

- Inhalt
- 2 Vorwort des 1. Vorsitzenden
- 4 Einladung zur Mitgliederversammlung der GDM
- 5 PIK AS – Mathematikunterricht weiter entwickeln / Tobias Huhmann, Andreas Marx und Christoph Selter
- 6 Statistiklehren in der Schule – 18. ICMI-Studie / Joachim Engel
- 8 „Architektur“ in der Kiste – Ein Beitrag zum Mathematik Erleben / Sebastian Funk und Katja Lengnink
- 10 Gerhard Holland – ein Nachruf / Lothar Profke und Rudolf Sträßner
- 12 Überlegungen zum Pflichtbezug, zur Rezeption und zum inhaltlichen Spektrum des Journal für Mathematikdidaktik (JMD) / Thomas Jahnke
- 13 Weitere Überlegungen zum JMD / Wolfram Meyerhöfer
- 16 Informationen zur Veröffentlichung „Basiskompetenzen“ / Alexander Wynands
- 19 Mathe vernetzt. Anregungen und Materialien für einen vernetzenden Mathematikunterricht, Band 1 / Rezensiert von Stefan Götz
- 25 Herbert Henning und Fritjof Freise: Realität und Modell. Mathematik in Anwendungssituationen / Rezensiert von Jürgen Maaß
- 28 Jürgen Maaß und John O'Donoghue (eds.): Real-World Problems for Secondary School Mathematics Students / Rezensiert von Gilbert Greefrath
- 29 Andreas Gruschka: Verstehen lehren. Ein Plädoyer für guten Unterricht / Rezensiert von Thomas Jahnke
- 33 Christof Weber: Mathematische Vorstellungsübungen – Ein Handbuch für das Gymnasium / Rezensiert von Katja Lengnink
- 34 Wilfried Herget, Thomas Jahnke und Wolfgang Kroll: Produktive Aufgaben für den Mathematikunterricht in der Sekundarstufe II / Rezensiert von Peter Gallin
- 40 Dietrich Paul: Was ist an Mathematik schon lustig? / Rezensiert von Helmut Albrecht
- 43 AK Geometrie
9.–11. 9. 2011 / Matthias Ludwig und Andreas Filler
- 45 AK Grundschule
4.–6. 11. 2010 / Simone Reinhold
- 47 AK Mathematik und Bildung
28.–29. 10. 2011 / Andreas Vohns
- 50 Fachtagung zur Lehrerbildung / Susanne Prediger, Jürg Kramer und Christoph Ableitinger
- 52 750. Kolloquium am Institut für Entwicklung und Erforschung des Mathematikunterrichts / Christoph Selter
- 53 Developing a dialogic approach to lower Secondary Mathematics and Science – Eintrag des Jubiläumsvortragenden ins Dortmunder Vortragsbuch / Kenneth Ruthven
- 53 Grußwort der GDM / Thomas Jahnke
- 54 „Wo aus Forschung Zukunft wird“ – GDM Summerschool 2011 in Kiel / Julia Cramer und Alexander Meyer
- 56 Call for Papers – Pythagoras / Renuka Vithal and Ole Skovsmose
- 57 International Journal for Studies in Mathematics Education
- 58 Einladung zur 12. Tagung „Allgemeine Mathematik: Mathematik im Prozess“
- 59 Die 46. Jahrestagung der Gesellschaft für Didaktik der Mathematik an der PH Weingarten / P. Baireuther, Michael Kleine, M. Ludwig und E. Rathgeb-Schnierer
- 60 Irrwege der Unterrichtsreform / Tagung der Gesellschaft für Bildung
- 61 Call for Nominations / The ICMI Awards Committee
- 62 Protokoll zur Mitgliederversammlung der GDM

Gesellschaft für Didaktik der Mathematik e. V.

Vorstand

1. Vorsitzender:

Prof. Dr. Hans-Georg Weigand
Universität Würzburg, Didaktik der Mathematik
Am Hubland, 97074 Würzburg
Tel. 0931. 888-5091 (Sekretariat)
Fax. 0931. 888-5089
weigand@mathematik.uni-wuerzburg.de

2. Vorsitzender:

Prof. Dr. Rudolf vom Hofe
Universität Bielefeld, Fakultät für Mathematik – IDM,
Postfach 100131, 33501 Bielefeld
Tel. 0521. 106-5063
vomhofe@math.uni-bielefeld.de

Kassenführer:

Prof. Dr. Christine Bescherer
Pädagogische Hochschule Ludwigsburg
Institut für Mathematik und Informatik
Reuteallee 46
71634 Ludwigsburg
Tel. 07141. 140-385
Fax. 07141. 140-435
bescherer@ph-ludwigsburg.de

Schriftführerin:

Prof. Dr. Katja Lengnink
Universität Siegen, FB Mathematik, Emmy-Noether-
Campus, Walter-Flex-Straße 3, 57068 Siegen
Tel. 0271. 740-3633
0271. 740-3582 (Sekretariat)
Fax. 0271. 740-3583
katja@hartung-lengnink.de

Verantwortlich für die Mitteilungen der GDM:

Prof. Dr. Thomas Jahnke
Am Neuen Palais 10, 14469 Potsdam
Tel. 0331. 9771470
0331. 9771499 (Sekretariat)
Fax 0331. 9771469
jahnke@uni-potsdam.de

Bankverbindung:

Vereinigte Raiffeisenbanken Heroldsberg
Kto-Nr. 305 87 00
BLZ 770 694 61
IBAN DE05 7706 9461 0003 0587 00
BIC GENODEF1GBF

Homepage der GDM:

www.mathematik.de/gdm

Impressum

Verleger: GDM

Herausgeber: Prof. Dr. Thomas Jahnke (Anschrift s. o.)

Gestaltung und Satz: Christoph Eyrich, Berlin

ceyrich@gmx.net

Umschlaggestaltung: Diana Fischer, Berlin

diana_fischer@gmx.net

Druck: Oktoberdruck AG, Berlin

Der Bezugspreis der GDM-Mitteilungen ist im Mitgliedsbeitrag der GDM enthalten.

Über die Sorge der Gesellschaft hinsichtlich des derzeitigen Mathematikunterrichts

An Ratschlägen mangelt es ja nicht. Da stellt Karoline Amon im Magazin der Süddeutschen Zeitung vom 3. Juni 2011 die Frage: „Was machen Mathelehrer eigentlich falsch?“ (S. 36–41), erzählt uns gleich in der Unterüberschrift, dass „kein Schulfach so am Ende ist wie die Mathematik“ und verspricht dann „eine Beweisführung“ dazu in ihrem Artikel. Boris Becker kommt als „Retter einer maroden Schule in Berlin zum Einsatz“ (SZ vom 31. Mai 2011, S. 19), der „Aktion Bildungsrat“ bemängelt – wieder einmal – die Lehrerbildung (SZ vom 23. März 2011) und schließlich äußern sich die „Wutbürger“ in der „Wutliteratur“, indem etwa Antonia Baum in ihrem neuen Roman „vollkommen leblos, bestenfalls tot“ (Hoffmann & Campe, 2011) die Schule als „Terror-Anstalt“ hinstellt, in der die Insassen jahrelang Angst vor der Zukunft eingetrichtert bekommen (SZ vom 10. November 2011, S. 14).

Natürlich ist die Situation im Mathematikunterricht und an Deutschlands Schulen nicht so, wie wir uns das wünschen. Da sind wir realistisch, da wird es auch immer einen Lücke zwischen Wunsch und Wirklichkeit geben, wobei schon die Wünsche verschiedener Personen in verschiedene Richtung zeigen werden. Deshalb sind Ratschläge für Verbesserungen immer gut, wichtig und willkommen. Bedenklich und ärgerlich wird es allerdings, wenn sich – aufgrund von Elternschaft oder Prominenz – Einzelne als selbst ernannte Experten darstellen, Lösungen aufgrund von i. A. unzureichenden und oberflächlichen Recherchen präsentieren und alle diejenigen diskreditieren, die sich seit vielen Jahren mit dem Mathematikunterricht und des Veränderungen beschäftigen.

Der Artikel von Karoline Amon ist prototypisch für eine derartige Sichtweise. Sie – Mutter zweier Schulkinder – beschreibt zunächst den „typischen Mathelehrer“. Dieser hält sich nicht lange mit einzelnen Schülern auf, „federt aber im typischen Lehrgang durch die Reihen, allzu bereit, sich blitzschnell in Richtung seines erhobenen Zeigefingers zu drehen“ (S. 36 – schon alleine die Vorstellung von dieser Bewegung lässt Zweifel an der Vorstellungskraft der Autorin aufkommen und zeigt zumindest eines: Raumvorstellung hat sie nicht). Dieser Lehrer zieht – nach K. Amon – „seinen Unterricht durch“, die meisten Schüler verbringen Stunde für Stunde, „ohne irgendetwas zu begreifen“ (ebd.), natürlich gibt er „viele schlechte Noten“, denn – weiterhin Fr. Amon – „in keinem Fach können Lehrer die Schüler besser auflaufen lassen, als in Mathematik“. Dieser Mathelehrer denkt nur in schwarz und weiß, wenn er die

der Meinung vertritt: „Entweder man (gemeint ist die Mathematik) kann es, oder man lässt es“ (ebd.), und schließlich wird er auch dafür sorgen, dass „einige Schüler auf die Realschule wechseln werden“ (ebd.).

Woher hat K. Amon dieses Negativbild von einem Mathematiklehrer? Hätte sie etwas recherchiert und sich nicht nur an Einzelfällen orientiert, sie hätte sicherlich ein etwas anderes Bild zustande bekommen. Da wäre dann evtl. auch zu lesen, dass Mathematik das beliebteste Schulfach ist ... sicherlich auch das unbeliebteste Fach. Mathematik polarisiert.

Auch die von K. Amon angebotenen Lösungsvorschläge für die aktuelle – ihrer Meinung nach sehr schlechte – Situation beziehen sich lediglich auf Einzelfälle: die Lehrerbildung an der TU München, den reformpädagogischen Ansatz des Mathematiklehrers Günter Decker am Luise-Schröder-Gymnasium in München-Allach oder die Internetseite frustfrei-lernen.de, die sie leidgeprüften Mathematikschülern empfiehlt! Dabei wird an Günter Deckers Neuansatz als besonders revolutionär herausgestellt, dass „seine Schüler sich die Lösung zu den Rechenaufgaben selbst erarbeiten sollen“. Donnerwetter, denkt man sich hier! Welch' eine Naivität! Damit soll es aber auch gut sein mit dem Zitieren aus diesem Artikel. Jeder weitere Satz würde nur die Inkompetenz der Autorin noch deutlicher zeigen.

Natürlich weiß ich auch, dass die Ansichten von K. Amon keinen Einzelfall darstellen, sondern durchaus in der Öffentlichkeit verbreitet sind. Wir müssen uns also fragen, wie ein solches Bild vom Mathematikunterricht und dem Mathematiklehrer oder evtl. auch von der Mathematiklehrerin (die Frauenquote unter den Neueinstellungen in Mathematik ist mittlerweile weit über 50 %) in der Öffentlichkeit entstehen kann oder konnte. Die Gründe dafür sind – natürlich – vielfältig. Sie liegen sicherlich im Fach begründet – Mathematik ist schwer und nur bedingt durch methodische Zugänge zu vereinfachen (trotz jahrzehntelanger weltweiter Versuche und Vorschläge von Mathematikdidaktikern). Sie mögen ihre Ursache auch in den – oder manchen – Lehrpersonen haben, die gelegentlich in der Tat zu sehr auf das Fach konzentriert sind und zu wenig die einzelne Schülerin und den Schüler im Blick haben. Sie liegen sicherlich auch in der Art und Weise des Unterrichtens von Mathematik, woraus resultiert, dass für viele Schülerinnen und Schüler der Sinn der Mathematik nicht erkennbar wird, dass der tatsächliche und realistische Umweltbezug fehlt und dass ihnen das Verständnis für die Schönheit eines deduktiven Gebildes fehlt. Das ist bekannt, gleichwohl sind Lösungen

nicht als Globalpaket und nicht im Handumdrehen zu erhalten. Das zu verdeutlichen, ist eine Aufgabe für alle, die – wie alle Mitglieder der GDM – fortwährend an einem besseren Mathematikunterricht arbeiten.

Wohlthuend konstruktiv-kritisch sind dagegen die Überlegungen von Günter M. Ziegler in den DMV-Nachrichten 3/2011, S. 174–178: „Wenn Mathematikunterricht in der Schule die Antwort ist, was war dann die Frage?“ Als zentrale Ziele des Mathematikunterrichts stellt er dabei das Kennenlernen der drei *Bereiche* (er spricht von „Schulfächern“) heraus: Mathematik als wichtiger Teil unserer Kultur und als wichtige moderne Schlüsseltechnologie; Mathematik als Werkzeugkasten zum Lösen von Problemen des täglichen Lebens; Mathematik als modernes Forschungsgebiet, wozu er insbesondere auch Prozesskompetenzen wie Formulieren, Argumentieren und Modellieren zählt. Die Nähe zu den drei Winterschen Grunderfahrungen ist unübersehbar. Günter M. Ziegler drückt dann ebenfalls seine Unzufriedenheit mit der aktuellen Situation aus (wohlthuend ohne eine Schuldzuweisung!), indem er bei Schulabgängern und Studienanfängern sehr große Defizite bei deren Wissen und Können in diesen drei Bereichen feststellt, belässt es aber nicht bei dieser Mängelfeststellung, sondern entwickelt konstruktive Ideen und Vorschläge für eine Veränderung des Mathematikunterrichts und plädiert für ein „Kaleidoskop der Mathematik“ (S. 178). Es soll hier nicht auf einzelne Aspekte dieses Aufsatzes eingegangen werden – was sicherlich lohnenswert wäre – doch stellen die Überlegungen G. M. Zieglers eine gute Basis für eine konstruktive Diskussion über die Weiterentwicklung des Mathematikunterrichts dar. Zum Schluss möchte ich noch eine GDM-internen Notiz und Würdigung anfügen. Diese hier vorliegende Ausgabe der GDM-Mitteilungen ist die letzte, die unser Kollege Thomas Jahnke herausgeben wird. Er hatte das Amt des Herausgebers vor sechs Jahren auf der Mitgliederversammlung in Osnabrück spontan übernommen und hat in den letzten Jahren wesentlich zum aktuellen Erscheinungsbild der heutigen Mitteilungen beigetragen. Dafür sei ihm im Namen aller GDM-Mitglieder sehr herzlich gedankt. Diese Tätigkeit hatte sicherlich – wie jede Redaktionstätigkeit für eine Zeitschrift – ihre schönen Seiten, sie erforderte aber auch stetes Engagement, fortwährendes Einwerben von Artikeln, die Suche nach neuen Themenbereichen für die Zeitschrift und nicht immer einfache Diskussionen mit manchen Autoren und das Ertragen von Kritik. Thomas Jahnke hat in den sechs Jahren seiner Tätigkeit keinen eingereichten Artikel abgewiesen, sofern

er zum Themenumfeld der GDM passte. Wenn also der Gesamteindruck der publizierten Artikel eines Heftes kein ausgewogenes Bild von der Mathematikdidaktik und den Einstellungen der Mitglieder in der GDM wiedergab, so kann das nicht ihm angelastet werden. Häufig sehen Autorinnen und Autoren mit – nennen wir sie einmal – Randmeinungen gerade in Verbandszeitschriften eine Chance für eine öffentliche Darstellung ihrer Ideen, wohingegen die Meinung der Mehrheit der Mitglieder für eine Veröffentlichung weniger interessant ist und deshalb von dieser Seite auch keine Artikel eintref-

fen. Die GDM-Mitteilungen sollen und werden auch weiterhin für alle Meinungen offen sein. Wir werden ab der nächsten Ausgabe durch eine Kategorisierung der Beiträge Information und Meinung deutlicher voneinander zu trennen versuchen. Nochmals herzlichen Dank an Thomas Jahnke, verbunden mit der Hoffnung, dass er in Zukunft verstärkt Zeit finden wird, als Autor von Artikeln in den Mitteilungen aufzutreten.

Hans-Georg Weigand (1. Vorsitzender)

Einladung zur Mitgliederversammlung der GDM

PH Weingarten, 8. 3. 2012

Beginn: 16–19.00 Uhr
Ort: PH Weingarten
Raum wird noch bekannt gegeben

Tagesordnung

TOP 1: Bestätigung des Protokolls, Beschluss der Tagesordnung
TOP 2: Bericht des Vorstands
TOP 3: Bericht des Kassenführers bzw. des Kassenprüfers
TOP 4: Entlastung des Vorstands

TOP 5: Wahlen
2. Vorsitzender, Schriftführer, Beirat
TOP 6: Nachwuchsförderung
TOP 7: MATHEDUC (Th. Jahnke)
TOP 8: Zeitschriften
1. Journal für Mathematikdidaktik (JMD)
2. ZDM
3. Mathematica Didactica und Der Mathematikunterricht
TOP 9: Verschiedenes

PIK AS – Mathematikunterricht weiter entwickeln

Tobias Huhmann, Andreas Marx und Christoph Selter

1 Das Projekt PIK AS

PIK AS (Prozess- und Inhaltsbezogene Kompetenzen, Anregung von fachbezogener Schulentwicklung) ist ein im Februar 2009 begonnenes Kooperationsprojekt der Deutsche Telekom Stiftung, des Ministeriums für Schule und Weiterbildung in Nordrhein-Westfalen, des Instituts für Entwicklung und Erforschung des Mathematikunterrichts (IEEM) und des Instituts für Schulentwicklungsforschung der Technischen Universität Dortmund sowie des Instituts für Erziehungswissenschaft der WWU Münster. Als primäres Ziel strebt das Projekt nach möglichen Unterstützungsleistungen für die Umsetzung des NRW-Lehrplans für die Grundschule bzw. der KMK-Bildungsstandards am Ende von Jahrgangsstufe 4. Dazu werden Materialien zur Information aller am Lehr-Lernprozess beteiligten Personen sowie für die Gestaltung von Unterricht und von Lehrerfortbildungen entwickelt und durch Tagungen sowie durch eine umfangreiche Internetseite distribuiert.

Ausgangslage

Die internationale und nationale Diskussion über Standards für den Mathematikunterricht hat unter anderem auch die Fokussierung auf inhalts- und prozessbezogene Kompetenzen hervorgebracht. Auch in der Tradition des wesentlich auf Heinrich Winter basierenden alten nordrhein-westfälischen Lehrplans für die Grundschule (1985) werden die darin hervorgehobenen inhaltlichen und allgemeinen Ziele im neuen Lehrplan (2008) als inhaltsbezogene und prozessbezogene Kompetenzen bezeichnet. Eine zentrale Fragestellung des Projekts ist, wie die Förderung der prozessbezogenen Kompetenzen verstärkt in alltägliches Unterrichtsgeschehen Einzug finden kann und welche Maßnahmen zur Unterstützung dienlich sein können.

Ziele und Konzeption von PIK AS

Das Projekt PIK AS agiert gestützt durch die Kooperation der Teilprojekte PIK und AS auf verschiedenen Ebenen. Im Teilprojekt AS werden primär Personen in Schulleitungen oder anderen Führungsposi-

tionen (z. B. Fachkonferenzleiterinnen und -leiter) und aus der Schuladministration angesprochen. Es werden Unterstützungsmaterialien zu den Themen Leadership, Professionelle Lerngemeinschaften und Feedback im Hinblick auf fachbezogene Schulentwicklung konzipiert und erprobt. Es finden halbjährliche (PIK) AS-Tagungen für Mitglieder der Kompetenzteams, der Bezirksregierungen, der Schulämter sowie für Fachleiterinnen und Fachleiter statt. Der zweite Schwerpunkt des Teilprojekts AS liegt in der Prozess-Evaluation, welche in einer repräsentativen Lehrerbefragung an ca. 10% der Grundschulen in NRW (ca. 340 Schulen) durchgeführt wurde. Die Ergebnisse werden zur Weiterentwicklung der Unterstützungsangebote genutzt.

Das Teilprojekt PIK greift auf die in der Mathematikdidaktik der Primarstufe sowie in den Studienseminaren und den Kompetenzteams bereits vorhandene Erfahrung zurück. Die ‚Kultur‘, Anregungen zur Weiterentwicklung des Unterrichts zu geben und diese adressatengemäß zu kommunizieren, gilt es in Kooperation mit Lehrerinnen und Lehrern und dem Ministerium für Schule und Weiterbildung in Nordrhein-Westfalen auszubauen.

Als Konsequenz ist das Teilprojekt PIK durch eine enge Zusammenarbeit mit Projekt- und Kooperations-Schulen geprägt, welche durch an die Hochschule abgeordnete PIK-Lehrerinnen begleitet werden. Aus dieser intensiven Kooperation entsteht neues Material und bestehendes Material wird evaluiert. Neben der Entwicklung von Unterstützungsmaterialien werden z. B. halbjährliche PIK (AS)-Tagungen für Mitglieder der Kompetenzteams, der Bezirksregierungen, der Schulämter sowie für Fachleiterinnen und Fachleiter durchgeführt.

Das zentrale Medium zur Präsentation und Distribution der Unterstützungsmaterialien ist aber die PIK AS-Internetseite.

Die PIK AS-Internetseite

Die im Rahmen des Projekts entwickelten Unterstützungsmaterialien stehen auf der PIK AS-Internetseite (www.pikas.tu-dortmund.de) online und zum Download auch über die Grenzen Nordrhein-Westfalens hinaus in weiten Teilen

(mit der Ausnahme von Videos) frei zugänglich zur Verfügung.

Die inhaltliche Auswahl des Teilprojektes AS umfasst Unterstützungsmaterialien zu den o. a. Themen. Die inhaltliche Themenauswahl des Teilprojekts PIK berücksichtigt zum einen die im Lehrplan angelegten Schwerpunkte, insbesondere die prozessbezogenen Kompetenzen, und zum anderen den in schulischen Kontexten vorherrschenden Weiterbildungsbedarf.

So entstanden und entstehen Inhalte zu fünf Themenpaaren (jeweils dargestellt in einem Doppelhaus):

- **Mathematische Bildung:** *Entdecken, Beschreiben, Begründen* (Haus 1) und *Kontinuität von Klasse 1 bis 6* (Haus 2)
- **Ausgleichende Förderung:** *Umgang mit Rechenschwierigkeiten* (Haus 3) und *Sprachförderung im Mathematikunterricht* (Haus 4)
- **Themenbezogene Individualisierung:** *Individuelles und gemeinsames Lernen* (Haus 5) und *Heterogene Lerngruppen* (Haus 6)
- **Herausfordernde Lernangebote:** *Gute Aufgaben* (Haus 7) und *Guter Unterricht* (Haus 8)
- **Ergiebige Leistungsfeststellung:** *Lernstände wahrnehmen* (Haus 9) und *Beurteilen und Rückmelden* (Haus 10).

