

Allgemeines

Hans-Christian Reichel (1945 - 2002)

Stefan Götz



Hans-Christian Reichel (16.5.45 - 28.6.02)

"Außermathematische Anwendungen der Mathematik - Eine neue Didaktikveranstaltung" präsentierte er eine Fülle von neuen Ideen sowohl inhaltlicher als auch didaktischer Natur. Seine engagierte Vortragsweise hat die Zuhörer/innen mitgerissen und der Applaus am (natürlich überzogenen) Ende war groß. Dieser Einsatz, diese Begeisterung, dieses Engagement für die Mathematik und ihren Unterricht war charakteristisch für sein Selbstverständnis als Lehrender, als Aus- und Fortbildner von (zukünftigen) Lehrenden. Er hat es immer als Auftrag verstanden, diese seine Haltung in uns Studierenden einzupflanzen, damit wir selbst dann später wieder für andere Vorbild in dieser Hinsicht sein können. Das Wesen der Mathematik - egal, ob bei innermathematischen Themen oder in den Anwendungen - sichtbar zu machen, und stets im Stande zu sein, Hinweise auf über die Mathematik hinausgehende Beiträge zur (Allgemein-)Bildung zu

HANS-CHRISTIAN REICHEL ist am 28. Juni 2002 von uns gegangen. Er war einer der führenden österreichischen Mitglieder der GDM, er wurde zweimal zu Hauptvorträgen bei Bundestagungen eingeladen: 1978 in Münster sprach er über das Thema "Vektorbegriff und axiomatische Fragen im Rahmen der Linearen Algebra in der gymnasialen Oberstufe", 1995 in Kassel war "Hat die Stoffdidaktik Zukunft?" sein Thema. (Seines Erachtens war/ist die Antwort übrigens "ja", wie er gleich zu Beginn feststellt/e.) Aber auch Sektionsvorträge waren ihm ein Anliegen, wie allein sein letzter Vortrag auf der 36. Tagung für Didaktik der Mathematik 2002 in Klagenfurt gezeigt hat. Unter dem Titel

geben, das muss das Ziel von Lehramtsstudierenden in der Mathematik sein. Die Führung oder auch nur Begleitung von Seiten HANS-CHRISTIAN REICHELs auf diesem Weg geschah mit Verve, zahlreiche heute Lehrende und von ihm Ausgebildete können das belegen.

Er wurde in Wien geboren und studierte an der Universität Wien Mathematik und Physik. 1968 legte er die Lehramtsprüfung ab, ein Jahr später erfolgte die Promotion über ein fachmathematisches Thema aus der mengentheoretischen Topologie. Diesem Gebiet blieb er auch bis zu seiner Habilitation 1976 treu, wobei Forschungs- und Lehraufenthalte u. a. an der Universität Bremen und in Oxford seinen internationalen Erfolg dabei zeigen. Bis in die frühen 90er Jahre publizierte er auf diesem Gebiet. 1979 wurde er zum außerordentlichen Universitätsprofessor (vergleichbar mit C3 in Deutschland) ernannt, später erfolgte eine Umwandlung in eine Universitätsprofessur für Mathematik und ihre Didaktik.

1977 übernahm er eine Gastprofessur in Kassel, sein zweites wissenschaftliches Standbein, die Didaktik der Mathematik, wächst. Ausgehend von stoffdidaktischen Überlegungen (auf die er auch immer wieder zurückgekommen ist) entwickelte er eine ungeheure Übersicht über die aktuellen Strömungen in der (Didaktik der) Mathematik, ob es z. B. um den Computereinsatz im Mathematikunterricht ging (er war einer der Wegbereiter des Lehramtsstudiums "Informatik und Informatikmanagement" in Österreich) oder um die Sichtweise der Mathematik als Sprache, die Ablöse der Strukturmathematik durch die Haltung des Anwendens von Mathematik, immer war er einer von jenen, die schon sehr früh darauf hinwiesen, darüber müsse nachgedacht und hier müsse etwas getan werden.

Wen wundert es dann, dass er auch noch zu einem dritten Gebiet wichtige Beiträge geliefert hat, nämlich zur Philosophie und Wissenschaftstheorie der Mathematik. Oft ist er hier als Vertreter "der" Mathematik eingeladen worden, zu interdisziplinären Themen schriftlich und/oder in Form von Vorträgen Stellung zu nehmen. Nicht zuletzt aus den Arbeiten an seinem Nachlass (u. a. Hunderte von Briefen) ist die wissenschaftliche Breite (die natürlich auf die seinem Intellekt entsprechende Tiefe nicht verzichtet hat) erkennbar, die eine seiner herausragenden Stärken gewesen ist.

Sein Schriftenverzeichnis umfasst über 120 Eintragungen, und gerade bei dem hier angesprochenen Leser/innenkreis hieße es "Eulen nach Athen" zu tragen, es auch nur auszugsweise wiederzugeben. So sei nur die Schulbuchreihe für das Gymnasium bzw. für die Hauptschule (fünfte bis achte Schulstufe) und die für die Oberstufe des Gymnasiums (neunte bis zwölfte Schulstufe) erwähnt, die er mit großer Liebe und Umsicht (mit-)verfasst und betreut hat.

Viele der Leser und Leserinnen der GDM-Mitteilungen werden HANS-CHRISTIAN REICHEL gekannt haben und daher ihr eigenes Bild von ihm gewonnen haben. So werden sie vielleicht den einen oder anderen Gesichtspunkt in diesem Nachruf vermissen. Gerade das zeigt aber den großen Verlust, den die scientific community nun zu tragen

hat. Die Unvollständigkeit der Beschreibung auch nur von Teilaspekten seines (wissenschaftlichen) Wirkens ist durch sein Wesen vorgegeben, alleine der Grad dieser Unvollständigkeit kann vielleicht bestimmt werden.

Mich hat er sehr behutsam in das (wissenschaftliche, berufliche) Leben eingeführt. Seine eingangs geschilderte Vortragsart motivierte mich, bei ihm die Diplomarbeit zu verfassen. Für mich völlig überraschend lud er mich daraufhin ein, eine halbe Assistentenstelle am Institut für Mathematik der Universität Wien zu übernehmen. Zur "anderen Hälfte" solle ich in die Schule unterrichten gehen. Ich habe diese Zweigleisigkeit (obwohl nicht immer ganz einfach), die bis heute aufrecht ist, nie bereut. Dann kam die Dissertation (natürlich auch unter seiner Betreuung) und schließlich knapp vor seinem Tod die Habilitation. Und so sehr ich Kraft und Befriedigung aus dieser universitären Laufbahn schöpfe, so bin ich doch immer mit großer Freude (auch) Lehrer geblieben. Dass dies so ist, verdanke ich - wie so vieles andere - ihm. Aus unserer gemeinsamen Arbeit ist eine tiefe Freundschaft entstanden. Er fehlt mir sehr.

Anschrift des Verfassers: ao.Univ.-Prof. Dr. Stefan Götz, Institut für Mathematik, Universität Wien, Strudlhofgasse 4, A-1090 Wien, email: Stefan.Goetz@univie.ac.at



HANS-CHRISTIAN REICHEL bei der Ankündigung von einem seiner Gastvorträge
- Aula der Universitätsbibliothek Salzburg -

In der ersten Reihe v.l.n.r.: Univ.Prof. Dr. Hans-Christian Reichel, dessen Gattin (halberdeckt), Dir.i.R. Mag. Willibald Wegenkittl, Dir. Mag. Gunter Bittner, Gemeinderätin Mag. Teresia Liegle, Landeshauptmannstellvertreterin Mag. Gabriele Burgstaller, Amtsführender Präsident des Landesschulrats für Salzburg Mag. Gerhard Schäffer, Frau Schaller vom BMfUK

Aus der Ankündigung der Universität Wien:

Wien, 2. Juli 2002

Als Dekanin der Fakultät für Naturwissenschaften und Mathematik der Universität Wien habe ich die traurige Pflicht, vom Ableben von Herrn

Universitätsprofessor
Mag. Dr. Hans-Christian Reichel
Univ.-Prof. für Mathematik
und Studiendekan

Mitteilung zu machen.

In unvergleichlicher Weise verband er sein herausragendes mathematisches Wissen mit einem steten Einsatz um die didaktische Vermittlung. Mit großem Enthusiasmus hat er über viele Jahre hinweg die Lehrerfortbildung vorangetrieben und zu seinem persönlichen Anliegen gemacht.

In schwieriger Zeit übernahm er das Amt des Studiendekans, obwohl ihm die fortschreitende Krankheit immer mehr zur Last wurde. Nun konnte er sie nicht mehr tragen.

Die Fakultät verliert mit Prof. Hans-Christian Reichel einen in Forschung und Lehre gleichermaßen anerkannten Kollegen, der allen ein entgegenkommender und kompetenter Ansprechpartner war.

