

BERICHTE AUS DEN ARBEITSKREISEN DER GDM

Bericht aus dem Arbeitskreis „Mathematikgeschichte und Unterricht“

Stefan Deschauer, Michael Toepell

Trotz des ungünstigen Termins am Anreisetag stieß die 8. Sitzung unseres Arbeitskreises am 5.3.2001 in Ludwigsburg wieder auf eine erfreuliche Resonanz.

Nach der Begrüßung (M. Toepell) wurde der folgenden Tagesordnung zugestimmt:

1. Vortrag: „Leonhard Euler und die Geschichte der Mathematik“ (M. v. Renteln)
2. Weitere Aktivitäten des Arbeitskreises: Maitagung im Ostseebad Zingst, Programm für die GDM-Tagung Klagenfurt 2002, Internet

Zum ersten Tagungspunkt

Der zweite Sprecher des AK, M. Toepell, hatte für unsere Sitzung Herrn Prof. M. v. Renteln von der Universität Karlsruhe zu einem Vortrag über „Leonhard Euler und die Geschichte der Mathematik“ gewinnen können. Herr v. Renteln ist derzeit Vorsitzender der Fachsektion Geschichte der Mathematik der DMV. Im Folgenden soll eine Zusammenfassung seines beeindruckenden Vortrags versucht werden, der ganz im Zentrum unserer Arbeitskreissitzung stand.

LEONHARD EULER, der unter den 15 bedeutendsten Mathematikern aller Zeiten¹ das mit Abstand umfangreichste Gesamtwerk² aufzuweisen hat, wurde am 15. April 1707 in Basel als Sohn des reformierten Pfarrers PAUL EULER und der aus einer angesehenen Familie der Stadt stammenden MARGARETHA BRUCKER geboren. Der Junge wuchs im ländlichen Riehen (im heutigen Kanton Basel-Stadt) heran. PAUL EULER, der dort als Pfarrer tätig war, hatte außerdem bei JACOB BERNOULLI an der Baseler Universität Mathematik studiert und sogar eine mathematische Abhandlung publiziert. Von 1713-1720 besuchte LEONHARD die Lateinschule in Basel und erhielt zusätzlich durch den jungen Theologen und Mathematiker (!) JOHANN

¹ Nach Ansicht des Referenten sind dies außerdem PYTHAGORAS, EUKLID, ARCHIMEDES, DESCARTES, NEWTON, LEIBNIZ, JOHANN BERNOULLI, LAGRANGE, GAUSS, CAUCHY, RIEMANN, WEIERSTRASS, CANTOR und HILBERT.

² Bisher sind 72 Bände seiner Gesammelten Werke erschienen, und bis zum Jahr 2007, dem 300. Geburtstag EULERS, soll das Gesamtwerk komplett vorliegen. In der Rangliste folgt CAUCHY mit „nur“ 27 Bänden. Man kann daraus schließen, dass EULERS Schaffenskraft die der übrigen Mathematiker sehr deutlich übertrifft; andererseits haben z. B. RIEMANN und CANTOR mit ihren Gesammelten Werken in jeweils nur einem Band gleichwohl einen epochalen Einfluss auf die weitere Entwicklung der Mathematik ausgeübt.

BURCKHARDT privaten Mathematikunterricht. Im Jahre 1720 immatrikulierte sich LEONHARD EULER an der Universität Basel. Studienanfänger besuchten dort wie damals anderswo auch zum Vorstudium zunächst die sog. Artistenfakultät, in der die alten Sprachen (einschließlich Hebräisch), Mathematik, Physik, Botanik, Geschichte, Logik, Ethik, Rhetorik u. a. gelehrt wurden. Man schloss mit dem *magister artium* ab und konnte erst dann mit dem Studium in einer der drei großen Fakultäten Theologie, Rechtswissenschaften, Medizin beginnen. In der Artistenfakultät hörte der junge EULER bei dem berühmten JOHANN BERNOULLI³ und freundete sich mit dessen Söhnen NIKOLAUS und DANIEL an, die in ihren Studien schon weiter fortgeschritten waren. EULER, der von den Vorlesungen bald nicht mehr profitieren konnte, bat den viel beschäftigten JOHANN BERNOULLI um Privatunterricht. Stattdessen ließ dieser dem ehrgeizigen Studenten regelmäßig Bücher und Schriften zum Selbststudium aus und räumte ihm an jedem Samstag eine Gesprächsstunde ein. Dabei erkannte er das Genie des jungen EULER, der in kurzer Zeit gewaltige Fortschritte machte und kaum Fragen stellte. Auf BERNOULLIS Fürsprache gab PAUL EULER seinen Sohn ganz für die Mathematik frei.

Im Jahre 1725 wurde die Petersburger Akademie gegründet, für die Zarin KATHARINA I. die berühmtesten Gelehrten zu gewinnen suchte. In der Mathematik war das JOHANN BERNOULLI, der den Ruf ablehnte, dafür aber seine Söhne empfahl. Tatsächlich wurden NIKOLAUS und DANIEL BERNOULLI noch 1725 zu Professoren an der Akademie ernannt. Auf deren Betreiben folgte EULER zwei Jahre später, doch Professor wurde er dort erst 1733 als Nachfolger von DANIEL, der wegen Querelen zusammen mit anderen die Akademie verlassen hatte. Nun sah er sich wirtschaftlich in der Lage zu heiraten: Seine Frau KATHARINA GSELL war Tochter des Direktors der Petersburger Kunstakademie, eines Schweizer Malers. EULERS Hauptveröffentlichung in dieser Petersburger Periode war zweifellos die zweibändige *Mechanica* (1736). Dieses Werk, das ihn weltberühmt machte, beinhaltet die NEWTONsche Physik in der uns geläufigen analytischen Form⁴. Im gleichen Jahre errang EULER einen seiner größten Triumphe, nämlich die Bestimmung des Wertes

der Reihe $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2}$ in geschlossener Form. Schon JOHN WALLIS (1616-1703) hatte die

Konvergenz dieser Reihe nachgewiesen und den Wert numerisch auf 3 Stellen genau bestimmt (= 1,645...). Aber gab es, wie bei der scheinbar unregelmäßigeren

Reihe⁵ $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2+n} = \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{n} - \frac{1}{n+1} \right) = 1$ oder bei der berühmten LEIBNIZreihe⁶

$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{2n-1} = \frac{\pi}{4}$, auch hier einen einfachen Ausdruck mithilfe bekannter Größen?

Die bedeutendsten Mathematiker, u. a. LEIBNIZ, STIRLING, JAKOB und JOHANN BERNOULLI hatten sich vergeblich mit diesem Problem auseinander gesetzt.

EULERS geniale Lösungsidee bestand in drei Schritten:

– Division der bekannten Sinusreihe durch x:

³ Bruder und Nachfolger des vorgenannten JACOB BERNOULLI

⁴ NEWTON selbst drückte seine Lehrsätze häufig verbal oder geometrisch aus.

⁵ eine bekannte Teleskopreihe

⁶ von Leibniz 1674 entdeckt

- $\frac{\sin x}{x} = 1 - \frac{x^2}{3!} + \frac{x^4}{5!} - \dots$
- Darstellung der Sinusfunktion als unendliches Produkt und Division durch x :
- $$\sin x = x \left(1 - \frac{x}{\pi}\right) \left(1 + \frac{x}{\pi}\right) \left(1 - \frac{x}{2\pi}\right) \left(1 + \frac{x}{2\pi}\right) \dots$$

bzw.

$$\frac{\sin x}{x} = \left(1 - \frac{x^2}{\pi^2}\right) \left(1 - \frac{x^2}{4\pi^2}\right) \left(1 - \frac{x^2}{9\pi^2}\right) \dots$$

- Koeffizientenvergleich für die quadratischen Terme der für $\frac{\sin x}{x}$ gefundenen Ausdrücke:

$$-\frac{x^2}{3!} = -\frac{x^2}{\pi^2} - \frac{x^2}{4\pi^2} - \frac{x^2}{9\pi^2} - \dots$$

Multiplikation mit $-\frac{\pi^2}{x^2}$ führt schließlich zu dem lange gesuchten Reihenwert $\frac{\pi^2}{6}$.

Im Jahre 1740 sah sich allerdings EULER selbst aufgrund von politischen Unsicherheiten und hausinternen Unstimmigkeiten veranlasst, von der Petersburger Akademie Abschied zu nehmen.