Jede „Doppelhaushälfte“ besteht aus drei Geschossen: Im Erdgeschoss befinden sich Informations-Materialien, im 1. Obergeschoss Unterrichts-Materialien und im 2. Obergeschoss Fortbildungs-Materialien.

Bei den Fortbildungs-Materialien handelt es sich um Vortragspräsentationen, Moderationspfade sowie Teilnehmermaterial. Gut nutzbar sind diese für alle in der Aus- und Fortbildung Tätigen sowie für Schulleitungen und „Mathe-Experten“ eines Kollegiums, die mit ihren Kolleginnen und Kollegen über zeitgemäßen Mathematikunterricht in einen Austausch treten möchten.

PIK bietet außerdem Unterrichts-Materialien (z. B. Unterrichtsplanungen, Arbeitsblätter und Plakate) zum Download an. Das vom PIK-Team entwickelte Material wurde an den Projektschulen intensiv erprobt und wird kontinuierlich weiterentwickelt.

Die Informationsmaterialien ermöglichen das Selbststudium durch Texte und Links zu verschiedenen fachdidaktischen Themen. Auch Materialien für die Elternarbeit (Elternbriefe, Informationsfilme) zu verschiedenen Bereichen des Mathematikunterrichts stehen dort zur Verfügung.

Statistiklehren in der Schule: Herausforderungen für LehrerInnen und in der LehrerInnenausbildung

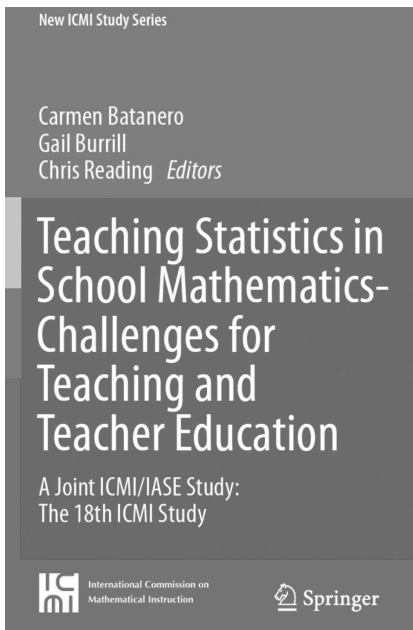
Eine gemeinsame Studie von ICMI und IASE (18. ICMI-Studie)

Joachim Engel

Seit Mitte der 1980er Jahre hat die Internationale Kommission zum Mathematikunterricht (ICMI, www.mathunion.org/ICMI/) Fragen von besonderer Bedeutung für die Theorie und die Praxis des Mathematikunterrichts mit spezifischen ICMI Studien erforscht.

Die 18. Studie in dieser Serie wurde in Zusammenarbeit mit der International Association for Statistical Education durchgeführt (IASE; www.stat.auckland.ac.nz/~IASE/) und behan-

delt einige der wichtigsten Aspekte der Statistikunterrichts in Schulen durch Fokussierung auf Bildung und berufliche Entwicklung von Lehrkräften. Die Studie umfasste eine IASE Roundtable-Konferenz, die vollständig in den Proceedings dieser Konferenz dokumentiert ist (www.ugr.es/~ICMI/iase_study/); und ein Buch, das jetzt in der Reihe der ICMI Studien vom Springer-Verlag publiziert wurde.



Die wichtigsten Ergebnisse aus Forschung und exemplarischer Praxis, die in der Studie erforscht und diskutiert werden, sind wie folgt:

- Statistikunterricht auf schulischer Ebene: Unterricht in Statistik kann zwar in weiterführenden Schulen auf eine gewisse Tradition verweisen, jedoch wurden in vielen Ländern erst in den letzten Jahren Inhalte aus Statistik auch in die Lehrpläne der Primarstufe aufgenommen. Darüber hinaus wird über alle Bildungsstufen hinweg verstärkt Wert auf die Entwicklung statistischen Denkens von Lernenden gelegt.
- Einstellungen, Überzeugungen und Wissen von Lehrern: Im Sekundarbereich wird Statistik in der Regel als Teil des Mathematiklehrplans von Lehrern unterrichtet, die oft nicht speziell ausgebildet wurden, Statistik zu unterrichten. Die meisten Lehrer erkennen die praktische Bedeutung von Statistik an und sind bereit, dem Unterrichten von Statistik eine höhere Relevanz beizumessen. Doch halten sich viele Mathematiklehrer für ungenügend vorbereitet, um Statistik zu lehren und den Verständnisschwierigkeiten ihrer Schüler angemessen entgegenzutreten. Forschungen im Rahmen dieser Studie weisen auf eine Vielzahl von Schwierigkeiten und Fehlvorstellungen von angehenden Lehrern in Bezug auf grundlegende Ideen der Statistik hin. Es gibt noch wenig Forschung in Bezug auf das fachdidaktische Wissen in Statistik von Lehrern. Das, was bisher hierzu erforscht wurde, deutet darauf hin, dass dieses Wissen schwach ist.
- Aktuelle Ausbildung von Lehrern: Nur wenige aktuelle Studienprogramme für angehende Lehrer bilden auf allen schulischen Ebenen

angemessen für den Statistikunterricht aus. Nur wenige zukünftige Lehrer erhalten eine spezielle pädagogische Vorbereitung zum statistischen Denken. Die Situation ist noch schwieriger für Grundschullehrer, da nur wenige von ihnen in ihrer Ausbildung überhaupt mit Statistik zu tun haben.

Die Studie bezog sich auch auf den Austausch und die Analyse von unterschiedlichen Erfahrungen und Initiativen in der Lehrerausbildung für den Statistikunterricht.

Die folgenden Empfehlungen wurden erarbeitet:

- Befähigung von Lehrern, Statistik zu lehren: Es besteht weiterhin Bedarf für die Suche nach Ansätzen zur Vorbereitung von Lehrkräften, die das statistische Denken und Argumentieren von Lehrern fördern, indem angehende Lehrer mit realen Daten und an konkreten statistischen Studien arbeiten und somit die Lehrerausbildung mit der Praxis des Unterrichtens und der Schulrealität in Verbindung bringen.
- Zusammenarbeit in der Lehrerausbildung: Aufgrund der Natur von Statistik und der Schlüsselrolle in allen Aspekten der Informationsgesellschaft kann die Statistikausbildung von Lehrern von der Unterstützung durch die staatlichen statistischen Ämter und statistischen Vereinigungen stark profitieren, die in vielen Ländern zunehmend in der Erstellung von Materialien und dem Organisieren von Initiativen engagiert sind, um die statistische Grundbildung von allen Bürgern zu erweitern, besonders im Bereich der Aus- und Weiterbildung.
- Relevanz der Forschung für die Statistikdidaktik: Die rasante Entwicklung und Verbreitung von Statistik, statistischen Methoden und Statistikdidaktik bedeutet, dass weitere Forschung in der Statistikdidaktik notwendig ist. Die Analysen, Forschungen und Fallstudien, über die in dieser Studie berichtet wird, bieten einen reichhaltigen Ausgangspunkt für eine solche Forschung.

Bei weiteren Fragen wenden Sie sich bitte an: Carmen Batanero (Editorin und Autor), batanero@ugr.es (Spanisch & Englisch) Joachim Engel (Autor), engel@ph-ludwigsburg.de (Deutsch & Englisch) Lena Koch (ICMI Administrator, IMU Sekretariat), icmi.cdc.administrator@mathunion.org (Kontakt aller anderer Autoren)

International Commission on Mathematical Instruction (www.mathunion.org/ICMI) International Association for Statistical Education (www.stat.auckland.ac.nz/~iase/)

„Architektur“ in der Kiste

Ein Beitrag zum Mathematik Erleben

Sebastian Funk und Katja Lengnink

Es war der 18. 6. 2011. Viele Menschen drängten sich durch das Foyer des Hauptgebäudes der Uni Siegen und stolperten zunächst über einen Soma-Würfel – riesig und aus Schaumstoff. Was ist das denn hier? Verschmitzt grinsten 24 Studenten aller Lehrämter in Mathematik die Besucher an. „Kommen Sie ruhig und probieren Sie es aus?“

Im Seminar „Mathematik Erleben“ konnten die Mathematikstudierenden aller Lehrämter frei Exponate für den Tag der offenen Uni entwerfen und in die Tat umsetzen. Die Vorgaben waren, dass die Exponate „ganz normalen Menschen“ ein mathematisches Erlebnis und Spaß vermitteln sollten und dass sie realisierbar und selbständig nutzbar sein mussten. Zudem sollten sie mathematisch anregend sein und möglichst attraktiv und unterhaltsam. Das war gar nicht so leicht. Die Studierenden waren mit Eifer bei der Sache. Es sind zwölf Exponate entstanden, von denen einige originelle eigene Ideen umsetzten.

Ein Katalog mit den Beschreibungen zu den Exponaten, Bildern und Reflexionen in Bezug auf den fachlichen Gehalt ist bei uns abzurufen. Er soll zum Nachmachen anregen. Schreiben Sie an lengnink@mathematik.uni-siegen.de.

Im Folgenden sehen Sie ein geglücktes Exponat von Omer Saftekin, einem engagierten Studenten für das Lehramt an Haupt- und Realschulen.

Eine Kurzbeschreibung des Exponats „Architektur in der Kiste“

Es handelt sich um ein mathematisches Spiel, in dem die Mathematik hautnah erlebt wird. Es sollen Gebäude in einer Kiste von zwei Spielern gemeinsam aufgebaut werden. Die Wahrnehmung der Körper und die Raumvorstellung sind von Bedeutung. Zudem ist die Kommunikation zwischen den Partnern sehr wichtig, da sie nur als ein Team agieren können, Teamwork ist gefragt! Das Finden und Zusammenfügen der Bauklötze sowie die Kommunikation innerhalb des Teams erhöhen den Spaßfaktor des Spiels.

Spielanleitung

Dieses Spiel spielt man zu zweit. Ein Spieler baut die Vorderansicht eines Gebäudes nach, der andere die Rückansicht. Und das alles in einer großen Kiste, in die man vorne und hinten mit beiden Händen hinein greift. Darin liegen die Bauklötze. Man einigt sich auf eines der fotografierten Gebäude und los geht's. Wer fertig ist, hebt die Kiste hoch und kann das Meisterwerk mit der Vorlage vergleichen.

Fachliche und didaktische Analyse

Dadurch, dass man nicht in die Kiste schauen kann, ist man auf den Tastsinn angewiesen. Durch Fühlen müssen geometrische Körper ertastet werden, und es wird somit eine Vorstellung der Körper und ihrer Eigenschaften



Mathematik erleben für Groß und Klein





Oemer Saftekin freut sich an seinem Exponat.



gefördert. Interessant an dem Exponat ist auch die Notwendigkeit zu Kommunizieren. Dafür werden Begriffe gesucht oder bereits bekannte Begriffe genutzt, um Körpereigenschaften und ihre Lage zu beschreiben. Begriffe wie oben, rund, Kante, Ecke, spitz, lang, dünn, flach, halbrund sowie realitätsnahe Begriffe wie Tannenbaum oder Eierständer fallen sozusagen natürlich an und werden mit viel Spaß genutzt. Im Bereich der Raumvorstellung wird in diesem Fall die räumliche Wahrnehmung von Körpern, einmal visuell und auch taktil gefördert, aber auch die räumlichen Beziehungen der Körper zueinander werden angesprochen. Des Weiteren spielt die Teilkomponente Veranschaulichung hier eine große Rolle, denn man braucht die gedankliche Vorstellung von räumlichen Bewegungen, wie z.B. das Verschieben und Aufbauen der Bauklötze ohne diese zu sehen.

Für wen ist das Spiel geeignet?

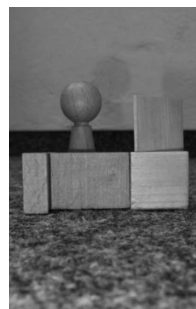
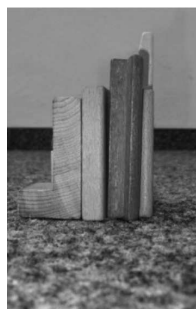
Es stellt sich heraus, dass das Exponat für jedes Alter geeignet ist. Es haben Elternteile mit ihren Kindern, Ehepaare, Kinder, Jugendliche, Paare, Erwachsene und Professoren gespielt. Dabei haben sich alle ähnlich (un-)geschickt angestellt, es gab wenig Vorteile von Erwach-

senen gegenüber Kindern. Lediglich ein gutes Maß an Kommunikation sowie „Fingerspitzengefühl“ brauchte man, um die Körper zu ertasten und stabil zu bauen.

Wofür solche Seminare

Was können Studierende an solchen Seminaren lernen? In der Rückmeldung zum Seminar kam vor allem eines heraus: „Wir haben gelernt, beim Lernen zuzusehen. Was da alles nicht klappt, obwohl wie es uns doch so genau überlegt hatten.“ Und: „Ich wollte immer gleich helfen, aber das war ja verboten. Und dann haben die viel tollere Ideen gehabt, als ich sie hatte!“

Die Haltung der zukünftigen LehrerInnen hat sich im Seminar spürbar verändert. Obwohl sie auch hier didaktische und fachliche Analysen vornehmen und den Lehrplan auf die angeregten Kompetenzen hin untersuchen mussten, haben sie gelernt, dass Mathematik nicht im Abarbeiten von Einzelschritten lebt. Es geht da um große, ganzheitliche Impulse und deren produktive Begleitung – und vor allem geht es um das Zutrauen und den Mut von Lehrkräften, diesen Weg einzuschlagen.



Beispiele für Gebäudeansichten

Gerhard Holland – ein Nachruf

Lothar Profke und Rudolf Strässer



Am 29. Juni 2011 verstarb Prof. Dr. phil. Gerhard Holland, einer der profiliertesten Professoren, die bisher am Institut für Didaktik der Mathematik der Justus-Liebig-Universität Gießen geforscht und gelehrt haben.

Er war am 4. 10. 1928 geboren und hatte in Göttingen Mathematik und Physik für das Lehramt an Gymnasien studiert. Seit 1960 war er Studienrat, später Oberstudienrat am renommierten Felix-Klein-Gymnasium in Göttingen. Seit 1965 arbeitete er zusätzlich als Fachleiter für Mathematik am Studienseminar Göttingen. Im gleichen Jahr hatte er bei Carl-Friedrich von Weizsäcker an der Universität Hamburg über das selbst gewählte Thema „Die Beziehung physikalischer Sachverhalte zur kinematischen Struktur der Raumzeit“ promoviert.

Professor für Didaktik der Mathematik in der Sekundarstufe

1968 holte man Gerhard Holland als Nachfolger von Prof. Eugen Steinruck nach Gießen. Er kam damit in einer unruhigen, von Umwälzungen an der Universität geprägten Zeit nach Gießen. 1961 war die Ausbildung künftiger Volks- und Realschullehrer für Mathematik und Physik vom Pädagogischen Institut Weilburg an die Hochschule für Erziehung an der Justus-Liebig-Universität Gießen (JLU-Gießen) verlagert worden, 1964 trennte man das Seminar für die Didaktiken der Mathematik und Physik in zwei eigenständige Didaktik-Seminare, und 1966 wurde die Hochschule für Erziehung in Gießen in die Abteilung für Erziehungswissenschaften der JLU-Gießen umgewandelt. Gerhard Holland musste also zusammen mit seinem Kollegen Prof. Heinz Schwartze ab 1968 die fachdidaktische Ausbildung angehender Mathematiklehrer

den veränderten Rahmenbedingungen anpassen.

Die entwickelten Studienpläne sind ohne grundlegende Änderungen eingegangen in die jetzt gültigen Ausbildungspläne. Insbesondere richtete Gerhard Holland schon früh Veranstaltungen zum Computer im Mathematikunterricht ein, welche bald verpflichtend für künftige Haupt- und Realschullehrer mit dem Fach Mathematik wurden und so der zunehmenden Präsenz von neuen Technologien in der Schule, insbesondere im Mathematikunterricht, Rechnung trugen. Die Anteile der Mathematikdidaktik an der Ausbildung künftiger Mathematiklehrer (selbst der künftigen Gymnasiallehrer) sind verhältnismäßig groß.

1971 wurde die Abteilung für Erziehungswissenschaften aufgelöst und das Seminar für Didaktik der Mathematik als Institut für Didaktik der Mathematik (IDM) in den damaligen Fachbereich Mathematik der JLU-Gießen eingegliedert. Gleichzeitig wuchs zu dieser Zeit das Institut zu einer größeren Einheit mit schließlich fünf Professuren an. Die Eingliederung gelang ziemlich schnell und schmerzlos, was keineswegs selbstverständlich war und ist. Professoren des IDM, darunter auch Gerhard Holland, übernahmen sogar das Amt des Dekans des Fachbereichs.

Gerhard Holland war einer der „Urheber“ eines Arbeitskreises Fachdidaktik im Gespräch an der Gießener Universität, aus dem heraus sich eine Kooperation zwischen den Fachdidaktikern und den pädagogischen „Grundwissenschaften“ der Gießener Universität entwickelte.

Wissenschaftliche und Lehrtätigkeit

Schon als Fachleiter hatte Gerhard Holland zu Themen des Mathematikunterrichts in der gymnasialen Oberstufe veröffentlicht, wobei er zu damaligen Reformbestrebungen praktikable Vorschläge unterbreiten wollte. Während seiner Tätigkeit in Gießen und noch in seinem Ruhestand beschäftigte er sich vor allem mit dem Geometrieunterricht in den Klassen 5 bis 10. Er folgte nicht dem Trend der 60er und 70er Jahre zu einer scheinbar strengen Behandlung der

Geometrie in der Schule, sondern bemühte sich um Lehr- und Lernbarkeit auch für schwächere Schüler. Allerdings sollten angehende und fertige Lehrer eine strenge Hintergrundtheorie kennen und für ihren Unterricht nutzen. Eine solche Hintergrundtheorie und zudem knappe didaktische Ergänzungen enthielt das 1973/1977 erschienene Werk *Geometrie für Lehrer und Studenten*. Bereits ab 1970 veröffentlichte Gerhard Holland in mehreren Aufsätzen didaktische Analysen zu zentralen Sachverhalten des Geometrieunterrichts. 1988 legte er dann sein Buch *Geometrie in der Sekundarstufe* vor, das 1986 eine zweite Auflage erlebte und 2007 eine neu bearbeitete und ergänzte dritte Auflage. Dieses Buch ist eine Didaktik und Methodik des Geometrieunterrichtes in der Mittelstufe und immer noch einer der besten Texte unter den deutschsprachigen Werken zum Thema. Das Buch bietet geeignete Antworten zu Fragen an, welche durch die internationalen Vergleichuntersuchungen TIMSS und PISA aufgeworfen wurden beziehungsweise die sich mit den Forderungen der Bildungsstandards für Mathematik stellen.

Ab 1982 bis in den Ruhestand hinein verknüpfte Gerhard Holland seine Überlegungen zum Geometrie-Unterricht ganz praktisch mit seinem Interesse für Computer und dessen Möglichkeiten. Er entwickelte die Software Geolog. In seinen Worten: „Geolog ist ein leistungsstarkes dynamisches Geometriesystem, in das wissenschaftliche Experten- und Tutorsysteme integriert wurden, die das übende Lösen von Berechnungs-, Beweis- und Konstruktionsaufgaben unterstützen. Darüber hinaus ist ein Geometrie-Curriculum integriert, das nahezu alle Themen der Sekundarstufe I abdeckt.“ Außerdem enthält das System eine Lehrerschnittstelle zum Einbau eigenen Materials. Damit sind die Ziele von Geolog sehr viel weitergehend als bei anderer Software für den Geometrieunterricht.

Gerhard Holland machte sich auch viele Gedanken zum Modellieren des jeweiligen Benutzers von Geolog, hat aber eine solche Modellierung nur ansatzweise verwirklicht. Geolog wird wegen seiner breiten Funktionalität allgemein bewundert, aber fast gar nicht genutzt.

Neben seiner wissenschaftlichen Publikationstätigkeit brachte Gerhard Holland schon früh seinen Sachverstand ein bei der Mitarbeit eines erfolgreichen Schulbuchwerks für die Mittelstufe aller Schularten. Er hat manche seiner didaktischen Ideen im regulären Mathematikunterricht einzelner Klassen ausführen lassen,

um ihre Praktikabilität zu prüfen und stand insofern empirischen Untersuchungen zur Mathematikdidaktik offen gegenüber, auch wenn er sich mit der gegenwärtig verbreiteten Forschungsmethodik nicht anfreunden konnte. Für viele seiner Veranstaltungen hat Gerhard Holland ausführliche Manuskripte geschrieben, die er uneigennützig seinen Kollegen zur Verfügung (im Sinne des Wortes) stellte. Dadurch erleichterte er manchem Kollegen den Beginn einer Tätigkeit in Gießen.

Bis kurz vor seinem Tode besuchte er regelmäßig die Vorträge im Mathematikdidaktischen Kolloquium des Gießener Instituts und meldete sich fast immer mit klugen Beiträgen zu Wort.

Kollege

Als Kollege war Gerhard Holland ein Mensch mit Ecken und Kanten. Er wusste um seine Fähigkeiten, sodass eine Diskussion mit ihm oft anstrengend aber stets lohnend und anregend war. Auch wenn man nicht zu einer inhaltlichen Übereinstimmung gelangte, trübte das nicht das persönliche Verhältnis zwischen ihm und den Kollegen, sondern war Teil eines produktiven und von gegenseitigem Respekt geprägten Miteinanders aller Gießener Kollegen und Mitarbeiter, welches sich auf dienstliche wie auch private Belange bezog. Selten hat es „gekracht“ – und Unstimmigkeiten wurden umgehend bereinigt.

In der deutschsprachigen Mathematikdidaktik wird jedenfalls sein Buch „Geometrie in der Sekundarstufe“ weiter genutzt werden. Außerdem verdanken wir unter Anderem Gerhard Holland eine bleibende Wertschätzung der fachdidaktischen Ausbildung künftiger Mathematiklehrer an unserem Gießener Fachbereich. Wir hoffen, am Institut die freundlichen Umgangsformen erhalten zu können. Und für jeden von uns bleibt die Erinnerung an einen besonderen Menschen.

Lutz Führer, ein früherer Kollege an der Universität Frankfurt, schrieb zu seinem Tode: „Es tut mir sehr leid um den aufrechten Kollegen. Als junger Neuling in der Mathematikdidaktik fand ich ihn damals sehr distanziert und Ehrfurcht gebietend. Aber je älter er und ich wurden, umso sympathischer und humorvoller fand ich ihn. Schade!“

Die Kolleginnen und Kollegen des Instituts für Didaktik der Mathematik der Justus-Liebig-Universität Gießen werden ihm ein ehrendes Andenken bewahren.