In Dankbarkeit und Anerkennung werden wir immer Seiner gedenken.

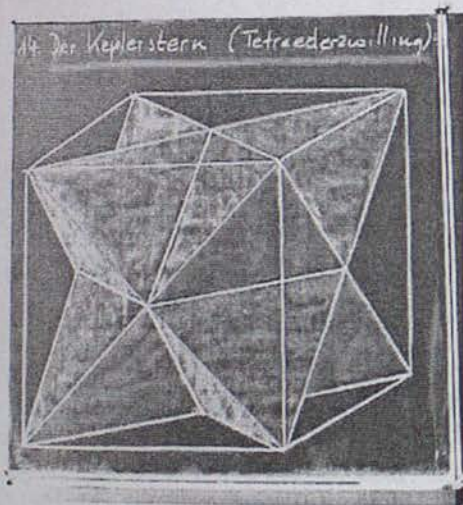
o.Univ.-Prof. Dr. Marianne Popp

Hans-Christian Reichel ist unersetzlich - er muss ersetzt werden

Willi Dörfler

Eigentlich ist das Folgende kein Nachruf sondern ein Aufruf dazu, das Vermächtnis meines Freundes CHRISTIAN ernst zu nehmen und die wichtigen Veränderungen und Innovationen weiterzuführen, die von ihm ausgingen. Davor sei bloß gesagt, dass wir uns seit den Studienjahren an der Universität Wien kennen und uns nie aus den Augen verloren haben. Dafür waren sicher gerade gewisse Unterschiede in - meist philosophischen - Fragen mehr verbindend als trennend, sie waren Herausforderung zur Auseinandersetzung mit dem Denken des Freundes. Dabei und in seinem ganzen Leben zeigte

CHRISTIAN bewundernswerte Konsequenz und Authentizität. Einig waren CHRISTIAN und ich uns jedoch stets in der Einschätzung von Mathematikdidaktik als Berufswissenschaft des Lehrers und ihrer damit verbundenen zentralen Rolle in der Lehrerbildung. Und hier gebührt CHRISTIAN höchste Anerkennung dafür, dass er durch seine Arbeit und sein Prestige Mathematikdidaktik an seiner Universität und seinem Institut sozusagen hoffähig machte. Das ist wichtig, weil natürlich die älteste Institution in Österreich eine Art Leitfunktion hat, und an ihr die überwiegende Mehrzahl an Lehramtskandidaten ausgebildet wird. Es muss nicht betont werden, dass für diese Leistung gehöriger Mut und Selbstvertrauen erforderlich waren, die aber in der Folge zur Berufung von HEINRICH BÜRGER und danach GÜNTHER MALLE führten. Insgesamt entstand so eine anerkannte Gruppe von Fachdidaktik-Wissenschaftlern im Umfeld von HANS-CHRISTIAN REICHEL. Mein Aufruf besteht nun in der Hoffnung, dass dieser erfolgreiche Weg der Verwissenschaftlichung und Professionalisierung der Lehrerausbildung durch Fachdidaktik entsprechend CHRISTIANs Vorbild und Anleitung konsequent weitergeführt wird. Ich denke, das sind wir ihm alle schuldig! Niemand kann als Mensch für seine Mitmenschen ersetzt werden, jeder ist unvergleichlich und einzigartig. Aber gerade deswegen muss über die Nachrufe hinaus das geistige Erbe, die bedeutsame wissenschaftliche Hinterlassenschaft CHRISTIANs gepflegt und weiterentwickelt werden. Denn es heißt ganz richtig: in ihren Werken leben sie weiter. Von unserem Freund CHRISTIAN mussten wir Abschied nehmen, aber aus seinem Werk können wir noch lange lernen.



Der Keplerstern - Tafelzeichnung in einem Geometrie-Seminar
- im Rahmen der Jahreslehrerfortbildung an der Universität Leipzig 2002/03

Zur Diskussion gestellt

Der AK "Stochastik in der Schule" hat die folgenden Empfehlungen auf der Grundlage einer Analyse der Pläne aller Bundesländer im Ergebnis einer zweijährigen intensiven Diskussion auf seiner Herbstsitzung 2002 unter Auflage weiterer redaktioneller Veränderungen verabschiedet. Diese sind inzwischen erfolgt.

Der Arbeitskreis hat vor, dieses Papier als Empfehlung der GDM an die Kultusministerien aller Bundesländer zu versenden. Der Vorstand stellt es daher vorab zur Diskussion und bittet die Mitglieder um Stellungnahmen.

Empfehlungen zu Zielen und zur Gestaltung des Stochastikunterrichts

Joachim Engel

1. Generelle Empfehlungen

In unserer vom Austausch von Information und von der Analyse empirischer Daten geprägten Welt erfahren mathematische Teilgebiete wie Datenanalyse, Wahrscheinlichkeitsrechnung und Statistik eine neue bildungspolitische Relevanz. Immer mehr Entscheidungen und Vorhersagen beruhen auf der Analyse statistischer Daten, die Gefahr von Fehlinterpretationen und Missbrauch von Daten nimmt zu. Der Einsatz stochastischer Modelle zum Treffen von Entscheidungen in Situationen der Ungewissheit gewinnt an Bedeutung. Statistik ist das meist unterrichtete Fach an deutschen Universitäten. Schätzungsweise jeder dritte Studierende muss im Verlaufe seines Studiums einen Kurs in Statistik belegen. Im Zeitalter der elektronischen Informationsmedien wird es immer dringlicher, dass Schülerinnen und Schüler verstehen lernen, wie Information verarbeitet und in nutzbringendes Wissen umgesetzt wird.

Daher halten wir es für erforderlich, in der Schule Datenkompetenz zu entwickeln, d.h. Grundkenntnisse im Umgang mit Massendaten zu bekommen und die Fähigkeit, auf Daten basierende Entscheidungen treffen und begründen zu können, gehört zu den Bildungsaufgaben einer modernen Schule.

Zur *stochastischen Allgemeinbildung* eines Schulabsolventen gehören grundlegende Elemente der Beschreibenden Statistik und Explorativen Datenanalyse, der Wahrscheinlichkeitsrechnung und der Beurteilenden Statistik in dem Maße, wie sie zur Bewältigung der damit verbundenen allgemeinen Anforderungen in seiner künftigen Ausbildung sowie seinem beruflichen, gesellschaftlichen und persönlichen Leben erforderlich sind.

Eine grundlegende stochastische Bildung muss daher in Zukunft zum verbindlichen Bestandteil aller Pläne¹ für den Mathematikunterricht von der 1. bis 12./13. Kl. gehören.

Stochastische Inhalte sollten nicht unverbunden neben den gängigen Inhalten des Mathematikunterrichts stehen, sondern mit diesen vernetzt werden. Das bedeutet u. a.:

- Dem Stochastikunterricht muss ein größerer Beitrag zur Realisierung der allgemeinen Ziele des Mathematikunterrichts zugemessen werden.
- Im gesamten Mathematikunterricht müssen häufiger Bezüge zu stochastischen Denk- und Vorgehensweisen hergestellt werden. Die Arbeit mit Daten und auf Daten aufbauenden Modellbildungen können als Unterrichtsprinzip in verschiedenste Gebiete des Mathematikunterrichts integriert werden. Inhalte aus dem Bereich Datenanalyse eignen sich sehr gut für Verbindungen mit anderen Themen des Mathematikunterrichts, z.B. aus Arithmetik, Geometrie, Algebra und Analysis und geben diesen Themenbereichen einen lebensnahen Bezug.

Über die allgemeinen Prinzipien zur Gestaltung des Mathematikunterrichts hinaus sollten im Stochastikunterricht folgende *spezifische Anforderungen* beachtet werden:

- Damit Schüler² lernen, Daten sachgerecht zu interpretieren und nach Zusammenhängen in Daten suchen zu können, sollten möglichst reale Daten aus dem Umfeld der Schüler verwendet werden.
- Verbale Erläuterungen und Begründungen erhalten eine erhöhte Bedeutung, da die Auswertung von Daten nicht allein in der Berechnung bestimmter Kenngrößen oder der Anfertigung von Diagrammen besteht, sondern auch eine inhaltliche Interpretation der Kenngrößen und Diagramme beinhaltet. Die Antwort auf ein Problem der Datenanalyse ist selten eine einzige zu errechnende Zahl. Vielmehr müssen Schüler in Sätzen ihre Vorgehensweisen und Schlussfolgerungen erklären können.
- Daten erlauben oft mehr als eine mögliche Schlussfolgerung. Die Schüler sollten daran gewöhnt werden, ein Problem unter verschiedenen Aspekten zu diskutieren. Es sollten häufig verschiedene Methoden zur Bearbeitung einer Sachsituation herangezogen werden.
- Auf Grund häufig fehlerhafter Anwendungen der Wahrscheinlichkeitsrechnung und Statistik im gesellschaftlichen Leben (z.B. in den Medien) sollten Wahrscheinlichkeitsaussagen und statistische Aussagen aus dem Erfahrungsbereich der Schüler regelmäßig im Mathematikunterricht kritisch reflektiert werden.