Es war das Jahr der Thronbesteigung FRIEDRICH II. (des Großen) von Preußen. Als großzügiger Förderer der Wissenschaft und der Künste erneuerte er die Berliner Akademie und suchte wie die Zarin die besten Köpfe zu gewinnen. Für die Mathematik war das unbestritten EULER: Er erhielt den Ruf an die Akademie und wurde Direktor der mathematischen Klasse. Standesgemäß erwarb er ein Haus in Berlin und später noch ein Landgut in Charlottenburg. Die Berliner Jahre waren für EULER besonders ertragreich: Sein Buch *Methodus inveniendi lineas curvas ...* (1744) ist die erste systematische Darstellung der Variationsrechnung, eines damals neuen Zweiges der Analysis. Seine deutsche Übersetzung und zusätzliche theoretische Fundierung des Werkes *New principles of gunnery* von BENJAMIN ROBINS – auf Veranlassung des Königs und zum Nutzen des preußischen Militärs – wurde zum Klassiker der Ballistik an den Militärschulen ganz Europas. 1748 erschien die zweibändige *Introductio in analysin infinitorum*, deren 1. Band (Analysis)⁷ größten Einfluss auf die Entwicklung der Analysis ausgeübt hat. Allerdings wird hier kein Ableitungs- bzw. Differentialbegriff oder Integralbegriff eingeführt; es geht vielmehr um eine „algebraische Analysis“ mit dem Funktionsbegriff als Grundlage und den Darstellungen von Exponential-, Logarithmus- und trigonometrischen Funktionen als unendliche Reihen und Produkte. Dabei lässt EULER komplexe Zahlen als Funktionsargumente zu. Hier ist an die berühmte EULERSche Formel $e^{i\varphi} = \cos \varphi + i \sin \varphi$ zu erinnern. Mit der *Theoria motus lunae* (Theorie der Mondbewegung) entstand 1753 eine weitere für die Praxis bedeutsame Arbeit. Auf ihrer Grundlage verfertigte der Göttinger Astronom TOBIAS MAYER (1723-1762) neue Mondtabellen, die es der britischen Seefahrt ermöglichten, die geographischen Längen von Schiffpositionen mit einer vorher unerreichten Genauigkeit zu bestimmen. Daneben beauftragte FRIEDRICH II. seinen Mathematiker EULER mit Gutachten über technische Einrichtungen, über die Einrichtung von Witwen- und

⁷ Der zweite ist der analytischen Geometrie gewidmet.

Waisenkassen, über Lotterien und natürlich auch über akademische Berufungsanlässen. Zum Zerwürfnis mit FRIEDRICH kam es, als dieser nach dem Tode von MAUPERTUIS, dem Präsidenten der Berliner Akademie, d'ALEMBERT und nicht EULER zum Nachfolger ernennen wollte.

Daraufhin verließ EULER 1766 Berlin und folgte einem Ruf der jungen Zarin KATHARINA II. (der Großen) zurück an die Petersburger Akademie. Hier wurde er mit großen Ehren empfangen, er erhielt glänzende Bedingungen, auch für seine drei Söhne: JOHANN ALBRECHT wurde Akademieprofessor für Experimentalphysik, später Staatsrat, KARL wurde kaiserlicher Leibarzt und CHRISTOPH Armeeoffizier. In dieser zweiten Petersburger Periode ereilten ihn aber auch zwei schwere Schicksalsschläge.

Zunächst erblindete er vollständig, ohne dass seine enorme Schaffenskraft darunter gelitten hätte: Er diktierte seinen Schülern und Dienern seine Ideen oder Entwürfe zur weiteren Ausarbeitung.

Bekanntestes Beispiel ist die berühmte *Vollständige Anleitung zur Algebra* (1. deutsche Ausgabe von 1770), ein didaktisches Meisterwerk, das er einem mathematisch wenig begabten Diener aus Berlin, einem Schneidergesellen, diktieren ließ. Dieser sei nach kurzer Zeit in der Lage gewesen, die algebraischen Aufgaben selbstständig zu lösen. Das Buch enthält die Grundrechenarten, Wurzeln, Potenzen, Logarithmen, Reihen und algebraische Gleichungen bis zu den kubischen und biquadratischen. Besondere Beachtung findet aber das Buch heute noch wegen der souveränen Behandlung DIOPHANTISCHER Gleichungen, unter denen die FERMATSche Gleichung die berühmteste ist. EULER beweist den großen FERMATSchen Satz für den Exponenten $n = 4$ und erstmals auch für $n = 3$, mit der neuen Methode der *reductio ad absurdum*. Letztmals 1959 wurde dieses Werk der Weltliteratur vom Reclam-Verlag nachgedruckt.

Der zweite Schicksalsschlag war für EULER im Jahre 1773 der Tod seiner geliebten Frau. 1776 heiratete er deren Halbschwester ABIGAIL GSELL. LEONHARD EULER verstarb im September 1783.

Der Referent unterstrich abschließend die Bedeutung der Mathematikgeschichte für den Unterricht und sah in der Person EULERS ein sehr geeignetes Beispiel, Schülern und Studenten die Geschichte unserer Wissenschaft näher zu bringen.

Zum zweiten Tagungspunkt

M. Toepell verwies auf die nächste (6.) Tagung der DMV-Fachsektion Geschichte der Mathematik (zugleich 9. „Sitzung“ unseres AK) vom 7.5. bis 11.5.2001 in Ostseebad Zingst, die von Herrn Peter Schreiber (Universität Greifswald) organisiert wird (bisher 34 angekündigte Vorträge). Anmeldungen seien noch möglich und werden den Mitgliedern unseres Arbeitskreises besonders nahe gelegt, damit eine stärkere personelle und inhaltliche Präsenz gegenüber den Sektionsmitgliedern der DMV erreicht werden kann. Die Mail-Adresse lautet: schreibe@mail.uni-greifswald.de (Namensende ohne r!)

Es ist wiederum vorgesehen, die Beiträge in einem Tagungsband zu veröffentlichen (Reihe „Mathematikgeschichte und Unterricht“, Verlag Franzbecker).

Bei den Überlegungen zur Planung der AK-Sitzung in Klagenfurt 2002 erklärte sich Herr Deák (Budapest) bereit, über ungarische Mathematiker zu sprechen. Dieser

Vorschlag wurde von den Anwesenden allgemein begrüßt. Der genaue Titel des Vortrags steht noch nicht fest.

Die bisher in Papierform verteilten Mitteilungen zur Geschichte der Mathematik sollen auf Anregung von Herrn v. Renteln künftig nur noch ins Netz gestellt werden. Darüber gab es eine kurze Diskussion. Mittelfristig angestrebt wird auch der „Internet-Auftritt“ unseres Arbeitskreises, zumal einige andere GDM-Arbeitskreise diesen Weg schon beschritten haben.

● Bericht aus dem Arbeitskreis „Mathematikdidaktik in Österreich“

Jürgen Maaß (AK-Leiter), Günther Ossimitz (Protokoll)

Treffen im Rahmen der GDM-Jahrestagung 2001 Ludwigsburg 6.3.2001, 17:00-19:15

Anwesend: Willi Dörfler, Stefan Götz, Hans Humenberger, Jürgen John, Gert Kadunz, Konrad Krainer, Jürgen Maaß (Leitung), Günther Ossimitz (Protokoll), Werner Peschek, Edith Schneider, Wolfgang Schlöglmann, Ova VBsBrhely, Otto Wurnig

Tagesordnung:

- 1) Berichte
- 2) Wahl des/der AK-Leiters/Leiterin
- 3) Tagungen und andere Aktivitäten des AK im Jahr 2001

Diskussion und Beschlüsse

TOP 1:

AHS-Lehrplan Unterstufe: Otto Wurnig berichtet. Die im Bundeslehrplan gewährten neuen Freiheiten im Sinne einer Stärkung der Schulautonomie wurden z.T. durch restriktive Durchführungserlässe einzelner Länder konterkariert. Es gibt im neuen Lehrplan auch wieder deutlichere Unterschiede zwischen Hauptschule und AHS-Unterstufe.

Die Mitglieder des AK werden gebeten, aktuelle Neuigkeiten in Lehrplanangelegenheiten ehestmöglich an die Leitung des AK zu senden, damit rechtzeitig agiert werden kann.