Überlegungen zum Pflichtbezug, zur Rezeption und zum inhaltlichen Spektrum des Journal für Mathematikdidaktik (JMD)

Thomas Jahnke

Ein Mitglied hat beim Vorstand der GDM angefragt, ob man die Mitgliedschaft und den Bezug des JMD entkoppeln kann. Ich würde dem nicht zustimmen. Ich bin der Ansicht, dass es zu den ureigensten Belangen unserer Gesellschaft gehört, ein derartiges Periodikum organisatorisch und finanziell abzusichern und zu tragen.

Viele Leser. Bei der genannten Anfrage ging es aber nicht um eine organisatorische oder finanzielle Frage, sondern um einen – wie mir scheint – nicht nur vereinzelt Ärgern über die inhaltliche Ausrichtung des JMD. Dieser Protest ist nicht singulär. Nach meinem Vortrag und Aufsatz „Vom mählichen Verschwinden des Fachs aus der Mathematikdidaktik“ (Siehe MGDM, Heft 89, Juli 2010, S. 21–24) habe ich zahlreiche Zuschriften erhalten, die meine Bedenken teilten. Über die Protestierer hinaus weiß ich auch von vielen JMD-Beziehern, die die Hefte bei ihrem Eintreffen beiseitelegen – schlicht aus Desinteresse.

Die JMD-Herausgeber machen Politik (auch wenn sie keine machen oder das glauben). Ich bereue es, dass wir ihre rituellen Artikelzahlenstatistiken auf den Vollversammlungen und ihre Neuwahl oder Bestätigung in den Beiratssitzungen einfach durchwinken, ohne sie nach ihrer Politik und ihren Gestaltungsideen überhaupt nur zu fragen. Die letzte Großidee, die mir innerlich ist, war der International Visibility geschuldet: alles auf Englisch; na gut. Gabriele Kaiser setzt hier ja Maßstäbe mit dem ZDM. Insgesamt ist mein Eindruck, dass die Globalisierung mathematikdidaktischen Denkens zum Teil zu einem internationalen Argumentationsbrei und -stil führt, in dem die (auch national gebundene) Diversität deutschsprachiger Beiträge und Ansätze unterzugehen droht. Ich frage mich, was die JMD-Herausgeber für diese Diversität tun. Werben sie andersartige und anders ausgerichtete Beiträge ein oder überlassen sie alles dem Lauf der Dinge, dessen Resultate wir zumindest seit einem Jahrzehnt genießen oder auch weniger goutieren. Sorgen sie auch für eine Cross-over-Begutachtung, dass eingereichte Beiträge nicht nur von An-

hängern der jeweiligen ‚Argumentationssekte‘ begutachtet werden? Welche Chancen geben sie Beiträgen, die sich den gängigen Trends und Filtern widersetzen oder sie in Zweifel ziehen? Bekanntlich frisst die Revolution ihre Kinder, und die Aufklärung isst sich schließlich selbst auf, bis nur noch eine wissenschaftliche Richtung bleibt, die sich nicht mal für sich selbst interessiert und schon gar kein allgemeines Interesse mehr findet.

Heckenschützenmentalität? Die anonyme Begutachtung befördert eine Heckenschützenmentalität der Gutachter. Das soll kein persönlicher Vorwurf sein, sondern ein systemischer. Man sollte fragen, ob man sie aufrecht erhält. Auch in der Fach-Mathematik denkt man über künftige Formen der Begutachtung nach; es wird zum Beispiel ventiliert, neue Beiträge zur allgemeinen Diskussion und Kritik ins Internet zu stellen. Mein Eindruck ist, dass so manche – aus Sicht der Macht aber nicht aus der der Wissenschaftlichkeit – asymmetrische Argumentation und Diskussion, die öffentliches und veröffentlichtes Interesse verdiente, im Briefverkehr zwischen den JMD-Herausgebern und den Einreichern stattfindet. Mein Vorschlag auf einer der letzten Beiratssitzungen, dazu eine Metaanalyse zu erstellen, wurde von den Herausgebern zurückgewiesen, als ginge es um eine Herabsetzung oder ein Inzweifeln ihrer Tätigkeit.

Diskussion! Ja, man sollte unser Flaggschiff JMD diskutieren. Einfach so wie bisher weiterzumachen und den Unmut der Rezipienten formal ins Leere laufen zu lassen, halte ich für falsch.

Ross und Reiter. Mir geht es nicht darum, die derzeitigen Herausgeber oder Gutachter persönlich zu kritisieren oder ihren Arbeitsaufwand zu unterschätzen oder zu missachten. Auch auf Seiten der Kritiker, der Einreicher und der Nicht-Einreicher ließe sich noch so manches Ross und mancher Reiter benennen und manches Detail ausplaudern. Aber es dient vielleicht der Debatte nicht, wenn man sie allzu sehr personifiziert oder an Einzelfällen festmacht.

Weitere Überlegungen zum JMD

Wolfram Meyerhöfer

Ich möchte den Ball, den Thomas Jahnke in die Kommunität geworfen hat, gern aufnehmen und drei Beobachtungen und Deutungen beitragen. Sie liefern vielleicht einen ersten Ansatzpunkt, um die scheinbar recht fundamentale intellektuelle Langeweile zu erklären, die das JMD bei Manchem hervorzurufen scheint. Ich stütze meine Beobachtungen und Deutungen auf einen Erfahrungsschatz von drei JMD-Verfahren innerhalb von etwa acht Jahren. Alle endeten mit Ablehnung, ein Beitrag wurde später stark gekürzt als Diskussionsbeitrag veröffentlicht. (Dieses Verfahren der Doch-noch-Publikation wurden daraufhin auf Druck von Teilen der PISA-Gruppe abgeschafft.) Ich lerne dabei die Arbeitsweise von drei verschiedenen Herausgeberteams kennen. Es ist sicherlich nicht absurd anzunehmen, dass das Spielergebnis von 3:0 eine gewisse Negativität meiner subjektiven Beobachtungen und Deutungen induziert. Ich versuche polemisch zu sein, damit die Probleme des JMD diskutierbar werden (vgl. auch das Lob der Polemik unten).

Beobachtung/Deutung 1: Autor gegen „Argumentationssekte“ verteidigen

Thomas Jahnke stellt die Frage, ob die Herausgeber durch eine Cross-Over-Begutachtung dafür sorgen, dass eingereichte Beiträge nicht nur von Anhängern der jeweiligen „Argumentationssekte“ begutachtet werden. Bei meinen Artikeln zu PISA und zum Konstrukt der „Rechenschwäche“ kann man sagen, dass dies nicht der Fall war. Ich bin auch nicht so sicher, in welchem Maße eine solche Cross-Over-Begutachtung überhaupt möglich ist. Schließlich sind wir eine kleine Kommunität, und oftmals gibt es bezüglich eines Themas neben den im Mainstream schwimmenden Kollegen nur potentielle Gutachter, die sich nicht gar so zentral mit dem Thema befassen. Der Mainstream-Kollege hat dann oftmals mehr Expertenwissen. Die Aufgabe der Herausgeber bestünde nun darin, diesen Umstand explizit in den Blick zu nehmen und sich explizit darauf verpflichtet zu fühlen, Neuem einen Weg zu bahnen oder zumindest den Autor ein klein wenig gegen die vorherrschenden Argumentationsmuster

in Schutz zu nehmen. Sie müssten eine Haltung entwickeln, die fragt: Leuchtet mir das Expertenargument auch noch ein, wenn ich gegensätzliche Annahmen über die Argumentationsprämissen treffe?

Eine solche Haltung ist selten in unserer Kommunität, und das Herausbergremium spiegelt Mehrheitsverhältnisse eines Vereins. Ich halte es daher nicht für besonders wahrscheinlich, dass JMD-Herausgeber eine solche Haltung entwickeln. In den bisherigen Herausgeberkollegien gab es zwar ab und zu Herausgeber mit einer solchen Haltung, aber es ist unwahrscheinlich, dass zwei von drei Herausgebern eine solche Haltung haben. In der GDM haben eben deutlich weniger als ein Drittel der Mitglieder prononciert eine solche Haltung. Vielleicht *muss* das Vereinsblatt der GDM eine langweilige Zeitschrift sein und interessante Wissenschaft benötigt einen anderen Ort. Hinzu kommt, dass es scheinbar berufsbio-graphisch eher naheliegt, die Belastung einer JMD-Herausgeberschaft aus Machtgründen und nicht aus Gründen der Entwicklung von Erkenntnis auf sich zu nehmen.

Beobachtung/Deutung 2: Polemik in der Wissenschaft

Ein Vorwurf, der mich in allen JMD-Verfahren ereilt hat, war der der Polemik. Viele Herausgeber leiden geradezu unter dem – um es polemisch auszudrücken – naiven Wahn, dass Wissenschaft nicht polemisch sei. Seit es Wissenschaft gibt, gibt es Wissenschaft, die polemisch arbeitet, und solche, die weniger oder gar nicht polemisch arbeitet. Fruchtbare Gedanken und Erkenntnisreichtum gibt es hier wie dort. Auch Langeweile und Erkenntnisarmut gibt es hier wie dort. Beide Argumentationsweisen sind auf ihre Weise angreifbar, und sicherlich ist Polemik etwas, was in unserem derzeitigen geistigen Klima besonders angreifbar macht. Ein das Polemische zulassendes Arbeiten ist dabei mehr als bloßer Stil: Mein Anspruch ist einer der Erkenntnishaltigkeit und der Freude am Denken. Ich arbeite für ein Gegenüber, das die Polemik zum Anlass eines fruchtbaren, erkenntnishaltigen Streits nimmt. Ich schreibe hier bewusst „Streit“ und nicht „Dialog“, denn die Streitpunkte sind es, die besonders erkenntnishaltig

sind. Ich verweise wissenschaftstheoretisch auf Thomas Kuhn und Paul Feyerabend, die uns lehren, dass wissenschaftlich Fruchtbare im Streit in besonderer Weise entsteht. Der muss nicht polemisch sein, aber erst durch das Vorhandensein verschiedener Streitformen entstehen reichhaltige Denksysteme.

Auch als Polemiker bin ich natürlich zerknirscht, wenn sich zeigt, dass die Polemik zu einer Unschärfe des Arguments geführt hat – allerdings nur, wenn ich das auch selbst hätte erkennen können. Wenn meine Polemik aber dem Gegenüber ein Erkennen entreißt, das für mich und für ihn Neues enthält, dann liegt Erkenntnisfortschritt vor.

Der naive Kampf gegen die wissenschaftliche Polemik schadet der Mathematikdidaktik nachhaltig: Dem Erkannten und Gedachten wird die Spitze genommen. Das ist damit verbunden, dass man in gewisser Weise das Gegenüber nicht ernst nimmt. Man nimmt das Gegenüber als bedrohliche Macht ernst. Aber intellektuell ernst nimmt man jemanden nur, indem man ihm intellektuell scharf begegnet, ob polemisch oder nicht. Was soll eine Wissenschaft, die das Seiende nicht kritisch unter die Lupe nimmt? – Sie kann kaum etwas erkennen, was die Praxis nicht ohnehin weiß. Für Unkritisches gibt es andere gesellschaftliche Institutionen, und sie bedürfen nicht des besonderen Schutzes, dessen die Wissenschaft aufgrund ihrer kritischen Funktion in der Gesellschaft bedarf.

Ich bin auch für diesen Problemkreis nicht optimistisch, denn das für den Problemkreis 1 Gesagte gilt auch hier. Man kann dieses Problem allerdings technisch bearbeiten, und zwar durch ein Verbot des Polemikverbotes.

Beobachtung/Deutung 3: Literaturrezeption und das Langweilungsgebot

Im JMD hat sich eine Kultur eingemischt, die Langweile garantiert durch Herumtragen der Monstranz, dass alle Literatur zum Thema rezipiert werden muss. Eine solche Forderung ist offensichtlich unerfüllbar. Gleichwohl versucht sie, zumindest oberflächlich ein wichtiges Problem der Mathematikdidaktik zu bearbeiten, nämlich das Problem der permanenten Neuerfindung des Rades: Durch die Abwesenheit eines Studienkanons (u.v.m.) gehen über die Generationen in erheblichem Umfang Wissen und Erkenntnis verloren.

Seltsamerweise wird aber nun gerade dieses Problem durch die Ideologie der „vollständigen Literaturrezeption“ nicht wirklich bearbeitet, sondern verschärft. Es wird nämlich gerade *nicht* gefordert, dass man das Feld sinnvoll in seinen großen Gedankenrichtungen absteckt.

Es wird auch *nicht* die Rezeption des inhaltlich Relevanten eingefordert, sondern die Rezeption dessen, was gerade mit Macht belegt ist. Man muss Resultate rezipieren, wenn sie mit vielen Geldern produziert wurden. Man muss Resultate rezipieren, die von einflussreichen Mitgliedern der Kommunität produziert wurden. Und man muss Resultate rezipieren, die in englischsprachigen Zeitschriften publiziert wurden. Insbesondere in der zweiten Gruppierung wird natürlich auch mal etwas Relevantes und etwas Tiefgehendes produziert, aber im JMD hat der Autor keine Möglichkeit, Irrelevantes, Halbdurchdachtes und Dummes dort zu belassen, wo es hingehört, nämlich im Dunkeln der C-V-Publikationsmaschine (wo Texte produziert werden, um sie in die Curriculum Vitae zu schreiben, nicht weil man Erkenntnis zu transportieren hat).

Auch für dieses Problem sehe ich keine rechte Lösung: Unsere Kommunität war einmal eine Kommunität der gepflegten Staubigkeit. Seit wir im Geld ersticken, haben sich die Wertesysteme innerhalb der Kommunität stark gewandelt. Wir klagen in der Tagungskneipe süffisant, welche logistischen Schwierigkeiten wir haben, weil wir so erfolgreich in der Einwerbung von Mitteln sind. Im Grunde wissen wir auch alle, dass wir ein anderes Spiel spielen als das alte Spiel der Erkenntnis. Das JMD unterwirft seine Autoren auch nicht nur dem Zwang, die C-V-Publikationsmaschine zu goutieren, es ist für Deutschland selbst an die Spitze dieser Maschine getreten. Zum C-V-Spiel gehört, dass wir zu Herausgebern jene wählen, die in diesem Spiel erfolgreich sind. Es wäre absurd, von ihnen zu fordern, plötzlich wieder das alte Spiel der Erkenntnis zu spielen. In zehn Jahren wird es außer Emeritierten niemanden mehr geben, der sich noch an Zeiten erinnert, in denen man Texte geschrieben hat, weil man etwas sagen wollte und nicht, weil man einen Text in den CV schreiben wollte.

Strukturproblem Vereinsblatt

„Ein GDM-Mitglied“ hat die Frage gestellt, ob man GDM-Mitglied sein kann, ohne das JMD zu erhalten. Ich würde die Frage zuspitzen, obwohl ich keine Antwort weiß: Ist es wirklich sinnvoll, dass die GDM eine Zeitschrift herausgibt, die eine wissenschaftliche sein soll? Vielleicht ist diese Vereinsstruktur überholt: Die rotierende Herausgeberstruktur wurde doch wahrscheinlich geschaffen, um Machtkonzentration zu vermeiden. Dies ist ein Ansatz, der deshalb nicht mehr funktioniert, weil Macht in unserer Kommunität mittlerweile über VerNetztheit und Drittmittelaquise verteilt wird

– die JMD-Herausgeberposten spiegeln bereits erlangte Macht und verstärken sie dann. Die Herausgebertrios sind dabei keine Teams, die irgendeine gemeinsame Idee verfolgen. Sie entstehen in einem politischen Prozess, der von Konsens- und Proporzdenken geprägt ist. Im schlechteren Fall belauern die Proporzler einander, im genauso schlechten Fall bilden sie lokale Kumpaneien, dann okkupieren „Argumentationssekte“ das Blatt, ohne dass diese Okkupation offen würde. Ehrlicher wäre es, wenn es verschiedene Zeitschriften gäbe, die durch Herausgeberteams mit einer gemeinsamen Idee über einen längeren Zeitraum hinweg getragen werden und eigene Debattenkulturen pflegen. Das hätte den Nachteil, dass der bereits vollzogene Zerfall der Kommunität offensichtlich werden würde und dass man nicht mal mehr die Überschriften der anderen Lager zur Kenntnis nimmt. Ich weiß nicht, inwieweit das ein neuer Nachteil ist, denn bereits jetzt hören große Teile der Kommunität einander nicht mehr zu. Das Lesen der Überschriften anderer Lager hilft da nicht wirklich. Andere Fächer leben uns aber vor, dass genau dies auch wenig problematisch sein kann: Es gibt Forscher, die breit rezipieren, und es gibt Forscher, die sich immer nur im gleichen Argumentationszusammenhang bewegen. In beiden Lagern scheint es Erkenntnishaftes und weniger Erkenntnishaftes zu geben. Dem mag man entgegenhalten, dass unsere Kommunität keine Kapazität für allzu viele Zeitschriften hat. Das JMD ist vielleicht auch deshalb langweilig, weil wir eine Kommunität sind, die eben nicht mehr zu bieten hat als das, was man im JMD lesen kann. „Das Mitglied“ hat sich ja auch über das beschwert, was publiziert wird, und nicht über das, was *nicht* publiziert wird. Als jemand, der noch nie im

einen regulären Artikel im JMD untergebracht hat, kann ich aber entgegenen, dass sowohl das Abgelehnte als auch das Publierte eine Schere im Kopf herstellt: Ich bin sicher, dass nicht nur bei mir viele Texte ungeschrieben bleiben, weil man davon ausgeht, dass man sie bei unserem Monopoljournal ohnehin nicht unterbringt, jedenfalls nicht, solange X und Y (und dann Y und A und dann A und C und immer so fort) Herausgeber sind.

Eine Trennung der GDM vom JMD wird jedenfalls nicht *am Anfang* des Ausdifferenzierungsprozesses stehen. Es wird zuerst Neugründungen anderer Zeitschriften geben. Daraufhin wird das JMD noch deutlicher als bisher von einer „Argumentationssekte“ oder aber – was wahrscheinlicher ist – von einem Interessensnetzwerk okkupiert werden. Dieses Interessensnetzwerk wird es über einen längeren Zeitraum hinweg schaffen, der Mehrheit der GDM-Mitglieder das Gefühl zu geben, dass sie prinzipiell noch eine Chance haben, im JMD publizieren zu können. Deshalb wird das JMD auch weiterhin von der Mehrheit der Mitglieder getragen werden und Neugründungen auf diese Weise erschweren. Ich hoffe natürlich, dass alle meine Pessimismen falsch sind. Im Sinne eines Minderheitenschutzes scheint es mir aber angesichts der trüben Aussichten für das JMD angezeigt zu sein, die GDM-Mitgliedschaft ohne JMD-Bezug zu ermöglichen. Die Alternative bestünde ja darin, „dem Mitglied“ einen Austritt nahezu legen. Das würde aber in letzter Konsequenz bedeuten, dass unsere Kommunität sich nicht nur diskursiv spaltet, sondern auch institutionell. Mir schiene das nicht sinnvoll zu sein, denn bei allen Differenzen scheint mir ein einheitlicher Berufsverband viele Vorteile zu bergen.

Informationen zur Veröffentlichung „Basiskompetenzen“

Alexander Wynands

Im Oktober 2011 erschien die Broschüre *Basiskompetenzen Mathematik für den Alltag und Berufseinstieg am Ende der allgemeinen Schulpflicht - Handreichungen für den Unterricht mit CD-ROM*. Konzept und Inhalt sind für die Fachdidaktik ebenso wie für allgemeinbildende und berufsbildende Schulen von erheblicher Relevanz. Deshalb möchte das Autorenteam Sie auf die Broschüre aufmerksam machen mit der Bitte, auch Ihre Kolleginnen und Kollegen auf diese Veröffentlichung hinzuweisen. Autoren sind sieben Fachdidaktiker aus Schule, Schulverwaltung und Universität. Diese wollten sich nicht damit abfinden, dass seit PISA 2000 häufig in den Medien über „Risikoschülerinnen und -schüler“ berichtet wird, aber (fast) nichts für diese leistungsschwachen jungen Menschen getan wird.

Die Broschüre wurde erarbeitet in einem langen Diskussions- und Abstimmungsprozess mit einem Katalog von Basiskompetenzen, die durch Beispielaufgaben mit Lösungen – im Buch und auf CD – exemplifiziert werden und sich mit direktem Bezug zur Schulpraxis an den inhaltsbezogenen Leitideen für den Mathematikunterricht orientieren. Ein großer Teil der Aufgaben sind Testaufgaben des Instituts für Qualitätsentwicklung im Bildungswesen (IQB) oder Aufgaben aus den Lernstandserhebungen NRW und damit auch empirisch abgesichert. Das Autorenteam nutzte unter anderem Rückmeldungen der Arbeitskreise Vergleichsuntersuchungen und Stochastik der GDM. Der Deutsche Industrie- und Handelskammertag (DIHK) unterstützte das Projekt insbesondere durch die Durchführung einer Befragung unter Ausbildungsleitern in Industrie und Handwerk zu unverzichtbaren mathematischen Basiskompetenzen für Berufseinsteiger.

Aus der Einleitung

Viele Lehrerinnen und Lehrer, aber auch Auszubildende in Betrieben äußern häufig ihre Sorge über den großen Anteil jugendlicher, die am Ende ihrer Schulzeit nicht über notwendige Basiskompetenzen in Mathematik verfügen ...

In diesem Buch beschreiben wir, über welche mathematischen Fähigkeiten und Fer-

tigkeiten die Schülerinnen und Schüler am Ende der allgemeinen Schulpflicht mindestens verfügen sollen. Mit Aufgaben illustrieren wir ergänzend, worauf Bemühungen zur Förderung von Basiskompetenzen im Fach Mathematik konkret zielen sollen ...

Wir möchten so

- einen Beitrag leisten zur Erarbeitung von konkreten mathematischen Kompetenzerwartungen auf normativen Vorstellungen unter Beachtung empirischer Daten,
- durch Beschränkung auf Basiskompetenzen eine Grundlage zur Förderung leistungsschwacher Schülerinnen und Schüler bereitstellen,
- Lehrkräfte mit Materialien (Aufgabenbeispielen zu Leitideen) unterstützen, Förderbedarf zu erkennen und die Förderziele zu benennen,
- das Thema „mathematische Basiskompetenzen“ ins Bewusstsein der Verantwortlichen für Lehrpläne, Lehreraus- und Lehrerfortbildung bringen,
- mit ausgearbeiteten mathematischen Basiskompetenzen eine Grundlage bereitstellen für die Kommunikation und Konsensbildung zwischen (allgemeinbildender) Schule und Berufsausbildung über Möglichkeiten der einen und Erwartungen der anderen,
- im Rahmen der Bildungsstandards für Mathematik Mindeststandards konkretisieren,
- aufzeigen, dass mathematische Basiskompetenzen über rein algorithmische (Rechen-) Fertigkeiten hinausgehen,
- die weitere Diskussion über Basiskompetenzen in Mathematik anstoßen.

