorganisatorin für den Nachwuchstag 2013 und beschäftigt sich in ihrer Dissertation mit Prozessen der Vorstellungsentwicklung von Lernenden zum Phänomen Zufall.
- *Sebastian Schorcht* (Justus-Liebig-Universität Gießen; Promotionsbeginn 2010) beschäftigt sich in seiner Dissertation mit den Umsetzungsmöglichkeiten von Aufgaben mit mathematikhistorischem Hintergrund im Schulbuch.
- *Maike Vollstedt* (IPN Kiel, Promotion 2010) ist seit 2007 Sprecherin des wissenschaftlichen Nachwuchses und seit 2010 als Vertreterin des Nachwuchses im Beirat der GDM. In ihrer Forschung beschäftigt sie sich u. a. mit Sinnkonstruktionen von Schülerinnen und Schülern.

Weitere Informationen zu den Aktivitäten der Nachwuchsvertretung der GDM auf [http://madipedia.de/wiki/Nachwuchsvertretung\\_der\\_GDM](http://madipedia.de/wiki/Nachwuchsvertretung_der_GDM).



Jorge Cham: Piled Higher and Deeper ([www.phdcomics.com](http://www.phdcomics.com))

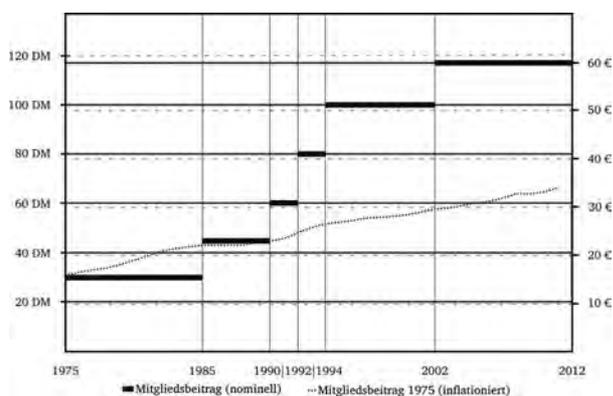
## Mitgliedsbeitrag

Liebe Mitglieder der GDM,

wenn wir – die GDM – unsere in den letzten Jahren entwickelten Leistungen für unsere Mitglieder aufrecht erhalten wollen, unseren Nachwuchs weiterhin fördern und durch unsere gemeinsam mit DMV und MNU ins Leben gerufene Kommissionen bildungspolitisch tätig sein wollen, dann kommen wir im nächsten Jahr um eine – erhebliche – Beitragserhöhung nicht herum. Dazu kommt noch die Tatsache, dass wir im Jahr 2016 der Gastgeber der ICME 13 in Hamburg sein werden. Dafür müssen wir für die Organisation dieser Tagung finanzielle Vorleistungen erbringen, die wir erst nach der Durchführung dieser Tagung im Jahr 2016 wieder zurückerstattet bekommen. Wir schlagen deshalb den Mitgliedern außerdem einen zeitlich befristeten ICME-Zuschlag vor.

Wir – der Vorstand und Beirat der GDM – sehen die gegenwärtige Arbeit der GDM als eine äußerst fruchtbare Förderung der Didaktik der Mathematik (im deutschsprachigen Raum) an, wir sind von der Notwendigkeit der Aktivitäten der GDM auf allen derzeitigen Bereichen überzeugt und möchten deshalb die in den letzten Jahren begonnene Politik und Strategie der GDM fortsetzen. Deshalb bitten wir Sie, die Mitglieder der GDM, um Unterstützung und um Zustimmung zu einer Erhöhung der Mitgliedsbeiträge ab dem Jahr 2013.

Unsere Überlegungen basieren auf folgenden Punkten:



Entwicklung der Mitgliedsbeiträge

### Die Entwicklung der Mitgliedsbeiträge in den letzten Jahren

Beginnend mit einem Mitgliedsbeitrag von 30 DM im Jahr 1975, hat sich der Beitrag bis zum Jahr 1994 in verschiedenen Stufen bis 100 DM erhöht. Seit 1994 gab es lediglich im Jahr 2002 mit der Umstellung der DM auf den Euro eine leichte Erhöhung von nicht ganz 9 Euro. Die auf dieser Seite wiedergegebene Graphik gibt einen Überblick über die Entwicklung der Mitgliedsbeiträge der GDM (in DM und Euro) seit ihrer Gründung.

Wir denken, dass nach vielen Jahren konstanten Beitrags im Jahr 2013 die Verteuerung vieler unserer Leistungen und das ausgeweitete Angebot der GDM eine Beitragserhöhung rechtfertigen.

### Die Leistungen der GDM in den letzten Jahren

Die Kassenlage der GDM hatte sich im letzten Jahrzehnt äußerst positiv entwickelt. Während noch 2003 in Dortmund auf der Mitgliederversammlung auf die „schwierige finanzielle Lage der GDM“ hingewiesen und auf der Jahrestagung in Augsburg (2004) eine Erhöhung der Beiträge von 60 € auf 70 € diskutiert wurde (Die Mitglieder entschieden sich damals gegen eine Erhöhung, aber für die Abschaffung der schriftlichen Tagungsbände), war die Kassenlage – auch aufgrund der gestiegenen Mitgliederzahl – gegen Ende des letzten Jahrzehnts so gut, dass wir vom Finanzamt an unsere Gemeinnützigkeit erinnert wurden. Ein gemeinnütziger Verein darf kein Kapital ansparen, sondern muss seine Mittel zeitnah für die satzungsmäßig festgelegten Zwecke ausgeben. Um die Rücklagen abzuschmelzen, hatten sich Vorstand und Beirat der GDM deshalb in den letzten Jahren dazu entschlossen, mehr Geld in Aktivitäten und Fördermaßnahmen zu investieren als durch die Mitgliedsbeiträge jährlich eingenommen wurde.

Die GDM hat in den letzten Jahren das Angebot für den wissenschaftlichen Nachwuchs gestärkt und ausgeweitet:

- Jeweils jährlich wird sowohl eine „Summerschool“ als auch ein „Doktorandenkolloquium“ durchgeführt.

- Das Nachwuchsprogramm auf den GDM-Jahrestagungen wird finanziell unterstützt.
- Es werden Reisebeihilfen an den Nachwuchs zu GDM-Tagungen, zu CERME, PME, YERME, ICTMA, ICME, ... bezahlt.

Die GDM hat sich für die Stärkung der Forschung in der eigenen Disziplin engagiert:

- Es wurden DFG-Antrags-Workshops zusammen mit der GDCP durchgeführt.
- Der GDM-Förderpreis wurde weitergeführt.

Die Publikationsorgane der GDM wurden weiterentwickelt:

- Das „Journal für Mathematikdidaktik“ entwickelte sich auch äußerlich durch den Verlagswechsel zu Springer zu einer international sichtbaren Zeitschrift weiter.
- Die Mitteilungen der GDM wurden sowohl inhaltlich wie optisch optimiert.

Die GDM hat ihr politisches Engagement verstärkt:

- Die Kommission „Lehrerbildung“ wurde im Jahr 2008 zusammen mit der DMV, MNU, GAMM und der KMathF gegründet und arbeitet seither erfolgreich.
- Die Kommission „Übergang Schule-Hochschule“ wurde 2011 zusammen mit der DMV und der MNU ins Leben gerufen.

Die Außendarstellung der GDM wurde professionalisiert:

- Die Homepage der GDM wurde weiterentwickelt und eine GDM-Datenbank aufgebaut.
- Es wurden Werbemaßnahmen durchgeführt (GDM-Flyer).
- Der Erhalt und die Weiterentwicklung der Datenbank MathEduc wurden unterstützt.

Die GDM hat ihre Mitgliedschaften gepflegt:

- DMV, MNU
- Gesellschaft für Fachdidaktik (GFD) in Deutschland als auch in Österreich
- MINT-EC

Mit dieser Entscheidung für den Ausbau und die Professionalisierung unserer Aktivitäten war absehbar, dass dies nur zeitlich begrenzt mit Hilfe der angesparten Reserven möglich ist. Es stellt sich deshalb jetzt die Frage, ob das Niveau der derzeit erreichten Leistungen und Förderungen fortgeführt werden soll. Dies ist nur durch eine empfindliche Erhöhung der Mitgliedsbeiträge möglich.

## Die Entwicklung der Ausgaben der GDM

In den zurückliegenden Jahren haben sich die Ausgaben für unsere Leistungen und Aktivitäten teilweise ganz erheblich erhöht. Dies ist vor allem auf die Kosten für die Zeitschriften sowie die Förderung der Nachwuchskräfte zurückzuführen. (Für die Jahre 2005 und 2006 konnten keine Angaben gefunden werden.)

Hinzu kommt, dass wir seit dem Jahr 2009 jedes Jahr ca. 20 000 € aus unseren Rücklagen entnommen haben, ohne diese Entnahme hätten wir die Ausgaben nicht bestreiten können. (Im Jahr 2012 sind diese Entnahmen aufgrund der zusätzlichen Ausgaben durch die ICME 13 (s. u.) auf 35 000 € angestiegen.) Ein solches strukturelles Defizit kann man nur so lange überleben, wie Rücklagen da sind, und diese sind zum jetzigen Zeitpunkt auf ca. 11 000 € zusammen geschrumpft. Wir brauchen also entweder einen sehr zahlungskräftigen Sponsor oder mehr Einnahmen aus den Mitgliedsbeiträgen.

Kontostände der GDM seit 2009

	31.12.2009	31.12.2010	31.12.2011
	88.540,73 €	69.484,06 €	47.654,83 €

## Entwicklung der Ausgaben der GDM in €

	2004	2007	2008	2009	2010	2011	2012 <sup>a</sup>
Kosten für Zeitschriften (Beiträge zum MU, JMD und Mitteilungen)	28.087,47	31.160,63	35.203,97	28.417,22 <sup>b</sup>	49.575,88 <sup>c</sup>	46.504,81	49.491,37
Kosten für Förderung (Tagungsreisen, Summerschool, Doktorandenkolloquium, Nachwuchstag, Förderpreis, ...)	2.787,49	8.190,00	11.852,00	12.861,02	18.088,32	10.730,41	18.037,00
Gesamtausgaben	41.367,69	54.785,43	63.559,78	65.238,17	83.093,22	75.588,11	100.500,00

a. Werte für 2012 geschätzt

b. Ab 2009 keine gedruckte Version der Beiträge zum MU mehr.

c. Ab 2010 JMD bei Springer.

## Die GDM als Gastgeberin der ICME 13

Mit Stolz haben wir den Erfolg unserer Bewerbung für das Ausrichten der ICME 13 im Jahr 2016 in Hamburg wahrgenommen. Für dieses herausragende Ereignis ist die GDM bereits mit teilweise erheblichen finanziellen Mitteln in Vorleistung getreten:

- Es wurde die Bewerbungsbroschüre für die ICME 13 erstellt.
- Es wurde der dreitägige Besuch des Entscheidungskomitees der ICMI in Hamburg finanziert.
- Das Videofilm, Banner und Flyer wurden für Werbung auf der ICME 12 in Seoul produziert.
- Die GDM war an der Gründung des Vereins zur Durchführung des 13th International Congress on Mathematical Education 2016 beteiligt. Dabei fielen v. a. Kosten für Notar, Steuerberatung usw. an.

Ausgaben für die ICME 13 im Jahr 2016

2010	2011	2012
2.498,19 €	4.690,15 €	19.526,75 €

Bis zur Tagung sind weitere finanzielle Vorleistungen z.B. zur Durchführung der verschiedenen Treffen der Internationalen Programmkommission (IPC) zu erbringen. Zudem kann über einen Großteil der von den ICME Organisatoren eingeworbenen Sponsorengelder erst im Jahr 2016 verfügt werden.

Diese ICME-Mittel wurden bzw. werden der örtlichen Tagungsorganisation von der GDM als Vorleistung zur Verfügung gestellt. Sie werden nach der Tagung 2016 wieder an die GDM zurückfließen. Wir schlagen deshalb einen für die Jahre 2013 – 2016 befristet erhobenen ICME-Zuschlag vor.

## Vorschlag für den zukünftigen Mitgliederbeitrag und ICME-Zuschlag

Vorstand und Beirat sind der Ansicht, dass wir den Mitgliedern der Kategorie „Nachwuchs“ bei Beitragserhöhungen in besonderer Weise entgegenkommen müssen.

Wir schlagen deshalb der Mitgliederversammlung der GDM die folgenden Beitragserhöhungen bzw. (zeitlich befristeten) ICME-Zuschläge vor: Der *reguläre Beitrag* wird auf 100€ (+20€ ICME-Zuschlag, insgesamt: 120€), der *reduzierte Beitrag* auf 90€ (+18€ ICME-Zuschlag, insgesamt: 108€) erhöht. Der *ermäßigte Beitrag* wird auf 50€ erhöht und der *Beitrag für Mitglieder aus Osteuropa* auf 25€. Die beiden letztgenannten Mitgliedergruppen zahlen keine ICME-Zuschläge.

Zur Vereinfachung werden in Zukunft alle Mitglieder der Kategorie „reduziert“ gleich behandelt (Details zu den Mitgliedergruppen s. Tabelle unten).

Zu Vereinfachung der Abbuchungen werden in Zukunft alle Mitglieder der Kategorie „reduziert“ gleich behandelt.

Dieser neue Beitrag einschließlich ICME-Zuschlag sollte auf der Mitgliederversammlung in Münster beschlossen werden und dann schon für das Jahr 2013 gelten.

Damit diejenigen, die aufgrund der Beitragserhöhung ihre Mitgliedschaft kündigen wollen, dies auch können, werden wir ein Sonderkündigungsrecht für das Jahr 2013 vorschlagen. Dadurch können Sie gegebenenfalls noch bis 31. 3. 2013 rückwirkend für das Jahr 2013 aus der GDM austreten. Natürlich hoffen wir, dass möglichst wenige Mitglieder davon Gebrauch machen werden.

Der Vorstand der GDM

Vorschlag für den zukünftigen Mitgliederbeitrag in €

Beitragsgruppen	Alter Beitrag	Neuer Beitrag	ICME-Zuschlag	Neu (Gesamt)
Regulär	60	100	20	120
Reduziert (Pensioniert, Parallelmitgliedschaft in MNU oder DMV)	54	90	18	108
Ermäßigt (Vollzeitstudium, Referendariat, maximal halbe Stelle als wissenschaftl. Mitarbeiter/in)	30	50	0	50
Osteuropa	15	25	0	25

## Einladung zur Mitgliederversammlung der GDM Universität Münster, 7.3.2013

---

Beginn: 16.30 Uhr  
Ort: Universität Münster, Raum wird noch bekannt gegeben

### Tagesordnung

TOP 1: Bestätigung des Protokolls, Beschluss der Tagesordnung  
TOP 2: Bericht des Vorstands  
TOP 3: Bericht der Kassensführerin bzw. des Kassensprüfers

TOP 4: Entlastung des Vorstands  
TOP 5: Beitragsfestsetzung (s. ausführlicher Bericht in diesem Heft)  
TOP 6: Wahlen 1. Vorsitzende/r, Kassensführer/in, Beirat  
TOP 7: Nachwuchsförderung  
TOP 8: MATHEDUC  
TOP 9: Zeitschriften: 1. Journal für Mathematik-Didaktik (JMD); 2. ZDM; 3. Mathematica Didactica und Der Mathematikunterricht.  
TOP 10: Verschiedenes

## Protokoll zur Mitgliederversammlung der GDM am 8. 3. 2012 in Weingarten

---

Zeit: 16–19.00 Uhr  
Ort: PH Weingarten, Aula

### Tagesordnung

TOP 1: Bestätigung des Protokolls, Beschluss der Tagesordnung  
Das Protokoll wird ohne Änderungen genehmigt.

TOP 2: Bericht des Vorstands

- Kontakte zu DMV, MNU und GFD sind derzeit sehr gut.
- Die Ehrenmitgliedschaft der GDM wurde an Arnold Kirsch verliehen. Damit würdigt die Gesellschaft seine Verdienste für die Didaktik der Mathematik.
- Die ICME-13 wird 2016 in Hamburg stattfinden. Die GDM wird Veranstalterin sein. Ein Organisationskomitee ist gegründet. Der Vorstand der GDM dankt Gabriele Kaiser für ihren Einsatz.

- Die GDM fördert weiterhin aktiv den wissenschaftlichen Nachwuchs durch Reisebeihilfen zur Jahrestagung der GDM und zu zentralen internationalen Tagungen.
- Für das kommende Jahr sind Förderungen möglich für die Tagungen der GDM, CERME, YERME, PME. Voraussetzungen sind: ½ Stelle – Beitrag auf der Tagung – GDM-Mitglied.
- Die Nachwuchsgruppe hat ein Nachwuchsforum auf der diesjährigen Jahrestagung durchgeführt. Es wurde rege nachgefragt und von der GDM finanziell unterstützt. Das gilt auch für Summerschool und Doktorandenkolloquium. Beide sollen in den nächsten Jahren jährlich stattfinden.
- Die nächste Summerschool findet in Freiburg vom 17.9.2012–21.9.2012 statt. Organisation: Andreas Eichler, Timo Leuders und Stephanie Schuler
- 2013 finden folgende Nachwuchsveranstaltungen statt:

- das Doktorandenkolloquium in München (Kristina Reiss und Stefan Ufer)
- die Summerschool in Klagenfurt (Franz Picher und Andreas Vohns)
- Ein Workshop zu DFG-Anträgen findet am 11./12. Mai in Hannover statt. Organisatoren sind Sacha Schanze und Andreas Eichler.
- Die Kommission für Lehrerbildung hat unter der Leitung von Susanne Prediger die Fachtagung „Wider die doppelte Diskontinuität in der Mathematiklehrerbildung für das Gymnasium“ durchgeführt und den Aufruf „Mathematik in der Grundschule – Chaos in der Lehrerausbildung“ verfasst. Im Herbst 2012 ist eine Fachtagung zur Grundschullehrerausbildung geplant.
- Die Kommission „Übergang Schule – Hochschule“ der Verbände DMV, MNU und GDM wurde konstituiert. Für die GDM sind dort folgende Mitglieder vom Beirat gewählt: Bärbel Barzel, Rolf Biehler und Gilbert Greefrath – Berater: Regina Bruder, Katja Lengnink, Thomas Jahnke.
- Die Homepage und die Datenbank der GDM wurden von Ulli Kortenkamp neu gestaltet. Sie sind bereits online. Der Vorstand bedankt sich dafür.
- Die DMV-Mitteilungen erhalten nur noch die Mitglieder kostenfrei zur Verfügung gestellt, die das ausdrücklich wünschen. Bitte bei der Schriftführung melden.
- Neuer Chief-Editor von MathEduc ist Thomas Jahnke.
- Es wird noch einmal auf die Möglichkeit der ermäßigten Mitgliedsbeiträge hingewiesen. Darunter fallen Vollzeitstudierende, Referendare, Wissenschaftliche MitarbeiterInnen mit höchstens einer halben Stelle. Ein Antrag auf Ermäßigung muss bis April bei der Kassenführerin eingegangen sein, dieser muss jährlich gestellt werden.
- Die offizielle Eröffnung des DZLM findet am 21. 9. 2012 in Berlin statt.
- Kommende Jahrestagungen der GDM:
  - 2013 Münster 4.–8. März 2013
  - 2014 Koblenz-Landau 10.–14. März 2014 (voraussichtlich)
  - 2015 Basel/Solothurn 9.–13. Februar 2015
- Die Jahrestagung der International Group for the Psychology of Mathematics Education (PME) findet vom 28.7.–2.8.2013 in Kiel statt. Eine Webseite und first announcement mit weiteren Informationen gibt es ab Herbst 2012.
- Die YESS-Tagung (Young European Researchers in Mathematics Education) wird 2014 in Kassel stattfinden. Information: Rita Borromeo-Ferri  
Der Vorstand bedankt sich bei allen Mitgliedern für die aktive Unterstützung bei diesen – und anderen – Aktivitäten.

TOP 3: *Bericht der Kassenführerin und des Kassenprüfers Kassenführerin Christine Bescherer:*

Derzeit werden jährlich ca. 20 000€ mehr ausgegeben als eingenommen. Der Finanzbestand der GDM erlaubt das (noch). Es ist aber über eine Beitragserhöhung im kommenden Jahr nachzudenken. Zudem müssen die Mitgliedsbeiträge in Zukunft immer im Mai eingezogen werden, um die Kosten für das JMD begleichen zu können.

*Bericht des Kassenprüfers Fritz Haselbeck:*

Kassenprüfung / GDM-Kasse für das Rechnungsjahr 2011: Die Kasse wurde eingehend geprüft. Gegenstand der Prüfung waren der Anfangsbestand aus dem Jahr 2010, Einnahmen- und Ausgabenbelege mit den dazu gehörigen Rechnungen sowie der Jahresabschluss 2011. Das datumsgemäß geordnete Kassenjournal, die Kontoauszüge der Bank und die Rechnungsbelege stimmen in Terminierung und aufgeführten Euro-Beträgen voll überein.

Die Rechnungsbeträge sind sauber und sachlich korrekt verbucht. Die Nachweise für Einnahmen und Ausgaben sind lückenlos dokumentiert, ebenso der Transfer von Geldmarktkonten auf das Girokonto. Besonders hervorzuheben sind die fachlich souveräne Einarbeitung der neuen Kassenführerin Frau Bescherer und ihre gewissenhafte Aufbereitung der Kassenübersicht zum Rechnungsjahr 2011.

Ihr liegt eine äußerst aufwendige – freiwillig geleistete – und sachlich einwandfreie Geschäftsarbeit zu Grunde. Der Mitgliederversammlung wird daher die Entlastung der Vorstandschaft empfohlen.

TOP 4: Entlastung des Vorstands

Wolfgang Henn beantragt die Entlastung des Vorstandes. Der Entlastung wird einstimmig zugestimmt.

TOP 5: Wahlen

2. *Vorsitz:* Silke Ruwisch wird als zweite Vorsitzende zur Wahl vorgeschlagen. Es gibt keine weiteren Vorschläge (Ja-Stimmen 130, Nein-Stimmen 5, Enthaltungen 3). Silke Ruwisch nimmt die Wahl an.

*Schriftführung:* Michael Kleine und Andreas Vohns werden vorgeschlagen. Michael Kleine stellt sich nicht zur Wahl. Andreas Vohns kandidiert und wird gewählt (Ja-Stimmen 104, Nein-Stimmen 19, Enthaltungen 9). Andreas Vohns nimmt die Wahl an.

*Beirat:* Es scheiden aus: Gabriele Kaiser, Stephan Hußmann, Dominik Leiss (steht nicht zur Wiederwahl zur Verfügung), Rita Borromeo-Ferri (keine Wiederwahl möglich).

Es kandidieren: Gabriele Kaiser, Alexander Meyer, Henning Körner, Stephan Hußmann, Katja Lengnink, Matthias Ludwig.

Gewählt werden Gabriele Kaiser (90 Stimmen), Alexander Meyer (79 Stimmen), Henning Körner (67 Stimmen), Stephan Hußmann (63 Stimmen). Katja Lengnink (58 Stimmen) und Matthias Ludwig (53 Stimmen) werden nicht gewählt.

#### TOP 6: Nachwuchsförderung

Integriert im Bericht des Vorstandes.

#### TOP 7: MATHEDUC (Thomas Jahnke)

Thomas Jahnke ist seit Januar Herausgeber der Datenbank MathEduc. Eine Unterstützung der Datenbank ist möglich und nötig durch Abonnement (auch privat möglich) und durch das Schreiben von Rezensionen. Als Ansprechpartnerin steht Frau Ruffer-Henn zur Verfügung.

#### TOP 8: Zeitschriften

##### (a) Journal für Mathematikdidaktik (JMD) (Rolf Biehler)

Es wird zwei Themenhefte geben: Frühe mathematische Bildung (auf Englisch) und Kompetenzmessung. Derzeit gibt es 15 frei eingereichte Artikel. Jeder kann einen Themenschwerpunkt für das JMD einreichen, wobei maximal ein Themenschwerpunkt im Jahr vorgesehen ist.

Die Retrodigitalisierung ist angelaufen. Einverständniserklärungen werden gerade eingeholt. Rudolf Sträßer wurde als Herausgeber wiedergewählt. Auch die ausscheidenden Mitglieder des Beratungskomitees Willi Dörfler, Aiso

Heinze, Michael Neubrand und Susanne Preddiger wurden erneut gewählt.

##### (b) ZDM (Gabriele Kaiser)

Das ZDM ist auf einem guten Weg. In diesem Jahr kommen 7 Hefte heraus, im kommenden Jahr gar 8 Hefte. Die Herausgabe eines Heftes ist für jeden möglich, ein Exposé kann an Gabriele Kaiser gesendet werden.

##### (c) Mathematica Didactica (Gerald Wittmann)

Es sind derzeit geringe Zahlen an Einreichungen vorhanden. Einreichungen sind also erwünscht. Es wird die Idee verfolgt, Themenhefte von Arbeitskreisen in Angriff zu nehmen.

##### (d) Der Mathematikunterricht (Stephan Deschauer)

Mitherausgeber: Henning Körner, Jörg Meyer, Rubrik: Gerhard König.

MU ist themenheftorientiert mit Bezug zum Unterricht, gymnasiale Ausrichtung.

#### TOP 9: Verschiedenes

Es wird dafür plädiert, die Entwicklung der Tagungsgebühren im Blick zu behalten, die in den vergangenen Jahren massiv gestiegen sind. (Verdopplung in den letzten acht Jahren.) Der Vorstand wird daran arbeiten.

Der Vorstand bedankt sich bei den Mitgliedern für die gute Zusammenarbeit.

Protokoll: Katja Lengnink

## Abiturstandards Mathematik veröffentlicht – Chance vertan? Gemeinsame Pressemitteilung der Fachverbände DMV, GDM und MNU

Berlin, 23. Oktober 2012. Am Freitag, dem 19. Oktober 2012, gab die Konferenz der Kultusminister der Länder (KMK) in Hamburg ihre Beschlüsse zu den nationalen Bildungsstandards für die Allgemeine Hochschulreife, darunter die Abiturstandards für Mathematik, offiziell bekannt. Die drei großen Fachverbände in Mathematik – DMV, GDM und MNU – begrüßen die nun veröffentlichten Abiturstandards, kritisieren die Übereinkunft aber in wichtigen Punkten.

### Chance Bildungsstandards

Die drei Fachverbände werten positiv, dass die nun veröffentlichten Abiturstandards die Bildungsstandards für den Mittleren Schulabschluss fortschreiben. Die Leistungen der Schülerinnen und Schüler verschiedener Länder können dadurch besser verglichen werden. Bildungsstandards dienen der Schul- und Unterrichtsentwicklung. Sie formulieren Anforderungen an das Lehren und Lernen in der Schule. Sie benennen Ziele für die pädagogische Arbeit, ausgedrückt als erwünschte Lernergebnisse der Schülerinnen und Schüler. Damit konkretisieren die Standards den Bildungsauftrag, den allgemeinbildende Schulen zu erfüllen haben.

Die Mathematik-Kommission der drei Fachverbände in Mathematik hat die Bildungsstandards einer ersten Prüfung unterzogen und zweifelt daran, dass die Beschlüsse der KMK von Freitag das gesteckte Ziel erreichen. Die zwei Hauptkritikpunkte der Mathematik-Kommission sind:

### Die Standards sind nicht konkret genug

Die Standards geben zu wenig Hilfestellung für neue Schritte, wie sie in der Bildungsforschung schon lange in vielfältiger Weise gefordert werden, und sie illustrieren zu wenig, wie Kompetenzen im Mathematikunterricht erfolgreich erworben werden können. Die geforderten Kompetenzen bleiben oft vage und lassen zu viele Deutungen zu. Viele Vorschläge der Mathematik-Kommission zur Weiterentwicklung des Mathematikunterrichts wurden leider nicht aufgenommen. Die wenigen vorliegenden Beispielaufgaben helfen nicht weiter.

### Die Standards sind nicht konsequent genug

Die Bildungsstandards bestätigen die Bedeutung der drei Sachgebiete Analysis, Lineare Algebra/Analytische Geometrie und Stochastik. Die Länder können nun nicht mehr dauerhaft auf eines der drei Sachgebiete in der Prüfung verzichten. In diesem Punkt ist die KMK der Empfehlung

der Fachverbände gefolgt. Allerdings ist immer noch möglich, dass Abiturienten in einem der zwei Sachgebiete Lineare Algebra/Analytische Geometrie und Stochastik im Abitur nicht geprüft werden. Die Hochschulen können sich also leider auch in Zukunft nicht darauf verlassen, dass alle Abiturienten die den Standards entsprechenden Kompetenzen in allen Sachgebieten erworben haben.

„Mit den jetzt beschlossenen Bildungsstandards bleiben viele Erwartungen unerfüllt, Expertenwissen wurde nicht ausreichend genutzt“, sagt Wolfram Koepf, Professor für Mathematik an der Universität Kassel und Sprecher der „Mathematik-Kommission Übergang Schule-Hochschule“. „Die jetzt verabschiedeten Standards eröffnen aber auch Chancen“, sagt Koepf. „Es ist nun Aufgabe der Länder, die relativ vagen Standards auszugestalten und eine Verbindlichkeit für alle drei Sachgebiete in den Prüfungen festzulegen. Dafür ist Spielraum gegeben. Ich wünsche mir für die Zukunft zweierlei: dass die KMK für ihre Arbeit die Expertise der Fachverbände anerkennt und nutzt; und dass die Bundesländer ihrerseits zu den Arbeitstagen der Kommission Schule-Hochschule Vertreter entsenden.“

### Mathematik-Kommission Übergang Schule-Hochschule

Die drei größten Mathematik-Fachverbände in Deutschland setzen sich gemeinsam dafür ein, den Übergang von der Schule an die Hochschule im Fach Mathematik zu verbessern. Dieses gemeinsame Ziel verfolgen die Deutsche Mathematiker-Vereinigung (DMV), die Gesellschaft für Didaktik der Mathematik (GDM) und der Deutsche Verein zur Förderung des mathematischen und naturwissenschaftlichen Unterrichts (MNU). Die Mathematik-Kommission bündelt die Expertise innerhalb der Verbände und fungiert nach außen als Ansprechpartnerin und Beraterin für die Bildungsadministration.

#### Ansprechpartner:

Prof. Dr. Wolfram Koepf, Universität Kassel,  
Tel. 0561 804 4207  
Email: [schule-hochschule@mathematik.de](mailto:schule-hochschule@mathematik.de)  
[www.mathematik-schule-hochschule.de](http://www.mathematik-schule-hochschule.de)

#### Pressekontakt:

Thomas Vogt, M.A., Freie Universität Berlin,  
Medienbüro Mathematik, Tel. 030 838 75657  
Email: [vogtt@math.fu-berlin.de](mailto:vogtt@math.fu-berlin.de)

## Planarbeit als Qualitätsfalle für den Mathematikunterricht Eine Stellungnahme aus mathematikdidaktischer Perspektive

Vorstand des Arbeitskreises Schweiz-Liechtenstein der GDM

### Planarbeit – Ausdruck eines individualisierenden Unterrichts?

Die Heterogenität der Schülerinnen und Schüler ist eine zentrale Herausforderung für Lehrpersonen. Wie soll man angemessen in heterogenen Klassen Mathematik unterrichten? Und wie sollen unterschiedliche Schülerinnen und Schüler in Mehrjahrgangsklassen gefördert werden? Für viele Schulen und Lehrpersonen liegt die Antwort (scheinbar) auf der Hand: mit Matheplänen!

Die Arbeit mit Lernplänen verspricht einerseits, den unterschiedlichen Lernbedürfnissen der Kinder und Jugendlichen Rechnung zu tragen und andererseits, selbstgesteuertes Lernen zu fördern. Nicht selten wird die Arbeit mit vorgefertigten Matheplänen deshalb als Gegenstück zum lehrpersonenzentrierten Unterricht und als geeignete Form der Individualisierung und Differenzierung propagiert.

Mancherorts dominiert Planarbeit den Mathematikunterricht, und Schülerinnen und Schüler arbeiten anhand ihrer Tages- oder Wochenpläne mehr oder weniger einsam Mathematikaufgaben ab. Meist beschränkt sich dabei die Selbststeuerung der Schülerinnen und Schüler auf die Wahl der Reihenfolge der vorgegebenen Aufträge. Das hat wenig mit einer eigenständigen Planung von Inhalten und Aufgaben zu tun.

In der Regel handelt es sich um vorgefertigte Pläne. Mittlerweile sind diverse Mathematikpläne auf dem Markt, die der Lehrperson und der Schülerin oder dem Schüler das selbstständige Planen „abnehmen“ und im Sinne von einheitlichen Portionen selten ein flexibles Vorgehen ermöglichen. Diese Mathematikpläne sind von unterschiedlicher Qualität und werden teilweise von Schulleitungen als verpflichtend erklärt. Primär wird damit jedoch das Bedürfnis nach Planarbeit befriedigt und nicht dasjenige nach qualitativ hoch stehendem Mathematikunterricht.

### Probleme mit der Planarbeit

Diese Entwicklung ist aus mindestens drei Gründen problematisch:

1. Nur ein kleiner Teil der mathematischen Kompetenzen lassen sich tatsächlich durch Planarbeit fördern. Eine Einführung in einen neuen Stoff und seine vertiefte Erarbeitung kann nicht als Planarbeit umgesetzt werden, obwohl dies diverse Mathematikpläne anregen. Neue Inhalte sind komplex und anspruchsvoll und erfordern daher eine eigentätige *und* eine gemeinsame Auseinandersetzung. Mathematische Zusammenhänge werden nicht automatisch von Kindern entdeckt, sondern brauchen eine herausfordernde Lernumgebung, in der die fachlich kompetente Lehrperson zwischen mathematischen Konzepten und den Schülerinnen und Schülern vermittelt. Fakten können selbstständig nachgelesen und auswendig gelernt werden, aber Verstehen von zentralen mathematischen Konzepten nicht. Verstehen braucht nicht nur Zeit, sondern auch kognitive Aktivität und die Herausforderung durch ein kompetenteres Gegenüber, z.B. die Lehrperson.
2. Bei der Bearbeitung von neuen Inhalten müssen auch neue Begriffe aufgebaut werden. Das aber setzt voraus, dass man in einen Austausch tritt, gemeinsam Probleme löst und über die verschiedenen Lösungsweisen spricht und dabei erlernte Begriffe verwendet. Gerade dafür ist Planarbeit denkbar ungeeignet. Ausschliessliche Planarbeit verleitet deshalb dazu, solche Anforderungen gar nicht mehr zu stellen, weil sie nicht als Arbeitspunkt auf einem Matheplan erscheinen können.
3. Übungssequenzen können in Form von Plänen dann sinnvoll bearbeitet werden, wenn Pensum und Inhalte individuell zusammengestellt und der Plan entsprechend individualisierend oder differenzierend ausgestaltet ist. Die Voraussetzung dafür ist allerdings eine regelmäßige Lernstandsanalyse, auf welcher der individuell ausgestaltete Mathematikplan aufbaut. Darüber hinaus muss eine individualisierte, inhaltlich gut passende Unterstützung der Schülerinnen und Schüler während der Einzelarbeitsphase erfolgen.

Aus diesen Gründen erweist sich bei näherer Betrachtung Planarbeit als Qualitätsfalle für den Ma-

thematikunterricht. Darüber hinaus wird ausschliessliche Planarbeit auch zur Bildungsbenachteiligung: Wer Eltern hat, die einen neuen Inhalt *gut* erklären und damit die Rolle der vermittelnden Lehrperson übernehmen können, oder die genügend Geld haben, um kompetenten Nachhilfeunterricht zu finanzieren, erwirbt dieses neue Wissen. Die anderen bleiben auf der Strecke.

### **Mathematiklernen – ein vielschichtiger, anspruchsvoller Prozess**

Die Kritik, wonach die vorhandenen Lehrmittel nicht geeignet wären für selbstgesteuertes Lernen, ist unüberhörbar. Gute Lehrmittel sind aber gerade *keine* Anleitung für ein reines Selbststudium, sondern ermöglichen einen differenzierten Aufbau von unterschiedlichen Kompetenzen und zielen nicht nur auf Fertigkeiten und Prozeduren ab.

Lernen ist in jedem Fall eine aktive Aufbauleistung, eine Konstruktion von Wissen und ein aktives Vernetzen mit dem eigenen Vorwissen. Lernen erfolgt aber ebenso sehr sozial und situiert und ist ein reflexiver Prozess (vgl. Reusser, 2006). Bezogen auf das mathematische Lernen bedeutet dies, grundlegende fachliche Konzepte zu verstehen, eine geeignete fachliche Sprache zu entwickeln und im Austausch mit anderen immer präziser zu verwenden, um eine gemeinsame Bedeutung für Begriffe zu erlangen. Es bedeutet auch, reale Probleme in die Sprache der Mathematik zu übertragen und mit anderen nach mathematischen Lösungen für komplexe Probleme zu suchen, die gefundenen Lösungen zu diskutieren, Begründungen zu finden und zu argumentieren. Mathematiklernen heisst auch, Zusammenhänge zu erforschen und Muster und Strukturen mit geeigneten Mitteln zu beschreiben und darzustellen. Diese Kompetenzen gewinnen zunehmend an Bedeutung. Sie müssen

von einer Lehrperson herausgefordert und angeregt werden, denn sie stellen sich in der Regel nicht von selbst ein.

Mathematik ist also auch Kommunikation. Als solche muss diese spezifische Sprache gesprochen und im Austausch mit anderen erworben, angewendet, präzisiert und erweitert werden. Schülerinnen und Schüler sollen lernen, mathematisch zu argumentieren oder eine Lösungsidee zu formulieren und schliesslich adressatenbezogen zu kommunizieren. In einem Unterricht, in dem die Individualisierung an erster Stelle steht und die (fachliche) Gemeinschaftsbildung vernachlässigt wird, ist das nicht möglich. Wenn ein solcher Austausch aber nicht stattfindet, werden Lernchancen vergeben. Es besteht die grosse Gefahr, dass nur das bearbeitet wird, was im Rahmen der Planarbeit möglich ist. Dass es sich dabei um eher repetitive Tätigkeiten und Abarbeiten von bereits bekanntem Stoff handelt, liegt auf der Hand.

Ausschliessliche Planarbeit wird deshalb dem Fach Mathematik nicht gerecht und vernachlässigt den Aufbau und die Förderung zentraler Kompetenzen, die im Zusammenhang mit dem Lehrplan 21 (EDK, 2011) in den Fokus rücken.

### *Literatur*

- EDK (2011). Grundkompetenzen für die Mathematik. Nationale Bildungsstandards | Freigegeben von der EDK-Plenarversammlung vom 16. Juni 2011. Bern: EDK.
- Reusser, K. (2006). Konstruktivismus – vom epistemologischen Leitbegriff zur Erneuerung der didaktischen Kultur. In M. Baer, M. Fuchs, P. Füglistler, K. Reusser & H. Wyss (Hrsg.), *Didaktik auf psychologischer Grundlage. Von Hans Aebli's kognitionspsychologischer Didaktik zur modernen Lehr- und Lernforschung* (S. 151–168). Bern: h.e.p.

GDM AK Schweiz-Lichtenstein, Roland Keller (Vorsitz), Pädagogische Hochschule Zürich, Kantonsschulstrasse 3, 8090 Zürich, Schweiz, Email: [roland.keller@phzh.ch](mailto:roland.keller@phzh.ch)

## Arbeitskreis Frauen und Mathematik Augsburg, 19.–21. 10. 2012

Renate Motzer

Die 23. Herbsttagung des Arbeitskreises „Frauen und Mathematik“ der GDM fand vom 19.–21. Oktober 2012 in Augsburg statt. Sie wurde organisiert von Dr. Renate Motzer, die dort als Akademische Oberrätin im Bereich der Mathematik-Didaktik tätig ist.

Die Veranstaltung wurde unter dem Motto „Frauen in der Mathematik – Mädchen im Mathematikunterricht“ am Freitag und Samstag auch als Lehrerfortbildung angeboten. Neben den Arbeitskreismitgliedern waren daher auch interessierte Lehrerinnen und Lehrer (!) aus dem bayerischen Raum anwesend.

Am Freitag, den 19.10., konnte die Tagung mit einer Begrüßungs- und Vorstellungsrunde bei strahlendem Sonnenschein auf dem Balkon des mathematischen Instituts begonnen werden. Diese Vorstellungsrunde wurde dadurch intensiviert, dass jede/jeder sich anhand von verschiedenen Bildern Gedanken über sein eigenes Bild der Mathematik machen sollte und anhand von QuaDiPF-Bildaufgaben (aus der Forschung von Inge Schwank, Osnabrück) darüber nachdenken konnte, ob sie/er eher prädikativ oder funktional denkt. Die Erkenntnis, dass man an solche Aufgaben mit ganz unterschiedlichen Denkansätzen herangehen kann, machte bewusst, dass auch Schülerinnen und Schüler im Unterricht in der gleichen Aufgabe eventuell etwas ganz anderes sehen können und jede Sicht ihre Berechtigung haben kann.

Im ersten Vortrag stellte die Studentin Christine Thalmeir ihre Zulassungsarbeit vor, die an der Uni Augsburg entstanden ist (Titel: „Mädchen und Mathematik – Einflussfaktoren auf die Einstellung der Mädchen zum Mathematikunterricht“). Frau Thalmeir befragte Schülerinnen und Schüler in 5 Realschulklassen nach ihrer Einstellung zur Mathematik und zum Mathematikunterricht. Solch eine Untersuchung kann, da sie nicht repräsentativ ist, zwar keine neuen Forschungsergebnisse bringen, aber Studierende, die solche Untersuchungen durchführen, können erleben, dass sich in manchen Klassen die Trends bestätigen, die in größeren Untersuchungen herausgefunden wurden, dass es aber auch manchmal Klassen gibt, in denen Jungen und Mädchen anders denken und anders mit Mathematik umgehen, als man erwartet hätte. Sol-

che Ergebnisse zeigen den Studierenden folglich, dass sie nicht aufgrund von gewissen Studien Vorurteile bilden und diese auf einzelne Schülerinnen und Schüler oder kleinere Gruppen von Schülerinnen und Schülern übertragen sollten, sondern in ihren Klassen bei jedem Schüler, jeder Schülerin genau hinschauen sollten. Ergebnisse größerer Studien können Lehrkräfte darauf hinweisen, dass es diesen und jenen Zugang zu mathematischen Problemen geben kann und dass es Unterschiede bei den Geschlechtern geben kann. Inwieweit damit das Verhalten konkreter Schüler oder Schülerinnen im Mathematikunterricht beschrieben oder gar erklärt wird, muss die Lehrkraft im Einzelfall prüfen. Sich dies bewusst zu machen, ist eines der Ziele solcher Examensarbeiten.

Im zweiten Vortrag stellten Mitarbeiterinnen des ZdFL (Zentralinstitut für didaktische Forschung und Lehre) der Universität Augsburg ihr aktuelles Projekt vor, das sich unter anderem mit dem „Mathematikunterricht mit Lehrkräften mit Migrationshintergrund in der Perspektive von Schüler(inne)n“ beschäftigt. Schwerpunkt der Forschungsarbeit des ZdFL ist der Bereich „Heterogenität und Bildungserfolg“. Schon länger wurde untersucht, welche Auswirkungen die Heterogenität im Bereich des Geschlechts hat, in den letzten Jahren ist mehr Blick auf einen eventuell vorhandenen Migrationshintergrund in den Vordergrund gerückt. Auch das Zusammenspiel Geschlecht und Migrationshintergrund zu beobachten ist eine spannende Forschungsfrage.

Während am Freitag im Mittelpunkt stand, was an der Uni Augsburg zum Bereich „Mathematik und Gender“ gearbeitet wird, war der Samstag von den Arbeitsschwerpunkten der Arbeitskreismitglieder geprägt. Zunächst führten uns zwei Vorträge in die Geschichte von Mathematikerinnen.

Renate Tobies (Universität Jena) berichtete über das Leben der beiden Hilbert-Schülerinnen Margarethe Kahn und Klara Löbenstein. Beide promovierten bei Hilbert. Beide konnten einen wesentlichen Beitrag zum 16. Hilbert-Problem leisten (das 16. Problem beschäftigt sich mit der Topologie algebraischer Kurven und Flächen). Später arbeiteten sie als Studienrätinnen. In der postdoktoralen

Forschung gab es damals noch nicht unbedingt Plätze für Frauen.

Mechthild Koreuber (Gleichstellungsbeauftragte der FU Berlin und Doktorandin der Geschichte der Mathematik) erläuterte in ihrem Beitrag „Die Noether-Schule: ein Denkraum“, wie Emmy Noether Mathematik verstand und wie sie dieses Verständnis an ihre Schüler weiter geben konnte. Anhand der Biographie von Emmy Noether und einigen ihrer „Schüler“ beobachtete sie, wie Emmy Noethers Denken sich ausbreiten und weiterentwickeln konnte.

Nach diesen geschichtlichen Einblicken stellte uns Irene Pieper-Seier (Oldenburg) neuerer Daten über Frauen in der Mathematik vor. So konnten wir verfolgen, wie sich die Zahlen der Frauen bei den Mathematikstudierenden, bei den Doktoranden und bei den Professuren entwickelt haben. Vor allem bei den Professuren gibt es noch Nachholbedarf, wenn man mit den Studierendenzahlen vergleicht.

Vor der Mittagspause berichtete schließlich noch Beate Curdes von der Jade-Hochschule in Wilhelmshaven von ihren Erfahrungen mit dem Frauenstudiengang Wirtschaftsingenieurwesen. Junge Frauen, die diesen Studiengang wählen, sind in den ersten drei Semestern unter sich, danach besuchen sie gemeinsam mit den sonstigen Studierenden des Wirtschaftsingenieurwesens die weiteren Studienveranstaltungen. Die Jade-Hochschule hat mit diesem Modell bisher sehr gute Erfahrungen gemacht. Die Studentinnen trauen sich in rein weiblichen Gruppen mehr zu und sie trauen sich vor allem mehr zu fragen, so dass sie sich manche Studienprobleme durch rechtzeitiges Nachfragen ersparen können. Als Dozent oder Dozentin einer solchen Veranstaltung bekommt man einiges mehr mit von den Denkwegen und Schwierigkeiten, die Studierende mit den Vorlesungsinhalten haben können.

Nach der Mittagspause berichtete Almut Zwölfer aus Esslingen wie am dortigen Schelztor-Gymnasium Schülerinnen und Schüler in einem Projekt anhand von simulierten Welten lernen, wie man für die Konstruktion und Untersuchung von künstlichen Hüften und Wasserkraftwerken einen Rechner einsetzen kann. Die Schule arbeitet dabei mit der KIT (Karlsruher Institut für Technologie) zusammen. Aus der Gender-Perspektive ist besonders interessant, dass sich für dieses Projekt unerwartet viele Mädchen gemeldet haben.

Ebenfalls um einen Bericht aus dem Unterricht handelt es sich um den Beitrag von Renate Motzer. Sie arbeitet in ihrem Mathematikunterricht in der Sekundarstufe mit Lerntagebüchern, in denen Schülerinnen und Schüler ihre mathematischen Entdeckungen niederschreiben und reflek-

tieren. Betrachtet man die Einträge von Schülerinnen und Schülern, so kann man feststellen, dass sich Schülerinnen häufig wesentlich mehr Mühe geben als ihre Klassenkameraden. Einige Schüler, die sich gar nicht mit dem Führen von Lerntagebüchern anfreunden können, gehören aber gerade zu denen, die im Lehrer-Schüler-Gespräch in Phasen des Frontalunterrichts immer wieder wesentliche Beiträge liefern. Daher lässt sich vermuten, dass diese Schüler einen anderen Denk- und Lernstil pflegen und es für die Lehrkraft wichtig ist, jeden Schüler, jede Schülerin möglichst in seinem/ihrer Denk und Lernstil zu fördern.

Aus dem Bereich der Hochschullehre stellte schließlich Kristina Anna Binder (Erfurt) das Projekt Genial (Gender in der akademischen Lehre an Thüringer Hochschulen) vor. Ziel des Projektes „Gender in der akademischen Lehre“ ist es, sowohl hochschulspezifisch als auch standortübergreifend die Hochschullehre gendersensibel zu gestalten. Dafür wurden der aktuelle Stand gendersensibler Lehre und ihre institutionellen Rahmenbedingungen wissenschaftlich untersucht (z. B. mittels hochschulübergreifender Studierendenbefragung) sowie praxistaugliche und innovative Gender-Maßnahmen entwickelt, umgesetzt und evaluiert (z. B. durch didaktische Begleitung von Lehrveranstaltungen, Weiterbildung für Lehrende, Gender-Module für Studierende). Frau Binder konnte uns erste Erfahrungen aus diesem Projekt berichten.