Es wird beschlossen, einen „Unter-AK“ einzurichten, der sich der Situation um den neuen Lehrplan der Sek I in Ö annimmt und dazu Ideen entwickelt: Stefan Götz, Jürgen John und Ova Vasarhely bilden diese Untergruppe.

IMST²: Konrad Krainer berichtet. Das Projekt ist nunmehr zumindest für eine zweijährige Phase finanziell gesichert. Konrad Krainer wirbt für Mitwirkung von AK-

Mitgliedern im Projekt, etwa im Rahmen eines „Expertenpools“. Auch die Idee, das Verzeichnis österreichischer Mathematikdidaktiker/innen in erweiterter Form (um Vertreter/innen anderer NaWi-Didaktiken) ins Internet zu stellen, könnte ab Sommer 2001 konkret umgesetzt werden.

PISA: Jürgen Maaß würde sich eine frühzeitige informelle Information über die PISA-Ergebnisse wünschen, damit der Arbeitskreis diesbezügliche Reaktionen vorbereiten kann. Schließlich wird eine „Ad-hoc-Koordination“ vereinbart, wie auf die Veröffentlichung der PISA-Resultate reagiert werden soll.

Inhaltliche Schwerpunkte und Zukunft des AK: Dieser Teil wurde umfangreich und z.T. kontrovers diskutiert. Beschlüsse wurden nicht gefasst.

TOP 2:

Bei der Neuwahl des AK wird Jürgen Maaß mit 11 Pro-Stimmen bei einer Enthaltung zum AK-Leiter für die Jahre 2001-2002 gewählt.

TOP 3:

Mangels aktuellem Interesse (Ausrichter) wird für Herbst 2001 (vorläufig) keine Herbsttagung geplant. Sollten sich noch Proponenten finden, mögen sich diese bitte mit einem konkretem Programmvorschlag an den AK-Leiter wenden.

Klagenfurt/Linz 12.3.2001

● Bericht aus dem Arbeitskreis „Mathematik und Bildung“

Karl Röttel und Günter Graumann

Wie in der letzten Mitteilung der GDM schon ausführlich dargelegt wurde, arbeiten wir an einer weiteren Veröffentlichung unter dem Arbeitstitel „*Mathematik: Unsichtbar und doch allgegenwärtig und überall wirksam*“. Es geht dabei um die Bedeutung der Mathematik in Alltag, Technik und Wissenschaft, insbesondere in Bereichen, die nicht immer so offensichtlich sind. Die Reflexion der Bildungsaspekte für den Mathematikunterricht ist dabei natürlich auch ein Anliegen von uns.

Die Konzeption und mögliche Beiträge wurden auf den letzten beiden Herbsttagungen ausführlich diskutiert. In der Sitzung auf der GDM-Tagung in Ludwigsburg wurden erste Konzepte vorgestellt und einzelne neue Vorschläge erörtert. Auf der kommenden Herbsttagung sollen nun möglichst alle Beiträge besprochen werden. Dazu wird gewünscht, dass ein erster Entwurf bis Ende August 2001 an einen der beiden Sprecher gesandt wird, so dass dann im September schon einmal alle vorliegenden Entwürfe an die Teilnehmer der Herbsttagung versandt werden können und die Grundlage für die Besprechungen der Herbsttagung darstellen.

Die **Herbsttagung** findet statt *von: Fr. 5. Okt., 15 Uhr bis: Sa. 6. Okt. ca. 13 Uhr*
im: Landesinstitut für Erziehung und Unterricht
in: Stuttgart im Gebäude Azenbergstr (Nähe Hbf)

Interessierte melden sich bitte bei einem der Sprecher des Arbeitskreises. Die Personen, die bereits ihre Mitwirkung an dem Buchprojekt zugesagt haben, erhalten eine gesonderte Post voraussichtlich Ende Mai. Möglicherweise kann vom Landesinstitut ein Reisekostenzuschuss gezahlt werden.

Die Sprecher Graumann und Röttel können erreicht werden unter der Tel. 0521-872858 oder 08458-8281 bzw. Fax 0521-875730 oder 08458-4746 bzw. e-mail jaugrau@t-online.de oder roettel@ginko.de.

Weiterhin möchte der Arbeitskreis „Mathematik und Bildung“ noch darauf hinweisen, dass er am 19. Oktober 2001, wie schon vor einigen Jahren, mit einer Veranstaltung in Ingolstadt an die Öffentlichkeit tritt, um für den Mathematikunterricht und die Mathematik zu werben. Neben Vorträgen von Personen aus unserem Arbeitskreis geht es auch darum hinzuhören, welche Probleme die Schüler und Schülerinnen bzw. deren Eltern mit unserem Fach haben. Näheres dazu kann unter roettel@ginko.de erfragt werden.

● Bericht aus dem Arbeitskreis „Stochastik in der Schule“

Joachim Engel

Anregungen zum Stochastikunterricht:

- (1) Die NCTM - Standards 2000
- (2) Klassische und Bayessche Sichtweise im Vergleich

Die folgende Publikation stellt den Bericht von zwei Tagungen des GDM-Arbeitskreises "Stochastik in der Schule" dar:

M. Borovcnik, J. Engel, D. Wickmann. (Hsg.), Verlag Franzbecker, Hildesheim, 2001

Beide Teile des Buches sind für die curriculare Diskussion von großer Bedeutung. Der **erste Teil** handelt von den NCTM-Standards 2000 – Ergebnis der Curriculum-Reform in den USA – und ihren Aussagen zur Wahrscheinlichkeitsrechnung und Statistik. Gefordert wird ein Curriculum, das Fragen der Datenanalyse und Wahrscheinlichkeit durch alle Klassenstufen hinweg vom Kindergarten bis zur 12. Klasse behandelt und dabei Lernende in alle Schritte einer empirischen Untersuchung mit einschließt: 1. Datenbeschaffung, d.h. Versuchsaufbau und Planung von Erhebungen; 2. Darstellung, Interpretation und Analyse von Daten; 3. Schlussfolgerungen, Verallgemeinerungen und Entscheidungen, die auf Daten basieren. Die Standards zur Stochastik fordern eine Ausrichtung des Unterrichts mit einem hohen Anteil an Eigenaktivität, die reale Fragestellungen teils an realen Daten, teils an

szenario-artig simulierten Daten von Schülerinnen und Schülern beurteilen lässt. Im Vergleich zum traditionellen Unterricht wirft dies einen umfassenderen Blick auf die Reichweite der eingesetzten Methoden und erleichtert das Verständnis der darin verwendeten mathematischen Begriffe. Die Grundpositionen werden dabei anschaulich an Schulbeispielen illustriert und bis hin zu methodischen Anmerkungen und Hilfen konkretisiert. Daraus lassen sich viele Anregungen für einen innovativen Unterricht gewinnen:

- Eigenaktivität der Lernenden durch herausfordernde Unterrichtsexperimente
- Anwendungen der Mathematik auf das Leben, was reale Fragestellungen mit einschließt
- Integration der Statistik, besser des Data Handling, in das Mathematik-Curriculum
- Von einer Beurteilenden Statistik als Methoden-Ritual – zur Explorativen Datenanalyse.

Der **zweite Teil** diskutiert die Frage, inwieweit der Einbezug Bayesianischer Ideen das Verständnis stochastischer Probleme, insbesondere der statistischen Beurteilung von Hypothesen, verbessern kann. Kern der Bayesschen Theorie ist eine weiter gefasste Interpretation des Wahrscheinlichkeitsbegriffs: Während Wahrscheinlichkeit im klassischen Verständnis allein als (objektive) Eigenschaft des betrachteten stochastischen Systems gesehen wird und methodisch an den Begriff des Zufallsexperiments geknüpft ist, wird im Bayesschen Konzeptrahmen Wahrscheinlichkeit darüber hinaus in der sprachlich ursprünglichen Bedeutung verwendet, nämlich als Ausdruck subjektiver – auch intersubjektiver – Unsicherheit bezüglich der (unbekannten) Wahrheit eines interessierenden Sachverhalts. Die aus der Beleuchtung des Gegensatzpaares objektiv – subjektiv sich ergebenden methodischen Konsequenzen sowie deren didaktische Aspekte für den Unterricht sind, stets an Beispielen festgemacht, der Gegenstand dieses zweiten Teils.