Die Zustimmung zu den so formulierten Basiskompetenzen spiegelt sich in den Grußworten von DIHK, IQB, GDM und MNU.

Aus dem Grußwort des DIHK

Es ist den Mathematik-Didaktikern ... dafür zu danken, dass sie sich bei der Erarbeitung der „Basiskompetenzen – Mathematik“ vornahmen, auch die Wirtschaft ein-

zubinden. Ihre Überlegungen stellten sie in den Unternehmen zur Diskussion. Rund 280 Personalverantwortliche aus stichprobenartig ausgewählten Unternehmen haben sich auf Bitte des Deutschen Industrie- und Handelskammertages an diesem Austausch beteiligt. Diese beeindruckende Zahl von Rückmeldungen zeigt, wie sehr Unternehmen mit Blick auf den zukünftigen Fachkräftenachwuchs an gut qualifizierten Schulabgängern gelegen ist. Dies gilt einmal mehr vor dem Hintergrund der demografischen Entwicklung ...

Die Chancen für die Jugendlichen auf eine Ausbildung im Betrieb stehen heute so gut wie lange nicht. Das gilt auch für die Jugendlichen, die größere Schwierigkeiten beim Lernen haben als andere. Es ist sinnvoll, dass Schulen und Unternehmen gemeinsam daran arbeiten, dass alle Schulabgänger den Anforderungen in den modernen Ausbildungsberufen gewachsen sind – dazu gehören in jedem Fall auch gute Mathematikfähigkeiten.

Dr. Martin Wansleben (Hauptgeschäftsführer des DIHK)

Aus dem Grußwort der GDM

Die Gesellschaft für Didaktik der Mathematik (GDM) möchte sich ganz herzlich bei den Mitgliedern dieser Arbeitsgruppe bedanken, die auch alle Mitglieder der GDM sind, für das jahrelange Engagement in der Sache der Mindeststandards bzw. Basiskompetenzen, für das Aufarbeiten einer theoretischen Basis und damit für das Bilden einer soliden Diskussionsgrundlage auch für andere Fächer sowie für die konstruktive Arbeit im Hinblick auf die unterrichtspraktische Verwertbarkeit der Ergebnisse.

Die GDM wünscht diesem Buch eine große Verbreitung und hofft natürlich vor allem auf eine nachhaltige positive Wirkung bei lernschwachen Schülerinnen und Schülern.

Prof. Dr. Hans-Georg Weigand (Vorsitzender der GDM)

Aus dem Grußwort des IQB

Es ist das unschätzbare Verdienst der Autorinnen und Autoren dieses Bandes, dass sie diesen notwendigen Diskurs fast 10 Jahre nach Verabschiedung der Bildungsstandards nun für das Fach Mathematik vorantreiben. Es geht ihnen darum, die normativen Prämissen dessen, was als Bildungsmilieu am Ende der Pflichtschulzeit gelten

kann, explizit zu machen und gleichzeitig die empirischen Vorarbeiten und Befunde aus PISA, TIMSS und der Überprüfung der Bildungsstandards durch das IQB zu nutzen ...

Es ist daher aus unserer Sicht unabdingbar, dass die prognostischen Elemente in der Definition von Basiskompetenzen und Mindeststandards in Untersuchungen zu den Bildungs- und Berufsverläufen von Schülerinnen und Schülern empirisch überprüft werden. Der hier vorgelegte Band gibt für diesen sicher noch weiten Weg eine erste wichtige Orientierung.

Prof. Dr. Hans Anand Pant und Prof. Dr. Petra Stanat (Direktoren des IQB)

Aus dem Grußwort des MNU

Was der Mensch für das Leben können muss ...

Solche Basiskompetenzen sollte man eigentlich für jedes Fach formulieren können ...

Ich möchte im Namen des MNU den an dieser Arbeit beteiligten Kolleginnen und Kollegen für ihre ehrenamtliche Tätigkeit meinen Dank und Anerkennung aussprechen ...

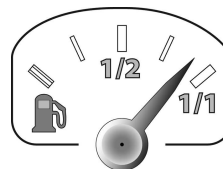
Die hier vorliegende Arbeit ist ein konkreter Vorschlag, um die Entwicklung von pädagogisch wirksamen Standards – auch für die Naturwissenschaften – nachhaltig voranzubringen.

Jürgen Langlet (Vorsitzender des Deutschen Vereins zur Förderung des mathematisch-naturwissenschaftlichen Unterrichts)

Aufgabenbeispiele

Tankanzeige	B 1.02
-------------	--------

Du siehst hier die Tankanzeige eines Pkw.



- Ist der Tank noch zu mehr als $\frac{3}{4}$ mit Kraftstoff gefüllt?
- Markiere, wo der Zeiger steht, wenn der Tank $\frac{1}{4}$ voll ist.

Beispielaufgabe zur Basiskompetenz zur Leitidee 1 Zahl: Von innermathematischen Skalen und realitätsbezogenen Skalen Werte ablesen bzw. in diese eintragen.

Prozentrechnung	B 1.14
-----------------	--------

- (a) Wie viel sind 25 % von 60 kg? _____ kg
 (b) Gib an, wie viel Prozent 32 m² von 40 m² sind. _____ %

Beispielaufgabe zur Basiskompetenz zur Leitidee 1 Zahl: Grundaufgaben zur Prozentrechnung lösen.

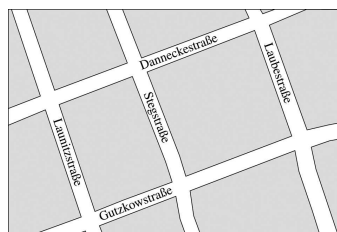
Kuchen	B 2.07
--------	--------

Norbert stellt den Kuchen um 11:18 Uhr in den Backofen. Der Kuchen wird 50 Minuten gebacken. Wann muss Norbert den Kuchen aus dem Ofen nehmen?

Beispielaufgabe zur Basiskompetenz zur Leitidee 2 Messen: Mit Größen rechnen.

Straßen	B 3.02
---------	--------

Anja ist in der Launitzstraße in Frankfurt. Ihr Ziel liegt in einer Parallelstraße.



- (a) In welchen Straßen könnte ihr Ziel nach dem Ausschnitt des Stadtplans liegen?
 (b) Ihr Fahrrad steht auf einer Straße, die rechtwinklig zur Launitzstraße verläuft. In welchen Straßen könnte es stehen?

Beispielaufgabe zur Basiskompetenz zur Leitidee 3 Form und Raum: Zueinander senkrechte sowie parallele Objekte identifizieren.

Käse	B 4.10
------	--------

Ein 300 g schweres Käsestück kostet 6,00 €.

- (a) Wie teuer ist ein 450 g schweres Käsestück der gleichen Sorte? _____ €
 (b) Was kostet ein 580 g schweres Stück? _____ €

Beispielaufgabe zur Basiskompetenz zur Leitidee 4 Funktionaler Zusammenhang: Einzelne Werte innerhalb von Real-kontexten bestimmen.

Wahlen	B 5.12
--------	--------

Beim Verlassen eines Wahllokals wurden 150 Personen gefragt, welche Partei sie gewählt haben. 68 gaben an, dass sie für die Partei UVW gestimmt haben.

Schätze die Wahrscheinlichkeit, dass der nächste Befragte auch ein UVW-Wähler ist.

Beispielaufgabe zur Basiskompetenz zur Leitidee 5 Daten und Zufall: Erklären, wie man zu Aussagen über Wahrscheinlichkeiten kommt: durch Schätzen aus relativen Häufigkeiten.

Basiskompetenzen Mathematik für den Alltag und Berufseinstieg am Ende der allgemeinen Schulpflicht - Handreichungen für den Unterricht mit CD-ROM. Erarbeitet von Christina Drückeno, Gerd Möller, Andreas Pallack, Siegbert Schmidt, Ursula Schmidt, Norbert Sommer, Alexander Wynands. Cornelsen Verlag, Berlin 2011. ISBN 978-3-06-001187-2. Subskriptionspreis bis zum 31. 12. 2011 10 Euro.

Mathe vernetzt

Anregungen und Materialien für einen vernetzenden Mathematikunterricht, Band 1

Rezensiert von Stefan Götz

Die Forderung nach Vernetzungen im Mathematikunterricht ist eine uralte, die im Kontrast und auch unter dem Eindruck einer stark kalkülbetonten Ausrichtung des Unterrichts entstanden ist. Grundsätzlich kann man zwischen inner- und außermathematischen Vernetzungen unterscheiden, wie sie auch beide in den berühmten drei Winter'schen Grunderfahrungen zum Ausdruck kommen. In dieser Schriftenreihe soll es insbesondere um innermathematische Vernetzungen gehen. Zwei zentrale Kompetenzen werden dazu im Vorwort „Vernetzt Vernetzen lernen“ von Astrid Brinkmann genannt: das „Modellieren“ und das „Problemlösen“. Dabei ist es wesentlich, einerseits möglichst viele Gebiete der Schulmathematik miteinander zu vernetzen, andererseits aber auch eine ganzheitliche Sicht von Mathematik zu bekommen bzw. eine Einsicht in sie zu erlangen. Der Weg dorthin ist ein langer und ereignisreicher: vom Finden der Fragestellung über das Erheben von Daten (im weitesten Sinne), das Aufstellen eines Modells, das Berechnen bis zum Darstellen von Ergebnissen, Lösungen und deren Interpretation.

Die Methode des Vernetzens kann auch als eine Leitidee für den Unterricht gesehen werden. Ist das intendiert, dann bedarf es dort der Thematisierung von Vernetzung an sich. Mind Mapping, Concept Mapping oder Lernlandkarten bieten sich dafür an, entsprechende Beiträge finden sich in diesem Band, der knapp 140 Seiten umfasst.

Das Vorwort verspricht den Lehrern und Lehrerinnen, aber auch den Schülern und Schülerinnen, dass „Bemühungen um vernetzenden Mathematikunterricht entlastend und motivierend wirken“. Anregungen dazu zu liefern, ist das Ziel der in Rede stehenden Schriftenreihe. Die Beiträge verspricht das Vorwort sind so aufbereitet, „dass Lehrende sie möglichst unmittelbar und gewinnbringend in ihrem Unterricht einsetzen können“.

Das kommentierte Inhaltsverzeichnis enthält die Titel der Beiträge, die Abstracts und je eine charakteristische Abbildung als eye-catcher. Wir finden dort auch drei Kapitel: I. Unterrichtsmethoden, II. Mögliche inhaltliche Vernetzungen, III. Vernetztes Denken fördern.

Der erste Beitrag „Vernetzungen und vernetztes Denken im Mathematikunterricht“ von Astrid Brinkmann, Jürgen Maaß, Günther Ossimitz und Hans-Stefan Siller bringt eine systematische Übersicht über verschiedene Lesarten des Begriffes „Vernetzung“. Für die im ersten Satz der Rezension formulierte Forderung werden hier viele Belege aus unterschiedlichsten Quellen angeführt. Am Beispiel des Lehrsatzes von Pythagoras wird eine erstes eindrucksvolles Beispiel eines Netzwerkes gezeigt, welches nur den Auftakt für zahlreiche weitere, noch komplexere darstellt. Ein Netzwerk lässt sich mathematisch durch einen Graphen beschreiben, die Knoten stellen die einzelnen Systemkomponenten dar, die Kanten ihre Beziehungen. „Vernetzung“ meint sowohl den Prozess des Vernetzens als auch das Ergebnis. Es werden inhaltliche Qualitäten von Mathematik-Vernetzungen im nächsten Abschnitt kategorisiert. Innermathematische Vernetzungen können zur Fachsystematik beitragen oder bei Problemlöseprozessen schlagend werden. Neben den üblichen Einteilungen wie z. B. „ist ein Teilbereich von“, hierarchische Ordnungen oder dem deduktiven Gerüst der Mathematik folgend werden hier Leitideen genannt, die Curricula wie „ein roter Faden“ durchziehen; sie bündeln eng verwandte mathematische Konzepte.

Anwendungsbezogene Vernetzung kann sich auf den Wechsel des zugrundeliegenden Modells bei der Bearbeitung einer Aufgabe beziehen: populäre Beispiele sind die „Algebraisierung“ oder die „Geometrisierung“. Wir sprechen dann von „Modellvernetzung“ oder „Repräsentationsvernetzung“. „Theoremvernetzung“ und „Regelvernetzung“ sind weitere Kategorien unter dieser Überschrift, oder auch die „Ablaufvernetzung“ beim Arbeiten mit einem Algorithmus. Schließlich die „Strukturvernetzung“, sie nützt eine der ganz großen Stärken und charakteristischen Merkmale der Mathematik, die Abstraktionsfähigkeit, um Objekte mit gleichen Eigenschaften zusammenzufassen, obwohl sie (auf den ersten Blick) ganz unterschiedlich aussehen können (z. B. lineare Abbildungen).

Des Weiteren werden Vernetzungen zwischen mathematischen und nichtmathematischen

Knoten ausgewiesen, wie sie bei realitätsbezogenen Anwendungen vorkommen. Auch hier spricht man von „Modellvernetzung“. Historische und/oder kulturelle Vernetzungen gehören da dazu, ebenso memotechnische („Eselsbrücken“ wie „sico cosi, coco sisi, aber mi“ – wofür steht das wohl?), lernpsychologische, affektive („nicht schon wieder Extremwertaufgaben – dabei habe ich mich noch nie ausgekannt“) und Ähnlichkeitsvernetzungen, die konstruktivistischen Lerntheorien Rechnung tragen.

Vernetzung als fundamentale Idee wird abschließend postuliert.

Systems Thinking – vernetztes Denken ist einerseits in Verbindung mit der System-Dynamics-Methode zu sehen (siehe auch der letzte Beitrag in diesem Band), und steht andererseits auch für eine Form ganzheitlichen Denkens.

Eine Lehrbuchanalyse zeigt, dass in jüngerer Zeit sehr wohl auch Ideen vernetzten Denkens in den Schulbüchern berücksichtigt worden sind. Als Beleg dafür sei beispielsweise an die „vermischten Aufgaben“ am Ende eines Kapitels erinnert, die unterschiedliche Aspekte des zuvor Gelernten in einer Aufgabe vereinigen („vernetzen“).

Dieser erste Beitrag ist eine sehr wertvolle Orientierungshilfe für den/die von der Thematik unbeleckte/n Leser/in, für den/die mit der Materie Vertraute/n ist er von der Qualität „was immer schon einmal in dieser Dichte niedergeschrieben hätte werden sollen“. Einzig die Charakterisierung als fundamentale Idee bzw. Leitidee überzeugt nicht. Rote Fäden bündeln nicht (sie liegen anders), ich schlage vor, Vernetzung als Metafundamentale Idee, die die verschiedenen Ausformungen (siehe soeben) zusammenfasst, zu sehen.

Das erste Kapitel beginnt mit einem Beitrag von Astrid Brinkmann: „Visualisieren und Lernen von vernetztem mathematischen Wissen mittels Mind Maps und Concept Maps“. Eine Mind Map setzt einen Begriff mit seinen individuellen Assoziationen in Verbindung und stellt diese graphisch dar. Concept Mapping ist eine ähnliche Technik, die allerdings noch zusätzlich eine hierarchische Struktur wiedergibt, grob gesprochen vom Allgemeinen zum Speziellen. Am Schluss stehen dann konkrete Beispiele. Ein weiterer Unterschied ist die Möglichkeit, in Concept Maps (beschriftete) Querverbindungen zwischen einzelnen Hauptästen einzuzeichnen (z. B. Lösungen entsprechen Schnittpunkten bei einem System von zwei Geradengleichungen). Bei mathematischen Themen können auf diese Weise Modellvernetzungen

dargestellt werden (z. B. die Entsprechungen zwischen algebraischen und geometrischen Repräsentationen).

Es werden im nächsten Abschnitt zahlreiche Anwendungsmöglichkeiten von Maps im Unterricht angeführt und erläutert: die Visualisierung geordneter Strukturen kann zum Aufbau von Wissensnetzen beitragen, insbesondere schwächere SchülerInnen profitieren davon. Dem Unterrichtsprozess folgend ist klar, dass im Anschluss die Maps auch beim Lernen und zur Prüfungsvorbereitung verwendet werden können. Maps visualisieren kognitive Strukturen von Lernenden (und Lehrenden, wenn von ihnen vorgegeben). Wissenszuwachs kann so kommuniziert werden und Lernfortschritte können sichtbar gemacht werden. Dabei werden alleine durch die Position bestimmter z. B. mathematischer Tätigkeiten in einer Map wertvolle Rückmeldungen über die (innermathematische) Bedeutung derselben (zentral oder eher ein Randthema?) für die SchülerInnen gegeben. Auch wird die Möglichkeit, außermathematische Verknüpfungen zu thematisieren, auf diese Weise eröffnet. Es wird der Vorschlag gemacht, unvollständige Concept Maps zum Lernen mathematischer Vernetzungen einzusetzen. Schließlich wird die Verwendung von Maps beim Problemlösen beschrieben, und zwar sowohl nach der Lösung einer Aufgabe, dann erfolgt die Erstellung, als auch zur Orientierung beim Herantasten an komplexere Aufgaben. Natürlich sind sowohl die Mind als auch die Concept Maps keine Wundermittel, eingrenzende Sachverhalte wie z. B. eventuelle Unübersichtlichkeit bzw. die fehlende Garantie, dass eingezeichnete Relationen nicht bloß auswendig gelernt worden sind, werden von der Autorin sehr wohl genannt.

Zum Abschluss werden Empfehlungen für die Einführung der beiden in Rede stehenden Konzepte gemacht, wobei Mind Mapping i. Allg. vor dem Concept Mapping eingeführt werden sollte. Die Präferenzen der Lernenden zeigen kein eindeutiges Bild: sie hängen von der jeweiligen Situation ab, aber auch davon, ob die Maps selbst angefertigt werden sollen oder mit bereits fertigen gearbeitet werden soll.

Der mit (teilweise von SchülerInnen angefertigten) Maps illustrierte Artikel zeigt sehr eindrucksvoll und überzeugend die Möglichkeiten und Grenzen dieser beiden Konzepte. Die benannten Indikationen für ihren Einsatz sind nachvollziehbar, sowohl die im Beitrag angestellten theoretischen Überlegungen als auch die angeführten empirischen Befunde zeichnen ein klares Bild vom Wert dieser Darstellungsweisen.

„Lernlandkarten als Arbeitsmittel zur Selbststeuerung beim Lernen im Mathematikunterricht in individuellen und kooperativen Arbeitsformen“ ist sowohl Titel als auch Inhaltsangabe des nächsten Beitrages. Sie werden vom Autor Michael Wildt als Sonderform einer concept map definiert zur Orientierung einer lernenden Person über ihren individuellen Lernprozess. Wichtig ist in diesem Zusammenhang die Selbststeuerung beim Lernen, die durch eine förderliche Leistungsbeurteilung von den Lehrenden ermuntert und gestützt wird. Der Vergleich mit einer herkömmlichen Landkarte bringt u. a. den Begriff Terra incognita mit sich. Das gesicherte Wissen ist die Expeditionsbasis, und die Erforschung des „unbekannten Landes“ spielt sich zwischen den Polen Eigenes entwickeln und Fremdes adaptieren ab. Dieses Spannungsfeld machen Lernlandkarten sichtbar.

Notwendige Voraussetzung für die Akzeptanz von Lernlandkarten auf Seiten der SchülerInnen ist ein offener Unterricht, der mehrere Lernwege aufzeigt und zulässt. Die SchülerInnen müssen in vielen Fällen erst ermuntert werden, ihren Lernprozess (ein gutes Stück) selbst zu steuern. Diese Haltung stellt sich nicht von selbst ein, vor allem dann nicht, wenn lehrerInnengesteuerte Lernformen den Unterricht dominieren.

Eine Analyse deutschsprachiger Literatur dazu bringt nur wenige Beispiele ans Tageslicht, die angeführten Praxisbeispiele stammen alle aus der Erfahrung des Autors, der einem Schulnetzwerk angehört, das dieses Konzept erprobt hat. In Klasse 5 einer Gesamtschule zeigten sich dramatische Unterschiede der SchülerInnen in den geometrischen und arithmetischen Basiskompetenzen. Ein Selbsteinschätzungsbogen mit drei Stufen „das kann ich gut – mittelmäßig – noch nicht“ bereitet das Instrument der Lernlandkarte vor. Die SchülerInnen haben auf dieser Teilkompetenzen nach inhaltlichen Gesichtspunkten gruppiert (oder jedenfalls positioniert) und durch Färbung grün – gelb – rot entsprechend der obigen Selbsteinschätzungstufen klassifiziert. Veränderungen auf diesen individuellen Lernlandkarten dokumentieren den Lernprozess, der so auch für LehrerInnen und Eltern einsichtig wird.

Am Ende einer Klasse 7 sollte eine Zuteilung der SchülerInnen auf zwei Lernniveaus passieren, die wiederum eine Indikation für die Erstellung von Lernlandkarten darstellt. Vor allem der Prozess der Erstellung dieser individuellen Karten hat den Mathematikunterricht ungemein angereichert: welche Kompetenzen gehören zusammen? Die fertigen Karten waren dann die Grundlage für eine Selbsteinschätzung

der SchülerInnen, die sich in hohem Maße mit der des Lehrers gedeckt hat.

In Klasse 9 haben sich Lernlandkarten als Grundlage für die Erstellung eines Arbeitsplanes einer sehr heterogenen Lerngruppe in einer nicht fachgebundenen Übungsstunde bewährt. Im Anhang finden sich Materialien zu Kompetenzitems für die Klassen 5, 7, 9 und 11 und eine Anleitung zur Erstellung einer Lernlandkarte für SchülerInnen.

Die Schilderungen der vom Autor selbst gemachten Erfahrungen mit dem Umgang von SchülerInnen mit Lernlandkarten belegen eindeutig die theoretischen Intentionen, die im ersten Teil des Beitrages formuliert werden. Der Vergleich mit herkömmlichen Landkarten trägt dabei weit und macht dieses Instrument unmittelbar auch dem Neuling zugänglich. Die Gegenüberstellung Landkarte – Navigationssystem zeigt deutlich den Selbststeuerungsanspruch der Lernlandkarten.

