

Themenforum: PISA

PISA - Presseerklärung der GDM zur Veröffentlichung der Testergebnisse*

Lesekompetenz, naturwissenschaftliche Grundbildung und Mathematikverständnis standen bei PISA, der von der OECD initiierten internationalen Vergleichsstudie bei 15-jährigen Schülerinnen und Schülern, auf dem Prüfstand. Damit umfasst PISA einen wesentlichen Teil des Bildungsauftrags der Schule und macht Aussagen, die über das einzelne Fach weit hinausgehen. Als wissenschaftliche Gesellschaft der Hochschullehrer und Lehrer, die sich mit schulbezogener Forschung im Fach Mathematik beschäftigen, möchten wir die Resultate des **Mathematikteils** der Untersuchung einer ersten Bewertung unterziehen.

Grundsätzlich befürworten wir die *empirische* Überprüfung von Schulleistungen und der damit zusammenhängenden Faktoren. Nur so können auf nachprüfbarer Grundlage Aussagen über den momentanen Stand und über Wirkungsfaktoren gemacht werden. Das wiederum kann als Basis für die Diskussion möglicher Veränderungen im Schulsystem dienen. Wir möchten aber ausdrücklich vor übereilten Schlussfolgerungen *warnen*; erst durch eine gründliche Auswertung der vorliegenden Ergebnisse können fundierte Vorschläge für notwendige Änderungen des Mathematikunterrichts gemacht werden. Im Rahmen von PISA wurde die Fähigkeit untersucht, mathematisches Wissen *funktional, flexibel* und im Hinblick auf *kontextbezogene Probleme* anzuwenden. Dabei kam es weniger auf Rechenfertigkeiten an, vielmehr stand **mathematisches Modellieren realer, realitätsbezogener und innermathematischer Probleme** im Vordergrund. Die Ergebnisse zur mathematischen Grundbildung zeigen, dass Deutschland im unteren Mittelfeld liegt, wobei die Leistungen in etwa auf einer Stufe mit denen der USA und Ungarns liegen. Der Vorteil des in der Untersuchung verwendeten Auswertungsverfahrens besteht darin, dass hier nicht nur den einzelnen Ländern Rangplätze zugeordnet werden können, sondern dass Aussagen über den *absoluten Stand* möglich werden. So ist Deutschland zwar, was die Mathematikleistung betrifft, auf Rang 21 (von 32 Ländern), der Mittelwert liegt aber mit 490 noch relativ nahe am Mittelwert aller Länder von 500. Die beiden Länder, die besonders schlecht abschneiden (Mexiko und Brasi-

* Veröffentlicht am 5.12.2001.

lien), haben einen Mittelwert von 334 bzw. 387; das beste Land (Japan) erreicht allerdings einen Mittelwert von 557 und liegt damit eine halbe Standardabweichung über dem Durchschnitt. Auffallend und erschreckend ist bei den *deutschen* Schülern eine *breite Streuung der Leistungen*. Insbesondere kommt knapp ein Viertel der Jugendlichen nicht über Kompetenzen hinaus, die wesentlich durch Kenntnisse auf Grundschulniveau bestimmt sind.

Auch wenn die schwachen Ergebnisse der deutschen Schülerinnen und Schüler nur vier Jahre nach TIMSS nicht unbedingt überraschen, so machen sie betroffen und müssen zu Konsequenzen in der Schule, in der Lehramtsausbildung und in der Gestaltung der gesellschaftlichen Rahmenbedingungen für Schule und Unterricht führen. Dabei darf allerdings nicht übersehen werden, dass es keine schnellen und einfachen Rezepte für die Verbesserung von Unterrichtsergebnissen gibt. Wir müssen konsequent in einen Prozess eintreten, dessen Erfolge nicht nach Monaten, sondern erst nach Jahren oder Jahrzehnten sichtbar werden können. Die "PISA-Defizite" sind ein politisches und gesellschaftliches Problem, sodass Veränderungen nur dann möglich sind, wenn sich alle an Bildung interessierten gesellschaftlichen Gruppen an der Lösung des Problems beteiligen. Gefordert ist ein ganzes Bündel von Maßnahmen, die einen problemorientierten, schülergerechten und zukunftsfähigen Mathematikunterricht stützen.

Die Gesellschaft für Didaktik der Mathematik sieht dabei insbesondere in den folgenden **Problemfeldern einen dringenden Handlungsbedarf**:

- (1) **Änderung der Unterrichtskultur:** Es gibt keine Alternative zu einem anspruchsvollen, anstrengenden und herausfordernden Unterricht, in dem Schülerinnen und Schüler ausreichend Gelegenheit erhalten, selbstständig und selbsttätig zu lernen, sich aktiv mit Problemen auseinander zu setzen und Lösungen selbst zu finden. Vielfach wird in diesem Zusammenhang von einer neuen Lern-, Denk- und Anstrengungskultur gesprochen. Allerdings ist Selbsttätigkeit alleine noch kein Lernziel. Lernen heißt, neue Inhalte mit alten in Beziehung zu setzen, Zusammenhänge zu erkennen und fähig sein, diese systematisch einzuordnen. Guter Unterricht ist ein Wechselspiel zwischen lehrergeleitetem und schülerorientiertem Unterricht, zwischen Instruktion (seitens des Lehrers) und Konstruktion (seitens des Schülers). Damit verbunden sein sollte eine Änderung der Aufgabenkultur, die weniger ein einfaches Kalkül als vielmehr die mathematische Durchdringung und Modellierung von Problemen betont.
- (2) **Entwicklung von Interesse.** Interesse ist die Grundlage jeglichen Lernens. Interesse muss sich entwickeln, es bedarf einer Atmosphäre der Muße (im Sinne der ursprünglichen Bedeutung des Wortes "Schule"), in der man den Schülerinnen und Schülern Zeit gibt und ihnen die Möglichkeit bietet, sich auf Themenbereiche einzulassen. Es kommt nicht darauf an, möglichst viele Inhalte im Mathematikunterricht abzuarbeiten, sondern die ausgewählten Inhalte mit genügender Tiefe zu behandeln. Auch Interesse stellt sich nicht von alleine ein, sondern kann nur auf vorhandenem Wissen aufbauen.

(3) **Lehrerbildung.** Deutsche Lehrerinnen und Lehrer sind fachlich gut ausgebildet. Das ist eine notwendige Voraussetzung ihrer Tätigkeit. Doch Lehrer sollen im Unterricht auch ihre Schülerinnen und Schüler dazu bringen, Kreativität zu entfalten, im Team zu arbeiten und miteinander zu kooperieren. Die Lehramtsausbildung muss der Ort werden, an dem angehende Lehrerinnen und Lehrer diese Fähigkeiten lernen, indem sie diese selbst bereits während ihrer Ausbildung praktizieren. Nur wenn man selbst die Vorteile derartiger Arbeitsweisen erlebt hat, wird man auch andere davon überzeugen können. Dies gilt nicht nur für die Ausbildung, sondern auch für die Fortbildung von Lehrerinnen und Lehrern. Hier sollten sehr schnell Maßnahmen ergriffen werden, um die fachdidaktische Kompetenz im Hinblick auf einen problemorientierten Mathematikunterricht zu steigern, in dem eine Förderung von schwächeren und stärkeren Schülern individuell erfolgen kann.

(4) **Neue Technologien.** Das Arbeiten mit neuen Technologien ist fast zwangsläufig ein individualisierter Unterricht, in dem Partnerarbeit und Teamarbeit eine wichtige Rolle spielen. Der Umgang mit neuen Technologien entlastet von schematischen kalkülhaften Rechnungen und gibt Zeit und Raum für kreative Überlegungen und alternative Lösungsmöglichkeiten. Der Einsatz neuer Technologien bringt nicht die Lösung der Schulprobleme, aber der Computereinsatz kann zu einem Katalysator für eine neue Unterrichtskultur werden.