Mit einem Workshop, in dem Aussagen von Schülerinnen und Schülern zum Mathematikunterricht untersucht und diskutiert wurden, schloss das offizielle Programm am Samstag gegen 18:00.

Nach einer kleinen Stärkung nutzen einige Arbeitskreismitglieder den Aufenthalt in Augsburg, um sich die Version der Augsburger Puppenkiste von Dr. Faust anzuschauen.

Am Sonntag Vormittag schließlich traf sich der Arbeitskreis zur Arbeitskreissitzung. Es wurde die Herausgabe des nächsten Heftes „Mathematik und Gender“ diskutiert und die Arbeitskreissprecherinnen neu gewählt. Die Sprecherinnen sind nun: Renate Motzer als erste Sprecherin und Andrea Blunck als Stellvertreterin. Für die nächste Herbsttagung konnte das Angebot von Renate Tobies angenommen werden. Die nächste Herbsttagung wird also vom 18. 10.–20. 10. 2013 in Jena sein. Der AK dankt der langjährigen Sprecherin Laura Martignon für ihre Arbeit.

Renate Motzer, Universität Augsburg, Universitätsstraße 10, 86135 Augsburg, Email: [Renate.Motzer@math.uni-augsburg.de](mailto:Renate.Motzer@math.uni-augsburg.de)

## Arbeitskreis Geometrie Saarbrücken, 14.–16. 9. 2012

Andreas Filler und Matthias Ludwig

Seine 29. Herbsttagung hielt der Arbeitskreis Geometrie wieder einmal in Saarbrücken ab. Es wurde eine sehr angenehme und gut organisierte Tagung, wofür besonderer Dank dem örtlichen Tagungsleiter Anselm Lambert und seinem Team von der Universität des Saarlandes gebührt.

Das Bilden und Einordnen neuer Begriffe ist einer der zentralen Bestandteile des Geometrieunterrichts. Es ist sicherlich nicht übertrieben, zu sagen, dass Begriffsbildung in der Geometrie einen höheren Stellenwert hat als in anderen Bereichen des Mathematikunterrichts. Geometrische Begriffe reichen von Objekt- über Abbildungs- und Relationsbegriffen bis hin zu Maßbegriffen. Herangehensweisen an Begriffsbildung in der Geometrie haben sich im Verlauf der zurückliegenden Jahrzehnte und Jahrhunderte gewandelt – u. a. hatte der Streit um die Stellung der Abbildungsgeometrie („weg von Euklid“, „zurück zu Euklid“) erhebliche Auswirkungen auf begriffliche Herangehensweisen. Zugleich führen die zunehmende Nutzung von dynamischer Geometriesoftware im Unterricht und in Zukunft die Verwendung von Multi-Touch- und „Wisch“-Techniken auf mobilen Geräten zu neuen Erfahrungen von Schülerinnen und Schülern mit geometrischen Objekten und damit zu neuen oder anders gewichteten Begriffsinhalten – unweigerlich wird dies Konsequenzen auf Begriffsbildungsprozesse haben. Die Tagung befasste sich sowohl – im Sinne einer Retrospektive – mit dem Wandel von Herangehensweisen an geometrische Begriffsbildung im Unterricht in der Vergangenheit als auch mit Erwartungen an die Zukunft: „Ziele und Visionen 2020“.

Es gelang uns, Bernd Wollring von der Universität Kassel als Eröffnungsvortragenden zu gewinnen. Am Freitagabend stellte er in seinem Vortrag zum Thema „Lernumgebungen zu ‚Raum und Form‘ – Reales und mentales Konstruieren in Ebene und Raum“ speziell für die Grundschule konzipierte Lernumgebungen vor, die aber hinsichtlich ihres Potenzials für das Erkennen und Nutzen geometrischer Abbildungen und das darauf basierende Gestalten von Figuren sowie bezüglich damit verbundener Sprachschöpfung und Begriffsbildung weit über die Grundschule hinausreichen. Auch zahlreiche Diskussionen während der gesamten Tagung hat Herr Wollring durch stufenübergreifende Überle-

gungen, die hinsichtlich vieler Begriffe und Konzepte immer die gesamte Schulzeit ganzheitlich in den Blick nahmen, bereichert. Dieser Blick bestärkt uns als Arbeitskreis nochmals in dem bereits verfolgten Ziel, die Grundschule stärker zu berücksichtigen und uns um die stärkere Beteiligung von Grundschullehrerinnen und -lehrern sowie Mathematikdidaktikerinnen und -didaktikern zu bemühen, die sich schwerpunktmäßig dem Geometrieunterricht der Grundschule widmen. (Diese Bemerkung darf und soll als Einladung zu unserer nächsten Arbeitskreistagung im September 2013 verstanden werden.)

Verena Rembowski (Universität des Saarlandes) eröffnete mit ihrem Vortrag „*Begriffslernen: ‚Los von Euklid!‘ und wieder zurück?*“ den Samstag bei unserer Tagung. In einem historischen Überblick über die Reformpädagogik und die Mathematikmethodik der DDR stellte sie verschiedene Ansätze von Begriffsbildung im Geometrieunterricht gegenüber – insbesondere stärker „dynamische“, abbildungsgeometrische Zugänge und eher „statische“ Zugänge anhand von Dreieckskongruenz.

Mit dem „*Problemlösen als einem Weg zu geometrischer Begriffsbildung*“ befasste sich Ana Kuzle (Universität Paderborn). Durch spezifische Beispiele stellte sie neue Wege zur Begriffsbildung für den Geometrieunterricht vor. Eine spezifische heuristische Strategie, das Analogisieren, thematisierte Heinz Schumann (Pädagogische Hochschule Weingarten) in seinem Vortrag „*Geometrische Begriffsbildung durch Analogisieren*“ und führte insbesondere Beispiele an, wie Begriffe der Raumgeometrie durch Analogien zu entsprechenden Begriffen der ebenen Geometrie erarbeitet werden können. Ysette Weiss-Pidstrygach (Universität Mainz) zeigte in ihrem Vortrag „*Lokales Ordnen und Stationenlernen*“, wie Metaphern, Anordnung und Positionierung die Entwicklung mathematischer Begriffe unterstützen können.

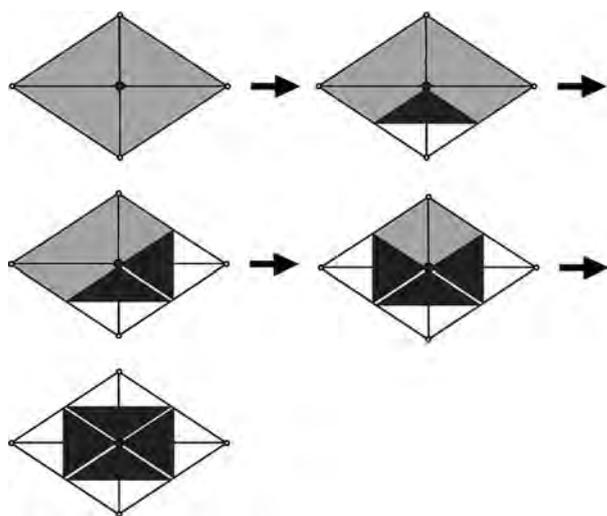
Einen Blick in die Zukunft hinsichtlich des Einflusses neuer Technologien auf Vorstellungen hinsichtlich grundlegender geometrischer Objekte warf Christian Dohrmann (Universität Halle-Wittenberg): „*Begriffsbildung zum Winkel, ausgehend von einem dynamischen Winkelkonzept*“. Der Vortrag gab einen Überblick über die Forschungs-

tuation zur Winkelkonzeptentwicklung und diskutierte einen Ansatz zur Begriffsbildung ausgehend von einem dynamischen Winkelkonzept. Es schloss sich eine rege Diskussion an, in der auch sehr grundlegende Fragen (z. B. hinsichtlich statischer und dynamischer Auffassungen von geometrischen Abbildungen) aufgeworfen wurden.

Begriffliche Fragen im Zusammenhang mit der analytischen Geometrie standen im Mittelpunkt des Vortrages „Senkrecht' und ‚nah': weit tragende Begriffe aus der metrischen Geometrie“ von Johanna Heitzer (RWTH Aachen). Warum führt „senkrecht“ zu „am nächsten dran“? Im Vortrag wurde zunächst intensiv die Anschauung strapaziert, gefolgt von einer Formalisierung und Ausblicken auf nicht-geometrische Anwendungen. Elementar- und analytisch-geometrische Herangehensweisen verband der Vortrag von Dörte Haftendorn, (Leuphana Universität Lüneburg) „Wohin führen Ortskurven?“. Sie führte an Beispielen aus, dass sich viele mathematisch relevante Begriffe und Handlungsweisen bei der Arbeit mit Ortskurven „wie von selbst“ ergeben.

Den letzten Vortrag am Samstag hielt Günter Graumann (Universität Bielefeld) zum Thema „Begriffsentwicklung bezüglich Koordinaten von der Grundschule bis zur Universität“. Als Beispiele für das grundlegende Konzept der Koordinatisierung stellte er u. a. bereits im 2. oder 3. Schuljahr auftretende Figuren im Gitter vor, gefolgt von Beispielen für die Sekundarstufen I und II bis hin zu natürlichen Koordinaten für Kurven und Flächen in der Differentialgeometrie.

Den Abend verbrachten die meisten Teilnehmer der Arbeitskreistagung gemeinsam bei gutem Essen in dem vorzüglichen französischen Restaurant „Le Buchon“ nahe dem Zentrum von Saarbrücken.



Rhombus und Briefumschlag (Hans Walser)

Im weiteren Sinne Bezüge zu Begriffsbildungen im Geometrieunterricht wiesen die Vorträge auf, die Sonntagvormittag gehalten wurden. Marie-Christine von der Bank (Universität des Saarlandes) befasste sich mit dem „Optimieren als Fundamentaler Idee“. Hans Walser (Universität Basel, ETH Zürich) überraschte die Teilnehmer mit „Vergessenen Vierecken“, die im üblichen Begriffskanon, etwa dem Haus der Vierecke, nicht auftreten und nicht einmal Namen haben (Näheres dazu findet man unter <http://jones.math.unibas.ch/~walser/Vortraege/Vortrag82/index.html>).

Den letzten Vortrag der Herbsttagung hielt Norbert Christmann (TU Kaiserslautern) zu „Geometrischen Erkundungen in Bausteinen der Kompositionssoftware AutoGam“.

Während der Tagungspausen konnten die Teilnehmer sehr schöne 3D-Modelle bewundern, die Oliver Labs (Universität des Saarlandes) im Rahmen einer kleinen interaktiven Ausstellung zeigte.

Zum Abschluss der Tagung tauschten die Teilnehmer Eindrücke vom Tagungsverlauf aus und diskutierten mögliche Themen für die Arbeitskreistagung 2013. Dabei wurden folgende Vorschläge unterbreitet:

- Geometrie zwischen Grundbegriffen und Grundvorstellungen – Bezüge der Geometriedidaktik zu den Bezugswissenschaften;
- Kreativität im Geometrieunterricht/Genese der Geometrie;
- Externe und interne Repräsentationen von Schülerinnen und Schülern bei der Entwicklung geometrischer Grundvorstellungen.

Die Diskussion über das Tagungsthema für 2013 wird bei dem Treffen des Arbeitskreises auf der GDM-Bundestagung im März 2013 fortgesetzt, wo dann die Festlegung des Themas erfolgt. Die 30. Herbsttagung des Arbeitskreises Geometrie wird vom 13.9.–15.9.2013 in Marktbreit (in der Nähe von Würzburg) stattfinden. Wir haben also ein Jubiläum zu feiern.

Das nächste Treffen des Arbeitskreises findet in Münster auf der Bundestagung im März 2013 statt. Hierzu ergeht schon heute die Einladung.

Andreas Filler, Humboldt-Universität zu Berlin, Institut für Mathematik, Unter den Linden 6, 10099 Berlin, Email: [filler@math.hu-berlin.de](mailto:filler@math.hu-berlin.de)

Matthias Ludwig, J. W. v. Goethe-Universität, Institut für Didaktik der Mathematik und der Informatik, Arbeitsbereich Sekundarstufen, Senckenberganlage 9, 60325 Frankfurt, Email: [ludwig@math.uni-frankfurt.de](mailto:ludwig@math.uni-frankfurt.de)

## Arbeitskreis Grundschule

### Tabarz, 9.–11. 11. 2012

Simone Reinhold



Tagungsband der Herbsttagung 2012

Die Herbsttagung des Arbeitskreises Grundschule in Tabarz vom 9. bis 11. 11. 2012 widmete sich dem Thema „Prozessbezogene Kompetenzen: Fördern, Beobachten und Bewerten“ und bot etwa 120 Teilnehmerinnen und Teilnehmern aus allen Bereichen der Lehreraus- und -weiterbildung Gelegenheit zum Austausch.

Beate Sundermann (Bochum/Dortmund), Angela Bezold (Würzburg), Friederike Kern und Sören Olhus (Bielefeld) sowie Wilfried Herget (Halle) und Bernd Wollring (Kassel) konnten als Referenten für Hauptvorträge gewonnen werden.

Beate Sundermann (Bochum/Dortmund) bot in ihrem Vortrag mit dem Thema „Lehrerinnen unterstützen – prozessbezogene Kompetenzen fördern“ Einblicke in das Angebot des Projekts PIK AS, das Lehrkräfte u. a. darin unterstützen möchte, die prozessbezogenen Kompetenzen auch im Unterrichtsalltag stärker zu berücksichtigen. Neben Merkmalen guten (Mathematik-)Unterrichts erörterte die Referentin, unter welchen Bedingungen guter Mathematikunterricht gelingen kann und ging mit praktischen Beispielen besonders auf kollegiale Hospitationen im gemeinsam von Lehrerteams geplanten und verantworteten Unterricht ein. Im Zentrum steht dabei das Lernen aller Beteiligten, wobei neben der bestmöglichen Förderung aller Schülerinnen und Schüler stets auch die Weiterentwicklung des Professionswissens und -könnens der Lehrkräfte verfolgt wird. Fachexperten im kooperierenden Team können den referierten Erfahrungen zufolge zudem dazu beitragen, die nachteilige Wirkung fachfremden Unterrichts aufzufangen.

Der Vortrag von Angela Bezold (Würzburg) zum Thema „Argumentationskompetenzen im Unterrichtsalltag fördern, analysieren und bewerten“ widmete sich Elementen des Argumentierens und ging der Frage nach, welchen Aufgaben ein beson-

deres Argumentationspotenzial innewohnt. Auf der Grundlage eines Drei-Phasen-Modells (Erkunden, Entdecken, Erfinden) stellte die Referentin praktische Beispiele aus der Arbeit mit selbstdifferenzierenden Lernangeboten (sog. „Forscheraufgaben“) vor. In Analysen der Argumentationen von Kindern, die sich auf ein von Angela Bezold entwickeltes und erprobtes Kompetenzmodell für das Argumentieren stützten, wurde beleuchtet, wie Kinder unterschiedlicher Leistungsniveaus beim Entdecken und Begründen mathematischer Phänomene vorgehen.

Friederike Kern und Sören Olhus (Bielefeld) referierten zum Thema „Argumentieren und Argumentationskompetenz aus gesprächsanalytischer Sicht“ und charakterisierten mündliches Argumentieren und die damit verbundene Argumentationskompetenz aus der Sicht der Gesprächsforschung. Neben einer theoretischen Einbettung des Argumentierens in die Interaktionsforschung stellten sie u. a. die Frage, welche Anforderungen mit dem Erwerb der Argumentationskompetenz verbunden sind. Eine Unterrichtssequenz zur Anzahlermittlung von Würfelbauwerken bot diesbezüglich praxisorientierte Einblicke und wurde zum Ausgangspunkt der Rekonstruktion eines Problemlöseprozesses, wobei sprachliche und nicht-sprachliche Aktivitäten der Kinder und der Lehrerin in die Argumentation einbezogen wurden.

In seinem Vortrag mit dem Titel „Die etwas andere Aufgabe – und die Sache mit den Kompetenzen“ warf Wilfried Herget die Frage auf, wie wir im Unterricht eine Balance erreichen zwischen inhaltlichen Anforderungen und dem Anspruch, Mathematik als Prozess zu begreifen. Ausgehend von vielfältigen Beispielen aus der Arbeit in der Sekundarstufe (z. B. aus der Rubrik „Die etwas andere Aufgabe“ oder aus dem Feld „Mathematik in der Zeitung“) stellte der Referent heraus, wie bedeutsam es ist, Lernende ihre Wege und Werkzeuge selbst wählen zu lassen und ihnen damit auch das eigenständige Bilden von Begriffen zuzumuten. Damit einhergehen müsse die Entwicklung einer forschenden Haltung bei den Schülerinnen und Schülern, die entsprechende Einsichten durch vielfältige authentische Erfahrungen und Gesprä-

che über Überraschendes oder Fehlendes gewinnen können.

Bernd Wollring (Kassel) schloss die Tagung mit einem Vortrag zum Thema „Von der VERA-Aufgabe zur Lernumgebung? – Zur Konzeption von VERA<sub>3</sub>-basierten Unterstützungen für den Mathematikunterricht in der Grundschule“. Im Mittelpunkt der vom Vortragenden vorgestellten Konzeption steht die Idee, Impulse aus den Bildungsstandards und übergeordnete Planungselemente aus VERA<sub>3</sub> aufzunehmen und diese in Rückmelde- und Unterstützungskonzepte für Lehrkräfte einfließen zu lassen (VERA-RE). Neben ihrer Monitoring-Funktion komme den Verfahren zur Kompetenzmessung wie VERA demnach auch die Aufgabe zu, nachhaltige didaktische Überlegungen anzustoßen. Geschaffen werden müsse dazu ein adäquater „Experimentierraum“, in dem VERA-Aufgaben kommentiert und (z. B. von Studierenden) in das Design von Aufgabenfeldern eingebunden werden. Konkrete Beispiele aus dem Projekt verdeutlichten, wie dieses Konzept umgesetzt werden kann.

Während der Tagung in Tabarz wurden zudem sechs Arbeitsgruppen angeboten. Hier konnte zu verschiedenen Bereichen gearbeitet werden, wobei vor allem laufende Forschungsprojekte vorgestellt und diskutiert wurden:

- Lernen, Lehren und Forschen mit digitalen Medien im Mathematikunterricht der Primarstufe (Koordination: Christof Schreiber & Silke Ladel)
- Vorschulische Bildung (Koordination: Meike Grüßing)
- Arithmetik (Koordination: Elisabeth Rathgeb-Schnierer)
- Kommunikation und Kooperation (Koordination: Birgit Brandt & Marcus Nührenböcker)
- Daten, Zufall und Wahrscheinlichkeit (Koordination: Bernd Neubert)
- Geometrie (Koordination: Carla Merschmeyer-Brüwer & Simone Reinhold)

In der Arbeitsgruppe *Lernen, Lehren und Forschen mit digitalen Medien im Mathematikunterricht der Primarstufe* stellte Andreas Obersteiner (München, derzeit KU Leuven) eine Interventionsstudie vor, die in einer computerbasierten Lernumgebung die Fördereffekte verschiedener Ansätze auf basale numerische Fähigkeiten sowie auf arithmetische Fähigkeiten von Schülerinnen und Schülern am Schulanfang untersucht. Verwendet werden dabei sowohl strukturierte Mengendarstellungen als auch lineare Zahldarstellungen, die einen approximativen Zahlaspekt betonen.

Die Arbeitsgruppe *Vorschulische Bildung* wurde inhaltlich von Dagmar Bönig und Anne Pietsch (Bremen) sowie von Stephanie Schuler und Gerald Witt-

mann (Freiburg) gestaltet, die ihr vom BMBF gefördertes Projekt „AnschlussM“ vorstellten. Im Mittelpunkt steht hier das Ziel, anschlussfähiges Mathematiklernen beim Übergang vom Kindergarten in die Grundschule anzubahnen und entsprechende Impulse für die Aus- und Weiterbildung von pädagogischen Fachkräften im Kindergarten und von Lehrkräften in der Grundschule zu entwickeln.

Die inhaltliche Arbeit der Arbeitsgruppen *Arithmetik* und *Kommunikation & Kooperation* war auf der diesjährigen Herbsttagung eng aufeinander abgestimmt.

Uta Häsel-Weide (Dortmund) gab in einer ersten Sequenz zunächst Einblicke in das Projekt Zebra (Zusammenhänge erkennen und besprechen, rechnen ohne Abzählen). Kinder sollen hier in einer unterrichtsintegrierten Förderung zum Erkennen und Beschreiben sowie zum Nutzen von Strukturen beim Rechnen angeregt werden und sich vom zählenden Rechnen lösen.

Von Uta Häsel-Weide vorbereitetes Datenmaterial aus dem Projekt Zebra gab in einer zweiten Arbeitsgruppensequenz Gelegenheit eine ausgewählte Szene aus der Zebra-Förderung zu analysieren und im Hinblick auf die Ablösung vom zählenden Rechnen zu diskutieren. Zudem wurde auf erste Ergebnisse einer qualitativen Studie eingegangen, die untersucht, wie sich die von den zählend rechnenden Kindern eingenommenen Deutungen im Zuge der Interaktion und Arbeit in der Zebra-Förderung entwickeln.

Kerstin Tiedemann und Markus Helmerich (Siegen) stellten in der Arbeitsgruppe *Daten, Zufall und Wahrscheinlichkeit* die didaktische Grundkonzeption einer Projektkartei für den offenen Mathematikunterricht vor. Schülerinnen und Schüler sollen hier über die eigene Arbeit an stochastischen Beispielprojekten zum Handeln, Forschen und Entdecken angeregt werden.

In der Arbeitsgruppe *Geometrie* stellte Meike Plath (Lüneburg) anhand eines Aufgabentyps zur Räumlichen Veranschaulichung erste Ergebnisse aus ihrem laufenden Promotionsprojekt vor. Dabei steht die Frage im Mittelpunkt, welche Raumvorstellungsstrategien Grundschulkindern des vierten Schuljahres einsetzen und inwiefern sich Strategien zur Bewältigung von Raumvorstellungsübungen weiter ausdifferenzieren lassen.

Die Arbeitsgruppe *Sachrechnen* traf auf der Herbsttagung 2012 nicht zusammen, da das geplante Impulsreferat krankheitsbedingt ausfiel. Geplant ist jedoch, die Arbeit der AG Sachrechnen im kommenden Jahr fortzusetzen (Koordination: Dagmar Bönig).

Christoph Selter (Dortmund) und Marianne Grassmann (Berlin) informierten in einer Kurzprä-

sensation und im Rahmen einer gesonderten Informationsveranstaltung über zentrale Anliegen und organisatorische Strukturen des von der Deutsche Telekom Stiftung initiierten und geförderten Deutschen Zentrums für Lehrerbildung Mathematik (DZLM). Das derzeit aus acht deutschen Universitäten bestehende Konsortium ist inhaltlich vor allem auf die Unterstützung aller Phasen der Lehreraus- und -weiterbildung ausgerichtet und setzt es sich zum Ziel, die in den Bundesländern entwickelten Programme zur Aus- und Fortbildung von Mathematik Lehrkräften programmatisch zu ergänzen bzw. zu koordinieren.

Eine neu zu gründende *Arbeitsgruppe Lehrerfortbildung (Grundschule)* (Koordination: Marianne Grassmann und Christoph Selter) wird ab dem kommenden Jahr auf der Herbsttagung des AK Grundschule zusammen treffen, um sich vertieft Fragen der Aus- und Weiterbildung von Grundschulmathematik Lehrkräften zuzuwenden.

Auf der Herbsttagung 2012 wurde turnusgemäß ein neuer Sprecherrat gewählt. Der Arbeitskreis dankte den ausscheidenden Mitgliedern des Sprecherrats *Christiane Benz* (Karlsruhe) und *Simone Reinhold* (Braunschweig) für ihr Engagement in den vergangenen vier Jahren. *Thomas Rottmann* (Bielefeld) und *Bernadette Thöne* (Bremen) wurden in ihrem Amt bestätigt und werden künftig von den neu gewählten Mitgliedern *Hedwig Gasteiger* (München) und *Claudia Lack* (Wiesbaden) im Sprecherrat unterstützt.

Zur Herbsttagung 2012 wird nun bereits zum zweiten Mal ein Tagungsband erscheinen. Dieser enthält ausführliche Beiträge, die sich auf die Hauptvorträge der Tagung beziehen, und dokumentiert zudem Ergebnisse aus den Arbeitsgruppen.

Der Tagungsband erscheint in der Reihe „Mathematikdidaktik Grundschule“ der UBP (University of Bamberg Press) unter dem Titel der Tagung und wird erneut von *Anna Susanne Steinweg* (Bamberg) herausgegeben. Über OPUS (<http://opus-bayern.de/uni-bamberg/>) besteht Zugang zur elektronischen Version des Tagungsbandes. Die Buchausgabe wird für einen Preis von etwa 15,- € im Buchhandel (oder direkt über den Verlag) erhältlich sein.

Die nächste Herbsttagung des Arbeitskreises Grundschule zum Thema „Mathematik vernetzen“ wird vom 8.11.–10.11.2013 in Tabarz stattfinden. In den Arbeitsgruppen dieser Tagung sollen auch Nachwuchswissenschaftlerinnen und -wissenschaftler wieder die Gelegenheit bekommen, ihre laufenden Projekte vorzustellen.

Weitere Informationen und Anregungen finden Sie auf der Internetseite des AK Grundschule unter <http://didaktik-der-mathematik.de/ak/gs/>.

Simone Reinhold, TU Braunschweig, Institut für Didaktik der Mathematik und Elementarmathematik, Bienroder Weg 97, 38106 Braunschweig, Email: [s.reinhold@tu-braunschweig.de](mailto:s.reinhold@tu-braunschweig.de)

## Arbeitskreis Mathematik und Bildung Werder an der Havel, 16.–18. 11. 2012

Boris Girnat

Die diesjährige Herbsttagung des Arbeitskreises „Mathematik und Bildung“ fand unter der Leitung der beiden Sprecher Andreas Vohns (Universität Klagenfurt) und Boris Girnat (PH Nordwestschweiz) im Tagungshotel „Zur Insel“ in Werder an der Havel statt. Für die Ausrichtung und Organisation vor Ort konnte die Arbeitsgruppe Didaktik der Mathematik der Universität Potsdam gewonnen werden.

### Vorträge und Textvorstellungen

Wie bereits im vergangenen Jahr war die Tagung bewusst thematisch offen gehalten und sollte ein Forum für eine Vielfalt an Themen und ausführlichen Diskussionen bieten (in jedem Vortragslot waren jeweils eine halbe Stunde für Vortrag und Diskussion vorgesehen). So wurde auch tatsächlich durch zehn Beiträge ein breites thematisches Spektrum angesprochen. Neben „traditionellen Vorträgen“ gab es erstmals die Möglich-

keit, vor der Tagung einen Textbeitrag einzureichen, der durch zwei Kommentatoren vorgestellt und anschließend im Plenum diskutiert wurde. Dieses neue Format wurde von drei Teilnehmern aufgegriffen und führte im Plenum zu intensiven und detaillierten Diskussionen über die Texte, die auf dem Online-Forum des Arbeitskreises unter der Adresse <http://wwwu.aau.at/avohns/akmub/forum/> fortgesetzt werden können (das Zugangspasswort erhalten Sie auf Nachfrage von den Sprechern).

### **Publikation: „Mathematik und Bildung“: Call for papers**

Für die Publikationsabsichten des Arbeitskreises wurden auf der Tagung Beschlüsse über die Art der Publikation und den Zeitrahmen vereinbart. Es soll keinen Tagungsband im eigentlichen Sinne geben, sondern ein Buchprojekt, das einen möglichst breiten Überblick über die Forschungsaktivitäten im Bereich *Mathematik und Bildung* erlaubt und sich nicht allein auf die Vorträge der beiden letzten Herbsttagungen beziehen muss und prinzipiell allen am Thema Interessierten offen steht. Die Beiträge sollen einen Umfang von 10–25 Seiten umfassen.

Bei Interesse können Sie bis zum 1. März 2013 Titel und Abstract über das Online-Forum einreichen. Die Artikel selbst sollen in einer Erstfassung bis Anfang Oktober 2013 vorliegen. Auf dem Treffen des Arbeitskreises auf der GDM-Tagung in Münster wird die genaue Organisation des Reviewprozesses festgelegt. Rückmeldungen und Endredaktion sind für die Herbsttagung im November 2013 geplant (Vorläufiger Terminvorschlag: 15.–17.11.2013, endgültige Festlegung des Termins und Tagungsortes im März beim Treffen auf der GDM-Jahrestagung).

### **Treffen auf der GDM und nächste Herbsttagung**

Für das nächste Treffen auf der GDM Jahrestagung konnten wir Wolfram Meyerhöfer für einen inhaltlichen Beitrag gewinnen. Er wird einen Curriculumsentwurf zum Thema „Mathematik für Analphabeten“ zur Diskussion stellen, welchen er gegenwärtig im Auftrag des Volkshochschul-Vernbandes ausarbeitet (wird über die Diskussionsplattform im Januar 2013 den AK-Mitgliedern schriftlich zur Verfügung gestellt). Neben der Diskussion dieses Textes und dem Buchprojekt stehen auf dem Treffen im März die Vorbereitung der Herbsttagung 2013 sowie die Wahl der Sprecher(innen) auf dem Programm.

### **Herbsttagung 2012: Vortragsthemen**

Katja Lengnink (Universität Gießen) stellte in ihrem Vortrag *„Spannungsfelder in der LehrerInnenbildung – Begriffliche Klärungen“* den begrifflichen Rahmen des Siegener/Gießener Forschungsansatzes vor. Dieser Ansatz thematisiert übergreifende und fachbezogene Spannungsfelder in der Mathematiklehrerbildung und setzt zentral auf einen reflektierenden Umgang der angehenden Lehrpersonen mit ihren eigenen, nicht immer konfliktfreien Haltungen, Einstellungen und Vorstellungen zum Thema „mathematische Bildung“.

Thomas Jahnke (Universität Potsdam) hielt unter dem Titel *„Bildung als Erlebnis“* ein Plädoyer für einen ganzheitlichen Bildungsbegriff und thematisierte unter anderem die Problematik, die dadurch entsteht, wenn man versucht, mathematische Bildung auf Bildungsstandards zu verkürzen. Er griff damit zahlreiche gegenwärtig aktuelle Tendenzen in der mathematikdidaktischen Bildungsdiskussion auf.

Hans-Peter Dreyer (ETH Zürich) präsentierte in seinem Vortrag unter dem Titel *„MINT-Interessen an CH-Gymnasien und mögliche Konsequenzen für Mathematik und Physik“* die Ergebnisse einer Pilotbefragung unter rund 2500 Gymnasiast/innen im 9. oder 10. Schuljahr in der ganzen Schweiz über das Interesse für MINT-Fächer vor, bei denen insbesondere Beziehungen zur Schwerpunktsetzung (neusprachlich, wirtschaftlich usw.) berücksichtigt und Vorschläge vorgestellt wurden, wie auch bei unterschiedlicher Schwerpunktsetzung ein Interesse an MINT-Fächern gefördert werden kann.

Werner Peschek (Universität Klagenfurt) problematisierte in seinen *„Anmerkungen zur mathematischen (Allgemein-)Bildung“* das implizite Ziel der Oberstufe, eine Ausbildung zu „mathematischen Mini-Expert(inn)en“ zu gewährleisten. Diese Zielsetzung ignoriere die kollektive Seite von mathematischer Bildung ebenso wie die fachlichen Voraussetzungen, unter denen mathematische Bildung überhaupt erst möglich werde. Anhand von Ergebnissen aus dem von Klagenfurter Seite betreuten Pilotprojekt *„Standardisierte schriftliche Reifeprüfung in Mathematik“* (österreichweites Zentralabitur) zeigte Peschek auf, inwiefern die Ausbildung zu „mathematischen Mini-Expertinnen“ in der Praxis vielfach scheitere. Unterricht könne derzeit in seiner Breite und Vielfalt kaum sicherstellen, dass Schüler(innen) nachhaltig über gemeinsame mathematische Grundkompetenzen verfügten, ohne die eine „Kommunikation mit mathematischen Expert(innen)“ kaum möglich erscheint, erst recht aber ein weiteres mathematisches Lernen in der Hochschule massiv behindert wird.

Swetlana Nordheimer (Humboldtuniversität Berlin) stellte „*Bilder der Gebildeten über mathematische Bildung*“ vor, die anhand von Metaphern in Texten beispielsweise von Klein, Lietzmann und Wittenberg implizite Annahmen über mathematische Bildung aufdecken können.

Boris Girnat (PH Nordwestschweiz) hielt einen Vortrag über „*Geometrische Paradigmen von Lehrpersonen im Kontext mathematischer Bildungsziele: von qualitativen Fallstudien zu einer repräsentativen Erhebung*“, in dem er aus einer qualitativen Interviewstudie idealtypische Ansichten über Inhalte und Ziele eines Geometrieunterrichts vorstellte und nach Möglichkeiten fragte, wie die Ergebnisse dieser Studie für eine repräsentative Erhebung verwendet werden könnten. Dabei wurde über das Problem nachgedacht, ob und wie Ansichten über mathematische Bildung für eine psychometrische Messung operationalisiert werden könnten.

Andreas Vohns (Universität Klagenfurt) stellte Überlegungen „*Zum Bildungspotential des Vektorbegriffs*“ vor. Ausgehend von typischen Lernschwierigkeiten und diskussionsbedürftigen curricularen Schwerpunktsetzungen warf der Vortrag die Frage auf, ob und wie dieser für die Oberstufe zentrale Begriff einen Beitrag zu einer „höheren Allgemeinbildung“ und zur Ausbildung übergreifender mathematischer Ideen beitragen kann, und nicht – wie es zuweilen den Anschein hat – lediglich einen unverstandenen Kalkül initiiert.

### Textbeiträge

Markus Helmerich (Universität Siegen) hatte vorab seinen Text „*Reflexionskompetenz für Handlungsfähigkeit in Spannungsfeldern*“ eingereicht, der auf der Tagung zum ersten Mal das neue Format der Textpräsentation und -diskussion eröffnete. Die Textpräsentation wurde von Günther Graumann übernommen, Franz Picher lieferte ergänzende Anmerkungen, danach wurde die plenare Diskussion eröffnet (dieses Verfahren wurde bei den anderen Textvorstellungen übernommen, die drei Protagonisten tauschten dabei jeweils die Rollen). Der zugrunde liegende Text thematisierte Möglichkeiten, die Reflexionskompetenz über das eigene Lehren von Studierenden zu fördern, und stellte ein Projekt vor, das dazu reflektierende Schreiblässe als zentralen Punkt in Lehrveranstaltungen einbindet.

Günther Graumann (Universität Bielefeld) stellte seinen Text „*Allgemeine Ziele des Mathematikunterrichts – verdeutlicht an drei verschiedenen Beispielen*“ zur Diskussion, in dem drei Unterrichtsbeispiele aus den Bereichen Arithmetik (Zahlenfolgen), Geometrie (Schnitte an Dreiecken und Rechtecken) und Sachrechnen/Anwendungen (Kalender) vorgestellt werden, die Ausgangspunkte zu allgemeinbildenden Zielen im Mathematikunterricht sein können.

Franz Picher (Universität Klagenfurt) steuerte mit „*Texte zur Analysis*“ einen Vorschlag für ein zusätzliches Angebot neben dem „üblichen“ Mathematikunterricht bei. Die Texte beinhalten eine Darstellung der Analysis in einer Art und Weise, die ein Nachdenken und insbesondere ein Stellen der Sinnfrage ermöglichen soll. Die Texte geben dazu eine spezifische Sicht auf die Analysis wieder, nämlich die des Autors und seiner Beschäftigung mit der Sinnfrage.

Die vorgestellten Texte, sowie Manuskripte/Folien zu den Vorträgen finden Sie ebenfalls auf der Diskussionsplattform des AK.

### Rückblick und Ausblick

Die Tagung umfasste bereits am Sonnabend eine längere Diskussion über die Weiterentwicklung des Arbeitskreises, bei der die kommende Herbsttagung, vor allem aber das Publikationsprojekt im Vordergrund stand, das 2013 in Angriff genommen werden soll. Daneben wurde vereinbart, auch die kommende Herbsttagung nicht unter ein Motto zu stellen, sondern sie weiterhin für ein breites Themenfeld „Mathematische Bildung“ offen zu halten, das hoffentlich auch in Zukunft eine so rege und diskussionsfreudige Teilnahme wie an den vergangenen beiden Herbsttagungen fortzuführen wird. Sehr begrüßt wurden zudem das neue Format der Textvorstellung und die vergleichsweise lange Zeit für Diskussionen bei den Einzelvorträgen. Beides soll für die nächste Herbsttagung beibehalten werden.

An dieser Stelle bleibt mir im Namen der Sprecher noch einmal einen herzlichen Dank an die lokale Tagungsorganisation durch die Kolleg(innen) in Potsdam auszurichten.

Boris Girnat, PH Nordschweiz, Institut Sekundarstufe I und II, Küttigerstrasse 42, 5000 Aarau, Schweiz, Email: [boris.girnat@fhnw.ch](mailto:boris.girnat@fhnw.ch)

## Arbeitskreis Mathematikunterricht und Informatik Soest, 28.–30. 9. 2012

Ulrich Kortenkamp und Anselm Lambert

Der Arbeitskreis Mathematikunterricht und Informatik (AKMUI, siehe <http://didaktik-der-mathematik.de/ak/mui>) traf sich in diesem Jahr zum 30. Mal zu seiner Herbsttagung vom 28.–30. 9. 2012 in Soest. Dieses runde Jubiläum sollte dafür genutzt werden, den Arbeitskreis inhaltlich neu zu definieren und Aufgaben für die nächsten Jahre zu finden. Als zentrales Element hierzu diente eine Podiumsdiskussion unter Leitung von Christoph Drösser (Wissenschaftsjournalist, Die Zeit). Die Diskussion wurde live mitprotokolliert und dieses Protokoll möchten wir hier fast unverändert wiedergeben. Es entspricht der Natur eines solchen Protokolls, dass die Formulierungen nicht immer (eher nie!) den Wortlaut wiedergeben, der Charakter der Diskussion und die Kernpunkte treten aber dennoch heraus. Wir haben auch darauf verzichtet, die oftmals notwendige Verkürzung und Zuspitzung nachträglich zu redigieren, alle grammatikalischen und Ausdrucksfehler sind dem Protokoll geschuldet und sollten nicht den Rednern angelastet werden!

Unter dem Eindruck der Fach- und Hauptvorträge und der Podiumsdiskussion wurden dann auf der Abschlussveranstaltung mögliche Themen für die nächste Herbsttagung diskutiert. Zudem wurde des langjährigen Arbeitskreismitglieds Reinhold Thode (Rendsburg) gedacht, der am 19. September 2012 viel zu früh im Alter von 64 Jahren verstarb.

Das endgültige Thema der nächsten Herbsttagung wird auf der Mitgliederversammlung des Arbeitskreises bei der GDM-Tagung in Münster 2013 beschlossen, zu der wir alle Interessierten herzlich einladen. Die vorgeschlagenen Arbeitstitel lauten:

- Algorithmen/Diskrete Mathematik/Schnell und Primitiv
- Mathematikunterricht und Museumspädagogik
- Google statt Gehirn?! – Externalisierung/Internalisierung – Auch Prüfungen sind kein Gegenargument
- Mehr Mathematik als Informatik
- Empirische Untersuchungen zum Computereinsatz
- Ein roter Faden/Konkrete Implementierung in

Schulen/Lehrerinnen und Lehrer besser einbinden

- Der Computer als dritte Kraft für Mathematik als Prozess (umschließt Algorithmen & Google)
- Als Wunsch wurde zudem geäußert einen Hauptvortrag durch einen Lehrer oder eine Lehrerin aus einem anderen Fach als Mathematik einzuladen.

Falls Sie Interesse an diesen Themen oder allgemein an „Mathematikunterricht und Informatik“ haben, laden wir Sie ein, die Mailingliste des Arbeitskreises zu abonnieren. Sie finden Hinweise hierzu auf der oben genannten Webseite.

Ulrich Kortenkamp, Martin-Luther-Universität Halle-Wittenberg, Institut für Mathematik, Didaktik der Mathematik, 06099 Halle (Saale), Email: [ulrich.kortenkamp@mathematik.uni-halle.de](mailto:ulrich.kortenkamp@mathematik.uni-halle.de)

Anselm Lambert, Universität des Saarlandes, Postfach 151, 66041 Saarbrücken, Email: [alambert@math.uni-sb.de](mailto:alambert@math.uni-sb.de)

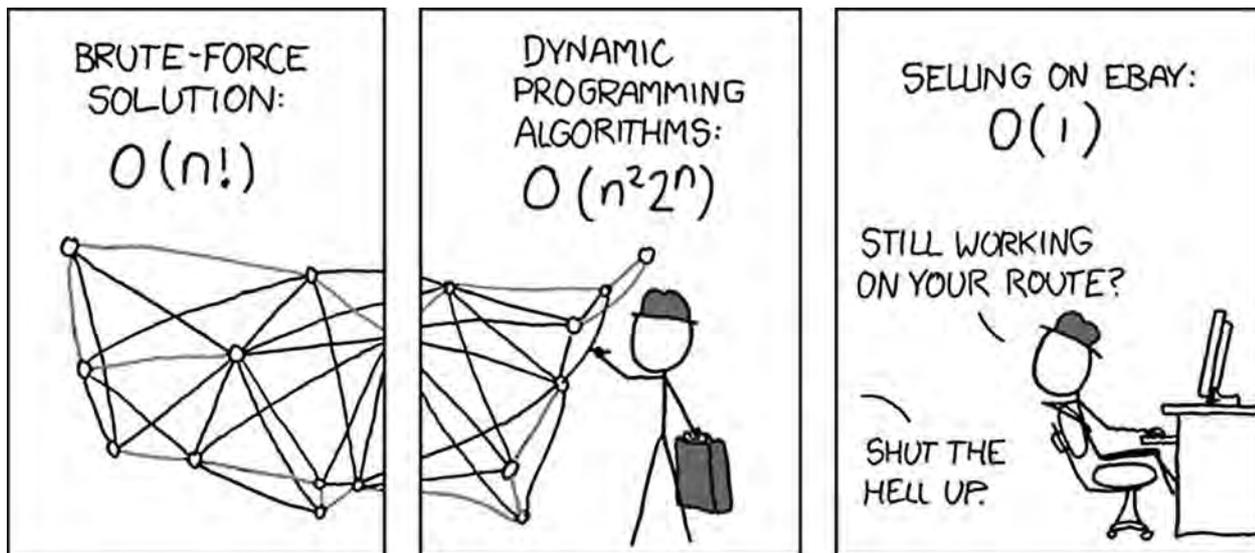
### Podiumsdiskussion „Quo Vadis?“

Auf dem Podium v.l.n.r: Henning Körner, Jürgen Elschenbroich, Christoph Drösser (Moderation), Jochen Ziegenbalg, Reinhard Oldenburg. Live-Protokoll: Ulrich Kortenkamp

*Eingangsstatement Christoph Drösser:* Ich bin der Zuschauer des Dschungelcamps, der sich den AK-MUI von außen anschaut!

CD: Wenn Sie vor 30 Jahren den AK gegründet haben – jetzt haben alle Schülerinnen und Schüler Computer, hat sich jetzt nicht die Mission erfüllt und Sie können den AK auflösen?

HK: Es gab Entwicklungen, die keiner prognostiziert hat. Der Computer ist dominanter, als man sich vorstellen konnte. Die Verwendung im Mathematikunterricht ist nicht zu Ende gedacht.



Travelling Salesman Problem (xkcd.com/CC BY-NC 2.5)

JE: Der Computer ist angekommen und nicht angekommen. Die Geräte sind da, aber sie sind nicht zum Werkzeug im Unterricht geworden. Wichtig: Es müssen stabile Lernumgebungen geschaffen werden. Mission erfüllt? Da muss man auf den Namen des AKMUI schauen! Programmieren gehörte in den Unterricht, Geometrie wurde mit Logo gemacht – davon ist nicht viel übrig geblieben. Das kommt jetzt kurz, ob das schlecht ist, weiß ich nicht. Wir müssen überlegen: Wollen wir das?

CD: Was war eigentlich die Mission?

JZ: Die ursprünglichen Intentionen waren inhaltlich und methodologisch geprägt. Bestimmte fachdidaktische Prinzipien sind besser realisierbar, insbesondere das operative Prinzip. Die Frage ist nicht, ob der Computer *als Gerät* angekommen ist, sondern ob er *in den Köpfen* angekommen ist. Die neuen Problemlösetechniken sind nicht aufgegriffen worden – das wundert mich.

RO: Wir müssen jetzt erst recht nachdenken, der Aufgabenbereich wird immer größer. Dieser Arbeitskreis hat noch sehr viel zu tun, weil der Mathematikunterricht eher von Museumspädagogik geprägt ist.

CD: Heißt das, man kann andere Mathematik lehren? Andere Zweige reinbringen? Manche verdrängen?

RO: Mit Sicherheit! Das passiert auch in der Fachmathematik, siehe experimentelle Mathematik oder Stephen Wolfram's *A New Kind of Science*.

CD: Ein Jahr vor meinem Examen kam Peitgen an unser Institut – sein Vortrag über Fraktale hat mich daran zweifeln lassen, ob ich nicht etwas

verpasst hätte. Damals hat sich die Fachmathematik und auch die Rolle des Computers dort verändert, vom Rechenknecht zum Explorationsinstrument, mit dem man sich Welten verdeutlichen kann, die man sonst nur im reinen Geist hatte.

Ist der Computer einfach nur ein weiteres Werkzeug? Oder bewirkt er einen anderen Blick auf Mathematik?

HK: Ja, das hat der AK oft diskutiert, das ist eine andere Qualität! Es gibt aber Bereiche, in denen spielt er gar keine Rolle.

Die Inhalte des Mathematikunterricht haben sich immer geändert, auch ohne den Computer als Auslöser. Die Frage auf Schule bezogen ist: Bilden wir das dort ab, dass der Computer andere Zugänge ermöglicht? Wann fangen wir wo an? Das bezieht sich auch auf Inhalte, zum Beispiel Diskrete Mathematik.

JE: Natürlich ändert sich vieles. Mit dem Textverarbeitungsprogramm schreibe ich doch auch anders! Das ist beim Computer als Rechenwerkzeug oder Visualisierungsmedium doch genauso. Für mich ist wichtig: Was muss man verstanden haben, um mit dem Computer arbeiten zu können? pq-Formel ist ja auch als Mitternachtsformel bekannt, die müssen die Schülerinnen und Schüler im Schlaf auswendig können – was für ein Blödsinn! Ein Schüler muss auch mit Situationen umgehen können, wo das eben nicht funktioniert oder nicht sinnvoll ist. Mich treibt mehr um, was die Schülerinnen und Schüler vom Gleichungslösungen verstanden haben, nicht, dass sie sie lösen können.