Insgesamt stellt dieser Text eine gelungene Einladung für Lehrende dar, sich auf diese abenteuerliche Expedition in das Land des (Nicht-)Wissens einzulassen. Ihr zu folgen, kann heißen, dem bedrohenden Charakter von Leistungseinschätzungen die Spitze zu nehmen. So gesehen ist dieser Beitrag ein wichtiger Hinweis auf eine nach wie vor offene Wunde im Schulsystem.

Eine Unterrichtsmethode zum Vernetzen im Mathematikunterricht hat Swetlana Nordheimer in ihrem Beitrag vorgestellt: „Kapitelübergreifende Rückschau“. Sie steht am Ende eines Schuljahres, und die schülerInnenzentrierte Aufgabenvariation spielt dabei eine zentrale Rolle. Sie besteht aus vier Phasen: in der Vorbereitung wird eine Einstiegsaufgabe von den SchülerInnen gelöst, die den gemeinsamen Kontext des Folgenden ankündigt. Initialaufgaben werden dann vorgestellt, die in Gruppen bearbeitet werden. Schließlich werden in neuen Gruppen, in denen „ExpertInnen“ jeder Initialaufgabe zusammenkommen, eigene kapitelübergreifende Aufgaben entwickelt, die dann auch präsentiert werden.

Sechs verschiedene Initialaufgaben zum Thema „Tangram“ wurden in einer achten Klasse eines Gymnasiums gestellt. Die Ergebnisse einzelner SchülerInnen (die ExpertInnenrunden konnten aus Zeitmangel nicht zusammenkommen, die letzte Phase wurde in Form einer Hausübung realisiert) machen den Hauptteil dieses Beitrages aus. Sie unterscheiden sich in der Anzahl der vernetzten Kapitel, ob Teilaufgaben vorhanden sind oder nicht, manche bieten einen Realitätsbezug bzw. bemühen sie sich darum (inverse Modellierung), in einem zitierten Bei-

spiel wurde sogar der Kontext gewechselt etc. Deutlich wird jedenfalls das Entwicklungsstadium des aktiven mathematischen Wortschatzes der einzelnen SchülerInnen.

Es ist schon erstaunlich, was die SchülerInnen aus den sehr phantasievoll kreierte Initialaufgaben (diesen kommt nach Meinung des Rezensenten eine Schlüsselrolle zu) an eigenen Problemstellungen entwickeln. Die Vorgabe, kapitelübergreifende Fragen zu formulieren, führt direkt zum Ziel dieser Unterrichtsmethode. So unterschiedlich die Ergebnisse der Entwicklungsarbeit der SchülerInnen auch sind, sie zeugen alle von einer Durchdringung der Thematik und der damit verbundenen schulmathematischen Kapitel, die in einem traditionellen Unterricht wohl kaum erreicht werden würde. Der theoretische Bezug ist überschaubar (dadurch unterscheidet sich dieser Beitrag ein wenig von den beiden vorher besprochenen), demgemäß lädt dieser Beitrag den Leser/die Leserin zu einem baldigen Nachmachen ein.

Den Auftakt zu Kapitel II gibt ein Aufsatz von Christoph Ableitinger mit dem Titel „Problemlösen am Billardtisch“. Ein einfaches Modell (rechteckiger Tisch, Taschen nur in den vier Ecken, die punktförmige Kugel startet immer in der linken unteren Ecke unter einem Winkel von 45° und bewegt sich geradlinig bzw. nach dem Reflexionsgesetz bis sie in eine Tasche fällt) erlaubt die umfassende Beantwortung der Frage: „In welche Tasche fällt die Kugel bei gegebenen Maßen des Tisches?“ Zwischenergebnisse auf dem Weg dorthin werden als „Meilensteine“ formuliert und bewiesen. Probieren, Fallunterscheidungen verbunden mit Kategorisierungen, Wechsel der Darstellungsebenen, Vernetzung von unterschiedlichen schulmathematischen Gebieten erweisen sich dafür als probate Mittel. Als Auslöser fungieren Aufgaben an die SchülerInnen.

Der Beitrag von Herrn Ableitinger ist eine geglückte Miniatur mathematischen Arbeitens, ein unverzerrtes Abbild quasi. Die Darstellung ist durchgehend schülerInnengerecht, und wenngleich man an manchen Stellen die Begeisterung des Autors für die Sache merkt, bleibt die eigentliche Intention, nämlich konkrete Unterrichtsvorschläge zum Vernetzen zu entwickeln, immer dominant. Die in der Einleitung gemachte Fallunterscheidung verschiedener Vernetzungen verdient besondere Erwähnung: Vernetzung mathematischer Inhalte, adäquate Auswahl und Verknüpfung mathematischer Beweismethoden, Mathematik als ein in sich vernetztes System und Vernetzung mathematischer

Handlungsweisen. All diese Gesichtspunkte kommen dann im Artikel auch wirklich vor!

Im Vordergrund steht dabei sicher ein Problemlöseprozess (inklusive Reflexion der verwendeten Strategien nach der Schule von Pólya), der sehr schön, weil ausführlich, nachvollziehbar und vollständig, gezeigt wird. Der Vernetzungsaspekt ist hier von der Sache her gesehen zweitrangig, das Explizitmachen oben erwähnter Vernetzungsaspekte an Ort und Stelle genügt aber der didaktischen Intention des in Rede stehenden Buches vollkommen.

„Problemlösungen und Vernetzungen bei Zerlegungen von $\{1, 2, \dots, n\}$ in summengleiche Teilmengen“ lautet der Titel des Beitrages von Hans Humenberger und Berthold Schuppar. Ausgehend von dem Einstiegsproblem, eine solche Menge in zwei summengleiche Teilmengen zu zerlegen, wird sukzessive – wie in der Mathematik üblich – verallgemeinert. Graphische Darstellungen unterstützen den Problemlöseprozess, der sonst in der üblichen mathematischen Vorgangsweise (Fallunterscheidungen, notwendige und hinreichende Bedingungen formulieren und beweisen) dargestellt wird. Konkrete Zahlenbeispiele illustrieren an ausgewählten Stellen die aufgestellten Behauptungen, formulierten Sätze bzw. gegebenen Begründungen.

Die Hoffnung der Autoren, dass bei der Behandlung dieses Problems „Schüler/innen in verschiedenen Alterstufen auf ganz unterschiedliche Ideen kommen und *Mathematik als Prozess* realisieren und wahrnehmen“ (Hervorhebung im Original), ist nach Ansicht und (naturgemäß geringen) Erfahrung des Rezensenten kühn. Sollten LehrerInnen auf die Idee kommen, dieses Thema tatsächlich in ihrem Unterricht behandeln zu wollen, dann stellt der Artikel sicher das dazu notwendige Hintergrundwissen vor. Konkrete Hinweise und Hilfestellungen zur methodischen Umsetzung dieses Vorhabens fehlen allerdings oder werden bestenfalls angedeutet. Hierzu könnten ja in einem zweiten Band Vorschläge publiziert werden. Erst dann würde das Potential, welches in diesem Thema (vielleicht) steckt, offenbar werden und das im Vorwort der Herausgeberin gemachte Versprechen des möglichen unmittelbaren Einsatzes im Unterricht auch in diesem Fall eingelöst.

Der Aspekt „Vernetzung“ wird in diesem Beitrag so verstanden, dass bisher Gelerntes in verallgemeinerten Problemstellungen (selbstständig von den SchülerInnen) angewendet wird.

Eine Vernetzung ganz anderer Art hat Reinhard Oldenburg mit seinem Beitrag „Beschreibung als Modellbildung“ im Sinn. Am Beispiel von Geraden und Ebenen wird gezeigt, dass je nach Situation, Problemstellung, Aufgabe unterschiedliche Darstellungsweisen (differenziert wird z. B. nach der Anzahl der ihnen jeweils innewohnenden Freiheitsgraden) dieser geometrischen Objekte gut bzw. weniger gut passen. „Gut passen“ meint hier beispielsweise schnell zur Lösung zu kommen oder rasch zu einer gewissen Einsicht zu gelangen. Aber eigentlich steht der umgekehrte Weg im Vordergrund dieses Aufsatzes: verschiedene geometrische oder algebraische Situationen oder Fragestellungen führen zu unterschiedlichen Formen der Darstellung von Geraden bzw. Ebenen.

Der Autor spricht in diesem Zusammenhang von „innermathematischer Modellierung“. Die Validierung derselben geschieht (neben pragmatischen Gesichtspunkten – soeben) dadurch, dass man sich klar macht, was diese neue Form tatsächlich beschreibt: das kann genau das intendierte sein oder eine größere Klasse definieren, oder die so erfassten Objekte können in eine größere, schon bekannte Klasse eingebettet werden. Insgesamt soll mit diesem Beitrag die Freiheit beim Modellieren sichtbar gemacht werden, egal ob es sich um eine außer- oder innermathematische handelt. Die Vernetzung passiert hier in Form der unterschiedlichen algebraischen Beschreibung von geometrischen Objekten.

Auf nur vier Seiten zeigt der Autor sehr deutlich, worum es ihm geht. Seine Beispiele stehen natürlich pars pro toto: die Wahl der Darstellung eines bestimmten mathematischen Objekts sollte in jedem Ausbildungsgang, von der Grundschule bis zur Universität, immer wieder thematisiert werden. Den Lernenden muss es sonst wie Willkür (die Kehrseite der oben erwähnten Freiheit) vorkommen (und das tut es auch!), wenn z. B. eine Gerade einmal in Parameterform und einmal in Normalenform auftaucht. Hier wird also nach Meinung des Rezensenten ein sehr wichtiger, viel zu wenig in der didaktischen Diskussion beachteter Punkt angesprochen. Die knappe Art der Darstellung animiert den Leser/die Leserin zum selber Gedanken Machen über diese Thematik. Die Entscheidung, an welcher Stelle eines Lehrganges dieselbe explizit wird, ist immer eine individuelle, insofern ist dieser Beitrag auch formal seiner Intention angemessen konzipiert. Das gefällt, sehr sogar!

Eine außermathematische Situation nimmt Matthias Brandl zum Anlass, innermathematische Werkzeuge wie die Regel von de l'Hospital oder das Pascal'sche Dreieck in einen schulma-

thematischen Kontext zu bringen. „Der Lotto-Jackpot in der (Kurven-)Diskussion – eine vernetzende Unterrichtseinheit für den Stochastik- und Analysisunterricht der Oberstufe“ heißt sein Beitrag, der der Frage nachgeht, ob es wahrscheinlicher wird, dass es bei der „6 aus 49“-Lotterie mehrere GewinnerInnen gibt, wenn mehr Menschen daran teilnehmen. Die Antwort ist natürlich „ja“, doch damit gibt sich der Autor nicht zufrieden. Es interessiert ihn vielmehr die genaue Form der Abhängigkeit der Wahrscheinlichkeit, dass es zwei oder mehr Jackpot-GewinnerInnen gibt, von der Anzahl n der Teilnehmenden. Mit Hilfe der Binomialverteilung ist diese schnell gefunden und wird nach allen Regeln der Kunst ausgewertet: Grenzwert, Monotonie, Wendepunkt und eine Verallgemeinerung der Problemstellung: statt mindestens zwei GewinnerInnen werden jetzt genau k vorausgesetzt.

U. a. wird dabei $\lim_{n \rightarrow \infty} n \cdot (1-a)^n$ für $0 < a < 1$ mit der Regel von de l'Hospital berechnet, indem mehr oder weniger „künstlich“ ein Quotient aus dem ursprünglichen Term gebastelt wird. Dieser Zugang scheint dem Rezensenten doch sehr hoch gegriffen. Er schlägt stattdessen vor, den Ausdruck $\frac{1}{n \cdot q^n}$ mit $0 < q < 1$ zu betrachten. Mit $\frac{1}{q} = 1 + h$ und $h > 0$ ist das Grenzwertverhalten von $\frac{1}{n} \cdot (1+h)^n$ für $n \rightarrow \infty$ mittels Entwicklung bis zum zweiten Summanden nach dem Binomischen Lehrsatz leicht einzusehen: der Term wächst über alle Maßen, sein Kehrwert muss daher gegen null konvergieren.

Die Berechnung des Wendepunktes motiviert der Autor in der Weise, dass rechts von ihm die Wahrscheinlichkeit weniger stark steigt, seinen Gewinn teilen zu müssen. (Die in Rede stehende Wahrscheinlichkeit steigt monoton von Null auf Eins mit wachsendem n .) Im Jackpot-Fall liegt der Wendepunkt bei ungefähr 280 Millionen TeilnehmerInnen, eine Zahl, die realiter nie erreicht wird. Der Autor schließt daraus: „Somit befindet man sich also stets im ungünstigen, vergleichsweise stark ansteigenden Teil der Kurve.“ Diese Conclusio ist doch ein wenig gewagt, denn wie schon eingangs festgestellt, wächst die Wahrscheinlichkeit, teilen zu müssen, mit steigendem n . In diesem Lichte wäre doch der flachere Anstieg der Kurve bei großem n ein schwacher Trost, oder? Die Rechnungen sind sehr ausführlich dargestellt, manchmal zu ausführlich, die Ableitung von $f(x) = a^x$ mit $a > 0$, $a \neq 1$, darf wohl als bekannt vorausgesetzt werden, ebenso die Eigenschaft

$$\binom{n}{k} = \binom{n-1}{k-1} + \binom{n-1}{k}$$

für Binomialkoeffizienten. Die Idee der Vernetzung von Analysis mit Stochastik an diesem Themenkreis ist gut nachvollziehbar, die Ausführung allerdings nicht (immer): warum werden die langen Rechnungen (Ableitungen) nicht mit einem CAS ausgeführt und nur das Ergebnis angegeben? Andererseits: die Vertauschung von Limes und Potenzfunktion ist wegen der Stetigkeit der Potenzfunktion erlaubt, das wird bei der Berechnung von $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^n}{e^x}$ (n fest) nicht erwähnt, aber verwendet. So ergibt sich ein ein wenig verzerrtes Bild der Mathematik, welches allerdings wie exemplarisch gezeigt leicht wieder zurecht gerückt werden könnte.

„Hunger in Afrika“ – Wir vernetzen Mathematik, Geografie und Wirtschaftskunde mit Systemdynamik“ ist der erste Beitrag des dritten Kapitels, der von Jürgen Maaß und Hans-Stefan Siller stammt. Sie zeigen, wie ein Strategiespiel am Computer (<http://www.juergenbauer.com/2004/unterr/ewg/hunger/hunger.html>, 4. 6. 2011) selbstständig von SchülerInnen analysiert werden kann. Der methodisch-didaktische Weg, den sie dazu wählen, ist entdeckendes Lernen. In der ersten Phase werden die SchülerInnen mit dem Spiel vertraut gemacht, und auf das Ziel der Unterrichtseinheit aufmerksam gemacht: die Durchführung ihres Spiels samt Ergebnissen soll diskutiert werden, um zu einer Gewinnstrategie (d. h. Überleben!) zu gelangen. Es muss also dokumentiert werden. Fragen helfen bei der Orientierung, in einem interaktiven Prozess werden Hypothesen dazu aufgestellt, und diese mittels Simulation (i. e. eine Runde spielen) getestet und gegebenenfalls revidiert. In der zweiten Phase wird eine arbeitsteilige Fragenbeantwortung organisiert, in der dritten werden erste Zwischenergebnisse diskutiert und reflektiert, um dann basierend darauf einen neuen Anlauf zu unternehmen. Um einen Einblick in das Spiel zu bekommen, seien einige Entscheidungsfälle angeführt: Wann sollen Kinder in die Schule geschickt werden (sie fallen dann als Arbeitskraft aus)? Wie viel Werkzeug soll angekauft werden (sie machen den Arbeitsprozess effizienter, kosten aber natürlich Geld)? Wie viele Rinder sollen gehalten werden (ab fünf kann mit Nachwuchs gerechnet werden, ab neun besteht die Gefahr, dass sie verdursten – abhängig von der Zahl der Wasserlöcher, die wiederum ...)? Ein Zufallsgenerator gibt das Wetter an: normal, Dürre, Starkregen, ...

In der vierten Phase wird eine Gesamtstrategie entwickelt und getestet, in der fünften die (mathematische) Vorgangsweise reflektiert. Schließlich wird in der sechsten Phase der Bezug der Simulation zur realen Situation (Verflechtung mit dem Geografieunterricht) thematisiert, be-

vor in der letzten Phase eine Neugestaltung der Simulation (Adaptierung des Designs der Arbeitsoberfläche, Änderung der Parameter, z. B. jenes, der die Häufigkeit des Starkregens regelt – Brücke zum Informatikunterricht) vorgeschlagen wird.

Der Artikel deutet viele Möglichkeiten an, wie mit der Black Box des Spieles umzugehen ist, wie eine Analyse und Entwicklung einer Gewinnstrategie aussehen könnte. Probieren (besser: Simulieren) ist kein allzu häufiger Bestandteil des Regelunterrichts, insofern stellt der Beitrag eine wertvolle und bereichernde Anregung dar. Wichtig ist dabei sicher, dass LehrerInnen bei dieser Form des Unterrichts davon absehen lernen, dass sie die „volle“ Kontrolle über das Geschehen (zumindest in gewisser Weise) haben. Die Autoren machen Mut, sich auf diese innovative Herangehensweise einzulassen. Der unbedingt gegebene Realitätsbezug dieses Beitrages, der strenge Kausalitäten relativiert und durch mit Unsicherheit behaftete Entscheidungen ersetzt, ist der Lohn dafür.

Der letzte Artikel in diesem Band heißt „Vernetztes Denken, Stock-Flow-Diagramme und die Modellierung von Zeit“, den Günther Ossimitz geschrieben hat. Ausgehend von einer (fast wahren) Geschichte über Spagetti, ihren Absatz und Lagerstand (ein System) zeigt er zwei verschiedene Stock-Flow-Diagramme, die Bestandsgrößen und Flüsse in unterschiedlicher Realitätsnähe miteinander in Beziehung setzen. Sie machen Vernetzungen zwischen mehreren Einflussfaktoren und zeitliche Abläufe deutlich und können unter Umständen Hinweise für systemgerechtes Handeln liefern. Weitere Beispiele (Welt-Erdölförderung, Bevölkerungsentwicklung) zeigen die Leistungsfähigkeit dieser Darstellungsweise, Abhängigkeiten zu illustrieren und Folgerungen daraus (etwa: welche Möglichkeiten gibt es, in die Entwicklung des Bevölkerungsstandes einzugreifen?) abzuleiten. Interessanterweise spielt die Modellierung der Zeit, diskret oder kontinuierlich, eine entscheidende Rolle bei der Unterscheidung von Bestands- und Flussgrößen. Kontinuierliche Verläufe machen ihre Interpretation schwierig (z. B. Alpenhotel-Aufgabe: Wann waren die meisten Gäste im Hotel? – gezeigt werden die Ankünfte und Abreisen während eines bestimmten Zeitraumes), wie zahlreiche empirische Untersuchungen dazu zeigen. Die Unterscheidung „Bestände – zeitpunktbezogen und Flüsse – zeitintervallbezogen“ greift nur bei diskreter Zeitmodellierung.

Drei Unterrichtsvorschläge (Fluss-Hochwasser – Rückhaltebecken: Modellierung des Abflussverhaltens; Bevölkerungsentwicklung: reale Daten

konkretisieren das zuvor bereits vorgestellte Modell; diskretes logistisches Wachstum: das Phänomen der Periodenverdopplung mündet in chaotisches Verhalten) beschließen diesen Beitrag.

In sehr klarer und eindringlicher Weise schildert der Autor die Einsichten, die durch Stock-Flow-Diagramme bei der Beschreibung systemischer Abhängigkeiten gewonnen werden können. Sorgfältig und behutsam baut er mit Hilfe vieler Abbildungen die Möglichkeiten dieser doch noch nicht (im Mathematikunterricht) so populären Darstellungsart auf und zeigt überzeugend ihre Leistungsfähigkeit. Die realitätsnahen Beispiele motivieren zusätzlich, diese Form des Abhängigkeiten sichtbar Machens in den Unterricht einfließen zu lassen. Sollte das der Autor intendiert haben, dann ist ihm das auch gelungen!

Auf den letzten Seiten werden die HerausgeberInnen und AutorInnen mit Bild und Erwähnung ihrer Wirkungsstätten und Arbeitsgebiete kurz vorgestellt, schließlich findet sich eine E-Mail-Liste der AutorInnen.

Man kann der Schriftenreihe „Mathe vernetzt“ zu diesem Auftakt gratulieren, dieser erste Band zeigt gleich die Spannweite, die dieses Thema mit sich bringt, in eindrucksvoller Weise. Die Einteilung der Beiträge in die drei Kapitel ist gut nachvollziehbar und unterstützt den Leser/die Leserin in seiner/ihrer Orientierung. Selbst diese doch sehr ausführliche

Rezension kann nur einen Bruchteil der Anknüpfungspunkte wiedergeben, die die Lektüre des eigentlichen Werkes aufzeigt. Sie regt zum Nachahmen an und motiviert gleichzeitig zum Abändern, selbst weiter Entwickeln, Reflektieren über den vorgegebenen Prozess und die eigenen Fortsetzungen.

Ein zweiter Band könnte noch stärker auf Methoden des Unterrichtens vernetzter Topoi eingehen, hier ist sicher noch mehr Aufmunterung nicht fehl am Platz, um diese wichtige Kompetenz mathematischen Handelns fest im Ozean mathematischen Unterrichtens zu verankern. Lehrende und Lernende werden davon profitieren, davon zeugt aber auch schon der erste Band ganz deutlich. Ein vielversprechender Beginn also mit kleinen Kinderkrankheiten, aber das liegt ja in der Natur der Sache.

Im Sinne der Weigand'schen Kategorisierung von RezensentInnen (GDM-Mitteilungen 90, Januar 2011, S. 42 f.) sieht sich der Rezensent zwar nicht als Wunschkandidat, aber wenigstens als Mischung aus Euphoriker, Skeptiker, Pedant und Showman. Ich bitte daher die Länge meines Texts zu verzeihen, aber all diese Aspekte brauchen einfach ihren Platz.

Mathe vernetzt. Anregungen und Materialien für einen vernetzten Mathematikunterricht, Band 1. Eine Publikation der Arbeitsgruppe „Vernetzungen im Mathematikunterricht“ der GDM. Herausgegeben von Astrid Brinkmann, Jürgen Maaß und Hans-Stefan Siller. Aulis Verlag, München 2011. ISBN 978-3-7614-2836-8.