Die Testergebnisse von PISA sind ohne Zweifel bedenklich, sie sollten aber nicht zum Anlass für schnelle und unüberlegte Änderungen genommen werden. Insbesondere wäre es ein Missverständnis, Mathematikunterricht einzig auf *Anwendungen beschränken* zu wollen. Mathematische Modellierungen können Realität fassbar machen, sie können aber auch *innermathematisch* eine Bedeutung haben. Diese Breite und Vielfalt mathematischer Anforderungen spiegeln die nationalen und internationalen PISA-Aufgaben wider. Es ist eine Aufgabe der Schule und insbesondere des Mathematikunterrichts, intellektuelle Fähigkeiten jenseits ihrer unmittelbaren Anwendbarkeit im praktischen Leben zu entwickeln, philosophische Gedanken zu ermöglichen und intellektuelles Denken zu schulen. Der gegenwärtige Mathematikunterricht ist dieser Idee verpflichtet, indem er beispielsweise Denkweisen beim Umgang mit idealen geometrischen Objekten aufzeigt, die – in unserer Welt nicht vorhandene – Unendlichkeit im Rahmen mathematischen Denkens und mathematischer Formeln erschließt, und den Umgang mit Symbolen als eine Grundlage einer formalen Wissenschaft trainiert. Die Konsequenz aus PISA kann also nicht sein, alle bisher verfolgten Ansätze über Bord zu werfen. Vielmehr gilt es, sinnvolle Inhalte zu bewahren, dabei aber offen und lernfähig für Neues zu sein.

Für die Gesellschaft für Didaktik der Mathematik:

Prof. Dr. Kristina Reiss (Oldenburg)

Prof. Dr. Hans-Georg Weigand (Würzburg)

Was hat PISA 2000 den Mathematikerinnen und Mathematikern zu sagen?

Kristina Reiss und Günter Törner¹

Seit dem 4. Dezember 2001 liegen die ersten Ergebnisse der PISA-Studie² (Programme for International Student Assessment) vor. In dieser Studie, an der 32 Länder innerhalb und außerhalb der OECD beteiligt waren, werden die Lesekompetenz, die mathematische Grundbildung und die naturwissenschaftliche Grundbildung in der Altersgruppe der 15-Jährigen betrachtet. Zusätzlich wurden Daten erhoben, die individuelle Merkmale, das familiäre Umfeld und schulbezogene Aspekte betreffen. Mehr als 50000 Schülerinnen und Schüler nahmen in der Bundesrepublik an der ersten Untersuchung, PISA 2000 genannt, teil. Das wenig erfreuliche, aber leider nicht unerwartete Abschneiden der deutschen Jugendlichen in den Leistungstests hat PISA nach TIMSS einen erheblichen Stellenwert in der bildungspolitischen Diskussion gegeben. Es ist zu erwarten, dass wir dieses Schlagwort noch geraume Zeit vernehmen werden.

Wir hatten in früheren Heften bereits auf die anstehenden Erhebungen und möglicherweise ernüchternden Ergebnisse hingewiesen. Die Deutsche Mathematiker-Vereinigung (DMV)³ wie auch die Gesellschaft für Didaktik der Mathematik (GDM)⁴ haben sofort mit Presseerklärungen reagiert, in denen auf dringend notwendig scheinende Konsequenzen hingewiesen wurde. Zusätzlich hat der seinerzeitige Präsident Prof. Dr. GERNOT STROTH einen offenen Brief an die zum Zeitpunkt der Veröffentlichung amtierende KMK-Vorsitzende, Frau Dr. ANNETTE SCHAVAN, wie auch an die Ministerin für Bildung und Forschung, Frau EDELGARD BULMAHN, gesandt.

Doch die Auseinandersetzung mit PISA und den möglichen Folgen hat gerade erst begonnen. Auch in den nächsten Jahren werden wir in dieser Hinsicht mit eher unbequemen Botschaften rechnen müssen. Wir möchten daher eine Diskussion darüber beginnen, inwieweit wir als Mathematikerinnen und Mathematiker Einfluss auf die Bearbeitung unstrittiger Defizite nehmen können und sollen. Sicherlich sind wir nicht die Einzigen, die sich mit diesen Fragen auseinander setzen müssen. PISA hat an erster Stelle auch deutlich gemacht, dass nicht nur fachbezogene Aspekte eine Rolle bei der Erklä-

¹ Dieser Beitrag wurde – brückenbildend – für die Mitglieder der Deutschen Mathematiker-Vereinigung (DMV) verfasst [M.T.]. Aus: Mitteilungen der Deutschen Mathematiker-Vereinigung (2002) Heft 2, S.45-51.

² <http://www.mpib-berlin.mpg.de/PISA/>

³ <http://www.mathematik.uni-bielefeld.de/DMV/archiv/memoranda/pisa01.html>

⁴ http://www.max04.mathematik.uni-wuerzburg.de/~gdm/aktuelles/pisa_gdm.html

rung von Leistungsvarianz spielen. So macht es nachdenklich, dass die deutschen Schülerinnen und Schüler in der Länderrangskala sowohl im Hinblick auf die Mathematikleistungen als auch im Hinblick auf die Lesekompetenz nur einen Platz im unteren Mittelfeld erreichen. Genauso macht es nachdenklich, dass Schulleistung auch zu Beginn des 3. Jahrtausends in unserem Land noch immer eng mit der sozialen Herkunft korreliert. Es liegt auf der Hand, dass die Ursachen nicht monokausal erklärt werden können, sondern wohl aus einer Mischung aus wenig günstigen Bedingungen bestehen, zu denen neben allgemein gesellschaftlichen auch schulische und hier wiederum auch auf das Fach bezogene Aspekte beitragen.

Es ist natürlich leicht, mit einseitigen Schuldzuweisungen zu reagieren. So konnte man in den letzten Monaten vielfach in der Presse lesen, wo die angeblichen Ursachen im Bildungssystem zu suchen seien. Ob man nun dem Unterricht in der Grundschule oder den kaum vorhandenen Ganztageschulen Erklärungsbedeutung zumessen will, macht keinen Unterschied. Zum jetzigen Zeitpunkt sind solche Folgerungen nicht möglich. Man muss deutlich sehen, dass PISA Defizite beschrieben und Zusammenhänge offen gelegt hat, die Ursachen aber aus der Studie nicht vorschnell abgeleitet werden können. Insofern wollen wir uns auch keineswegs an einer spekulativen bildungspolitischen Diskussion beteiligen. Wir fragen uns lediglich, welche der im Rahmen von PISA als relevant für die Mathematikleistung betrachteten Aspekte wir als *Mathematiker und Mathematikerinnen an den Universitäten* in fachlicher und fachdidaktischer Perspektive mittelbar und unmittelbar beeinflussen können.

Dieser Artikel soll eine Diskussion anstoßen, für die wir uns vor allem Sachlichkeit wünschen. Gestatten Sie dennoch eine provokative Frage vorweg. Wann haben Sie, lieber Leser, liebe Leserin, zuletzt an einem ganz normalen, alltäglichen Mathematikunterricht in irgendeiner Schule teilgenommen? Wenn Ihre Erfahrungen mit Unterricht ein paar Jahre zurück liegen sollten, dann nehmen Sie doch PISA zum Anlass, einen aktuellen Einblick in die Schulwirklichkeit zu finden und Wissen über Unterricht aus "erster Hand" aufzubauen. Immer wieder wird in Diskussionen deutlich, dass vermeintliches Wissen über Unterricht nicht auf eigenen Erfahrungen, sondern auf Gehörtem und Gelesenem basiert. Wir denken, dass auch indirekte Erfahrungen, wie sie Hochschullehrer etwa über die Beurteilung der mathematischen Kompetenz ihrer Studienanfänger machen oder wie ein jeder von uns sie im privaten Umfeld in der Rolle als Mutter, Vater, Onkel, Tante macht (ganz unabhängig davon, ob es gute oder schlechte Erfahrungen sind) keinesfalls den direkten Kontakt zum Lernort Schule ersetzen können. Eigene Erfahrungen ändern zwar nichts an den wesentlichen Erkenntnissen aus PISA, sie lassen aber eine eigene Einordnung zu und können so vielleicht zu der oben gewünschte; Sachlichkeit der Diskussion beitragen.

Die folgenden Abschnitte sollen einige *basic facts* zu PISA liefern und haben die Funktion einer Diskussionsgrundlage, die kurz und knapp in die Thematik einführen soll. Dabei können nicht alle wesentlichen Aspekte von PISA beschrieben werden. So müs-

sen wir beispielsweise darauf verzichten, etwas zum bedrückenden Zusammenhang zwischen Schulleistung und sozialer Herkunft zu sagen. Wir halten diesen Zusammenhang für eines der Ergebnisse von PISA, um die sich unsere Gesellschaft dringend kümmern muss und die Konsequenzen fordern. Für die vertiefte Lektüre seien deshalb weitere Texte empfohlen, auf die wir uns hier auszugsweise beziehen: das internationale Rahmenkonzept von PISA [5], das Rahmenkonzept des Deutschen PISA-Konsortiums [4], die ersten deutschen PISA-Ergebnisse 2000 [3], veröffentlicht durch das Deutsche PISA-Konsortium, die offizielle Stellungnahme der OECD zu den Ergebnissen [6] und nochmals zur Erinnerung die deskriptiven deutschen TIMSS/II-Ergebnisse [1] sowie die sehr empfehlenswerten Auswertungen der deutschen TIMSS/III-Erhebungen [21]. Darüber hinaus hat das Bundesministerium für Bildung und Forschung erst kürzlich eine Broschüre herausgegeben, in der die Ergebnisse von TIMSS die Grundlage für Impulse an Schule und Unterricht bilden (vgl. [7]).