CD: Wenn man neue Dinge in den Unterricht brin-

- gen will (z. B. Algorithmen), dann muss man ja auch etwas rausschmeißen.
- JE: Ich habe selbst für eine Entschlackung plädiert. Aber wenn es dann um konkrete Inhalte geht, dann verteidigt jeder seine Inhalte. Als ich Sinussatz und Kosinussatz streichen wollte, sind sie mir an die Gurgel gegangen.
- Einwurf aus dem Publikum (Lutz Führer): Da haben Sie sich ja schon durchgesetzt!*
- JZ: Wenn jemand keine Suchstrategien kennt, dann stimmt da was nicht. Da sollte man lieber auf Analysis-Inhalte verzichten und statt dessen solche ganz einfachen Inhalte bringen.
- RO: Algorithmen hatten schon mal einen höheren Stellenwert, in den 80er/90ern gab es die 5-Zeiler in den Schulbüchern. Die Frage, was man opfern kann, ist in der Tat sehr schwierig. Es sind schon ganz viele traditionellen Inhalte herausgefallen. Bei der DMV-Tagung hat ein Kollege über Ungleichungen vorgetragen und fundiert mit Materialien belegt, dass der Umfang dieses Themas in den Lehrplänen massiv zurückgegangen ist. Ich kann einiges anbieten:
- Stammfunktions-Kalkül ist verzichtbar
  - Vieles in der Geometrie ist verzichtbar
- JE: Da möchte ich einhaken, an Stammfunktionen hatte ich auch gedacht. Was muss man im Kopf haben, was muss man verstanden haben? Komplizierte partielle Integrationen bringen doch nichts, wenn man nicht weiß, wann man integriert oder differenziert. Wenn man nicht weiß was man tut, dann bringt das nicht. Da müssen wir ansetzen: Was kann man an das Gerät auslagern? Was muss man verstanden haben? Reicht der HDI? Oder doch noch ein paar Integrationsregeln, und die komplizierten fallen weg? Aber sich darüber beklagen, dass die Schülerinnen und Schüler das nicht mehr können (falls das überhaupt stimmt) bringt doch nichts, weil es nichts damit zu tun hat, ob sie etwas verstanden haben.
- HK: Wenn ein neues Thema vorgeschlagen wird, dann muss auch vorgeschlagen werden, was raus soll. In der Oberstufe beobachte ich eine Verdichtung der Themen. 4 Themen (Analysis, LA, analytische Geometrie und Stochastik) statt vorher 2 sind im Abitur, bei 4 Stunden (statt 5), Nivellierung der Spitze durch die neue Organisation der Oberstufe. Eine Folge von PISA: Das Niveau ist angehoben für alle, aber stark gedeckelt nach oben. Und dazu kommen noch die allgemeinen mathematischen Kompetenzen – eigentlich kann man nichts weglassen, aber es muss wohl sein. Man muss auf Exemplarität gehen. Kann jemand auch ohne zwei Ebenen geschnitten zu haben auch Mathematik studieren?
- CD: Wie ist es mit Beweisen? Wird bewiesen?
- HK: Das ist eine Folge des Ausdünnens: Es gibt keine Objekte mehr zum Beweisen. Die Lehramtsstudierenden kennen den Umfangswinkelsatz nicht mehr. Also kann man den auch nicht mehr beweisen.
- JZ: Aber die Nutzung des Computers könnte das ändern. Beweise sind eigentlich nie gemacht worden (*große Proteste aus dem Publikum*) – es fehlte die Strenge. Man muss erst einmal genügend Beispiele (auch Rand- und Sonderfälle) sehen und haben, damit man dann etwas beweisen kann, da kann der Computer helfen.
- CD: Aber Beweise sind doch ein wichtiger Schritt zum Erkenntnisgewinn!
- JZ: Das Heranziehen von Beispielen ist legitim. Und man kann und soll in der Schule doch nicht rigoros axiomatisch beweisen!
- RO: Beweisen ist interessant, das hat einen großen Bezug zum Computereinsatz. Beispiel Geometrie: Da wurde früher einiges bewiesen. Ich sehe in der elementaren Zahlentheorie einige Chancen, da kann man Hypothesen generieren
- JE: In der 7/8 haben strenge Beweise höchst selten stattgefunden, das ist auch nicht adäquat. Man kann einiges lokal machen. Der Computer bringt aber neu den Zugmodus, ich kann das Prinzip vermitteln, spezielle Sonderfälle zu erzeugen, ich kann mit Ortslinien arbeiten, es tun sich neue Möglichkeiten auf! Auch alte Beweise lassen sich wiederbeleben („Siehe!-Beweise“). Das ist besser als strenge Axiomatik!
- Jens Weitendorf aus dem Publikum: Beweise helfen Schülern, Dinge besser zu verstehen (und zu akzeptieren).*
- JE: Ich zitiere Peter Bender: Wenn ein Satz nach einem Beweis nicht mehr geglaubt wird als vorher, dann war der Beweis didaktisch sinnlos.
- Jörg Meyer: Es geht beim Beweisen darum, Beziehungen zwischen Sätzen herzustellen, nicht den Satz glaubhafter zu machen! Man braucht einen überraschenden Sachverhalt, wenn der Schüler den Satz eh' glaubt ...*
- Horst Hischer: Ein Beweis muss nicht axiomatisch sein! Das ist ganz schwer, und das will auch die Fachmathematik nicht. Begründen im Sinne des lokalen Ordners ist ein Beweis!*
- Jan Müller: Der Computer hilft dabei, ein Beweisbedürfnis zu erzeugen (z. B. bei Verkettung von Ableitungen). Siehe auch Wittmann/Müller – „Wann ist ein Beweis ein Beweis?“*
- CD: Haben Schülerinnen und Schüler nicht einen wesentlichen Teil der Mathematik nicht verstanden, wenn sie einen doppelten Beweis besser finden als einen einfachen?

*Lutz Führer: Ich finde das richtig. Ich zitiere [???]: Ein guter Beweis ist einer, der uns klüger macht. An Beweisen kann man mehr über eine Sache lernen als ohne Beweise. Wenn der Beweis zur Wahrheitssicherung dient, dann bin ich dafür, ihn in der Schule zu verbieten. Dann geht es nur noch um die Standessicherung der Lehrerschaft. Einer ist schlauer als die anderen und teilt den anderen mit, was die Wahrheit ist.*

*Wilhelm Sternemann: Wenn mit Rechnungen eine Formel gezeigt wird, dann ist das auch ein Beweis*

*Dörte Haftendorn: Eine algebraische Herleitung ist ein Beweis, da gibt's gar nichts!*

*Bernhard Burgeth: Ein Beweis ist adressatengebunden.*

*Martin Epkenhans: Algorithmen müssen bewiesen werden!*

*Katharina Klembalski: Es lässt sich gar nicht alles beweisen, aber manche Dinge sind doch durch den Computer trotzdem zugänglich. Welches Bild der Mathematik wird vermittelt?*

*HK: Es sind andere Dinge im Vordergrund – in der Geometrie zum Beispiel der Phänomenbereich. Es ist nicht per se so, dass der Computer Beweisen behindert oder befördert.*

*Schüler können Satz und Umkehrsatz nicht unterscheiden.*

*Lutz Führer: Zurück zum Thema! „Quo Vadis?“*

*Ich erinnere mich, dass Herr Ziegenbalg begeistert war, dass man mit dem Computer jetzt Sachen elementar machen kann, die vorher kompliziert waren. Also: elementare Mathematik ist leistungsfähig, wenn man den Computer nutzt. Zum Beispiel passiert das auch in der diskreten Mathematik. „Schnell und primitiv“ könnte doch auch mehr Menschen zugänglich sein als komplizierte Verfahren, also könnte man doch eventuell auch mehr Menschen erreichen? Ich glaube aber, dass das ein langer historischer Prozess ist. Was ist denn unverzichtbar? Das angeblich unverzichtbare im Moment ist doch aus Tradition entstanden und nicht vernünftig begründet. Wir müssen angesichts der neuen Möglichkeiten wieder zur Begründung kommen. Was ist sinnvoll? Die einfachen Verfahren könnten ein Schritt zur Demokratisierung des Geistes sein!*

*JE: Wir müssen auch am Bild von Mathematik bei den Lehrerinnen und Lehrern arbeiten.*

*CD: Es werden politische Entscheidungen auf Grund von Simulationen getroffen. Man sieht den Bildern aber nicht an, wie gut die Mathematik dahinter ist. Gehört die Kritikfähigkeit an solchen Modellen mit zur notwendigen mathematischen Bildung?*

*JZ: Man kann solche komplexen Simulationen natürlich nicht im Unterricht machen, aber man kann das Prinzip dahinter durchaus in den Unterricht bringen. Ich gebe Herrn Führer recht*

– es ist sehr viel sinnvoller, direkt zu diskretisieren und damit einen enormen Schritt in Richtung Elementarisierung vorzunehmen und es damit einem weitaus größeren Personenkreis erschließbar zu machen.

Ich möchte aber auch auf einen anderen Aspekt eingehen: Kann man dem Computer überhaupt glauben? Das ist ein wichtiger Aspekt für die Allgemeinbildung. Das Gefühl dafür, wie falsch Computerergebnisse selbst für triviale Rechnungen sein können, ist nicht vorhanden. Die Fehler, die entstehen können sind gewaltig – und man kann nicht sehen, ob das Ergebnis richtig oder falsch ist.

*RO: Hier fließen einige Dinge zusammen. Schlüsselbegriff: Demokratisierung. Das Ideal der Mathematik: Die Unabhängigkeit der Aussage von der Person, die die Aussage trifft.*

*Computer können Chancengleichheit herstellen helfen.*

*Dörte Haftendorn: Meine Studentinnen und Studenten sagen: Warum haben wir das (Graphentheorie, diskrete Mathematik, ...) nicht in der Schule gemacht? [es gibt übrigens nicht nur formale Beweise!] Der Mathematikunterricht verodet zunehmend! Stetigkeit weg, Grenzwertbegriff weg, ... Beispiel: Chaos bei Lagrange-Lösungen*

*HK: Zitat: Das Prozessieren mit Daten ersetzt das Generieren von Daten.*

*Frage: Auf welche Ebene muss man gehen, um Einsicht zu schaffen? Muss man bei Simulationen die Differentialgleichungen aufstellen können? Der Mehrwert, den man haben kann, ist, dass die Daten nicht mehr mühselig generiert werden können.*

*Lutz Führer: Wir reden hier die letzte Viertelstunde über deterministische Modelle. Die Modelle, um die es geht, sind aber stochastische Modelle. Beispiel: Inflationsrate. Man kann sich selbst einen Warenkorb zusammenstellen bei deStatis, auch als Normalbürger, und damit dann die persönliche Inflationsrate ausrechnen lassen. Man könnte damit die Volksverdummung der Talkshows mit der Schule unterlaufen (wenn man das will).*

*Bernhard Burgeth: Was will man? Soll der Computer zum Erkenntnisgewinn genutzt werden?*

*JZ: Der Computer ist zunächst mal schlicht ein Werkzeug, das allgemeinste, was die Mathematik zur Verfügung hat. Er ist universell für alle Ziele (die genannt wurden) einsetzbar. Zum allgemeinbildenden Unterricht hat immer der Gebrauch der typischen Werkzeuge gehört (Geodreieck, Rechenstab, ...) – heute ist das eben der Computer. Und darum muss er mit im Unterricht behandelt werden.*

*Bernhard Burgeth: Die Schülerinnen und Schüler haben schon Erfahrungen mit dem Computer, aber als Spaßinstrument. Das muss man bedenken!*

CD: Vor 30 Jahren war der Computer ein Spezialistenwerkzeug. Jetzt kommen die Schülerinnen und Schüler mit dem Computer in die Schule. Sollte sie also wissen, wie er funktioniert? Oder ist das wie beim Auto, da muss man auch nicht mehr wissen, wie der Motor funktioniert.

*Horst Hischer: Wir reden die ganze Zeit über den Einsatz der Computers im Mathematikunterricht. Aber alle Fächer gemeinsam sollen zur Aufklärung beitragen. Der Computer als bedeutsames gesellschaftliches Phänomen muss auch durch den Mathematikunterricht beleuchtet werden. Die Mathematik muss auch aus fachspezifischer Sicht zum Verständnis beitragen. Also nicht nur Computer als Werkzeug für den Mathematikunterricht, sondern auch als Inhalt des Mathematikunterrichts. Mathematik kann da nicht als Leitfach verwendet werden.*

*Dörte Haftendorn: Man sollte schon verstehen, dass im Taschenrechner die Wurzeltaste über ein Verfahren funktioniert, und nicht über Tabellen. Auch Lehrerinnen und Lehrer müssen also was über Numerik lernen. Man muss eine gewisse Grundvorstellung haben! Es gibt auch schöne andere Beispiele – wie so funktioniert ein Navi ... Die Schülerinnen und Schüler spüren – da lerne ich etwas, was mir nützt, und damit erhöht man die Akzeptanz von Mathematik und kann damit auch mehr Stoff schaffen.*

CD: Wie funktioniert die Wurzeltaste?

*Dörte Haftendorn: Das kann ich gerne auf jedem Level erklären!*

JE: Ich möchte relativieren. Man kann nicht einfach „gut“ oder „schlecht“ sagen. Beim Hammer ja auch nicht. Und Geodreiecke waren hochgradig unanständig. Was mache ich womit? Was sind die Basisoperationen? Was passt als Basisoperation zu welchem Werkzeug? Die katastrophalen Fehler entstehen, wenn die Aufgabenstellung nicht im Einklang zum Werkzeug steht.

CD: Ich hörte von den Plänen mit dem GTR in NRW, das gab es doch schon vor 30 Jahren mit dem TR. Ist das jetzt eigentlich eine Kampagne von Casio oder ...? Lehrer sagt: Die Geräte sind nicht vernetzt, also kann man nicht pfuschen. Kann man dahin kommen, dass Google nicht mehr als Pfuschen gilt?

JE: Früher gab es Kofferklausuren – für mich ist das kein Problem, die Frage ist dann: Was für eine Aufgabe stelle ich. Wenn Internet verfügbar ist, dann ist die Aufgabe anders als wenn man nur Bleistift und Papier im abgeschotteten Raum hat.

*Katharina Klembalski: Der Computer verdeckt die Mathematik zunächst. Wenn man da in die Tiefe geht, dann muss man auch mal etwas in Frage stellen,*

*und das ist wichtig für den Demokratie-Aspekt der Mathematik.*

*Bernhard Burgeth: Kofferklausur ist anders als Internet.*

JE: Es ist halt nicht sinnvoll, eine Aufgabe zu stellen, die man mit Google schnell lösen kann.

BB: Aber das ist schwierig.

*Hans-Georg Weigand: Viele der Ideen hier sind überzeugende Argumente für den Unterricht. Aber warum wird es denn nicht schneller verwirklicht. Ich denke, man muss die Lehrkräfte überzeugen, das ist den letzten Jahren nicht gelungen. Außerdem muss man die realen Gegebenheiten sehen, und da gibt es Prüfungen. Und es dauert alles sehr lange. Zum Beispiel ist die Algebra, die wir heute machen, aus den 50er/60ern.*

HK: An der Uni ist man oft auch stolz, dass man ohne den Rechner auskommt.

Die Ideen sind alle schon lange da, aber es gibt oft Personen, die auf der inhaltlichen Ebene mauern.

*Hannes Stoppel: Die Referendare und Lehrer sind nicht vernünftig vorbereitet und wir erschlagen durch die ungeheure Vielfalt sowohl Lehrkräfte als auch Schülerinnen und Schüler.*

Jan Müller (Vollzeitlehrer): 3 Wünsche!

1. Mir ist wichtig, rote Fäden zu stricken. Wie zieht sich etwas durch die Jahrgangsstufen durch? Man könnte zum Beispiel Beweisen und Computereinsatz durch den Unterricht ziehen (horizontal oder vertikal)
2. Ich wünsche mir Stellungnahmen zur Dezentralisierung. Lehrerinnen und Lehrer müssen die Freiheit haben, die große neue Vielfalt einzusetzen, das kann nicht zentral gesteuert werden.
3. Ich wünsche mir Maßnahmen. Es wissen viel zu wenige von diesem Arbeitskreis. Die Basis der Lehrerinnen und Lehrer kennt die AKe der GDM nicht.

*Rolf Neveling: Ich sehe das Problem, dass die Situation sehr festgefahren ist. Der AK ist zukunftsorientiert. Teilzentrales Abitur wäre vielleicht eine Lösung, aber auch das wurde abgeschmettert.*

*Das dezentrale Abitur bot viele Freiheiten, das ist alles nicht mehr da.*

*Jens Weitendorf: Das, was gerade zum AK gesagt wurde, gilt für die gesamte didaktische Forschung.*

*Wenn ich von Norderstedt nach Soest möchte, dann jogge ich nicht, wenn ich durch den Wald joggen möchte, dann nehme ich keine Hilfsmittel. Man muss die Hilfsmittel nutzen, die da sind. Es ist eine Illusion zu glauben, dass irgendein Ingenieur heutzutage noch etwas ausrechnet.*

*Ulrich Kortenkamp: Was ist mit dem Zentralabitur in Bayern?*

JE: Ein Student von mir ist nach Bayern gegangen, hat dort etwas gemacht, was nicht im Abitur vorkommt, und wurde aus dem Kurs entfernt.

*Bernhard Burgeth: Softwareentwicklung und Schule sind vollkommen anders getaktet (Software viel schneller). Derive ist weg. Schule ist sehr träge, Softwareentwicklung viel schneller, die Ausbildung an den alten Werkzeugen ist manchmal fast obsolet.*

JZ: Ich warne davor, der Softwareentwicklung hinterherzuhecheln. Das, was im Mathematikunterricht vermittelbar ist, stellt den Kern aller Software dar. Software von vor 10–20 Jahren ist immer noch geeignet, die Kernziele zu vermitteln. Und: es muss nichts kosten.

JE: Alte Software kommt bei Schülerinnen und Schülern nicht gut an. Man kann aber auch nicht immer neueste Versionen nutzen. Das Problem ist da, was tun wir? Setze ich das Programm als Werkzeug ein oder verwende ich Lernumgebungen? Diese Lernumgebungen müssen Verlage mit didaktischer und wissenschaftlicher Begleitung schaffen.

*Dörte Haftendorn: Werkzeugeinsatz ist eine klare Sache. Die Lehrerbildung muss sich wandeln. Die Lehrerinnen und Lehrer müssen das in ihrer Ausbildung mitbekommen. Die Schulen sind da weiter als die Hochschulen, das wird als Entschuldigung missbraucht. Da muss und kann sich etwas ändern.*

ZWISCHENRUF: *Bayern (Repräsentant aus Franken): Unsere Familienministerin hat gesagt „was für Bayern gut ist, ist auch für Deutschland gut“. Die Kopplung ist nicht so stark, dass alle neuen Entwicklungen verhindert werden. Das Zentralabitur ist nicht entscheidend. Und basta.*

*Bei der Software sind wesentliche Schritte gelungen, und die Entwicklung erfolgt mit Didaktikern zusammen.*

CD: Abschlussfrage – Wie wichtig ist das „I“ im Namen AKMUI?

HK: Computer ist Kulturtechnologie, man muss ihn benutzen, auch reinschauen. Es gibt tatsächlich eine inhaltliche Verengung, und das ist komischerweise der Wunsch der Lehrerschaft.

Alles was über das Kerncurriculum hinaus geht ist nicht verkäuflich. Und das ist eine Folge des Zentralabiturs. Das was ich in den 90ern gemacht habe, ist heutzutage nicht mehr möglich. Es gibt keine Spielwiesen mehr.

JE: Es wird hier wenig Zoff geben, wir haben ja eine informatikaffine Zuhörerschaft. Die Informatik wird im Mathematikunterricht weiter an Bedeutung verlieren, falls sie überhaupt noch existiert ist. Wichtigere Frage: Was passiert jetzt durch den GTR-Erlass in NRW? Was machen die Schulbuchautoren? Gibt es in fünf Jahren überhaupt noch GTR? Oder Smartphone-App? Was ist mit iPads? Welchen Einfluss hat die Fingerbedienung?

JZ: Es sollten keine genuinen Informatik-Inhalte im Mathematikunterricht vermittelt werden. Es gibt aber einige Themen (Algorithmik!) die mehr Mathematik als Informatik sind. Was ist mit Computergrafik? Pixelgrafik vs. Vektorgrafik? Ist das etwas für den Mathematikunterricht? Audio-Formate? In welchem Fach? In Musik? In Mathematik? In Informatik? Das muss ausdiskutiert werden.

Ein philosophisches Problem an Herrn Körner: Kann man überhaupt stochastische Simulationen mit einem deterministischen Computer durchführen?

[Gibt es überhaupt Stochastik? Ist die Welt nicht deterministisch? Gibt es einen freien Willen? Anmerkung des Protokollanten]

RO: Es gab Zeiten, da gab es kein Abitur ohne Latein. Es könnte doch auch sein, dass es einmal ein Abitur ohne Mathematik gibt, oder? Nur wenn die Mathematik einen wesentlichen Beitrag zur Allgemeinbildung und Welterschließung bildet, wird sie auf Dauer legitimiert sein. Und diese zu erschließende Welt ist durch digitale Werkzeuge geprägt!

CD: Das ist ein schöner Schlusssatz.

## Arbeitskreis Mathematikdidaktik und Mathematikunterricht in Österreich Kapfenberg, 2.–3. 11. 2012

Edith Schneider

Die Herbsttagung 2012 des AK „Mathematikdidaktik und Mathematikunterricht in Österreich“ hat vom 2.–3. November 2012 in Kapfenberg stattgefunden.

Der ersten Teil der Tagung ist Berichten aus der Arbeit von für die österreichische Mathematikdidaktik relevanten Kommissionen sowie dem Austausch über aktuelle institutionelle Entwicklungen und Kooperationen gewidmet:

Auch in diesem Studienjahr ist an allen Standorten eine beträchtliche *Erhöhung der Studienanfänger(innen)zahlen für das Lehramt Mathematik* zu beobachten, an den PHs gilt diese auch und insbesondere für das Grundschullehramt. Der Grund dafür dürfte u. a. in der zur Zeit großen Nachfrage an Mathematiklehrer(inne)n, insbesondere im Bereich der Sekundarstufe, liegen. Dies führt zur (problematischen) Situation, dass an manchen Standorten Lehramtsstudierende bereits vor Abschluss des Studiums von Schulen eingestellt werden.

Von den PHs wird vom Unterrichtsministerium die Entwicklung von *Curricula für die Ausbildung von NMS-Lehrer(innen)* (NMS: Neue Mittelschule) erwartet, was nicht nachvollziehbar ist, da in naher Zukunft die Pädagog(inn)enbildung als Gesamtes geändert wird und sich damit auch die Rahmenbedingung für die Lehramtsausbildung gravierend ändern werden.

An der Universität Klagenfurt ist ein *Universitätszentrum „School of Education“ (SoE)* mit Fakultätsstatus eingerichtet worden. In der SoE wird ein Fokus auf Forschung und Entwicklung im Bereich Lehrer(innen)bildung mit unmittelbarem Bezug zur bestehenden Aus- und Weiterbildung liegen.

Das generell in der deutschsprachigen Mathematikdidaktik bestehende *Nachwuchsproblem* wird auch in Österreich bei der Besetzung von (den wenig vorhandenen) Mathematikdidaktikstellen (insbesondere Post-Doc-Stellen und Professuren) deutlich sichtbar. Das Fehlen eines Grundstudiums zur Didaktik der Mathematik wird in diesem Zusammenhang als ein gravierendes Problem gesehen.

Das Besetzungsverfahren für die in Österreich *erste Grundschulprofessur für Didaktik der Mathema-*

*tik*, die an der Alpen-Adria Universität ausgeschrieben ist, ist im Laufen; mit einem Besetzungsvorschlag ist im Dezember 2012 zu rechnen.

Am 24. September 2012 ist die *österreichische Gesellschaft für Fachdidaktik (ÖFGD)* gegründet worden. Das dahinterstehende Anliegen ist – nach Vorbild der in Deutschland installierten Gesellschaft für Fachdidaktik – alle Fachdidaktiken in Österreich unter einen Dachverband zu vereinen. Die GDM ist der ÖFGD beigetreten und wird dort durch den GDM AK „Mathematikdidaktik und Mathematikunterricht in Österreich“ vertreten. Als Delegierte der GDM sind Edith Schneider (Univ. Klagenfurt) und Susanne Eisner (PH Wien) entsandt worden. Auf der Herbsttagung werden als stellv. Delegierte Karl-Josef Fuchs (Univ. Salzburg) und Sabine Reindl (priv. PH der Diözese Linz) nominiert. Im Zuge der Gründung sind vorerst 13 fachdidaktische Vereinigungen in die ÖFGD aufgenommen worden, weitere Anträge liegen vor. Erste Vorsitzende der ÖFGD ist die Chemiedidaktikerin Anja Lembens.

Der jährliche *Fachdidaktiktag Mathematik* ist heuer an der Universität Klagenfurt zu Gast gewesen. Das Programm hat drei Vorträge umfasst: von W. Dörfler zu „Mathematikdidaktik im Wandel der Zeit 1970 – heute“, von Th. Deutscher zu „Sicherung mathematischer Basiskompetenzen“ und von W. Peschek zu „Zentralmatura Mathematik (AHS) – Intention, Konzeption, Erfahrungen“ ergänzt um Erfahrungsberichten von Pilotlehrer(inne)n aus diesem Projekt.

Auf der Herbsttagung wurden auch Möglichkeiten diskutiert, *eine breitere Wahrnehmung der (und Verständnis von) Mathematikdidaktik in der Öffentlichkeit* zu erreichen. Hier setzt man auf das von der GDM in Ausarbeitung befindende Medienkonzept.

Das neue Dienstrecht für Mitarbeiter(innen) an Pädagogischen Hochschulen wird vorgestellt und diskutiert. Es sieht künftig Voraussetzungen für Professuren an Pädagogischen Hochschulen vor, die sich an universitären Anforderungen anlehnen.

Im zweiten Teil der Tagung werden aktuelle, die österreichische Mathematikdidaktik (mit

betreffende Entwicklungen und Themen präsentiert und diskutiert:

### **Pädagog(inn)enbildung NEU**

Roland Fischer, der Mitglied des gemeinsam vom Unterrichts- und Wissenschaftsministerium für die Entwicklung von Vorschlägen für eine gesetzliche Fixierung einer Pädagog(inn)enbildung NEU eingesetzten vierköpfigen Entwicklungsrates ist, berichtet über den aktuellen Stand der Entwicklungen. Einige wesentliche Eckdaten:

Intendiert sind zwei „große“ Lehramtsstudien: LA für Elementar- und/oder Primarbereich und LA für Sekundarstufen mit einem gemeinsamen Kern für alle. Der Umstieg innerhalb dieser Lehrämter soll vereinfacht/erleichtert werden. Die LA-Ausbildung setzt sich zusammen aus einem achtsemestrigen Bachelor-Studium, einer anschließenden 1–2-jährigen Induktionsphase und einem ein- bis zweijährigen Master-Studium (das berufsbegleitend absolviert werden kann/soll) – erst danach ist man vollausgebildete(r) Lehrer(in) mit (eigenständiger) Unterrichtsberechtigung. Träger der Pädagog(inn)enbildung neu sollen Verbünde von Universitäten und Pädagogischen Hochschulen sein, die gemeinsam die Pädagog(inn)enbildung betreiben; welche Institution dabei die Leadership wofür übernimmt, ist auszuhandeln. Auch alternative Modelle (z. B. Eingliederung der PHs an Universitäten; Einrichtung einer School of Education) können von den Institutionen entwickelt und vorgeschlagen werden.

Die Vorschläge des Entwicklungsrates werden auf der Herbsttagung intensiv diskutiert. U. a. wird die Sinnhaftigkeit und insbesondere Machbarkeit eines parallel zur Induktionsphase zu absolvierenden Masterstudium in Frage gestellt sowie die Nicht-Trennung von Fach und Fachdidaktik (zusammengefasst in ein Bündel „schulfachbezogene Fachwissenschaften“) zwar als herausfordernd für Aushandlungsprozesse zwischen Fach und Fachdidaktik, aber auch als problematisch für die Positionierung der Fachdidaktik eingeschätzt.

### **Standardisierte schriftliche Reifeprüfung im Fach Mathematik („Zentralmatura“)**

Werner Peschek berichtet über Intentionen und Konzeption des Klagenfurter Zentralmaturaprojekts (AHS). Der im Rahmen des Projekts entwickelte Grundkompetenzkatalog wird erläutert ebenso wie konzeptionelle Eckdaten (wie Fragen der Nicht-Kompensierbarkeit und des Technologieeinsatzes), Entwicklungspotential sowie not-

wendige Unterstützungsmaßnahmen. Die Ergebnisse der ersten zentralen schriftlichen Reifeprüfung in Mathematik am 8. 5. 2012 im Rahmen eines Schulversuchs werden vorgestellt und zur Diskussion gestellt, Empfehlungen aufgrund der Projektergebnisse werden skizziert.

Die Arbeiten an der Zentralmatura werden vom bifie auf Basis des Klagenfurter Konzepts weitergeführt.

Im Bereich der Berufsbildenden Schulen sind aufgrund der unterschiedlichen inhaltlichen Ausrichtungen der Schulen (technische, wirtschaftliche, ... Ausrichtung) neun unterschiedliche Zentralmaturen vorgesehen, wobei ein für alle gemeinsamer („schultypenunabhängiger“) Teil, sowie ein zweiter, schultypenspezifischer Teil vorgesehen sind (Bericht: Bernd Thaller).

### **Mathematische Leistung(smessung) und das Rasch-Modell**

Andreas Vohns erläutert in seinem Vortrag Grundannahmen und statistische Hintergründe des Rasch-Modells und zeigt Problematiken des Einsatzes des Rasch-Modells (Möglichkeiten und Grenzen einerseits modellbedingt, andererseits in der Art und Weise der Verwendung des Modells) für mathematikdidaktische Fragen und Anliegen auf. Es folgte eine angeregte Diskussion. (Basis des Vortrags: Vohns, A. (2012): Zur Rekonstruierbarkeit impliziter Standardsetzungen zentraler Prüfungen mit Hilfe des Rasch-Modells. *Journal für Mathematikdidaktik* 33 (2), S. 339–349.)

### **Lehrplanreform Grundschule**

Im bm:ukk wird an einer Reform des Lehrplans Mathematik für die Grundschule gearbeitet. Der bestehende Lehrplan stammt aus dem Jahr 1986! Mitglieder des GDM AK sind die in die Überarbeitung des Lehrplans involviert (u. a. Maria Fast, Franz Platzgummer, Michael Gaidoschik und Edith Schneider)

Maria Fast präsentiert einige von der Lehrplangruppe angedachte/intendierte Überarbeitungen im Bereich der Arithmetik, stellt sie zur Diskussion und bittet um Einschätzungen aus Sekundarstufenperspektive: Öffnen des Verfahrens der schriftlichen Subtraktion (der derzeitige Lehrplan schreibt ein Verfahren (Ergänzen) verbindlich für alle vor), Streichung der Division mit zweistelligem Divisor aus dem Lehrplan der Grundschule; verstärkte Förderung des Zahlverständnisses – vermehrt gestütztes Kopfrechnen und flexibles Rechnen; Daten (Statistik) nicht nur auf der 4. Schulstufe.

### Qualifikationen von Maturant(inn)en – „Lernstandserhebungen“ an der Schnittstelle Schule–Universität/Hochschule

Von Bernd Thaller wird der Vorschlag eingebracht, in Österreich eine Mathematik-„Lernstandserhebung“ von Studienanfänger(inne)n zu machen. Als mögliche Ziele einer solchen Lernstandserhebung werden u. a. genauere Kenntnis des Ausgangsniveaus von Studienanfänger(inne)n und damit Möglichkeiten für die Entwicklung gezielter(er) Fördermöglichkeiten oder auch (Er)Kenntnisse dahingehend, ob

Auswirkungen der ab 2015 verpflichtenden Zentralmatura erkennbar werden, diskutiert. Als besonders interessant und herausfordernd wird von den Anwesenden eine gemeinsame Entwicklung eines entsprechenden Fragebogens für eine solche Lernstandserhebung gesehen und die dazu notwendigen inhaltlichen Diskussionen und Aushandlungen. Bernd Thaller wird in einer e-mail Aussendung Interessierte zu einer Mitarbeit in diesem Projekt einladen; ein erstes Treffen (Sondersitzung des AK) zur Festlegung der Ziele und ersten konzeptionellen Überlegungen wird voraussichtlich im Jänner 2013 stattfinden.

## Arbeitskreis Psychologie und Mathematikdidaktik Rauischholzhausen, 19.–20. 10. 2012

Anke Lindmeier

Wo scheint die Sonne, selbst wenn es im Rest der Republik regnet? Zumindest für das Tagungswochenende des AKs Psychologie und Mathematikdidaktik scheint die Antwort empirisch abgesichert Rauischholzhausen zu lauten. In guter Tradition trafen sich wieder knapp 25 Teilnehmerinnen und Teilnehmer zu einer intensiven Arbeitstagung, auf der in diesem Jahr Tim Heemsoth, Inga Niedermeyer, Stephanie Schlump und Kathleen Philipp ihre Forschungsarbeiten ausführlich vorstellten. Ein erfreulich breites Spektrum an Forschungsarbeiten zeigte dabei auf, wie die unterschiedlichen mathematikdidaktischen Fragestellungen bearbeitet werden können. Die anschließenden regen und konstruktiven Diskussionen bewerteten alle Vortragenden für die weitere Auschärfung der Projekte als hilfreich, wie die Rückschau zeigt.



Schloss Rauischholzhausen (Foto: Hydro/CC-BY 3.0)

### Tim Heemsoth, IPN Kiel: *Fremde Fehler verstehen – eigene vermeiden? Eine Interventionsstudie zum negativen Wissen und mathematischen Verständnis in der Bruchrechnung*

In der Lehr-Lern-Forschung wird der Reflexion von Fehlern ein großes Lernpotenzial zugesprochen. Fraglich ist, inwieweit es den Aufbau negativen Wissens und die mathematische Leistungsentwicklung fördern kann. Es wurde ein Unterrichtsexperiment mit Prä-Post-Design vorgestellt, in dem neun 6. Klassen an einer 12-stündigen Unterrichtsintervention zur Bruchrechnung teilnahmen. Die Schülerinnen und Schüler jeder Klasse wurden zwei unterschiedlichen Lernumgebungen zugeordnet. In der F-Lernumgebung mussten sie fremde Fehler reflektieren und korrigieren; in der K-Lernumgebung korrekte Lösungen reflektieren und nahezu identische Aufgaben neu lösen. Vor und nach der Intervention wurden das Sachwissen und das negative Wissen sowie Kontrollvariablen erhoben.

Die Ergebnisse dieser ersten Studie zeigen, dass in der F-Lernumgebung signifikant mehr negatives Wissen aufgebaut wurde als in der K-Lernumgebung. Für das Sachwissen lässt sich hingegen kein signifikanter Effekt feststellen. Detailliertere Analysen wurden vorgestellt sowie Implikationen für die Forschung und den Unterricht diskutiert.

*Kernpunkte der Diskussion und neue Perspektiven*

Der Arbeitskreis hat konstruktive Vorschläge zur präsentierten Studie unterbreitet. Insbesondere die Anlage als Interventionsstudie im Klassenkontext wurde positiv bemerkt. Hinsichtlich der theoretischen Vorüberlegungen wurde insbesondere eine stärkere Abgrenzung der Konstrukte „Wissen“ und „Negatives Wissen“ sowie eine stärkere Klärung ihres Verhältnisses angesprochen. Infolgedessen wurden auch Vorschläge erörtert, inwieweit die Passung zwischen Konstrukten und Messinstrumenten zusätzlich überprüft werden kann.

**Inga Niedermeyer, Leuphana Universität****Lüneburg: Auswirkungen von Symmetriebedingungen in Aufgaben zur räumlichen Perspektivübernahme am Schulanfang**

Als räumliche Perspektivübernahme wird die Fähigkeit bezeichnet, sich vorstellen zu können, wie Gegenstände aus einer anderen Perspektive als der eigenen betrachtet aussehen. Bei Gegenständen mit einer vertikalen Symmetrieebene gibt es zwei Ansichten, die bezüglich einer vertikalen Achse symmetrisch zueinander sind und sich nur durch die Links-Rechts-Ausrichtung unterscheiden. Dies legt die Vermutung nahe, dass sich die Symmetrie von Objekten bei Aufgaben zur räumlichen Perspektivübernahme als erschwerender Faktor erweist und die zueinander symmetrischen Ansichten häufig verwechselt werden. Im Vortrag wurde ein systematisch variiertes Aufgabenset vorgestellt, das in videografierten Interviews mit 95 Schülerinnen und Schülern am Anfang des ersten Schuljahres zur Untersuchung dieser Vermutung eingesetzt wurde. Erste Ergebnisse zeigen wider Erwarten in den Lösungsraten keinen Unterschied zwischen symmetrischen und unsymmetrischen Objekten. Unterschiede in der Art der Fehler sowie den Begründungen der Kinder (für deren Auswertung ein Kategoriensystem entwickelt wurde) spiegeln jedoch die in den Aufgaben berücksichtigten Merkmale wider.

*Kernpunkte der Diskussion und neue Perspektiven*

In der anschließenden Diskussion wurde deutlich, dass die systematische Variation von Aufgaben zur räumlichen Perspektivübernahme spannende Einsichten liefern kann. Die Rückmeldungen bezogen sich vor allem auf die aktuelle Arbeitsphase, in der die Auswertung und Interpretation der Ergebnisse anstehen. So wurde unter anderem die Frage aufgeworfen, ob Aufgaben mit symmetrischen und unsymmetrischen Objekten überhaupt dieselben Fähigkeiten beanspruchen oder aber weitere

Aspekte zu berücksichtigen sind. Diese und weitere interessante Anregungen werden die Auswertung der Vortragenden bereichern und helfen, die Bedingungen, unter denen räumliche Perspektivübernahme bereits am Schulanfang gelingt, genauer herauszuarbeiten.

**Stephanie Schlump, Carl von Ossietzky Universität Oldenburg: Wie denken erfahrene Lehrkräfte über die Entwicklung der Problemlösekompetenz von Schülerinnen und Schülern?**

Das Problemlösen ist eine der zentralen prozessbezogenen Kompetenzen, die Schülerinnen und Schüler im Mathematikunterricht erlangen sollen. Lehrpersonen sind somit vor die Herausforderung gestellt, ihren Unterricht zur Förderung der Problemlösekompetenz ihrer Schülerinnen und Schüler fachdidaktisch zu strukturieren.

Im Vortrag wurde zunächst der Begriff der fachdidaktischen Strukturierung geklärt. Zum Aufbau der Problemlösekompetenz wurden aus theoretischer Perspektive zwei Aspekte unterschieden: Die kurzfristige Strukturierung – mit Blick auf kognitive Aktivitäten von Lernenden während des Problemlöseprozesses – und das Bereitstellen von Heuristiken im Sinne eines langfristigen Kompetenzaufbaus.

Der Fokus des Vortrages lag auf der Darstellung der empirischen Perspektive des Promotionsprojektes: In einer qualitativen computerbasierten Interviewstudie sollen Erkenntnisse über die handlungsnahen Kognitionen von zwölf erfahrenen Gymnasiallehrkräften zu diesem Thema gewonnen werden. Kern der Interviews bildeten auf theoretischer Grundlage konstruierte Unterrichtsvignetten. Im Vortrag wurden das komplex konstruierte Untersuchungsdesign sowie erste Ansätze zur Auswertungsmethodik vorgestellt.

*Kernpunkte der Diskussion und neue Perspektiven*

In der Diskussion wurde deutlich, dass das auf Grundlage der theoretischen Überlegungen konstruierte Untersuchungsdesign geeignet ist, um die Forschungsfragen zu beantworten. Weiterhin wurden durch die Diskussionsrunde konstruktive Verbesserungsvorschläge für die Auswertungsmethodik geliefert. Als Ausblick wurde auch der potentiell fruchtbare Einsatz von Unterrichtsvignetten in der Lehrerbildung diskutiert.

**Kathleen Philipp, Pädagogische Hochschule  
Freiburg: Experimentelles Denken von  
Schülerinnen und Schülern im Fach Mathematik**

Mathematikerinnen und Mathematiker formen Hypothesen nicht etwa durch Ableitung aus bestehenden Sätzen, sondern in der quasi-experimentellen Arbeit mit Beispielen. Sie explorieren Gegenstandsbereiche, generieren Hypothesen und überprüfen diese. Solche fundamentalen kognitiven Prozesse sind auch die Grundlage experimentellen Denkens von Schülerinnen und Schülern. In einer Interviewstudie wurden experimentelle Prozesse Lernender analysiert und konzeptualisiert. Auf der Basis eines auf diese Weise empirisch gestützten Theorierahmens „innermathematischen Experimentierens“ wurde darüber hinaus eine Lernumgebung zur Förderung experimenteller Prozesse entwickelt. Diese wurde im Rahmen einer Interventionsstudie erprobt. Ergebnisse beider Studien wurden im Vortrag vorgestellt.

*Kernpunkte der Diskussion und neue Perspektiven*

In der Diskussion ergaben sich zwei wesentliche Impulse, die im Hinblick auf mögliche aufbauende Fragestellungen bedeutend sein könnten. Zum einen wäre es auf Basis der Ergebnisse der Studie – des erfolgreichen Trainierens experimenteller Strategien – von großem Interesse, Aussagen über das parallele Erlernen strategischen und inhaltlichen Wissens treffen zu können. Zum anderen wäre zu überlegen, inwiefern das postulierte theore-

tische Modell innermathematischen Experimentierens neben der Operationalisierung und der Förderung experimenteller Strategien zusätzlich validiert werden könnte, indem beispielsweise weitere Hypothesen zum Zusammenhang mit anderen Merkmalen abgeleitet und überprüft werden.

**Ausblick**

Herzlichen Dank für die durchweg informativen, professionellen und kurzweiligen Vorträge! Im Jahr 2013 wird der AK Psychologie und Mathematikdidaktik sich voraussichtlich vom 18. bis 19. Oktober im Schloss Rauischholzhausen einfinden, um vier neue Projekte ausführlich zu diskutieren. Dabei soll das Forum wieder für fortgeschrittene oder kurz vor dem Abschluss stehende Arbeiten offen sein. Ihr Interesse an der Tagung können Sie bei einer der beiden Sprecherinnen Silke Ruwisch ([ruwisch@uni.leuphana.de](mailto:ruwisch@uni.leuphana.de)) oder Anke Lindmeier ([lindmeier@ipn.uni-kiel.de](mailto:lindmeier@ipn.uni-kiel.de)) bekunden. Wir weisen zudem darauf hin, dass die Jahrestagung 2013 der International Group for the Psychology of Mathematics Education (IGPME) – das internationale Vorbild dieses Arbeitskreises – vom 28. Juli bis 2. August in Kiel stattfinden wird, so dass hier die Gelegenheit besteht, auch auf internationaler Ebene in fachlichen Austausch zu treten ([www.pme2013.de](http://www.pme2013.de)).

Anke Lindmeier, IPN Kiel, Olshausenstraße 62, 24118 Kiel, Email: [lindmeier@ipn.uni-kiel.de](mailto:lindmeier@ipn.uni-kiel.de)

## Arbeitskreis Vergleichsuntersuchungen Soest, 16.–17. 10. 2012

---

Gabriele Kaiser und Timo Leuders

Auf der diesjährigen Herbsttagung des Arbeitskreises wurden – wie es der Tradition und Zielsetzung des Arbeitskreises entspricht – Themen und Projekte aus der empirischen Bildungsforschung aus mathematikdidaktischer und interdisziplinärer Perspektive vorgestellt und diskutiert.

Als Gastredner konnte Dirk Richter (Kiel), der am IQB die Federführung bei der Durchführungen der nationalen Vergleichsstudie der Grundschulen innehatte, gewonnen werden. Dirk Richter stellte sowohl die auf das Fach Mathematik bezogenen Ergebnisse näher da als auch Leistungs-



Studie: Ergebnisse des  
IQB-Ländervergleichs 2011

analysen mit Bezug auf soziale Disparitäten. Auf besonderes Interesse stießen die Befunde zur Lehrerfortbildung. Hier liegen erstmals Daten zur Fortbildungsbedingungen im Bundesländervergleich, zu Fortbildungsbedarfen und -entscheidungen von Lehrkräften sowie zur fachfremden Lehrkräften vor. Die Studie ist im Internet unter <http://www.iqb.hu-berlin.de/laendervergleich/LV2011> verfügbar.

Timo Leuders (Freiburg) präsentierte in seinem Beitrag „Modellierungen mathematischer Kompetenzen – Kriterien für eine Validitätsprüfung“ eine vergleichende, exemplarische Übersicht über rezente Ansätze der Modellierung mathematischer Kompetenzen und bewertet diese insbesondere bezüglich ihrer Validität. Dabei griff er auf das breite Validitätskonzept von Messick (1995) zurück. Es wurde aufgezeigt, wie eine systematische Bewertung der verschiedenen Validitätsaspekte (Relevanz und Repräsentativität, kognitive Konsistenz, strukturelle Passung, Generalisierbarkeit, Diskriminanz und Nutzungsimplicationen) eine differenzierende Einschätzung bestehender Kompetenzmodellierungen befördern und Leitlinien für Konstruktion neuer Kompetenzmodelle bereitstellen kann.

Regina Bruder (Darmstadt) und Nora Feldt (Darmstadt) stellten eine theoretische Modellierung für den Begriff des mathematischen Grundwissens vor dem Hintergrund der Tätigkeitstheorie von Giest & Lompscher vor. Dieses Konzept wurde gemeinsam mit Oliver Schmitt, Renate Nitsch und Kristina Richter (alle Darmstadt) entwickelt und bildet die Grundlage für ein Gemeinschaftsprojekt mit Guido Pinkernell (Heidelberg) und Gilbert Greefrath (Münster) zur „Konzeptualisierung und Operationalisierung mathematischen Grundwissens“ als Voraussetzung für ein erfolgreiches Weiterlernen in weiterführenden Bildungseinrichtungen, insbesondere in einem Studi-

um. Ziel der Theoriebildung ist die Bereitstellung von Grundlagen zur Entwicklung und Erprobung eines entsprechenden Testinstruments mit dem Schwerpunkt auf der Leitidee „Funktionale Zusammenhänge“, um mathematisches Grundwissen unter der Berücksichtigung von technologischen und curricularen Rahmenbedingungen sowie verschiedenen Aspekten der Unterrichtsgestaltung im Übergang von der SI auf die SII und am Ende der SII erfassen zu können. Ein solches Testinstrument (online) wird aus der Lehrerschaft derzeit auch nachgefragt. Die tätigkeitstheoretisch abgeleitete Grundwissensdefinition lautet: „Als Mathematisches Grundwissen bezeichnen wir jene mathematischen Kenntnisse, Fähigkeiten und Fertigkeiten, die bei allen Schülerinnen und Schülern am Ende der beiden Sekundarstufen in Form von Begriffen, Zusammenhängen und Verfahren langfristig und situationsunabhängig, das heißt insbesondere ohne den Einsatz von Hilfsmitteln, verfügbar sein sollen. Ein solchermaßen verstandenes Grundwissen umschließt sowohl konzeptionelles als auch operatives Wissen.“ Das Projektteam möchte die Expertise aller an dem Thema interessierten Fachdidaktiker/innen gerne einbeziehen und bittet um Kontaktaufnahme und Beteiligung an den Expertenratings.

Stanislaw Schukajlow (Paderborn) und André Krug (Paderborn) berichteten über eine Studie zur „Interessenentwicklung durch multiple Lösungen – eine Analyse mit Hilfe von Pfadmodellen“. Empirische Forschungen erfordern von Fachdidaktikern weitreichende Kompetenzen im Bereich der statistischen Auswertungsmethoden. Im Fokus des Vortrags stand eine kritische Auseinandersetzung mit den Analysen von Pfadmodellen, welche in letzten Jahrzehnten an Bedeutung deutlich gewonnen haben. Die theoretische Überlegung und praktische Analyse von Pfadmodellen in der Forschungspraxis wurde anhand der Befunde zum Interessenentwicklung durch die Behandlung von multiplen Lösungen veranschaulicht. Die Daten für die Analysen wurden im Rahmen des DFG-Projekts MultiMa gewonnen. Mit Hilfe der Pfandanalysen konnte man zeigen, dass die positiven Effekte der Behandlung von multiplen Lösungen auf Interesse in Mathematik in Übereinstimmung mit der Selbstbestimmungstheorie durch das Kompetenzerleben im Unterricht vermittelt werden.

Gabriele Kaiser, Universität Hamburg, Fakultät EPB – für Erziehungswissenschaft, Psychologie und Bewegungswissenschaft, Von-Melle-Park 8, 20146 Hamburg, Email: [Gabriele.Kaiser@uni-hamburg.de](mailto:Gabriele.Kaiser@uni-hamburg.de)

Timo Leuders, Pädagogische Hochschule Freiburg, IMBF, Kunzenweg 21, 79117 Freiburg, Email: [leuders@ph-freiburg.de](mailto:leuders@ph-freiburg.de)

## Doktorandenkolloquium der GDM in Bad Wildbad „bei“ Karlsruhe

Eileen Braun, Christian Dohrmann, Daniel Frischemeier, Marina Fromme, Jana Kreuzler, Stefanie Kuhle-  
mann, Svenja Lesemann, Michael Liebendörfer, Stefanie Müller-Heise, Laura Ostsieker, Verena Rembow-  
ski, Denise Resche, Vanessa Richter, Alexandra Scherrmann, Kathrin Schlarman, Stephanie Schlump,  
und Sebastian Schorch



Teilnehmer(innen), Organisationsteam und Expert(innen) des Doktorandenkolloquiums 2012

Vom 26.9. bis 28.9.2012 trafen sich siebzehn Doktorandinnen und Doktoranden in der Landesakademie für Fortbildung und Personalentwicklung an Schulen in Bad Wildbad. Das Organisationsteam bestand aus Prof'in Dr. Christiane Benz, Prof. Dr. Ulrich Kortenkamp und Prof. Dr. Sebastian Wartha. Das von der PH Karlsruhe durchgeführte und von der GDM geförderte Projekt konnte die vier in der Betreuung von Promotionsarbeiten erfahrenen Expertinnen und Experten Prof'in Dr. Kristina Reiss, Prof'in Dr. Regina Bruder, Prof'in Dr. Anna Susanne Steinweg und Prof. Dr. Rudolf vom Hofe engagieren. Wir Doktoranden waren dabei jeweils einem Expertenduo zugeordnet, welches uns dann konstruktive Rückmeldung zu unseren Promotionsvorhaben gab. Dabei stand jeder Teilnehmerin und jedem Teilnehmer eine Stunde für die Präsentation des Promotionsprojekts und die Diskussion zur Verfügung. Neben den Vorträgen wurde von den Organisatoren auch genügend Raum zum geselligen Beisammensein gelassen. Dadurch konnten vor allem diejenigen von uns, die an Standorten mit nur wenigen Doktorandinnen und Doktoranden arbeiten, neue Kontakte knüpfen.