Herbert Henning und Fritjof Freise: Realität und Modell. Mathematik in Anwendungssituationen

Rezensiert von Jürgen Maaß

In diesem Sammelband finden sich 15 lesenswerte mathematikdidaktische Beiträge, die sich im Wesentlichen an LehrerInnen wenden, die Ideen und Anregungen für realitätsbezogenen Mathematikunterricht suchen. Auch in den Beiträgen, die vom Titel her eher nach mathematikdidaktischer Theorie klingen und Überlegungen dazu enthalten, wird immer

zumindest teilweise an Beispielen argumentiert, die im Unterricht eingesetzt werden können. Nicht im Zentrum steht die im Buchtitel auch angesprochene philosophisch – erkenntnistheoretische Dimension der Frage nach einem Bezug von Mathematik und Realität, der – vielleicht – durch Modellierung vermittelt wird.

Im Einzelnen ist das Buch in 4 Kapitel aufgeteilt:

1. Mathematische Modellierung – „Step by Step“
2. Mathematische Modellierung und der „Rest der Welt“
3. Mathematische Modellierung von Problemen zwischen „Himmel und Erde“
4. Mathematische Modellierung und „Werkzeuge“

Diese vier Kapitel enthalten folgende Beiträge: Herbert Henning und Thomas Kubitzka liefern in ihrem Aufsatz „Realität im Klassenzimmer – Modellieren als ‚fundamentale Idee‘ im Mathematikunterricht“ mathematikdidaktische Argumente für realitätsbezogenen Mathematikunterricht und damit für Modellieren im Mathematikunterricht. Stichworte dazu sind: Problemlösen als mathematische Kompetenz, Fähigkeiten zur mathematischen Modellbildung als „Herzstück“ des Problemlösens, mathematische Modellieren ist eine „fundamentale Idee“ und eine mathematische Kompetenz mit vielen Vernetzungen.

Eine „niveaustufenakzentuierte Herausbildung von Modellbildungskompetenzen“ ist Thema von Herbert Henning und Mike Keune. Sie thematisieren Modellbildungskompetenzen anhand von einschlägiger Literatur in drei Stufen durch Fähigkeiten. Die Einteilung in Niveaustufen kann als deskriptives, normatives und metakognitives „Werkzeug“ im Modellbildungsprozess betrachtet werden und für die Unterrichtsplanung, die Auswahl von Unterrichtsinhalten und zur Bewertung von Schülerleistungen eingesetzt werden. Die den Stufen zugeordneten charakterisierenden Fähigkeiten werden anhand von Beispielen näher beschrieben.

Benjamin John nimmt einen Beitrag aus der Wochenzeitung DIE ZEIT aus dem Jahre 2004 von Holger Geschwindner, der den berühmten Basketballspieler Dirk Nowitzki trainiert und beraten hat, zum Anlass für eine Modellierung des erfolgreichen Wurfes: „So wirft Dirk Nowitzki!“ – Rekonstruktion der Flugkurve beim Basketball-Freiwurf.“ Dieser Satz aus dem Artikel ist der Startpunkt für die Modellierung: „Der Ball muss mindestens einen Einfallswinkel von 32 Grad haben, Dirk ist 2,13 Meter groß, seine Arme haben eine bestimmte Länge, und wenn man dann noch die Gesetze der Physik kennt, kommt man schnell zu einer Problemlösung“ (S. 29). Weshalb ausgerechnet 32 Grad?

Mathematik auf „zwei Rädern“, also rund ums Fahrrad, wird von Franziska Stephan und Sabrina Spieler zu einer breiten Palette von mo-

ktivierenden Modellierungen ausgearbeitet. Sie reicht von Berechnungen zum zurückgelegten Weg (einschließlich Schwankungen beim Langsam-Fahren) über die Betrachtung des Verlaufes des Weges eines Fahrradventils, bis hin zur Abbremsung durch den Luftwiderstand, also vom Kreisumfang über Trigonometrie und Zykloide bis hin zur Differentialgleichung.

Aus der Sicht von wintersportbegeisterten ÖsterreicherInnen ist besonders interessant, was Torsten Wagner über Mathematik im Schnee – Skispringen und Ski Alpin berichtet. Beim Skisprung geht es mit einem einfachen Modell des waagerechten Wurfes los und endet mit genaueren Überlegungen zur Olympiaschanze in Garmisch-Patenkirchen. Die Untersuchung von verschiedenen Typen von Skiern endet mit einem Beweis des Vorteils von Carving-Skiern.

Marc Oliver Hoffmann und Maik Osterland betrachten zunächst Mathematikunterricht mit physikalischen Experimenten aus der Mechanik (SI und SII), bevor sie anhand der Modellierung des Kugelstoßens als Disziplin der Leichtathletik unter verschiedenen Perspektiven konkreter werden. Am Ende steht – was wir schon ahnten – die Erkenntnis, dass ein Abwurfwinkel von 45 Grad optimal ist, aber auch ein Hinweis an den Trainer, der nicht so bekannt ist: „Wenig sinnvoll ist es jedoch, den Abwurfwinkel genau zu trainieren, da man eine Spanne von 10 Grad wesentlich bequemer mit einer höheren Abwurfgeschwindigkeit ausgleichen kann.“ Ob die SportlerInnen wohl dem Trainer bzw. der Trainerin glauben, wenn sie etwas von einem „wesentlich bequemerem“ Training hören?

Tilman Kant nähert sich dem Oberthema Sport und Physik ganz anders, nämlich als Zuschauer beim öffentlichen Event. Ist das schöner als Zuhause? Mit „Public Viewing“ sieht man besser! – meint er. Was hat das mit Mathematik zu tun? Gibt es beim „Public Viewing“ einen optimalen Blick auf die Großbildwand und wie lässt sich der Standort des Betrachters mathematisch bestimmen? Am Beispiel der Fußball-Weltmeisterschaft 2006 und des „Public Viewing“ auf der Berliner Fanmeile vor dem Brandenburger Tor wird die Frage beantwortet.

Airbags sind eine geniale Kombination eines „Plastiksackes“ mit Stickstoff, meint Peter Dröse in seinem Unterrichtsvorschlag über eine „Explosion“, die Leben retten kann! Als fächerübergreifende Aufgabe lässt sich für den Mathematik-, Chemie- und Physikunterricht die Funktionsweise eines Airbags simulieren und mit geeigneten Modellen beschreiben. Da-

bei gewinnen die SchülerInnen interessante Einblicke in Modellbildungsprozesse unter Anwendung von Wissen aus Physik und Chemie.

Sabrina Spieler erläutert in ihrem Beitrag „Mathematische Modellierung eines Tsunamis und anderer Naturkatastrophen“, wie Mathematik dazu beitragen kann, solche Katastrophen besser vorherzusagen. Zunächst offensichtlich – nämlich fast alltäglich bei der medialen Berichterstattung über Naturkatastrophen – ist die Computersimulation der Ereignisse, die häufig zur Erläuterung des Geschehens dienen soll. Selbstverständlich beruhen solche vom Computer berechneten Simulationen auf einer mathematischen Modellierung. Wie geht das? Im Beitrag finden sich Modellierungen zu zwei Themen, Tsunami und Tornado.

Technische Großprojekte oder Erfolge der Ingenieurskunst wie ein Riesenflieger namens Airbus A380 (die Konkurrenz von Boeing baut Ähnliches) sind oft faszinierend. Diese Faszination kann zur Motivation für realitätsbezogenen Mathematikunterricht werden, wie das Beispiel „Über den Wolken ...“ – Modellierung am Airbus A380“ von Sebastian Paul und Sven Plate zeigt. Die Frage (mit dem Blick auf die in regelmäßigen Abständen erforderliche Lackierung der Außenwand) klingt einfach: Wie groß ist die Oberfläche des A380? Der Versuch, diese Frage zu beantworten, zeigt schön auf, wie sich durch schrittweise Verfeinerung des Modells im Unterricht modellierend arbeiten lässt.

Stephan Herms, Markus Partusch und Torsten Wagner bringen eine historische Komponente mit in den Unterricht: „Schattenquadrat und Jakobsstab – Historische Messinstrumente als Modellierungswerkzeuge“. Zwei historische Messinstrumente, der Jakobsstab und das Schattenquadrat, werden ausführlich beschrieben und vorgestellt. Anhand der Analyse dieser Instrumente und ihres Einsatzes können SchülerInnen lernen, wie Mathematik dabei hilft, Objekte zu vermessen. Konkret werden geometrische Kenntnisse gefunden oder vertieft.

Eine Softwareunterstützung beim Modellieren steht im Zentrum des Beitrages von Hans-Stefan Siller: „Modellbilden durch bzw. mit funktionale(r) Beschreibung in einem fächer-

übergreifenden Mathematikunterricht“. Funktionen sollen als „Module“ in einem System bereitgestellt und zur Lösung eines Problems implementiert werden. „So können Algorithmen für schulspezifische Aufgabenstellungen vollständig entwickelt, implementiert und letztlich ausgeführt werden.“ (S. 158). Entscheidendes Werkzeug sind dabei PROGRAPH-Diagramme.

„Knoten, Wege, Graphen und Gerüste – Modelle der Graphentheorie im Mathematikunterricht“ sind Thema von Brigitte Leneke. Auch hier geht es im Kern um einen Vorschlag zur Methodik des Modellierens: Graphen können sehr wertvolle Dienste dabei leisten, eine reale Situation so zu modellieren, dass etwas ausgerechnet werden kann. Ein Beispiel dazu ist die optimale Zustellung von Produkten einer Pizzeria in Magdeburg – ein Beispiel, das sich offensichtlich leicht auf andere Produkte bzw. Orte übertragen lässt.

Ein dritter Beitrag zu diesem Themenkreis kommt von Andrej Wölfer. Unter dem Titel „Interaktive Simulationen als Modellierungswerkzeuge“ zeigt er am Beispiel der Software Mathematica im Überblick, wie ein solch mächtiges Werkzeug im Analysisunterricht genutzt werden kann. Im ersten Teil wird dargestellt, wie man in wenigen Minuten eine Simulation erstellt. Im zweiten Teil wird der Zugriff auf eine freie Bibliothek von interaktiven Simulationen erklärt.

Was wir lernen, wir in Form von Zeichen oder Symbolen oder Grafiken im Gehirn repräsentiert. Haben wir auch in der Mathematikdidaktik ein Problem mit unerwünschtem Eigenleben der Zeichen oder eine Chance, Lernprozesse durch besonderes Augenmerk auf die verwendeten Repräsentationen zu fördern? Ein Blick in die Geschichte der Mathematikdidaktik zeigt ein andauerndes Interesse an Veranschaulichungen für das Lehren und Lernen von Mathematik. Solche Visualisierungen versuchen in Gestalt von geometrischen Konstruktionen, Graphen, Diagrammen etc. Mathematik sichtbar zu machen. Gert Kadunz ist Spezialist für die Beantwortung solcher Fragen und erläutert in seinem Beitrag die Beziehung von Zeichen und Modell.

Jürgen Maaß und John O'Donoghue (eds.): Real-World Problems for Secondary School Mathematics Students

Rezensiert von Gilbert Greefrath



Die Forderung nach Modellierungskompetenz hat in die Bildungsstandards und die Lehrpläne der Länder Einzug genommen. Das Buch von Jürgen Maaß (Universität Linz)

und John O'Donoghue (Universität Limerick, Irland) versucht Lehrerinnen und Lehrer der Sekundarstufe II mit interessanten Beispielen in englischer Sprache zu unterstützen. Das Buch ist ein Sammelband von 16 Fallstudien, die alle an konkreten Themen Probleme aus der Realität für den Mathematikunterricht der Sekundarstufen – mit einem Schwerpunkt in der Sekundarstufe II – aufbereiten. Dabei handelt es sich nicht um Stundenentwürfe, sondern um Angebote und Ideen, die für den Unterricht an unterschiedlichen Stellen verwendet werden können. Im Folgenden werden vier Beiträge dieses Sammelbandes exemplarisch vorgestellt: Astrid und Klaus Brinkmann beschreiben in ihrem Beitrag einen Zugang zur Thematik der regenerativen Energien im Rahmen des Mathematikunterrichts. Dazu entwickelten sie eine Fülle von Sachaufgaben, die unterschiedliche Aspekte dieser Thematik bearbeiten. Dies sind beispielsweise Fragen zur Solarenergie, Windenergie oder dem Energieverbrauch von Fahrzeugen. Die Aufgaben sind schrittweise aufgebaut, und die beigefügten Informationen können optional eingesetzt werden. Einige der Aufgaben können bereits zu Beginn der Sekundarstufe eingesetzt werden.

Der Beitrag von Göttlich und Sickenberger geht ebenso wie der von Brophy auf ein Problem der Kodierungstheorie ein. In dem Beitrag wird ein Kontext, das 2D-Pixel-Mosaik, beschrieben, der in Modellierungswochen bereits erfolgreich eingesetzt wurde. Göttlich und Sickenberger gehen der Frage nach, welche Kapazität eine solche Kodierung hat. Dazu wird ein „Quattro code“ schrittweise entwickelt und optimiert.

Am Schluss folgen einige didaktische Anmerkungen vor dem Hintergrund der Erfahrungen in den Modellierungswochen.

Johnson und O'Donoghue thematisieren in ihrem Beitrag das Lottospiel am Beispiel der irischen Nationallotterie (6 aus 45) als Schnittstelle von Alltagserfahrung und Schulmathematik. Hier werden die üblichen Überlegungen zur Wahrscheinlichkeit eines Hauptgewinns dargelegt und dann auf weniger als 6 richtige Kugeln sowie auf Betrachtungen mit Zusatzzahl verallgemeinert. Am Schluss folgen kurze Überlegungen zum Einsatz im Unterricht, z. B. durch Verwendung von weniger Kugeln.

Maaß und Siller betrachten in ihrem Beitrag Eier aus mathematischer Sicht. Sie verwenden interessante Beispiele und unterschiedliche mathematische Modelle für Eier. Es werden verschiedene Definitionen mit Hilfe eines dynamischen Geometriesystems visualisiert und die Volumenberechnung nach Cavalieri sehr anschaulich dargestellt. Wenn auch die tatsächliche Anwendung dieses Beispiels im Alltag offen bleibt, so bekommt der Leser hier doch interessante Materialien und Ideen.

Das Buch enthält insgesamt viele schöne sehr verschiedene Ideen und Konzepte für den Einsatz von Anwendungen und Modellierungsbeispielen im Unterricht der Sekundarstufe. Daher konnte der Band auch nicht nach Klassenstufen oder Themen strukturiert werden. Einige Beispiele sind durchaus bekannt, wurden aber neu aufbereitet, andere – wie etwa der Beitrag von Göttlich und Sickenberger – zeigen innovative Ideen, die auch in Seminaren für die Ausbildung von Lehrkräften sehr gut Verwendung finden können.

Das Ziel der Herausgeber ist dabei, dass Schülerinnen und Schüler von den Beispielen genauso begeistert sind, wie sie selbst und ihre Leserinnen und Leser.

Jürgen Maaß und John O'Donoghue (eds.), *Real-World Problems for Secondary School Mathematics Students*. Sense Publishers, Rotterdam.

Andreas Gruschka: Verstehen lehren. Ein Plädoyer für guten Unterricht

Rezensiert von Thomas Jahnke

Verstehen lehren ist ein Buch von Martin Wagenschein so programmatisch betitelt, dass man sich wundert, den Titel erneut zu lesen. Nach Auskunft des Autors geht dies auf den Verlag zurück, dem auf der Suche nach einem griffigen Titel dieses ‚Plagiat‘ unterlaufen sei, was er im Nachhinein bedauere. Während der Untertitel von Wagenschein ‚genetisch – sokratisch – exemplarisch‘ über dessen Ansatz von gutem Unterricht schlagwortartig Auskunft gibt, sollte Gruschkas Untertitel besser *Ein Plädoyer gegen schlechten Unterricht* lauten, über den wir nämlich weit mehr erfahren als über den guten. Genug der schiefen Parallelen.

Während wir letzthin in diesen Mitteilungen der GDM *Das mähliche Verschwinden des Faches aus der Mathematikdidaktik*¹ zu thematisieren suchten, konstatieren Gruschkas einleitende Ausführungen *Die gegenwärtige Reform der Schule aus dem Blickwinkel des pädagogischen Anspruchs an Schule und Unterricht*, dass nicht nur das Fach, sondern auch seine Pädagogik zunehmend ins Abseits gerät:

Das meiste, was zur Durchsetzung der Optimierung des Systems durch Reformen erdacht worden ist, kommt nicht aus dem genuinen Ideenhaushalt der Pädagogik. Es baut nicht auf der abrufbaren Erfahrung mit der pädagogischen Denk- und Handlungsform auf, sondern kann als ein Import aus der angewandten Betriebswirtschaftslehre und den Forschungskonstrukten einer „pädagogischen“ Psychologie angesehen werden. Mit beidem werden fremde Universalrezepte und -konzepte auf die spezifischen Voraussetzungen der Schule übertragen. Die Sprache der Reform ist weitgehend die des Business: Es geht um Qualitätsentwicklung und -kontrolle, um Organisations-, Produkt- und Personalentwicklung, um Schulmarketing und Intrapreneurship. (S. 14)

Als einen Grund für diese Entwicklung gibt Gruschka an:

Das Misslingen beruht wesentlich darauf, dass die Maßnahmen keine Rücksicht auf die „Eigenstruktur des Pädagogischen“ (so Herwig Blankertz) von Schule und Unterricht nehmen. (S. 19)

Historisch und faktisch mag man dabei an den Tabubruch des Kultusministers Hans Schwier denken, der aus *Sorge um die Effizienz unseres Schulwesens* im Herbst 1990 der Unternehmensberatung Kienbaum den Auftrag gab, das gesamte NRW-Schulsystem zu durchleuchten, was die ZEIT damals als *politischen Selbstmordversuch des Düsseldorfer Kultusministers* bezeichnete,² heute aber vermutlich im Verein mit der Bertelsmann Stiftung zumindest jährlich gern fordern würde.

Gruschka formuliert seinen *pädagogischen Anspruch an Schule und Unterricht* dagegen sehr – fast zu – prägnant:

Erziehen heißt „Verstehen lehren“. Es verbindet als Formel alle drei Dimensionen.³ Mit ihr geht es nicht um die Arbeitsteilung in der pädagogischen Arbeit. Eine solche Arbeitsteilung, so lässt sich im schulischen Alltag beobachten, hat viel eher zur Folge, dass sich die Probleme verschärfen. Erziehung findet zum Beispiel als Exkurs von Unterricht, ja zunehmend außerhalb von ihm in „Trainingsräumen für pro-soziales Verhalten“ statt. Mit ihr wird auf den Mangel an erfolgreicher Erziehung für die Arbeit an der im Unterricht verhandelten Sache in der Regel hilflos durch Appelle und Drohungen reagiert. Das didaktische Verhalten dient nicht selten dazu, die Schüler bei der Stange des Unterrichts zu halten. (S. 21)

Hier wird deutlich, warum ich dieses Buch in den Mitteilungen der GDM bespreche; es geht

¹ Siehe diese Mitteilungen, Heft 89, Juli 2010, S. 21–24.

² Vgl. den Artikel *Im Tempo einer Kröte* in DER SPIEGEL 41/1991. Nachzulesen unter <http://www.spiegel.de/spiegel/print/d-13490846.html>.

³ Gemeint sind Bildung, Erziehung und Didaktik.

dabei nämlich nicht um ein peripheres Interesse an einer einbettenden oder übergeordneten pädagogischen Sichtweise, die zu zitieren den Didaktiker zuweilen als interdisziplinären, vernetzten oder gar als tiefgründigen Denker erscheinen lassen mag, es geht vielmehr um den Kern der Didaktik und ihrer Funktion und Wirkung – hier bei Gruschka meist in Kontrastierung zu dem, was er als *Didaktisierung* bezeichnet.

Der Begriff Didaktisierung meint in diesem Zusammenhang, dass die Vermittlung selbstbezüglich geworden ist. Sie dient nicht mehr der bestimmten Sache, sondern betreibt faktisch deren Entsorgung durch die möglichst einfache, zum Auswendiglernen einladende Darstellung eines didaktischen Stellvertreters. Dieser Stellvertreter führt nicht zur Sache, sondern bleibt beim didaktisch reduzierten Abziehbild stehen. Hier wird, um im Bild zu bleiben, alles „auf Flaschen gezogen“ (Meyer), während deren Inhalt den Konsumenten verschlossen bleibt. (S. 67)

Statt den Autor zu paraphrasieren, lassen wir ihn auch im Folgenden – soweit möglich – selbst zu Worte kommen, das er meist eloquent und nur zuweilen verschlungen zu führen weiß:

Sobald die Didaktik dazu dient, die Schüler in die Erkenntnisse der Phänomene zu verwickeln, wird es sachlich und spannend im Unterricht. Die Vermittlung regelt sich gleichsam organisch als Bearbeitung der anfälligen Aufgaben zur Erschließung und Beherrschung der Sache. Diese bewahrt und entfaltet ihre Faszinationskraft jenseits ihrer Didaktisierung. Sie stellt den Schülern die interessanten Fragen, fordert sie heraus, sich in Verhältnis zu den Fragen, den Methoden und Erkenntnissen zu setzen. Kurzum, es zeigt sich, dass Unterricht dann wirklich gut ist, wenn er Erziehung als „Lehren des Verstehens“ organisiert. (S. 22)

Es geht also um Fach-Didaktik, eine Didaktik aus dem Fach heraus versus einer Unterrichtsgestaltung, die Lehrer wie Schüler angenehm unterhält.

Didaktik wird heute gern vor allem auf die inhaltsübergreifende, also auf die allgemeine Motivierung der Schüler zielende Methodik konzentriert. Sie folgt damit dem ursprünglichen Versprechen der Didaktik, mit ihrer Hilfe sei es möglich, „rasch, angenehm und gründlich“ alles zu lehren.

Aber die auf Johann Amos Comenius (1592–1670) zurückgehende Dreiheit, die bereits gegen das zu Rasche und zu Einfache das Gründliche als korrigierenden Maßstab setzt, wird mit didaktischen Modellen heute durchweg um das Gründliche gebracht. Wichtig erscheint vor allem die Aktivierung der Schüler sowohl bei der Problembearbeitung als auch bei der Darstellung von Lösungen. Den Schülern sollen Methoden des Lernens in einer Weise vermittelt werden, dass mit ihnen alles leicht und angenehm gelernt werden kann. Es geht also anscheinend vor allem um die Organisation der Lernarbeit, nicht aber um die Lösung der Probleme, die bei der Begegnung mit einer sachlichen Aufgabe entstehen. Didaktik löst sich zunehmend in Lernselbstmanagement auf. Indem sich dies vollzieht, werden nicht nur immer mehr die Inhalte entsorgt, schwindet die sachliche Substanz, sondern es erfolgt auch eine Umerziehung der Schüler. Sie werden darauf gedrillt, anstelle von Sach- nun Methodenkompetenz zu entwickeln, mit der sie auch jenseits fachlicher Einsichten Aufgaben der Informationsverarbeitung und Kommunikation erledigen können. Ihnen wird ein verantwortliches Verhältnis und eine neugierige Haltung zu den Inhalten des Lernens konsequent abgewöhnt. (S. 25 f.)