1. Rahmendaten von PISA

1.1 Was misst PISA?

Es waren nicht zuletzt die wenig erfreulichen TIMSS-Ergebnisse in einigen OECD-Staaten, die eine gründlichere Bestandsaufnahme der Bildungs- und insbesondere Mathematikleistungen nahe gelegt haben.

Das Grundkonzept von PISA besteht darin, dass schulische Leistungen im Spiegel mehrerer Kompetenzbereiche erfasst und beurteilt werden sollten. So wurden die Kompetenzbereiche Lesekompetenz (*reading literacy*), mathematische Grundbildung (*mathematical literacy*) und naturwissenschaftliche Grundbildung (*scientific literacy*) zu einem Bündel von Schlüsselqualifikationen geschnürt. Daneben geht es in der Untersuchung um fachübergreifende Kompetenzen (*cross-curricular competencies*) wie beispielsweise die Fähigkeit zum selbstregulierten Lernen oder die Fähigkeit zur Kooperation und Kommunikation, wobei auch mögliche Zusammenhänge zwischen diesen Faktoren untersucht werden.

Wenn wir also von den PISA-Ergebnissen reden, so geht es zunächst einmal um ein ganzes Konzept, das in den Erhebungen PISA 2000, PISA 2003 und PISA 2006 realisiert wird. Die Erhebungen haben einen jeweils anderen Schwerpunkt, der in den Hauptbereichen Lesekompetenz (2000), Mathematik (2003) und Naturwissenschaften (2006) liegen wird. Die untersuchte Stichprobe besteht aus 15-jährigen Schülerinnen und Schülern. Es handelt sich somit um eine Altersgruppe, die in fast allen OECD-Mitgliedsstaaten noch der Vollzeitschulpflicht unterliegt. Während sich die Schülerinnen und Schüler in zwei Dritteln der Testzeit einem Hauptbereich widmen, verteilt sich die restliche Zeit auf alle anderen Bereiche, wobei wiederum in den verschiedenen Erhebungen unterschiedliche Schwerpunkte gebildet werden. Auf diese Weise können

zusammenfassende Leistungsprofile erfasst werden. Mit anderen Worten: Wir registrieren und diskutieren an dieser Stelle erste internationale wie auch nationale Ergebnisse der Erhebung des Jahres 2000, in denen mathematische Grundbildung zwar eine Rolle spielte, müssen aber beachten, dass sich die Untersuchung erst im Jahr 2003 schwerpunktmäßig mit Mathematik befassen wird.

1.2 Mathematische Literalität als Grundbildungsansatz

Während bei TIMSS die Testaufgaben mit Blick auf die Lehrpläne entwickelt wurden (die Curriculumvalidität von TIMSS/II betrug für das deutsche Sample 95 Prozent), liegt der besondere Charakter des mathematischen PISA-Testprogramms in der noch stärkeren Ausrichtung an einer mathematischen Grundbildung unter deutlicher Berücksichtigung fachdidaktischer Aspekte. Doch wer setzt die Norm, wessen "Philosophie" von mathematischer Bildung war für die Auswahl der Testitems maßgebend?

Basis ist die so genannte *mathematical literacy*, unter der man die Fähigkeit versteht, die Rolle, die Mathematik in der Welt spielt, zu erkennen und zu verstehen, begründete mathematische Urteile abzugeben und sich auf eine Weise mit der Mathematik zu befassen, die den Anforderungen des gegenwärtigen und künftigen Lebens einer Person als eines konstruktiven, engagierten und reflektierenden Bürgers entspricht ([5], S. 41). Mathematische Kompetenz besteht also im Rahmen von PISA nicht nur aus der Kenntnis mathematischer Sätze und Regeln und der Beherrschung mathematischer Verfahren. Mathematische Kompetenz zeigt sich vielmehr im verständnisorientierten Umgang mit Mathematik und in der Fähigkeit, mathematische Begriffe als "Werkzeuge" in einer Vielfalt von Kontexten einzusetzen. Mathematik wird als wesentlicher Inhalt unserer Kultur angesehen, gewissermaßen als eine Art Sprache, die von den Schülerinnen und Schülern verstanden und funktional genutzt werden sollte.

Es kann nicht von der Hand gewiesen werden, dass dieser Begriff der mathematischen Grundbildung in der angelsächsischen bildungstheoretischen Diskussion stärker als bei uns in der *Schulwirklichkeit* verankert ist. Das belegen beispielsweise die Empfehlungen des *National Council of Teachers of Mathematics (NCTM)*⁵ in den Vereinigten Staaten zum Mathematikunterricht. Hier sind fachbezogene und fachübergreifende *Principles* und *Standards* die Grundlage, weniger die mathematischen Inhaltsbereiche. Bei Didaktikern ist dieser Ansatz aber auch in der Bundesrepublik gut bekannt,⁷ realisiert er doch Ideen des in die Niederlande emigrierten deutschen Mathematikers HANS FREUDEN-

⁵ National Council of Teachers of Mathematics (NCTM). 1991. Professional standards for teaching mathematics. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

⁶ National Council of Teachers of Mathematics (NCTM). 2000. Principles and standards for school mathematics. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

⁷ Hier wird das Problem deutlich, wie zurückhaltend der Einfluss wissenschaftlicher Positionen auf die Bildungsadministration und die Lehrplangestaltung ist.

THAL⁸. FREUDENTHALS Sichtweise findet dabei eine hohe Zustimmung, die Realisierung steckt allerdings noch in den Kinderschuhen. Die niederländische Konzeption der *Realistic Mathematics Education* (RME) ist als konkrete Umsetzung dieser Ideen in der Schulwirklichkeit anzusehen. Um missverständlichen Fehlinterpretationen hinsichtlich des Wortes *realistic* vorzubeugen, zitieren wir aus DE LANGE⁹:

Eine realistische Problemstellung (*real world problem*) wird benutzt, um mathematische Konzepte zu entwickeln. Dieser Prozess kann begriffliche Mathematisierung genannt werden: Es geht nicht in erster Linie darum, die Problemstellung zu lösen, um Problemlösefähigkeiten zu entwickeln, sondern die entscheidende Bedeutung liegt in der damit ermöglichten Erkundung neuer mathematischer Begriffe.

Mit anderen Worten: Es geht wesentlich um die Aneignung mathematischer Begrifflichkeiten in einem authentischen Kontext. Dabei unterstellt PISA, dass die konkrete Bearbeitung und Lösung einer mathematischen Aufgabenstellung als Prozess der Erstellung, Verarbeitung und Interpretation eines mathematischen Modells verstanden werden kann. In diesem Sinn lassen sich die Aufgaben des PISA-Tests nach zwei Arten der Modellierung klassifizieren: rechnerische und begriffliche Modellierungsaufgaben.

1.3 Mathematische Grundbildung - Anspruch und Wirklichkeit

Die Orientierung im Sinne einer *mathematical literacy* wird auch in der in Deutschland geführten Diskussion immer wieder sichtbar. Die Autoren des deutschen PISA-Berichts (vgl. [3]) verweisen insbesondere auf die von HEINRICH WINTER¹⁰ formulierten Aspekte. Stärker als im Konzept der *Realistic Mathematics Education* wird in WINTERS Ansatz hervorgehoben, dass zur mathematischen Grundbildung auch gehört, Mathematik als "deduktiv geordnete Welt eigener Art" zu sehen. Gerade der deutsche Mathematikunterricht orientiert sich vor dem Hintergrund eines solchen Rahmens stark an mathematischen Inhaltsbereichen, also an "Stoffgebieten", eine Sichtweise, die bei der *mathematical literacy* im Sinne von PISA letztlich weniger relevant ist. Entsprechend den Vereinbarungen bei der Entwicklung der PISA-Tests können solche Aufgabenstellungen aber im nationalen Ergänzungskonzept berücksichtigt werden.