ZUM INHALT:

Die Standards 2000 des National Council of Teachers of Mathematics

NCTM Standards – Prinzipien und Standards für Schulmathematik: Datenanalyse und Wahrscheinlichkeit
 National Council of Teachers of Mathematics

Die NCTM Standards zur Stochastik und das Quantitative Literacy Programm
 Joachim Engel

Statistisches Denken oder statistische Rituale: Was sollte man unterrichten?
 Gerd Gigerenzer und Stefan Krauss

Datenorientierte Mathematik und beziehungsreiche Zugänge zur Statistik: Konzepte und Beispiele
 Joachim Engel

Statistik ohne Formeln
 Peter Sedlmeier

Statistische Kompetenz von Schülerinnen und Schülern – Konzepte und Ergebnisse empirischer Studien am Beispiel des Vergleichs von statistischen Verteilungen
 Rolf Biehler

Konzepte und Anwendungsfelder von Stochastik in klassischer und Bayesscher Sicht

"Die Übungsstunde"
Dieter Wickmann

Wahrscheinlichkeit und Intuition – Zwei Seiten einer Medaille?
Stefan Krauss

Der Theorieneintopf ist zu beseitigen. Ereignis- und Zustandswahrscheinlichkeit – Versuch einer Klärung des Wahrscheinlichkeitsbegriffs zum Zwecke einer Methodenbereinigung
Dieter Wickmann

Neu erschienen im Verlag Franzbecker - Pf 100420 - 31141 Hildesheim
Tel. 05121/ 77955 - Fax 05121/ 77954
www.franzbecker.de - Mail: verlag@franzbecker.de

Inferenzstatistik ohne Signifikanztest. Vorschlag, den Signifikanztest im gymnasialen Unterricht nicht mehr zu verwenden

Dieter Wickmann

Klassische und Bayessche Behandlung von Stochastik-Aufgaben in österreichischen Schulbüchern
Stefan Götz

Repräsentation von Information in Wahrscheinlichkeitstheorie

Laura Martignon und Christoph Wassner

Klassisch und Bayesianisch gedacht – Erfahrungen mit meinen Studenten
Ödön Vancs

Bericht aus dem Arbeitskreis „Frauen und Mathematik“

Cornelia Niederdrenk-Felgner

Auf der diesjährigen GDM-Jahrestagung diskutierte der Arbeitskreis zwei Einzelbeiträge.

CORNELIA NIEDERDRENK-FELGNER (Tübingen) gab zunächst einen Überblick über den gegenwärtigen Forschungsstand zum Thema *Frauen und Mathematik*. Dazu analysierte sie die wichtigsten Ansatzpunkte der Geschlechterforschung innerhalb der Mathematikdidaktik und ordnete sie einerseits innerhalb der Fachdidaktik Mathematik und andererseits innerhalb der benachbarten Bereiche – der psychologischen sowie der pädagogischen Forschung – ein. Es wurde deutlich, dass sich auf der Grundlage der inzwischen vielfältig vorliegenden Ergebnisse aus der Koedukationsforschung in jüngster Zeit eine Fokussierung auf Fragen ergeben hat, die in einem direkteren Zusammenhang mit dem Fach Mathematik selber stehen. Entscheidende Bedeutung für das unterschiedliche Verhältnis von Frauen und Männern zur Mathematik kommt nach neuen Untersuchungen dem Bild von Mathematik zu, das in unserer Gesellschaft tradiert wird. Der Arbeitskreis hat sich auf seinen beiden letzten Herbsttagungen intensiv mit der Diskussion dieses Themas auseinander gesetzt. Als zukünftiges Forschungsfeld bieten sich weitere Untersuchungen an, die noch differenzierter als das bisher möglich war der Frage nach den Ursachen für das bestehende Bild von Mathematik nachgehen und daraus Ansatzpunkte aufzeigen, wie dieses so verändert werden kann, dass die einseitige Zuordnung von Mathematik zur männlichen Lebenswelt aufgehoben werden kann. Gegenwärtig arbeiten einige Mitglieder des Arbeitskreises bereits an Projekten, die

sich hier zuordnen lassen. Über eines dieser Projekte wurde im anschließenden Beitrag berichtet.

Literaturhinweis:

Niederrenk-Felgner, Cornelia (im Druck): Die Geschlechterdebatte in der Mathematikdidaktik. In: Nyssen, Elke u.a. (Hrsg.): Geschlechterforschung in der Fachdidaktik. Beltz 2001.

ITA BORROMEO FERRI (Hamburg) berichtete über *erste Ergebnisse einer Studie über unterschiedliche mathematische Denkstile von Schülerinnen und Schülern*. Ausgangsbasis der Studie sind die empirischen Untersuchungen von Leone Burton (1997) an praktizierenden MathematikerInnen und ein verwandter Klassifikationsansatz von Felix Klein (1892), wonach folgende mathematische Denkstile unterschieden werden können: visueller Denkstil, analytischer Denkstil und begrifflicher Denkstil. Auch wenn einzelne MathematikerInnen zwischen mehreren Denkstilen wechseln, erweist sich jeweils ein Denkstil als dominant. In der Studie soll untersucht werden, inwieweit sich die bei praktizierenden MathematikerInnen unterschiedenen mathematischen Denkstile auch bei Schulkindern (9. und 10. Klassenstufe) rekonstruieren lassen oder inwieweit andere Denkstile zu unterscheiden sind.

Die Studie ist als eine qualitativ orientierte Fallstudie angelegt und hat folgendes Design: Es werden Paare von Schülerinnen bzw. Schülern bei der Bearbeitung von Problemlöseaufgaben videographiert. Anschließend werden die bei den Probanden abgelaufenen Problemlöseprozesse und der zugrunde liegende Denkstil mittels der Methode des nachträglichen lauten Denkens (stimulated recall) erhoben. Die transkribierten Video- und Tonbandaufnahmen werden nach noch zu entwickelnden Kategorien analysiert. Eine zentrale Rolle bei diesem Design kommt den zu bearbeitenden Problemlöseaufgaben zu, die aus unterschiedlichen mathematischen Themengebieten stammen und unterschiedliche Problemlösestrategien benötigen (z. B. graphisch-visuelle, numerisch- bzw. algebraisch-algorithmische, Trial-and-Error-Methoden).

Die Untersuchung hat für den Schulunterricht eine hohe Brisanz: Die unterrichtende Lehrperson verfügt in der Regel selbst über einen ihr eigenen mathematischen Denkstil, der ihr meist nicht bewusst ist, der jedoch dem Unterricht zugrunde liegt und diesen strukturiert. Schülerinnen und Schüler, die andere Denkstile verwenden als die betreffende Lehrperson, haben - dies steht zu erwarten - deutlich größere Schwierigkeiten mit dem Unterricht als Jugendliche, die über Denkstile verfügen, die denen der Lehrperson ähnlich sind. Um allen Jugendlichen eine gleiche Teilhabe am Unterricht zu gewähren, um ihnen gleiche Chancen zu geben, müssen solche unterschiedlichen Denkstile bewusst gemacht werden, damit bewusst mit ihnen umgegangen werden kann.

Literaturhinweise:

Burton, L. (1999): Mathematicians and their Epistemologies – and the learning of mathematics, *European Research in Mathematics Education I* (Inge Schwank (Ed.), Forschungsinstitut für Mathematikdidaktik, Osnabrück 1999, S. 87 – 102.

Stebler, R. (1999): Eigenständiges Problemlösen: Zum Umgang mit Schwierigkeiten beim individuellen und paarweisen Problemlösen mathematischer Problemge-

schichten – theoretische Analysen und empirische Erkundungen; Bern [u.a.]: Lang 1999.
 Tobies, R. (1987) : Zur Berufungspolitik Felix Kleins. Grundsätzliche Ansichten, NTM- Schriftenreihe Geschichte, Naturwissenschaft, Technik, Medizin; Leipzig 24 (1987)2, S. 43-52.

Die **Herbsttagung 2001** findet auf Einladung von Gabriele Kaiser vom 5. bis 7. Oktober in Hamburg statt. Wie schon in einigen vorausgegangenen Jahren wird ein Teil der Tagung als regionale Fortbildungsveranstaltung für Lehrerinnen und Lehrer angeboten. Alle interessierten Kolleginnen und Kollegen sind herzlich zur Teilnahme an der Herbsttagung eingeladen.