Diese Entwicklung wird hier (auch) auf Motive und Orientierungen der zeitgenössischen Bildungsforschung zurückgeführt.

Die gegenwärtig dominierende Didaktik und Bildungsforschung hat an der Analyse der pädagogischen Dimensionen des Verstehens kein rechtes Interesse. Die Didaktiker trauen den Kollegen Praktikern nicht mehr allzu viel zu, sie sind mehr um deren Entlastung durch allerlei teacher-proofed-pupil-food bemüht. Sie wollen den Pädagogen die zuweilen bereits als schier unlösbar bewertete Aufgabe des Unterrichtens erleichtern. Schon über Jahre hinweg lässt sich ein „downgrading“ der Ansprüche an didaktisches Handeln beobachten. Die Konzeptbildung dient dazu, die als Überhebung erkanteten überkommenen Bildungsziele zu nivellieren, sei es durch handlungsorientierten, schülerorientierten, konstruktivistischen oder evolutionistischen Unterricht. Didaktik schlägt um in entgrenzte Didaktisierung und die Ersetzung der Vermittlung von etwas durch die Vermitt-

lung von Techniken der Vermittlung. (S. 29)

Kritisiert werden in diesem Zusammenhang einschlägige Modelle „guten Unterrichts“, so der Ansatz von Andreas Helmke

Unterricht selbst wird also [bei Helmke] gerade nicht charakterisiert durch die gemeinsame Verhandlung der jeweiligen Inhalte. Man kann daran bereits erkennen, dass das Modell wenig zu tun hat mit der Abbildung der organischen Struktur und Komplexität des Sachverhalts „Unterricht“. Vielmehr wird Unterricht modelliert nach den Strategien der empirischen Unterrichtsforschung. (S. 36)

und – an späterer Stelle – der von Hilbert Meyer

Mussten sich noch bis in die siebziger Jahre die angehenden Lehrer mit dem anspruchsvollen Diskurs (etwa von Hartwig Blankertz) beschäftigen und nach dem pädagogischen Sinn des Unterrichtsinhalts mithilfe einer bildungstheoretischen Reflexion suchen, so lasen sie in den letzten Jahren eine zunehmend sich verdünnende Leitfadensliteratur, wie sie etwa Hilbert Meyer verfasst. Mit der Rezeption seiner inzwischen in Millionenaufgabe verbreiteten Bücher hat dieser die Reflexion über Didaktik inzwischen so weit selbst didaktisiert, dass ihr eigentlicher Problemgehalt unter prüfungserprobten Schemata weitgehend untergegangen ist. (S. 66)

Man kann das Konstrukt Bildungsstandards (mindestens) doppelt lesen: einmal deutsch tiefsinnig als Versuch der empirischen Bildungsforschung, deren funktionale Denke auf dem Hintergrund deutscher Bildungsphilosophie doch einen Phantomschmerz eigener Art und beträchtlichen Ausmaßes hinterlassen muss, ihre Theorielosigkeit zu überspielen, in dem man ein begriffliches Gefäß für das anbietet, wovon man eigentlich – im Zuge der Globalisierung – Abstand genommen hat, oder pragmatisch angelsächsisch als Eingeständnis des Fehlens curricularer Vorgaben angesichts eines dramatischen Lehrermangel, einer traditionell eher mangelhaften Lehrerbildung, wenigen eher losen curricularen Vorgaben und Schulbücher, die ihren Nutzern zwar umfangreiche Materialien zur Verfügung stellen, aber einen wohl gefügten Lehrgang kaum ahnen lassen. Gruschka liest es deutsch und setzt sich folglich sehr ausführlich mit dem genannten auseinander.

Der Standard der Bildung wird nicht aus der Sicht der Bildung bestimmt, sondern aus der mit der Standardisierung verbundenen Hoffnung auf eine Effizienzsteigerung der Anstrengungen um allgemeine Bildung. Indem das Verhältnis von Kompetenz und Bildung dieser Hoffnung untergeordnet wird, kann es nur noch zu Bildungsstandards kommen, die die real statthabende Bildung streifen, nicht aber so beschreiben, dass aus diesen Bildungsstandards heraus eine aufgeklärte Arbeit an der immanenten Verbesserung der Bildungsarbeit folgen könnte. Die Bildungsstandards müssen deshalb, weil sie blind bleiben für die Eigenlogik der subjektiven Bildung, Kompetenzentwicklung zirkulär anstreben, nämlich letztlich als „teaching to the test“ der Kompetenzen, die aus den bestehenden Lehrplänen nach Maßgabe eines ungleich leichter handhabbaren (wie es dann heißt: pragmatischen) Kompetenzbegriffs jenseits der Schwierigkeiten des Bildungsbegriffs abgeleitet werden. Mit anderen Worten: „Die Katze beißt sich in den Schwanz.“ (S. 59)

Soweit mag Gruschkas Argumentation bei manchen offenen Türen einreißen (bei anderen freilich offenes Missfallen erzeugen), wobei die nachstehenden Beobachtungen wohl kaum zu bestreiten sind:

Die didaktische Verpackung des gleichwohl curricular fortbestehenden Programms wird immer umfangreicher, während der Inhalt schrumpft. Das kann man sowohl an der jüngsten Entwicklung der Schullehrbücher wie an den Aufgabensammlungen und Lektüren beobachten. Der Text weicht immer mehr der Bebilderung. Bilder dienen nicht mehr der Analyse, sondern nur noch zur Zerstreuung und Illustration. (S. 68)

Aber Gruschka geht in seiner Analyse einer sich ausbreitenden Didaktisierung über solche Erscheinungsformen hinaus und vergreift sich nun auch an der gängigen Gut-Wort- und Wir-meinen-es-mit-den-Schülern-doch-gut-Didaktik.

Diese Art und Weise der Didaktisierung geht einher mit einer Parteinahme für ein Unterrichtsmodell, das sich für alles Schülerfreundliche der Reformpädagogik offen zeigt. Das, was die Lehrbücher selbst didaktisch ins Werk setzen, demonstriert damit die empfohlene Wende für den Unterricht: Der Unterricht soll schülerorientiert, handlungsorientiert, methodenorientiert und interaktiv sein. [...] Alles soll so

weit wie möglich anschaulich sein, soll mit Kopf, Herz und Hand bearbeitet werden. Der Lehrer moderiert eher die Lernprozesse, als dass er lehren würde. Er zeigt nicht, sondern lässt finden. Er stellt den Schülern Aufgaben, die diese oft in Gruppen während des Unterrichts zu lösen haben. ... (S. 68)

Gruschka wittert oder wähnt oder befürchtet oder befragt also die Mesalliance von „gutem Unterricht“ und Didaktisierung:

Wer verstehen will, was hier geschieht, muss sich von den proklamierten guten Absichten der Didaktisierung freimachen und stattdessen rückhaltlos studieren, was hier „angerichtet“ wird, welche Bearbeitungslogik mit einer solchen Didaktisierung einhergeht und welche Dynamik des Unterrichtens mit ihr verbunden ist. (S.69)

und beharrt auf dem Primat des Fachlichen vor aller unterrichtlichen Darbietung:

Entgegen der methodischen Ausrichtung der Reform muss zunächst einmal die Fachlichkeit verstanden werden, um die es gehen sollte bzw. um die es mit den gestellten Aufgaben tatsächlich geht. Unterricht geschieht um der Erkenntnis von bestimmten Inhalten willen. Er wird dann zur Selbstinszenierung, wenn er Methoden zu vermitteln sucht, die allein dazu dienen, den Unterricht selbst möglichst reibungslos durchzuführen. (S. 69)

Unter der Kapitelüberschrift *Fortschreitende Didaktisierung* führt der Autor nun gleichsam eine empirisch(!)-exemplarische Einzelfallprüfungen

durch, bei denen er – unter jeweiligem Verweis auf von ihm veröffentlichte Analysen von Schulstunden – Formen der ausufernden Didaktisierung zu charakterisieren sucht. Dies führt (S. 72 ff) zu folgender Auflistung:

1. Verfälschung durch Vereinfachung
2. Verfälschung durch Schematisierung
3. Verfälschung durch Aktualisierung
4. Verfälschung durch Analogiebildung
5. Entsorgung des Inhalts durch Medienkonsum
6. Entsorgung des Inhalts durch Umarbeitung
7. Trivialisierung und Kontrolle
8. Entsorgung des Inhalts durch Präsentation, die wohl weniger als Lehrerschelte zu lesen ist als analytisches Interesse daran, wie und durch welche didaktischen Kunstgriffe und Mittel das Fachliche systematisch auf der Strecke bleibt. Wir können das hier nicht im Einzelnen ausführen, auch nicht auf die neun Techniken oder Maßnahmen *der Modelle der neuen Erziehung* (S. 95ff) eingehen, deren gutwillige Fehlorientierung detailliert seziiert wird. Im abschließenden, recht euphorisch betitelten Kapitel *Neuansatz – Wie „Verstehen lehren“ erlaubt, die pädagogische Verantwortung und Aufgabe wiederzugewinnen* bleibt der Autor weiterhin fundamental aber auch recht allgemein, wo man vielleicht, was die Didaktik anlangt, etwas mehr erwartete als so fraglich-schöne Überschriften wie *Entdidaktisierung der Inhalte angesichts ihrer Didaktisierung*. Aber wer Mängel und Fehlentwicklungen benennt und erkennt, trägt nicht die grundsätzliche Verantwortung für deren Beseitigung, die Aufgabe all deren sein sollte, die sich als Didaktikerinnen und Didaktiker bezeichnen.

Andreas Gruschka: *Verstehen lehren. Ein Plädoyer für einen guten Unterricht*. Reclam Verlag. Stuttgart 2011. 5 Euro (!)

Christof Weber: Mathematische Vorstellungsübungen – Ein Handbuch für das Gymnasium

Rezensiert von Katja Lengnink

„Die Lernenden dort abholen, wo sie stehen“, das ist ein weitverbreitetes pädagogisches Motto. Doch wie geht das, wenn wir doch gar nicht wissen, wo die Lernenden stehen – zudem in der Mathematik, die ja wehrhaft gegenüber individuellen Standpunkten ist und wenig an Offenheit und eigenen Zugängen zulässt? Wirklich?

Das Buch von Christof Weber ist ermutigend, weil es zeigt, wie die Vorstellungen (hier im Sinne von inneren Bildern und Handlungen) von Lernenden sichtbar gemacht werden können und ernsthaft und redlich an ihnen weitergearbeitet werden kann. Auf 253 Seiten sind mathematisch weitreichende Vorstellungsübungen dargestellt, die zeigen, wie Schülerinnen und Schüler des Gymnasiums dazu angeregt werden, eigene Vorstellungen zu entwickeln, und wie diese im Unterricht weiter ausgebaut werden können. Es geht hier weder um esoterische Fantasiereisen noch um rein kopfgeometrisches Muskeltraining, sondern um einen tiefgreifenden vorstellungsorientierten Zugang zu innermathematischen Themen. Die Anlässe außerhalb der Mathematik sind meist nur Einkleidungen, die die Vorstellungskraft der Lernenden beflügeln sollen. Überzeugend ist die Ernsthaftigkeit der Analyse und die sprachliche Genauigkeit der Übungen, die keinen Zweifel an der Vernünftigkeit des Unterfangens aufkommen lassen.

Obwohl die Übungen eigentlich für die Schule gedacht sind, inspirieren sie dazu, sie selbst in der universitären Lehrerbildung einzusetzen. In Veranstaltungen mit über 200 Lehramtsstudierenden habe ich einige der Übungen ausprobiert. Das Resultat ist verblüffend. Nach einer anfänglichen Skepsis fordern die Studierenden die Übungen regelmäßig ein, sie beteiligen sich, sind ergriffen und diskutieren (obwohl sonst eher träge) munter über ihre Zugänge. Eins erreicht man damit bestimmt – eine veränderte Haltung gegenüber der Mathematik: Mathematik hat mit mir zu tun, ich kann sie mir vorstellen und eigene Ideen einbringen. Für die Bildung zukünftiger LehrerInnen ist das ein wesentlicher Beitrag.

Das Buch gliedert sich in zwei Teile: Im ersten Teil stellt der Autor aus mathematikdidaktischer Sicht vor, was er unter dem Instrument einer Vorstellungsübung versteht und warum solche Übungen einen wichtigen Beitrag zu mathematischer Bildung leisten können. Hier werden auch Hinweise gegeben, wie der Leser selbst solche Übungen konstruieren kann. Im zweiten Teil des Buches ist eine Beispielsammlung an Vorstellungsübungen gemeinsam mit Vorschlägen zu ihrer Realisierung im Unterricht zusammengestellt, wobei die Beispiele zur besseren Auswahl in vier Kategorien eingeteilt sind: Diejenigen, in denen es um die Konstruktion einer Vorstellung zu einem Gegenstand geht (Aufbau), die Problemlöseübungen, die Begründungsanlässe und Paradoxien. Den Klassiker der rutschenden Leiter, die an einer Wand angelehnt ist und langsam zu Boden rutscht, wobei an der auf der Mitte des Holms eine Lichtquelle installiert ist, habe ich mehrfach durchgeführt (Typ Problemlösen). Die Frage, welche Kurve die Lichtquelle beschreibt, ist Quell steter Diskussion. Die Vorstellungsübung animiert zum Nachdenken, Begründen und zum Erkunden der eigenen Vorstellungen, insbesondere weil die intuitiven Vorstellungen hier in die Irre leiten. Auch das Beispiel der unterschiedlichen Länge von Kreisbögen bei gleicher Mächtigkeit der Punktemenge ist brillant und ruft tiefes Nachfragen und beginnendes Verstehen hervor (Typ Paradoxon). Das Buch ist sehr lesenswert. Es ermuntert direkt zum Einsatz im Unterricht, ohne dabei Gefahr zu laufen, Rezepte zu verbreiten. Vielmehr geht es um die Ästhetik des Fachs, die tiefe inhaltliche Durchdringung und nicht um Spaß um jeden Preis jenseits der Fachlichkeit. Zudem verbindet es die Ebene des singulären Vorstellens von Menschen mit der regulären Sicht des Fachs. Solcherart Fachliteratur wünschte ich mir mehr.

Christof Weber: *Mathematische Vorstellungsübungen – Ein Handbuch für das Gymnasium*. Klett/Kallmeyer, 2010, 253 Seiten.

Wilfried Herget, Thomas Jahnke und Wolfgang Kroll: Produktive Aufgaben für den Mathematikunterricht in der Sekundarstufe II

Rezensiert von Peter Gallin

Zehn Jahre nach dem ersten Band *Produktive Aufgaben für den Mathematikunterricht für die Sekundarstufe I* von Wilfried Herget, Thomas Jahnke und Wolfgang Kroll ist nun vom selben Autorenteam der zweite Band für die Sekundarstufe II erschienen. Man durfte gespannt sein, was die sehr erfahrenen Mathematiker und Mathematikdidaktiker den aktiven Lehrpersonen auf der Sekundarstufe II vorzulegen haben. Das Buch ist gleich strukturiert wie der erste Band und präsentiert auf den ersten 75 Seiten in attraktiver und möglichst knapper Form 56 „Aufgaben“ und auf den restlichen 181 Seiten ziemlich ausführliche „Bearbeitungshinweise“ (im ersten Band hiess es noch „Lösungshinweise“), die eher für die Hand der Lehrpersonen gedacht sind. Ich versetzte mich in deren Lage und begann das Buch ziemlich systematisch Aufgabe für Aufgabe durchzuarbeiten. Von diesem Prozess möchte ich hier berichten mit dem erklärten Ziel, dass möglichst jede Lehrperson, die Mathematik unterrichtet, mit diesem Buch arbeiten möge. Damit ist meine abschliessende Beurteilung schon vorweggenommen: Das Buch ist nicht nur ein Muss in jeder Lehrerbibliothek, sondern gehört zur permanenten Lehrerweiterbildung und Ideenquelle, die einem im stillen Kämmerlein Vergnügen bereitet und im Unterricht den Schritt zu einem mathematik- und menschenzentrierten Vorgehen erleichtert. Damit meine ich: Das Buch zeigt, wie man sich in ein Problem wirklich vertiefen und Mathematik treiben kann und es fordert nicht nur Lernende, sondern auch Lehrpersonen heraus, wieder einmal etwas zu ergründen und sich dabei zu vergessen. Eine absolute Perle diesbezüglich sind die beiden originalen Schülerlösungen der Aufgabe 45, nämlich dem Problem, aus einer A4-Seite eine Schachtel mit Deckel und Klebelaschen zu entwerfen, so dass sie ein möglichst grosses Volumen fasst. Im ganzen Buch findet man keine weiteren Originalarbeiten. Das spornt an, im eigenen Unterricht aufgrund der sehr unterschiedlichen 56 Aufgaben solche entstehen zu lassen.

Es soll nicht verschwiegen werden, dass es im Buch einige Stolperstellen gibt. Sie sind aber

immer nur gerade so gravierend, dass man nicht gleich hinfällt. Im Gegenteil, sie regen an mit einem „ja, aber“ die Sache selber in die Hand zu nehmen. Somit bietet das Buch nicht nur produktive Aufgaben für die Schülerinnen und Schüler, sondern genauso auch für die Lehrerinnen und Lehrer. Ich beginne hier mit den unbedeutendsten Äusserlichkeiten und werde dann zusehends zum Inhalt wechseln. Ganz hinten im Buch steckt in einer Plastiktasche eine CD, die einem als Leser schnell auffällt. Voller Hoffnung will ich sie in den Computerschlitz stecken, lese aber unter „Systemvoraussetzungen“ alles Mögliche, bloss nicht, dass sie für meinen Computer geeignet sei. Trotz dieser Warnung lege ich sie ins Laufwerk ein, und siehe da: Alle html-, pdf- und docx-Dokumente sind perfekt lesbar. Das ganze Buch ist Seite für Seite sowohl in pdf- als auch in bearbeitbaren docx-Dokumenten verfügbar und dann erst noch auf vielen Seiten in Farbe. Bloss die Datei start.exe ist für mich nutzlos. Sie wird wohl für die wirklich berechtigten Benutzer noch gewisse automatische Funktionen ermöglichen, auf die ich ruhig verzichten kann. Die Warnung war also völlig übertrieben. Man kann die zur Verfügung gestellten Dokumente mit viel mehr Computern lesen und bearbeiten, als die Hersteller es sich gedacht haben. Man kann sich sogar vorstellen, alle pdf-Dokumente, die jeweils nur eine Buchseite enthalten, zu einem grossen Dokument zusammenzuhängen, um dann die Möglichkeit zu haben, mit der Textsuche das gesamte Buch nach gewissen Wörtern durchkämmen zu können. Diesem ausserordentlich erfreulichen Aspekt fügte sich nahtlos eine gewisse Enttäuschung an, welche bei fortschreitender Lektüre im wirklichen Buch sich zum Ärgernis hochschaukelte, denn in heiklen Passagen mit subtilen Illustrationen wird kaltblütig von roten, grünen und blauen Linien geredet, während man im strikt schwarz-weiss gehaltenen Buch alles nur grau in grau sieht und kaum unterscheiden kann. Nur an ganz wenigen Stellen (z. B. S. 69) haben die Autoren diesem Umstand Rechnung getragen und in Klammern „grau“ gesagt, was bei einer einzigen Farbe ja noch angeht.

Beim Layout ist lobend zu erwähnen, dass die mathematischen Formeln recht schön gesetzt und die typographischen Regeln weitgehend einhalten sind. Beispielsweise sind Variablen konsequent kursiv gesetzt mit der üblichen Übersteuerung, dass auch die Eulersche Zahl e und der Buchstabe d beim Differenzial entgegen strenger Regelung kursiv geraten sind. Einmal (S. 70) ist auch eine runde Klammer schief gedruckt. Etwas weniger sorgfältig ist man bei den Beschriftungen in den Figuren vorgegangen, welche in der Regel nicht kursiv und oft auch in einem anderen Schriftsatz als der Haupttext erscheinen. Einmal (S. 223) ist sogar ein Index nicht tiefgestellt. Natürlich hat es in jedem Buch Druckfehler. Ich möchte hier als Anhang nur jene Mängel erwähnen, die mich länger nachdenken liessen, weil der Sinn gestört wurde. So kann ich den hoffentlich vielen zukünftigen Leserinnen und Lesern eine kleine Hilfe geben. Damit komme ich zu grundsätzlichen Beobachtungen. Die 56 Aufgaben sind tatsächlich wie im Einleitungstext versprochen in aller Regel sehr offen und könnten daher als „Aufträge“ bezeichnet werden. Darum sprechen die Autoren auch von Bearbeitungshinweisen und nicht mehr von Lösungshinweisen. Es ist allerdings eine Verengung dann deutlich zu spüren, wenn der Sachverhalt anspruchsvoll wird. So kippen im hinteren Teil des Buches viele Problemstellungen in Lernaufgaben, welche Schritt für Schritt explizite Vorschriften geben und dementsprechend auch die Erwartungshaltung der Lehrenden prägen werden. Bei den zum Teil sehr anspruchsvollen Gedanken und mathematischen Umsetzungen wird rasch vergessen, dass die Aufgaben nicht unbedingt „eine richtige Lösung“ haben, was bei den einfacheren Problemen auch bei den Bearbeitungshinweisen viel deutlicher zum Ausdruck kommt. Ein weiteres Phänomen ist gerade bei längeren Ableitungen und Umformungen erkennbar: Sehr häufig werden die Wörtchen „leicht“, „einfach“, „bekannt“ usw. verwendet, wo sie gar nicht nötig wären. Im Gegenteil, sie wecken beim Leser ein schlechtes Gewissen, sobald er die Umformung nicht als „leicht“ empfindet. Ein typisches Beispiel mag dies illustrieren: Auf

Seite 163 steht, dass man die Flächeninhalte von Dreiecken mittels der „bekannten“ Formel

$$A = \frac{1}{2}(x_1(y_2 - y_3) + x_2(y_3 - y_1) + x_3(y_1 - y_2))$$

berechnen könnte, dazu noch ohne zu sagen, was die Variablen bedeuten. Ich war total überrascht und hätte mich bei einer anderen „mir bekannten“ Darstellung völlig zuhause gefühlt:

$$A = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} x_1 & x_2 & x_3 \\ y_1 & y_2 & y_3 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix}.$$

Es könnte ja sein, dass die Erziehungswissenschaftler und Testtheoretiker von uns Mathematikern mitbekommen haben, dass wir Aufgaben als „leicht“ und „schwierig“ einstufen, woraus sie ableiten, dass man tiefere und höhere Kompetenzen nun mittels Aufgaben testen könne. Tatsache ist aber, dass jedes Individuum nur bezogen auf seine Lernbiographie eine Aufgabe als „leicht“ oder „schwer“ einstufen kann, nicht eine aussenstehende Person.