Den Kernaspekten einer mathematischen Grundbildung (rechnerische Modellierungsaufgaben, begriffliche Modellierungsaufgaben) sind insgesamt 31 sogenannte internationale PISA-Aufgaben zuzuordnen; daneben gibt es weitere 86 so genannte nationale

⁸ Freudenthal, H. 1973: Mathematik als pädagogische Aufgabe I/II. Stuttgart: Klett.

⁹ De Lange, J. 1996: Real problems with real world mathematics. In C. Alsina; J.M. Alvarez, M. Niss; A. Pérez; L. Rico et A. Sfard (Eds.): Proceedings of the 8th International Congress on Mathematical Education, pp. 83-110. Sevilla: S.A.E.M. Thales.

¹⁰ Winter, H. 1995. Mathematikunterricht und Allgemeinbildung. Mitteilungen der Gesellschaft für Didaktik der Mathematik 61, 37-46.

PISA-Aufgaben. Es wurden vermehrt innermathematische Fragestellungen aufgenommen und auch "technische Aufgaben", die nur Fertigkeiten und Faktenwissen erfordern. Zusätzlich wurde die nationale Ergänzung dazu benutzt, die herkömmlichen Stoffgebiete (z. B. Arithmetik, Algebra, Geometrie) ausgewogen im Test abzubilden ([3], Seite 156). Der Vollständigkeit halber sollte erwähnt werden, dass die sogenannte latente Korrelation zwischen nationalen und internationalen Aufgaben einen Wert um 0,90 erreicht. Dieser Wert, der selbst für eine latente Korrelation außerordentlich hoch ist, macht deutlich, welch engen Zusammenhang national und international verwendete Testsysteme zeigen.

2. Ergebnisse

2.1 Mathematische Grundbildung im internationalen Vergleich

In der Öffentlichkeit fand primär die Rangliste der teilnehmenden Länder Beachtung. Dabei ist die Bundesrepublik Deutschland bei 31 Teilnehmerstaaten und einem geeichten OECD-Durchschnitt des Mittelwertes von 500 mit 490 Punkten im unteren Mittelfeld zu finden. Deutschland befindet sich damit direkt hinter den Vereinigten Staaten, was mit den Ergebnissen aus TIMSS korrespondiert [s. Abb. 1].

Der Standardmessfehler, der angibt, wie genau ein Wert gemessen werden kann, wird mit nur 2,5 angegeben. Damit haben die Ergebnisse einen akzeptablen Grad an Zuverlässigkeit.

Auffallend ist, dass sich die Staaten relativ klar nach Regionen bzw. (im Fall der angelsächsischen Spitzengruppe) nach kulturellen Traditionen gruppieren. Um so bemerkenswerter ist es, dass Deutschland mit einem Mittelwert von 490 deutlich unter den Werten aller übrigen west- und nordeuropäischen Länder, mit Ausnahme von Luxemburg, bleibt (vgl. [3, Seite 175]).

2.2 Die PISA-Kompetenzstufen

Die Ergebnisse werden noch aussagekräftiger und besser interpretierbar, wenn man die Zuordnung der Items zu verschiedenen Stufen mathematischer Kompetenz berücksichtigt. Dabei sind insgesamt fünf Kompetenzstufen zu unterscheiden ([3], Seite 159f.).

Kompetenzstufe I wird über das Rechnen auf Grundschulniveau bestimmt. Immerhin kommen 17 Prozent der deutschen Stichprobe nur auf dieses Niveau und können allerhöchstens Aufgaben bearbeiten, in denen einfaches arithmetisches (oder geometrisches) Wissen in Standardsituationen angewendet wird. Auf Kompetenzstufe II können einfachste begriffliche Modellierungen vorgenommen werden, die in einen außermathematischen Kontext eingebunden sind. Dabei ist auch hier nur dann eine Lösung möglich,

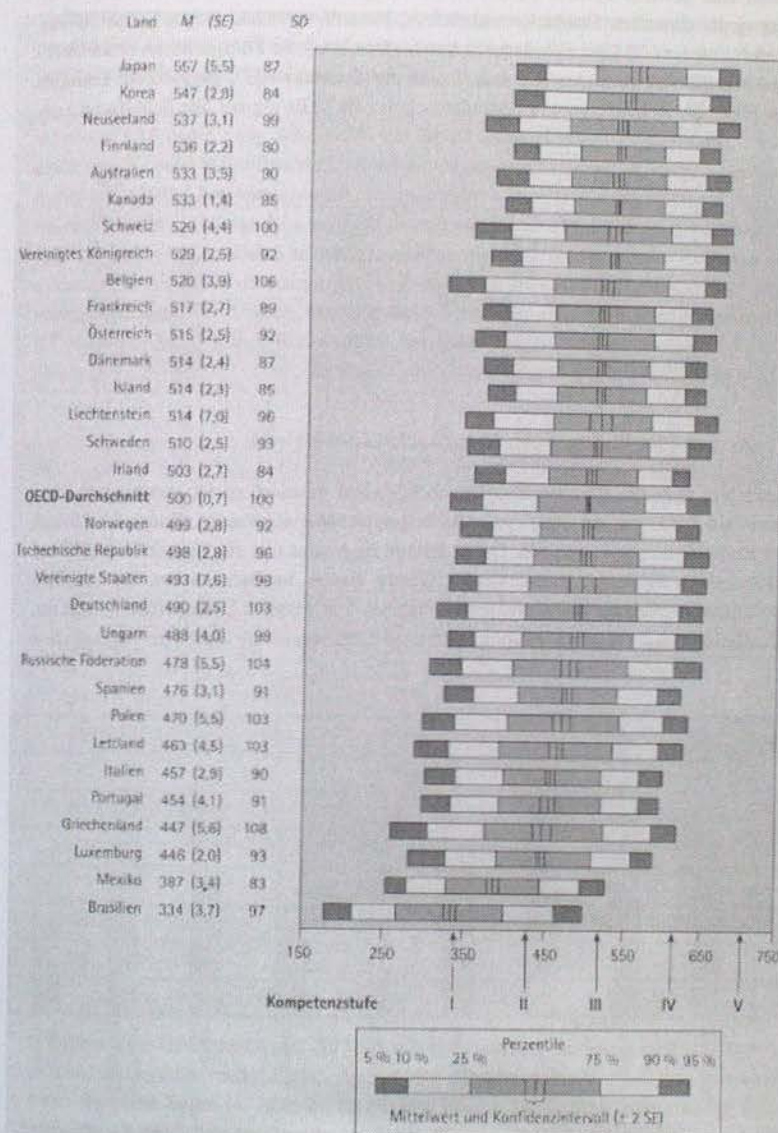


Abbildung 1: Testleistungen der Schülerinnen und Schüler in den Teilnehmerstaaten: Mathematik

wenn eine gewisse Struktur bereits in der Aufgabenstellung vorgegeben ist. Fast ein Drittel der deutschen Probanden, nämlich 32 Prozent, erreichen gerade dieses Niveau. Kompetenzstufe III lässt sich dadurch beschreiben, dass die *Fähigkeit zum Modellieren und begriffliches Verstehen auf dem Niveau der Sekundarstufe I* gegeben ist. Damit ist vor allem die Beherrschung des Standardschulstoffs in Bezug auf alle Schulformen gemeint. Auch hier ist es ein knappes Drittel der Stichprobe, ganz genau 31 Prozent der Befragten, deren mathematische Fähigkeiten bis zu diesem Bereich gehen. Ein höheres Niveau erreichen schließlich nur wenige deutsche Schülerinnen und Schüler. Aufgaben der Kompetenzstufe IV, die durch das *Bewältigen von umfangreichen Modellierungen auf der Basis anspruchsvoller Begriffe* gekennzeichnet ist, werden von lediglich 12 Prozent der deutschen 15-Jährigen gelöst. Auf der Kompetenzstufe V, die für die *komplexe Modellierung und innermathematisches Argumentieren* steht, findet man dann gerade noch 1,3 Prozent der befragten Schüler und Schülerinnen in der Bundesrepublik. Sie stellen eine äußerst kleine Spitzengruppe dar [s. Abb. 4].