Die zunächst lange Anreise in die bergische Landschaft zur Akademie entmutigte uns nicht am Doktorandenkolloquium teilzunehmen. Nach ei-

ner Vorstellungsrunde am Mittwochmittag konnten wir zügig mit den Vorträgen beginnen. Hilfreich für die eigene Arbeit war vor allem der externe Blick auf das eigene Promotionsprojekt, da die Expertinnen und Experten aus ihrem Blickwinkel konstruktiv Stellung zum jeweiligen Promotionsprojekt bezogen und uns lohnenswerte Anregungen mit auf den Weg gegeben haben. Hilfreich waren die Anmerkungen der Expertinnen und Experten zum Untersuchungsdesign, die uns einen guten Einblick in die Grundsätze mathematikdidaktischer Forschung gaben. Nach einem Impulsvortrag zu Perspektiven nach der Dissertation, vorgelesen von Prof'in Dr. Kristina Reiss, konnten wir Doktorandinnen und Doktoranden uns ein „concept image“ zur „Internationalität“ der GDM bilden. Den Abschluss des Tages bildete ein zusammengestelltes Abendprogramm. Auch hier gab es einen guten Ratschlag seitens der Organisatoren: Die Doktorandinnen und Doktoranden sollten sich abends mindestens genauso lange vernetzen wie die Professorinnen und Professoren.

Am Spätnachmittag des zweiten Tags, nach den Vorträgen der Doktorandinnen und Doktoranden, konnten wir neue Energie bei der Besteigung des Sommerbergs tanken. Nach ersten Verwirrungen am Startpunkt überwand die Gruppe ziemlich zügig über einen steilen Berganstieg die erste Hälfte des Berges. Sehenswert war dabei der Bike Park, den unser Wanderweg häufig kreuzte. Am Aussichtspunkt angelangt, kehrte die Gruppe noch vor dem bevorstehenden nasskalten Wetterwechsel in ein Gasthaus ein. Der Abstieg gestaltete sich unerwartet malerisch. Der Schwarzwald zog die Bergsteigenden in seinen Bann und begeisterte durch sein märchenhaftes Erscheinen. Nach der Wanderung erwartete uns Doktorandinnen und Doktoranden ein Impulsvortrag von Prof. Dr. Rudolf vom Hofe zu Standards wissenschaftlichen Arbeitens. Dazu wurde von uns der Text „Towards Basic Standards for Research in Mathematics Education“ von Djordje Kadijevich (2005) vorbereitend gelesen. Der Impuls bot uns die Möglichkeit das Promotionsprojekt an wissenschaftlichen Standards auszurichten und somit strukturiert wahrzunehmen.

Freitags gab es einen letzten Vortragenden. Den Abschluss der Tagung bildete eine Gruppenevaluation, durchgeführt von Prof'in Dr. Anna Susanne Steinweg. Nach Verschriftlichung der eigenen Eindrücke wurden die Rückmeldungszettel in der Gruppe vertauscht. So konnte jeder das Statement seiner Mitdotorandin oder seines Mitdotoranden vortragen oder eigene Punkte ergänzen. Als besonders positiv wurden die Diskussionen der Promotionsprojekte sowie die gute Atmosphäre untereinander herausgestellt. Die Gruppe war sehr zufrieden mit der Organisation des Doktorandenkolloquiums und empfand die Rückmeldungen der Expertinnen und Experten konstruktiv. Zudem wurde die Möglichkeit der Vernetzung zwischen Doktorandinnen und Doktoranden gelobt.

Unsere gemeinsamen Erlebnisse in Bad Wildbad geben uns das Gefühl ein Teil der „Community“ zu sein, an das wir uns gern erinnern, wenn wir wieder allein am Schreibtisch sitzen, die Expertenrückmeldungen überdenken und versuchen diese in unsere Projekte einzuarbeiten. Nicht zuletzt bedanken wir Teilnehmerinnen und Teilnehmer uns beim Organisationsteam für die Wahl des märchenhaften Tagungsorts, des wundervollen Wetters und die Gesamtorganisation der Tagung. Ein besonderer Dank gilt den Experten für die hilfreiche, konstruktive und ehrliche Rückmeldung zu den Dissertationsprojekten. Auch die GDM, welche uns das Doktorandenkolloquium durch die finanzielle Unterstützung überhaupt erst ermöglicht hat, soll hier nicht unerwähnt bleiben:

Danke!

## Vom Freiburger Trichter – Die GDM Summerschool 2012 in Freiburg

Jenny Cramer und Alexander Salle



Die Teilnehmer(innen) der Summerschool 2012

Enthält ein Artikel über die Summerschool der Gesellschaft für Didaktik der Mathematik den Begriff des Trichters, so könnten Assoziationen zum Nürnberger Trichter aufkommen, der als Sinnbild für das „grobe Eintrichtern“ von Wissen steht und insbesondere die Aktivität des Lernenden vernachlässigt (vgl. Borchardt, Wustmann und Schoppe, S. 347). Es soll im Folgenden gezeigt werden, warum dieser Bericht den Begriff des Trichters völlig zurecht in der Überschrift führt (These I), jedoch auch, dass er sich fundamental vom Nürnberger Exemplar unterscheidet (These II) und worin diese Unterschiede bestehen.

Um das zu klären, werden nach dieser Einleitung dreierlei Aspekte beleuchtet und anschließend deren Implikationen für die genannten Thesen in einem Fazit gebündelt.

(a) Zur Untersuchung der Thesen werden zuerst der Ablauf der Woche und die Auswahl bzw. Anordnung der Themen beleuchtet. In der ersten Einheit zeigten Prof. Dr. Timo Leuders und Prof. Dr. Andreas Eichler als Gastgeber auf, wie sich qualitative und quantitative Forschungsansätze exemplarisch zusammenführen lassen. An den ersten beiden Tagen fanden weiterhin Einführungen in qualitative (Dr. Mathias Martens) und quantitative Forschungsmethoden (Prof. Dr. Detlev Leutner) statt und wurden durch einen Überblick über „Forschungsdesigns“ (Prof. Dr. Alexander Renkl) zusammengeführt. Diese drei Seminare vermittelten einen Eindruck der beiden Forschungsparadigmen und ihrer Verknüpfung. Im Anschluss

an diese inhaltlich weit gefassten Themen folgten am Mittwoch Workshops, die in spezifischere, frei wählbare Bereiche einführten. Dazu zählten Grundlagen des Rasch-Modells und Mehrebenen-Modelle (Prof. Dr. Markus Wirtz), qualitative Interviews (Dr. Andreas Schulz) und qualitative Auswertungen von Videos (Stephanie Schuler). An den letzten beiden Tagen folgten Vorträge über quantitative Auswertungen von Videos (Dr. Christine Pauli), fachdidaktische Entwicklungsforschung und Lernprozessanalysen (Prof. Dr. Susanne Prediger), Erstellung eines exemplarischen qualitativen Forschungsvorhabens (Prof. Dr. Jens-Holger Lorenz) und die Konstruktion von Tests in der mathematikdidaktischen Forschung (Prof. Dr. Elisabeth Moser-Opitz).

Über die Dauer der Woche war eine stärker werdende Konkretisierung erkennbar. Versucht man diese mit einem Diagramm (Abb. 1) zu beschreiben, so ähnelt es einem zweistufigen Trichter mit zwei Breiten: weit und schmal.

(b) Die Betrachtung der sozialen Strukturen bringt weitere Hinweise im Hinblick auf die Thesen. Zu Beginn saßen viele kleine Gruppen zusammen, oft geeint durch die Zugehörigkeit zur gleichen Arbeitsgruppe oder Universität. Jedoch unternahmen die Organisatoren und Durchführenden (Stephanie Schuler, Prof. Dr. Andreas Eichler, Prof. Dr. Timo Leuders, mit Unterstützung von Ralf Erens und Angela Schmitz) einiges, um die Teilnehmenden näher miteinander bekannt zu machen und zusammenrücken zu lassen (es nahmen insgesamt 28 Doktorandinnen und Doktoranden aus Deutschland und Österreich teil). Zwischen den Sitzungen gab es unweit des Vortragsraumes Kaffee, Tee und frisches Obst aus den nahegelegenen Bergen, was zum einen erquickte, zum anderen zu Gesprächen einlud und anfängliche Distanzen schnell verringerte. Abends (und an einem freien Nachmittag) wurden nahegelegene Lokalitäten oder die malerische Innenstadt Freiburgs aufgesucht, um bei kalten oder warmen Getränken die Kontakte weiter zu vertiefen.

Die anfänglich mehr oder weniger lose Ansammlung unterschiedlich geprägter Menschen wurde immer kompakter. Idealisiert lässt sich dieser Prozess durch einen mehrstufigen Trichter darstellen (vgl. Abb. 2).

(c) Im Individuellen findet sich der wohl stärkste Hinweis auf das Trichtermotiv. Die Präsentation der Dissertationsvorhaben in „Round Tables“ zu je vier Doktoranden und einem Tisch-Betreuer (Prof. Dr. Eichler, Prof. Dr. Leuders, Prof. Dr. Lorenz und Prof. Dr. Prediger) sowie die individuelle Betreuung durch den ganzwöchig anwesenden Diskutanten Prof. Dr. Lorenz offenbarten einen Trend, der wohl vielen Teilnehmenden bekannt ist: Man möchte in seiner Dissertation viel zu viel untersuchen, ist zu breit aufgestellt und fokussiert seine Fragestellung nicht ausreichend auf einzelne Aspekte, die dann in einer angemessenen Tiefe untersucht werden könnten. Und hier trat das Trichter-Motiv offen zutage, sozusagen explizit. Ziel sollte es sein, zu fokussieren; das Thema auf eine Mitte hin zu verdichten, wie es in einem Trichter geschieht. Die Handbewegung, die dies versinnbildlicht, beschreibt einen kontinuierlichen Trichter, wie in Abb. 3.

Wie dargelegt schält sich die Form eines glatten Trichters immer deutlicher aus den drei Aspekten hervor und nähert sich ausgehend von einem sehr einfachen Modell (Abb. 1) über ein Stufenmuster (Abb. 2) einem stetigen Modell (Abb. 3) an, in dem einwandfrei ein Trichter zu erkennen ist. Somit lässt sich These I belegen: Der Trichter ist als Leitmotiv dieser Summerschool durchaus zutreffend.

Das Entwickeln des Trichtermotivs bzw. das Glätten des Trichtermodells beschreiben gleichfalls zusammenfassend die Wirkung der Summerschool auf die Teilnehmenden in den drei genannten Bereichen – auch wenn natürlich jede Doktorandin und jeder Doktorand für sich eigene Erfahrungen machte.

Die Workshops, Seminare und Round Tables variierten in Interaktivität und Gestaltung, verlangten aber stets eine hohe kognitive Eigenaktivität des Lernenden, um die neuen Informationen nachzuvollziehen, mit dem eigenen Wissen zu vernetzen, Widersprüche aufzuzeigen und eine tiefere Verarbeitung zu garantieren. Dieser Prozess wirkt bei den meisten bis heute nach.

Bekanntschaften unter den Teilnehmenden werden sich nach dem ersten Kontakt in dieser Woche auf Tagungen, Arbeitskreistreffen etc. ebenfalls in verschiedenste Richtungen weiterentwickeln und vertiefen können.

Die Einarbeitung der Erkenntnisse dieser Woche in die eigene Dissertation wird längere Zeit in Anspruch nehmen und ein stetes Umorganisieren und neu Vernetzen erfordern, bevor die Promotionschrift endgültige Gestalt annehmen kann.

Daher ist auch These II zu belegen: Der Freiburger Trichter steht nicht für grob eingegebenes, sofort und mühelos verfügbares Wissen, sondern für die aktive Entwicklung langfristig angelegter Kompetenzen in empirischen Forschungsmethoden, neue Bekanntschaften mit Gleichgesinnten und individuelle Beratung und Förderung bzgl. der eigenen Dissertation. Durch dieses aktive Zerlegen innerhalb des Trichters, dem Vermischen und Verdichten der großen Brocken in Verbindung mit dem eigenen Wissen und die anschließende Nachbereitung und Reflektion wird der Freiburger Trichter nicht zur Karikatur eines mühelosen Einflößens, sondern im Gegenteil zum integralen Bestandteil des konstruktiven Lernprozesses.

Abschließend danken wir dem Team aus Freiburg für die hervorragende Organisation, weiterhin der GDM für die Unterstützung der Summerschool, den Vortragenden für ihre ehrenamtlichen sowie hochinformativen Vorträge und Workshops und allen Teilnehmenden für die sehr schönen, erfolgreichen und nützlichen Tage in Freiburg.

#### Literatur

Borchard, W., Wustmann, G. & Schoppe, G. [Bearb.] (1925): Die sprichwörtlichen Redensarten im deutschen Volksmund – nach Sinn und Ursprung erläutert. 6. Auflage, vollständig neu bearb. Leipzig: Brockhaus.

Jenny Cramer, Universität Bremen, AG Didaktik, Bibliothekstraße 3, 28359 Bremen,

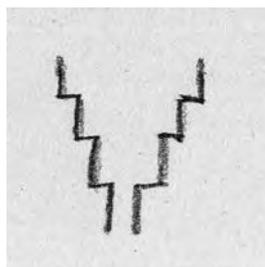
Email: [cramerj@math.uni-bremen.de](mailto:cramerj@math.uni-bremen.de)

Alexander Salle, Universität Bielefeld, Universitätsstraße 25, 33615 Bielefeld,

Email: [alexander.salle@uni-bielefeld.de](mailto:alexander.salle@uni-bielefeld.de)



1. Zweistufiger Trichter



2. Mehrstufiger Trichter



3. Kontinuierlicher Trichter

## Bericht vom 12th International Congress on Mathematical Education (ICME-12)

Gabriele Kaiser

Vom 8. bis zum 15. Juli 2012 fand in Seoul der 12th International Congress on Mathematical Education statt, der als mathematikdidaktischer Weltkongress alle vier Jahre von der International Commission on Mathematical Instruction (ICMI) durchgeführt wird. Der Kongress war mit 4042 Teilnehmerinnen und Teilnehmer aus 85 Ländern der bisher größte seiner Art. Die weitaus größte Teilnehmergruppe stammte mit 2134 Teilnehmer(innen) aus Korea, gefolgt mit 332 Teilnehmer(innen) aus den USA, 298 aus China, 238 aus Japan und 111 aus Thailand. Aus den deutschsprachigen Ländern gab es 84 Teilnehmer(innen), eine erfreulich hohe Anzahl, die gleichauf lag mit den Teilnehmer(innen)zahlen aus Australien und Schweden.

Der Kongress wurde im berühmten Kongresszentrum COEX im Finanzzentrum von Seoul abgehalten und begann mit einer über Video übertragenen Grußbotschaft des südkoreanischen Präsidenten Lee Myung-bak, der die Bedeutung der Mathematik für die gesellschaftliche Entwicklung und die hohe Relevanz des Mathematikunterrichts hervorhob. Nach einer farbenprächtigen Eröffnungsveranstaltung mit einer traditionellen Trommelperformance und einer Mischung aus klassischen und modernen Gesängen nahm der Kongress seine Arbeit auf. Dabei folgte der Kongress den für dieser Kongressreihe bekannten Strukturen. So wurden vier Plenarvorträge gehalten, von Don Hee

Lee (Korea) zu „Mathematics Education in the National Curriculum System“, von Etienne Ghys (Frankreich) zu „The Butterfly Effect“, von Bernard Hodgson (Canada) zu „Whither the Mathematics/Didactics Interconnection?“ und als deutschem Beitrag von Werner Blum „Quality Teaching of Mathematical Modelling – What Do We Know, What Can We do?“

Werner Blum hat damit nach den Plenarvorträgen von Arnold Kirsch, 1976 auf ICME-3 in Karlsruhe und von Erich Wittmann, 2000 auf ICME-9 in Tokio, den dritten Plenarvertrag von deutscher Seite aus gehalten seit Gründung der Kongressreihe. Als weitere Plenaraktivität gab es drei Podiumsdiskussionen zu „Teacher Education and Development Study – Learning to Teach Mathematics (TEDS-M)“, Chair Konrad Krainer, zu „Math Education in East Asia (Korea – China – Japan)“, Chair Frederick Leung und „Gender and Mathematics Education – Revisited“, Chair Gilah Leder. Diese äußerst abwechslungsreich und spannend aufgenommenen Vorträge und Podiumsdiskussionen bereicherten die Diskussion der Teilnehmerinnen und Teilnehmer sehr stark. Auf der Eröffnungsveranstaltung werden traditionell die von ICMI ausgeschriebenen Preise vergeben, der Klein Award für das mathematikdidaktische Lebenswerk, den 2009 Gilah Leder (Australien) und 2011 Alan Schoenfeld (USA) erhalten hatten sowie



Plenarvortrag Werner Blum (Foto: Thomas Raupach)



Mathematical Carnival (Foto: Thomas Raupach)



Gabriele Kaiser kündigt die ICME 13 in Hamburg an. (Foto: Thomas Raupach)

der Freudenthal Award für innovative mathematikdidaktische Forschungsprojekte, mit dem 2009 Yves Chevallard (Frankreich) und 2011 Luis Radford (Canada) ausgezeichnet wurden. Die Preise wurden persönlich vom südkoreanischen Minister für Erziehung, Wissenschaft und Technologie, Lee Ju-Ho, überreicht. Alle Preisträger(innen) hielten Vorträge, wobei insbesondere der Vortrag von Alan Schoenfeld zu „How We Think: A Theory of Human-Decision Making, with a Focus on Teaching“ die Massen anzog und zweimal gehalten werden musste.

Eine bedeutende Rolle spielen auf ICME die sog. Regular lectures, eingeladene Vorträge anerkannter Mathematikdidaktiker(innen) und Mathematiker(innen) sowie das erste Mal als Rising Stars einige jüngere Wissenschaftler(innen). Auch hier gab es eine nicht unbedeutende Beteiligung aus den deutschsprachigen Ländern. Einige Länder waren eingeladen, sich selbst genauer darzustellen; es gab dazu fünf Länderpräsentationen, u. a. von Korea und USA, die jeweils gute Einblicke in die einschlägigen länderspezifischen Diskussionen erlaubten.

Traditionell werden die ICMEs durch die sog. Topic Study Groups strukturiert, thematisch orientierte Arbeitsgruppen, die sich mehrmals treffen und zum Thema der Gruppen Spezialvorträge hören und durch Diskussionen vertiefen. Von diesen Topic Study Groups gab es 37, wobei viele Mitglieder der GDM als Co-chair oder Mitglied im Organising Committee der Gruppen beteiligt waren. Noch stärker an Diskussionen orientiert waren Discussion Groups, von denen es 17 gab und die selbst vorgeschlagen werden konnten.

Daneben gab es eine ganze Reihe weiterer Aktivitäten wie Treffen der Affiliated Study Groups wie PME oder ICTMA sowie Posterpräsentatio-

nen, in denen insbesondere Nachwuchswissenschaftler(innen) ihre Arbeiten vorstellen konnten.

Besonderer Attraktivität erfreute sich der Mathematics Carnival, eine mathematische Ausstellung mit vielen mathematischen Spielen und Aktivitäten, die auch von vielen südkoreanischen Schulklassen trotz Ferienzeit besucht wurden. Als besonderer Anziehungspunkt erwies sich die gemeinsame Unterrichtung von koreanischen, chinesischen, koreanischen Jugendlichen durch anwesende Mathematikdidaktiker(innen) aus diesen Ländern, die z. T. durch Videoübertragung erfolgte.

Besondere Bedeutung hatte ICME-12 für die deutschsprachige Gruppe, die am Ende des Kongresses zu ICME-13 einladen konnte, der vom 24.–31. Juli 2016 in Hamburg stattfinden wird. Nach einem kurzen Grußwort von Gabriele Kaiser als Convenor von ICME-13 wurde ein Video gezeigt, dass die anwesenden Kongressteilnehmer(innen) mit Charakteristika der deutschsprachigen Diskussion zur Mathematikdidaktik und ihren spezifischen Aspekten vertraut machte und die Schönheit von Hamburg als nächstem Austragungsort überzeugend darzustellen vermochte. Besonders unterstrichen wurde die hohe Bedeutung, die die deutschsprachige Mathematikdidaktik ICME-13 gibt, durch die gemeinsame Anwesenheit der deutschsprachigen Gruppe auf der Bühne, die sich hinter einem Banner versammelte und die internationale Mathematikdidaktik nach Hamburg einlud.

Das Video und weitere Informationen finden sich auf der bereits aktiven Website von ICME-13 unter [www.icme13.org](http://www.icme13.org).

Prof. Dr. Gabriele Kaiser, Universität Hamburg, Fakultät Erziehungswissenschaft, Psychologie, Bewegungswissenschaft, Von-Melle-Park 8, 20146 Hamburg. Email: [gabriele.kaiser@uni-hamburg.de](mailto:gabriele.kaiser@uni-hamburg.de)



Die deutsche Delegation auf der ICME 12 lädt die Welt zur ICME 13 ein. (Foto: Thomas Raupach)

## Bericht von der 64. Jahrestagung der Commission Internationale pour l'Etude et l'Amélioration de l'Enseignement des Mathématiques

Uwe Gellert

Vom 23. bis 27. Juli 2012 fand an der University of the Aegean auf Rhodos (Griechenland) die 64. Jahrestagung der *Commission Internationale pour l'Etude et l'Amélioration de l'Enseignement des Mathématiques* (CIEAEM 64) statt. Für die trotz der derzeitigen gravierenden ökonomischen Probleme Griechenlands hervorragende Organisation der Tagung zeichneten Sonia Kafoussi, Chrysanthi Skoumpourdi und François Kalavasis verantwortlich. Es ist ein Charakteristikum von CIEAEM-Jahrestagungen, dass sich die Vorträge, Workshops und Diskussionen an einem zentralen Thema ausrichten. Auf der CIEAEM 64 war dies: „Mathematics Education and Democracy: learning and teaching practices“/„Education en Mathématique et Démocratie: les pratiques d'enseignement et d'apprentissage“. Die Tagungen der CIEAEM sind zweisprachig, präsentiert und diskutiert wird in Englisch und Französisch, wobei für die diesbezüglich monolingualen Tagungsteilnehmer Zusammenfassungen in der anderen Sprache angeboten werden.

Im Zentrum von CIEAEM-Tagungen stehen Präsentationen und Diskussionen in thematisch engeren Arbeitsgruppen, die auf unterschiedliche Aspekte des Tagungsthemas fokussieren. Auf der CIEAEM 64 verteilten sich 55 Vorträge auf vier Arbeitsgruppen. AG 1 setzte sich mit der Frage auseinander, ob und wie Schulmathematik von curricularer Seite zum gesellschaftlich kritischen Denken und zu kritischer Entscheidungskompetenz einen Beitrag leistet. Die AG 2 näherte sich dem Zusammenhang von Mathematik, Mathematikunterricht und Demokratie auf der Ebene von Unterrichtsprozessen an und eruierte Möglichkeiten, wie bestimmte Wertvorstellungen (z. B. Gerechtigkeit, Respekt, Würde) im Mathematikunterricht gelebt und vorgelebt werden können. AG 3 thematisierte die Bedeutung des schillernden Begriffs der Demokratie im Kontext von Mathematiklehrerbildung. Schließlich diskutierte die AG 4 selbstreflexiv die Pertinenz von Demokratievorstellungen in der mathematikdidaktischen Forschung.

Der thematisch gemeinsame Bezugsrahmen wurde auf CIEAEM 64 durch vier Plenarvorträge bereit, die hier chronologisch genannt werden. Ole Skovsmose (in Zusammenarbeit mit Miriam Godoy Penteado) eröffnete die Tagung mit

einem Referat, das begriffliche und andere Herausforderungen eines Mathematikunterrichts zur Demokratiefähigkeit aufzeigte. Koeno Gravemeijer spezifizierte sogenannte 21st Century Skills als Anforderungen für unsere schnelllebige Zeit. Corneille Kazadi diskutierte die besondere Bedeutung demokratischer Praktiken im Mathematikunterricht für die Sozialisierung der Schülerinnen und Schüler. Anna Chronaki präsentierte eine Theoretisierung des Verhältnisses von Gender und schulischer „technoscience“ in Form alternativer mathematischer Literacies. Die vier Plenarvorträge und die 55 Präsentationen in den Arbeitsgruppen sind in Schriftform als Special Issue (Vol. 4, 2012) des *International Journal for Mathematics in Education* der Hellenic Mathematical Society erschienen.

Ein Ausblick: Die 65. Jahrestagung der CIEAEM wird vom 21. bis 26. Juli 2013 in Charleroi (Belgien) ausgerichtet. Das Tagungsthema lautet: „Mathematics Education in a Globalised Environment“/„L'Enseignement des Mathématiques dans un Environnement Globalisé“. Interessierte sind herzlich eingeladen; der Call for Papers wird Anfang Dezember 2012 erfolgen und auf <http://www.cieaem.org> einzusehen sein. CIEAEM ist seit 2010 ICMI Affiliate Organization.

Prof. Dr. Uwe Gellert, Freie Universität Berlin, Habelschwerdter Allee 45, 14195 Berlin, Email: [ugellert@zedat.fu-berlin.de](mailto:ugellert@zedat.fu-berlin.de)



Impression von der 64. Jahrestagung (Foto: CIEAEM Rhodes)

## Nachberichterstattung: Bundesweite Arbeitstagung zu mathematischen Vor- und Brückenkursen

Rolf Biehler, Regina Bruder, Pascal Fischer, Reinhard Hochmuth, Wolfram Koepf, Stephan Schreiber und Thomas Wassong

Vom 3.11.–5.11.2011 fand im Gießhaus der Universität Kassel in Verbindung mit dem assoziierten Projekt „Virtuelles Eingangstutorium Mathematik für die MINT-Fächer“ (VEMINT, ehemals VEMA) die erste vom „Kompetenzzentrum Hochschuldidaktik Mathematik“ (khdm) organisierte bundesweite Arbeitstagung mit dem Titel „Mathematische Vor- und Brückenkurse: Konzepte und Perspektiven“ statt. Das Organisationskomitee bestand aus Rolf Biehler, Regina Bruder, Pascal Fischer, Reinhard Hochmuth, Wolfram Koepf, Stephan Schreiber und Thomas Wassong. Etwa 120 Teilnehmer aus Universitäten, Fachhochschulen, wissenschaftlichen Einrichtungen, Forschungszentren, Service-Agenturen und Schulen aus Deutschland, Österreich und Frankreich konnten zur Tagung begrüßt werden. Die Arbeitstagung hatte das Ziel, die mittlerweile an den meisten Hochschulen etablierten mathematischen Vor- und Brückenkurse mit ihren Inhalten, Gestaltungskonzepten und den spezifischen Erfahrungen bei der Durchführung wechselseitig bekannt zu machen und durch Impulsreferate, Vorträge und Posterpräsentationen systematisch zu diskutieren.

Die Vorträge der ersten Sektion, welche sich mit Zielen, Inhalten und Adressaten von mathematischen Vor- und Brückenkursen beschäftigte, lauteten:

- 28 Jahre Esslinger Modell für Studienanfänger (Heinrich Abel, Hochschule Esslingen); Vorstellung der Arbeitsgruppe *cosh* „cooperationsteam schule-hochschule“ (Bruno Weber, LS Stuttgart)
- Teilnahmeentscheidungen und Erfolg: Eine Fallstudie zu einem Vorkurs aus dem Bereich der Wirtschaftsmathematik (Rainer Voßkamp, Angela Hiller, Universität Kassel)
- Brückenkurs für Lehramtsstudierende an Grund-, Haupt und Realschulen (Leonhard Riedl, Daniel Rost, Erwin Schörner, LMU München)
- Das Propädeutikum: studienbegleitende Fortführung des Vorkurses (Jens Jordan, Universität Würzburg)

Die zweite Sektion zu Kursszenarien und Lehr-Lernkonzepten, unter Berücksichtigung der Rolle von eLearning Elementen, beinhaltete folgende

Vorträge:

- Das MATHCamp (Peter Baptist, Carsten Miller, Dagmar Raab, Universität Bayreuth)
- Math-Bridge: Eine webbasierte Plattform für mathematische Brückenkurse (Eric Andrès, George Goguadze, Sergey Sosnovsky, Stefan Winterstein, Erica Melis, DFKI Saarbrücken); Autorisierung von wiederverwendbaren Inhalten für Math-Bridge Michael Dietrich, Eric Andrès, Sergey Sosnovsky, George Goguadze, Stefan Winterstein, Erica Melis, DFKI Saarbrücken); Einbindung von Math-Bridge in den Vorkursen an der Universität Paderborn und der Universität Kassel (Thomas Wassong, Rolf Biehler, Universität Paderborn, Pascal Fischer, Universität Kassel, Reinhard Hochmuth, Universität Lüneburg)
- Erfahrungen mit einem Blended-Learning Konzept für Brückenkurse (Sven O. Krumke, Leonie Karbach TU Kaiserslautern); E-xploratives Lernen an der Schnittstelle Schule/Hochschule. Didaktische Konzepte, Erfahrungen, Perspektiven (Katherine Roegner, Ruedi Seiler, TU Berlin)
- Kompaktstudium für Ingenieurwissenschaften an der TU Braunschweig (Dirk Langemann, TU Braunschweig) Wiederholungs- und Unterstützungskurse in Mathematik für Ingenieurwissenschaften an der TU Braunschweig (Christiane Weinhold, TU Braunschweig)
- Präsenzmodule am MINT-Kolleg (Daniel Haase, MINT-Kolleg Baden-Württemberg)
- Mathematik-Lernen lernen – ein Zirkeltraining mathematischer Arbeitstechniken am Studienanfang (Jörn Schnieder, Universität Lübeck)
- Gestaltungsrichtlinien von mathematischen Brückenkursen und Erfahrungen zur Durchführung mit Lehramtsstudierenden (Wolfgang Weigel, Universität Würzburg)
- Ein diagnostischer Ansatz zur Ermittlung von Wissenslücken zu Beginn mathematischer Vorkurse (Stefan Halverscheid, Universität Göttingen, M. Miesener, Universität Hannover, Susanne Schneider, Universität Göttingen)

Das Thema Assessment und Diagnostik vor, in und nach einem Vorkurs war Schwerpunkt der dritten Sektion mit folgenden Beiträgen:

- An online remedial summer course for new students (Claire Cazes, Pierre Jarraud, Antoine Rauzy, Pierre und Marie Curie Universität Paris)
- MathCoach: ein intelligenter programmierbarer webbasierter Mathematik-Tutor und sein Einsatz in Mathematik-Brückenkursen (Barbara Grabowski, Melanie Kaspar, HTW des Saarlandes)
- Matheo – der Einführungskurs für alle Erstsemester einer technischen Lehrereinheit an der Hochschule Emden/Leer (Maria Krüger-Basener, Dirk Rabe, Hochschule Emden/Leer)
- VEMA – Virtuelles Eingangstutorium Mathematik (Pascal Fischer, Universität Kassel, Isabell Bausch, TU Darmstadt, Rolf Biehler, Universität Paderborn, Regina Bruder, TU Darmstadt, Reinhard Hochmuth, Leuphana Universität Lüneburg, Wolfram Koepf, Universität Kassel, Thomas Wassong, Universität Paderborn)
- Bringen Brückenkurse in Mathematik einen Erfolg? (Susan Pulham, Esther Detemple, Melanie Kaspar, HTW des Saarlandes)

In der vierten Sektion zu Unterstützungsmaßnahmen in der Studieneingangsphase waren folgende Vorträge vertreten:

- Self-Assessment-Test Mathematik für Studierende der Physik an der Universität Wien (Franz Embacher, Universität Wien)
- Musterlösungen als Anlässe zum Lernen in der Studieneingangsphase (Christoph Ableitinger, Universität Duisburg-Essen)
- Einführung in das mathematische Arbeiten – der Passage Point an der Universität Wien (Hermann Schichl, Roland Steinbauer, Evelyn Stepancik, Universität Wien)
- Studierende als Lehrende in der Studieneingangsphase Mathematik an der Universität Wien (Christian Spreitzer, Fabio Tonti, Universität Wien)
- MathePlus und MatheMaterialien – Wege zur Verbesserung der Lernstrategien im ersten Studienjahr (Jörg Härterich, Herold Dehling, Ruhr-Universität Bochum)
- Fünftsemester als Mentoren für Erstsemester (Walther Paravicini, Universität Münster)

Während sog. Projektmärkte wurden Konzepte von Vor- und Brückenkursprojekten vorgestellt und Erfahrungen konnten ausgetauscht werden. Vertreten waren unter anderem die Projekte MathBridge (Leitung DFKI Saarbrücken), MathCoach (HTW des Saarlandes), MATHCamp (Universität Bayreuth), Mathematik besser verstehen (Universität Duisburg-Essen), VEMA/VEMINT (Universitäten Darmstadt, Kassel, Paderborn, Lüneburg), das MINT-Kolleg Baden-Württemberg (KIT, Universität Stuttgart) sowie weitere Vor-

und Brückenkursprojekte verschiedener Hochschulen.

In den Diskussionen zeigte sich auch weiterer Forschungsbedarf, z. B. zur Evaluation der Vorkurse oder zur Konstruktion solcher Testaufgaben, die über ein schematisches Einfordern von Rechenfertigkeiten hinaus ein grundlegendes Verständnis mathematischer Begriffe und Zusammenhänge prüfen.

Vorträge und Poster zeigten, dass es mathematische Vor- und Brückenkurse mittlerweile für alle Typen von Hochschulen und Studiengängen gibt. Dabei verfolgen diese Kurse durchaus unterschiedliche Ziele vom Wiederholen elementarer mathematischer Grundlagen aus der Schule über das Schließen von Lücken zwischen dem mathematischen Schulstoff und den Anforderungen der Erstsemesterveranstaltungen an den Hochschulen bis zur Einführung in Methoden, Inhalte und Kultur der universitären Mathematik. Manche Vorkurse zielen weniger auf mathematische Inhalte und dafür mehr auf Arbeits- und Lerntechniken oder eine Erhöhung der Reflektionsfähigkeit in Bezug auf das eigene Mathematiklernen, wobei auch Unterstützungsmaßnahmen Anwendung finden, die auf philosophiedidaktischen Methoden aufbauen.

Das VEMINT-Projekt (Internet: <http://www.mathematik.uni-kassel.de/vorkurs>), das die Tagung mit organisiert hat, wird von Wissenschaftlern der Universitäten Darmstadt, Kassel, Paderborn und Lüneburg getragen und bemüht sich insbesondere um die Entwicklung eines interaktiven und multimedialen Lernmaterials für den Einsatz in mathematischen Brückenkursen, um den Übergang von der Schule zur Hochschule in seinen verschiedenen Facetten zu erleichtern. Ziel der bereits verfügbaren 54 Module in Deutsch und Englisch ist neben der Beseitigung fachlicher Defizite der Studienanfängerinnen und Studienanfänger die Unterstützung des selbständigen Lernens im Kurs sowie die Vorbereitung der Teilnehmenden bezüglich notwendiger Lernstrategien im Studium.

Die Ergebnisse der Arbeitstagung werden im Anfang 2013 erscheinenden zweiten Band „Mathematische Vor- und Brückenkurse: Konzepte, Probleme und Perspektiven“ der beim Springer-Verlag neu entstehenden Reihe „Konzepte und Studien zur Hochschuldidaktik und Lehrerbildung Mathematik“ (Hrsg. Rolf Biehler; Editorial Board: Albrecht Beutelspacher, Lisa Hefendehl-Hebecker, Reinhard Hochmuth, Jürg Kramer, Susanne Prediger, Günter M. Ziegler) veröffentlicht.

Im Abschlussplenum, welches unter dem Thema Zukunft und Perspektiven von mathematischen Vorkursen stand, wurde eine Fortsetzung der sich anbahnenden Kooperationen zwischen

verschiedenen Hochschulen diskutiert und das Eintreten in einen konstruktiven Dialog mit Vertretern der Schulen auf die Agenda der zweiten khdm-Arbeitstagung „Mathematik im Übergang von der Schule zur Hochschule und im ersten Studienjahr“ gesetzt, welche vom 20.02.-23.02.13 an der Universität Paderborn stattfindet. Die Tagung wird vom khdm in Kooperation mit zwei gemeinsamen Kommissionen von DMV, GDM und MNU durchgeführt: der Mathematik-Kommission Übergang Schule-Hochschule und der Kommission Lehrerbildung, ferner mit dem MNU initiierten Projekt Mathematik „Basiskompetenzen am Ende der Sekundarstufe II“ und dem Projekt VEMINT.

Das khdm (Internet: [www.khdm.de](http://www.khdm.de)) ist eine gemeinsame wissenschaftliche Einrichtung der Universitäten Kassel, Paderborn und Lüneburg. Es wurde im Rahmen der gemeinsamen Initiative „Bologna – Zukunft der Lehre“ der Stiftung Mercator und der VolkswagenStiftung ausgewählt und wird von der VolkswagenStiftung für zunächst drei Jahre gefördert und verfolgt das Ziel, wissenschaftliche Grundlagen einer fachbezogenen Hochschuldidaktik in mathematikhaltigen Studiengängen zu entwickeln, Lehrinnovationen zu implementieren und wissenschaftlich zu evaluieren sowie die Hochschuldidaktik Mathematik in Deutschland nachhaltig und international vernetzt zu verankern.

Webseite der Arbeitstagung:  
<http://www.khdm.de/vorkurstagung2011>

#### *Ansprechpartner*

khdm

Prof. Dr. Rolf Biehler, Universität Paderborn, Fakultät für Elektrotechnik, Informatik und Mathematik, Institut für Mathematik, Warburger Str. 100, 33098 Paderborn

Tel.: +49 (0)5251 60 2654 und +49 (0)561 804 4634

Email: [biehler@khdm.de](mailto:biehler@khdm.de)

Internet: <http://www.khdm.de>

#### VEMINT

Prof. Dr. Wolfram Koepf, Universität Kassel, Fachbereich 10 Mathematik und Naturwissenschaften, Institut für Mathematik, Heinrich-Plett-Str. 40, 34132 Kassel

Tel.: +49 (0)561 804 4207

Email: [koepf@mathematik.uni-kassel.de](mailto:koepf@mathematik.uni-kassel.de)

Internet: <http://www.mathematik.uni-kassel.de/vorkurs>

*Redaktioneller Hinweis:* Aufgrund eines internen Fehlers konnte dieser bereits für Heft 93 geplante Artikel erst im aktuellen Heft erscheinen. Wir bitten diesen Umstand zu entschuldigen.

## 47. Jahrestagung der GDM an der Westfälischen Wilhelms-Universität Münster

### 4.–8. März 2013

---

Die 47. Jahrestagung findet vom 4. bis 8. März 2013 an der Westfälischen Wilhelms-Universität in Münster statt. Zum zweiten Mal nach 35 Jahren treffen sich Mathematikdidaktikerinnen und Mathematikdidaktiker in der wunderschönen Stadt Münster, die 2004 den Titel „Lebenswerteste Stadt der Welt“ erhalten hat, um sich über neueste Entwicklungen in der mathematikdidaktischen Forschung zu informieren und auszutauschen.

In Kooperation mit dem Institut für Didaktik der Mathematik und der Informatik lädt die GDM in die Westfälische Wilhelms-Universität ein. Die fünftgrößte Universität Deutschlands bietet nicht nur rund 40 000 Studierenden, sondern auch der GDM-Jahrestagung einen würdigen Rahmen für wissenschaftliche Arbeit, Diskussion aktueller Themen und akademischen Austausch. Mehrere hundert Teilnehmerinnen und Teilnehmer werden sich in Einzelvorträgen, moderierten Sektionen und Hauptvorträgen informieren. Neben den Arbeitskreistreffen am Montag und Donnerstag der Tagungswoche gibt es zudem am Dienstag den bewährten Lehrertag als Schnittstelle zwischen Theorie und Praxis.

#### Das Tagungsprogramm

Als Hauptvortragende konnten wir für den Auftakt der Tagung am Montag Prof. Dr. Silke Ladel von der Universität des Saarlandes in Saarbrücken gewinnen. Am Dienstag freuen wir uns auf Prof. Dr. Martin Burger von der WWU Münster. Mittwochs wird Prof. Dr. Heinz Steinbring von der Universität Duisburg-Essen zu Gast sein. Am Donnerstag steht der Vortrag von Prof. Dr. Torsten Fritzlar von der Martin-Luther-Universität Halle-Wittenberg auf dem Programm; zum Abschluss am freitäglichen Weltfrauentag spricht Prof. Celia Hoyles von der University of London.

Den Kern der Tagung bilden auch in diesem Jahr die freien Vorträge oder moderierten Sektionen. In 21 Zeitfenstern an vier Vortragstagen bieten wir über 250 Vorträgen und Workshops Platz. Der Dienstag ist als Lehrertag speziell auf Lehrerinnen und Lehrer aller Schularten zugeschnitten. Hier finden sie praxisorientierte Vorträge oder

Workshops zu aktuellen Themen, wissenschaftliche Referate zu Forschungsthemen und Schulbuchausstellungen. Zudem wird es einen Vortrag von Prof. Dr. Hans-Wolfgang Henn von der Technischen Universität Dortmund geben.

Für den wissenschaftlichen Nachwuchs der GDM hat Susanne Schnell einen Nachwuchstag organisiert, der schon am Sonntag, den 3. März 2013 startet und kurz vor Tagungseröffnung am Montag um 13:15 Uhr in das Nachwuchsforum mündet. Für die Teilnahme am Nachwuchstag bittet Frau Schnell um gesonderte Anmeldung auf der Tagungswebseite.

#### Die Preisgestaltung

In letzter Zeit sind wir häufig auf die Preise für die Tagung in Münster im Vergleich zur vergangenen Tagung angesprochen worden, so dass wir Sie auf diesem Wege über diese noch einmal informieren wollen. Im Preis der Tagung sind wie üblich der Empfang am Montag und der Gesellschaftsabend am Donnerstag – wie auch in Weingarten – enthalten. Auch eine typische Ausflugsoption ist im Preis enthalten. Dazu kommt noch ein Ticket für freie Busfahrten in Münster.

Beim Vergleich der Preise der GDM-Tagung in Weingarten mit denen der Tagung in Münster ist zwischen den Preisen für die Frühbuchung und denen für die Buchung erst im Jahr 2013 zu unterscheiden.

Für GDM-Mitglieder hält sich der Preisanstieg bei Frühbuchung mit 7 € in engen Grenzen. Bei Nicht-Mitgliedern ist er höher, das sollte als Anreiz verstanden werden, Mitglied der GDM zu werden.

Bei Nicht-Frühbuchern fällt der Preisanstieg höher aus – Nicht-Mitglieder, die sich spät entscheiden, haben tatsächlich gegenüber Weingarten einen Nachteil – dies lässt sich aber einfach vermeiden, indem man zumindest eine frühe Buchung vornimmt – die Steuerungsfunktion der Preise sollte hier deutlich sein.

Wie jedes verantwortliche Gastgeberteam, so bemühen sich auch alle Kolleginnen und Kollegen des IDMI um eine möglichst qualitativ hochwertige Tagung, die den Standards der vorangegangenen GDM-Tagungen entspricht, und zugleich um



Prinzipalmarkt in Münster (Foto: Presseamt Münster/Angelika Klausner)

ein vernünftiges „Preis-Leistungsverhältnis“. Wegen der sehr hohen Lehr- und Prüfungsbelastung konnte allerdings das Personal des IDMI nicht für die Tagungsorganisation eingesetzt werden. Damit war die Anwerbung einer externen Agentur unvermeidlich. Der beobachtete Preisanstieg beruht allerdings weniger auf der Nutzung der Dienste dieser Agentur als auf örtlichen Gegebenheiten wie z.B. Raummieten und Catering-Preisen. Die Agentur hat im Rahmen einer Ausschreibung der Universität Münster den Auftrag erhalten.

Die aufgrund der Einbindung von Agenturen und örtlicher Gegebenheiten bedingten Preisschwankungen werden auch in Zukunft das jeweilige Organisationsteam vor Ort generell vor Probleme stellen. Deshalb wäre es vermutlich sinnvoll zu überlegen, ob zukünftig durch die GDM, die ja offizieller Ausrichter der Tagung ist, prinzipiell neben den bekannten inhaltlichen und organisatorischen auch gewisse finanzielle Rahmenbedingungen und Leistungen vorgegeben werden sollten, um von vornherein dieses Problem nicht aufkommen zu lassen.

### Zu Gast in der „Lebenswertesten Stadt der Welt“

Das vielfältige Rahmenprogramm startet am Montagabend mit dem Empfang der WWU Münster im Schloss. Mittwochs ist wie immer unser Ausflugstag, der mit 14 interessanten Zielen lockt. Der Gesellschaftsabend am Donnerstag findet diesmal in der Event-Location „bröker's Speicher“ statt und bietet neben der Übergabe des Posterpreises und kulinarischen Köstlichkeiten auch die Gelegenheit, das Tanzbein zu den Klängen einer Live-Band zu schwingen.

Wir wollen noch darauf hinweisen, dass wir zum Umweltschutz beitragen wollen und mit der Deutschen Bahn ein attraktives CO<sub>2</sub>-freies Veranstaltungszugticket vereinbart haben. Die genauen Konditionen erfahren Sie auf der Tagungshomepage.

Wir freuen uns darauf, Sie in Münster zu begrüßen!

Anmeldung unter [www.gdm2013.de](http://www.gdm2013.de).

	Frühbuchung		Normalpreis	
	Weingarten	Münster	Weingarten	Münster
Mitglieder	178	185 (+ 3,9 %)	195	215 (10,3 %)
Nicht-Mitglieder	198	210 (+ 6,1 %)	215	240 (11,6 %)
Studenten mit Ausweis	158	160 (1,3 %)	175	180 (2,9 %)

## 37th Conference of the *International Group for the Psychology of Mathematics Education (PME)* in Kiel

Aiso Heinze und Beate von der Heydt



Vom 28. 7. bis zum 2. 8. 2013 wird die 37<sup>th</sup> Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education (PME) in Kiel stattfinden. Die PME-Konferenz findet zum zweiten Mal nach 1978 in Deutschland statt. Die Abteilung Didaktik der Mathematik am IPN Kiel hat damit die Herausforderung angenommen, eine der größten, jährlich stattfindenden internationalen Konferenzen der Mathematikdidaktik in Kiel auszurichten.

Die PME ist eine internationale Organisation mit etwa 700–800 Mitgliedern aus über 60 Ländern, in deren Fokus der Austausch über mathematikdidaktische Forschung steht. Die Ziele der PME sind die Förderung des internationalen Austausches über Mathematikdidaktik und der interdisziplinären Forschung in diesem Bereich sowie die Erweiterung des Verständnisses der verschiedenen Aspekte des Lehrens und Lernens von Mathematik. Die PME wurde 1976 unter der Federführung von Ephraim Fischbein, Hans Freudenthal und Richard Skemp während der ICME 3 in Karlsruhe gegründet und richtete seit 1977 jährliche Tagungen auf allen Kontinenten aus. Die Tagung in Kiel reiht sich zwischen der PME 36 in Taipeh (Taiwan) und der PME 38 in Vancouver (Kanada) ein.