Für den Arbeitskreis FRAUEN UND MATHEMATIK:

Dr. Cornelia Niederdrenk-Felgner, Fachhochschule Nürtingen, Sigmaringer Str. 14, 72622 Nürtingen, Tel. 07022 - 929232; email: niederdrenk@fh-nuertingen.de

● Bericht aus dem Arbeitskreis „Vergleichsuntersuchungen zum Mathematikunterricht“

Norbert Knoche

Am 1. und 2. Dezember 2000 fand an der Universität Kassel die **Herbsttagung** des Arbeitskreises statt.

Auf dem Programm standen am ersten Tag ein Vortrag von Frau A. Peter-Koop (Münster) zum Thema „Möglichkeiten der Evaluation von Unterricht“ und ein Vortrag von Herrn W. Blum und Herrn A. Jordan (Kassel) zum Thema „Evaluation im Rahmen des BLK-Modellversuchs Mathematik Hessen“.

Am zweiten Tag berichteten Herr R. Jäger und Herr L. Balzer (Landau) über die Untersuchungen im Rahmen des Projektes „Markus“ in Rheinland-Pfalz.

An den Vortrag schlossen sich Berichte über aktuelle Entwicklungen im Projekt „PISA“ (Blum) sowie über das Projekt „IGLU“ (Internationale Grundschul-Lese-Untersuchung) (Lind) an.

Die folgenden Auszüge aus den Vortragsmanuskripten fassen die zentralen Aspekte der Vorträge zusammen.

Andrea Peter-Koop, Möglichkeiten der Evaluation von Unterricht – Einführung und Überblick

Evaluationsformen im erziehungswissenschaftlichen Kontext

Das Aktionsfeld Evaluation umfasst alle Bereiche des Bildungswesens und seiner Praxis. In der einschlägigen Literatur finden sich in erster Linie zweidimensionale Definitionen von Evaluation, die sowohl deskriptive als auch bewertende Elemente beinhalten. Da jedes Evaluationsprojekt auf Grund seiner vielfältigen Intentionen und Verknüpfungsmöglichkeiten im komplexen Feld der Lehr-Lern-Prozesse auf

einer eigenen theoretischen Grundlage steht, ist Evaluation grundsätzlich kontextabhängig.

Man unterscheidet zwischen folgenden Formen der Evaluation, wobei es sich nicht generell um unterschiedliche, einander ausschließende oder auch ergänzende Formen handelt, sondern vielmehr verschiedene Perspektiven und Schwerpunktsetzungen:

Mikroevaluation und Makroevaluation: Mikroevaluation bezieht sich auf einzelne Aspekte des evaluierten Programms, Makroevaluation auf die Feststellung eines Globalergebnisses.

Interne Evaluation und externe Evaluation: Bei interner Evaluation evaluieren die verantwortlichen Gestalter der Maßnahme das Programm selbst. Bei externer Evaluation sind Entwicklung des Programms und seine Evaluation getrennt.

Intrinsische Evaluation und extrinsische Evaluation: Während die intrinsische Evaluation auf die Maßnahme selbst, z.B. auf das Curriculum, bezogen ist, befasst sich die extrinsische Evaluation mit den Auswirkungen der Maßnahme, z.B. auf die Fähigkeiten der Schüler.

Summative Evaluation und formative Evaluation: Von summativer Evaluation spricht man, wenn ein Projekt nach seinem Abschluss auf seine Ergebnisse untersucht wird. Von formativer Evaluation spricht man, wenn ein Projekt über alle Phasen hinweg kontinuierlich prozess- programmbegleitend ausgewertet wird und die Ergebnisse der Evaluation der Weiterentwicklung des Projektes dienen.

Bereits Petri forderte 1981 für pädagogische/fachdidaktische Entwicklungsprojekte eine *umfassende Evaluation*, die nicht nur summativ angelegt ist, sondern sämtliche Phasen und Dimensionen der Entwicklung einbezieht.

Vergleicht man die verschiedenen Evaluationsformen, so wird deutlich, dass Evaluation kontextbezogen geplant und durchgeführt werden muss und dass jede Evaluation im Zusammenhang mit den Zielen, Zwecken, Funktionen und Rollen, mit der Entwicklungsarbeit und den jeweils verfügbaren Ressourcen neu entworfen werden muss. Damit sind auch die Evaluationsmethoden abhängig von den Grundsatzentscheidungen über Aufgaben und Ziele der Evaluation. Evaluationsmethoden und -verfahren müssen deshalb jeweils neu entwickelt und arrangiert werden. Eine Methoden- und Verfahrensvielfalt ist dabei Voraussetzung. Diese verschiedenen Verfahren sollten inhaltlich aufeinander bezogen sein und sich ergänzen. Instrumente der Evaluation von Unterricht sind z.B.

Interviews, Beobachtungen / Hospitationen, Fragebögen (quantitativ, qualitativ), Materialanalysen (z. B. Arbeitsprodukte von Schülern), Tagebucheinträgen.

Die *umfassende Evaluation* eines Modellversuchs wie des BLK-MV zur „Steigerung der Effizienz von Unterricht“ betrifft verschiedene Ebenen, zum einen Curriculumentwicklung und Lehrerfortbildung aber auch Schulentwicklung (Stichwort Kooperation von Kollegen), die alle im Evaluationsdesign berücksichtigt werden sollten, wobei die (formative) Evaluation ein integrativer Bestandteil der gesamten Unternehmung sein sollte.

Evaluation von Unterricht:

Die Evaluation von Unterricht sollte also die multiplen Perspektiven, der am Unterrichtsgeschehen direkt oder indirekt beteiligten Personen berücksichtigen und einbeziehen. Dies sind bezogen auf die meisten Projekte vor allem

Lehrerinnen und Lehrer, Fachkolleginnen und -kollegen (Koordinatoren) im Rahmen der kollegialen Hospitation und Beratung, Schülerinnen und Schüler, beteiligte Wissenschaftlerinnen und Wissenschaftler

Die vorangegangenen Betrachtungen wurden in einem Erfahrungsbericht über das australische Lehrerfortbildungsprogramm ARTISM konkretisiert.

Evaluation und Forschung:

Mit ihrer zunehmenden Bedeutung in der Pädagogik ist die Evaluation vermehrt mit der erziehungswissenschaftlichen Forschung verglichen worden. Die grundsätzliche Übereinstimmung von *Evaluation* und *Forschung* besteht zum einen in ihrer Beschäftigung mit erziehungswissenschaftlichen Phänomenen. Zum anderen werden ähnliche Techniken und Instrumente zur Datenerhebung wie z. B. Fragebögen, Interviews, Beurteilungsskalen benutzt.

Die Unterschiede zwischen Evaluation und Forschung betreffen vor allem ihre Motivation, Durchführung und Nutzung. Im Allgemeinen geht es bei der Evaluation nicht um Wissens- und Erkenntnisgewinn generell, sondern man beabsichtigt den Transfer des gewonnenen Wissens in die Praxis. Ziel der Evaluation ist nicht die Generalisierung sondern die Gewinnung von Grundlagen für Entscheidungsprozesse, die aber durchaus auch einen wissenschaftstheoretischen Aussagewert haben können bzw. sogar haben sollten.

Werner Blum, Alexander Jordan, *Evaluation im Rahmen des BLK-Modellversuchs Mathematik Hessen*

Im Rahmen des BLK-Modellversuchs Mathematik Hessen soll unter Evaluation ein Instrument zur Reflexion, Planung und Entwicklung unseres Modellversuchs verstanden werden. Sie ist einerseits als extern zu betrachten, da sie von der Hochschule geleistet wird und für die Kollegien Anstoß sein soll – bereits im Verlauf des Modellversuchs und nicht erst nach dessen Abschluss – immer wieder innerhalb der Schule über den Mathematikunterricht zu diskutieren und diesen zielgerichtet zu verändern. Andererseits dient Evaluation aber auch uns selbst innerhalb der Hochschule als Reflexionsgrundlage, hat also gleichermaßen eine interne Komponente. Ein wichtiger Bestandteil unseres Evaluationsvorhabens sind Tests.

Im Modellversuch Mathematik wird zu Beginn jedes Jahres ein Test durchgeführt. Dabei geht es nicht primär darum, einzelne Schüler im Hinblick auf die Inhalte der vergangenen Schuljahre zu prüfen, sondern vielmehr um die Dokumentation und Analyse von Stand und Entwicklung der gesamten Stichprobe wie auch einzelner Klassen.