2.3 Die deutschen Risikogruppen im internationalen Vergleich

Betrachtet man die Kompetenzstufen noch einmal genauer, so ist anzumerken, dass immerhin 7 Prozent der deutschen 15-jährigen Schüler noch nicht einmal das Niveau der Kompetenzstufe I erreichen. Damit kommt insgesamt fast ein Viertel nicht über ein höchstens als elementar einzustufendes Wissen hinaus. Im Rahmen von PISA werden diese Jugendlichen als Risikogruppen bezeichnet. Ein weiteres Drittel erreicht nicht das Standardniveau der Sekundarstufe I, d. h. noch nicht einmal die Hälfte der Jugendlichen

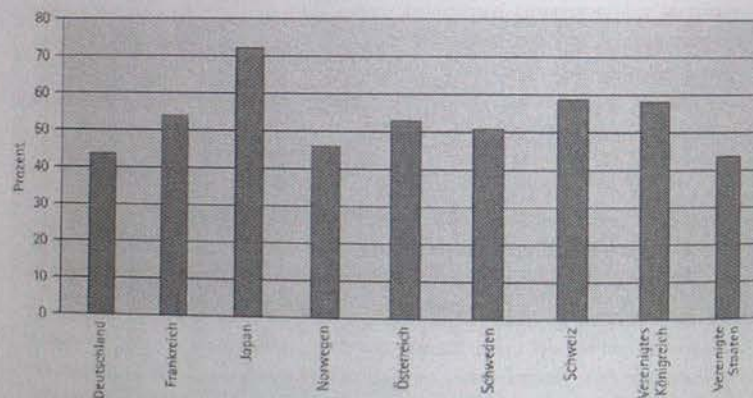


Abbildung 2: Anteil der Schüler, die den Grundbildungsstandard erfüllen

verfügt über eine den Lehrplanziele entsprechenden mathematische Grundbildung. Die dargestellten Graphiken, die sich auf einige ausgewählte Industrienationen beschränken, verdeutlichen das noch einmal.

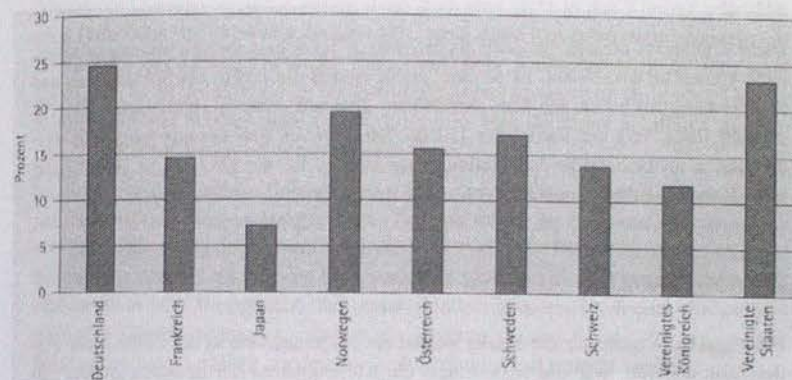


Abbildung 3: Anteil der Risikogruppen

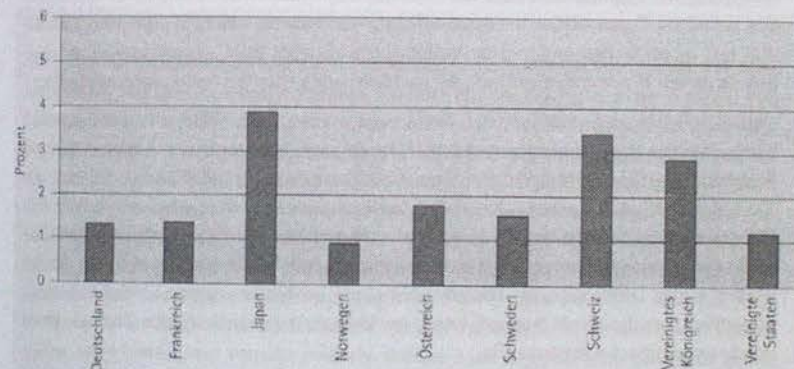


Abbildung 4: Anteil der Spitzengruppe

Man sieht, dass Deutschland und die USA mit einem Anteil von wenig mehr als 40 Prozent an Schülerinnen und Schüler, die den Grundbildungsstandard erfüllen, am Ende dieser Rangliste liegen [s. Abb. 2]. Umgekehrt kommt Deutschland eine traurige Spitzenposition hinsichtlich des Anteils der Risikogruppen (Stufe I und darunter) unter den erwähnten Ländern zu, wobei auch hier die USA dicht folgen [s. Abb. 3].

Dieses Bild wird vervollständigt, wenn man sich die Teilnahmequote an der Spitzengruppe (Kompetenzstufe V) vor Augen führt. Lediglich 1,3 Prozent der deutschen Schülerinnen und Schüler sind hier einzuordnen, während im Vereinigten Königreich fast 3 Prozent und in der Schweiz sogar mehr als 3 Prozent dieser Gruppe zuzuordnen sind [s. Abb. 4].

Diese Ergebnisse können nur noch als dramatisch bezeichnet werden und verdienen es, noch einmal herausgehoben zu werden: Nicht einmal die Hälfte der Schülerinnen und Schüler kann Aufgaben, die zum curricularen Standard gehören, mit ausreichender Sicherheit lösen. Fast ein Viertel der 15-Jährigen muss als Risikogruppe eingestuft werden, deren mathematische Grundbildung nur bedingt für die erfolgreiche Bewältigung einer Berufsausbildung ausreicht. (vgl. ([3], Seite 170)).

3. Konsequenzen

PISA und die Ergebnisse der Studie werfen die Frage auf, was in der Folge getan werden kann und soll. Wir alle wissen, dass die Konsequenzen nur in einem großen Verbund von Schulen, Hochschulen und der Bildungsadministration gezogen werden können. Alle diese Institutionen müssen ihre Verantwortung erkennen und ihren Teil zur Steigerung der Qualität des Mathematikunterrichts beitragen. Dennoch ist es wichtig, in den einzelnen Communities breit und offen zu diskutieren, welche Konsequenzen sinnvoll und möglich sind und welche Beiträge von anderer Seite wünschenswert erscheinen. In diesen Kontext möchten wir die nachfolgenden Überlegungen eingebettet sehen.

Natürlich lassen sich mit einfachen Erklärungen vortrefflich Schlagzeilen füllen, doch werden sie der Realität nicht gerecht. Im Grunde zeigt jede empirische Untersuchung in Schulen, dass Schulleistungen durch ein Gefüge von vielen miteinander verbundenen Variablen bestimmt werden. Umgekehrt kann es aber kein Ziel sein, möglichst viele Gründe zu identifizieren und als Ursachen zu benennen, denn das würde die schulische Mathematikwelt ebenso wenig verändern. Dennoch gibt es einige Aspekte, die immer wieder in der Diskussion um bessere Leistungen im Mathematikunterricht und damit schließlich um die Qualitätsentwicklung im Unterricht genannt werden und für die es durchaus empirische Evidenz gibt.

So verweist JÜRGEN BAUMERT, unter dessen Leistung am Max-Planck-Institut für Bildungsforschung in Berlin die PISA-Studie 2000 in Deutschland durchgeführt wurde, immer wieder auf die vielen "überlerten, lange mitgeschleppten" und nur bedingt wirksamen deutschen *Unterrichtsskripte*, durch die Schüler nicht zu Selbstständigkeit und Neugier animiert würden. Dies wird in einem Beitrag von ECKHARD KLIEME, GUNDEL SCHÜMER und STEFFEN KNOLL in der bereits erwähnten Broschüre des BMBF zusammengefasst (vgl. [8]). Typisch für den deutschen Mathematikunterricht ist eine fragend-entwickelnde, lehrerzentrierte Gesprächsführung. In der Regel kennt nur der Lehrer das

Ziel des Gesprächs, an dem die Schüler sich mit eher kleinen Beiträgen beteiligen. Dabei hat der Lehrer zumeist klare Erwartungen an die Redebeiträge seiner Schülerinnen und Schüler, deren eigenes Denken kaum aufgenommen, diskutiert und bewertet wird. Alternative Lösungsvorschläge passen dann auch eher nicht in das Konzept eines solchen Unterrichts. Es ist nicht verwunderlich, wenn diese Unterrichtsform einerseits als fordernd für den Lehrer empfunden wird, denn seine Aufmerksamkeit ist permanent notwendig. Es ist genauso wenig verwunderlich, wenn andererseits ein großer Teil der Schülerinnen und Schüler diese Unterrichtsphasen eher als Ritual empfindet, das vor dem eigentlichen "Rechnen" ertragen werden muss.