¹ Da die Bezeichnungen der gesetzlichen Planungsgrundlagen in den einzelnen Bundesländern unterschiedlich sind (Lehrplan, Richtlinie, Rahmenrichtlinie, Rahmenplan, Bildungsplan, usw.), wird für diese Empfehlungen der Oberbegriff "Plan" verwendet.

² Im Folgenden sind damit Schülerinnen und Schüler gemeint.

- Der Stochastikunterricht sollte ferner durch einen hohen Stellenwert experimenteller Arbeiten und durch selbständige Datenerhebungen charakterisiert sein. Dabei sind oft Computer zur Darstellung und Auswertung von Daten oder zur Simulation sinnvoll einsetzbar.

Die Verfügbarkeit neuer Technologien (Computer, grafikfähige TR, Internet) bedeutet weittragende Änderungen im Stochastikunterricht. Neben den auch aus anderen Gebieten der Schulmathematik bekannten Möglichkeiten (Erledigung aufwändiger Berechnungen, interaktives Erstellen von Grafiken und Schaubildern) sind hier vor allem die Datenbeschaffung durch das Internet sowie die flexible und leichte Durchführbarkeit von Demonstrationen und Simulationen zu nennen. Vom Zufallsgenerator erzeugte Daten können maßgeblich dazu beitragen, bei Schülern eine Intuition für zufallsbedingte Variabilität in empirischen Daten zu entwickeln.

- Wie im Mathematikunterricht allgemein ist es insbesondere auch im Stochastikunterricht nicht sinnvoll, zuerst alle benötigten Begriffe und Verfahren einzuführen und dann zu komplexen Anwendungen überzugehen. Stattdessen sollte man von Anfang an Anwendungen und Projekte in den Unterricht einbeziehen. Solche "Anfangsbegegnungen" sollten besonders ansprechend, typisch und einprägsam sein.
- Zwischen vielen Elementen und Betrachtungsweisen der Statistik einerseits und der Wahrscheinlichkeitsrechnung andererseits bestehen Wechselbeziehungen. Neben der notwendigen eigenständigen Entwicklung von Begriffen und Verfahren der Statistik und Wahrscheinlichkeitsrechnung sollten deshalb in allen Klassenstufen Verbindungen von Inhalten aus beiden Disziplinen hergestellt werden.
- Der mathematische Kalkül sollte sehr "vorsichtig" entwickelt werden, insbesondere ist kein Wissen auf Vorrat zu produzieren. Es sollte ein minimales Begriffsgefüge angestrebt werden.

Die Kombinatorik wird nicht zur Stochastik im engeren Sinne gezählt. Im Rahmen der Wahrscheinlichkeitsrechnung hat die Kombinatorik die Funktion einer Hilfsdisziplin, indem sie geeignete Abzählverfahren zur Berechnung von Wahrscheinlichkeiten bereitstellt. Für die Lösung von Aufgaben zur Wahrscheinlichkeitsrechnung in dem von uns vorgeschlagenen Minimalkurs sind nur sehr wenige explizite kombinatorische Kenntnisse erforderlich. Aufgrund der Bedeutung der Kombinatorik für das Erlernen grundlegender Zähltechniken und die Entwicklung allgemeiner geistiger Fähigkeiten halten wir in diesem Sinne elementare kombinatorische Inhalte weiterhin für bedeutsam. Sie sollten in angemessener Weise auch in den Stochastikunterricht integriert werden.

2. Empfehlungen zum Abschlussniveau in der Primarstufe

Bereits in der Primarstufe sollten Elemente der Wahrscheinlichkeitsrechnung und Statistik verbindlicher Bestandteil der Pläne sein, da

- die Schüler in ihrem täglichen Leben bereits mit stochastischen Erscheinungen (statistische Daten, Wahrscheinlichkeitsaussagen, Spiele mit Zufallsgeneratoren u.a.) konfrontiert werden und
- die Entwicklung einer stochastischen Allgemeinbildung ein grundlegendes und langfristig zu entwickelndes Ziel ist, das einer propädeutischen Behandlung in der Grundschule bedarf.

Am Ende der Primarstufe sollten Schülerinnen und Schüler

1. Probleme kennen und Fragen selbst stellen können, die sich mithilfe von Daten beantworten lassen,
2. erste Erfahrungen im Erfassen und Aufbereiten von Daten mit Strichlisten, Häufigkeitstabellen, Strecken- und Streifendiagrammen besitzen,
3. Informationen aus einfachen Diagrammen entnehmen können,
4. die Wahrscheinlichkeit von einfachen Ereignissen auf der Grundlage von Daten, Erfahrungen oder der Analyse der Bedingungen des Vorgangs qualitativ vergleichen und einschätzen können,
5. über erste Erfahrungen mit einfachen Zufallsexperimenten verfügen.

Stochastik sollte in der Primarstufe kein eigenständiges Stoffgebiet darstellen, sondern als ein Aspekt den gesamten Mathematikunterricht durchziehen. Besonders bietet sich eine Integration in das Sachrechnen an.

Bei der Behandlung im Unterricht sollten Vorerfahrungen der Schüler analysiert und aufgegriffen werden. Außerdem sind den Schülern Möglichkeiten zu verschiedenen Lösungswegen und einem Vorgehen auf enaktiver Ebene anzubieten.

3. Empfehlungen zum Abschlussniveau der Sekundarstufe I

Ziele einer stochastischen Allgemeinbildung der Schüler sollten Bestandteil der Pläne möglichst jeder Jahrgangsstufe bzw. Doppeljahrgangsstufe sein. Zur Realisierung der im Folgenden aufgeführten Minimalforderungen sollten mindestens 10 % der Unterrichtszeit eingeplant werden.

Der Stochastikunterricht in der Sekundarstufe I sollte folgendes Abschlussniveau anstreben³:

1. Die Schüler sind in der Lage, zufällige Erscheinungen in ihrem Erfahrungsbereich zu erkennen und zu beschreiben, indem sie das betrachtete Merkmal und die möglichen Ergebnisse angeben, und Bedingungen zu nennen, die Einfluss auf das Eintreten der unterschiedlichen Ergebnisse haben können.

³ Die Reihenfolge der Punkte ist nicht als Vorschlag für eine Reihenfolge ihrer Behandlung im Unterricht zu verstehen.

2. Die Schüler sind in der Lage, Fragen zu stellen und Erhebungen zu planen, mit denen Daten zu einem oder mehreren Merkmalen in einer oder mehreren Grundgesamtheiten erhoben werden können. Sie kennen die Problematik der Auswahl einer repräsentativen Stichprobe und können durch zufällige Auswahl eine solche in einfachen Fällen gewinnen.
3. Die Schüler können Strichlisten und Häufigkeitstabellen für eindimensionale Daten anfertigen sowie relative Häufigkeiten berechnen.
Die Schüler kennen folgende Möglichkeiten zur grafischen Darstellung von eindimensionalen Daten: Kreisdiagramm, Streckendiagramm (Stabdiagramm), Streifendiagramm (Balken- oder Säulendiagramm), Liniendiagramm (Kurvendiagramm, Streckenzug, Polygonzug), Stamm-Blatt-Diagramm (Stamm-Blätter-Diagramm, Stängel-Blätter-Diagramm) und Bilddiagramm (Piktogramm). Sie sind in der Lage, angemessene grafische Darstellungen für Daten auszuwählen und in einfachen Fällen zu erstellen, wobei nach Möglichkeit geeignete Software verwendet werden sollte. - Im *Realschul-* und *gymnasialen Bildungsgang* sollten auch Boxplots verwendet, mehrere Verteilungen mittels Boxplots miteinander verglichen sowie zweidimensionale Daten in Tabellen und Streudiagrammen dargestellt werden.
4. Die Schüler können vorliegende grafische Darstellungen lesen und interpretieren. Insbesondere können sie den qualitativen Verlauf von Zeitreihen beschreiben. Sie erkennen fehlerhafte Darstellungen in einfachen Fällen.
5. Die Schüler können das arithmetische Mittel und den Zentralwert (Median) einer Häufigkeitsverteilung bestimmen, interpretieren und deren angemessene Verwendung beurteilen.
6. Die Schüler verstehen qualitativ das Problem der Streuung und können ein einfaches Streuungsmaß (z. B. Spannweite) berechnen und interpretieren.
Im *Realschul-* und *gymnasialen Bildungsgang* sollte ein weiteres Streuungsmaß (z.B. die mittlere Abweichung, die Vierteldifferenz oder die Standardabweichung) an Beispielen berechnet und interpretiert werden.
7. Im *Realschul-* und *gymnasialen Bildungsgang* kennen die Schüler das Problem der Gruppierung von Daten und können in einfachen Fällen eine Klassenbildung vornehmen und dafür das arithmetische Mittel berechnen.
Sie können im *gymnasialen Bildungsgang* auch Histogramme erstellen und wissen um grundlegende Eigenschaften eines Histogramms.
8. Die Schüler können auf der Grundlage von Daten Schlussfolgerungen und Prognosen qualitativ herleiten und bewerten. Dazu betrachten sie die Bedingungen der zufälligen Vorgänge, von denen die Daten erhoben wurden, und suchen nach Beziehungen zwischen der Ausprägung der Bedingungen und der Verteilung der Daten. Sie untersuchen insbesondere die Unterschiede zwischen den Ergebnissen verschiedener Stichproben einer Grundgesamtheit. Sie können begründete Vermutungen