Der zweite Test im Modellversuch Mathematik wurde zu Beginn des Schuljahres 2000/2001 in den neunten Klassen durchgeführt. Insgesamt haben 1247 Schülerinnen und Schüler aus 53 Klassen teilgenommen, davon etwas mehr als die Hälfte aus den Modellversuchs- und die Übrigen aus so genannten assoziierten Schulen. Im Gegensatz zum vorherigen wurde dieser Test bildungsgangbezogen konzipiert. Die Analyse des ersten Tests hatte ergeben, dass dieser stark an „gymnasialen“ Fähigkeiten orientiert war und deutlich schwerer war als etwa die Kassel/Exeter- und TIMSS-Tests.

Der Gymnasial-Test enthält 18, der Realschul-Test 16 und der Hauptschul-Test 17 Aufgaben, welche wesentliche Inhalte der Klasse 8 repräsentieren. Die Items sind

z.T. Multiple-Choice-Aufgaben, z.T. Aufgaben mit freien Antworten (unterschiedlicher Ausführlichkeit). Wie bereits im ersten Test wurden auch hier Ankeritems aus anderen Studien eingebaut, Items aus der Kassel/Exeter-Studie, aus TIMSS II, aus BMT 1998/1999, HS-Abschluss Thüringen 1998, Mathematik Wettbewerb Hessen 1999 und freigegebenen PISA-Aufgaben.

Mathematische Grundbildung und kognitive Anforderungsniveaus im Modellversuchs-Test: *Welche Komponenten des Konstrukts „mathematische Grundbildung“ misst unser Test?*

Hierfür ist es zunächst erforderlich, unser Verständnis von mathematischer Grundbildung darzulegen. Diese Antwort resultiert aus gewissen Vorstellungen, die wir mit einem qualitätsvollen Mathematikunterricht verbinden. Dieser sollte u.a. Hilfe für die berufliche Praxis, andere Schulfächer und Alltag bieten, zur Entwicklung allgemeiner Fähigkeiten wie z.B. Argumentieren, Mathematisieren, Interpretieren beitragen, die kulturhistorische Bedeutung der Mathematik aufzeigen und Quelle für erkenntnistheoretische Reflektionen sein.

Hierzu wird ein ganzes Bündel von Qualifikationen benötigt, welches wir als *mathematische Grundbildung* bezeichnen, u. a. sichere mathematische Grundkenntnisse und -fertigkeiten, mathematische Arbeitstechniken, adäquate Vorstellungen von den grundlegenden mathematischen Inhalten, mathematische Grundfähigkeiten, ein angemessenes Mathematikbild.

Um nun zu ermitteln, welche dieser Komponenten im Test repräsentiert sind, wurden in Anlehnung an das PISA-Framework Klassen entwickelt, die einen steigenden Schwierigkeitsgrad aufweisen und das kognitive Anforderungsniveau der einzelnen Aufgaben beschreiben. (vgl. Herzog/Blum „Evaluation im Modellversuch Mathematik“ in Blum, W. et al. (Hg.) „Gute Unterrichtspraxis: Steigerung der Effizienz des mathematisch-naturwissenschaftlichen Unterrichts“, Pro Schule, Heft 3, S. 54-47)

Die Auswertung der Tests sollte primär ein *Evaluationsinstrument für die am Modellversuch beteiligten Lehrkräfte* sein. Insbesondere sollte ihnen die Möglichkeit geboten werden, mit ihren Schülern über die Testergebnisse zu diskutieren. Dazu wurden ihnen verschiedene Materialien zur Verfügung gestellt:

Da die Analyse der Testergebnisse insbesondere zur Intensivierung der inhaltlichen Kommunikation und Kooperation beitragen soll, planen wir, die Darstellung so weit zu verfeinern, dass nicht nur ein Vergleich der jeweiligen Klassen eines Lehrerteams bei einzelnen Aufgaben möglich ist, sondern auch Aufgabenformate (z.B.: offene Aufgaben), Themengebiete und Anforderungsniveaus miteinander verglichen werden können.

Erste Ergebnisse: Da die ausgewählte Stichprobe nicht repräsentativ ist und insbesondere die Nicht-Modellversuchs-Schulen keineswegs eine Kontrollgruppe darstellen, lässt sich die Frage nach dem bisherigen „Erfolg“ oder „Misserfolg“ der Modellversuchsarbeit nicht etwa durch Gegenüberstellen globaler Ergebnisse der Modellversuchs- mit denen der assoziierten Schulen beantworten. Um eine vernünftige Einordnung der getesteten Klassen vornehmen zu können, haben wir bisher bei der Auswertung zum einen auf die relativen Lösungshäufigkeiten der deutschen Schüler bei Kassel-Exeter zurückgegriffen, zum anderen werden wir spezifische (geheime) TIMSS-Daten heranziehen.

Sowohl die im Modellversuchs-Test überprüften Haupt- als auch die Realschüler liegen bei Kassel-Exeter-Items im Mittel über dem jeweiligen Niveau der dort getesteten Schüler. Die Werte unserer Gymnasiasten sind zumeist annähernd identisch mit den entsprechenden Werten bei Kassel-Exeter, bei einer Aufgabe liegen sie deutlich darüber. Dies zeigt, dass unsere Schüler über (leicht) überdurchschnittliche Grundkenntnisse und -fertigkeiten verfügen.

Um eine erste grobe Standortbestimmung unserer Schüler im Vergleich zu den TIMSS-Probanden vornehmen zu können, haben wir die durchschnittlichen relativen Lösungshäufigkeiten aller Schüler des jeweiligen Bildungsganges geeignet gewichtet und mit den TIMSS-Daten verglichen. Die von uns getesteten Schüler liegen dabei stets über dem Niveau der TIMSS-Probanden, zum Teil sehr deutlich.

Reinhold S. Jäger, Lars Balzer, MARKUS (Stand Dezember 2000)⁸

Überblick:

Die Mathematik-Gesamterhebung Rheinland-Pfalz: Kompetenzen (Schülerleistungen), Unterrichtsmerkmale, Schulkontext, kurz **MARKUS** genannt, ist eine wissenschaftlich begründete und in das Schulqualitätsmanagement des Landes Rheinland-Pfalz (RLP) eingebettete Evaluationsstudie. Sie basiert auf einer einmaligen Erhebung der Leistungen von Schülerinnen und Schülern im Fach Mathematik, der Erfassung von unterrichts- und lernbezogenen Merkmalen, sowie schulischer und außerschulischer Kontextbedingungen. Im Einzelnen stehen folgende Hauptfragestellungen im Vordergrund:

- Unter welchen Bedingungen wird in RLP in der achten Jahrgangsstufe unterrichtet?
- Welche Mathematikleistungen werden in verschiedenen Bildungsgängen erreicht?
- Wie sind schul- und lernbezogene Einstellungen und Orientierungen von Schülern ausgeprägt (z.B. Lernmotivation, Selbstvertrauen, Aktive Lernhaltung)?

Erhebung:

Die Erhebung fand am 31. Mai 2000 in allen 8. Klassen der öffentlichen und einiger privater Schulen aller Bildungsgänge (mit Ausnahme der Sonderschulen) des Landes statt. Für den Test standen 60 Minuten und für die Befragung der Schüler/innen 30 Minuten zur Verfügung. Zusätzlich wurde allen Mathematiklehrkräften sowie den Schulleiter/-innen jeweils ein eigener Fragebogen vorgegeben. Insgesamt nahmen 37797 Schüler/innen in 1838 Klassen bzw. Kursen sowie 1774 Lehrkräfte und 507 Schulleiter/-innen teil.

Der Erhebung voraus gingen eine systematische Information aller Schulen und Lehrkräfte durch Veranstaltungen in verschiedenen Regionen, eine Broschüre und zwei Durchführungsmanuale, begleitende Veranstaltungen zum Qualitätsmanagement, eine Fachtagung zur Thematik „Qualitätsmanagement“ sowie eine Ausbildung von Moderatoren, welche wiederum die Schulkoordinatoren und Testleiter/innen für die Untersuchung angeleitet haben. Wegen der grundsätzlichen Zustimmungspflicht zu allen Fragen, die unter anderem die didaktische Kompetenz

⁸ Dieser Artikel kann nur einen kurzen Überblick geben. Umfassende Materialien und Ergebnisse zum Projekt MARKUS finden Sie im Internet unter: <http://www.rhrk.uni-kl.de/~zentrum/markus/markus.html>

der Lehrkräfte, ihres Unterrichtsstils etc. betraf, wurden die Hauptpersonalräte aller Schulkarten bei der Themenauswahl und Gestaltung der Fragebogen einbezogen.