Im Gegensatz dazu müsste Unterricht in stärkerem Maß die Schülerinnen und Schüler zur Eigenaktivität anregen. Die genannten Autoren führen die *Kognitive Aktivierung* als eine Grunddimension der Unterrichtsqualität aus (vgl. [8]). Diese Grunddimension hat nach unserer Ansicht einen klaren Fachbezug und sollte uns als Mathematikerinnen und Mathematiker zum Nachdenken über unser Handeln anregen. Doch auch die anderen genannten Grunddimensionen, nämlich die Unterrichts- und Klassenführung und die Schülerorientierung, sollten vor dem fachlichen Hintergrund bedacht werden.

Nebenbei bemerkt: Basiert die Hochschullehre nicht oft ebenfalls auf vielen Skripten? Damit meinen wir nicht die papierernen Vervielfältigungen. Die Erfahrungen mit unseren Studentinnen und Studenten zeigen ja leider zu oft, dass auch unsere Unterrichtsformen nicht unbedingt den gewünschten Erfolg haben.

Wenn wir über Handlungsfelder für die Hochschule nachdenken, unterstellen wir, dass die Lehramtsausbildung einen prägenden Einfluss auf das mathematische Weltbild von Lehrerinnen und Lehrern ausübt, das wiederum für den Unterricht als ein partieller Einflussparameter gesehen werden muss. Es gibt Untersuchungen, dass dieser Einfluss leider auch negative Folgen für das spätere Unterrichten nach sich ziehen kann. Auf Seite der Hochschule müssen wir uns eingestehen, dass hier nicht immer ein Bild von Mathematik vermittelt wird, das ein positives Verhältnis zum Fach fördert. Ein Beispiel hierfür ist, dass mathematisch umfangreiches und komplexes *Modellieren* in der gymnasialen Mathematiklehrausbildung keineswegs ein Standard ist. Wir sind der Meinung, dass diese Studierenden letztendlich mit den Methoden, die sie selbst weitergeben sollen, nicht hinreichend vertraut gemacht werden. Man mag beteuern, genau das würde ja in den Übungen stattfinden. Doch leider geht dieses Argument vielfach an der Realität vorbei, was auch durch Umfragen unter Studierenden bestätigt wird. Nur an wenigen Universitäten werden Lehramtsstudierende genauso gut betreut wie Studierende, die ein Diplom anstreben, nur an wenigen Universitäten wird in ehrlicher Weise versucht, ihre Erwartungen ernst zu nehmen. Nur wenige Institutionen haben die Herausforderung einer Neustrukturierung der Lehramtsausbildung angenommen. Im Gegensatz dazu haben bis in die jüngste Vergangenheit Fachbereiche selbst forschungsorientierte Didaktikstellen in Mathematikstellen umgewidmet (und diese Entwicklung ist bedauerlicherweise noch immer nicht gestoppt). Dahinter steht die falsche Vorstellung, dass man am

besten die Reflexion und Vermittlung von schulischer Mathematik (preiswerten) abgeordneten Lehrern und Lehrerinnen überlassen zu können glaubt.

Während Diplomstudierende bei der Anfertigung ihrer Abschlussarbeit originäres mathematisches Arbeiten und Modellieren kennen lernen, steht die Anfertigung der Abschlussarbeit von Lehramtsstudierenden unter enormem Zeitdruck (oft sind es nicht mehr als 3 oder 4 Monate) und befriedigt zumeist weder die Absolventen noch die Themensteller. Ist es dann verwunderlich, wenn Studentinnen und Studenten die schriftliche Hausarbeit gerade nicht im Fach Mathematik schreiben? Wie eigene empirische Untersuchungen des zweiten Autors zeigen, belegen Studenten mit einem naturwissenschaftlichen Zweitfach mathematische Objekte oft nur über diesen eben nicht primär mathematischen Kontext mit Sinn. Dies wäre zunächst nicht zu kritisieren, wenn die Studierenden die mathematische Perspektive anschließend hinzu nehmen würden. Doch dies ist eher nicht der Fall, so dass es bei der (einseitigen) Anwendungsperspektive bleibt. TALL und VINNER (1981) sprechen von *concept images*¹¹ - im Gegensatz zu *concept definition* - und meinen damit, dass ein Begriff mit sehr verschiedenen Bedeutungsinhalten gefüllt sein kann. Für Lehramtsstudierende möchten wir uns gerade in dieser Beziehung eine große Breite wünschen, die als fachliche Voraussetzung für einen guten und schülerorientierten Unterricht angesehen werden muss. Doch daran mangelt es häufig; eine breite Sinngabe mathematischer Begriffe wird durch die Mathematikausbildung in der Regel nicht umfassend konstituiert.

Ganz im Zusammenhang damit steht wohl auch die manchmal bei Kolleginnen und Kollegen zu beobachtende Überzeugung, dass das *Transformationsproblem* eigentlich trivial ist. Es ist aber keineswegs trivial, den Vektorraumbegriff den schulischen Belangen zugänglich zu machen, auch wenn wir gerne den Lehramtsstudierenden zugestehen wollen, dass sie ein adäquates Verständnis dieser *concept definition* aufgebaut haben. Wir geben uns damit zufrieden, dass wir sie fachlich qualifiziert haben, alles andere sei ihre eigene Sache und die der weiteren Lehramtsausbildung. Hier beginnt eigentlich die fachdidaktische Aufgabe, deren Bewältigung wir nicht fördern, wenn wir nur von einem methodischen Problem sprechen und diese Diskussion ausschließlich in die Hand der Schulpraxis legen.

Was können wir aber tun, um Lehrer und Lehrerinnen besser zu qualifizieren? Es ist wohl keine Frage, dass wir ein stärkeres Augenmerk sowohl auf die *Lehrerausbildung* als auch auf die *Lehrerfortbildung* legen sollten. Nach unserer Ansicht ist hier ein wesentliches Handlungsfeld für Mathematikerinnen und Mathematiker aufgezeigt. Dabei muss es sicherlich darum gehen, fachliche und fachdidaktische Aspekte angemessen und vor allem ineinandergreifend zu berücksichtigen. Lehrerfortbildung darf nicht auf das Lernen neuer Vokabeln reduziert werden. Statt dessen gehören die mathematischen

¹¹ vgl. das Begriffsbildungspaar *concept definition* / *concept image* bei Tall, D. & Vinner, S., 1981: Concept images and concept definition in mathematics with particular reference to limits and continuity. *Educational Studies in Mathematics* 12, 151-169.

Inhalte, ihre Einbettung in mathematikbezogene und anwendungsbezogene Kontexte und die didaktisch-methodische Umsetzung zusammen.

Wie wird es weitergehen? Zunächst einmal mit neuen Ergebnissen. Ende Juni werden die ersten Daten im Bundesländervergleich veröffentlicht, so dass die Diskussion noch einmal belebt werden wird. Wir dürfen allerdings nicht vergessen, dass die Botschaft von PISA nicht nur auf Leistungsvergleiche reduziert werden darf. Vielmehr hat PISA uns die Augen geöffnet und dazu motiviert, ein altes Ziel weiter zu verfolgen. Dieses Ziel ist, den Mathematikunterricht in einer sich verändernden Welt für junge Menschen kognitiv anspruchsvoll und zugleich interessant zu gestalten. Der Wille zur Verbesserung der Unterrichtsqualität ist es, der weiterhin unseren Weg bestimmen sollte.

Literatur

- [1] Baumert, J.; Lehmann, R. u. a. 1997. TIMSS - Mathematisch-naturwissenschaftlicher Unterricht im internationalen Vergleich. Deskriptive Befunde. Opladen: Leske + Budrich.
- [2] Baumert, J.; Bos, W.; Lehmann, R. (Hrsg.). 2000. TIMSS/III - Dritte Internationale Mathematik- und Naturwissenschaftsstudie - Mathematische und naturwissenschaftliche Bildung am Ende der Schullaufbahn. Band 1: Mathematische und naturwissenschaftliche Grundbildung am Ende der Pflichtschulzeit. Band 2: Mathematische und physikalische Kompetenzen am Ende der gymnasialen Oberstufe. Opladen: Leske + Budrich.
- [3] Baumert, J.; Klieme, E.; Neubrand, M.; Prenzel, M.; Schiefele, U.; Schneider, W.; Stanat, P.; Tillmann, K.-J. & Weiss, M. (Hrsg.). 2001. PISA 2000: Basiskompetenzen von Schülerinnen u. Schülern im internationalen Vergleich. Opladen: Leske + Budrich.
- [4] Deutsches PISA-Konsortium. 2000. Schülerleistungen im internationalen Vergleich. Eine neue Rahmenkonzeption für die Erfassung von Wissen und Fähigkeiten. Paris: OECD.
- [5] OECD. 1999. Measuring Student Knowledge and Skills. A New Framework for Assessment. Paris: OECD Programme for international student assessment.
- [6] OECD. 2001. Lernen für das Leben. Erste Ergebnisse von PISA 2000. Paris: OECD Programme for international student assessment.
- [7] Bundesministerium für Bildung und Forschung (Hrsg.). 2001. TIMSS - Impulse für Schule und Unterricht. Bonn: BMBF Publik.
- [8] Klieme, E.; Schümer, G.; Knoll, St. 2001. Mathematikunterricht in der Sekundarstufe I: "Aufgabenkultur" und Unterrichtsgestaltung. In: Bundesministerium für Bildung und Forschung (Hrsg.). TIMSS - Impulse für Schule und Unterricht (S. 43-57). Bonn: BMBF Publik.