aufstellen, neue Fragen formulieren und dazu entsprechende neue Untersuchungen planen. - Im *Realschul- und gymnasialen Bildungsgang* sollten auch Streudiagramme genutzt werden, um Beziehungen zwischen zwei Merkmalen eines Objektes zu entdecken und zu untersuchen. Die Schüler können Geraden in geeignete Streudiagramme nach Augenmaß oder mit Hilfe von Software einpassen.

9. Die Schüler können qualitativ die Beziehungen zwischen der Wahrscheinlichkeit eines Ergebnisses/Ereignisses und seiner relativen Häufigkeit bei einer großen Zahl von Wiederholungen des Vorgangs unter gleichen Bedingungen beschreiben.
10. Die Schüler können eine Wahrscheinlichkeitsangabe als Grad der Erwartung, Grad der Sicherheit und als Prognose zu erwartender absoluter Häufigkeiten interpretieren.
11. Die Schüler können im Fall der Gleichwahrscheinlichkeit aller möglichen Ergebnisse Wahrscheinlichkeiten von Ereignissen als Verhältnis der Anzahl der günstigen zu den möglichen Fällen berechnen.
12. Die Schüler können die Wahrscheinlichkeit bei zweistufigen Zufallsvorgängen mithilfe eines Baumdiagramms und der Pfadregeln berechnen.
Im *Realschul- und gymnasialen Bildungsgang* können die Schüler die Wahrscheinlichkeit von Ereignissen bei mehrstufigen Zufallsvorgängen mithilfe eines Baumdiagramms und der Pfadregeln berechnen.
13. Im *Realschul- und gymnasialen Bildungsgang* können die Schüler den Erwartungswert eines quantitativen Merkmals bei einer vorliegenden Wahrscheinlichkeitsverteilung berechnen und sachbezogen interpretieren.
14. Im *Realschul- und gymnasialen Bildungsgang* lernen die Schüler Sachzusammenhänge kennen, bei denen eine Simulation mit Hilfe von Zufallszahlen sinnvoll ist. Sie können Experimente mit Zufallsgeneratoren bzw. Zufallszahlen planen, durchführen und auswerten. Sie sind insbesondere in der Lage, zufällige Vorgänge zu simulieren. Dadurch sammeln sie zugleich Erfahrungen in stochastischen Situationen und können ihre Intuitionen über zufällige Erscheinungen und Wahrscheinlichkeiten überprüfen und gegebenenfalls korrigieren.

4. Empfehlungen zum Abschlussniveau der Sekundarstufe II

Prinzipien zum Stochastikunterricht in der Sekundarstufe II

Neben den allgemeinen Prinzipien zum Stochastikunterricht (vgl. S. 1/2) sollten für die Sekundarstufe II weiterhin folgende Grundsätze beachtet werden:

1. Das Konzept des Stochastikunterrichts in der Sekundarstufe II sollte sich an den in der Sekundarstufe I behandelten Inhalten orientieren. Analog zu den beiden übrigen Gebieten der Sekundarstufe II - Analysis und Lineare Algebra/Analytische Geome-

trie - sollte außer der üblichen Reaktivierung des benötigten Wissens keine explizite Behandlung von Stoffen der Sekundarstufe I in den Plänen gefordert werden. Analog zu den beiden übrigen Gebieten der Sekundarstufe II, der Analysis und der Linearen Algebra/Analytischen Geometrie, sollte außer der üblichen Reaktivierung des benötigten Wissens keine explizite Behandlung von Stoffen der Sekundarstufe I in den Plänen gefordert werden.

2. Entsprechend den einheitlichen Prüfungsanforderungen der Kultusministerkonferenz in der Fassung vom 24. Mai 2002 ist der Unterricht in Stochastik verbindlicher und prüfungsrelevanter Bestandteil aller Pläne. Stochastik spielt in einer sehr großen Zahl von Studiengängen eine erhebliche Rolle (siehe S. 1), und es kann immer wieder beobachtet werden, dass viele Studierende große Probleme im Verständnis grundlegender Begriffe und Denkweisen der Stochastik haben.
3. Der Stochastikunterricht in der Sekundarstufe II sollte so angelegt werden, dass die stochastischen Inhalte mit den Inhalten der Analysis und mit den Inhalten der Analytischen Geometrie / Linearen Algebra vernetzt werden.
4. Die weitere Entwicklung des stochastischen Wissens und Könnens in der Sekundarstufe II, ist nur möglich, wenn die Lernenden selbst weiterhin viele Gelegenheiten für Eigenaktivitäten erhalten, um operative Erfahrungen mit zufälligen Vorgängen zu machen und über diese zu reflektieren. Das schließt die Planung und Durchführung von statistischen Untersuchungen, Experimenten und Simulationen sowie die Konstruktion von Modellen und deren Interpretation ein.

Aufgrund der unterschiedlichen Realisierungsmöglichkeiten von Abiturstufenplänen hinsichtlich Zeitumfang, Jahrgangsstufe, Grund- und Leistungskurs sowie unterschiedlicher inhaltlicher Ausgestaltungsmöglichkeiten werden lediglich allgemeine Kompetenzen genannt, die als Mindestziele in jedem Plan angestrebt werden sollten. Darüber hinaus werden mögliche Erweiterungen und Vertiefungen angeführt.

Mindestziele

1. *Kompetenzen bei der Planung von statistischen Untersuchungen*
Die Schüler verstehen, wie die Art der Planung von Studien die Qualität der Daten und der daraus möglichen Schlussfolgerungen maßgeblich beeinflusst.
2. *Kompetenzen im Darstellen und Zusammenfassen von Daten*
Die Schüler können zu Datenmengen geeignete Grafiken erstellen, statistische Kennzahlen ermitteln und damit in sinnvoller Weise Fragen beantworten.
Sie kennen einfache Techniken zur Beschreibung und Modellierung von Zusammenhängen zwischen zwei Variablen. Sie verstehen, dass Daten durch Zufall bedingt variieren.

3. Kompetenzen im Modellieren zufälliger Vorgänge

Die Schüler sind in der Lage, vom Zufall beeinflusste Vorgänge mit Hilfe von Zufallsvariablen zu modellieren. Sie können durch Simulation Wahrscheinlichkeiten und Erwartungswerte von Zufallsgrößen schätzen. Sie können eine Wahrscheinlichkeitsverteilung im Sachkontext begründet und adäquat zur Modellierung einsetzen. Insbesondere verstehen sie das Konzept der Binomialverteilung.

4. Kompetenzen im Umgang mit dem Kalkül der Stochastik

Die Schüler kennen die Grundeigenschaften von Wahrscheinlichkeiten und können daraus einfache Rechenregeln für Wahrscheinlichkeiten ableiten und bei konkreten Problemen anwenden. Sie können Kenngrößen von Zufallsvariablen berechnen. Die Schüler erwerben ein inhaltliches Verständnis für den Begriff "bedingte Wahrscheinlichkeit", und für die Bayessche Formel und können sie in Sachsituationen verständlich anwenden. Die Schüler kennen den Begriff der stochastischen Unabhängigkeit von Ereignissen und können ihn sachbezogen interpretieren. Sie können die Unabhängigkeit in einfachen Fällen als Modellannahme begründen.

5. Kompetenzen im begründeten Schließen in unsicheren Situationen

Die Schüler haben an Beispielen grundlegende Probleme stochastischer Schlussweisen kennengelernt.

Sie verstehen das prinzipielle Vorgehen bei einem Signifikanztest und können anhand einer diskreten Verteilung beispielhaft erklären, was eine signifikante Abweichung vom Erwartungswert ist. Insbesondere wissen sie, bei welchen Fragestellungen Signifikanztests ein angemessenes Werkzeug darstellen und bei welchen Problemen diese Tests keine brauchbaren Aussagen liefern. Sie sind imstande, Aussagen über Wahrscheinlichkeiten für Fehler 1. und 2. Art korrekt aufzustellen und zu interpretieren.