Ergebnisse:

Nach einer ersten Auswertungsphase erfolgt die Berichterstattung über Ergebnisse in drei Schritten:

In einem *ersten Schritt* informierte eine Pressekonferenz des zuständigen Ministeriums im November und ein zeitgleich erscheinender erster Ergebnisbericht über erste, eher deskriptiv gehaltene Ergebnisse. Dabei wurden bildungsgangspezifische Leistungen ebenso betrachtet wie Spitzenleistungen von Schülerinnen und Schülern aller Bildungsgänge und Auswirkungen bestimmter Kontextbedingungen (wie Klassengröße und Unterrichtsausfall) auf die Leistung.

In einem *zweiten Schritt* wurden an alle beteiligten Schulen kurz vor Weihnachten 2000 klassenbezogene Rückmeldungen verschickt. Aus diesen konnte jede Lehrkraft zum einen den Leistungsstand ihrer Klasse ersehen, aufgegliedert in einen Vorwissensscore, einen Gesamtleistungsscore und in Leistungsscores der einzelnen Bereiche des unterrichteten Curriculum. Ferner erhielt sie eine Rückmeldung über die Bedingungen und den Kontext, unter denen sie ihre Klasse unterrichtet hat und auf den sie selbst keinen Einfluss nehmen konnte, wie z.B. Kulturbesitz im Elternhaus, TV- und Videokonsum der Schüler/-innen, sprachliche Heterogenität in der Klasse etc.. Diese Rückmeldungen erfolgten auf zweierlei Weise: Zum einen bekamen die Lehrkräfte die entsprechenden Ergebnisse der Leistung und des Kontextes im Vergleich zu allen anderen Klassen des gleichen Bildungsganges zurückgemeldet. Zum anderen wurden die Leistungswerte zusätzlich um den Einfluss der erhobenen Kontextmerkmale bereinigt, d.h. die Leistungswerte wurden statistisch so korrigiert, als hätten alle Klassen exakt dieselbe (nämlich die genau dem Durchschnitt entsprechende) Ausprägung der Kontextmerkmale gehabt. Das hat zur Folge, dass Leistungen von Klassen, die unter schlechteren Rahmenbedingungen unterrichtet werden, einen Bonus erhalten, während Klassen mit eher günstigem Kontext einen Malus hinnehmen müssen. Auf diese Weise wurde versucht, einen fairen Leistungsvergleich zu bewerkstelligen, in dem der Kontext mit berücksichtigt wurde. Darüber hinaus konnten die beteiligten Mathematiklehrkräfte noch eine zusätzliche differenzierte Rückmeldung zur von ihnen selbst unterrichteten Klasse anfordern. Die letztgenannten Informationen wurden nicht an die Schule, sondern an die zuvor von ihnen selbst angegebene Adresse versandt.

Als *dritten Schritt* wird Mitte 2001 ein ausführlicher Abschlussbericht alle Ergebnisse im Detail darstellen und an vielen Stellen vertiefen.

Ausblick:

Wie eingangs erwähnt ist MARKUS eine in das Schulqualitätsmanagement des Landes Rheinland-Pfalz eingebettete Evaluationsstudie. Um die Ergebnisse nicht ungenutzt im Raum stehen zu lassen, wird die weitere Arbeit zum Qualitätsmanagement gerade durch MARKUS angestoßen. Zu diesem Zweck werden in Rheinland-Pfalz zurzeit Fachmoderatorinnen und -moderatoren Mathematik ausgebildet, die ab dem 01.02.01 den Schulen zur Beratung und Begleitung beim Umgang mit den Ergebnissen zur Verfügung stehen. Auch die Fachberaterinnen und Fachberater Mathematik in Rheinland-Pfalz können Anregungen und Hilfen geben. Gleiches gilt nach Absprache mit der Seminarleitung und im Rahmen ihrer zeitlichen Möglichkeiten für die Fachleiterinnen und Fachleiter Mathematik der Studiensemi-

nare. Auch können die breit gefächerten Beratungskompetenzen der pädagogischen Serviceeinrichtungen in Rheinland-Pfalz genutzt werden.

Detlef Lind, Zum Projekt IGLU

Die Leistungen von Grundschulern sollen auf der Grundlage des TIMSS1-Aufgabenkerns im internationalen Vergleich untersucht werden. Zusätzlich hat sich eine Mehrzahl von Bundesländern dafür entschieden, nicht nur Fertigkeiten und Fähigkeiten im Lesen überprüfen zu lassen, sondern auch in begrenztem Umfang eine Zusatzüberprüfung zu Mathematikleistungen zu finanzieren. Dies muss als Chance gesehen werden, nachträglich Informationen zu beschaffen, die wegen der Nichtteilnahme von Deutschland an TIMSS1 fehlen. Dazu werden neben adaptierten TIMSS1-Items aus dem Bestand der österreichischen Testhefte auch eigene Items von einer deutschen Arbeitsgruppe entwickelt.

Nachtrag zur Tagung in Ludwigsburg

Der Arbeitskreis hat diese Diskussionen auf seiner Sitzung während der Didaktiktagung in Ludwigsburg unter starker Beteiligung fortgesetzt.

Als ein Ergebnis seiner bisherigen Arbeit wird der Arbeitskreis ein Buch zu den Vergleichsuntersuchungen im Mathematikunterricht in Deutschland herausgeben, in dem Beiträge zu den im Arbeitskreis diskutierten regionalen Vergleichsuntersuchungen und einige Hinweise auf internationale Studien enthalten sein werden. Das Buch wird im Sommer im Franzbecker Verlag erscheinen (hrsg. von Kaiser, Knoche, Lind, Zillmer).

Bericht aus dem Arbeitskreis „Mathematik in der beruflichen Bildung (MabeB)“

Karlheinz Fingerle

Die Frühjahrstagung des MabeB-AK fand am 05. März 2001 in Ludwigsburg im Rahmen der GDM-Jahrestagung statt. Karlheinz Fingerle (Kassel) referierte über das Thema "Wie viel Mathematik brauchen Versicherungskaufleute? Ein Diskussionsbeitrag zu den IHK-Abschlussprüfungen". Der Referent leitete seine Ausführungen mit Hinweisen auf Aufsätze Heinrich Winters zur Behandlung des Themas Lebensversicherung in der Sekundarstufe I ein. Er verglich die KMK-Lehrpläne für die Versicherungskaufleute aus den Jahren 1977 und 1995 (zur Ausbildungs-VO 1996) und den hessischen Rahmenplan aus dem Jahr 1999.

Auf dem Hintergrund berufssoziologischer Erkenntnisse (Baethge/Oberbeck: Zukunft der Angestellten, 1986) und der vom BIBB veröffentlichten Analysen zur Neuordnung des Ausbildungsberufs aus den neunziger Jahren wurden Beispiele handlungsorientierter Prüfungsaufgaben vorgestellt, die vom Berufsbildungswerk der Deutschen Versicherungswirtschaft zusammen mit der Wirtschaftspädagogik der Universität Mainz entwickelt wurden. - Ferner wurden Auffassungen zum Zu-

sammenhang von Mathematik und Rechnungswesen von Peter Preiß (Göttingen) zitiert (aus: P. P.: Didaktik des wirtschaftsinstrumentellen Rechnungswesens, 1999) und die Relevanz für und die Übertragbarkeit auf die Ausbildung und Prüfungen der Versicherungskaufleute diskutiert.

Die **Herbsttagung** des MabeB-AK soll am **26./27. Okt. 2001** (Freitagmittag bis Samstagmittag) in den Räumen des **Franz-Jürgens-Berufskollegs in Düsseldorf** stattfinden. Einladung und Programm der Herbsttagung 2001 sollen bis Ende Juni 2001 im WWW unter der Adresse <http://www.uni-kassel.de/mabeb/tagung.html> und durch Rundschreiben an die Mitglieder und Interessenten des MabeB-AK bekannt gegeben werden. Angebote für Beiträge zur Herbsttagung 2001 sind mit Thema und kurzer Inhaltsangabe an den Sprecher des MabeB-AK zu richten. - Nach den Fachvorträgen werden am 27. Okt. 2001 die Sprecher des MabeB-AK für die Jahre 2002/2003 gewählt werden.