Einige Hinweise zu mathematik-didaktisch relevanten Ansätzen und Ergebnissen von PISA-2000

Michael Neubrand / Deutsches PISA-Konsortium

Die ersten Berichte zu PISA-2000 (PISA = "Programme for International Student Assessment") liegen nun vor, und zwar der internationale Bericht (OECD 2001) und der erste übergreifende nationale Bericht (Baumert & al. 2001; darin das Kapitel über den Mathematiktest: Klieme, Neubrand & Lüdtke 2001). Für den deutschen Test ist zudem ein spezieller Themenband zur Mathematik geplant. Über das Design und die Grundkonzepte des PISA-Tests wurde an anderen Stellen (Neubrand 2001a, 2001b) ausführlich berichtet. Es liegen als theoretische Grundlagen der Tests das internationale Framework (OECD 1999; auch in deutscher Übersetzung vorhanden) und das Framework für die nationalen Ergänzungen von PISA (nationales Framework: Neubrand & al. 2001) vor. Beides sind Dokumente, die explizit auf mathematikdidaktische Kategorien Bezug nehmen.

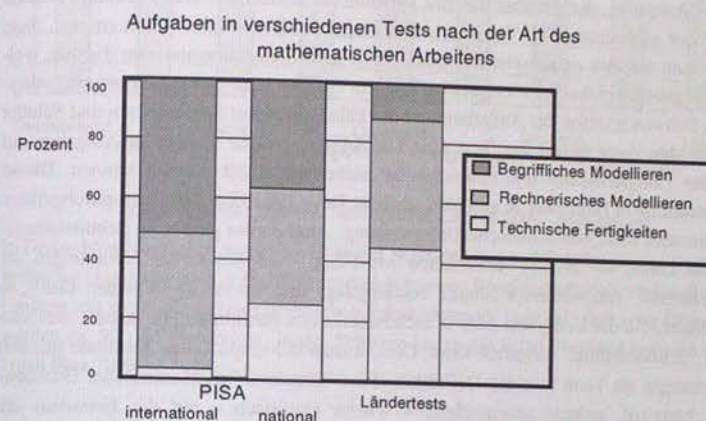
Im folgenden soll nur ergänzend und pointierend auf einige Ansätze und Resultate hingewiesen werden, die von besonderer mathematikdidaktischer Relevanz sind.

1. Das spezifische Profil von PISA

Im nationalen Framework Neubrand & al. (2001) wurden – aus den Überlegungen zu einem allgemeinen Begriff "mathematischer Grundbildung" heraus – fünf Kompetenzklassen (OECD 1999), nach dem Anspruch, der an den für das jeweilige Item erforderlichen Mathematisierungs- bzw. Modellierungsprozess gestellt wird ("reproduktiv" - "verknüpfend" - "verallgemeinend"), sondern berücksichtigen zusätzlich kognitionspsychologische Differenzierungen nach der Art und der Expliztheit des Wissens in einer Aufgabe (J. Neubrand 2002, Neubrand & al. 2001). Insgesamt entsteht dadurch ein Gesamtbild mathematischen Arbeitens, das mathematik-spezifische, didaktische und psychologische Elemente aufgreift. Im Bericht zu PISA 2000 (Klieme & al. 2001) und in einer weiter ausdifferenzierenden Untersuchung (Neubrand & al. 2002) sind daraus drei "Typen mathematischen Arbeitens" zugeschnitten worden,

- die "technischen Aufgaben", also Aufgaben, die die prozedurale Durchführung eines bereits vorliegenden Ansatzes erfordern,

- die Aufgaben, bei denen der Mathematisierungsprozess auf ein prozedural, meist rechnerisch zu bearbeitendes mathematisches Modell führt, kurz die "rechnerischen Modellierungsaufgaben" genannt,
- und die Aufgaben, bei denen das mathematische Modell mittels begrifflicher Mittel – das können Verweise auf begriffliche Zusammenhänge, Argumentationen, Aufstellen einer Systematik, etc. sein – bearbeitet werden kann, kurz die "begrifflichen Modellierungsaufgaben" genannt.



Figur 1 (Quelle: Klieme, Neubrand & Lüdtke 2001 - Ausschnitt)

Nun zeigt sich das spezifische Profil von PISA (vgl. Fig. 1): Gegenüber den Tests in den Bundesländern Baden-Württemberg, Bayern und Brandenburg, die meist auf streng curricular orientierter Basis von Lehrkräften zusammengestellt wurden, bemühte sich PISA sowohl im internationalen wie nationalen im Teil um die Balance zwischen den unterschiedlichen Typen mathematischen Arbeitens. Auf PISA-Ergebnisse zurückgehende Schlussfolgerungen basieren also immer auf einer sehr viel breiteren Auffassung vom mathematischen Arbeiten, als dies oft im deutschen Mathematikunterricht zum Ausdruck kommt.

Die weitere Analyse in Neubrand & al. (2002) zeigte zudem auf, dass diese drei Typen mathematischen Arbeitens nicht nur theoretisch voneinander abgesetzt werden können, sondern dass auf jedem der drei Typen unterschiedliche Merkmale die Schwierigkeit der Aufgaben bestimmen. Mathematische Fähigkeiten sollten also in mathematikdidaktischen Zusammenhängen differenziert betrachtet werden.

2. Grundbildungs-"Standard"

Die o.g. Klasseneinteilung mathematischen Arbeitens und die dem korrespondierende Breite des PISA-Tests erlaubt es, inhaltsbezogen einen "Standard" für mathematische Grundbildung zu definieren und an konkretem Aufgabenmaterial nachzuweisen. Die Argumentation führt konzeptionelle, empirische und normative Gedanken so zusammen:

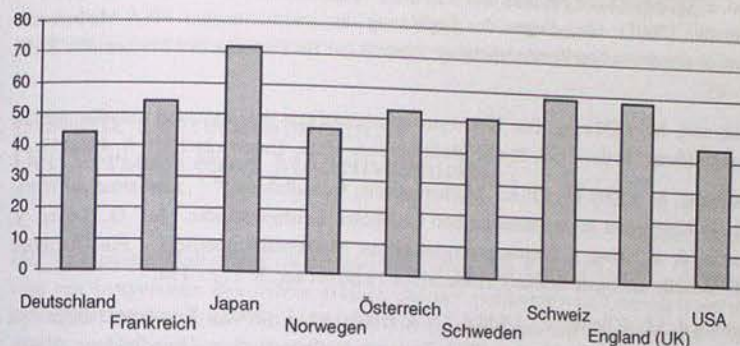
Prüft man mathematische Grundbildung durch einen Test hinreichender Breite, also mittels Aufgaben, die gut über die drei Typen mathematischen Arbeitens (und natürlich auch über mathematischen Teilgebiete und basale mathematische Ideen) streuen, dann erhält man aus den empirischen Resultaten breit gefächerte Informationen darüber, welche Aufgaben welche Schwierigkeit aufweisen. Bezieht man nun die empirisch gemessenen Schwierigkeiten der Aufgaben und die Fähigkeiten der Schülerinnen und Schüler aufeinander, dann liefert der Test eine Darstellung, welche konkreten Aufgaben auf welcher Fähigkeitsstufe mit hinreichender Sicherheit gelöst werden können. Dieses Programm ist in Neubrand & al. (2002) auf der Basis der PISA-Aufgaben durchgeführt. Andererseits trifft jede schulische Unterweisung – und darum geht es in Schulleistungstudien, zumal in "literacy"-orientierten wie PISA – auf bestimmte Erwartungen der "Gesellschaft" (im weitesten Sinne). Niedergelegt sind solche Erwartungen häufig in den Präambeln der Lehrpläne oder in fachdidaktischen Bestimmungen dessen, was man unter "Grundbildung" verstehen kann. Gleicht man die empirischen Resultate mit den Erwartungen ab, kann man zur Definition eines "Standards" mathematischer Grundbildung kommen, woraus anschließend – wieder empirisch – auf das Erreichen der gesteckten Ziele zurückgeschlossen werden kann.