Erweiterungen und Vertiefungen

1. Die Schüler kennen Charakteristika und Unterschiede von Untersuchungstypen sowie den Effekt der Randomisierung auf die Qualität der Schlussfolgerungen. Sie können eine Studie zu einfachen Untersuchungsfragen planen.
2. Die Schüler können die Gestalt der Binomialverteilung aus den Parametern ableiten und den Zusammenhang zu den Kenngrößen Erwartungswert und Varianz herstellen. Sie wissen, wie sich die Binomialverteilung für wachsende n qualitativ verändert. Sie kennen die Bedeutung der $k\sigma$ -Intervalle für große n und können sie bestimmen sowie sachgerecht interpretieren. Sie verstehen die Aussage des Bernoulli-Gesetzes der großen Zahlen.
3. Die Schüler können auf der Grundlage der Binomialverteilung einen geeigneten Stichprobenumfang bestimmen, um einen unbekannten Parameter mit einer gewissen vorgegebenen Sicherheit und einer beliebigen vorgegebenen Genauigkeit zu

schätzen. Sie sind in der Lage, die Genauigkeit von gegebenen Schätzwerten von Wahrscheinlichkeiten (z. B. Umfrageergebnissen aus den Medien) kritisch zu beurteilen.

4. Schüler lernen das Konzept einer Bayes-Analyse kennen, das die Beurteilung von Hypothesen erlaubt. Die Schüler erkennen dabei die grundlegende Rolle des Bayes'schen Theorems. Sie sind imstande, eine Bayes-Analyse für einen diskreten Parameterraum durchzuführen.
5. Die Schüler kennen die Normalverteilung als Beispiel für eine der wichtigsten nicht diskreten Verteilungen. Sie haben an Beispielen aus den Naturwissenschaften, der Technik, der Wirtschaft oder Soziologie erfahren, dass die Normalverteilung als Idealisierung von Häufigkeitsverteilungen auftritt.
6. Die Schüler können auf der Grundlage von selbst aufgestellten Modellen Simulationen von zufälligen Vorgängen komplexerer Natur durchführen und auswerten. Dabei machen sie sich geeignete technologische Hilfsmittel zu nutze. Sie gewinnen aus diesen Simulationen Schätzwerte für Wahrscheinlichkeiten und Erwartungswerte. Sie sind in der Lage, die Genauigkeit der Schätzwerte für Wahrscheinlichkeiten zu beurteilen.
7. Die Schüler kennen den Begriff der Stichprobenverteilung und seine Bedeutung für die Inferenzstatistik. Dabei nutzen sie Computersimulationen, um die Eigenschaften von Stichprobenverteilungen zu erkunden.
8. Die Schüler können mit Hilfe von Matrizen einfache stochastische Prozesse über endlichen Zustandsräumen als Markoffketten modellieren und mathematisch begründete Schlussfolgerungen ziehen.
9. Die Schüler können Wahrscheinlichkeiten bei der Binomialverteilung unter gewissen Annahmen näherungsweise mit anderen Verteilungen (Normalverteilung bzw. Laplacesche Näherungsformeln, Poissonverteilung bzw. -näherung) berechnen.
10. Die Schüler kennen weitere Modellierungstypen (wie z.B. die Polynomverteilung, hypergeometrische Verteilung) bzw. Aufgabentypen (Geburtstagsproblem, Problem der vollständigen Serie, Rencontre-Problem) und können dazu passende Probleme formulieren und lösen.
11. Die Schüler kennen die Polynomverteilung und deren Annäherung durch die Chi-Quadrat-Verteilung. Sie können den Chi-Quadrat Test zur Güte der Anpassung anwenden und angemessen interpretieren.

DoktorandInnenseminar 2002

Franziska Siebel; Elisabeth Rathgeb-Schnierer

Auch dieses Jahr fand wieder ein DoktorandInnenseminar der GDM in Benediktbeuern statt. Vom 27. bis 30. September trafen sich 13 DoktorandInnen, um über ihre Forschungsvorhaben zu diskutieren. Zur Betreuung erklärten sich Frau Prof'in Dr. LISA HEFENDEHL-HEBEKER, Herr Prof. Dr. HERMANN MAIER, Herr Prof. Dr. WERNER PESCHEK und Herr Prof. Dr. BERND WOLLRING bereit.

Aufgrund der Erfahrungen aus dem Vorjahr wurde das Seminar sowohl inhaltlich als auch organisatorisch etwas verändert. So reichten alle DoktorandInnen vier Wochen vor dem Seminar ein Exposé über den Stand ihrer Arbeit ein, das den ExpertInnen zur gezielten Vorbereitung diente. Dies wurde sowohl von den Betreuenden als auch von den Teilnehmenden sehr begrüßt. Weiter wurde angeregt, dass bei zukünftigen Seminaren diese Exposés auch allen Teilnehmenden im Vorfeld zur Verfügung gestellt werden.

Im Vordergrund des Seminars stand die Vorstellung der Forschungsprojekte. Dafür war für jede DoktorandIn ein neunzigminütiger Zeitrahmen vorgesehen, der sich in einen dreißigminütigen Vortrag und eine einstündige Diskussion gliederte. Die vorgestellten Forschungsprojekte waren inhaltlich breit gestreut. Methodisch zeichnete sich jedoch die eindeutige Tendenz zur empirischen Forschung ab. Über folgende Themen wurde vorgetragen:

KERSTIN BRÄUNING: <i>Problematische Mathematikleistungen: Konzeption und Erprobung eines Interviewleitfadens zur Diagnose problematischer Mathematikleistungen.</i>	ELISABETH RATHGEB-SCHNIERER: <i>Kinder auf dem Weg zum flexiblen Rechnen: Eine Untersuchung zur Entwicklung von Rechenwegen bei Grundschulkindern.</i>
ASTRID DESENISS: <i>Mathematische Weltbilder von Schülerinnen und Schülern im Kontext sprachlich-kultureller Diversität.</i>	JÜRGEN ROTH: <i>Bewegliches Denken- ein wichtiges Prozessziel des Mathematikunterrichts.</i>
MEIKE GRÜBING: <i>Räumliche Fähigkeiten und mathematische Kompetenzen im Grundschulalter.</i>	THOMAS ROTTMANN: <i>Halbieren und Verdoppeln – Analyse des kindlichen Begriffsverständnisses.</i>
FRANK HELLMICH: <i>Inhalte, Kontexte und Aktivitäten – Interessenbezogenes Lernen am Beispiel des Mathematikunterrichts in der Grundschule.</i>	FRANZISKA SIEBEL: <i>Rekonstruktion der Fachsprache der elementaren Algebra.</i>

MARKUS HELMERICH: <i>Entscheidungshilfe für ein Promotionsthema: Zwischen rhetorischen Strukturen in der Visualisierung von Information und den Problemen beim Verschriftlichen von Mathematik.</i>	DIRK TÖNNIES: <i>Welche Auswirkungen hat der Computereinsatz auf das Curriculum und die Rahmenrichtlinien der Sekundarstufe I ?</i>
ALEXANDER JORDAN: <i>Mathematische Grundbildung von Gymnasiasten am Ende der Sekundarstufe I – Stoffdidaktische Analysen und empirische Untersuchungen.</i>	KIRSTEN THIEMANN: <i>Zur Entwicklung (anschaulicher) Grundvorstellungen im Bereich der Dezimalbruchrechnung.</i>
KIRSTIN LOBEMEIER: <i>Untersuchungen zur mathematisch-naturwissenschaftlichen Kompetenz im Grundschulalter.</i>	

Teilnehmende mit Themen

Die Vorträge mussten aufgrund des Zeitrahmens in zwei parallelen Sektionen organisiert werden, was sowohl Vor- als auch Nachteile hatte: Innerhalb der kleinen Gruppen war effektives Arbeiten möglich, allerdings konnte nicht jeder Beitrag gehört werden.

Neben den Parallelsessionen erklärte sich Herr Prof. Dr. HERMANN MAIER bereit, einen Vortrag zum Thema *Zur Beschreibung der Forschungsmethode(n) in einer Dissertation* zu halten. In diesem ging er insbesondere auf empirische Methoden und deren Darstellung ein. Durch Beispiele aus seiner Forschungspraxis wurde der theoretische Rahmen ergänzt.