Kontakt:

Prof. Dr. Karlheinz Fingerle
Universität Gh Kassel
E-Mail: fingerle@uni-kassel.de

Bericht aus dem Arbeitskreis "Geometrie"

Michael Toepell

- Sitzung am 6. März 2001 auf der GDM-Jahrestagung in Ludwigsburg -

Anwesende: Thomas Ackermann (Weingarten), Karsten Alpers (München), Gerhard Becker (Bremen), Albrecht Beutelspacher (Gießen), Claudia Böttinger (Essen), Heinrich Bubeck (Weingarten), Albert Gächter (Niederwil), Hans-Joachim Gorski (Münster), Andreas Gruner (Essen), Corina Kreß (Frankfurt), Katja Krüger (Frankfurt), Frantisek Kurina (Hradec Králové/Königgrätz), Matthias Ludwig (Würzburg), Peter H. Maier (Freiburg), Caroline Merkel (Nürnberg), Kurt Peter Müller (Karlsruhe), Susanne Müller-Philipp (Münster), Michael Neubrand (Flensburg), Lothar Profke (Gießen), Horst Struve (Köln), Michael Toepell (Leipzig), Ingo Weidig (Landau).

Wie bereits im Bericht zur Potsdamer Arbeitskreissitzung angekündigt (28.2.2000; GDM-Mitteilungen Nr.70/ Juni 2000, S. 70), hat sich der Arbeitskreis vorgenommen, das Problemfeld *Raumgeometrie* verstärkt zu diskutieren. So stand auf der Herbsttagung 2000 des Arbeitskreises in Donaueschingen (Bericht: GDM-Mitteilungen Nr.71/ Dezember 2000, S. 14-18) die *Raumgeometrie in der Primar- und Sekundarstufe* im Mittelpunkt.

Die Diskussion führte immer wieder auch auf Fragen der nicht-elementaren Raumgeometrie - wie etwa auf die Frage nach der Beziehung zwischen der Inhaltsgleichheit ("Euklidische Gleichheit", Ergänzungsgleichheit) und der Zerlegungs-

gleichheit (früher: Flächengleichheit). Im 19. Jahrhundert konnte bewiesen werden, dass alle zerlegungsgleichen Polygone auch inhaltsgleich sind (s. z.B. M. Toepell: Über die Entstehung von David Hilberts "Grundlagen der Geometrie". Göttingen 1986, S.138f.). Anders liegen die Verhältnisse im Raum, wie ein grundlegendes fachlich-raumgeometrisches Problem vor hundert Jahren zeigte:

Beim Internationalen Mathematiker-Kongress 1900 in Paris äußerte DAVID HILBERT im Anschluss an GAUSS die Vermutung, dass es volumen- (d.h. inhalts-) aber nicht zerlegungsgleiche Polyeder gäbe (Drittes Hilbertsches Problem). Kurze Zeit später konnte sein Doktorand MAX DEHN zeigen, dass es in der Tat derartige Polyeder gibt (Habilitationsschrift 1901).

Für die Arbeitskreissitzung am 6.3.01 hatte Herr PD Dr. KLAUS VOLKERT zum hundertjährigen Gedächtnis an MAX DEHNs Lösung einen Vortrag "Zur Geschichte der Zerlegungsgleichheit in Ebene und Raum" angekündigt, war aber leider durch anderweitige Verpflichtungen verhindert. Herr Prof. Dr. LUTZ FÜHRER sprang dafür kurzfristig ein und behandelte das Thema im Rahmen eines Überblicks über die Geschichte des Rauminhaltsbegriffs.

Nach seiner Auffassung sind nach verschiedenen praktischen und theoretischen Bestimmungsverfahren in Spezialfällen erst vom frühen 17. Jahrhundert an allgemeine Berechnungsmethoden gesucht worden (KEPLER, CAVALIERI), bevor dann in der ersten Hälfte des 19. Jahrhunderts allmählich grundsätzliche Fragen nach der Berechen- oder Approximierbarkeit für ebene oder räumliche "Gegenstände" aufkamen (BOLYAI, GERWIEN).

Erst danach hat man sich auch für die Klärung des Volumenbegriffs interessiert. Von DEHNs Feststellung der Unvermeidbarkeit von Approximationstechniken selbst bei einfachsten Körpern über die Hausdorff-Banach-Tarski-Paradoxien ist erst im Verlauf des 20. Jahrhunderts mit Hilfe des "Dritten Cantorschen Diagonalverfahrens" (VITALI, 1905) klar geworden, dass die Approximationstechniken zwar in der Ebene (BANACH), aber nicht im Raum auf alle beschränkten Teilmengen konsistent ausgedehnt werden können. Neue Resultate über das Volumen von flexiblen Polyedern zeigten, dass die Rauminhaltsproblematik keinesfalls abschließend geklärt ist.

Anschließend wurden organisatorische Fragen des Arbeitskreises besprochen. Die diesjährige **Herbsttagung** wird vom Freitagabend, den **14. September**, bis Sonntagmittag, den **16. September 2001**, im **Hedwig-Dransfeld-Haus** in Bendorf a.Rhein unter der örtlichen Tagungsleitung von Herrn PD Dr. KLAUS VOLKERT (Universität Frankfurt a.M.) stattfinden. Die Tagung steht - unter anderem im Hinblick auf die zunehmende Bedeutung der dynamischen Geometriesoftware - unter dem Thema

Geometrie - beweglich und starr

Dabei sollen auch Fragen der Grund- und Hauptschule Berücksichtigung finden. Mitglieder des Arbeitskreises erhalten, wie immer, eine Einladung zugeschickt. Interessenten können nähere Informationen erhalten bei:

Kontakt: Prof. Dr. Michael Toepell
Erziehungswissenschaftliche Fakultät, Universität Leipzig
Karl-Heine-Str. 22 b, 04229 Leipzig, Tel. (0341) 97-31452 (-31450)
e-mail: toepell@rz.uni-leipzig.de

KURZNOTIZEN

► Leserbrief: Jahrestagung der GDM 2002 und 1999

Peter Bender, Martin Bruns, Hauke Friedrich, Hans-Dieter Rinkens, Hartmut Spiegel, Wolfgang Werthschulte

Die Fachgruppe 'Mathematik und ihre Didaktik' der Universität Paderborn begrüßt, dass auf der 36. Jahrestagung der GDM im Jahre 2002 in Klagenfurt

Tommy Dreyfus

einer der Haupt-Vortragenden sein wird.

Als wir 1999 noch die 33. Jahrestagung der GDM ausrichten sollten und wollten, hatten wir unter dem Motto "Die Herausforderung durch die Neuen Medien an den Mathematik-Unterricht als zentrales Fach an der allgemeinbildenden Schule" Dreyfus bereits als Hauptvortragenden vorgesehen. Leider sagte den GDM-Oberern unsere Hauptvortragenden-Auswahl nicht zu, und zwar entzündete sich der Dissens genau an der Person Dreyfus.

Als wir unsere Auswahl nicht durchsetzen konnten, gaben wir den Auftrag zur Ausrichtung der Jahrestagung zurück. Dies führte dazu, dass die GDM 1999 eine sehr schöne Tagung in der attraktiven Schweizer Bundes-Hauptstadt Bern erleben durfte. Abgesehen davon, dass eine Gruppe (Paderborn) als potentielle Veranstalterin weggefallen ist, wendet sich ja jetzt bis zum Jahr 2002 alles noch zum Guten.

► Tagungsbände

☆ *Developments in Mathematics Education in Germany*

- **Selected Papers from the Annual Conference on Didactics of Mathematics, Regensburg 1996 and Leipzig 1997** -

Mittlerweile sind die englischsprachigen Tagungsbände der Jahrestagungen der GDM von Regensburg 1996 und Leipzig 1997 im Verlag Franzbecker erschienen. Sie sind auch als Netzversion zugänglich: <http://www.mathematik.de/gdm> und dort unter „Aktuelles“. Die Jahresbände von 1998 und 1999 werden gerade zusammengestellt und in Kürze herausgegeben.

Developments in Mathematics Education in Germany, Selected Papers from the Annual Conference on Didactics of Mathematics, Hrsg.: Hans-Georg Weigand, Elmar Cohors-Fresenborg, Ken Houston, Hermann Maier, Andrea Peter-Koop, Kristina Reiss, Günter Törner, Bernd Wollring, Regensburg 1996, Franzbecker-Verlag ISBN 3-88120-325-7 38,80 DM