### *Thema der Konferenz und Plenarvortragende*

Das Thema der diesjährigen PME 37 lautet *Mathematics Learning Across the Life Span*. Mit diesem Thema wird in den Fokus gerückt, dass das Mathematiklernen und seine Erforschung nicht nur für

die Phase der Schulzeit relevant sind. Bereits im Vorschulalter begegnen Kinder mathematischen Inhalten und im Anschluss an die Schule wird das Mathematiklernen in Ausbildung, im Studium bzw. im Arbeitsleben fortgeführt. Alle Phasen des Mathematiklernens spiegeln sich in den wissenschaftlichen Aktivitäten der PME Community wider und sollen insbesondere in den Plenaraktivitäten der PME 37 thematisiert werden. Wir freuen uns entsprechend, dass wir für die PME in Kiel herausragende Hauptvortragende gewinnen konnten: Als Vertreterin des Gastlandes wird Kristina Reiss von der TUM School of Education München einen Überblick über das Mathematiklernen über die Lebensspanne geben, Doug Clarke von der Australian Catholic University in Melbourne wird die Phase des Elementar- und Primarbereiches beleuchten und der Vorsitzende der Numeracy Expert Group der PIAAC-Studie Iddo Gal von der University of Haifa wird auf die Konzeption der internationalen Erwachsenenstudie PIAAC eingehen und einen Ausblick auf die im Oktober 2013 zu erwartenden Ergebnisse geben. Schließlich wird der Präsident der PME, João Filipe Matos von der Universidade de Lisboa, zum Abschluss seiner Amtszeit einen Hauptvortrag halten. Die Podiumsdiskussion zu dem Thema „Education of Young Mathematics Education Researchers“ wird Peter Liljedahl von der Simon Fraser University in Vancouver leiten. Diskutieren werden Marcelo Borba (Brasilien), Andualem Tami Gebremichael (Norwegen/Äthiopien), Heidi Krzywacki (Finnland) und Gaye Williams (Australien).

### *Konferenzaktivitäten*

Neben den Hauptvorträgen gibt es die klassischen PME-Optionen, Forschungsergebnisse zu präsentieren oder diese mit anderen zu diskutieren. Alle Beiträge unterliegen einem double blind-Reviewverfahren.

Die *Research Reports (RR)* sind die Sektionsvorträge, in denen Forschungsergebnisse vorgestellt werden. Ein Research Report umfasst einen 20-minütigen Vortrag und weitere 20 Minuten für Fragen und Kommentare. Damit verbunden ist ein achtseitiger Proceedingsbeitrag, der auch Grund-



Die Plenarvorträge der PME werden im Audimax der Universität Kiel stattfinden. (Foto: Jürgen Haacks/Uni Kiel)



Individuelle Präsentationen finden im EWF-Gebäude statt. (Foto: Jürgen Haacks/Uni Kiel)

lage für das Review ist. Eine weitere kurze Vortragsmöglichkeit bieten die *Short Oral Communications (SO)*. In den SO-Blöcken werden nacheinander drei Short Orals von je 10 Minuten präsentiert. Für die Diskussion ist insgesamt ein Zeitrahmen von 30 Minuten für alle drei Beiträge vorgesehen. Die Short Orals werden in Form einer einseitigen Zusammenfassung eingereicht. Auch für die *Poster Presentations (PP)* ist es erforderlich, eine einseitige Zusammenfassung einzureichen. Die Poster sind nicht an einen mündlichen Vortrag gekoppelt, sondern die Autorinnen und Autoren stehen während der ausgewiesenen Poster Sessions bei ihren Postern für Diskussionen zur Verfügung.

Neben den genannten *Personal Presentations* gibt es für die PME 37 noch zwei Möglichkeiten, Forschungsergebnisse in Gruppen zu diskutieren. *Discussion Groups (DG)* dienen dazu, in zwei 90-Minuten-Sessions einen Themenbereich durch Kurzvorträge und Diskussionen zu explorieren. Für die Einreichung ist eine einseitige Zusammenfassung erforderlich. Während in den *Discussion Groups* Themenfelder diskutiert werden, deren Forschungsansätze sich noch in der Entwicklung befinden, werden in den *Working Sessions (WS)* For-

schungsthemen weiterentwickelt, zu denen es bereits eine Forschungsstrategie gibt. Eine *Working Session* kann aus einer erfolgreichen *Discussion Group* des Vorjahres hervorgehen. Für die Einreichung ist auch hier eine einseitige Zusammenfassung erforderlich.

Die Einreichungsfrist für *Research Reports* ist der 15. Januar 2013, für alle anderen Beiträge (SO, PP, DG, WS) endet die Frist am 1. März 2013.

#### *Informationen und Anmeldung*

Weitere detaillierte Informationen zur Tagung und die Möglichkeit zur Anmeldung sind im Internet unter [www.pme37.de](http://www.pme37.de) oder [www.pme2013.de](http://www.pme2013.de) zu finden. Das *First Announcement* liefert einen Überblick über alle wichtigen Informationen zu den unterschiedlichen Möglichkeiten, Forschungsergebnisse auf der PME-Tagung zu präsentieren, zu den Tagungsräumlichkeiten in Kiel, zur Anreise und Unterkunft sowie zum Rahmenprogramm der Tagung. Informationen zur PME als Organisation finden Sie auf der Seite [www.igpme.org](http://www.igpme.org).

Wir hoffen, Ihr Interesse an der PME 37 geweckt zu haben und freuen uns, Sie im nächsten Jahr in Kiel begrüßen zu dürfen.

## Einladung zur Summerschool 2013: *Ansätze und Perspektiven mathematikdidaktischer Forschung* Ossiacher See, Kärnten, 16.–20. September 2013

---

### Thema

Die Mathematikdidaktik kann als multiparadigmatische Wissenschaft gesehen werden. Sie richtet sich nicht an *genau einer* Theorie des Lehrens und Lernens von Mathematik aus. In der Mathematikdidaktik tätige Wissenschaftlerinnen und Wissenschaftler betrachten ihr Fach vielmehr aus sehr unterschiedlichen Perspektiven. Sie bedienen sich verschiedener theoretischer Ansätze und greifen in der Folge auf unterschiedliche Methoden der Forschung zurück.

Wichtige Schritte im Rahmen jedes Forschungsvorhabens sind es, sich *seiner* Perspektive auf das Lehren und Lernen von Mathematik bewusst zu werden, passende theoretische Ansätze zu finden und geeignete Methoden der Forschung auszuwählen.

Auf diesem Weg möchten wir die jungen Wissenschaftlerinnen und Wissenschaftler ein Stück begleiten, indem in der Summerschool ein breit angelegter Überblick über mathematikdidaktische Forschung geboten wird.

### Leitfragen

- Was ist die Perspektive der Forschungsrichtung auf den Gegenstand Mathematik und das Lehren und Lernen von Mathematik? Welche Aspekte des Forschungsfeldes nimmt sie in den Blick? Welche Theorien liegen ihr zugrunde? Was sind ihre zentralen Begriffe und Konzepte?
- Wie kann ein typischer Forschungsprozess in dieser Forschungsrichtung aussehen (typische Schritte)? Welche Methoden der Forschung kennt diese Forschungsrichtung? Wie wird in dieser Forschungsrichtung Wissenschaftlichkeit aufgefasst, wie wird wissenschaftliche Qualität sichergestellt?
- Welchen besonderen Herausforderungen/Schwierigkeiten sieht sich diese Forschungsrichtung ausgeliefert? Welche Aspekte der Mathematik/des Lehrens und Lernens von Mathematik blendet sie (bewusst oder unbewusst) aus? Welche Tücken/Gefahren lauern im Forschungsprozess?
- Welche Bezüge zu anderen Forschungsrichtungen in der Mathematikdidaktik gibt es? Was sind Gemeinsamkeiten, wo liegen die Unterschiede?

### Eingeladene Expertinnen und Experten und ihre Themengebiete

Lehren und Lernen von Mathematik

- aus der Makroperspektive – Beiträge quantitativ empirischer Forschung, Prof. Dr. Regina Bruder (Darmstadt)
- aus der Mikroperspektive – Beiträge qualitativ empirischer Forschung, Prof. Dr. Philipp Mayring (Klagenfurt)
- aus der Gestaltungsperspektive – Beiträge von Design Science, Prof. Dr. Stephan Hußmann (Dortmund)
- aus der Gegenstandsperspektive – Beiträge stoffdidaktischer Forschung, Prof. Dr. Thomas Jahnke (Potsdam)
- aus historischer Perspektive – Beiträge historisch-hermeneutischer Forschung, Prof. Dr. Katja Krüger (Paderborn)
- aus epistemologischer Perspektive – Beiträge z. B. semiotischer Forschung, Prof. Dr. Willibald Dörfler (Klagenfurt)

### Zielgruppe

Junge Wissenschaftlerinnen und Wissenschaftler der Mathematikdidaktik in der Promotions- oder Postdoc-Phase

### Ort und Zeit

Sonnenresort Ossiacher See, Alt-Ossiach 37, 9570 Ossiach, Österreich

- Beginn: Montag, 16. 9. 2013, 8:30 Uhr (Anreise am Vortag)
- Ende: Freitag, 20. 9. 2013, 12:00 Uhr

### Teilnahmegebühr

Übernachtung (5 Nächte) inkl. Vollpension

- bei Unterbringung im 2-Personen-Appartement (getrennte Schlafzimmer): 250 €
- bei Unterbringung im Einzelzimmer: 275 €

### Veranstalter

Gesellschaft für Didaktik der Mathematik (GDM)  
Institut für Didaktik der Mathematik, School of Education, Alpen-Adria-Universität Klagenfurt

### Organisation

- Ass.-Prof. Dr. Franz Picher, [franz.picher@aau.at](mailto:franz.picher@aau.at)
- Ass.-Prof. Dr. Andreas Vohns, [andreas.vohns@aau.at](mailto:andreas.vohns@aau.at)

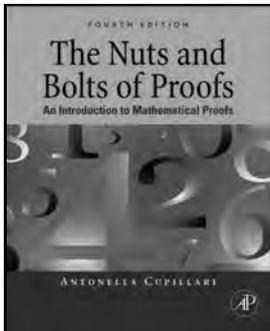
### Anmeldung und aktuelle Information

Anmeldung ab Mitte Februar 2013 unter:

<http://www.wg.aau.at/iff-idm/summerschool/>

## Antonella Cupillari: The nuts and bolts of proofs – An introduction to mathematical proofs

Rezensiert von Georg Hein



An vielen Universitäten, so auch an unserer, werden Kurse zum Beweisen angeboten, die unsere Studenten auf das Studium vorbeiten sollen. Eine mögliche Grundlage eines solchen Kurses ist das hier vorliegende Buch.

Auch wenn es laut Titel um „Das 1 mal 1 des Beweisens“ geht, erlag die Verfasserin doch der Versuchung, noch dieses und jenes aus der Erstsemestermathematik in dieses Buch zu bringen. Die Vielzahl an Konzepten macht es für Anfänger sicherlich schwer, das eigentliche Ziel – das Beweisen – nicht aus den Augen zu verlieren. Einerseits liegt es in der Natur mathematischer Beweise, dass man auf bekannte Sätze zurückgreift. Andererseits hat ein Student der den Zwischenwertsatz anwenden kann, ein so solides Grundwissen, dass er auf so ein Buch nicht unbedingt zurückgreifen muss (siehe Example 3.19

auf Seite 53). Ebenso wird im Kapitel 5 eine Einführung in die Algebra, speziell Gruppen, gegeben, jedoch bereits im 3. Kapitel die Polynomdivision benutzt (Example 3.12 auf Seite 47). Auf der anderen Seite findet sich hier vieles. Daher glaube ich, dass dieses Buch gut geeignet ist, um sich in der Semesterpause nach einem erfolgreichen ersten Semester gut auf das zweite vorzubereiten.

*Inhalt:* 1. Getting Started 2. Basic Techniques to Prove If/Then Statements 3. Special Kinds of Theorems 4. Some Mathematical Topics on Which to Practice Proof Techniques 5. Review Exercises Index

Cupillari, Antonella: *The Nuts and Bolts of Proofs, An Introduction to Mathematical Proofs*. Academic Press, Waltham (4th Edition) 2012, 296 S., ISBN 978-0-12382217-8, \$43,99

Georg Hein, Fakultät für Mathematik, Campus Essen, Universität Duisburg-Essen, Universitätsstr. 2, 45117 Essen, Email: [georg.hein@uni-due.de](mailto:georg.hein@uni-due.de)

## Barbara Drollinger-Vetter: Verstehenselemente und strukturelle Klarheit

Rezensiert von Esther Brunner



Werden mathematische Inhalte bloss *gelernt* oder werden sie auch *verstanden*? Dass Lernen und Verstehen nicht gleichgesetzt werden können, liegt zwar auf der Hand, wird aber in der Unterrichtspraxis wie auch in der Didaktik nicht immer genügend berücksichtigt.

Was bedeutet Verstehen von mathematischen Inhalten ganz genau? Und welche Konsequenzen hat das für die Gestaltung von Lehr- und Lernprozessen?

Barbara Drollinger-Vetter zeigt in ihrer äusserst fundierten Dissertation am Beispiel des Satzes von Pythagoras auf, was Verstehen bedeutet, welche Anforderungen dabei an Schülerinnen und Schüler gestellt werden und welche Konsequenzen dies für die Unterrichtsgestaltung durch die Lehrpersonen hat.

Zu glauben, dass sich das Buch nur an Mathematikdidaktikerinnen und -didaktiker richten

würde, wäre ein Irrtum. Die Arbeit von Barbara Drollinger-Vetter wirft gerade auch Fragen auf zum Verhältnis von allgemeiner Didaktik und Fachdidaktik. Indem die Autorin auf die kleinsten inhaltlichen Bausteine des fachlichen Verstehens fokussiert und danach fragt, wie ein Inhalt – hier die Satzgruppe des Pythagoras – bearbeitet werden sollte, damit die Zusammenhänge verstanden und nicht nur gelernt werden können, stellt sich auch die Frage, ob und inwiefern Unterrichtsqualität überhaupt angemessen aus einer allgemeinen Perspektive analysiert werden kann. Diese Frage aber ist für professionell Unterrichtsbeobachtende und -beurteilende, für Dozierende an pädagogischen Hochschulen oder für Mentorinnen und Mentoren gleichermaßen bedeutsam.

Aber auch das von Drollinger-Vetter vorgelegte Verstehensmodell (S. 190), von ihr wohl etwas zu bescheiden und einschränkend „Pythagoras-Verstehensmodell“ genannt, ist in seiner hervorragenden Darstellung von drei unterschiedlichen Verknüpfungsebenen nicht nur für Verstehen von mathematischen Konzepten bedeutsam. Drollinger-Vetter konzeptualisiert in diesem Modell drei Verknüpfungsebenen (die Verstehens-elemente als kleinste Bausteine eines Konzepts, die Formen seiner Repräsentation und die Vernetzung mit weiteren Konzepten innerhalb der Disziplin), die in einer grundsätzlichen Weise darlegen, was für einen verstehensbasierten Konzeptaufbau notwendig ist. Damit ist die Arbeit für alle Personen, die sich für Verstehen von fachlichen Konzepten – nicht nur in der Mathematik – interessieren, bedeutsam und hoch interessant.

Für Mathematikdidaktikerinnen und -didaktiker, aber auch für Lehrpersonen der Sekundarstufe I ist die Arbeit darüber hinaus eine Fundgrube, wenn es darum geht, das Verstehen der Satzgruppe des Pythagoras zu fokussieren und sich darüber kundig zu machen, welche spezifischen Verknüpfungen für das Verstehen dieses Satzes notwendig sind, wie unterschiedlich diese repräsentiert werden können und welche Vorstellungen bei Schülerinnen und Schülern in diesem Zusammenhang vorherrschen und zu Schwierigkeiten führen können.

Die Autorin geht der Frage nach, durch welche fachdidaktischen Qualitätsmerkmale das Verstehen eines mathematischen Konzeptes unterstützt werden kann. Dazu legt sie im ersten Teil der Arbeit in einem grossen Kapitel theoretische Grundlagen zu mathematischen Verstehensprozessen aus Sicht der Kognitionspsychologie und aus Sicht der Disziplin dar. Diese fruchtbare Darstellung mündet in ein weiteres theoretisches Kapitel, in wel-

chem die Autorin am Beispiel der Satzgruppe des Pythagoras aufzeigt, wie im konkreten Inhaltsbereich Verknüpfungen und Sinn hergestellt werden können. Anschliessend stellt Drollinger-Vetter eine von ihr entwickelte Theorie des fachdidaktisch unterstützten Verstehensaufbaus vor, deren Kern sogenannte Verstehenselemente darstellen. Verstehenselemente sind dabei immer inhaltsbezogen und beziehen sich unmittelbar auf das zu verstehende mathematische Konzept.

Diese Verstehenselemente lassen sich mit weiteren fachdidaktischen Qualitätsmerkmalen verbinden und erlauben es zu untersuchen, inwiefern ein fachliches Konzept inhaltlich kohärent und bezüglich seiner Struktur klar entwickelt wird.

In der empirischen Arbeit untersucht Drollinger-Vetter in 38 Klassen aus der schweizerisch-deutschen Videostudie Unterrichtsqualität, Lernverhalten und mathematisches Verständnis in einer dreistündigen Einführung in den Satz des Pythagoras, wie Verstehen unterstützt und aufgebaut wird.

Es zeigt sich, dass eine höhere fachdidaktische Qualität der Theoriephasen des Unterrichts einen Zusammenhang mit der Fachleistung der Schülerinnen und Schüler aufweist: Wo die fachdidaktische Qualität des Verstehensaufbaus hoch ist, ist auch die Leistung der Lernenden hoch. Qualitativ hoch stehende fachliche Unterstützung beim Entwickeln von mathematischen Konzepten trägt also Früchte! Verstehen ist nicht identisch mit Lernen und Verstehen braucht primär inhaltsbezogene, fachlich durchdachte und kohärente Bearbeitung.

Ein weiterer Befund, der sehr interessant ist, bezieht sich auf offensichtlich unterschiedliche Sichtweisen der Fachdidaktik und der allgemeinen Didaktik. So weist die Einschätzung der kognitiven Aktivierung aus der Perspektive der allgemeinen Didaktik keinen Zusammenhang mit der eingeschätzten fachdidaktischen Qualität auf. Dieser Befund irritiert und ist gleichermaßen fruchtbar, bedeutet er doch, dass Verstehensqualität im Fachunterricht eine fachdidaktisch orientierte Analyse und damit einen engen Bezug zum Inhalt braucht. Gerade deshalb ist die Arbeit von Drollinger-Vetter in hohem Masse geeignet, um Fachdidaktik und Allgemeine Didaktik vermehrt miteinander ins Gespräch zu bringen.

Drollinger-Vetter, Barbara: *Verstehenselemente und strukturelle Klarheit*. Waxmann Verlag, Münster 2011, 358 S., ISBN 978-3-830-92606-1, €34,90

Esther Brunner, Pädagogische Hochschule Thurgau, Unterer Schulweg 3, 8280 Kreuzlingen, Schweiz, Email: [esther.brunner@phtg.ch](mailto:esther.brunner@phtg.ch)

## Ein Standardwerk zur Theorie des Rechnenlernens

### Michael Gaidoschik: Wie Kinder rechnen lernen – oder auch nicht

Rezensiert von Wolfram Meyerhöfer



Wer sich in der gelegentlich schillernden, gelegentlich kompetenten, gelegentlich abstrusen Welt der „Rechenschwäche“ umsieht, der kennt Michael Gaidoschik als klugen, reflektierten Praktiker, der versucht zu verstehen, welche stofflichen Hürden beim Mathema-

tiklernen zu bearbeiten sind, und der Wege für diese Bearbeitung sucht und aufzeigt. Michael Gaidoschik hat nun das Buch zu seiner Promotionsschrift vorgelegt, und ich war gespannt, auf welche Weise ein bereits erfahrener Autor den Weg in die Qualifikationsprosa nehmen würde.

Das Werk verfügt – für eine gekürzte Dissertation – über monströse Ausmaße (544 S.). Sie kommen aber vorrangig dadurch zustande, dass hier ein Standardwerk zum Rechnenlernen, konkret zur Theorie der Ablösung vom zählenden Rechnen, vorgelegt wird, welches im Theorie-Teil eher Habilitationscharakter hat. Die deutsch- und die englischsprachige Debatte zum Zählen und zur Ablösung vom zählenden Rechnen werden mit einem (unausgesprochenen) Vollständigkeitsanspruch tiefgründig erschlossen. Der Autor nimmt eine überaus verständige, differenzierte Abwägung der vorgetragenen Argumente und der empirischen Erschließungen vor. Im Rahmen dieser kritischen Würdigung erschließt er Konsistenzen und Inkonsistenzen in der Durchführung und Interpretation der vorliegenden empirischen Untersuchungen, so dass sich viele scheinbare Widersprüche erklären. Auch in der Darstellung und Deutung der eigenen empirischen Untersuchungen ist die Argumentation auffällig sauber. An jedem einzelnen Argument wird herausgearbeitet, welchen Allgemeinheitsanspruch es hat – am Ende des empirischen Teils wünscht man sich geradezu eine verkürzende Freihändigkeit herbei.

#### Theorien zum Zählen und zur Ablösung vom zählenden Rechnen

Gaidoschiks Thema ist die zentrale Aufgabe des arithmetischen Anfangsunterrichts: Die Begleitung der Schüler vom zählenden Rechnen zum nicht-zählenden Rechnen, also zum Rechnen mit Hilfe

von Rechenstrategien. Ihn interessiert der Unterschied zwischen jenen Schülern, „bei welchen das zählende Rechnen bloß vorübergehend ist und jenen, die diese Lösungsstrategie dauerhaft zu ihrer Hauptstrategie machen, also *verfestigen*.“ (S. 16) Er fragt sich

welche Lernprozesse manche Kinder im Laufe der Zeit dazu befähigen, zählende Strategien durch nichtzählende (Faktenabruf und Ableitungen) zu ersetzen und aus welchen Gründen andere Kinder ebendies nicht oder nicht in ausreichendem Maße oder nicht innerhalb der gewünschten Zeit tun. (S. 17)

Auf dem Weg zur Begründung seiner Fragestellung schlägt Gaidoschik zunächst eine Schneise in den Dschungel der Begriffe (Abschnitt 2.1). Das Feld wird rund um additive Grundaufgaben, Faktenabruf, Auswendigwissen, Automatisierung, Ableitung(sstrategien), operative, heuristische, Fakten nutzende oder zählende Strategien abgesteckt.

Dann nimmt er uns mit auf eine Abenteuerreise durch die Forschung zum Zahlerwerb. In den Abschnitten 2.2 bis 2.9 (S. 25–95) werden vor allem die empirischen Studien aus dem englischsprachigen Raum vorgestellt. Gaidoschik beschränkt sich nicht auf eine Wiedergabe von Resultaten, zumal die Resultate der Empirien widersprüchlich sind. Wie mit dem Skalpell zerlegt er die Versuchsdesigns, die empirischen Resultate und die Deutung der empirischen Resultate durch die Autoren. Dabei zeigt sich, dass die meisten Studien bei näherer Analyse erhebliche Probleme bergen und viele scheinbare Widersprüche in den empirischen Resultaten der verschiedenen Studien sich bei sauberer Deutung des empirisch wirklich Geleisteten klären. Dies erscheint mir als umso problematischer, als im angelsächsisch-utilitaristisch-pragmatistischen Ansatz viele empirische Untersuchungen in praktische Anweisungen und curriculare Materialien gemündet sind. Manche Deutungen erscheinen dabei geradezu als Volten. So stellten Geary u. a. (1996) fest, dass chinesische Schüler am Ende von Klasse 1 von den gegebenen Aufgaben im Zahlenraum bis achtzehn zu 91 % das Ergebnis aus dem Gedächtnis abrufen (Ende Klasse 2 zu etwa 100 %), zu weiteren 6 % leiten sie das

Ergebnis ab. US-Schüler lösen zum Ende von Klasse eins 28 % der Aufgaben durch Faktenabruf, Ende des dritten Schuljahres 56 %, zu diesem Zeitpunkt wurden noch 40 % der Aufgaben zählend gelöst.

Die Erklärungen von Geary u. a. beziehen sich nun zum einen auf die Besonderheiten der ostasiatischen Sprachen: Die chinesischen Zahlwörter erlauben kürzere Artikulationszeiten als die englischen und die deutschen. Dadurch können mehr Zahlen im Arbeitsspeicher verfügbar gehalten werden, was das Zählen ohne Zählmaterial erleichtert. Außerdem entspricht die Zahlwortbildung ab zehn auf sehr transparente Weise der Zahlnotation im dezimalen Stellenwertsystem. Die zweite Erklärung von Geary u. a. bezieht sich auf die Quantität des Mathematikunterrichts: Chinesische Kinder hatten jeweils etwa 25 % mehr Mathematikunterricht als US-amerikanische. Keinen Gedanken widmen Geary u. a. mathemattikkulturellen Unterschieden, ebenso werden die Qualität oder auch nur die Ziele des schulischen und vorschulischen Mathematikunterrichts im jeweiligen Land nicht in den Blick genommen. Insbesondere findet keine Auseinandersetzung mit der dortigen Zählorientierung statt. (S. 52–58)

Ähnlich verhält es sich bei Carpenter und Moser (1984), die 88 Kinder vom Beginn der ersten bis zur Mitte der dritten Schulstufe Aufgaben rechnen ließen, aber immerhin auch den Unterricht berücksichtigten. Im Unterricht wurden die Kinder zumindest in den ersten eineinhalb Jahren „nachdrücklich ermutigt“, Aufgaben mit Hilfe von Zählmaterial zu lösen. Die Kinder tun das auch über einen langen Zeitraum. Ziel des Unterrichts ist aber für Mitte des zweiten Schuljahres das Lösen der Aufgaben über Faktenabruf oder Ableitung. Carpenter und Moser sprechen von „fact mastery“, wenn ein Kind zu einem Erhebungszeitraum mindestens zwei Drittel der Aufgaben durch Faktenabruf oder Ableitung löst. Im Zahlraum bis 18 erreichen lediglich 24 % der Kinder diese Meisterschaft bereits Mitte zweiten Schuljahres (45 % im Zahlraum bis 10), ein Jahr später 70 % (89 % im Zahlraum bis 10). Carpenter und Moser schließen, es bestünde „some evidence“, dass ein solcher zählorientierter Unterricht „can be effective“. Gaidoschik arbeitet heraus, dass es nicht einleuchtet, ausschließlich einen zählorientierten Unterricht zu betrachten und vor dem Hintergrund der empirischen Resultate zu schlussfolgern, dass diese Zählorientierung erfolgreich sei bei der Überwindung des Zählens – zumal unerforscht bleibt, wie im Zuge des zählorientierten Unterrichts die Ablösung vom Zählen gestaltet wird und bei den Schülern stattfindet. (S. 43–49)

Rezipiert Gaidoschik in den Abschnitten 2.2 bis 2.9 vorrangig empirische Studien aus dem englischsprachigen Raum, so treten im Weiteren auch deutsche Studien und Ansätze hinzu, die immer mehr in den Vordergrund treten. Implizit zeigen sich hier unterschiedliche Wissenschaftstraditionen: Die deutschen Studien sind vorrangig Querschnittsstudien, die das Lösen oder die Lösungswege von Schülern zu bestimmten Zeitpunkten in den Blick nehmen. Die angelsächsischen Studien arbeiten eher längsschnittlich und versuchen, zu konkreten didaktischen Designs bzw. Anweisungen zu gelangen. Das wirkt zunächst einleuchtender, komplexer und lösungsorientierter. Die Analysen von Gaidoschik deuten aber an, dass diese Studien der Komplexität, die sie eröffnen, eher nicht gerecht werden, dass die geschlussfolgerten Designs bzw. Anweisungen nicht durchgehend einleuchten und dass die längsschnittlichen Ansätze nicht zu befriedigenderen Resultaten führen. Als Leser nimmt man vor diesem Hintergrund die etwas schlichter gestrickten deutschen Studien nahezu erleichtert zur Kenntnis. Die deutschen Didaktik-Ansätze, die oftmals eher mit einem (weniger systematisch-empirisch belegten) Erfahrungswissen und aus inhaltlich-logischen Überlegungen heraus begründet werden, fallen vor dem Hintergrund der recht technokratischen angelsächsischen Ansätze durch eine gewisse Erdung und gleichzeitig durch einen umfassenderen Anspruch auf.

Im Abschnitt 2.10 (S. 95–140) leistet Gaidoschik eine Gesamtschau der arithmetischen Entwicklung.

Die leitende Frage bei dieser Gesamtschau lautet: Über welche Voraussetzungen muss ein Kind verfügen, um die einzelnen, in qualitativen Interviews erfassbaren Rechenstrategien jeweils verstehen und/oder anwenden zu können? Erst nach Beantwortung dieser Frage lässt sich in weiterer Folge (vgl. Kap. 3) sinnvoll überlegen, wie Kinder bei der Aneignung *erwünschter* Strategien gefördert werden können – und zuvor schon, welche Strategien wir im Unterricht mit Kindern berechtigter Weise in welchem Alter anstreben sollten. (S. 96)

Dieser umfassende Anspruch wird im weiteren eingelöst. Gaidoschik strukturiert die theoretische Aufarbeitung entlang der folgenden Themen:

- „Pattern numbers“ (Zahlen als figurale Muster) und „counted numbers“ (Anzahlen, aber nur konkret gedacht) als konzeptuelle Voraussetzung des ersten Rechnens,
- (abstraktes) Verständnis von Zahlen als Anzahlen,

- Additives Operationsverständnis,
- Alleszählen, Ökonomisierung durch Weiterzählen, Weiterzählen vom größeren Summanden und Kommutativität
- Strategien auf Basis gespeicherter „Fingerzahlmuster“,
- „Number-after-rule“,
- Teile-Ganzes-Konzept,
- Additionsstrategien auf Grundlage von Kovarianz,
- Subtraktion als Umkehrung der Addition,
- Strategien auf Grundlage von kovarianten Zusammenhängen zwischen zwei Subtraktionen,
- Strategien auf Grundlage kompensatorischer Zusammenhänge,
- Strategien für Aufgaben mit Zehnerüber- bzw. -unterschreitung.

Gaidoschik versucht sich innerhalb der Gesamtschau der arithmetischen Entwicklung nicht in der Konstruktion eines grafisch leicht greifbaren Modells der Entwicklung des Rechnens, wie es etwa Fritz & Ricken (2008) oder Krajewski (2008) in der psychologischen Tradition vorlegen. Er zeigt in seiner Gesamtschau implizit, dass solche grafisch leicht greifbaren Modelle als grobe Orientierung nützlich sein mögen, aber die Komplexität der je individuell unterschiedlich laufenden Prozesse kaum so umfassend abbilden, dass sie den Anforderungen in einer Schulklasse oder in einer Einzelförderung gerecht werden. Er zeigt zudem in seiner kritischen Würdigung der Beiträge der Kognitionspsychologie (2.12, S. 146–159), dass der Teufel des Verstehens von Schülerrechenwegen und -denkweisen dort lauert,

- wo fast gleiche Sprechakte und Handlungen mit durchaus verschiedenen Verstehstiefen verbunden sein können,
- wo das Kind das gleiche Problem zu unterschiedlichen Zeitpunkten verschieden bearbeitet und
- wo in Konstrukten wie „Mengenvorwissen“ oder „Zahlenvorwissen“ so verschiedene Aufgaben versammelt werden, dass kaum benannt werden kann, was die mit solchen Konstrukten errechneten Korrelationen erzählen und welche Folgerungen sich daraus für Lern- oder Lehrprozesse ergeben.

Es gibt also ein Problem der Passung von singulärer Handlung und Konzeptualisierung des kindlichen Denkens, es gibt ein Problem der Stabilität von Erkenntnis und von Routine beim Kinde und es gibt ein Problem bei der Reduzierung der Komplexität in Konstrukte hinein.

Dass diese Probleme empirisch und theorie-sprachlich beschrieben werden können, sieht man bei Gaidoschik – dass es aufwändig ist, sieht man aber auch. Zum Trost sei gesagt, dass mir

im Lernprozess alle aufgezeigten Probleme durch reichhaltige Lernumgebungen bearbeitbar erscheinen.

In Kapitel 3 (S. 167–206) stellt Gaidoschik die Frage, ob es ein lohnendes Unterrichtsziel ist, eine frühe Automatisierung der additiven Grundaufgaben anzustreben. Man mag hier zu einem einfachen „Ja“ neigen, aber Gaidoschik lässt sich auch hier nicht von einer präzisen Analyse abbringen. Er zeigt zunächst, dass die Automatisierung der Grundaufgaben für das schriftliche Rechnen zwar eine günstige Voraussetzung ist, aber keine notwendige Bedingung (was man auch daran sieht, dass manche Schüler mit besonderen Schwierigkeiten im Rechnen (bSR) wieder richtige Resultate herstellen, wenn sie die schriftlichen Verfahren erlernen: Sie können nun nämlich wieder zählend zu korrekten Ergebnissen kommen). Er zeigt dann, dass beim halbschriftlichen Rechnen für die Abarbeitung der Teilschritte zählendes Rechnen noch möglich ist, dass es hier aber *konzeptuell* ein Hindernis ist. Für das Kopfrechnen mit zwei- und mehrstelligen Zahlen wird Zählen als weitgehendes Hindernis herausgearbeitet und es wird gezeigt, dass der Taschenrechner nichtzählendes Rechnen zum Überschlagen der Ergebnisse geradezu zwingend erfordert.

Nun bleibt aber die Frage, auf welchem Wege die Automatisierung der additiven Grundaufgaben erfolgen soll. Nach einer Miniatur zur Inkonsistenz der NCTM-Antworten auf diese Frage (S. 185–190) positioniert sich Gaidoschik in der deutschen Debatte (S. 190–206). Dazu analysiert er Radatz, Schipper, Dröge & Ebeling (1996), Wittmann & Müller und Gerster. Padberg (2005), Krauthausen & Scherer (2007) und Hasemann (2003) sieht er inhaltlich mit dieser Diskussion ebenfalls abgedeckt.

Gaidoschik arbeitet folgende Gemeinsamkeiten der drei Positionen heraus (zusammengefasst S. 201):

- hoher Stellenwert der Überwindung zählender Lösungsstrategien,
- Absage an bloßes Auswendiglernen ohne Verständnisgrundlage,
- Beimessen einer hohen Bedeutung für Ableitungsstrategien.

In der konkreten Ausgestaltung der Bedeutung der Ableitungsstrategien zisiert Gaidoschik nun die Unterschiede der Ansätze heraus. Dies ist anspruchsvoll, weil er dazu die didaktischen Rhetoriken mit den konkreten Designs in Beziehung setzen muss und berücksichtigen muss, was *nicht* geschrieben steht. Er arbeitet für die Ansätze von Radatz u. a. und Wittmann/Müller heraus, dass ihre jeweiligen Ansätze in ihren Konkretionen eine gewisse Tendenz zeigen, entgegen dem eigenen

Wollen ein bloßes Auswendiglernen der Grundaufgaben doch nahezulegen. Dieser Weg wäre aber für den Schüler deshalb fatal, weil ihm damit jene Strategien fehlen, die ihm Rechnen in größeren Zahlräumen ermöglichen, und weil ihm jenes relationale Zahlverständnis fehlt, welches erst ihm das Verständnis des Stellenwertsystems ermöglicht.

Gaidoschik selbst lehnt sich mit überzeugenden Argumenten an die Position von Gerster (und damit Baroody und van der Walle) an, die er so zusammenfasst:

Bei GERSTER wird also erstens das Ziel des frühen Arithmetikunterrichts von „Auswendigwissen“ auf „Beherrschen“ („fact mastery“) verschoben: Das rasche und sichere Ableiten wird in die Zieldefinition mit aufgenommen. Zweitens (...) erfolgt eine *klare Festlegung bezüglich der Mittel*, die zur Erreichung dieses Ziels eingesetzt werden sollen: Es sind dies jene Ableitungsstrategien, auf die später (sofern kein direkter Abruf erfolgt) als Abrufhilfen zurückgegriffen werden kann. Diese Strategien sollen im Rahmen einer „systematischen Erarbeitung des gesamten kleinen Einsundeins im Unterricht“ gezielt behandelt werden. (S. 200)

Damit ist der Weg für die empirische Untersuchung vorgezeichnet: Gaidoschik will die Ablösung vom zählenden Rechnen erreichen, indem er Rechenstrategien lehrt, die wiederum peu á peu zum Auswendigkönnen des kleinen  $1 + 1$  (und im Grunde auch  $1 - 1$ ) führen. Das Auswendigkönnen, also der „Abruf“, muss dabei zum Ende von Klasse 1 noch nicht für alle Aufgaben vorhanden sein, aber der Schüler sollte auf dem Weg sein, indem er Aufgaben über Ableitungen mit Hilfe von gewussten Aufgaben löst. Die empirische Untersuchung wird diesen Ansatz befragen, indem der Weg der Schüler vom Zählen über das Ableiten zum Abruf nachvollzogen wird.

In Kapitel 4 (207–232) stellt Gaidoschik – an diesen Grundsatz anschließend – die Frage, welche Empfehlungen die Fachdidaktik für den Arithmetikunterricht im ersten Schuljahr ausspricht. Er versammelt hier folgende Konsensus:

- Vom Zählen zu einer strukturierten Zahlauffassung (relationaler Zahlbegriff, Zahlen als Zusammensetzungen aus anderen Zahlen, Zahlen im Teile-Ganzes-Konzept, Beziehungsgeflecht der Zahlen untereinander),
- gezieltes Erarbeiten nicht-zählender Rechenstrategien,
- Vorrang der Strategie-Reflexion gegenüber dem „Lösen von Rechenaufgaben“,
- ganzheitliche Behandlung von Zahlräumen,
- keine Festlegung auf das Teilschrittverfahren für den Zehnerübergang im Zahlraum bis 20,

- Vorrang operativer Übungsformen.

Diese Zusammenstellung ist im Sinne eines Standardwerkes hilfreich, innerhalb des Forschungsprozesses dient sie Gaidoschik später als Folie der Beurteilung des Mathematikunterrichts, dem seine Probanden unterliegen.

### **Empirieteil: Vom Zählen über Ableitungsstrategien zum Faktenabruf**

Im Grunde ist der Theorieteil des Buches ein eigenständiges Werk, das ich als Standardwerk zum Rechnenlernen bezeichnen würde, welches eigenständig steht, aber auch als theoretische Vertiefung (oder Vorbereitung) der Praxiswerke von Gaidoschik gelesen werden kann. Es handelt sich aber eben auch um eine Qualifikationsschrift mit einem empirischen Teil.

Gaidoschik hat in einer Längsschnittstudie mit 139 Erstklässlern aus 20 verschiedenen (nieder)österreichischen Volksschulen (22 Klassen) jeweils zu Beginn, Mitte und Ende des Schuljahres qualitative Interviews durchgeführt, um ihr Vorgehen beim Rechnen und ihr rechenstrategisches Denken (sowie am Schulbeginn zahlbezogene Kenntnisse) zu untersuchen. Die im Unterricht dieser Kinder verwendeten Mathematik-Schulbücher wie auch Schul- und Hausübungshefte sowie Übungsblatt-Mappen wurden einer qualitativen Inhaltsanalyse unterzogen, Lehrerinnen und Eltern wurden mit Fragebögen befragt. Es wurde dabei mit folgenden *inhaltlichen* Hypothesen (Kapitel 5) gearbeitet:

1. „Es wird angenommen, dass das zahlbezogene Wissen, über das ein Kind zu Beginn seines ersten Schuljahres verfügt, einen statistisch bedeutsamen Einfluss darauf hat, in welchem Ausmaß dieses Kind im gesamten Verlauf des ersten Schuljahres beim additiven Rechnen im Zahlenraum bis zehn Fakten nutzende Strategien anwendet.“
2. Es wird angenommen, dass die Geschlechtszugehörigkeit eines Kindes und der Bildungsgrad seiner Eltern einen statistisch bedeutsamen Einfluss darauf haben, in welchem Ausmaß dieses Kind im gesamten Verlauf des ersten Schuljahres beim additiven Rechnen im Zahlenraum bis zehn Fakten nutzende Strategien anwendet.
3. Es wird angenommen, dass die Rechenfähigkeit eines Kindes am Ende des ersten Schuljahres (gemessen an der Anzahl von nicht-trivialen Grundaufgaben, die dieses Kind durch Fakten nutzende Strategien löst) mit seiner Rechenfähigkeit zu Beginn des ersten Schuljahres, noch stärker aber mit seiner Rechenfähigkeit zu Beginn des zweiten Schulhalbjahres korreliert.

4. Es wird angenommen, dass das wiederholte Ableiten einer additiven Grundaufgabe deren Automatisierung befördert und dass deshalb Kinder, die eine bestimmte additive Grundaufgabe Mitte des ersten Schuljahres durch eine Ableitungsstrategie lösen, diese Grundaufgabe am Ende des ersten Schuljahres signifikant häufiger automatisiert haben als Kinder, die dieselbe Grundaufgabe Mitte des ersten Schuljahres durch eine Zählstrategie lösen.“ (S. 233)

Diese inhaltlichen Hypothesen werden in „Statistische Prüfhypothesen“ überführt, später in Kapitel 9 wird auch eine Prüfstatistik über die Daten gezogen, die mir eher der Bedienung von Betreuungsvorstellungen als einer noch notwendigen Absicherung der Erkenntnisse zu dienen scheint.

Die empirischen Aussagen werden in den Kapiteln 6 bis 8 erarbeitet. Kapitel 6 begründet das Untersuchungsdesign.

Das Kapitel 7 hält zwar Erschreckendes bereit, ist aber für die Untersuchung eher ein Nebenschauplatz: Gaidoschik will hier „Schulische Rahmenbedingungen der Strategieentwicklung“ erfassen. Er will also herausfinden, was für einen Mathematikunterricht die von ihm untersuchten Schüler genossen haben, insbesondere ob dieser geeignet war, die Ablösung vom Zählen zu stützen. Da er niederösterreichische Schüler untersucht, erhalten wir auch nur einen Eindruck vom (nieder)österreichischen Mathematikunterricht. Für diesen lässt sich zusammenfassend sagen: Die österreichischen Schulbücher unterstützen die Erarbeitung nichtzählender Rechenstrategien tendenziell nicht, sie zeigen sogar eine Tendenz, diese zu torpedieren. Die befragten Lehrer orientieren sich sehr stark an dieser Grundstruktur. Sie sind sich kaum ihrer Aufgabe bewusst, die Schüler bei der Erarbeitung nichtzählender Strategien zu begleiten. Sie bejahen das andauernde Zählen oder halten die Ablösung für einen Selbstläufer oder wissen nicht recht, wie eine Unterstützung aussehen kann. Hier bietet sich eine vergleichende Untersuchung zur deutschen und schweizer Situation an, die sich zumindest auf der Lehrbuchebebene anders ausnehmen dürfte. Die Methodik von Gaidoschik bietet hier eher einen Ausgangspunkt, der zu Adaptionen einlädt. Er diskutiert seine Methodik selbst kritisch und skizziert

auf den Seiten 468 bis 474 Forschungsdesigns, die expliziter den Einfluss von Unterricht auf die Ablösung vom zählenden Rechnen erschließen.

Das Kapitel 8 ist das empirische Hauptkapitel (S. 321–474). Gaidoschik ertrinkt ein wenig in den produzierten Daten: Von 139 Erstklässlern hat er Daten zu zahlbezogenem Vorwissen (6 Aufgabenblöcke), am Schulbeginn rechnen die Schüler zusätzlich 10 Aufgaben. In der Mitte des Schuljahres rechnen sie 18 Aufgaben, am Schuljahresende 25. Mitte und Ende des Schuljahres werden zusätzlich Aufgaben gestellt, um die Einsicht in operative Zusammenhänge zu untersuchen. Da Gaidoschik einen qualitativen Erkenntnisanspruch hat, werden nicht nur Daten präsentiert, sondern sie werden in die theoretischen Überlegungen des ersten Buchteiles eingeordnet und verstehbar gemacht, indem Beobachtungen aus den Interviews und den Fragebögen einbezogen werden. Die so entstehende Fülle ist ebenso beeindruckend wie erschlagend. Als Leser ist man an mancher Stelle geneigt zu sagen: Ist ja gut, ich glaub dir ja! Abkürzbar ist dieser Erkenntnisprozess aber im Forschungsprozess kaum. Der Rezensent hat gelegentlich einen Falsifikationsversuch unternommen, sich also gefragt, ob die Daten auch anders deutbar wären, blieb dabei aber recht erfolglos.

Lediglich die Bildung einer Schüler-Typologie zur Entwicklung von Strategiepräferenzen ist ein wenig holprig. Hier werden permanent zwei Typologiebegriffe miteinander vermengt: An manchen Stellen wird auf den Weberschen Begriff des Idealtypus mit seinen Extrapolationen Rückgriff genommen, im Hauptstrang der Typenbildung wird aber eine Typenbildung vorgenommen, die mit dem Weberschen Idealtypus nicht zusammenläuft, sondern Kategorien erzeugen will.<sup>1</sup> Der Begriff der Typenbildung in der von Gaidoschik benutzten Weise meint lediglich, dass die Kategorien erst aus dem empirischen Material gebildet werden und nicht bereits vor der empirischen Erhebung.

Ich bin aber nicht so sicher, ob Gaidoschik nicht überzeugender gewesen wäre, wenn er hier auf den Lehrbuchweg verzichtet hätte: Er ist ein erfahrungsgesättigter Praktiker, und diese seine Erfahrung scheint mir bei seiner Typenbildung mitzuspielen, und ohne diese Erfahrung würde seine Typenbildung z. T. nicht einleuchten:

<sup>1</sup> Mit Weber hätte man z. B. anhand eines oder einiger weniger Fälle die Eigenschaften eines (empirisch nicht unbedingt vorfindlichen) idealen Strategienutzers und eines idealen Dauerzählers herausgearbeitet. Dann hätte man untersucht, ob man ihre Eigenschaften gegeneinander kontrastieren kann. Wenn nicht, dann hätte man die jeweiligen Kontrastierungen theoretisch hergeleitet und nach Fällen gesucht, die diesen kontrastierenden Eigenschaften möglichst nahe kommen. Bei diesen Fällen hätte man weitere Eigenschaften gesucht, wieder Kontrastierungen gesucht usw. und so hätte man sich bis zur empirischen Sättigung durch die Fälle gefressen. Die so entstehenden Idealtypen sind keine Kategorien, sondern dienen als Kontrastfolie zur Einordnung von Fällen, ohne dass man diese kategorisieren will. Gaidoschik hat aber quantitative Fragestellungen, die zwingend nach einer Kategorisierung verlangen.

Als erstes beschreibt er den Typus „Faktenabruf und fortgesetztes Ableiten“. Diese Kinder lösen Aufgaben im Zahlenraum bis 10 am Ende der ersten Klasse fast ausschließlich durch Nutzung von Zahlenfakten. Im weiteren zeigt sich, dass Kinder, die in der Mitte von Klasse 1 Ableitungsstrategien nutzen (statt zu zählen), in sehr starkem Maße am Ende von Klasse 1 Fakten abrufen. Hier liegt eine Kernaussage der Untersuchung: Es verdichtet sich (unter Hinzuziehung weiterer Argumente), dass es die Nutzung von Ableitungsstrategien ist, die eine Ablösung vom zählenden Rechnen begünstigt. Auch für die anderen Typen wird dieser Gedanke überzeugend ausargumentiert.

Nun behauptet Gaidoschik einen zweiten Typus „Hohe Merkleistung ohne Ableitung“. Diese Kinder kennt man aus „Rechenschwäche“-Instituten: Sie lernen das kleine 1+1 auswendig, können aber keine Ableitungsstrategien anwenden und scheitern deshalb später – oft überraschend für Eltern und Lehrer, die nur das Produzieren korrekter Resultate im Auge haben, was in Klasse 1 natürlich noch gut klappt. Da dieses reine Auswendiglernen eine enorme Gedächtnisleistung erfordert, sind diese Kinder sehr selten. Gaidoschik scheint nur für drei Kinder eine Zuordnung zu diesem Typus „einigermaßen gerechtfertigt“. Das sieht schon sehr danach aus, als ob dieser Typus nicht aus dem Datenmaterial herausgefiltert wurde, sondern aus der Erfahrungssättigung von Gaidoschik.