Über die Vorträge hinaus gab es Kaffeepausen, abendliche Besuche im Klosterkeller oder der Klosterschänke sowie eine gemeinsame Klosterbesichtigung mit anschließendem Spaziergang bei herrlichem Wetter. Diese Programmelemente waren eingeplant, um Erfahrungen auszutauschen, Kontakte zu knüpfen und Einzelgespräche zu führen. Die Angebote wurden intensiv genutzt, was letztlich auch an den stets gesprächs- und diskussionsbereiten Betreuenden lag.

Insgesamt herrschte ein sehr offenes und angenehmes Klima, welches konstruktive Diskussionsrunden ermöglichte, die uns alle in unserem Denk- und Arbeitsprozess voran brachten.

Das Wochenende nutzten wir zudem zu einer gemeinsamen Gesprächsrunde im internen Kreis der DoktorandInnen, um uns Gedanken über zukünftige Treffen und Seminare zu machen. Dabei wurde zunächst deutlich, wie wichtig allen ein solches Seminar ist. Im Hinblick auf zukünftige Seminare kamen folgende Anregungen zur Sprache: Das Pro-

gramm könnte durch Kleingruppenarbeit an ausgewählten Themen ergänzt werden. Weiterhin sollte überlegt werden, ob ein zentral gelegener Tagungsort den Teilnehmenden nicht mehr entsprechen würde, selbst wenn die Umgebung nicht ganz so reizvoll sein sollte, wie dies in Benediktbeuern der Fall ist.

Zum Schluss möchten wir uns bei allen bedanken, die zum Gelingen dieses Seminars beigetragen haben: Neben allen DoktorandInnen gilt unser Dank besonders Frau HEFENDEHL-HEBEKER, Herrn MAIER, Herrn PESCHEK und Herrn WOLLRING. Durch ihre intensive Vorbereitung bereicherten sie die Diskussion mit gezielten Anregungen. Ihre Offenheit und ihr Engagement, von der ersten Tasse Kaffee bis zum letzten Getränk in der Klosterschänke mit uns zu diskutieren, begeisterte alle. An dieser Stelle möchten wir uns bei der GDM bedanken. Ohne ihre Unterstützung wäre dieses DoktorandInnenseminar nicht möglich gewesen. Über eine Fortsetzung der Nachwuchsförderung in dieser Form, würden wir uns sehr freuen.

Das Projekt MARKUS

Die Leistungsfähigkeit von Schülerinnen und Schülern in Mathematik
Rheinland-pfälzische Studie MARKUS in der Öffentlichkeit präsentiert⁴

Reinhold S. Jäger

Mit dem gerade der Öffentlichkeit vorgestellten Buch werden die Ergebnisse des Projekts MARKUS zum ersten Male umfassend berichtet. Das Akronym MARKUS steht für "Mathematik-Gesamterhebung Rheinland-Pfalz: Kompetenzen, Unterrichtsmerkmale, Schulkontext". Es handelt sich bei dieser Studie um die erste Gesamterhebung der Fachleistungen mittels eines Mathematiktests bei einem kompletten Schülerjahrgang eines Flächenlandes, ergänzt durch eine schriftliche Befragung aller teilnehmenden Schülerinnen und Schüler, der sie unterrichtenden Fachlehrkräfte sowie der Schulleitungen. Die Studie stellt damit die in Deutschland bislang umfassendste Bestandsaufnahme des Leistungsstandes von Schülerinnen und Schülern und seiner Bedingungen dar und geht in der Darstellung weit über das hinaus, was PISA bislang an Ergebnissen präsentieren konnte.

Ziel der Studie war das Bestreben, den beteiligten Lehrkräften und Schulen eine Standortbestimmung zu ermöglichen und damit eine empirisch begründete Wissensbasis für Maßnahmen der Schul- und Unterrichtsentwicklung bereitzustellen. Hierfür wurde eine

⁴ Adresse des Autors: Prof. Dr. Reinhold S. Jäger, Zentrum für empirische pädagogische Forschung, Universität Koblenz-Landau, Friedrich-Ebert-Str. 12, 76829 Landau.

ausführliche Rückmeldung der Testergebnisse und Kontextmerkmale an alle beteiligten Schulen und Lehrkräfte sowie zusätzlich eine Rückmeldung von Fragebogenergebnissen zum Profil des Unterrichts und des Lernklimas direkt und persönlich an Lehrkräfte, die diese Rückmeldung angefordert hatten, vorgenommen. Zugleich sollten allgemeine Informationen über Schülerleistungen und die Unterrichtssituation in der 8. Klassenstufe in Rheinland-Pfalz gewonnen werden.

Die Studie spricht folgende Themen an:

Nach Kapitel 1 zur Durchführung der Studie folgen die zentralen Ergebnisse zu den mathematischen Fachleistungen im Kapitel 2. In Kapitel 3 geht es um den individuellen familiären, d.h. sozialen und sprachlichen Hintergrund der Schülerinnen und Schüler und seine Bedeutung für die Mathematikleistungen und das Lernverhalten, wobei auch auf die Rolle des TV-Konsums eingegangen wird. In Kapitel 4 wird die Bedeutung des Klassenkontextes und der Unterrichtszeit thematisiert. Anschließend widmet sich Kapitel 5 der Frage, wie sich die Bildungsgänge und Schularten hinsichtlich anderer Zielkriterien als der Mathematiktestleistung unterscheiden, wobei die Lernmotivation, die Lernkompetenz und das leistungsbezogene Selbstvertrauen im Mittelpunkt stehen. Kap. 6 befasst sich mit dem Unterricht als dem Kern der Schulentwicklung und geht der Frage nach, welche Lehrmethoden in den 8. Klassen realisiert werden und wie Schülerinnen und Schüler die Qualität des Fachunterrichts und der Klassenführung beurteilen. In Kap. 7 schließlich geht es um die Frage, welche Merkmale erfolgreiche Klassen auszeichnen - solche, die deutlich bessere Mathematikleistungen oder ein höheres Niveau der Lernmotivation charakterisieren als man von diesen Klassen anhand des gegebenen Kontextes erwarten würde. Das Buch wird durch einen Anhang ergänzt, der als Orientierung für künftige Studien gedacht ist. Mit ihm werden Materialien bereit gestellt, welche die Planung, Durchführung und Auswertung solcher Erhebungen, inklusive der Ergebnissrückmeldung an die beteiligten Lehrkräfte und Schulen, erleichtern sollen.

MARKUS enthält das Potenzial für eine Vielzahl theoretisch, methodisch wie auch bildungspolitisch und schulpraktisch interessanter und aussichtsreicher Analysen, deren Stärke die Differenziertheit der Erfassung des Kontextes von Lehren und Lernen auf verschiedenen hierarchisch abgestuften Ebenen ist (Schüler - Klassen - Schulen - Schularten/Bildungsgänge).

Die MARKUS-Ergebnisse stellen aus der Sicht der Autoren einen reichhaltigen Fundus für Maßnahmen des schulischen Qualitätsmanagements, für die Lehreraus- und -fortbildung sowie für Maßnahmen der Selbstevaluation in Schulen dar. Sie sind zugleich eine wichtige Quelle für Eltern.

Lit.: Helmke, A. & Jäger, R.S. (Hrsg.): Das Projekt MARKUS: Mathematik-Gesamterhebung Rheinland-Pfalz: Kompetenzen, Unterrichtsmerkmale, Schulkontext. 550 S. Landau: Verlag Empirische Pädagogik. 22,90 €. ISBN 3-933967-69-4. Kurzfassung der wichtigsten Ergebnisse: <http://www.vcp-landau.de> → Erziehungswissenschaft (*.pdf)

GEONExT – ein erster Überblick

Peter Baptist

Zu den Forschungsschwerpunkten des Lehrstuhls für Mathematik und ihre Didaktik an der Universität Bayreuth gehört seit 1995 die Entwicklung dynamischer Mathematiksoftware und von Konzepten für deren Einsatz in der Ausbildung an Schule und Universität. Die Erfahrungen mit dem bewährten Geometrieprogramm GEONET bilden die Grundlage des Nachfolgeprogramms GEONExT. Es lässt sich unter verschiedenen Betriebssystemen, wie z.B. Windows und Linux, einsetzen.

Die dynamische Mathematiksoftware GEONExT eröffnet neue Wege des Lehrens und Lernens im Mathematikunterricht. Sie erlaubt Visualisierungsmöglichkeiten, die mit Papier, Bleistift und traditionellen Konstruktionswerkzeugen bzw. an der Tafel nicht realisierbar sind. GEONExT bietet die Basis für einen Unterricht, der Schülern eigenverantwortliches, selbständiges und kooperatives Arbeiten sowie einen aktiventdeckenden Zugang zu mathematischen Inhalten ermöglicht.

GEONExT kann ohne Kosten im Unterricht und außerhalb der Schule eingesetzt werden. Die Weitergabe der Software an Schülerinnen und Schüler für deren häusliche Arbeiten ist somit problemlos möglich.