Diese Erwartungen kann man auf normativer Basis genauer spezifizieren: Als zentral wird man zunächst allgemein ausreichende Fähigkeiten im Aufstellen von bzw. Umgehen mit mathematischen Modellen ansehen müssen; auch ein Grundstock an technischen Fertigkeiten muss dafür vorhanden sein. Im einzelnen wird man wohl als unverzichtbar ansehen

- bei den technischen Aufgaben: wenigstens ein elementares Umgehen-Können mit dem zentralen Begriff der Funktion,
- bei den rechnerischen Modellierungsaufgaben: wenigstens ein Grundverständnis der linearen Basismodelle ("Proportionalität"),
- bei den begrifflichen Modellierungsaufgaben: wenigstens die Fähigkeit, Zusammenhänge dann erkennen und fortsetzen zu können, wenn diese von technischem Wissen unabhängig, etwa visualisiert, vorliegen.

Legt man nun diesen normativen Maßstab an die PISA-Aufgaben an, dann ergeben sich in PISA-2000 die für den deutschen Mathematikunterricht wirklich bedenklichen Er-

kenntnisse. Es zeigt sich nämlich eine internationale Verteilung, wie sie in Figur 2 dargestellt ist.



Figur 2 (Quelle: Klieme, Neubrand & Lüdtke 2001 -Ausschnitt)

In Deutschland erreichen nur etwa 44 % der Schülerinnen und Schüler diesen Standard, wobei im internationalen Vergleich erheblich bessere Resultate möglich sind, selbst bei Ländern mit nicht allzu unterschiedlichen Schulsystemen: In Frankreich oder Österreich werden ca. 50 - 55 % erreicht, in der Schweiz knapp 60 %, in Finnland etwa 64 %, in Japan über 70 %.

3. Schlussfolgerungen aus PISA

Die Sicherung von Standards, allerdings in der oben beschriebenen inhaltlichen Breite, muss ein zentrales Anliegen sein. Dies bedeutet, dass – auch und gerade im unteren Leistungsbereich – Modellieren und innermathematisches Problemlösen im Mittelpunkt stehen müssen. Es geht also um einen "kognitiv anspruchsvollen" Unterricht, und das bedeutet – wie einige PISA-Beispielaufgaben eindrucksvoll aufzeigen können (OECD 2002) – gerade nicht "technisch aufwändig". Hier konkrete Ansätze zu finden dürfte ein weit ausgreifendes, aber zentrales Problem mathematikdidaktischer Forschung und Entwicklung sein. Es betrifft Aufgabenentwicklung, aber auch die Entwicklung einer produktiven Unterrichtskultur.

Literatur

Baumert, J., Klieme, E., Neubrand, M., Prenzel, M., Schiefele, U., Schneider, W., Stanat, P., Tillmann, K.-J., Weiß, M. (Hrsg.) (2001): PISA 2000: Basiskompetenzen von Schülerinnen und Schülern im internationalen Vergleich. Opladen: Leske & Budrich.

Klieme, E., Neubrand, M. & Lüdtke, O. (2001). Mathematische Grundbildung: Testkonzeption und Ergebnisse. In: Baumert & al. (2001), S. 141 - 191.

Neubrand M., Biehler, R., Blum, W., Cohors-Fresenborg, E., Flade, L., Knoche, N., Lind, D., Löding, W., Möller, G., Wynands, A. (Deutsche PISA-Expertengruppe Mathematik) (2001). Grundlagen der Ergänzung des internationalen PISA-Mathematik-Tests in der deutschen Zusatzerhebung. Zentralblatt für Didaktik der Mathematik 33(2), 33 - 45.

Neubrand, M. (2001 a). Die Konzepte „mathematical literacy“ und „mathematische Grundbildung“ in der PISA-Studie. Beiträge zum Math.-Unterricht 2001, S. 454-457.

Neubrand, M. (2001 b). PISA: „Mathematische Grundbildung“ / „mathematical literacy“ als Kern einer internationalen und nationalen Leistungsstudie. In: G. Kaiser, N. Knoche & al. (Hrsg.): Leistungsvergleiche im Mathematikunterricht - Ein Überblick über aktuelle nationale Studien. Hildesheim: Franzbecker, S. 177 - 194.

Neubrand, M., Klieme, E., Lüdtke, O. & Neubrand, J. (2002). Kompetenzstufen und Schwierigkeitsmodelle für den PISA-Test zur mathematischen Grundbildung. Unterrichtswissenschaft 30 (2), 116 - 135.

Neubrand, J. (2002): Eine Klassifikation mathematischer Aufgaben zur Analyse von Unterrichtssituationen: Selbsttätiges Arbeiten in Schülerarbeitsphasen in den Stunden der TIMSS-Video-Studie. Hildesheim: Franzbecker.

OECD (Ed.) (1999): Measuring student knowledge and skills. A new framework for assessment. Paris: OECD Publ.Service. (In deutscher Sprache als: OECD / Deutsches PISA-Konsortium (Eds.) (2000): Schülerleistungen im internationalen Vergleich: Eine neue Rahmenkonzeption für die Erfassung von Wissen und Fähigkeiten. MPI-Bildungsforschung Berlin).

OECD (Hrsg.) (2001): Lernen für das Leben: Erste Ergebnisse der internationalen Schulleistungsstudie PISA 2000. Paris: OECD Publications.

OECD (Ed.) (2002): PISA-2000: Sample-Items. Paris: OECD Publications.

Michael Neubrand (neubrand@uni-flensburg.de)

Themenforum: Lehrerbildung

Gestufte Lehrerbildung - Der Versuch eines Modellversuchs -

Gerd Fischer¹

Das Studium der Mathematik an der hiesigen Universität liegt im Argen. ... Allgemein wird von kompetenten Beurteilern geklagt, daß der mathematische Unterricht auf den Gymnasien der westlichen Provinzen sich durchgängig kaum auf dem Niveau des Mittelmäßigen hält, und die von denselben zur Universität entlassenen Schüler, welche sich dem Studium der höheren Mathematik widmen wollen, vielfach in erschreckender Weise unwissend und meistens nicht genugsam vorgebildet sind, um den akademischen Vorträgen folgen und dieselben verarbeiten zu können. Die Folge hiervon ist dann, daß die Studierenden, welche sich zu Lehrern der Mathematik oder Naturwissenschaften an Gymnasien oder höheren Realschulen ausbilden wollen, sich mit Vorliebe den letzteren widmen, wozu das Seminar für die gesamten Naturwissenschaften treffliche Anleitung gibt, und erst später sich nebensächlich mit Mathematik beschäftigen, anstatt den umgekehrten Weg einzuschlagen, und auch für die Naturwissenschaften, namentlich Physik und Chemie, sich die exakte Vorbildung zu erwerben.

Dies schrieb im Jahre 1864 der Kurator der Universität Bonn, Herr WILHELM HARTWIG BESELER, an den Minister VON MUEHLER in Berlin zum Thema *Gründung eines Mathematischen Seminars in Bonn*.

Der Rat der Experten

Der Kurator schreibt nicht, wer die klagenden kompetenten Beurteiler waren, die hinter dem beschriebenen Konzept einer "gestuften" Ausbildung der Lehrer standen. Seine Stufung bedeutete: erst die Mathematik, dann Physik oder Chemie. Etwa hundert Jahre später wurde mit vielen Hoffnungen das Fach Didaktik in die Ausbildung der Lehrer eingefügt. Seither hat dieses Fach jedoch keinen unumstrittenen Platz an allen Universi-

¹ Adresse des Autors: Prof. Dr. Gerd Fischer, Mathematisches Institut der Universität Düsseldorf, Universitätsstr. 1, 40225 Düsseldorf; gerd.fischer@cs.uni-duesseldorf.de. - Dieser Diskussionsbeitrag setzt das Themenforum *Lehrerbildung* der beiden letzten GDM-Mitteilungen fort. Aus: Mitteilungen der DMV (2002) Heft 2, S.52-54. - Weitere Beiträge sind erwünscht. [M.T.]