Ähnlich sieht es bei den drei Typen aus, die Gaidoschik bei jenen Kindern findet, welche nicht „reine Zähler“ oder „reine Ableiter“ sind: Es gibt Kinder, die verschiedene Strategien nutzen (hoher Anteil Zählen, aber auch Faktenabruf und nicht-zählende Fingerstrategien), aber keine Ableitungen leisten. Es gibt Kinder, die Ableitungen leisten können (und oftmals sogar operative Zusammenhänge kennen, sie aber nicht nutzen, weil es ihnen niemand nahelegt), aber beim zählenden Rechnen verbleiben. Von letzteren unterscheidet er nun Kinder, die ebenfalls beim zählenden Rechnen verbleiben und ebenfalls Ableitungen leisten können, aber am Ende der ersten Klasse kaum Aufgaben abrufen können. Hiervon findet er nur vier Kinder. Diese vier Kinder sind nicht uninteressant, denn sie verhelfen uns zu einem Eindruck von der Rolle des Übens beim Rechnenlernen:

Es zeigt sich, dass jene Kinder, die Ableitungsstrategien nutzen, am wenigsten zuhause üben. Am meisten üben jene Kinder, die vorwiegend zählen ohne abzuleiten, sozusagen der Typus „Zähler“. Das sind jene Leidenskinder, mit denen stundenlang geübt wird, ohne dass sie etwas davon haben: Üben ohne Strategiebezug bringt kaum etwas (außer wenn man ein extrem gutes Gedäch-

nis hat). Bei jenen Kindern, die gemischte Strategien haben und z.T. auch ableiten, die also nicht nur zählen, ist es nun aber so, dass Üben etwas zu bringen scheint: Jene Kinder, die mehr üben, können am Ende von Klasse 1 mehr Aufgaben auswendig als jene, die weniger üben. Man kann sagen: In einem strategieorientierten Unterricht lernen Kinder Zahlenfakten mit relativ wenig Übungsnotwendigkeit. Ein Unterricht, der keine Ableitungsstrategien ins Zentrum rückt, der erzeugt jene Verlierer, die völlig beim Zählen verbleiben und die auch mit vielem Üben kaum Zahlenfakten abrufen können. Wenn die Kinder sich in diesem Unterricht oder trotz dieses Unterrichts aber andere als zählende Strategien aneignen können, dann ist Üben etwas, das ihnen dabei hilft, Zahlenfakten abrufen zu können.

Ich habe diese Erkenntnis hier deutlich zugespitzter formuliert als Gaidoschik es tut – seine Deutungen bleiben durchweg sehr präzise an dem, was sich direkt aus den Daten schließen lässt. Für diese – von ihm nur sehr vorsichtig angedeutete – Erkenntnis ist es aber notwendig, den letztgenannten Typus mit nur vier darin versammelten Schülern zu konstruieren. Auch hier habe ich aber den Eindruck, dass Gaidoschik diese beiden Typen nicht unmittelbar in den Daten entdeckt, sondern bereits vorher kannte. Es steht die Frage, ob es nicht vielleicht sinnvoll gewesen wäre, sich den aufwendigen Arbeitsschritt der Typenbildung zu sparen: Als erfahrungsgesättigter Praktiker hatte Gaidoschik – so mein Eindruck – die verschiedenen Kategorien von Schülern bereits vor Augen, und zwar viel weiterblickend als es die Untersuchung selbst leisten kann, weil er weiß, in welche Probleme die Schüler in den nachfolgenden Jahren hineinlaufen. Vielleicht sollten wir mehr Mut haben, *tiefgründige* Erfahrungsempirie im Forschungsprozess wieder stärker zuzulassen. In jedem Fall ist es Gaidoschik gelungen, eine erkenntnishaltige und praktisch hilfreiche Typologie zu erstellen, um die Vielfalt des empirisch Vorfindlichen zu sortieren.

Die Resultate von Gaidoschiks Untersuchungen lassen sich am besten im Kapitel 10 „Diskussion und Ausblick“ nachvollziehen. Hier verlässt der Autor die Lehrbuch-Empirie und entledigt sich der Fesseln der Signifikanzen, um „die Ergebnisse aus persönlicher Sicht zu kommentieren“, wie er Bortz und Döring (2005) zitiert. Es handelt sich aber nicht um eine „persönliche Sicht“, sondern um eine Zusammenführung von qualitativen und quantitativen Daten mit Theorie- und Erfahrungswissen unter Nutzung der Methode des freien Denkens.

Mit der Untersuchung zum Zusammenhang von Zahlvorwissen am Beginn von Klasse 1 und Zahlfaktenwissen am Ende von Klasse 1 sollte

überprüft werden, ob das frühe Zahlwissen nicht nur – wie in jüngster Zeit mehrfach ausgewiesen (...) – ein maßgeblicher Prädiktor der über standardisierte Tests *quantifizierten globalen* „Rechenleistung“ ist, sondern ob sich auch statistisch signifikante Zusammenhänge der *Qualität* des Rechnens mit dem frühen Zahlwissen nachweisen lassen. Das ist der Fall, wobei der Einfluss der Quasi-Simultanerfassung durch die vorliegende Untersuchung statistisch besser abgesichert ist als jener des Vorwärtzählens.

Die pädagogisch-fachdiaktische Relevanz dieses Befundes liegt zum Einen darin, dass die vorliegende Studie dadurch besser zu verstehen erlaubt, in welcher Weise das frühe Zahlwissen als „Prädiktor der Rechenleistung“ wirksam wird. (S. 490)

Es zeigte sich,

dass jene Kinder, die zu Schulbeginn über ein *höheres Zahlwissen* verfügen, auch eher in der Lage sind, das *zählende Rechnen* schon im Laufe des ersten Schuljahres mehr und mehr zugunsten Fakten nutzender Strategien *hinter sich zu lassen* (was aus den vorliegenden entwicklungspsychologischen Studien *in dieser Spezifität* nicht hervorgeht).

Gaidoschik interpretiert das bessere Abschneiden von Kindern mit hohem Zahlwissen in standardisierten Mathematiktests „als Folge dieser auf Basis eines höheren Zahlwissens früher und umfassender erfolgenden Überwindung von Zählstrategien“ (S. 490). Er vermutet dabei z. B.,

dass jene Kinder, die zu Schulbeginn eine bessere Performanz im Vorwärtzählen zeigen, sich *in der Regel* bereits im Kindergartenalter intensiver mit Zahlen beschäftigt haben (...). *In der Regel* werden sie dabei aber, ob mit oder ohne gezielte Unterstützung, auch über das Beherrschen der Zahlwortreihe hinaus wichtige numerische Entdeckungen gemacht haben, die ihnen in weiterer Folge den Einstieg in die Schulmathematik vermutlich erleichtert haben. In Kapitel 8.2.3.4 wurde darauf hingewiesen, dass die Kinder mit guter Performanz beim Vorwärts- und Rückwärtzählen zu Schulbeginn *in der Regel* auch bereits mehr Zahlenfakten gespeichert hatten als Kinder, die zu Schulbeginn die Zahlwortreihe noch nicht so gut beherrschten. Mehr Zahlenfakten heißt aber auch: Mehr Möglichkeiten für Anknüpfungspunkte beim weiteren Rechnen im Zahlenraum bis zehn. Umgekehrt haben die Kinder, die bereits zu Schulbeginn Ableitungsstrategien anwandten, *in der Regel* auch bereits überdurch-

schnittlich viele Aufgaben durch Faktenabruf gelöst.

Weiter argumentiert er:

Die Performanz im Vorwärtzählen zu Schulbeginn korreliert vermutlich deshalb mit der Häufigkeit von Faktennutzung, weil in der Regel jene Kinder, die zu Schulbeginn ein erhöhtes prozedurales Wissen (Zahlwortreihe) zeigen, auch über ein erhöhtes konzeptuelles Wissen (zumindest Ansätze von Einsichten in Zahlstrukturen und operative Zusammenhänge) verfügen. Letzteres (und nicht eigentlich die höhere Performanz im Vorwärtzählen) verbessert vermutlich in weiterer Folge die Chancen dieser Kinder, mehr und mehr Aufgaben nicht-zählend zu lösen.

Nur ein Teil der Erklärung ist dies deshalb, weil sich prozedurales und konzeptuelles Wissen nicht so fein säuberlich trennen lassen und sich überdies in einem „iterativen Prozess“ von Wechselwirkungen weiter entwickeln. (S. 492 f.)

Diese Deutungen differenzieren die bislang aus der Psychologie gelieferten Deutungen der Korrelationen deutlich aus. Ähnliches leistet Gaidoschik bezüglich der Rolle der Quasi-Simultanerfassung zu Beginn des ersten Schuljahres:

Dass diese mit der Häufigkeit, mit der ein Kind im weiteren Verlauf des ersten Schuljahres Aufgaben durch Faktennutzung löst, signifikant positiv korreliert, ist vor dem Hintergrund der in Kapitel 2.10 und Kapitel 4.1 gelieferten fachdidaktischen Analysen wenig überraschend: In der Quasi-Simultanerfassung etwa der Acht als Vier und Vier manifestiert sich ja bereits ein (wenn auch vielleicht noch kontextgebundenes) Wissen davon, dass Acht ein Ganzes ist, das aus den Teilen Vier und Vier zusammengesetzt wird. Die qualitative Auswertung hat dann ja auch gezeigt, dass Kinder, die acht Punkte zu Beginn des ersten Schuljahres als Doppel-Vier erkennen, in der Regel auch  $4+4$  schon zu diesem Zeitpunkt durch Faktenabruf lösen (...). Und auch wenn das Ableiten einzelner Subtraktionen auf Basis von „think addition“ offenbar nicht ohne weiteres schon als Ausweis eines soliden Teile-Ganze-Verständnisses auf der Ebene der „mathematics of numbers“ gewertet werden darf (...), so ist doch umgekehrt klar, dass Kinder *mit* einem (sich vielleicht erst noch entwickelnden, aber in der Quasi-Simultanerfassung doch bereits angebahnten) Teile-Ganzes-Verständnis gute Voraussetzungen haben, um aus zunächst nur einzelnen auswendig gemerkten Zahlenfakten weitere Aufgaben abzuleiten. (S. 491)

Die erschließenden und instruktiven Darlegungen zum Zusammenhang des Geschlechts und des elterlichen Schulabschlusses (10.2 und 10.3) seien hier lediglich erwähnt. Zum Abschluss sei noch einmal zusammengefasst, inwiefern das Lösen von Aufgaben mit Ableitungsstrategien über die reine Korrelation hinaus auch *kausal* gedeutet werden kann als förderlich für das Automatisieren von Aufgaben (10.4).

Der empirische Vergleich der verschiedenen Entwicklungsverläufe der Kinder zeigt,

dass ein Wechsel vom Ableiten einer Aufgabe Mitte des ersten Schuljahres zum Auswendigwissen dieser Aufgabe am Ende des Schuljahres signifikant öfter erfolgt ist als ein Wechsel von einer Zählstrategie zum Auswendigwissen (...). Hier ist aber ein Weiteres zu berücksichtigen: In den 83 Fällen, in denen eine der zehn für diesen Vergleich herangezogenen nicht-trivialen Aufgaben Mitte des Schuljahres abgeleitet wurde, wurde dieselbe Aufgabe nicht nur mit signifikanter Häufung (58-mal) am Ende des Schuljahres auswendig gewusst, sondern im Übrigen auch 17-mal am Ende des Schuljahres erneut abgeleitet. Nur in 7 von 83 Fällen kam es zu einem „Rückschritt“ zur Strategie des Weiterzählens, in keinem einzigen Fall wechselte das Kind am Ende des Schuljahres zum Fingerteil- oder Alleszählen. Kinder, die eine Aufgabe Mitte des Schuljahres abgeleitet haben, haben diese Aufgabe also zwar nicht in allen Fällen am Ende des Jahres *auswendig* gewusst, aber nur sehr selten (in etwa 8 Prozent der Fälle) zählend gelöst, und wenn, dann mit der am weitesten fortgeschrittenen Zählstrategie des Weiterzählens.

In den 179 Fällen, in denen eine dieser Aufgaben Mitte des Schuljahres durch Weiterzählen gelöst wurde, blieb es hingegen 84-mal (in 47 Prozent dieser Fälle) auch am Ende des Schuljahres beim Weiterzählen, und immerhin 15-mal (in 8 Prozent dieser Fälle) kam es sogar zum „Rückfall“ ins Fingerteil- oder Alleszählen. Wenn wir als Ziel des ersten Schuljahres also nicht so sehr das Automatisieren als vielmehr das nicht-zählende Lösen von Grundaufgaben ins Auge fassen (wofür einiges spricht; vgl. Kap. 3.3), dann fällt bezogen auf dieses Ziel der Vorteil von Kindern, die Mitte des Schuljahres ableiten, gegenüber den Kindern, die Mitte des Schuljahres weiterzählen, noch deutlicher aus. (S. 511 f.)

Im weiteren diskutiert Gaidoschik auch die bekannten Gegenargumente, insbesondere von Autoren, die annehmen, dass gezielte Fokussierung

auf Zählen eine Ablösung vom Zählen herbeiführt.

Die Mathematikdidaktik hat sich in den letzten Jahrzehnten von einer sehr stofflich orientierten zu einer empirisch orientierten Wissenschaft entwickelt. Die empirisch orientierte Mathematikdidaktik hat vielfältige Aspekte von Mathematikunterricht untersucht, aber selten die Frage gestellt: *Wird hier Verstehen ermöglicht?* Die Mathematikdidaktik steht an einer Stelle, an der sie mit ihrem empirischen Wissen um die Prozesse im Klassenzimmer und im Individuum wieder stärker auf das Stoffliche – und auf das Verstehen des Stofflichen – schauen muss. Die Arbeit von Gaidoschik liefert hier einen Prototypen einer solchen „empirischen Stoffdidaktik“.

In der Terminologie des Konstrukts der nbsH (vgl. Meyerhöfer 2011) ist damit ein theoretischer Ansatz für die erste stoffliche Hürde (sH), die Ablösung vom zählenden Rechnen und der Erwerb von kardinalem, ordinalem und relationalem Zahlbegriff, formuliert.

Michael Gaidoschik: *Wie Kinder rechnen lernen – oder auch nicht*. Peter Lang Verlag, Frankfurt/M. 2010, 544 S., ISBN 978-3-63159519-0, €79,95

## Literatur

- Bortz, Jürgen & Döring, Nicola (2005): *Forschungsmethoden und Evaluation für Human- und Sozialwissenschaftler*. Heidelberg: Springer, 3., überarbeitete Auflage.
- Geary, David C., Bow-Thomas, Christine C., Fan, Liu & Siegler, Robert S. (1996): Development of Arithmetical Competences in Chinese and American Children: Influence of Age, Language, and Schooling. In: *Child Development*, Vol. 67, S. 2022–2044.
- Carpenter, Thomas P. & Moser, James M. (1984): The Acquisition of Addition and Subtraction Concepts in Grades One Through Three. In: *Journal for Research in Mathematics Education*, Vol. 15, No. 3, S. 179–202.
- Fritz, Annemarie & Ricken, Gabi (2008): *Rechenschwäche*. München: Ernst Reinhardt.
- Hasemann, Klaus (2003): *Anfangsunterricht Mathematik*. Heidelberg, Berlin: Spektrum.
- Krajewski, Kristin (2008): Vorschulische Förderung mathematischer Kompetenzen. In: Petermann, Franz & Schneider, Wolfgang (Hrsg.): *Angewandte Entwicklungspsychologie*. Göttingen: Hogrefe, S. 275–304.
- Meyerhöfer, Wolfram (2011): Vom Konstrukt der Rechenschwäche zum Konstrukt der nicht bearbeiteten stofflichen Hürden. In: *Pädagogische Rundschau*, 65. Jg. 2011, Heft 4, S. 401–426.
- Padberg, Friedhelm (2005): *Didaktik der Arithmetik*. Heidelberg: Spektrum, 2005, dritte erweiterte, völlig überarbeitete Auflage.
- Radatz, Hendrik, Schipper, Wilhelm, Dröge, Rotraud, & Ebeling, Astrid (1996): *Handbuch für den Mathematikunterricht*, 1. Schuljahr. Hannover: Schroedel.

Wolfram Meyerhöfer, Universität Paderborn, Warburger Straße 100, 33098 Paderborn, Email: [meyehof@math.upb.de](mailto:meyehof@math.upb.de)

## E. Klieme et al. (Hrsg.): PISA 2009 – Bilanz nach einem Jahrzehnt

Rezensiert von Thomas Jahnke



Der Titel des Buches erweckt Hoffnungen. Was sind die Erträge – wie es im Jargon der Bildungsforschung heißt – von einem Jahrzehnt PISA, von den vier ‚Wellen‘ dieser Unternehmung in den Jahren 2000, 2003, 2006 und 2009? Welche Ernte bringen die personellen Anstrengungen und

die – soweit ich weiß nirgends bezifferten – finanziellen Aufwendungen, der organisatorische und der statistisch ausgefeilte Aufwand und nicht zuletzt der Schweiß der Tausenden von Testandi ein? Hat die Bildungspolitik das in Auftrag gegebene Steuerungswissen tatsächlich erhalten? Worin besteht es? Wie profitieren – um sprachlich im Metier der Bilanzen zu bleiben – Lehrerinnen und Lehrer, Schülerinnen und Schüler mit und ohne Migrationshintergrund, die schulische Bildung und der Unterricht von diesem Programm?

Die Antworten auf solche Fragen sind eher ernüchternd. Schon stilistisch. Das Buch ist so lustlos geschrieben, als wollten die Autorenkollektive empirie-, erfahrungs- und statistikgesättigt ihre reichen Erkenntnisse gar nicht mitteilen, sondern sich eher trocken einer leidigen Auftragspflicht entledigen. Es regt nicht zum Fragen, Forschen und Folgern an, sondern hat eher den Charme der Wasserstandsmeldungen, die früher im Rundfunk verlesen wurden.

Die in diesem Buch gezogene Bilanz fällt für die Mathematik, die uns hier vor allem interessiert, schon vom Umfang her spärlich aus. Das einzige auf dieses Fach bezogene Kapitel 5 „Mathematische Kompetenz von PISA 2003 bis PISA 2009“ nimmt von den insgesamt 309 Seiten 23 Seiten einschließlich des etwas mehr als einseitigen

Literaturverzeichnisses und damit etwa 7,5% des Buches (S. 153 bis 175) ein. Die Zeitspanne 2003 bis 2009 will nicht so recht mit der im Untertitel des Buches angesprochenen ‚Bilanz nach einem Jahrzehnt‘ harmonieren, was eher am Rande auf Seite 159 erklärt wird:

Der Mathematiktest bei PISA 2000 umfasste im Wesentlichen Aufgaben der beiden übergreifenden Ideen Veränderungen und Beziehungen sowie Raum und Form. Vergleiche zwischen den Erhebungen der Jahre 2000 und 2003 [und damit offensichtlich auch für die späteren Wellen Th.J.] sind entsprechend nur für diese beiden Teilskalen, nicht aber für die Gesamtskala Mathematik möglich. (Vgl. OECD, in Druck)

Die etwas vage Quellenangabe wird im Literaturverzeichnis entschlüsselt als PISA 2009 technical report. Paris: OECD. Ich konnte auf den mehreren hundert Seiten dieses – inzwischen ins Internet gestellten – Reports die Bezugsstelle leider nicht finden.<sup>1</sup>

Als Autoren des Kapitels zeichnen Andreas Frey, Aiso Heinze, Dorothea Mildner, Jan Hochweber und Regine Asseberg. Von ihnen ist lediglich einer im engeren Sinne mit dem Fach ‚Didaktik der Mathematik‘ verbunden, die vier anderen sind Diplompsychologen am IPN bzw. am Deutschen Institut für Internationale Pädagogische Forschung (DIPF) in Frankfurt am Main. Die disziplinäre Provenienz dieser Expertise verwundert. Bei aller Notwendigkeit einer fachlichen Fremdsicht wäre doch zu erwarten, dass normierende Betrachtungen und Erwartungen aus der Mathematik und ihrer Didaktik emergieren in einem Abgleich mit einem um- oder einhüllenden Allgemeinbildungskonzept, statt dass vornehmlich Psychologen und Psychometriker die Benchmarks für mathematische Schülerleistungen (und deren Ausbleiben) setzen oder diese konstatieren.

<sup>1</sup> Vermutlich bin ich der einzige, der sie gesucht hat. Vielleicht existiert sie gar nicht. Die Autoren hätten einfacher auf das vom deutschen PISA-Konsortium herausgegebene Buch PISA 2003 – der Bildungsstand der Jugendlichen in Deutschland: Ergebnisse des zweiten internationalen Vergleichs (S. 52) verweisen können.

## PISA-Bildung

Eingangs gehen die Autoren auf den ‚Theoretischen Hintergrund‘ und die ‚Mathematischen Kompetenzen bei PISA‘ ein. Dabei passiert ihnen ein kleines, aber vielleicht entlarvendendes Missgeschick schon im ersten Satz:

Der aktuellen PISA-Erhebung [2009] liegt die Rahmenkonzeption zur mathematischen Kompetenz von PISA 2003 zugrunde. (S. 154)

Im Weiteren gehen sie nun mehrfach und betont auf die ‚realistischen Kontexte, in denen Mathematik auf eine authentische Weise anzuwenden ist‘, ein. Während das Framework von PISA 2000 eben diesen Aspekt besonders hervorhebt und ihm einen eigenen Abschnitt widmet, sind die diesbezüglichen Ausführungen im Framework von PISA 2003 gestrichen, auch das Wort authentisch kommt in dem ganzen Text nicht mehr vor. Die Autoren könnten sich aber zu Recht auf die Frameworks zu PISA 2006 und 2009 berufen. Man darf wohl davon auszugehen, dass der PISA-Erhebung von 2009 das Framework von 2009 zugrunde liegt und nicht das von 2003.

Wie dem auch sei: Es wird – wie in den PISA-Berichten üblich – das funktionale Konzept der ‚Mathematical Literacy‘ kurz erläutert und wie folgt abgegrenzt:

PISA bezieht mathematische Kompetenz also nicht in erster Linie auf Anforderungen, wie sie in klassischen Schullehrplänen zu finden sind. (S. 154)

Gegen dieses Konzept sind in den letzten Jahren fundamentale Einwände erhoben worden, für die die folgenden Zitate stehen:

Pisa 2000 formulierte bereits, dass der Test keine Rücksicht auf nationale Lehrpläne nehme – also auf das, was unsere Schüler gelernt haben. Vielmehr verfolge man ein eigenes „didaktisches und bildungstheoretisches Konzept“, das „normativ“ wirke. Im Mittelpunkt steht darin das Kompetenz-Konzept der OECD, womit die rein funktionale Fähigkeit gemeint ist, sich ökonomischen Erfordernissen flexibel „anzupassen“. Anpassung war allerdings noch nie das Ziel von Bildung – ganz im Gegenteil. [...] Lehrpläne, Standards und zentrale Prüfungen wurden entsprechend zugeschnitten. Das OECD-Konzept wurde tatsächlich zum neuen Maßstab für Bildungserfolg. Die vermeintlich „objektiven“ Vergleichstests setzten so durch normative Empirie ein verengtes Bildungsverständnis am Souverän vorbei durch und höhnten geltende Richtlinien aus. (Jochen

Krautz: Die sanfte Steuerung der Bildung. FAZ vom 29. 9. 2011)

Die deutschen Pisa-Forscher lassen in ihrer 2001 veröffentlichten Auswertung des Pisa-Tests 2000 gar keine Zweifel aufkommen, dass die Pisa-Aufgabenstellungen in Lesen, Mathematik und Naturwissenschaften dem anglo-amerikanischen Modell allgemein verwertbarer Grundkompetenzen entspricht, von dem sich das deutsche Modell der fachlich differenzierteren Bildung deutlich unterscheidet. [...]

[...] Pisa [bringt] eine andere Lernkultur zur globalen Vorherrschaft, als es der deutschen Tradition von klassischer Bildung und Vermittlung von Fachwissen entspricht, ohne dass man ohne weiteres die generelle Überlegenheit der neuen Lernkultur über die alte deutsche Fachtradition behaupten könnte. (Richard Münch: Zweifelhafte Pisa-Studie – Die Bildung oder Humankapital? FAZ vom 13.11.2008)

Es geht erklärtermaßen der OECD (als Wirtschaftsorganisation) um die Durchsetzung eines zwar als „angelsächsisch“ bezeichneten, in Wirklichkeit aber längst auch bei uns bekannten, schlicht funktionalen Bildungsbegriffs; es geht um Universalisierung (also ökonomische Globalisierung), d.h. die Auflösung förderaler und letztlich auch nationaler Bildungssysteme; es geht um die Transformation von Selbstbestimmung und Kulturidentität in funktionale Basiskompetenzen; es geht um Normierung und Vereinheitlichung statt um Individualisierung und Differenzierung. Als Grund und Legitimation für diesen Wandel werden (...) ausdrücklich und ausschließlich die von der ökonomischen Situation her verursachten und definierten „Qualitätsanforderungen“ benannt. (Volker Ladenthin: PISA – Recht und Grenzen einer globalen empirischen Bildungsforschung. Eine bildungstheoretische Betrachtung. In: Vierteljahrszeitschrift 1/2008)

Alle Klagen über das schlechte Abschneiden Deutschlands und alle gutgemeinten Reformvorschläge, die Deutschland wieder ‚nach vorn‘ bringen sollen, akzeptieren unter der Hand die Disziplinarprozeduren, die das globale testing, ranking und controlling in Szene setzt. Weit davon entfernt, als ‚neutrales‘ Instrument wissenschaftlicher Objektivität zu fungieren, setzt PISA eigene Normalitätsstandards. (Ludwig A. Pongratz: Freiwillige Selbstkontrolle. Schule zwischen Disziplinar- und Kontrollgesellschaft. In: Ricken, N.; Rieger-Ladich, M. (Hrsg.): Michael Foucault. Pädagogische Lektüren. VS Verlag. Wiesbaden 2004, S. 243–260)

Die deutschen PISA-Verantwortlichen lassen sich aber auf eine wissenschaftliche Diskussion ihres Bildungsbegriffs nicht ein.

### Kompetenzstufen

Bei PISA 2000 wurden als ‚heuristisches Hilfsmittel‘ fünf Kompetenzstufen eingeführt, um die ‚abstrakte Skala zum Sprechen zu bringen‘. In dem zugehörigen Bericht heißt es:

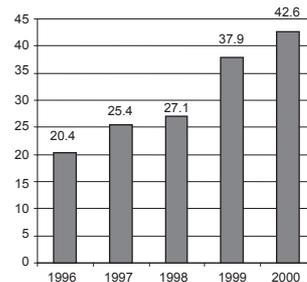
Die fünf Stufen selbst wurden [...] vom internationalen PISA-Konsortium abgegrenzt. Der internationale Bericht verzichtet allerdings auf eine inhaltliche Beschreibung aller fünf Stufen, weil dies aufgrund der 31 internationalen Testitems nicht möglich ist. (Deutsches PISA-Konsortium (Hrsg.): PISA 2000. Basiskompetenzen von Schülerinnen und Schülern im internationalen Vergleich. Leske + Budrich Verlag. Opladen 2001. S. 159)

Inzwischen sind es sechs Stufen, die bei PISA 2009 auf der Basis von 35 Aufgaben inhaltlich beschrieben werden (S. 156). Wie diese Beschreibung zustande kam, wird an einem ‚Exporte‘ überschriebenen Aufgabenbeispiel ‚illustriert‘ (S. 160). Gegeben sind zwei Grafiken:

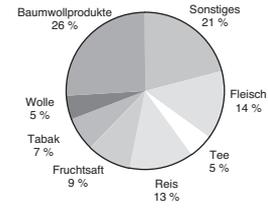
Eine Balkengrafik, die die ‚Gesamt-Jahresexporte aus Zedland in Millionen Zeds, 1996–2000‘ durch fünf Balken veranschaulicht, über denen ansteigende Zahlen von 20.4 bis 42.6 zu sehen sind. Dabei ist der Punkt in diesen Zahlen entgegen der im deutschen Mathematikunterricht üblichen Praxis als dezimales Komma zu lesen ist.

Eine Tortengrafik, die die ‚Verteilung der Exporte aus Zedland im Jahr 2000‘ für einzelne Produkte veranschaulicht und in Prozenten angibt. Dass sich die Prozentzahlen auf den Warenwert (und nicht etwa ihr Volumen, Gewicht oder sonstige Eigenschaften beziehen), muss man hinzudenken.

Gesamt-Jahresexporte aus Zedland  
in Millionen Zeds, 1996-2000



Verteilung der Exporte aus  
Zedland im Jahr 2000



Nun sind zwei Fragen zu beantworten:

- Was war der Gesamtwert (in Millionen Zeds) der Exporte aus Zedland im Jahr 1998?  
Was war der Wert des Fruchtsafts, der im Jahr 2000 aus Zedland exportiert wurde?

Zur Beantwortung der ersten Frage ist die fragliche Zahl – 27.1 Millionen Zeds – an dem Balken für das Jahr 1998 abzulesen. Zur Beantwortung der zweiten, nicht eben wohl geformten Frage muss man aus der ersten Grafik den Gesamtwert 42.6 für das Jahr 2000 ablesen, der zweiten Grafik entnehmen, dass auf den Fruchtsaft davon 9% entfielen, und dann 9% von 42.6 Millionen Zeds berechnen (und runden!) oder einfacher raten, welches der fünf vorgegebenen Ergebnisse mit jeweils einer Dezimalstelle – wieder mit Dezimalpunkt statt -komma – anzukreuzen ist.

Erstaunlicherweise werden die beiden Fragen der ‚übergreifenden Idee Unsicherheit‘ subsumiert<sup>2</sup> (S. 159). Die erste Frage wird der Kompetenzstufe II<sup>3</sup>, die zweite der Kompetenzstufe IV zugeordnet.

Die Kompetenzstufen sind durch äquidistante – exakt 62 Punkte breite (Fußnote auf S. 159) – Skalenabschnitte statistisch formal definiert. Inhaltlich kann diese arbiträre Einteilung nicht nachvollzogen oder interpretiert werden, weil die PISA-Items<sup>4</sup> nicht veröffentlicht sind. Es ist auch zweifelhaft, ob sie überhaupt sinnvoll (re)konstruiert

<sup>2</sup> Möglicherweise sind solche Ungereimtheiten darauf zurückzuführen, dass aus den Berichten zu vorangegangenen PISA-Wellen Textabschnitte in einem Copy-and-Paste-Verfahren übernommen wurden. Dass dieses Verfahren angewandt wurde, lassen auch andere Textpassagen vermuten.

<sup>3</sup> Wenn das Ablesen (!) einer von fünf Zahlen aus einem sehr übersichtlichen Diagramm eine mathematische (!) Kompetenz auf der Stufe II darstellt, dann mag man sich nicht vorstellen, welche mathematischen Fähigkeiten PISA zufolge auf der Stufe I zu verorten sind. Die Struktur der Anforderung der ersten Frage würde sich ja nicht wesentlich ändern, wenn man statt der Zahlen etwa fünf Tiersymbole einfügt hätte. Fachlich gesehen ist schon die Addition zweier natürlicher Zahlen weit komplexerer Natur. In allen OECD-Staaten (laut der Tabelle 5.4 auf Seite 163) außer Korea und Finnland erreichen mindestens 10% der Testandi nicht das Niveau dieser Anforderung, in 11 Staaten darunter den USA, Spanien, Italien und Israel gilt dies laut der Tabelle für mindestens 25%. Mexiko und Chile liegen sogar im Landesdurchschnitt darunter (S. 164). Wenn der PISA-Test solch einfachen Plausibilitätsprüfungen nicht standhält, steht die Validität der ganzen Unternehmung in Frage.

<sup>4</sup> Dass die Items unter Verschluss sind, verhindert jeden fachdidaktischen Zugang und damit auch jegliche Auswertung, die Folgerungen aus den Ergebnissen für den Stoff und den Unterricht zuließen.

<sup>5</sup> Vgl. Meyerhöfer, W.: Zum Kompetenzstufenmodell von PISA. In: Journal für Mathematik-Didaktik. Jg 25 (2004) Heft 3/4.

werden kann<sup>5</sup>, zumal der Punktwert einer Aufgabe das für ‚eine 62%-Lösungswahrscheinlichkeit erforderliche Kompetenzniveau‘ angeben soll.

### Das Dämpfen der Werte

Auf Seite 162 erfährt der Leser:

Betrachtet man die durchschnittliche mathematische Kompetenz im Bereich der OECD, ist von PISA 2003 zu PISA 2009 keine signifikante Veränderung festzustellen. Auf der Ebene einzelner Staaten haben sich aber in 16 der 29 OECD-Staaten, die sowohl an PISA 2003 als auch an PISA 2009 teilgenommen haben, signifikante Veränderungen ergeben.

Die Schülerinnen und Schüler aus sechs der an PISA 2003 und PISA 2009 teilnehmenden OECD-Staaten zeigen signifikante Zuwächse der mathematischen Kompetenz. Zugewinne von über 20 Punkten sind mit Mexiko (+33 Punkte), der Türkei (+22 Punkte), Griechenland (+21 Punkte) und Portugal (+21 Punkte) in Staaten zu beobachten, die bei PISA 2003 auf einem sehr niedrigen Niveau lagen. Signifikante Steigerungen von 10 bis 20 Punkten sind in Italien (+17 Punkte) und Deutschland (+10 Punkte) zu verzeichnen. Der Anstieg in Deutschland ist relativ klein und entspricht in etwa dem Kompetenzzuwachs eines Drittel Schuljahres.<sup>6</sup> In zehn OECD-Staaten, die an den Erhebungen der Jahre 2003 und 2009 teilgenommen haben, ergeben sich signifikante Verringerungen der mathematischen Kompetenz. Die größte Verringerung ist in der Tschechischen Republik zu beobachten (−24 Punkte). Signifikante Verluste von über 10 bis 20 Punkten zeigen sich in Irland (−16 Punkte), Schweden (−15 Punkte), Frankreich (−14 Punkte), Belgien (−14 Punkte), den Niederlanden (−12 Punkte) und Dänemark (−11 Punkte). Die mathematische Kompetenz der Jugendlichen in Australien (−10 Punkte),

Österreich (−10 Punkte) und Island (−8 Punkte) sank mit 10 oder weniger Punkten relativ leicht, aber dennoch signifikant ab. (S. 169)

Wenn man die ‚signifikanten Steigerungen‘ der Punktzahlen ernst nimmt, sich also wider besseres Wissen<sup>7</sup> auf den Genauigkeitsanspruch dieser Werte einlässt, obwohl in den PISA-Wellen mit unterschiedlichen Schwerpunkten unterschiedliche Schülerinnen und Schüler mit unterschiedlichen Items getestet wurden, also die Steigerungen nicht statistischen Rauschen, natürlichen Schwankungen o. a. zuschreibt, sondern sie auch – wie das für Deutschland (s. u.!) getan wird – auf bildungspolitische Maßnahmen zurückführt, dann wäre konsequenter Weise zu fragen, welche bildungspolitischen Rückbildungsmaßnahmen zum Beispiel in den früher gelobten nordischen Ländern Schweden (−15) und Dänemark (−11), in Frankreich (−14) mit seiner ambitionierten und national bewussten Bildungsadministration<sup>8</sup> und den Niederlanden (−12), deren Ansatz der Realistic Mathematics Education u. a. den PISA-Items als Orientierung unterstellt wird, zu den ‚signifikanten Verringerungen‘ der mathematischen Kompetenz in diesen Ländern geführt haben.

### Die ‚signifikante Steigerung‘

Die Veränderung[en] der mathematischen Kompetenzen der fünfzehnjährigen Schülerinnen und Schüler in Deutschland [...] von PISA 2003 zu PISA 2006 (+1 Punkt) und von PISA 2006 zu PISA 2009 (+9 Punkte) sind nicht signifikant. (S. 170)

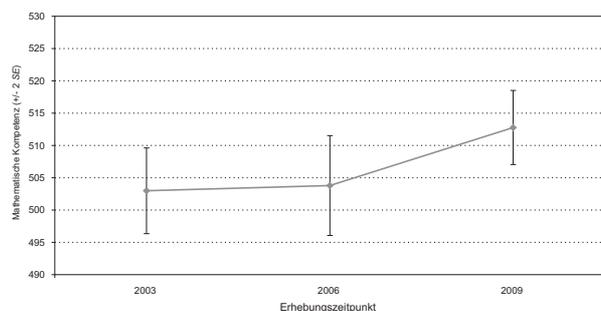
Eine großformatige Grafik veranschaulicht die Werte 503, 504 und 513 für die Jahre 2003, 2006 und 2009 (S. 170).

<sup>6</sup> Die zur Interpretation von Punktdifferenzen bei PISA immer wieder herangezogene Entsprechung 30 Punkte  $\approx$  Lernfortschritt in einem Schuljahr hält einfachen Überlegungen nicht Stand. Danach wären in der gleichen Jahrgangsstufe eines Gymnasiums Schülerinnen und Schüler, deren mathematische Kompetenzen sich rechnerisch um 10 Schuljahre (Vgl. Tabelle 5.7 auf Seite 169) unterscheiden. Andererseits lässt sich aus den PISA-Tests rekonstruieren, dass dem Bearbeiter ein richtiges Kreuz bei PISA 2006 und 2009 wenigstens 30 Punkte einbringt. Danach würde sich der Lernfortschritt in einem Schuljahr in einem Kreuz niederschlagen. Umgekehrt wäre der Bearbeiter durch eine falsche Antwort, z. B. auf eine schlecht formulierte oder übersetzte Aufgabe, in seiner Kompetenz um ein Jahr zurückgeworfen.

Übrigens wird in der Publikation OECD 2004 Learning for Tomorrow's World – First Results from PISA 2003 (Tabelle A1.2, S. 359) der Lerneffekt einer Klassenstufe für Deutschland auf 39,2 Punkte geschätzt; wobei diese länderbezogenen Schätzungen von 12,3 für die Slowak. Republik bis zu 76,8 Punkten für Polen reichen. Diese Daten lassen es kaum zu, konsistente Aussagen über die Entsprechung von Punktdifferenzen zu Lerneffekten eines Schuljahres zu konstruieren.

<sup>7</sup> Vgl. Wuttke, J.: Die Insignifikanz signifikanter Unterschiede: Der Genauigkeitsanspruch von Pisa ist illusorisch. In: Jahnke, Th; Meyerhöfer, W.: PISA & Co. Kritik eines Programms. 2. Erweiterte Auflage. Franzbecker Verlag, Hildesheim 2007, S. 99–246

<sup>8</sup> Nach der PISA-Deutung (s. o.!) ist Frankreich damit gegenüber Deutschland innerhalb von sechs Jahren um fast eine Klassenstufe zurück gefallen.



Die Ordinate dieser Grafik für die ‚Mathematische Kompetenz‘ beginnt bei 490 und reicht bis zu 530 Punkten. Würde man sie von 0 und bis zu dem koreanischen Spitzenwert 546 zeichnen, so wären die deutschen Veränderungen überhaupt nicht sichtbar. Dennoch wird der deutsche ‚Kompetenzzuwachs‘ von 2003 bis 2009 wie folgt resümiert:

Zusammenfassend zeigt sich eine erfreuliche Entwicklung der mathematischen Kompetenz fünfzehnjähriger Schülerinnen und Schüler in Deutschland. Die mittlere mathematische Kompetenz ist signifikant gestiegen. (S. 171)

Insider werden sich an eine TIMSS-Aufgabe (D17 in TIMSS III 1995/96; vgl. auch das nahezu textgleiche Aufgabenbeispiel „Raubüberfälle“ in: PISA-Konsortium (Hrsg.): PISA 2003 – Der Bildungsstand der Jugendlichen in Deutschland. Waxmann Verlag Münster 2004, S. 55) erinnern, die den Schülerinnen und Schülern an Hand einer Grafik zur Zunahme der Zahl der Raubüberfälle von 508 ‚im letzten Jahr‘ auf 518 ‚in diesem Jahr‘ abverlangte, die Interpretation eines Reporters „In diesem Jahr hat die Zahl der Raubüberfälle stark zugenommen“ zu kritisieren und die optische Wirkung solcher Skalierungsmanipulationen zu durchschauen. – Die mathematische Kompetenz der deutschen Schülerinnen und Schüler ist in sechs Jahren um 10 Punkte von 503 auf 513 gestiegen.

Der ‚signifikante‘ Anstieg der ‚mittleren mathematischen Kompetenz‘ wird die deutschen Auftraggeber von PISA erfreuen, zumal sie als Lob und Begründung des eigenen Wirkens gedeutet wird:

Erklärungen für die leicht positive Entwicklung in Deutschland kann PISA als Instrument des Bildungsmonitorings nur begrenzt liefern. Es darf jedoch begründet vermutet werden, dass die in den vergangenen Jahren in Deutschland ergriffenen umfangreichen Maßnahmen zur Verbesserung des schulischen Kompetenzerwerbs im Fach Mathematik beginnen, Wirkung zu zeigen. Zu bedenken ist dabei, dass der mathematische Kompetenzaufbau kumulativ verläuft und kaum durch kurzfristige Maßnahmen beeinflusst werden kann. Gerade bei

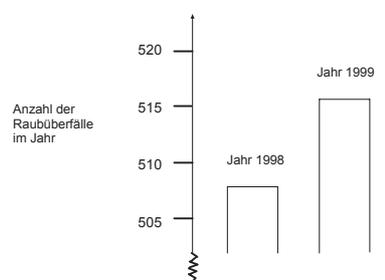
den in PISA getesteten Kompetenzen ist somit von einer mittelfristigen Wirkung der eingeleiteten Schritte auszugehen. (S. 172)

Man könnte aber ebenso ‚begründet vermuten‘, dass bislang noch gar keine ‚Verbesserung‘ eingetreten ist. Überdies zielt der Hinweis auf den ‚kumulativen Kompetenzaufbau‘ ins Leere, da jeweils andere Schülerinnen und Schüler getestet werden; er könnte allenfalls mit einer Längsschnittstudie erhoben werden. Wenn überhaupt wäre hier der ‚kumulative Kompetenzaufbau‘ der Lehrpersonen in der Orientierung ihres Unterrichts auf die PISA-Tests zu konstatieren und zu diskutieren.

### RAUBÜBERFÄLLE

Ein Fernsehreporter zeigte folgende Grafik und sagte:

„Der Graph zeigt, dass die Anzahl der Raubüberfälle von 1998 bis 1999 stark zugenommen hat.“



#### Frage 8: RAUBÜBERFÄLLE

Hältst du die Aussage des Reporters für eine vernünftige Interpretation des Diagramms? Begründe deine Antwort.

(Die Abbildung ist dem PISA-Mustertestheft, siehe <http://schule.salzburg.at/e3pi/ahs/ahshandreichungen/PISA-Mustertestheft-salzburg.pdf>, entnommen.)

### „Umfangreichen Maßnahmen“

Eine der wichtigsten Änderungen der deutschen Bildungslandschaft der letzten Jahrzehnte stellt sicherlich die Einführung bundesweiter Bildungsstandards dar. Die Bildungsstandards in Mathematik wurden in den Jahren 2003 bis 2004 für verschiedene Schulabschlüsse eingeführt. In den Folgejahren wurde deren Implementation im Unterricht durch Lehrerfortbildungen sowie zahlreiche unterrichtsrelevante Publikationen (z.B. Blum, Drüke-Noe, Hartung & Köller, 2006; Bruder, Büchter & Leuders, 2008) gefördert. Die nachhaltige Umsetzung eines kompetenzorientierten Mathematikunterrichts wurde auch durch die Einführung der Vergleichsarbeiten in den Ländern Deutschlands unterstützt, durch die Lehrerinnen und

Lehrer regelmäßig konkrete Rückmeldungen über den Kompetenzstand ihrer Klasse erhalten. (S. 172)

Ob die angesprochenen wichtigen Änderungen tatsächlich schon in der Breite wirken, erscheint fragwürdig:

- Wie viele Lehrerinnen und Lehrer die Bildungsstandards tatsächlich kennen, lässt sich kaum abschätzen. Zum überwiegenden Teil besteht der Beschluss der KMK vom 04.12.2003 zu Bildungsstandards im Fach Mathematik für den Mittleren Schulabschluss aus ‚kommentierten Aufgabenbeispielen‘, deren Fehlerhaftigkeit verblüfft und deren magere Qualität weit unter der von herkömmlichen Schulbuchaufgaben liegt, so dass man auf die Wirkungslosigkeit solcher Exempel nur hoffen kann.
- Die Auflagenhöhe der angesprochenen ‚zahlreichen unterrichtsrelevanten Publikationen‘ hält sich vermutlich in so engen Grenzen, dass man ihrer Rezeption nur schwerlich eine Breitenwirkung unterstellen kann.
- Die Zahl der Lehrerfortbildungen hat insgesamt eher abgenommen, da die sie tragenden Einrichtungen verkleinert oder geschlossen wurden, um die so frei gewordenen Mittel in die Gründung und den Betrieb von Instituten für Qualitätsmanagement und -sicherung zu investieren.
- Die eingeführten Vergleichsarbeiten verpflichten die Lehrerinnen und Lehrer auf einen individualisierten Unterricht, dessen Qualität wesentlich und vorsätzlich im ‚teaching to the test‘ besteht. ‚Konkrete Rückmeldungen‘ lassen sie gar nicht zu – außer der, dass die Schülerleistungen noch nicht den Vorstellungen der Testentwickler und Leistungsnormierer entsprechen.

### PISA-Schematismus

Während bei PISA 2000 eine gewisse Aufbruchstimmung zu spüren war, ist das Programm inzwischen so schematisch und willkürlich geworden wie die PISA-Skala selbst: das Framework, auf das man sich bezieht, die Zahl der Kompetenzstufen, die – im ‚illustrierenden Beispiel‘ falsche – Zuordnung der Items zu übergreifenden Ideen, die fragwürdige Entsprechung von Lerneffekt und Jahrgangsstufen oder auch die Werte selbst: alles könnte auch anders sein und keinen würde das

berühren. Man schreibt halt fort und könnte sicher den Bericht zur nächsten Welle 2012 schon im Vorhinein verfassen und später noch ein paar Zahlen einfügen.

### Selbstreferenz

Die 24 Einträge im Literaturverzeichnis zu dem Kapitel „Mathematische Kompetenz von PISA 2003 bis PISA 2009“ sind im hohen Maß selbstreferentiell. 23 von ihnen stammen aus dem direkten Umfeld von PISA, bei dem letzten handelt sich um das *Handbook of modern item response theory* (Springer Verlag, New York 1997). Solche Abstinenz von jeglichen Argumenten außerhalb des Bannkreises von PISA findet sich nicht nur in Kapitel 5, sondern durchzieht das ganze Buch. So erhoffte man sich zum Beispiel in dem dreiseitigen Abschnitt „Die nationale Perspektive: Wie hat die Bildungspolitik auf PISA 2000 reagiert?“ (S. 288 – 291), von Eckhard Klieme, Nina Jude, Jürgen Baumert und Manfred Prenzel wenigstens einen Hinweis auf das Buch „Pisa als bildungspolitisches Ereignis – Fallstudien in vier Bundesländern“ von Tillmann et al.<sup>9</sup> zu einer einschlägigen DFG-Studie, in dem nüchtern resümiert wird:

Welche Bedeutung haben die Ergebnisse von Leistungsvergleichsstudien? PISA 2000 wird zum Beispiel genommen, um dies empirisch zu untersuchen: In vier Bundesländern wird differenziert nachgezeichnet, wie die politischen Akteure auf PISA reagiert haben: Im Ergebnis zeigt sich, dass PISA nur selten neue Programme initiiert – aber umso häufiger herangezogen wird, um die ohnehin verfolgte politische Linie zu legitimieren. Die Hoffnung, dass PISA „Steuerungswissen“ produziert, lässt sich kaum einlösen.

Aber die genannten Autoren – die drei Herren haben die vergangenen PISA-Wellen für Deutschland zu verantworten – verweigern schlicht die Kenntnisnahme; stattdessen rühmen sie übrigens Projekte und Internetportale aus ihrem eigenen Umfeld. (S. 289/290).

Wer auch nach einer PISA-Dekade so deutlich außerhalb der eigenen Unternehmung liegende Sichtweisen und Perspektiven nicht zur Kenntnis nimmt, so hartnäckig ignoriert, was nicht dem eigenen Forschungsparadigma folgt, der muss sich

<sup>9</sup> Tillmann, K.-J.; Dederich, K.; Kneuper, D.; Kuhlmann, Ch.; Nessel, I.: PISA als bildungspolitisches Ereignis. Fallstudien in vier Bundesländern. VS Verlag für Sozialwissenschaften. Wiesbaden 2008, U4

fragen lassen, ob er sich überhaupt am wissenschaftlichen Diskurs beteiligen und sich ihm aussetzen will. Wer sich außerhalb des wissenschaftlichen Diskurses wähnt, kann sich jedenfalls nicht auf diesen berufen.