Konstruktionsprogramm und Multimediatool

GEONExT kann von der Grundschule an bis hin zur Analysis der gymnasialen Oberstufe sowie in der Lehrerausbildung an Universitäten vielfältig und flexibel genutzt werden, und zwar als eigenständiges Programm oder im Rahmen von Lernumgebungen auf HTML-Basis.

Als eigenständige Anwendung dient GEONExT als Werkzeug zum Durchführen von geometrischen Konstruktionen. Dazu bietet GEONExT eine Zeichenfläche und eine Vielzahl von Konstruktionswerkzeugen. Im Gegensatz zu Zeichnungen auf Papier lassen sich GEONExT-Konstruktionen nachträglich vielfältig variieren und dynamisch verändern.

Zusätzlich kann GEONExT in HTML-Seiten eingebunden werden, so dass Texte, Grafiken, Bilder und vor allem bewegliche Konstruktionen miteinander verbunden werden können. Diese Vorgehensweise erlaubt das Erstellen von dynamischen Arbeitsblätter und von komplexeren multimedialen Lernumgebungen, also von Unterrichtsmaterialien, die Schülern Freiräume für eigenständiges mathematisches Arbeiten eröffnen.

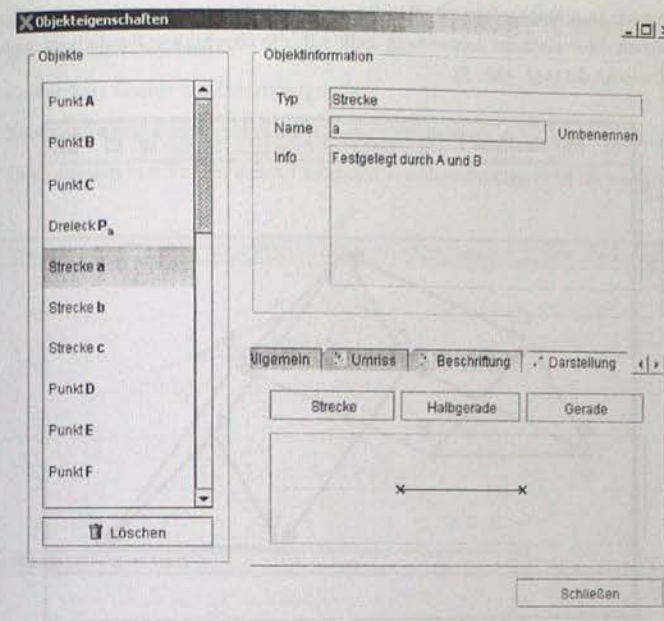


Abbildung 1: Ausführliches Menü zum Verändern der Objekt-Eigenschaften

Durch das Multi Document Interface (MDI) können zudem mehrere Konstruktionen in einer GEONExT-Umgebung unabhängig voneinander dargestellt werden. Die vorgegebene Auswahl und Anordnung der Konstruktionswerkzeuge lässt sich den jeweiligen unterrichtlichen Erfordernissen anpassen. Dabei kann man verwandte Werkzeuge in entsprechenden Untermenüs zusammenfassen und solche, die nicht benötigt werden, einfach weglassen.

Objekte und deren Eigenschaften

Den Schülern stehen auf der GEONExT-Zeichenfläche alle für die Schulgeometrie relevanten Konstruktionsmöglichkeiten zur Verfügung: Neben Punkten, Geraden und Kreisen sowie daraus zusammengesetzten Objekten, z.B. Streckenmittelpunkt, Winkelhalbierende oder Umkreis, sind Vektoren, Polygone, Winkel, Kreissektoren, Berechnungen und Texte darstellbar. Über eine separate Dialogbox (vgl. Abb. 1) ist es möglich, Eigenschaften der Objekte zu ändern. So sind etwa Linienstärke bei Geraden, Farbgebung, Transparenz von eingefärbten Flächen, Beschriftung und Darstellungsform (Gerade – Halbgerade – Strecke) variierbar.

Zu Gruppen zusammengefasste Punkte lassen sich inklusive ihrer abhängigen Objekte verschieben. Eine einfache Anwendung stellt z.B. die abgebildete Parallelverschiebung eines Dreiecks dar (vgl. Abb. 2).

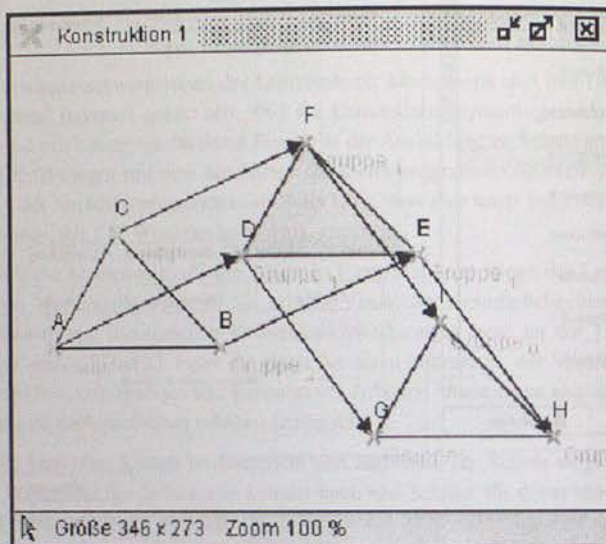


Abbildung 2: Gruppen von Punkten zur Visualisierung der Parallelverschiebung von Dreiecken

Gleiter

Neben frei beweglichen Punkten lassen sich Punkte – sog. Gleiter – auch an ausgewählte Objekte binden. So ist beispielsweise ein Punkt auf einer Kreislinie als Gleiter nur entlang dieser Kreislinie bewegbar. GEONExT bietet zudem die Möglichkeit, diesen Bewegungsablauf zu automatisieren (Animation). Weiterhin lassen sich Gleiter auch von ihrer Bindung loslösen.

GEONExT-Algebra-System

Die Integration eines Computeralgebra-Systems schafft interessante Visualisierungsmöglichkeiten insbesondere für den Geometrie- und Analysisunterricht. Die Basis für das GEONExT-Algebra-System (G.A.S.) bildet das freie Java-Applet *Hartmath*. Es wurde eine Schnittstelle geschaffen, die es erlaubt, *Hartmath* in GEONExT zu integrieren, um so Berechnungen an geometrischen Objekten überhaupt erst zu ermöglichen und in der Folge zu optimieren. Dem GEONExT-Nutzer stehen dadurch viele zusätzliche Werkzeuge zur Verfügung:

- Verändern von Funktionsgraphen und von Parameterkurven in Abhängigkeit von geometrischen Objekten
- Animierbare Gleiter auf Funktionsgraphen
- Koordinaten von Punkten als Terme (sog. (x; y)-Punkte)
- Dynamisieren von Texten durch Einbinden von Berechnungen und Messungen

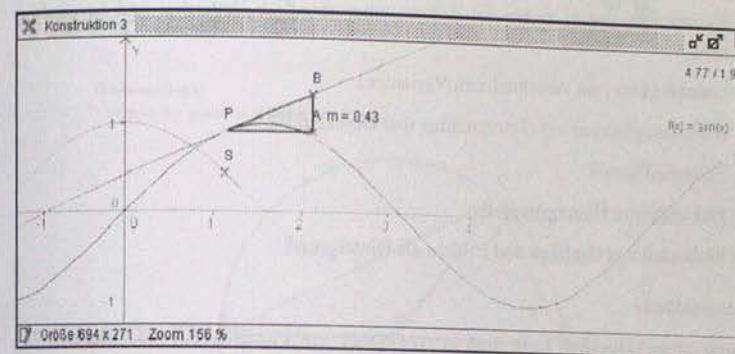


Abbildung 3: Konstruktion mit berechneten Objekten am Beispiel des Steigungsdreiecks am Graphen der Sinus-Funktion

Ein konkretes Beispiel für den Einsatz des G.A.S. stellt die GEONExT-Konstruktion (vgl. Abb. 3) zur Einführung der Ableitung der Sinus-Funktion dar.

Auf den Sinus-Graphen wird ein Gleiter P gesetzt, der entlang dieser Kurve beweglich ist. Mit Hilfe der (x; y)-Punkte A und B werden das Steigungsdreieck und die Tangente im Punkt P erzeugt. Durch Ziehen an P passt sich dieses Dreieck seiner jeweiligen Position an. Ausgehend von einer solchen Konfiguration kann sich der Schüler die jeweilige Steigung mit Hilfe einer Berechnung als dynamischen Text auf der Konstruktionsfläche ausgeben lassen (vgl. Abb. 3). Dabei muss er die Abhängigkeit der Steigung von den drei Punkten P, A und B berücksichtigen. So ergeben sich erste Vermutungen bezüglich Wertebereich und Verlauf der Ableitungsfunktion. Verstärken lassen sich diese Spekulationen durch Zeichnen eines (x; y)-Punktes S, dessen Ordinate jeweils gleich der Steigung des Graphen an der Stelle x ist und der beim Bewegen (im Spurmodus) eine Spur hinterlässt und so den Graphen der Kosinusfunktion skizziert.

Spur – Spurkurve

Der Spurmodus lässt sich für beliebig auswählbare Objekte aktivieren, also z.B. auch zur Darstellung von Funktionenscharen. Hängt ein Punkt von einem Gleiter ab, kann

man seine Spur nicht nur durch diskrete Spurpunkte sichtbar machen, sondern auch eine kontinuierliche (interpolierte) Spurkurve erzeugen lassen.

Zeichenfläche

Die Bandbreite der Einsatzmöglichkeiten von GEONeXT sowie die Benutzerfreundlichkeit werden durch zahlreiche Einstellungsoptionen bezüglich der Zeichenfläche erhöht. Dazu gehören u. a.:

- Koordinatensystem, wobei die Achsen unterschiedlich skalierbar und beschriftbar sind
- Gitterstruktur (mit verschiedenen Varianten)
- Einrastmöglichkeit auf Gitterpunkten und Objekten
- Zoomfunktionen
- Frei wählbare Hintergrundfarbe
- Einbinden von Grafiken und Bildern als Hintergrund

Arbeitsblätter

Durch einen Mausklick kann man in GEONeXT die Konstruktion der aktuellen Zeichenfläche in die Zwischenablage kopieren. Anschließend lässt sich die erstellte Konstruktion als Grafik in ein beliebiges Textverarbeitungsprogramm (z.B. Word) einfügen. So entstehen ohne Aufwand ansprechende Arbeitsblätter für den Mathematikunterricht.

Speichern - Drucken - Diashow

GEONeXT erlaubt eine Vielzahl von Speichermöglichkeiten. Konstruktionen werden in dem XML-basierten gxt-Format abgespeichert. Daneben gestattet GEONeXT auch den Export in HTML-Dateien. Dadurch ist es möglich, Konstruktionen direkt im Internet-Browser zu betrachten.

Die HTML-Dateien können durch ein automatisch erzeugtes Konstruktionsprotokoll ergänzt werden, in dem die einzelnen Konstruktionsschritte aufgelistet sind. Gerade für den Unterricht erweist sich diese Option als sinnvoll, da hierdurch die einzelnen Schritte einer Konstruktion problemlos nachvollziehbar sind.

Die mit GEONeXT erzeugten Konstruktionen lassen sich direkt ausdrucken. Zusätzlich stehen für den Printbereich die beiden Grafik-Formate PNG und SVG zur Verfügung. Zur Präsentation von Konstruktionsvorgängen bietet GEONeXT die Möglichkeit einer "Diashow" an. Die einzelnen Konstruktionsschritte werden dazu als Graphik gespeichert und können anschließend als Abfolge von Bildern im Browser betrachtet werden.

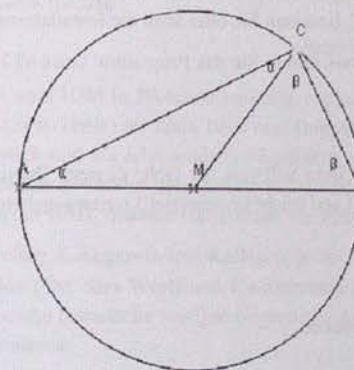
Der Satz von Thales

Ein Dreieck, dessen Ecken so auf einem Kreis liegen, dass eine Seite Durchmesser ist, besitzt einen rechten Winkel



Beweisstrategie

Verwende eine geeignete Hilfslinie, hier [CM].



Beweis

$$\begin{aligned}\beta &= \angle CBA = \angle MCB \quad (\triangle BCM \text{ gleichschenkelig}) \\ \alpha &= \angle BAC = \angle ACM \quad (\triangle ACM \text{ gleichschenkelig}) \\ \alpha + \beta &= \gamma \\ 180^\circ &= \alpha + \beta + \gamma = \gamma + \gamma \\ \Rightarrow \gamma &= 90^\circ\end{aligned}$$

Historische Notiz

Dieses Ergebnis wird Thales von Milet (ca. 620 - ca. 540 v. Chr.) zugeschrieben, aber diese Feststellung steht auf äußerst wackeligen Füßen.

Abbildung 4: GEONeXT-Konstruktion als Screenshot in einem Text-Dokument

Systemvoraussetzungen und Installation

GEONExT läuft als eigenständige Anwendung und im Webbrowser.

Windows 95/98/ME/2000/XP: Benötigte Java-Unterstützung: JRE 1.4.0 oder höher.

Die Unterstützung für Java 1.4 wird zum Beispiel von Netscape 7.0 PR 1 bereits mitgebracht. Sie können die Java-Unterstützung natürlich auch getrennt installieren: Download von JRE 1.4.0 bei SUN Microsystems: <http://java.sun.com/j2se/1.4/download.html>. Wählen Sie dort die Windows Variante des JRE.

Linux: Benötigte Java-Unterstützung: JRE 1.4.0 oder höher.

Die Unterstützung für Java 1.4 erhalten Sie mit dem Download von JRE 1.4.0 bei SUN Microsystems: <http://java.sun.com/j2se/1.4/download.html>. Wählen Sie dort eine der Linux Varianten des JRE. Beachten Sie bitte auch die Installationshinweise von SUN.

Zur Installation unter Linux führen Sie das Programm `install`, das im ZIP-File enthalten ist, aus.

Hinweis

GEONExT unterliegt als freie Software der GNU General Public License. GEONExT kann ohne Kosten genutzt und (nicht kommerziell) weitergegeben werden.

Links

- <http://geonext.de>
- <http://did.mat.uni-bayreuth.de>

Europäisches PERINE Projekt

Im Rahmen dieses Projektes wurde im Juni 2002 eine Befragung zum Thema

"Wie nutzen ErziehungswissenschaftlerInnen das Internet?"

durchgeführt. Die Ergebnisse der Umfrage für Deutschland und die Daten der Gesamterhebung in acht europäischen Ländern fließen in den Aufbau des europäischen Informationsnetzwerkes zur Bildungsforschung PERINE (Pedagogical Educational Research Information Network Europe) ein. Sie stehen online auf der neuen PERINE Website zur Verfügung:

<http://www.perine.org/>

Kurznotizen und Ankündigungen

Didaktik der Mathematik in der BRD und Methodik des Mathematikunterrichts in der DDR

Bericht über eine Doppeltagung zur gemeinsamen Aufarbeitung einer getrennten Geschichte

Peter Bender; Herbert Henning

HANS-GEORG STEINER vom IDM in Bielefeld initiierte, organisierte und leitete zusammen mit WERNER WALSCH (Halle) im Jahre 1996 eine Doppeltagung (am Jahresanfang in Ohrbeck bei Osnabrück und am Jahresende in Magdeburg) zur gemeinsamen Aufarbeitung der Geschichte der Methodik des Mathematikunterrichts in der DDR und der Mathematikdidaktik in der BRD, finanziell unterstützt von der VW-Stiftung.

Es trafen sich etwa dreißig Kolleginnen und Kollegen, je zur Hälfte aus Ost und West, und trugen in Referaten (Ost oder West) und Ko-Referaten (entsprechend West oder Ost) über 15 für eine solche historische Analyse wesentliche Aspekte vor, mit folgenden thematischen Schwerpunkten:

1. Schule und Mathematikunterricht
2. Aus- und Weiterbildung von Mathematiklehrerinnen und -lehrern
3. Mathematikdidaktik und Methodik des Mathematikunterrichts: Selbstverständnis, Organisation und Funktion als Forschungs-, Lehr- und Entwicklungsgebiet

In freundschaftlicher Atmosphäre fanden intensive Diskussionen statt, die zu einer wesentlichen Steigerung des gegenseitigen Verstehens führten. Eigentlich sollte die Doppeltagung die Initialzündung für ein klar umrissenes und zugleich durchaus weit verzweigtes Forschungsprojekt liefern. Aus den unterschiedlichsten Gründen kam es jedoch nicht zu dessen Umsetzung.

Damit die Erkenntnisse, die bei Vorbereitung, Durchführung und Nachbereitung der Doppeltagung gewonnen wurden - im Hinblick auf die historische Entwicklung wie auf die aktuelle Situation des Mathematikunterrichts, seiner Methodik und der Mathematikdidaktik in Deutschland -, nicht ganz dem Vergessen anheim fallen, haben sich PETER BENDER (Paderborn) und HERBERT HENNING (Magdeburg) entschlossen, den lange geplanten und nie realisierten Tagungsbericht wenigstens jetzt, im Jahre 2003, herauszu-