### Pilatushände

Die globalisierte Bildungsforschung hat anfänglich bei TIMSS und PISA zumindest den Eindruck erweckt, wenn nicht sogar versprochen, die internationalen Untersuchungen würden dazu beitragen, die Bildungsqualität in den sich beteiligenden Ländern zu heben oder wenigstens wichtige Hinweise für eine Verbesserung der Resultate schulischer Bildung zu geben. Ohne solche Verheißungen hätte man die Bildungspolitiker wohl auch kaum überzeugen können, die beträchtlichen finanziellen Mittel zur Verfügung zu stellen. Anfänglich wurde diese Illusion, der sicher auch manche Bildungsforscher bewusst oder unbewusst anhängen, durchaus genährt und bedient. So wurden ‚Medienpakete‘ wie das ‚Attaining excellence: a TIMSS resource kit‘ oder Bücher mit Titeln wie ‚Das Lernen lernen – Ergebnisse von PISA 2000‘ von Artelt, Baumert, Julius-McElvany und Peschar produziert und vertrieben, die zumindest suggerierten, dass die Untersuchungsergebnisse Aufschluss darüber gäben, wie man es nun vor Ort, also in der Schule ‚besser‘ machen könne. In diese Zeit fielen auch die Exkursionen von deutschen Delegationen zu überraschten finnischen Schulen, an denen man sich bessere Methoden einfach anschauen wollte. Diese Hoffnungen sind verflogen: „Die höhere Intensität der Beobachtung steigert zunächst nur die Qualität der Beobachtung; das Bildungswesen wird nicht dadurch besser, dass die Bildungsforschung besser wird“, konstatiert Heinz Elmar Tenorth.<sup>10</sup> Die Bildungsforschung machte dann auch recht bald kehrt und proklamierte das ‚Bildungsmonitoring‘ zu ihrer sie legitimierenden und ganz erfüllenden, gleichwohl anhaltend systemnotwendigen Aufga-

be, das leidenschaftslose Vermessen von Schüler- und Schulleistungen, an deren Zustandekommen sie keinen Anteil und, wie mir vielfach scheint, auch kein professionelles und fachkundiges Interesse hat. Neben den politischen Bereichen Monitoring und Evaluation bleibt nur ein recht eingegrenztes wissenschaftliches Gebiet, die Wirkungsforschung, deren Ergebnisse vielen praktizierenden Lehrerinnen und Lehrern oft nur als trivial, banal oder abgehoben, artifiziell, exotisch und realitätsfremd erscheinen – nicht zuletzt, weil die Eingangsvariablen für solche Untersuchungen nur mit interpretatorischer Gewalt unter Kontrolle zu bringen sind.

Die, auf die es ankommt, die Lehrerinnen und Lehrer, die Schülerinnen und Schüler gehen leer aus. Ihnen ist durch „benchmarks“ für mathematische Schülerleistungen, die erreicht oder nicht erreicht werden, nicht gedient. Was sie benötigen, sind inhaltliche Grundlagen für das Lehren und Lernen von Mathematik im Rahmen eines Allgemeinbildungskonzepts, das von PISA verweigert wird. Warten wir also gelassen auf die Ergebnisse von 2012ff. Oder ziehen wir die fällige Konsequenz und steigen bei PISA aus. Die empirische Bildungsforschung hat ihren Zahlenhype gehabt – „gerne“ wie man heute statt „bitte schön“ so leicht gedehnt dahin sagt; nun wollen wir uns wieder um Bildung, um Schule und Unterricht und die Schülerinnen und Schüler kümmern.

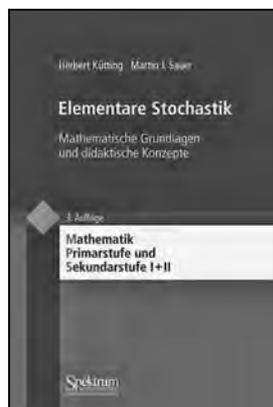
Klieme, Eckhard; Artelt, Cordula; Hartig, Johannes; Jude, Nina; Köller, Olaf; Prenzel, Manfred; Schneider, Wolfgang; Stanat, Petra (Hrsg.): *PISA 2009 – Bilanz nach einem Jahrzehnt*. Waxmann Verlag, Münster 2010, 309 S., ISBN 978-3-83092450-0, €24,90  
Open-Access-Fassung unter: [http://www.pedocs.de/volltexte/2011/3526/pdf/DIPF\\_PISA\\_ISBN\\_2450\\_PDFX\\_1b\\_D\\_A.pdf](http://www.pedocs.de/volltexte/2011/3526/pdf/DIPF_PISA_ISBN_2450_PDFX_1b_D_A.pdf)

Thomas Jahnke, Institut für Mathematik, Universität Potsdam, Am Neuen Palais 10, 14469 Potsdam, Email: [Jahnke@uni-potsdam.de](mailto:Jahnke@uni-potsdam.de)

<sup>10</sup> Heinz-Elmar Tenorth: Finger weg von den Schulen! in Cicero 11.2011, Seite 45. Tenorths Imperativ zielt aber nicht auf die Bildungsforschung, sondern auf die Bildungspolitik. – Ob der kommerzielle Erfolg von PISA als Verbesserung der ‚Bildungsforschung‘ zu werten ist, sei dahin gestellt.

## Herbert Kütting und Martin J. Sauer: Elementare Stochastik

Rezensiert von Henning Läuter



Die Autoren legen ein Buch zur Wahrscheinlichkeitstheorie und Statistik vor, das sehr verständlich wesentliche Begriffe aus der Stochastik vermittelt. Die Begriffe und Aussagen sind klar formuliert, die Feststellungen der mathematischen Sätze werden bewiesen. Das Buch ist für den vorgesehenen Leser-

kreis der Lehramtsstudierenden mit Mathematik als eines ihrer Hauptfächer, der Studierenden in anderen Bachelor- und Masterstudiengängen und auch für Lehrende der Stochastik sehr gut geeignet.

Richtigerweise wird mit der beschreibenden Statistik begonnen. Hier werden einige Grundbegriffe eingeführt und Möglichkeiten der Datenaufbereitung und -verdichtung besprochen. Dann folgen Vorbereitungen zur schließenden oder induktiven Statistik. In Kapitel 2 werden die Wahrscheinlichkeit und einige grundlegende Rechenregeln und Gesetze eingeführt. Dann folgen Aussagen zur Simulation, in Kapitel 4 werden diskrete Zufallsgrößen und ihre Momente eingeführt. Es folgen spezielle diskrete Verteilungen, die Tschebyscheffsche Ungleichung und das schwache Gesetz der großen Zahlen. In Kapitel 7 werden allgemeine Wahrscheinlichkeitsräume eingeführt und in Kapitel 8 folgen allgemeinere Wahrscheinlichkeitsmaße, wobei hier der Blick auf die Rechteck- und die Normalverteilung gerichtet ist. In Kapitel 9 werden die Schätzung von Parametern und Konfidenzintervalle besprochen. Dem für die Anwendungen sehr wichtigen Gebiet des Hypothesentests ist das 10. Kapitel gewidmet. In allen Abschnitten wurden zum besseren Verständnis Aufgaben formuliert, zu denen in Kapitel 11 Lösungen gegeben werden.

Im vorliegenden Buch liegt die Konzentration bei den Zufallsgrößen auf den diskreten Zufallsgrößen. Man kann im Buch nicht erkennen, ob

man von Erwartungswerten, Varianzen oder anderen Momenten allgemeiner Zufallsgrößen sprechen kann. Man kennt so auch nicht den Erwartungswert einer normalverteilten Variablen. Deshalb weiß man dann auch nicht, ob für die Rechteckverteilung oder Normalverteilung die Tschebyscheffsche Ungleichung gilt. Auch beim Schätzen und Testen ist die Konzentration auf diskrete Zufallsgrößen nicht günstig. Es ist für die Studierenden sicher kein Problem, wenn klar gesagt wird, dass viele formulierte statistischen Gesetze auch für die stetigen Zufallsgrößen gelten.

Es ist sehr gut, dass der Simulation ein eigenes Kapitel gewidmet wurde. Es könnte für Schüler und Studierende eine Bereicherung darstellen, wenn sie konkrete Verfahren, z. B. die Erzeugung normalverteilter Pseudozufallszahlen nach Box&Muller, kennenlernen würden.

Die Kombinatorik wird in Kapitel 2 gleichberechtigt mit den Darstellungen der endlichen Wahrscheinlichkeitsräume und geometrischen Wahrscheinlichkeiten behandelt. Wenn man sich überlegt, dass die Methoden des kombinatorischen Zählens eigentlich nur zur Berechnung von Wahrscheinlichkeiten dienen, so scheint mir diese Einordnung der Kombinatorik bedenkenswert.

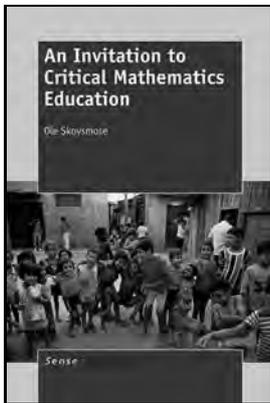
Das Buch ist eine wertvolle Bereicherung der einführenden Bücher zur Stochastik. In einer weiteren Auflage könnte ich mir vorstellen, dass größere Anwendungsbeispiele aufgenommen werden. Münzwürfe und Glücksräder sind vom didaktischen Standpunkt wichtig, zeigen aber nicht in direkter Weise, dass die Stochastik in der modernen Technik wichtig ist. Da solche modernen Aufgaben wichtig sind für die Begeisterung der jungen Menschen, sollte man diesen Darstellungen einen größeren Raum widmen.

Kütting, Herbert; Sauer, Martin J.: *Elementare Stochastik: Mathematische Grundlagen und didaktische Konzepte*. Spektrum Akademischer Verlag, Heidelberg (3. Auflage) 2011, 418 S., ISBN 978-3-82742759-5, €24,99

Henning Läuter, Universität Potsdam, Institut für Mathematik, Am Neuen Palais 10, 14469 Potsdam, Email: [laeuter@rz.uni-potsdam.de](mailto:laeuter@rz.uni-potsdam.de)

## Ole Skovsmose: An Invitation to Critical Mathematics Education

Rezensiert von David Kollosche



Wie der Titel schon verrät, ist Ole Skovsmoses neuestes Buch eine Einladung zur Critical Mathematics Education. Mit seiner Dissertation zu *Kritik, Unterricht und Mathematik*<sup>1</sup> begründete der inzwischen emeritierte dänische Mathematikdidaktiker 1984 ein Forschungsfeld, welches

kritische Studien zum Mathematikunterricht nicht nur in Skandinavien stark beeinflusste. Skovsmoses neuestes Buch nährt daher die Hoffnung, nicht nur sein Lebenswerk nachzuzeichnen, sondern Einblicke in eine ganze Forschungsrichtung zu bieten.<sup>2</sup>

Skovsmoses Unterrichtsphilosophie ist eine mathematikdidaktische Interpretation der von Adornos *Erziehung zur Mündigkeit* inspirierten kritischen Erziehungswissenschaft um Herwig Blankertz, Wolfgang Klafki und Klaus Mollenhauer. Zu Mündigkeit gehört bei diesen Pädagogen neben einer demokratischen Gesinnung die Fähigkeit, eigene Entscheidungen treffen und verantworten zu können. Dazu sollen Schüler gesellschaftliche Phänomene aus einer kritischen Distanz nachvollziehen und bewerten lernen. Die Mathematik und ihre Anwendungen sieht Skovsmose nicht als unhinterfragten Heilsbringer der Moderne, sondern als Phänomen, welches sowohl zum Guten wie auch zum Schlechten gewendet werden kann. Soll Unterricht zu Mündigkeit gegenüber Gesellschaft und Mathematik erziehen, so müsse er demokratisch organisiert, gesellschaftlich engagiert und seinen Inhalten gegenüber kritisch sein. Unter letzterem verstehen die kritische Erziehungswissenschaft und Skovsmose eine im Unterricht verwurzelte *Fachkritik*, welche die Unterrichtsinhalte kri-

tisch hinterfragt hinsichtlich ihrer Möglichkeiten und Grenzen, Chancen und Gefahren, hinsichtlich ihrer Nebenerscheinungen und der hinter ihnen stehenden Interessen: Mündigkeit gegenüber der Mathematik zeigt sich für Skovsmose darin, dass der Schüler Mathematik nicht nur handhaben und anwenden, sondern auch verstehen und reflektieren kann.<sup>3</sup>

Critical Mathematics Education untersucht, ob und wie Mathematikunterricht zur Mündigkeit erzieht oder erziehen kann. Skovsmose versteht Critical Mathematics Education jedoch nicht als ganzheitliche Theorie oder gar als Teildisziplin der Mathematikdidaktik, sondern als eine Sammlung von kritischen Sichtweisen und Bedenken, mit denen auf Mathematikunterricht und Mündigkeit geblickt werden kann. In sieben kurzen Kapiteln stellt sein Buch diese Perspektiven vor.

Für Skovsmose ist Mathematikunterricht „unbestimmt“ in dem Sinne, dass er sehr unterschiedliche Wirkungen haben kann, je nachdem, welche Inhalte er anbietet, welche Didaktik er verwirklicht und auf welche Schüler er trifft. Auf der einen Seite sieht Skovsmose die Gefahr eines entmächtigenden Mathematikunterrichts. Im ersten Kapitel fragt Skovsmose, ob der Heranwachsende in seiner Schullaufbahn zum gefügigen und effizienten Befolgen fremdbestimmter Handlungsabläufe erzogen wird, wenn ihm die Lösung von geschätzten 10 000 Rechenaufgaben nach vorgegebenen und gleichförmigen Mustern aufgetragen wird. Auf der anderen Seite könne Mathematikunterricht emanzipierend sein, indem er eine herausragende Form des Denkens vermittele, die technische Handhabbarkeit unserer Umwelt unterstütze und den Einzelnen zu mündigen Entscheidungen in mathematisch zugänglichen Situationen befähige. In diesem Spannungsfeld kritisiert Skovsmose den gegenwärtigen Mathematikunterricht mit entmächtigenden Zügen und präsentiert seine Vorschläge für die Gestaltung von

<sup>1</sup> Skovsmose, Ole (1984) *Kritik, undervisning og matematik*.

<sup>2</sup> Einen Überblick über die Critical Mathematics Education bieten Ernest, Greer & Sriraman (2009) *Critical Issues in Mathematics Education* sowie Alrø, Ravn & Valero (2010) *Critical Mathematics Education: Past, Present and Future*.

<sup>3</sup> Vgl. dazu Skovsmoses Debüt auf dem internationalen Parkett: Skovsmose, Ole (1985) „Mathematical Education versus Critical Education“ In: *Educational Studies in Mathematics* 16; vgl. auch Kapitel 5 des hier diskutierten Buches.

Mathematikunterricht als emanzipative Innovation.

Skovsmose findet verschiedene Ebenen des Zugriffs auf das Spannungsfeld zwischen Emanzipation und Entmächtigung. So diskutiert er im zweiten Kapitel Unterschiede zwischen Mathematikunterricht für sozial Benachteiligte und für Bessergestellte. Je stärker die Gefahr werde, durch das gesellschaftliche Raster zu fallen, desto deutlicher zeige sich Mathematikunterricht sowohl als Institution dieses Ausschlusses als auch als Wegbereiter eines Ausbruchs, insbesondere in Staaten ohne soziale Sicherungssysteme, in denen der Zugang zu Mathematik den Unterschied machen kann zwischen Elend und Wohlstand; aber nicht nur dort:

The prototypical classroom is not to be associated simply with classrooms in the so-called ‚developed countries‘. There are very many classrooms in ‚developed countries‘ that do not demonstrate any prototypical features: the students might demonstrate a behaviour that is noisy and disruptive and far from stereotypical. And it should not be forgotten that in addition these countries include a solid share of the world’s poverty with devastating implications for the school systems. Furthermore, there are many affluent educational environments in the ‚developing countries‘; prototypical as well as non-prototypical classrooms can be found the world around. (Im hier diskutierten Buch auf S. 18 f.)

Doch Mathematikunterricht ist für Skovsmose nicht nur ein Leidtragender unterschiedlicher sozialer Hintergründe, sondern sorgt – etwa durch Zuweisung zu Schulformen und Benotung – selbst für unterschiedliche Lebenschancen. Im dritten Kapitel diskutiert Skovsmose, wie der Mathematikunterricht Kriterien für diese Diskriminierung liefert, das Spannungsfeld zwischen Emanzipation und Entmächtigung aufrechterhält und damit politisch ist.

Unterrichtlich umsetzen möchte Skovsmose seinen innovativen und all-emanzipativen Unterricht in weitgehend von Schülern gesteuerten Projekten, deren Rahmen er im vierten Kapitel vorstellt. Die Schüler sollen sich in „Erkundungslandschaften“ wagen, dort mathematische Inhalte und ihre Anwendungen erschließen und bezüglich ihrer Risiken und Möglichkeiten reflektieren:

Such a landscape provides an environment for teaching-learning activities. While sequences of exercises, so characteristic for the school mathematics tradition, establish a one-way route through the curriculum, the possible routes through a landscape of investigation are not

well-defined. A landscape can be explored in different manners and through different routes. Sometimes one must proceed slowly and carefully, sometimes one can jump around and make bold guesses. (Ebd., S. 31.)

Nach einem Intermezzo zur Philosophie der Mathematik wendet sich Skovsmose im fünften Kapitel dem Charakter und der Ethik mathematischer Anwendungen zu. Durch ihre universelle Anwendbarkeit kann Mathematik gleichsam Wunder wie Horror hervorbringen. Für einen mündigen Umgang mit der Mathematik sind Reflexionen zu ihrer Verwendung daher unabdingbar.

Im sechsten Kapitel unterscheidet Skovsmose zwischen Reflexionen über Mathematik und Reflexionen mittels Mathematik. Im einen Fall steht die Mathematik mit ihren Anwendungen im Mittelpunkt, im anderen Fall werden gesellschaftliche Belange mathematisch untersucht.

In jedem Fall soll den Schülern deutlich werden, wie sie in einem demokratischen Miteinander zum einen gewinnbringend Mathematik nutzen und sich zum anderen kritisch gegenüber der Mathematik positionieren können. Im letzten Kapitel diskutiert Skovsmose diese neue Beziehung zwischen Schüler und Mathematik unter dem Stichwort einer *mathemacy* und kehrt somit dahin zurück, von wo er gestartet war: zum Anspruch einer Erziehung zur mathematischen Mündigkeit.

Mit seinem Lebenswerk hat sich Skovsmose einen Namen gemacht. Seine bildungstheoretische und philosophische Expertise überzeugt; seine Aufgeschlossenheit gegenüber Kritik an der Mathematik und ihres Unterrichts liefert eine neue, interessante Perspektive. Doch Skovsmoses neuestes Buch bleibt leider Einladung bis zum Schluss. Zumindest ich habe nie das Gefühl, irgendwo angekommen zu sein. Zu allgemein bleiben Skovsmoses Gedanken, zu selten werden sie greifbar, etwa in Beispielen. Wer sich von Skovsmoses neuestem Buch einladen lässt, wird sich die empfohlene Literatur erst noch erschließen müssen. Dies ist zumindest insofern enttäuschend, als Skovsmose selbst bereits reichhaltigere Veröffentlichungen zu seiner *Critical Mathematics Education* vorgelegt hat. Bildungstheoretisch, wissenschaftstheoretisch und didaktisch tiefgründiger sind seine Bücher *Travelling Through Education* (2005) und *Towards a Philosophy of Critical Mathematics Education* (1994). Letzteres enthält auch einige Unterrichtsbeispiele, die teilweise von Skovsmose erprobt wurden.

Auffällig ist in all seinen Werken, dass Skovsmose mehr Pädagoge als Soziologe ist, dass er die Welt eher verändern als sie verstehen will. Dabei scheint mir seine apriorische Festlegung auf seine kritische Bildungstheorie den Blick auf den

Mathematikunterricht allzu oft einzuengen. Phänomene des Mathematikunterrichts, die in Skovsmoses kritischen Blick geraten, interessieren ihn nicht in ihrer Eigentümlichkeit, sondern nur hinsichtlich ihrer Abweichung von seinem Bildungsideal. Folglich endet ihre Analyse immer dort, wo der Skandal perfekt ist, die Abweichung deutlich wird und eine emanzipativere Bildung gefordert werden kann. Die Fragen danach, wie das Skandalöse an der Mathematik und am Mathematikunterricht zustande kommt, welche Eigenheit der Mathematik den Skandal ermöglicht und ob in dieser Eigenheit nicht auch etwas Positives zu suchen sei, stellt Skovsmose nicht. In diesem Sinne ist es zumindest befremdlich, wenn Skovsmose mathematische Bildung als „unbestimmt“ und „ohne ‚Wesen‘“ versteht – ganz so, als sei die Mathematik etwas beliebig Austauschbares und gänzlich Charakterloses. Kritik wird ihrem Gegenstand jedoch nicht gerecht, wenn sie nicht auch bereit ist, sein Wesen samt Positivem und Negativem zu suchen und anzuerkennen.

Wie der Mathematik, so trägt Skovsmose auch den von ihm zitierten Denkern kaum Rechnung. Er legt sich nicht auf eine philosophische oder soziologische Schule fest, um seinen Ausführungen konzeptuellen Zusammenhang zu verleihen,

sondern nimmt von verschiedenen Theoretikern jeweils nur das, was ihm argumentativ weiterhilft. Dass sich zuweilen Gedanken der Frankfurter Schule, des Postmodernismus von Foucault und der Soziologie Bourdieus ohne Abgrenzung zueinander zusammenfinden,<sup>4</sup> zeigt, wie wenig die einzelnen Theorien als Ganzes ernst genommen werden. Die Willkür dieses theoretischen Flickenteppichs führt dazu, dass zwar jede These einen prominenten Gewährsmann findet, die Thesen aber nicht zu einem gedanklichen Ganzen zusammenwachsen.

Wer diese Unzulänglichkeiten in Kauf nimmt, kann mit Skovsmose dennoch einen erfrischend anderen Blick auf den Mathematikunterricht werfen. Seine *Invitation to Critical Mathematics Education* erreicht zwar nicht die Tiefe seiner früheren Bücher, bietet auf überschaubaren 98 Seiten aber einen selten schnellen Einblick in kritische Perspektiven auf den Mathematikunterricht.

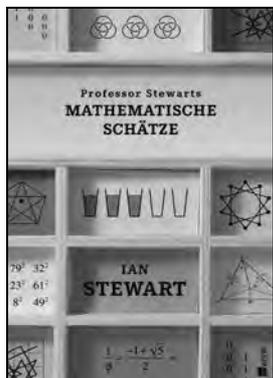
Skovsmose, Ole: *An Invitation to Critical Mathematics Education*. Sense Publishers, Rotterdam 2011, 122 S., ISBN 978-9-46091440-9, €34,99

David Kollosche, Universität Potsdam, Institut für Mathematik, Am Neuen Palais 10, 14469 Potsdam, Email: [dkollosche@googlemail.com](mailto:dkollosche@googlemail.com)

<sup>4</sup> Und das auf einer einzigen Seite: S. 61.

## Ian Stewart: Professor Stewarts mathematische Schätze

Rezensiert von Helmut Albrecht



„**Stück-gut** das (Stück-guts (Stückgutes)) (kein Plur.) etwas, das als Einzelstück zu transportieren ist“ definiert [thefreedictionary.com](http://thefreedictionary.com). Als Einzelstücke präsentiert Ian Stewart auch seine mathematischen Schätze. Und wie das bei Schätzen – zumindest in alten Abenteuer- und See-

räuber-geschichten – so ist, bestehen diese aus ganz verschiedenen und unterschiedlich wertvollen Pre-tiosen: Manches hell glitzernd und funkelnd auf den ersten Blick als wertvoll zu erkennen, manch anderes Stück offenbart seinen Reichtum und seinen Wert erst bei näherem und vielleicht dem zweiten Hinsehen.

Aus diesem Blickwinkel ist der Titel von Ian Stewarts hier rezensiertem Werk treffend gewählt, offenbart er doch damit seine „mathematischen Schätze“, die er nach eigenem Bekunden schon seit seinem 14. Lebensjahr sammelt und die mittlerweile – nach rund 50 Jahren – eine ganze Ordnerreihe füllen. Anders als in der Realität, in welcher Schätze ein verborgenes Leben hinter dicken Tresorwänden fristen, lässt Stewart seine Mitmenschen bereitwillig an seinen Kostbarkeiten teilhaben. Dies nun schon ein zweites Mal, seine „mathematischen Schätze“ bilden den zweiten Band der mit seinem „mathematischen Sammelsurium“ begonnenen Reihe.<sup>1</sup> Der erste Band kletterte nach dessen Erscheinen 2008 in der englischen Bestsellerliste zielstrebig bis auf Platz 6, so dass die Idee zu einem Folgeband, gespeist aus seiner „immer noch aus den Nähten platzenden Sammlung“, nur folgerichtig und naheliegend war.

Beide Bände ähneln sich nicht nur von der äußeren Aufmachung, sondern auch in deren Konzeption: Sie stellen tatsächlich eine Sammlung einzelner kleiner und in aller Regel unverbundener

Geschichten von, über und zu mathematischen Themen dar. Diese lockere und inhaltlich divergente Abfolge der Themen macht sicher einen Teil des Erfolgs der Bücher aus: Man kann sie nach dem Lesen einiger Zeilen bis wenigen Seiten wieder aus der Hand legen und hat doch etwas abgeschlossen Neues, Kurioses, Seltsames, Lustiges erfahren oder aber nun eine Knobelaufgabe im Hinterkopf, die einen noch einige Zeit beschäftigen mag – so man nicht gleich in den zu vielen Themen beigefügten Lösungen und Hinweisen am Ende des Buches nachgeschlagen hat. Man kann überall aufschlagen und zu lesen beginnen und ist nicht darauf beschränkt, streng sukzessive von vorne nach hinten zu lesen, wiewohl sich der Autor im Vorwort die Bemerkung nicht verkneift, dass dies wohl doch die ökonomischere Vorgehensweise ist, will man nicht einige Dinge sechsmal lesen und andere nie.

Eben diese Lockerheit, gepaart mit feinem Englischen Humor, ist sicherlich ein weiterer Grund für den Erfolg: Stewart bemerkt dazu selbst, dass manche Geschichten länger sind als vielleicht nötig und dies, weil er eben gerne Geschichten erzählt. Dass er dies gut macht, steht außer Frage und so gelingt es ihm problemlos, auch etwas komplexere Themen allgemeinverständlich und nachvollziehbar aufzubereiten. Es nimmt nicht Wunder, dass er im Einklapp des Schutzumschlags als beliebtester Mathematikprofessor Großbritanniens bezeichnet wird.

Eine Inhaltsangabe verbietet sich bei diesem Werk, so man nicht alle 180 „Kapitel“ einzeln nennen möchte. Die „mathematischen Schätze“ stellen schließlich wieder ein „Sammelsurium“ unterschiedlichster mathematischer Stories dar, die bei Rätsel- und Knobelaufgaben, Aufgaben für den Taschenrechner, Karten- und Zahlenricks beginnen, über Streichholzaufgaben, historische Themen, einer Gebrauchsanleitung für den Abakus, mathematischen Anekdoten bis hin zu Witzen und Zitaten über Mathematik, kniffligen und ungewöhnlichen Anwendungen der Mathematik reichen und dort noch lange nicht enden.

<sup>1</sup> Ian Stewart: Professor Stewarts mathematisches Sammelsurium, rororo-Taschenbuch, 9,99€ und mindestens genauso zu empfehlen wie der hier rezensierte Folgeband.

Ein mathematisch nicht ganz uninteressierter Leser wird darin sicher viel „Bekanntes“ finden: Das Paradoxon des Zenon hat seinen Platz in der Schatzkammer genauso gefunden wie magische Quadrate und Sechsecke, die Klein'sche Flasche, Zahlzeichen der Ägypter und der Maya und das Vierfarbenproblem. Stewart erklärt und beschreibt aber auf seine ganz eigene Art und man lernt einige Dinge aus einem etwas veränderten Blickwinkel zu sehen. Manche Dinge sind – mindestens in der Allgemeinheit – nicht so bekannt, wie beispielsweise der mathematische Hintergrund der Computertomographie oder der Zusammenhang zwischen der Klimaerwärmung und dem CO<sub>2</sub>-Gehalt der Atmosphäre. Zu vielen Themen sind im Buch Links zu weiterführenden Informationen angegeben, so dass der Leser bei Interesse der ein oder anderen gelegten Spur eigenständig nachzufolgen vermag.

Mit dieser thematischen Bandbreite ist dieses Buch problemlos für einen breiten Leserkreis geeignet: Dem mathematisch Versierten bietet es den ein oder anderen alternativen Zugang zu manch bekannten Themen und damit Anregungen für den Hörsaal und das Klassenzimmer. Dem Lernenden – gleich ob an Schule oder Hochschule –

bietet das Buch tatsächlich wie im Titel versprochen ein kleines Schatzkästlein mathematischer Themen, deren Wert sich vielleicht erst auf den zweiten Blick erschließen mag und das die Vielfalt der Mathematik (mindestens ansatzweise) aufzeigt. In der gebundenen Ausgabe ist es schließlich ein hochwertiges Geschenk für alle Menschen, deren Mathematikphobie nicht allzu ausgeprägt ist.

Es verblüfft bereits die Bandbreite der von Stewart in seinen „Schätzen“ angesprochenen Themen. Dass sein mathematischer Schatz nicht ein Stückwerk zusammengewürfelter mathematischer Marginalien bleibt, sondern durchaus zum Stückgut mathematischer Bildung avanciert, dafür sorgen nicht zuletzt sein kurzweiliger Stil und seine direkte persönliche und sympathische Art, mit welcher er seine Leser anspricht.

Stewart, Ian: *Professor Stewarts mathematische Schätze*, Reinbek bei Hamburg: Rowohlt 2012, 430 Seiten, gebunden, 19,95 €

Prof. Dr. Helmut Albrecht, Institut für Mathematik und Informatik, Studiendekan der Fak. II, Pädagogische Hochschule, 73525 Schwäbisch Gmünd. Email [helmut.albrecht@ph-gmuend.de](mailto:helmut.albrecht@ph-gmuend.de)

## Neuerscheinungen im Jahr 2012

Zusammengestellt von Martin Stein und Timon Wies

- Akinwunmi, K.: Zur Entwicklung von Variablenkonzepten beim Verallgemeinern mathematischer Muster. Springer Spektrum Verlag, Heidelberg 2012, ISBN 978-3-834-82544-5
- Barzel, B.: Computeralgebra im Mathematikunterricht. Waxmann Verlag, Münster 2012., ISBN 978-3-830-92627-6
- Bedürftig, T. & Murawski, R.: Philosophie der Mathematik. De Gruyter Verlag, Berlin 2012, ISBN 978-3-110-26291-9
- Bender, P. & Schreiber, A.: Operative Genese der Geometrie, epubli Verlag, Berlin 2012, ISBN 978-3-8442-2454-2
- Biehler, R.; Hofmann, T.; Maxara, C. & Prömmel, A.: Daten und Zufall mit Fathom – Unterrichtsideen für die SI und SII mit Software-Einführung. Schroedel Verlag, Braunschweig 2011, ISBN 978-3-507-87500-5
- Blum, W.; Borromeo Ferri, R. & Maas, K.: Mathematikunterricht im Kontext von Realität, Kultur und Lehrerprofessionalität: Festschrift für Gabriele Kaiser. Vieweg+Teubner Verlag, Wiesbaden 2012, ISBN 978-3-834-82388-5
- Brandt, B.; Vogel, R. & Krummheuer, G.: Die Projekte erStMaL und MaKreKi. Mathematikdidaktische Forschung am „Center for Individual Development and Adaptive Education“ (IDeA) Waxmann Verlag, Münster 2011, ISBN 978-3-830-92604-7
- Deutscher, T.: Arithmetische und geometrische Fähigkeiten von Schulanfängern. Springer Vieweg Verlag, Wiesbaden 2012, ISBN 978-3-834-81723-5
- Drollinger-Vetter, B.: Verstehenselemente und strukturelle Klarheit. Waxmann Verlag, Münster 2011, ISBN 978-3-830-92606-1
- Drücke-Noe, Ch.; Möller, G., Pallack, A.; Schmidt, S.; Schmidt, U; Sommer, N. & Wynands, A.: BASISKOM-PETENZEN – Mathematik für Alltag und Berufseinstieg am Ende der allgemeinen Schulpflicht. Cornelsen Verlag, Berlin 2011, ISBN 978-3-060-01187-2
- Engel, M.: Erfolgreiche Unterrichtsideen Mathematik: Best Practice 2, ISBN 978-3-868-14170-2
- Euba, W.: Vernetzungen bei mathematischen Lernprozessen: Eine Fallstudie im Unterricht der gymnasialen Oberstufe (Perspektiven der Mathematikdidaktik). Vieweg+Teubner Verlag, Wiesbaden 2011, ISBN 978-3-834-81909-3
- Frischholz, M.: Selbstgesteuerte Lehr-/Lernprozesse in computergestütztem Analysisunterricht: Verlag Dr. Hut, München 2011, ISBN 978-3-868-53800-7
- Gerster, H.-D.: Schülerfehler bei schriftlichen Rechenverfahren. Diagnose und Therapie. WTM-Verlag, Münster 2012, ISBN 978-3-942-19717-5
- Greefrath, G., & Stein, M.: 60 Jahre Kolloquium über Geschichte und Didaktik der Mathematik. WTM-Verlag, Münster 2012, ISBN 978-3-942-19722-9
- Greefrath, G. & Stein, M.: Problemlöse- und Modellbildungsprozesse bei Schülerinnen und Schülern. WTM-Verlag, Münster 2012, ISBN 978-3-942-19726-7
- Gretzmann, E.: Entwicklung und Erprobung eines Instruments zur Analyse von mathematikbezogenen Unterrichtsgesprächen bezüglich des Vorliegens einer metakognitiv-diskursiven Unterrichtskultur. Forschungsinstitut für Mathematikdidaktik e.V. 2011, ISBN 978-3-925-38665-7
- Hafner, U.: Proportionalität und Prozentrechnung in der Sekundarstufe I: Empirische Untersuchung und didaktische Analysen (Perspektiven der Mathematikdidaktik). Vieweg+Teubner Verlag, Wiesbaden 2011, ISBN 978-3-834-81926-0
- Haug, R.: Problemlösen lernen mit digitalen Medien. Förderung grundlegender Problemlösetechniken durch den Einsatz dynamischer Werkzeuge. Springer Vieweg, Heidelberg 2012, ISBN 978-3-834-81559-0
- Hellus, M.: Lineare Algebra nicht-vertieft. Logos Verlag Berlin, Berlin 2012, ISBN 978-3-832-53110-2
- Hess, K.: Kinder brauchen Strategien: Eine frühe Sicht auf mathematisches Verstehen. Kallmeyer Verlag, Seelze 2012, ISBN 978-3-780-01098-8
- Hischer, H.: Grundlegende Begriffe der Mathematik: Entstehung und Entwicklung. Springer-Spektrum-Verlag, Heidelberg Juni 2012., ISBN 978-3-834-81888-1
- Höfner, G., & Süßbier, S.: Das verrückte Mathe-Comic-Buch. Springer Verlag, Heidelberg 2012, ISBN 978-3-827-42628-4
- Hofmann, T.: eFATHOM – Entwicklung und Evaluation einer multimedialen Lernumgebung für einen selbstständigen Einstieg in die Werkzeugsoftware FATHOM. Springer Spektrum Verlag, Heidelberg 2012, ISBN 978-3-834-82418-9
- Hunke, S.: Überschlagsrechnen in der Grundschule. Springer Spektrum Verlag, Heidelberg 2012, ISBN 978-3-834-82518-6
- Kaenders, R. & Schmidt, R.: Mit GeoGebra mehr Mathematik verstehen. Vieweg + Teubner Verlag, Wiesbaden 2011, ISBN 978-3-834-81757-0
- Kratz, H.: Wege zu einem kompetenzorientierten Mathematikunterricht. Friedrich Verlag, Seelze 2011, ISBN 978-3-780-01079-7

- Krauthausen, G.; Meschenmoser, H. & Padberg, F.: Digitale Medien im Mathematikunterricht der Grundschule (Mathematik Primar- und Sekundarstufe). Spektrum Akademischer Verlag, 2012, ISBN 978-3-827-42276-7
- Krey, O.: Zur Rolle der Mathematik in der Physik: Wissenschaftstheoret. . . Aspekte und Vorstellungen Physiklerner. Logos Berlin, Berlin 2012, ISBN 978-3-832-53101-0
- Kröpfel, B. & Schneider, E.: Standards Mathematik unter der Lupe. Fachdidaktische Erläuterungen und Konkretisierungen zum österreichischen Standards-Konzept M8. Profil Verlag, München/ Wien 2012, ISBN 978-3-890-19642-8
- Lazarides, R. & Ittel, A.: Differenzierung im mathematisch-naturwissenschaftlichen Unterricht. Verlag Julius Klinkhardt, Bad Heilbrunn 2012, ISBN 978-3-781-51845-2
- Leuders, J.: Förderung der Zahlbegriffsentwicklung bei sehenden und blinden Kindern. Springer Spektrum Verlag, Heidelberg 2012, ISBN 978-3-834-82548-3
- Link, F.: Problemlöseprozesse selbstständigkeitsorientiert begleiten. Springer Vieweg Verlag, Wiesbaden 2012, ISBN 978-3-834-81616-0
- Link, M.: Grundschulkind beschreiben operative Zahlenmuster: Entwurf, Erprobung und Überarbeitung von Unterrichtsaktivitäten als ein Beispiel für ... und Erforschung des Mathematikunterrichts). Vieweg+Teubner Verlag, Wiesbaden 2012, ISBN 978-3-834-82416-5
- Ludwig, M. & Kleine, M.: Beiträge zum Mathematikunterricht 2012: Vorträge auf der 46. Tagung für Didaktik der Mathematik vom 05.03.2012 bis 09.03.2012 in Weingarten. WTM-Verlag, Münster 2012, ISBN 978-3-942-19718-2
- Lüken, M.: Muster und Strukturen im mathematischen Anfangsunterricht: Grundlegung und empirische Forschung zum Struktursinn von Schulanfängern. Waxmann Verlag 2012, ISBN 978-3-830-92628-3
- Nikolova, R.: Grundschulen als differenzielle Entwicklungsmilieus. Waxmann Verlag, Münster 2011, ISBN 978-3-830-92497-5
- Obersteiner, A.: Mentale Repräsentationen von Zahlen und der Erwerb arithmetischer Fähigkeiten. Waxmann Verlag, Münster 2012, ISBN 978-3-830-92705-1
- Padberg, F. & Heckmann, K.: Unterrichtsentwürfe Mathematik Sekundarstufe I (Mathematik Primar- und Sekundarstufe). Spektrum Akademischer Verlag, 2012, ISBN 978-3-827-42933-9
- Prediger, S. & Özdil, E.: Mathematiklernen unter Bedingungen der Mehrsprachigkeit. Waxmann Verlag, Münster 2011, ISBN 978-3-830-92602-3
- Reiss, K. & Hammer, C.: Grundlagen der Mathematikdidaktik: Eine Einführung für den Unterricht in der Sekundarstufe (Mathematik Kompakt). Springer Verlag, Basel 2012, ISBN 978-3-034-60141-2
- Rieß, W.; Wirtz, M.; Barzel, B. & Schulz, A.: Experimentieren im mathematisch-naturwissenschaftlichen Unterricht. Waxmann Verlag, Münster 2012, ISBN 978-3-830-92687-0
- Schacht, F.: Mathematische Begriffsbildung zwischen Implizitem und Explizitem. Springer Vieweg Verlag, Wiesbaden 2012, ISBN 978-3-834-81967-3
- Schumann, S.: Die Analyse des Mathematik-Schulbuchs „Einstern“ vor dem Hintergrund des Bildungsziels der Autonomie. Shaker, 2012, ISBN 978-3-844-00762-6
- Schülke, C.: Mathematische Reflexion in der Interaktion von Grundschulkindern. Waxmann Verlag, Münster 2012, ISBN 978-3-830-92786-0
- Stefan, G.: Motivation und Interesse im Mathematikunterricht der Grundschule: Genese – Indizierung – Förderung: Evaluation und Reflexion des Unterrichtsprojekts ... der dritten und vierten Jahrgangsstufe. Verlag Dr. Kovac, März 2012, ISBN 978-3-830-06211-0
- Stein, M.: Eva-CBTM: Evaluation of Computer Based Online Training Programs for Mathematics – 2nd enlarged edition. WTM-Verlag, Münster 2012, ISBN 978-3-942-19723-6
- Tiedemann, K.: Mathematik in der Familie. Waxmann Verlag, Münster 2012, ISBN 978-3-830-92677-1
- Vossmeier, J.: Schriftliche Standortbestimmungen im Arithmetikunterricht. Springer Spektrum Verlag, Heidelberg 2012, ISBN 978-3-834-82404-2
- Wagner, A. & Wörn, C.: Erklären lernen – Mathematik verstehen. Ein Praxisbuch mit Lernangeboten. Kallmeyer Verlag, Seelze 2011, ISBN 978-3-780-01072-8
- Waldis, M.: Interesse an Mathematik. Waxmann Verlag, Münster 2012, ISBN 978-3-830-92617-7
- Willems, A.: Bedingungen des situationalen Interesses im Mathematikunterricht. Waxmann Verlag, Münster 2011, ISBN 978-3-830-92488-3

*Hinweis:* Die Liste stellt den Stand 15. 11. 2012 dar. Später gemeldete Titel finden Sie online unter [booknews-madi.de](http://booknews-madi.de).

## Growth and success of “mathe 2000” – a privileged observer’s view

### Laudatio anlässlich des 25jährigen Bestehens des Projekts „mathe 2000“

Lieven Verschaffel

It is a great pleasure and a great honor for me to represent the international community at the 22nd symposium “mathe 2000”, which is devoted to the 25th anniversary of this project.

During the past three decades the international scene of mathematics education has witnessed, in various parts of the world, serious debates about the goals, the content and the methods of elementary school mathematics, which sometimes have evolved into true “math wars”.

For instance, in the US there have been, since the launch of the NCTM Standards in the 1980s (National Council of Teachers of Mathematics, 1989, 2000), highly emotional debates between opponents and advocates of the reform-based approach to elementary school mathematics; between traditionalists, who still believe that the emphasis of math education should be on the direct teaching of fixed, step-by-step procedures for solving various types of math problems, and reformers, who favor a more inquiry-based approach in which pupils are exposed to real-world problems that help them develop deep conceptual understanding, number sense, reasoning and problem-solving skills, and positive affects towards mathematics. Only in 2008, the National Mathematics Advisory Panel, created by president George Bush himself, succeeded, at least to some extent, in stopping that national war (United States Department of Education, 2008).

In the Netherlands, another leading country in the international scene of mathematics education, we have seen a very similar development. Growing concern about Dutch children’s mathematical proficiency in national and international assessments has led in recent years to a hot public debate about the way elementary mathematics should be taught. There were again two opposing camps: those who advocated teaching mathematics in the “traditional” manner, and those who supported realistic mathematics education, the reform-based type of mathematics education that has been conceived and further developed by Prof. Freudenthal (1983) and his colleagues and successors at the University of Utrecht (see, e.g., van den Heuvel-Panhuizen, 2001). Because of the intensity of the debate, the Dutch Royal Academy of Sciences de-

ecided to install a Committee, which wrote a report that also succeeded in calming down, at least to some extent, the public debate about the quality and future of elementary school mathematics (Koninklijke Nederlandse Akademie van Wetenschappen, 2009).

In this turbulent international context, Prof. Wittmann, Prof. Müller and the other members of the “mathe 2000” project have, during the past 25 years, worked at the development of their own approach to elementary school mathematics education, in a way that I consider quite unique and exemplarily, for three reasons that I will elaborate in a necessarily brief and superficial way in this short tribute.

#### View on elementary school mathematics

In terms of its view on elementary school mathematics, one of the most important general characteristics of the “mathe 2000” project is that it has, from the very beginning, refused to look at math education, and at its own position in the international scene, in extreme or polarized terms. I am aware that there exist more nuanced and sophisticated categorizations, but, I find it conceptually helpful to conceive of elementary mathematics education as a field consisting of roughly three major aspects, each of which has been central in a historically important tradition of elementary school mathematics: a mechanistic, a structuralistic, and a realistic aspect (Verschaffel, 1995).

First, elementary school math has a lot to do with memorization of basic facts, automatization of techniques for doing mental and written arithmetic, routine mastery of rules for solving standard problems dealing with number and space. Historically, this “mechanistic” element has been emphasized a lot in traditional elementary school mathematics, and it is this element that has been re-emphasized in these anti-reform movements in the US and The Netherlands that I referred to before.

Second, elementary school mathematics is about structures and patterns. In the various manifestations in concrete mathematical statements or



Festredner und Ehrengäste von links nach rechts: Dr. Th. Deutscher (Dortmund), Prof. Dr. L. Verschaffel (Leuven, B), T. Knoche (Stuttgart), Prof. Dr. G. Müller (Dortmund), Dr. M. Gaidoschik (Wien), Prof. Dr. E. Ch. Wittmann (Dortmund), Prof. Dr. H. Winter (Aachen), Prof. Dr. Ch. Selter (Dortmund), Prof. Dr. M. van den Heuvel (Utrecht, NL), Prof. Dr. U. Kirchgraber (Zürich, CH)

Anlässlich des 25jährigen Bestehens des Projekts ‚mathe 2000‘ wurde an der TU Dortmund eine Festveranstaltung ausgerichtet, an der 600 Lehrerinnen und Lehrer sowie Wissenschaftlerinnen und Wissenschaftler aus ganz Deutschland, ja sogar aus Belgien, den Niederlanden, Österreich und der Schweiz teilnahmen. Das Projekt wurde 1987 von den Dortmunder Emiriten Prof. Gerhard Müller

und Prof. Erich Wittmann gegründet, um Konzepte und Materialien für einen aktiv-entdeckenden und fachlich fundierten Mathematik zu entwickeln, zu erforschen und zu implementieren – kein simples ‚aus der Praxis für die Praxis, sondern eine empirisch und theoretisch fundierte Mathematikdidaktik mit der Zielsetzung der konkreten Unterstützung der Unterrichtspraxis.

Festredner aus Belgien, Österreich, der Schweiz und Deutschland würdigten die Arbeit des Projekts, in dem sie verdeutlichten, wie sie die Impulse von ‚mathe 2000‘ ihre eigene Arbeit anregen und weiter entwickelt wurden. 17 Workshops am Vor- und am Nachmittag boten zudem reichhaltige Gelegenheiten, sich mit dem ‚mathe 2000‘-Konzepten und Materialien eigenständig auseinander zu setzen. Aus Anlass des 25jährigen Bestehens des Projekts erschien zudem das Buch ‚Zahlen, Muster und Strukturen‘, welches von den Projektleitern Müller, Selter und Wittmann herausgegeben wurde und sowohl an theoretischen Grundlagenansätzen als auch anhand von vielen konkreten Praxisberichten aufzeigt, wie im Unterricht Spielräume für aktives, verstehensorientiertes Mathematiklernen und beziehungsreiches Üben geschaffen werden können.

Christoph Selter

problems, there may be a common principle, a common pattern or structure, an underlying “big idea”, that has to be discovered, explored, understood, expressed, formalized, generalized . . . , by the learner, and that should become part of his or her conceptual toolbox. This aspect was central in the structuralistic approaches to elementary school math, such as the New Math movement, that was dominant in the fifties to eighties of the previous century in various parts of the Western world, but is also emphasized in current approaches that emphasize, for instance, the role of pre-algebra in elementary school mathematics.

Third, mathematics is a human problem solving activity; it is about establishing links between real world situations and mathematics, in both directions; it is about seeing the mathematics in the real world and about using mathematics to make sense of this world, to understand and manipulate it, with a view to efficiently solve problems that arise in that world. This aspect of “mathematical modeling and applications” is prominently present in approaches, such as the Dutch realistic approach to mathematics education (although it would be too simple to reduce RME to that aspect).

Just as in the world-famous tale of a group of blind men each touching a part of the elephant to learn what it is like, but every single man being unable to get a complete picture of what it essentially is, each of these three aspects point to a truly essential feature of elementary school mathematics, but does not tell the whole story of what it is about. The great value of the “mathe 2000” approach is that it departs from a view of elementary mathematics education that integrates in a well-balanced way all three aspects. It does so both in its theoretical foundations and in the concrete textbook pages and materials of its textbook, *Das Zahlenbuch*. To the best of my knowledge, there are few textbooks in the world that have been so successful in realizing this balance so subtly and so successfully as *Das Zahlenbuch*.

Moreover, in realizing that subtle balance between these three major pillars of elementary school mathematics, it adheres to three principles that have been found in the curricula of the world’s highest-performing countries, according to a recent study by Houang and Schmidt (2012) namely (1) coherence (the logical structure that guides students from basic to more advanced material in a

systematic way); (2) focus (the push for mastery of a few key concepts at each grade rather than skim over dozens of disconnected topics every year); and (3) rigor (the level of difficulty at each grade level).

### Methodological approach

Closely related to the above-mentioned international debate between advocates and opponents of reform-based approaches to math education, there is an ongoing methodological fight about the kind of scientific research that is primarily suited and needed for improving elementary school mathematics. Stated again somewhat boldly, there are, on the one hand, researchers who adhere the so-called “evidence-based approach”, which postulates that only effective type of research is the (quasi-)experiment, whereby one compares the effect on learners of two or more approaches to teach a given mathematical topic, with randomly selected classes, in well-controlled conditions, using only psychometrically adequate standard achievement tests; and, on the other hand, those who argue that this evidence-based approach is not and will never be able to capture the rich, complex and contextual nature of teaching and learning in a real mathematics classroom, and therefore argue that the only useful kind of research is of a more qualitative nature, that documents in detail how one arrived at the design of a new teaching/learning unit, how teachers and learners reacted to it, and what was learnt from it in view of the improvement of the design of that unit (Verschaffel, 2009). Also in this international methodological battlefield, the “mathe 2000” project has always taken a nuanced, broad-spectrum view, by pleading, on the one hand, for the existence of “design experiments” as a central research method in the domain of mathematics education, but, on the other hand, also supporting more large-scale and systematic evaluation studies aimed at unraveling the relative strength and weaknesses of its newly designed instructional materials and approaches. As illustrations of the former, I refer to Prof. Wittman’s paper “Mathematics education as a design science”, published in *Educational Studies in Mathematics* (1995), which has become an internationally recognized “classic” in the field of mathematics education, as well as Prof. Selzer’s exemplary design study about building on children’s mathematical productions in grade 3, published in 1998 in the same journal. Illustrations of the latter are the evaluation studies by Moser Opitz (2002) and Hess (2003), both comparing teaching and learning in classes in which a traditional textbook was used with teach-

ing and learning in classes which worked with (an adaptation of) the *Zahlenbuch*, and both providing substantial empirical support for the “mathe 2000” approach, particularly for the mathematically weaker children.

### Role of the teacher

Referring back to the two reports that tried to stop the math wars in the US and The Netherlands, it is interesting to see that according to both reports the key to improving children’s mathematical proficiency does not lie in the textbook in itself, but in the competencies of the teachers who have to use it. And, by these competencies, they do not only mean their mathematical content knowledge, but also, and according to some even primarily, their “Fachdidaktische Kompetenz”, or, in Shulman’s (1986, 1987) terminology, their pedagogical content knowledge (PCK). Many studies and surveys have indicated the importance of this PCK. In a recent German study (COACTIV project – see, Baumert et al., 2010), it has been shown that students taught by teachers with a high PCK showed better PISA results than those of other students, mainly because teachers with a high PCK design their teaching so that the students are more actively cognitively engaged. Further analyses revealed that PCK has greater predictive power for student progress and is more decisive for the quality of instruction than their content knowledge (Baumert et al., 2010, p. 164). Moreover, the available international research on mathematics teachers’ knowledge and professional development (as nicely summarized in a recent publication by the Education Committee of the European Mathematical Society (2012) headed by prof. Konrad Krainer), indicates the positive impact of “collaboration” among teachers and of teachers’ collegial learning, i.e. of teachers belonging to “communities” consisting of experts, teachers and researchers and improving their teaching actions and upgrading their professional theory through unfolding their learning process in cooperation with the other members of the community. Clearly, the “mathe 2000” project has, from the very beginning, deeply endorsed the idea that the teacher is the critical factor in the curriculum implementation process, and that, therefore, a textbook series project without a parallel well-established supportive system for its teachers, is doomed to fail. This is not only evidenced by the two excellent volumes of the *Handbuch produktiver Rechenübungen* (Wittmann & Müller, 2000–2002) that accompany the textbook *Das Zahlenbuch*, and that provide the teachers with the PCK and the accompanying be-

liefs needed to implement the textbook in a proper way; but also by the organization of the annual meetings of the “mathe 20000” community allowing intensive exchanges of ideas, findings and experiences between teachers, researchers and other kinds of experts.

As a scholar from abroad, it was a great privilege to observe from close-by, through my long-standing and intensive contacts with the members from the Dortmund “Institut für Entwicklung und Erforschung des Mathematikunterrichts” (IEEM), the development of the “mathe 20000” project. The project can be really proud of what it has accomplished during the past 25 years and the impact it has had on the research on and practice of elementary school mathematics, in Nordrhein-Westfalen, in Germany, and abroad. I wish you all very nice and stimulating conference celebrating this 25th anniversary.

## References

- Baumert, J., Kunter, M., Blum, W., Brunner, M., Voss, T., Jordan, A., Klusmann, U., Krauss, S., Neubrand, M., & Tsai, Y.-M. (2010). Teachers' mathematical knowledge, cognitive activation in the classroom, and student progress. *American Educational Research Journal*, 47, 133–180.
- De Corte, E. & Verschaffel, L. (2006). Mathematical thinking and learning. In Damon, W., Lerner, R., Sigel, I & Renninger, A. (eds.) *Handbook of child psychology. V. 4: Child psychology in practice*, pp. 103–152. New York: Wiley.
- Education Committee of the European Mathematical Society (2012). It is necessary that teachers are mathematically proficient, but is it sufficient? Solid findings in mathematics education on teacher knowledge. *Newsletter of the European Mathematical Society*, March 2012, 46–50.
- Freudenthal, H. (1983). *Didactical phenomenology of mathematical structures*. Dordrecht, The Netherlands: Reidel.
- Hess, K. (2003). *Lehren – zwischen Belehrung und Lernbegleitung. Einstellungen, Umsetzungen und Wirkungen im mathematischen Anfangsunterricht*. Bern: h.e.p. Verlag.
- Koninklijke Nederlandse Akademie van Wetenschappen (2009). *Rekenonderwijs op de basisschool. Analyse en sleutels tot verbetering*. Amsterdam: KNAW.
- Moser Opitz, E. (2002). *Zählen, Zahlbegriff, Rechnen. Theoretische Grundlagen und eine empirische Untersuchung zum mathematischen Erstunterricht in Sonderschulklassen. 2. Auflage*. Bern: Verlag Paul Haupt.
- National Council of Teachers of Mathematics. (1989). *Curriculum and evaluation standards for school mathematics*. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- National Council of Teachers of Mathematics. (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- Schmidt, W. (2012). *Seizing the Moment for Mathematics*. Education Week [American Education's Newspaper of Record], Wednesday, July 18, 2012, Volume 31, Issue 36, pp 24–25. See <http://www.edweek.org/ew/articles/2012/07/18/36schmidt.h31.html?cmp=ENL-EU-SUBCNT>
- Selter, C. (1998). Building on children's mathematics – A teaching experiment in grade 3. *Educational Studies in Mathematics*, 36, 1–27.
- Shulman, L. S. (1986). Those who understand: Knowledge growth in teaching. *Educational Researcher*, 15, 4–14.
- Shulman, L. S. (1987). Knowledge and teaching: Foundations of the new reform. *Harvard Educational Review*, 57, 1–21.
- United States Department of Education (2008). *Foundations for success. The final report of the National Mathematics Advisory Panel*. (Retrieved January 17 2009 from <http://www.ed.gov/about/bdscomm/list/mathpanel/index.html>)
- van den Heuvel-Panhuizen, M. (Ed.) (2001). *Children learn mathematics*. Utrecht, The Netherlands: Freudenthal Institute, University of Utrecht.
- Verschaffel, L. (1995). Ontwikkelingen in de opvattingen over en de praktijk van het reken/wiskundeonderwijs op de basisschool. In: L. Verschaffel & E. De Corte (Red.), *Naar een nieuwe reken/wiskundedidactiek voor de basisschool en de basiseducatie. Deel 1. Achtergronden* (pp. 95–128). Brussel: Studiecentrum voor Open Hoger Afstandsonderwijs (StOHO).
- Verschaffel, L. (2009). ‘Over het muurtje kijken’: Achtergrond, inhoud en receptie van het Final Report van het ‘National Mathematics Advisory Panel’ in de U.S. *Panama-Post – Reken-wiskundeonderwijs: Onderzoek, ontwikkeling, praktijk*, 28(1), 3–20.
- Verschaffel, L., & Greer, B. (in press). Domain-specific strategies and models: Mathematics education. In Spector, J. M., Merrill, M. D., Elen, J. & Bishop, M. J. (eds.) *Handbook of research on educational communications and technology*. 4th ed. New York: Springer Academic.
- Wittmann, E. Ch. (1995). Mathematics education as a design science. *Educational Studies in Mathematics*, 29, 355–374.
- Wittmann, E. Ch., & Müller, G. R. (2000–2002). *Handbuch produktiver Rechenübungen (Bd. 1, Vom Einspluseins zum Einmaleins, und, Bd. 2, Vom halbschriftlichen und schriftlichen Rechnen: Vom halbschriftlichen zum schriftlichen Rechnen)*. Stuttgart: Ernst Klett Schulbuchverlag.
- Lieven Verschaffel, K.U.Leuven, Faculty of Psychology and Educational Sciences, Center for Instructional Psychology & Technology (CIP&T), Dekenstraat 2 box 3773, 3000 Leuven, Belgium, Email: [lieven.verschaffel@ped.kuleuven.be](mailto:lieven.verschaffel@ped.kuleuven.be)
- Christoph Selter, TU Dortmund, IEEM, Vogelpothsweg 87, 4221 Dortmund, Email: [Christoph.Selter@t-online.de](mailto:Christoph.Selter@t-online.de)

## Zehn Jahre Mathematikum in Gießen – 19. 11. 2012

### Grußwort des ersten Vorsitzenden

Hans-Georg Weigand

Sehr geehrter Herr Ministerpräsident, sehr geehrte Frau Oberbürgermeisterin, sehr geehrter Herr Vize-Präsident, lieber Herr Beutelspacher, meine sehr geehrten Damen und Herren, im Namen der Gesellschaft für Didaktik der Mathematik darf ich dem Geburtstagskind und allen, die dazu beigetragen haben, dass es diesen heutigen Anlass gibt, sehr herzlich gratulieren.

Ich freue mich sehr, dass ich wieder einmal hier in Gießen sein kann, war ich doch von 1995 bis 2000 am hiesigen Institut für Mathematik. Damals habe ich die Anfänge des Mathematikums, genauer die Anfänge der Idee von „Mathematik zum Anfassen“ hautnah oder authentisch miterlebt. Ich habe die erste oder eine der ersten Ausstellungen miterlebt, auf der mathematische Exponate als Ergebnis eines Seminars von Studierenden vorgestellt wurden. Das waren teilweise noch mit einfachsten Materialien, Holz, Papier, Pappe, Karton und Schaschlikspießchen zusammengesetzte Exponate: Geometrische Körper, aneinandergestellte Spiegel, Spielwürfel, Holzdreiecke und -quadrate. Aber, bereits die damaligen Ausstellungsstücke wurden mit dem Ziel angefertigt, mathematische Objekte, so zu präsentieren, dass eine *Idee* sichtbar wird, ein *Phänomen* hervortritt, das diesen mathematischen Objekten zugrunde liegt. Und dieses Phänomen sollte so hervortreten, dass man es mit Händen anfassen und *greifen* kann, und es dadurch besser zu *begreifen* ist. Das Mathematikum präsentiert mathematische Ideen zum Greifen und Anfassen, obwohl Mathematik eine Geisteswissenschaft ist und ihre Objekte nur in der Welt des Geistes oder – wie es Platon sah – in der *Welt der Ideen* existieren.

Was bedeuten „Mathematik zum Anfassen“ und das Mathematikum für das *Verstehen* von Mathematik, für das *Verbreiten* von Mathematik in der Öffentlichkeit, für das *Erkennen der Schönheit der Mathematik* (die ja leider vielen immer noch verschlossen ist) und damit letztlich auch für die *Didaktik der Mathematik*?

Damit sind wir im Zentrum der Fragen, die sich all diejenigen stellen, die sich professionell mit dem Lernen und Lehren und Verstehen von Mathematik befassen. Warum muss oder sollte *JEDER* Mensch Mathematik kennen lernen, warum ist das

Verstehen von Mathematik *ein* wichtiges Bildungsziel für *JEDE* allgemeinbildende Schule? Und *wie* kann Mathematik gelernt werden?

Lassen Sie mich – in aller Kürze – vier Gründe dafür angeben und dabei das Mathematikum in einen größeren bildungspolitischen Kontext einordnen. Also, warum Mathematik in der allgemeinbildenden Schule?

1. Der erste Grund ist rein pragmatisch: Mathematik ist eine wichtige Voraussetzung für (fast) jede Berufsausbildung und für (fast) jedes Studium. Natürlich versteht sich das für jedes mathematisch-naturwissenschaftliche Studium von selbst, für Informatikstudierende ist es manchmal bereits überraschend, wenn sie erkennen (müssen), dass jedem Computer und jeder Programmiersprache mathematische Modelle zugrunde liegen. Psychologen und Soziologen kommen nicht um eine Statistikausbildung herum, aber auch Linguisten und Juristen erkennen sehr bald die logischen, mathematischen Strukturen, die ihren Texten zugrunde liegen. Zwei Problemen sehen wir uns heute gegenüber:

- 1: Die Universitäten klagen, über die mangelnden Voraussetzungen von Studienanfänger.
- 2: Wir können nicht genügend junge Leute für ein Studium, für einen Beruf im Bereich der MINT-Fächer gewinnen, geschweige denn begeistern. Wir haben ein Nachwuchsproblem.



Prof. Beutelspacher (li.) und Prof. Weigand



Ein mathematisches Knobel­spiel  
(Foto: Mathematikum/Rolf K. Wegst)

Ein Ziel des Mathematikums betrifft genau diesen zweiten Punkt. Das Mathematikum will junge Menschen für Mathematik begeistern. Begeisterung wecken ist ein zentrales Bildungsziel. Ohne Begeisterung gibt es kein tiefergehendes *Bildungserlebnis!*

2. Grund für Mathematik an der allgemeinbildenden Schule: Mathematik ist ein *Übungsfeld* für das Problemlösen, ist ein Übungsfeld um *argumentieren* und *begründen* zu lernen. Mathematiker sind deshalb so gefragt, da sie gelernt haben in Strukturen zu denken, Problem strukturell anzugehen. Ein Beispiel ist der diesjährige Nobelpreis für Wirtschaftswissenschaften an Alvin Roth und Lloyd Shapley. Alvin Roth hat Methoden aus der mathematischen Spieltheorie angewandt, um die Verteilung von Organspenden oder die Zuteilung von Schülern zu Wunschschulen zu optimieren. Allerdings: Die gegenwärtige Wirtschafts-, Banken- oder Eurokrise zeigt, dass *mathematische Modelle*, auf die unsere Wirtschaft aufbaut, kein Garant für reibungslose Abläufe sind, ja vielleicht sogar zur Krise beitragen. Aber das wäre ein eigenes Thema. Das Mathematikum ist ein *Beispielreservoir für mathematische Problemstellungen*, ein Anlass über Problemlösungen nachzudenken, ein Ort, der einen „Aha“-Effekt, das Staunen provoziert und das Nachdenken darüber anregt. Über der ersten Universität überhaupt, der *Akademie des Platon* stand geschrieben: Kein der Mathematik Unkundiger soll hier eintreten. Das stand da, weil Fähigkeiten zum logischen Denken und Problemlösen

für das Studium – damals zum Philosophieren – vorausgesetzt wurden. Vielleicht könnte über dem Mathematikum stehen: „Hier dürfen alle eintreten, die einmal Staunen wollen“ oder „Hier müssen alle eintreten, die das Staunen verlernt haben“.

3. Grund: Mathematik ist ein Kulturgut. Mathematik treiben ist auch Selbstzweck. In dem aktuellen Film „Die Vermessung der Welt“ – nach dem Roman von Daniel Kehlmann – wird gezeigt, wie *Carl Friedrich Gauß* die statistische Normalverteilung entdeckte, das Land Hannover vermessen und dabei eigene Vermessungsinstrumente entwickelt hat, und wie er einen Stern entdeckte, in Wirklichkeit war es der Kleinplanet Ceres. Am aller stolzesten in seinem ganzen Leben war Gauß aber auf eine Entdeckung, die er mit 19 Jahren gemacht hat, er konnte das regelmäßige 17-Eck alleine mit Zirkel und Lineal konstruieren. Da können Sie fragen, wer *braucht* das? Und da sage ich Ihnen: *Niemand braucht das*, wobei die Schwierigkeit in dem Wort „brauchen“ steckt. Wer braucht ein Gedicht von Rainer Maria Rilke oder einen Roman von Daniel Kehlmann? Niemand braucht das. Aber, wer es hat, der kann – muss nicht – die faszinierende Wirkung einer derartigen kulturellen Einzigartigkeit verspüren, der kann sich beglückt als ein *Mensch*, als ein *kulturelles Wesen* fühlen. Mathematik ist ein zentraler jahrtausendealter Teil dieser unserer kulturellen Welt. Das Mathematikum ist ein Bewahrer unserer Kultur, indem es für einige wichtige mathematische Errungenschaften die historischen Wurzeln und Ideen (Zahldarstellung, Römischer Dodekaeder, Pythagoras, Euler, Ramanujan) festhält und die Öffentlichkeit daran teilhaben lässt.

4. Grund: „Wir betreiben Mathematik, um die Welt mit anderen Augen zu sehen.“ So hat es Herr Beutelspacher in einem Aufsatz vor 19 Jahren (1993) geschrieben. Richtig, Mathematik steckt in allen Bereichen unseres täglichen Lebens und ist in allen Gegenständen, die wir anfassen und die wir betrachten. Wir können diese Mathematik herausholen, oder die Mathematik in die Gegenstände hineinsehen. Die parabelförmigen Brückenbögen, die Muster der gotischen Fenster, die Pflasterungen auf den Gehwegen und Straßen, den ISBN-Codes auf jedem Buch, den Verschlüsselungscode der digitalen Unterschrift, die Wege des Müllautos durch die Straßen oder die täglichen Börsenkurse. Mathematik ist überall. Und es ergibt sich die Frage, wie wir diese Mathematik aus den Gegenständen herausholen. Das Mathematikum zeigt *einen* Weg, wie das geschehen kann. Darauf gehe ich etwas ausführlicher ein.

Der Ausgangspunkt bei einem Besuch im Mathematikum ist die Kommunikation mit einem Exponat. *Fragen* werden durch die Exponate ange-

regt! Erkennst du an mir – sagt das Exponat – etwas *Besonderes*? Etwas *Eigenartiges*? Erkennst du ein *Phänomen*, das du vielleicht nicht sofort erklären kannst und auch nicht sofort verstehst? Siehst du das *Phänomen* und *wunderst dich darüber*, *staunst darüber*, dann habe ich – das Exponat – meinen Sinn erfüllt. *Staunen* und *Wundern* stehen am Anfang allen Nachdenkens, letztlich des wissenschaftlichen Arbeitens überhaupt. Für Platon ist das der Beginn des Philosophierens, der Beginn der Wissenschaft überhaupt.

Ein Zitat: „Das Schönste, was wir erleben können, ist das Geheimnisvolle. Wer es nicht kennt und sich nicht mehr wundern, nicht mehr staunen kann, der ist sozusagen tot und sein Auge ist erloschen.“ Das sagte Albert Einstein. Und er – darauf angesprochen, wie er denn die Relativitätstheorie entdecken und auf solch obskuren Ideen kommen konnte, dass die Zeit langsamer vergehe, wenn man sich bewegt oder ein Lichtstrahl gar auf einem Bogen entlangfliegen könne – meinte, dass er schon als Kind immer etwas langsamer und in seiner Entwicklung zurückgeblieben war und sich deshalb noch über Dinge wundern und staunen konnte, die die anderen bereits für selbstverständlich hielten.

„Rettet die Phänomene“ forderte – in genau diesem Einsteinschen Sinn – der 1896 in Gießen geborene Pädagoge Martin Wagenschein. Wer an kleinen Dingen – und ich zähle jetzt mal die schönen manchmal gar nicht so kleinen Exponate in diesem Museum dazu – wer an kleinen Dingen Nachdenken gelernt hat, durch Anfassen und Greifen einen Schritt in Richtung Begreifen gemacht hat, der wird auch die restliche Welt – damit meine ich jetzt die Welt außerhalb des Mathematikums – mit anderen Augen sehen, der wird Spiegelbilder in Fensterscheiben, Esslöffeln oder Kugellampen betrachten, wird Scheibenwischer oder Bagger, Regentropfen und Regenbogen mit anderen Augen ansehen, er wird beginnen zu fragen. Fragen lernen ist ein zentrales Bildungsziel, es



Das Penrose-Puzzle (Foto: Mathematikum/Rolf K. Wegst)

steht am Anfang des Bildungsweges, aber wird auf jeder Teiletappe immer wieder aufrecht erhalten bleiben müssen. Der Bildungsweg soll einen jungen Menschen, eine Schülerin oder einen Schüler, zu einem mündigen Bürger, einem politischen Menschen, einer kulturellen Persönlichkeit führen. Das Mathematikum ist eine Station, ein Anziehungspunkt an diesem lebenslangen Bildungsweg und zeigt, dass Bildung mit Freude und Schönheit erfolgen kann.

Ich wünsche dem Geburtstagskind noch ein langes Leben!

## Emeritierung von Willibald Dörfler – 20. 10. 2012 Grußwort des ersten Vorsitzenden

Hans-Georg Weigand

Sehr geehrte Festgesellschaft, lieber Willi,<sup>1</sup>

die Gesellschaft für Didaktik der Mathematik (GDM) bedankt sich sehr herzlich bei Willibald Dörfler für das jahrzehntelange Engagement in unserer Gesellschaft und wünscht ihm für die kommende verpflichtungsfreie Zeit alles erdenklich Gute. Die GDM hofft sehr, dass er auch weiterhin der Didaktik der Mathematik treu bleiben, weiterhin für ihre Ziele eintreten und mit Rat und seinem großem Erfahrungsschatz auch zukünftig der GDM zur Verfügung stehen wird. Neben dem *Rat* hoffen wir aber, dass er der GDM auch mit der *Tat*, also dem tatsächlichen realen Engagement nicht nur zur Seite stehen, sondern irgendwo in der Nähe des Zentrums der GDM tätig sein wird.

Jede Gemeinschaft lebt vom Engagement ihrer Mitglieder, das ist ein Allgemeinplatz. Eine wissenschaftliche Gesellschaft – wie die *deutschsprachige* Gesellschaft für Didaktik der Mathematik – benötigt einerseits die *wissenschaftliche Expertise* ihrer Mitglieder, denn nur durch diese Expertise kann sie sich in der wissenschaftlichen und damit auch *politischen* und *bildungspolitischen* Welt profilieren. Andererseits ist *politisches Handeln* und *Agieren* zentral und wichtig, denn nur dadurch erhält eine Gesellschaft ihren Platz in der Öffentlichkeit, nur so kann sie *Wirkung* über ihren internen Zirkel hinaus entfalten. Auf beiden Ebenen war und ist Willibald Dörfler eine Persönlichkeit, die in nationalen und internationalen Bereichen ein hohes Ansehen genießt. Dies zeigt sich darin, dass er langjähriger Herausgeber der Zeitschrift „Educational Studies in Mathematics“ war, dass er dem Editorial Board vieler internationaler Zeitschriften angehörte und angehört, so der Zeitschrift „International Journal of Science and Mathematics Education“ oder „Mathematical Thinking and Learning Journal“ oder „The Journal of Mathematical Behavior“.

Willibald Dörfler hat stets die internationale Perspektive in die deutschsprachige Diskussion eingebracht und umgekehrt auch dazu beigetragen, dass die deutschsprachige Didaktik – und damit auch die Gesellschaft für Didaktik der Mathe-

matik – international bekannter geworden ist. Dass dieses Wirken auf der internationalen Ebene in den letzten Jahren erfolgreich war, zeigt sich u. a. darin, dass wir – die GDM – die alle vier Jahre stattfindende internationale Tagung „ICME: International Conference on Mathematical Education“ – die mit Abstand größte Tagung im Bereich der Didaktik der Mathematik – im Jahr 2016 in Hamburg ausgerichtet werden.

Lieber Willi, du hast dich viele Jahre bzw. Jahrzehnte in der GDM engagiert. Du warst von 2003 bis 2006 Herausgeber unserer Hauszeitschrift „Journal für Mathematik-Didaktik“, du warst und bist im Beratungskomitee der JMD und du warst von 2001 bis 2006 der 2. Vorsitzende der GDM. Für das Jahr 2013 wirst Du der Summerschool der GDM in Klagenfurt als Experte zur Verfügung stehen.

Wir kennen uns schon sehr lange und ich möchte insbesondere drei Eigenschaften herausstellen, die ich ganz besonders an dir schätze. Dabei heißt drei in der Mathematik stets mindestens drei!

Die erste besonders hervorzuhebende Eigenschaft ist deine Freundlichkeit und Offenheit, deine stets zuvorkommende Art und Weise bei der Behandlung deines Gesprächspartners oder deiner Gesprächspartnerin. Bei dir spürt man stets das echte Interesse für die andere Person, das Lachen und der Humor kommen immer irgendwie aus der Sache heraus und sind niemals verletzend oder auf Kosten des oder der anderen. Ja, Gespräche mit dir, das hieß und heißt stets auch immer Fröhlichkeit und Lachen in einer anregenden Atmosphäre.

Die zweite Eigenschaft ist das engagierte Eintreten für den eigenen Standpunkt. Nur wer sich viele Gedanken gemacht hat, wer Dinge durchdacht hat, wer viel weiß und um den eigenen Standpunkt gerungen hat, der kann diesen Standpunkt auch gegenüber anderen argumentativ vertreten. Bei dir hat man immer das Gefühl, dass es dir bei deinem Engagement um die *Sache* geht. Dafür kannst du ernsthaft, erregt, engagiert, verbissen, aber nicht im negativen Sinn, diskutieren.

<sup>1</sup> Vorgetragen wurde das Grußwort vom Schriftführer der GDM, Andreas Vohns.



Willi Dörfler, umrahmt von seinen Enkelkindern (Foto: Angelika Wiegele)

Und, du bist – solange ich dich kenne – deinen Überzeugungen treu geblieben. Man hatte bei dir *nie* das Gefühl eines schnellen Wechsels der Meinungen. Du bist eine langjährige verlässliche Konstante in der Mathematikdidaktik und – wohl auch – im täglichen Leben.

Die dritte Eigenschaft, die ich mindestens ebenso wie die anderen schätze, ist die Eigenschaft, dass man mit dir auch über andere, außermathematische oder außermathematikdidaktische Dinge sprechen kann. Du kannst Geschichten erzählen, z. B. über das Tanzen und den Gewinn der Tanzmeisterschaft im Urlaubsdomizil ... den Namen des Ortes habe ich leider vergessen. Dann ist da die Musik und der Musikfreund, und ich – ebenfalls Musikfreund – schätze sehr eine Musik, wie etwa die der Gruppe *Poesis*, seit ich ihre ausgezeichnete CD „Fox in Fables“ von dir erhalten und seitdem mehrfach gehört habe.

Leider kann ich heute nicht in Klagenfurt sein und möchte mich dafür entschuldigen. Der Grund liegt darin – und ich bin überzeugt davon, dass *Du* diesen Grund verstehen wirst – ist mein Engagement jenseits der Mathematikdidaktik beim Bayerischen Badminton Verband. Als Vize-Präsident dieses Verbandes muss ich gerade an diesem Wochenende einen schon lange festgelegten Workshop zur Pressearbeit halten.

Ich wünsche Dir also im Namen aller Mitglieder der GDM alles erdenklich Gute für die kommende Zeit.

## Verabschiedung von Prof. Rainer Danckwerts aus dem aktiven Dienst – 26. 10. 2012

### Grußwort des ersten Vorsitzenden

---

Hans-Georg Weigand

Liebe Festgesellschaft, lieber Rainer,

die Gesellschaft für Didaktik der Mathematik (GDM) bedankt sich sehr herzlich bei Rainer Danckwerts für das jahrzehntelange Engagement in unserer Gesellschaft und wünscht ihm für die kommende verpflichtungsfreie Zeit alles erdenklich Gute. Die GDM hofft sehr, dass er auch weiterhin der Didaktik der Mathematik treu bleiben, weiterhin für ihre Ziele eintreten und mit Rat und seinem großem Erfahrungsschatz auch zukünftig der GDM zur Verfügung stehen wird.

Dieses Grußwort besteht aus vier Teilen: 1. Lob

des Protagonisten. 2. Persönliche Eindrücke. 3. Ein Hohes Lied auf die Sprache. 4. Ein Gedicht.

#### 1 Lob des Protagonisten

Rainer Danckwerts war viele Jahre im Beirat der GDM, und hat sich hier immer für gute Beziehungen der GDM zu DMV und MNU engagiert eingesetzt. Er war als Experte stets gefragt, wenn es darum ging zu aktuellen Problemen der Mathematikdidaktik und des Mathematikunterrichts Stellung zu beziehen. So hat er zusammen mit Hans-

Wolfgang Henn, Peter Borneleit und mir 2001 die Expertise zum Mathematikunterricht in der gymnasialen Oberstufe verfasst. Er hat 2003 – zusammen mit Susanne Prediger und Eva Vasarhelyi – an den Perspektiven der universitären Lehrerbildung im Fach Mathematik geschrieben. Wir – jetzt meine ich wieder Rainer Danckwerts und mich – haben auch den GDM-Arbeitskreis Lehrerbildung mit ins Leben gerufen, aus dem heute die gemeinsam mit verschiedenen mathematischen Fachgesellschaften (DMV, GAMM, KMathF), der MNU und der GDM eingerichteten Kommission für Lehrerbildung hervorgegangen ist, in der wir beide immer noch mitarbeiten. Diese Kommission wurde mit dem Ziel eingerichtet, die von der KMK erarbeiteten Standards für Lehrerbildung mit Inhalt und Leben zu füllen, die sehr allgemein formulierten Standards für die Praxis der Lehrerausbildung und -weiterbildung gewinnbringend aufzubereiten. Rainer Danckwerts hat diese – vorgegebenen – Standards – trotz mancher Kritik – stets *konstruktiv* gesehen. Und das ist etwas, was Rainer Danckwerts immer ausgezeichnet hat, er hat stets *konstruktiv* an der Arbeit der GDM teilgenommen. Ich kann mich an keine Mitgliederversammlung erinnern, bei der er nicht dabei war, da ihm die Angelegenheiten der GDM und damit der Didaktik der Mathematik stets ein persönliches Anliegen waren. Er hat an Diskussionen teilgenommen, und stets – um noch einmal dieses Wort zu verwenden – konstruktiv an der Lösung aktueller Probleme und an Zukunftsvisionen mitgearbeitet. Dafür bin ich ihm als Vorsitzender der GDM sehr dankbar.

Wir kommen zum zweiten Teil.

## 2 Persönliche Eindrücke

Wir kennen uns schon sehr lange und ich möchte insbesondere drei Eigenschaften herausstellen, die ich ganz besonders an ihm schätze.

1. Das Wort von Rainer Danckwerts hatte für mich und in der GDM insbesondere deshalb ein besonderes Gewicht, da er aus der Praxis, aus dem realen Schulunterricht kam und lange Jahre Erfahrung mit real existierenden oder lebenden Schülern gesammelt hat. Diese Erfahrung war und ist ihm eine Verpflichtung, indem er stets das oder zumindest ein wesentliches Ziel im Blick hatte, die Verbesserung des Mathematikunterrichts. Er hat praxisbezogen argumentiert, hat dabei die Theorie der Didaktik der Mathematik und insbesondere die Geschichte der Mathematik in seine Überlegungen integriert. Das ist letztlich auch der Kern des genetischen Prinzips von Felix Klein, zu dem wir beide eine besondere Affinität haben.

2. Die zweite Eigenschaft, die ich an Rainer Danckwerts schätze, ist Freundlichkeit und Offenheit, seine stets zuvorkommende Art und Weise bei der Behandlung des Gesprächspartners oder der Gesprächspartnerin, vor allem auch gegenüber dem Nachwuchs in der Didaktik der Mathematik. Junge Leute fühlten sich von ihm ernst genommen. Und, man kann mit Rainer Danckwerts auch über Dinge jenseits der Mathematik sprechen, Filme, Schauspieler und Schauspielerinnen, Literatur, Musik.
3. Der dritte Punkt – und das ist für mich der vielleicht Wichtigste – ist seine Kunst des Gebrauchs unserer Sprache, seine Ausdrucksstärke, die Kunst der freien Rede, die Fähigkeit Dinge adäquat, prägnant formulieren und darstellen zu können, seine – ich sag jetzt mal – *Liebe zur Sprache*.

Auf diesen Aspekt möchte ich etwas ausführlicher eingehen, da ich ihm – insbesondere in der heutigen Zeit – eine besondere Bedeutung beimesse.

Wir kommen also zum 3. Teil.

## 3 Die Liebe zur Sprache

„Das Beherrschen der Sprache ist der Schlüssel zum Bildungserfolg“ heißt es in verschiedenen PISA-Untersuchungen. Das Beherrschen der Sprache – heute sagen viele die Sprachkompetenz – ist allerdings ein weites Feld, hat ein weites Fähigkeitsspektrum. *Kommunikation* ist ein eigener Bildungsstandard, gerade letzte Woche abermals festgeschrieben in den neuen bundesweiten Abiturstandards. Dabei sollte allerdings stets bedacht werden, dass kommunikative Kompetenz nicht zwangsläufig kompetente Kommunikation bedeutet. Wir wissen das nicht erst seit Kant: Worte ohne Inhalt sind leer.

Nun sind die Klagen über die mangelnde Beherrschung der deutschen Sprache von Schülern und Studierenden mindestens so laut, wie die über die mangelnde mathematische Kompetenz.

So sagte kürzlich der Bayreuther Germanist Gerhard Wolf. „Ein Problem ist die mangelnde Fähigkeit mancher Studenten, selbstständig zu formulieren und zusammenfassende Texte zu schreiben“. Viele Studenten können „kaum noch einen Gedanken im Kern erfassen und Kritik daran üben.“ Eine zentrale Ursache ist für Gerhard Wolf offenkundig: *Die neuen Medien sind schuld!*

Nun sind die Klagen über die zersetzende Wirkung der Neuen Medien nicht neu: Noch ein Zitat:



Rainer Danckwerts (Foto: Bernd Dreseler)

Die deutsche Sprache wird ... zerfetzt, zerzaust und zerfleischt. Schuld sind die neuen Medien. Diese sollten deshalb mit einem Warnhinweis für Heranwachsende versehen werden, damit man „daraus ersieht, wie man nicht schreiben soll“.

Das sagte Arthur Schopenhauer zu Beginn des 19. Jahrhunderts. Die neuen Medien waren damals die auf Papier gedruckte jetzt als Massenware zur Verfügung stehende Tageszeitung.

Nein, ich denke nicht, dass es die neuen Medien sind, die zu mancher sprachlicher Nivellierung beigetragen haben. Wir müssen uns da *Selbstkritik* beim Gebrauch der Sprache gefallen lassen. Ein Beispiel ist das Wort *Kompetenz*. Früher hieß es einmal Wissen, Können, Fähigkeit, Fertigkeit, Überblick, Einblick, Sicherheit, ... alles das wird jetzt glattgebügelt mit dem Wort *Kompetenz*. Das war früher anders. Und schauen wir noch einmal in die Vergangenheit und ich möchte einen Dichter zitieren, der – das weiß ich – auch zu den geschätzten, geliebten, verehrten Personen von Rainer Danckwerts zählt, Johann Wolfgang von Goethe.

Ich habe gerade nochmals die Wahlverwandtschaften gelesen. Ein Vierpersonenstück mit einem Ehepaar, einem Hauptmann und Otilie. Die Entwicklungen sind natürlich so, wie man das bei einer derartigen Konstellation auch erwartet. Aber

darauf gehe ich jetzt nicht ein. Ich zitiere aus einem Brief der Schulleiterin von Otilie – hochbegabt – die in einem Internat eine mündliche allerdings sehr schlecht gelaufene Jahresabschlussprüfung vor einer Prüfungskommission abgelegt hat. Die Schulleiterin schrieb an das Ehepaar:

... da sagte mir der vorsitzende Prüfende zwar freundlich, aber lakonisch: *„Fähigkeiten werden vorausgesetzt, sie sollen zu Fertigkeiten werden.“* Dies ist der Zweck aller Erziehung, ...

Und weiter sagte der vorsitzende Prüfende zur Schulleiterin:

... Dies ist auch der Gegenstand der Prüfung, wobei zugleich Lehrer und Schüler beurteilt werden. Aus dem, was wir von Ihnen vernehmen, schöpfen wir gute Hoffnung von dem Kinde, und Sie sind allerdings lobenswert, indem Sie auf die *Fähigkeiten* der Schülerinnen genau achtgeben. Verwandeln Sie solche übers Jahr in *Fertigkeiten*, so wird es Ihnen und Ihrer begünstigten Schülerin nicht an Beifall mangeln.

Schlichtweg bewundernswert wie differenziert hier geurteilt wird. Das könnte auch ein Anlass sein, um übe Prüfungen insgesamt nachzudenken.

#### 4 Ein Gedicht

Ich schließe – nochmals – mit einem hohen Lied auf die Sprache. Da ich aber nicht singen kann, bleibt mir nur, die *höchste Gattung* des Gebrauchs unserer Sprache zu bemühen, die Lyrik, also ein Gedicht. Es läge nahe Goethe zu zitieren, aber den Zauberlehrling wollte ich Ihnen jetzt nicht zu muten. Also begeben Sie sich zu meinem Lieblingsdichter. Der Vorname ist Verpflichtung. Rainer Maria Rilke: Der Panther (das braucht hier nicht wiedergegeben zu werden).

Wir wünschen Rainer Danckwerts alles Gute für den verdienten Ruhestand, wir wünschen ihm und uns aber auch noch viele interessante und konstruktive Jahre für die Mathematikdidaktik.

## Aus der Schriftführung

Andreas Vohns

Zu den klassischen Aufgaben der Schriftführung gehört die Mitgliederverwaltung im engeren Sinne. In Zeiten von Internet und Email hat sich dabei einiges gegenüber früheren Zeiten verändert, vieles ist einfacher geworden. Es kommen allerdings auch neue Fragen auf, die sich zu Zeiten der reinen „Offline“-Verwaltung der Mitgliederdaten so noch nicht gestellt haben. Das erzeugt bisweilen Missverständnisse und Unklarheiten unter unseren Mitgliedern, daher will ich im Folgenden kurz auf einige wiederkehrende kritische Punkte eingehen.

### Datenbanken

Die Online-Mitgliederdatenbank der GDM (<http://mitglieder.didaktik-der-mathematik.de/>) dient im Kern internen Zwecken der Schriftführung, eher nachrangig der Außendarstellung. In der Datenbank sind alle derzeitigen Mitglieder der GDM mit ihren Dienst- und normalerweise auch Privatadressen erfasst. Dass die Datenbank über das Internet zugänglich ist, hat vor allem den Sinn, dass Sie als Mitglied Ihre eigenen Daten dort pflegen können (s. unten). Außerdem erhalten Sie über die Datenbank von Ihrem privaten Rechner Zugriff auf die Online-Version des Journals für Mathematik-Didaktik.

Die in der Datenbank gespeicherten Postadressen sind die einzigen aktuellen Adressen, über die die GDM von Ihnen im Zweifelsfall verfügt. Die in der Datenbank angegebene „Versandadresse“ ist dabei maßgeblich für die Mitteilungen der GDM und das Journal für Mathematik-Didaktik. Die Schriftführung gleicht monatlich mit dem Springer-Verlag den Adressbestand ab. Änderungen Ihrer Postadresse, Umstellungen vom Versand an die Dienst- auf die Privatadresse oder umgekehrt sollten Sie daher entweder selbst in der Datenbank vornehmen oder der Schriftführung ([schriftfuehrer@didaktik-der-mathematik.de](mailto:schriftfuehrer@didaktik-der-mathematik.de)) melden. Eine gesonderte Meldung bei Springer ist hingegen nicht erforderlich, sogar eher unerwünscht.

Aus Sicherheitserwägungen heraus sind Bankverbindungen grundsätzlich *nicht* in der Online-Mitgliederdatenbank der GDM hinterlegt. Für diese Daten führt die Kassenführerin eine separa-

te Datenbank ohne Internetanbindung. Änderungen Ihrer Bankverbindung geben Sie bitte direkt der Kassenführerin ([schriftfuehrer@didaktik-der-mathematik.de](mailto:schriftfuehrer@didaktik-der-mathematik.de)) bekannt. Grundsätzlich gilt: In allen Dingen, die Finanzen betreffen (etwa: Anträge auf ermäßigte Mitgliedsbeiträge) ist die Schriftführung kein geeigneter Ansprechpartner, sie sollten sich an die Kassenführerin wenden.

### Datenschutz

Offen einsehbare Daten in der Online-Mitgliederdatenbank sind in der Standardeinstellung *Name, Titel und Dienstadresse* (Anschrift, Email und ggf. Internetseite), da diese Daten in der Regel auch über die Internetseiten der jeweils beschäftigenden Institutionen einsehbar sind. Der Vorstand und Sie persönlich haben darüber hinaus Zugriff auf Ihre Privatadresse (falls eine solche hinterlegt ist), Ihr Geburts- und GDM-Eintrittsdatum. Alle diese Daten können Sie selbst bearbeiten. Wir würden die Mitglieder allerdings bitten, Geburts- und Eintrittsdaten nur zu verändern, wenn sie fehlerhaft sind. Sie können sich darüber hinaus auch dafür entscheiden, dass Ihre Privatadresse offen zugänglich sein soll. Normalerweise ist das aber nicht der Fall. Das Entfernen Ihrer Privatadresse aus der Mitgliederdatenbank kann im schlimmsten Fall dazu führen, dass Sie kein JMD und keine MGDM mehr erhalten oder wir Sie nicht erreichen können, wenn es Rückfragen zur Zahlung der Mitgliedsbeiträge gibt. Wir würden Sie daher bitten, auch diese Daten nur zu verändern, wenn sich Ihre Privatadresse tatsächlich geändert hat.

### Datensparsamkeit- und pflege

Die GDM-Mitgliederdatenbank hat traditionell auch ein minimales CV (genannt: „Lebenslauf“) enthalten. Die Erhebung dieser Daten ist noch aus einer Zeit begründet, in der die GDM gedruckte Mitgliederverzeichnisse aus der Datenbank heraus erstellt und an ihre Mitglieder versandt hat. Mittlerweile sind die entsprechenden Daten in der Regel über die Internetseiten der beschäftigten Institutionen verfügbar, auf die in der Mitgliederdatenbank verlinkt werden kann. Darüber

hinaus hat die GDM mit der Madipedia (<http://madipedia.de>) eine spezifische Plattform zur Außerdarstellung der GDM, ihrer Mitglieder und deren Forschungsprojekten eingerichtet, bei der derartige Daten einfach besser aufgehoben sind. Künftig werden daher im Sinne der Datensparsamkeit und der Vereinfachung der Datenpflege die entsprechenden Felder aus der Mitgliederdatenbank gelöscht. Schon jetzt ist Ihre persönliche Seite der Mitgliederdatenbank mit einem Link auf Ihre Seite in der Madipedia versehen – falls es eine solche Seite schon gibt, ansonsten können Sie unter diesem Link eine solche anlegen. Dazu ist derzeit einmalig eine gesonderte Registrierung bei Madipedia erforderlich (<http://madipedia.de/index.php?title=Spezial:Anmelden&type=signup>).

Bei der Datenpflege in der Mitgliederdatenbank haben sich mit der Umstellung auf die neue Datenbank im März 2012 einige Dinge stark vereinfacht. Falls Sie Ihr Passwort oder Ihren Benutzernamen nicht mehr kennen, können Sie direkt unter <http://mitglieder.didaktik-der-mathematik.de/> ein neues Passwort bzw. Ihren Benutzernamen anfordern. Nur wenn Sie nicht mehr wissen, mit welcher Emailadresse Sie überhaupt bei der GDM eingetragen sind oder keinen Zugriff mehr auf die dort hinterlegte Emailadresse haben, müssen Sie sich an unseren Webmaster, Ulli Kortenkamp ([webmaster@didaktik-der-mathematik.de](mailto:webmaster@didaktik-der-mathematik.de)) wenden, damit er Ihnen wieder Zugang zur Datenbank verschafft.

## Erratum

---

Im Heft 93 der GDM-Mitteilungen ist auf den Seiten 31–34 der Artikel „Heterogenität in der Lehrerbildung“ von Susanne Prediger erschienen. Auf S. 30 ist eine Tabelle zum gymnasialen Lehramt abgedruckt, der Fließtext auf dieser Seite betrifft allerdings das Grundschullehramt. Die Grafik zum Grundschullehramt ist auf S. 31 abgedruckt, wobei der Fließtext dieser Seite überwiegend das

gymnasiale Lehramt behandelt. Da weder Tabellenkopf noch Bildunterschrift ausdrücklich darauf hinweisen, welches Lehramt jeweils thematisiert wird, könnte dies bei unseren Leser(inne)n zur Verwechslungen geführt haben. Wir werden diese redaktionelle Nachsichtigkeit in der Online-Fassung der Mitteilungen entsprechend korrigieren.

# Hinweise für Autor(inn)en

---

## Zielgruppe/Inhalte

Die *Mitteilungen der GDM* werden halbjährlich an alle Mitglieder der GDM versandt. Redaktionsschluss ist jeweils der 15.5. und der 30.11. eines Jahres. Die Mitteilungen möchten über alles berichten, was einen deutlichen Bezug zur Mathematikdidaktik, zum Mathematikunterricht und zur Lehrer(innen)bildung im Fach Mathematik aufweist, insbesondere über alle Aktivitäten der GDM, ihrer Arbeitskreise und der von der GDM mitbestellten Kommissionen. Vor dem Schreiben eines freien Beitrags für die Mitteilungen (Rubriken: Magazin, Diskussion) wird empfohlen, zunächst mit dem Herausgeber abzuklären, in wie weit der geplante Beitrag für die Mitteilungen von Interesse ist.

## Bilder/Illustrationen

Wir streben an, den Anteil schöner (schwarz-weiß) Illustrationen aller Art zu erhöhen. Alle Autoren sind dazu aufgerufen, sich hierzu Gedanken zu machen und möglichst qualitativ hochwertige Illustrationen mit ihrem Beitrag mitzuliefern (als Dateien oder Vorlagen zum Scannen) oder Vorschläge zu unterbreiten. Bei technischen Fragen oder Problemen steht Ihnen Christoph Eyrich ([ceyrich@gmx.net](mailto:ceyrich@gmx.net)) zur Verfügung.

## Manuskripte/Umfang

Der Umfang eines Beitrags sollte zunächst mit dem Herausgeber abgestimmt werden. Er sollte in der Regel sechs Seiten (also zwölf Spalten) inklusive Illustrationen nicht überschreiten. In vielen Fällen darf/sollte es aber gerne auch kürzer sein. Beiträge sollten als weitestgehend unformatierte WORD- oder  $\LaTeX$ -Files eingereicht werden – sie werden von uns dann professionell gesetzt. Bei Manuskripten mit einem hohen Anteil mathematischer Formeln helfen Sie uns mit einer Einreichung als  $\LaTeX$ -File. Eine reine Textspalte in den Mitteilungen hat ca. 2500 Anschläge (inklusive Leerzeichen).

Am Ende eines Beitrags drucken wir üblicherweise die Kontaktadresse des Autors (inkl. E-mailadresse) ab.

## Einreichung/Kontakt

Bitte senden Sie Manuskripte (mit Ausnahme der Rubrik: Rezensionen) an den Herausgeber ([schriftfuehrer@didaktik-der-mathematik.de](mailto:schriftfuehrer@didaktik-der-mathematik.de)). Wegen Rezensionen und Rezensionsanfragen wenden Sie sich bitte an Thomas Jahnke ([jahnke@math.uni-potsdam.de](mailto:jahnke@math.uni-potsdam.de)), Anfragen zu Anzeigen oder technischer Natur an Christoph Eyrich ([ceyrich@gmx.net](mailto:ceyrich@gmx.net)).