Eine weitere Beobachtung betrifft das Vermeiden gewisser Fachbegriffe. Dahinter könnte eine didaktische Absicht stehen, dass nämlich durch das explizite Benennen eines Gesetzes oder eines Verfahrens die Gefahr besteht, dass die Lernenden sich über Suchmaschinen im Internet vorschnell schlau machen und sich so des Forschungsvergnügens berauben. Dies betrifft zum Beispiel die Aufgaben 12 und 16, welche deutlich Markow-Prozesse ansprechen. Dieses Instrument offeriert eine andere Darstellung für stochastische Prozesse als mit einem Baumdiagramm und wird so der auftretenden Unendlichkeit besser Herr. Zeichnet man nämlich die möglichen Zustände inklusive Start und Ziel als Kringel und verbindet sie gemäss den stochastischen Vorgaben mit Pfeilen, die mit den Übergangswahrscheinlichkeiten beschriftet werden, so kann man den Erwartungswert der Anzahl Schritte von einem Zustand bis ins Ziel direkt ansetzen als die Summe der mit den Übergangswahrscheinlichkeiten gewichteten Erwartungswerte der Anzahl Schritte aller Nachfolgezustände bis ins Ziel, vermehrt um 1 (Abbildung 1).

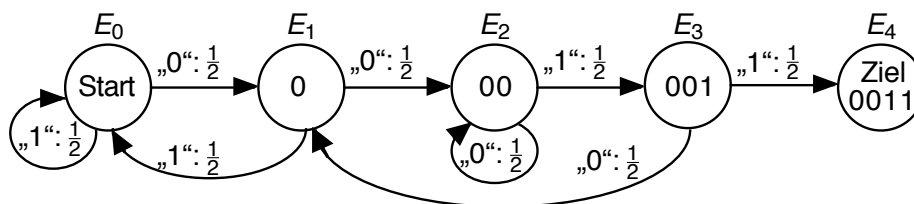


Abbildung 1

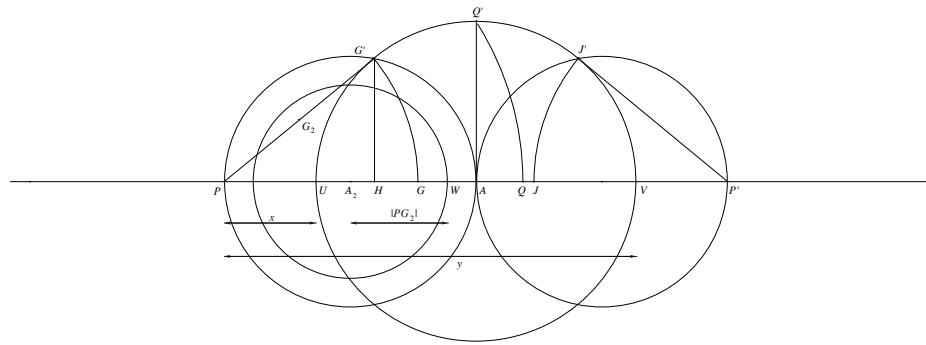


Abbildung 2

Sucht man beispielsweise den Erwartungswert E_0 der Anzahl Schritte, die man benötigt um mit einer 0-1-Münze die Sequenz 0011 (Aufgabe 17) zu erhalten, liest man aus dem obenstehenden Diagramm aufgrund des zitierten Satzes die fünf Gleichungen $E_4 = 0$, $E_3 = 1 + \frac{1}{2}E_4 + \frac{1}{2}E_1$, $E_2 = 1 + \frac{1}{2}E_3 + \frac{1}{2}E_2$, $E_1 = 1 + \frac{1}{2}E_2 + \frac{1}{2}E_0$ und $E_0 = 1 + \frac{1}{2}E_1 + \frac{1}{2}E_0$ heraus und findet aus ihnen die Antwort $E_0 = 16$. Dabei bedeutet E_i der Erwartungswert der Anzahl Schritte bis ins Ziel, wenn man bereits i richtige 0-1-Würfe hat. Das Markow-Diagramm macht eben die etwas fremden Rückbeziehungspfeile in den Baumdiagrammen zu ihrem System.

Bei den fehlenden Begriffen ist mir die unerwähnte „Formel von Pick“ in Aufgabe 25 aufgefallen. Oder in Aufgabe 32 fehlte mir das Wort „Brachistochrone“. Der Begriff „Hüllkurve“ oder „Envelope“ wird in den Aufgaben 54 und 55 vermieden. Und bei der Aufgabe 43 habe ich den „Fermatpunkt“ vermisst. Aber auch umgekehrt sind mir bislang fremde Begriffe begegnet, die ich somit neu gelernt habe. So war mir das „Heronsche Spiegelungsprinzip“ in Aufgabe 43 von der Bezeichnung her neu. Ebenso die äusserst hilfreiche Bezeichnung „Teleskopsumme“ in Aufgaben 12 und 14, oder auch „Ziehharmonikasumme“ in Aufgabe 46, welche die wirkungsvolle Vereinfachung

$$\sum_{i=1}^n (a_i - a_{i-1}) = a_n - a_0$$

erlaubt. Interessanterweise tritt in Aufgabe 14 auf Seite 124 unten sogar ein „Teleskopprodukt“ auf. Etwas überrascht hat mich die Bezeichnung „zylindrischer Kegel“ in Aufgabe 44 (S. 217). Vermutlich ist dabei ein „Drehkegel“ gemeint. Oder der Begriff „gebrochen-linear“ in Aufgabe 36 (S. 193), wo ich eher „stückweise linear“ erwartet hätte. Thematisch vermisst habe ich das Vektorprodukt. Es wäre zumindest in Aufgabe 47 beim Volumen des Tetraeders spruchreif gewesen.

Schliesslich müssten die Aufgaben ja nicht produktiv heissen, wenn sie nicht anregen zum Weiterdenken und Weiterspinnen. So möchte ich ein paar Kostproben hier anfügen, die unmittelbar aus den Aufgaben entspringen. In Aufgabe 10 steht die Summe

$$\sum_{x=1}^k \binom{k}{x} (0,956^n)^x (1 - 0,956^n)^{k-x}$$

im Zentrum. Dank der heutigen technischen Möglichkeiten kann diese Summe direkt berechnet werden. Früher war man froh darüber, dass man sie auch als $1 - (1 - 0,956^n)^k$ hat schreiben können.

In Aufgabe 14 wird eine äusserst raffinierte Möglichkeit vorgeführt, wie man über die Wahrscheinlichkeit p_n für eine fixpunktfreie Permutation von n Elementen auf die Anzahl fixpunktfreier Permutation a_n rückschliessen kann, ohne das „Prinzip des Ein- und Ausschaltens“, das dann auch noch vorgeführt wird, anzuwenden. Aus der gefundenen Formel

$$p_n = \frac{1}{0!} - \frac{1}{1!} + \frac{1}{2!} - \frac{1}{3!} + \dots + \frac{(-1)^n}{n!}$$

kann man folgern, dass erstaunlicherweise für alle natürlichen n auch

$$a_n = \left\langle \frac{n!}{e} \right\rangle$$

gilt, wobei die spitze Klammer einfach gewöhnliches Runden bedeutet.

In Aufgabe 19 ist für die Summe der ersten n Quadratzahlen $\sum k^2$ keine Herleitung gezeigt worden. Es besteht jedoch die Möglichkeit

$$\sum k^3 = \left(\frac{n(n+1)}{2} \right)^2$$

mit einem „Beweis ohne Worte“ direkt einzusehen, indem man eine Folge von Quadraten zeichnet, deren Seitenlängen zusehends von 1

über $1+2=3$ über $1+2+3=6$ usw. wachsen und deren Flächen jeweils um $k^3 = k \cdot k^2$ zunehmen. Danach kann man über die Teleskopsumme

$$\begin{aligned} \sum k^3 - \sum (k-1)^3 \\ = n^3 = 3 \sum k^2 - 3 \sum k + \sum 1 \end{aligned}$$

die unbekannte Summe der Quadratzahlen bestimmen.

In Aufgabe 24 werden unzählige verschiedene – bekannte und weniger bekannte – Mittel zweier Zahlen x und y betrachtet. Ein kompakte Konstruktion der wichtigsten Mittel in einer einzigen Figur wäre für das Abschätzen der Grössenrelationen hilfreich (Abbildung 2). Seien die Längen $x = PU$ und $y = PV$. Dann liest man aus der Figur folgende Mittelwerte ab:

- PA = Arithmetisches Mittel von x und $y = \frac{x+y}{2}$
- $PG' = PG$ = Geometrisches Mittel von x und $y = \sqrt{xy}$
- PH = Harmonisches Mittel von x und $y = \frac{PG^2}{PA} = \frac{2xy}{x+y}$
- $PQ' = PQ$ = Quadratisches Mittel von x und $y = \sqrt{\frac{x^2+y^2}{2}}$ = Radius der halb verbrauchten WC-Rolle, wenn x der Radius der leeren und y der Radius der vollen Rolle ist.
- PJ = Jahnkesches Mittel von x und $y = 2PA - PG = x + y - \sqrt{xy}$ = neues Mittel in Aufgabe 24
- PW = Wurzelmittelwert von x und $y = \left(\frac{1}{2}(\sqrt{x} + \sqrt{y})\right)^2 = \frac{1}{2}PA + \frac{1}{2}PG$

Bei dieser schönen Mittelwertaufgabe wird kurz vor Schluss auf ein „man kann zeigen, dass ...“ ausgewichen. Es gilt nämlich für das Potenzmittel

$$M_p(x, y) = \left(\frac{x^p + y^p}{2}\right)^{\frac{1}{p}}$$

die erstaunliche Eigenschaft, dass es für $p \rightarrow 0$ gegen das geometrische Mittel $G(x, y) = \sqrt{xy}$ konvergiert:

$$\lim_{p \rightarrow 0} M_p(x, y) = G(x, y).$$

Wenn man nun aber die Näherungsformel $\ln(z) \approx z - 1$ für z nahe bei 1 hier anwendet

– wie auch in Aufgabe 27 –, kann man schreiben:

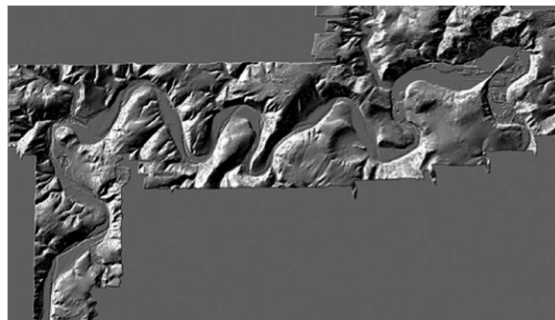
$$\begin{aligned} \ln(M_p(x, y)) &= \frac{1}{p} \cdot \ln\left(\frac{x^p + y^p}{2}\right) \\ &\approx_{p \rightarrow 0} \frac{1}{p} \cdot \left(\frac{x^p + y^p}{2} - 1\right) \\ &= \left(\frac{\frac{1}{p}(x^p - 1) + \frac{1}{p}(y^p - 1)}{2}\right) \\ &\approx_{p \rightarrow 0} \frac{\frac{1}{p} \ln(x^p) + \frac{1}{p} \ln(y^p)}{2} \\ &= \frac{\ln(x) + \ln(y)}{2} = \ln(G(x, y)), \end{aligned}$$

womit die Behauptung qualitativ gezeigt ist. In Aufgabe 28 könnte noch ein schöner Satz gefolgert werden: Hat ein beliebiger Körper eine Inkugel, so ist die Ableitung seines Volumens nach dem Inkugelradius gleich der Oberfläche des Körpers. Der Satz gilt auch für 2-dimensionale Figuren mit Inkreis. Dann gibt die Ableitung des Flächeninhalts nach dem Inkreisradius den Umfang.

Am Schluss der Aufgabe 30 könnte die üblicherweise gemiedene Aufgabe stehen: Man berechne die Tangente an einen W-förmigen Graphen einer Polynomfunktion 4. Grades, so dass sie die beiden „Buckel“ berührt.

Im Anschluss an Aufgabe 34 könnte der von den Bauingenieuren stammende Satz gefolgert werden: Die zweite Ableitung der Brückenprofilkurve ist gleich der Belastungsfunktion, welche jedem Punkt auf der horizontalen Brücke (x -Achse) eine Last zuordnet. Bei überall gleicher Last muss das Brückenprofil also eine Parabel sein.

In den Bearbeitungshinweisen zu Aufgabe 36 wird ein wunderbares Schummerungsbild vom Edersee gezeigt. Es herrscht hier offenbar Beleuchtung von Nordwesten.



Nun drehe man das hier vorliegende Bild mit 180° auf den Kopf. Erstaunlicherweise wird dann aus psychologischen Gründen wieder Nordwestbeleuchtung dem Bild unterlegt, so dass der Edersee nun nicht mehr als Vertiefung, sondern als Band in grosser Höhe über der Landschaft interpretiert wird.

Bei Aufgabe 53 lässt sich die Summe der drei Abstände u , v und w eines Punktes P von den Dreiecksseiten mit einer weiteren Interpretation im Raum geschlossen ablesen: Errichtet man in den drei Ecken A , B und C eines Dreiecks Lote zur horizontalen Dreiecksebene und trägt auf ihnen die Höhen h_a , h_b und h_c nach oben hin ab, so erhält man drei Stützpunkte für eine neue, im allgemeinen schiefe Ebene. Jeder Punkt P' dieser Ebene hat von dem genau vertikal darunter liegenden Punkt P in der Dreiecksebene den Abstand $PP' = u + v + w$. Bei Aufgabe 56 wird behauptet, dass es nur zeichnerisch-experimentell nachweisbar sei, dass der Schnittpunkt S der gemeinsamen Sekante zweier sich schneidender Kreise mit einer gemeinsamen Tangente der Kreise genau in der Mitte zwischen den Berührungspunkten liegt. Die gemeinsame Sekante ist aber die Potenzgerade der beiden Kreise und jeder Punkt auf ihr hat gleich lange Tangentenstrecken bis zu den beiden Kreisen.

Zum Abschluss möchte ich allen Aufgaben noch einen Sachtitel geben, denn der Hinweis auf die grossen Mathematikthemen (Analysis, Stochastik usw.) bei den Bearbeitungshinweisen der Aufgaben ist mir zu grob. Die originalen Titel der Aufgaben sind machmal etwas mysteriös und sollen natürlich die Neugier wecken. Daher könnte eine Liste mit den engeren Sachtiteln für die Lehrpersonen eine Hilfe sein. Sie zeigt explizit, wie ungeheuer reichhaltig das Angebot in diesem Buch ist.

Sachtitel der Aufgaben

1. Dichte Kugelpackung
2. Die Form der Mondsichel
3. Kürzeste Wege auf Quaderoberflächen
4. Die Länge einer Schraubenlinie
5. Das Umetraeder von 4 Kugeln in dichter Packung
6. Modellierung von Bergen durch Kegel und Ermittlung mittlerer Höhen
7. Hypozykloiden
8. Berechnung von Flächen, die von Kurven in Polardarstellung begrenzt werden
9. Dreiecksungleichung und geometrische Wahrscheinlichkeit
10. Kombination vom stochastischen Auslastungsmodell mit weiterer Binomialverteilung
11. Hypergeometrische Verteilung beim Vokabeltest
12. Ein erster Markow-Prozess
13. Blöcke und Runs in Münzwürfen
14. Die Anzahl fixpunktfreier Permutationen
15. Die Wahrscheinlichkeit für einen Gewinn im Tennis
16. Wartezeit, bis k -mal Wappen auftritt, und deren Verteilung
17. Gewinnwahrscheinlichkeit von 0011 gegenüber von 1111
18. Strategiespiel bei 3-stelligen 0-1-Folgen
19. Die Summe von Dreieckszahlen
20. Nicht ganz ernste Diskussion einer empirischen Formel
21. Internet- und Kaufhausrecherchen zu Alkoholpralinen
22. Analyse eines Auto-Bordcomputers mittels Tabellenkalkulation
23. Erfinden von Formeln zur Modellierung eines Gefühls
24. Verallgemeinerungen und Querbezüge gängiger Mittelwerte
25. Die Formel von Pick und eine Verallgemeinerung auf den Raum
26. Näherungsformel für die Verdopplungszeit bei Zinseszinsprozessen
27. Näherungsformel für Leuchtturmhöhe und Sichtweite
28. Zusammenhang zwischen Oberfläche und Volumenänderung bei Körpern
29. Tangente an konkave, monoton fallende Kurve und ihr Achsenflächenabschnitt
30. Graphen von Polynomen 4. Grades als schrägsymmetrische Gebilde
31. Druckverteilung im Beton eines Fernsehturms
32. Brachistochrone
33. Volumen und Oberfläche der n -dimensionalen Kugel
34. Von der Kettenlinie bis zur Brückenprofilkurve
35. Von der Parameterdarstellung von Evolventen bis zur Traktrix
36. Empirische Funktionen bei einem Stausee
37. Das Hebelgesetz zur Kombination zweier Schwerpunkte
38. Differenziale, Umkehrfunktionen und Parameterdarstellungen
39. Weg, Zeit, Beschleunigung und das Anhaltproblem
40. Extremalaufgabe an einem konkreten Werkstück
41. Viele Vorschläge von Funktionsgraphen zum Annähern einer gegebenen Linie
42. Das Gesetz von Torricelli und Differenzialgleichungen
43. Fermatpunkt und weitere Punkte minimaler Netze
44. Vielfältige Modellierung eines Heissluftballons
45. Optimale Schachtel mit Deckel und Klebeaschen bei gegebener Oberfläche
46. Das Benford-Gesetz
47. Eine neue Formel für das Volumen eines Tetraeders

48. Von windschiefen Geraden bis zum einschaligen Rotationshyperboloid
49. Betrachtungen zum Spurendreieck im Koordinatensystem
50. Halbierung des Volumens beliebiger Tetraeder
51. Extremalaufgaben mit Hilfe geometrischer Überlegungen lösen
52. Extremaleigenschaften eines variablen Punktes im Innern des Dreiecks
53. Dreieckskoordinaten als kartesische Koordinaten
54. Parabel als Hüllkurve von Falllinien und einige Extremalaufgaben
55. Die Menge aller Flächenhalbierenden eines Dreiecks
56. Halbierungseigenschaften bei Parabeln und Kreisen und deren Tangenten

Wilfried Herget, Thomas Jahnke und Wolfgang Kroll, *Produktive Aufgaben für den Mathematikunterricht in der Sekundarstufe II*. Cornelsen 2011

Anhang: Liste der Druckfehler und Mängel

In der Aufgabe 13 (S. 25) geht es um echt zufällige oder fingierte 0-1-Folgen. Im allerersten Satz müsste stehen, dass die beiden Schüler die Protokolle ihrer 200 Münzwürfe vorlegen. Natürlich könnte man die Anzahl Nullen und Einsen zählen, was aber doch mühsam ist. Selbst bei den Lösungshinweisen erscheint die Zahl 200 nicht explizit, wird aber gleich eingangs verwendet.

In Aufgabe 18 (S. 30) müsste im zweitletzten Abschnitt stehen: „Gewonnen hat, wessen Glückszahl zuerst kommt.“

In Aufgabe 28 ist ein Auszug aus einer Formelsammlung dargestellt. Dabei müsste, wenn man schon die Bilder authentisch übernehmen will, deutlich gemacht werden, dass die Kugel-, die Zylinder- und die Kegeldarstellungen falsch sind. In den die Kreise darstellenden Ellipsen müssten konjugierte Durchmesser hervorgehoben sein und bei der Kugel dürften die Pole nicht auf der Kontur liegen.

In Aufgabe 35 (S. 52) fehlt die Festlegung der Variablen b , welche gleich in der ersten Formelzeile erscheint. Dazu müsste in der Zeile davor einfach $b = |MB|$ ergänzt werden.

Ein analoges Problem stellt sich in Aufgabe 38 (S. 56), wo die Variable x als Horizontalabstand nicht definiert ist.

Und in Aufgabe 41 (S. 60) stolpert man, weil der Punkt S im Text zwar beschrieben, in der Figur aber nicht eingezeichnet wurde.

Bei der Aufgabe 42 (S. 61) ist die Schwerkraft beim Auslaufprozess eines Würfels wichtig. Dazu benötigt man die verschwiegene Angabe, dass die xy -Ebene horizontal liegt.

Sehr unterschiedlich wird mit den Abkürzungen technischer Hilfsmittel verfahren. Weil die Aufgaben ja kaum in der Reihenfolge ihrer Nummern bearbeitet werden, müsste wohl in jeder Aufgabe angegeben werden, was unter DGS, GTR und CAS verstanden wird. In Aufgabe 43 (S. 62) stand ich zum erstenmal ratlos vor einer solchen Abkürzung.

Bei den Bearbeitungshinweisen auf Seite 78ff. war für mich überraschend, dass man nun auch in der Mathematik einzelne Variablen durch Verkettung mehrerer Buchstaben notiert: „VW“ bedeutet das Volumen eines Würfels. Ich dachte, dass dies bislang nur in der Informatik möglich war und hätte einen Index W erwartet.

Bei Aufgabe 3 (S. 84) überraschte mich die Bezeichnung „Höhe“ eines Buches, welches in der Figur nebenan als merkwürdig schiefer Quader liegend dargestellt ist. Dabei ist offensichtlich an das im Regal aufgestellte Buch gedacht worden. Dann ist aber „Breite“ nicht mit „Dicke“ zu verwechseln. Kurz, ich war etwas verwirrt. Schliesslich hat mich der folgende Satz ganz irritiert: „Wenn man das Band nur über die beiden kürzeren Seiten wickelt, braucht man selbstverständlich am wenigsten Band.“ Gemeint war wohl „über die vier längsten Kanten“.

Auf Seite 88 ist eine Küchenpapierrolle in schiefer Parallelprojektion dargestellt. Die darauf befindliche Schraubenlinie trifft auf die Kontur der Rolle beinahe rechtwinklig. Korrekterweise müsste die Projektion dieser Linie tangential in die Kontur hineinlaufen.

Beim „Modell der Schweiz“ in Aufgabe 6 (S. 95) fehlt in der zweituntersten Formelzeile der Faktor E^3 , den ich lange gesucht hatte. Auf der nachfolgenden Seite wird dann die Variable E (Radius der Schweiz in Kilometern) stillschweigend auf $E = 1$ gesetzt, was mich als Schweizer natürlich besonders trifft und ausserdem die Lektüre erschwert, insbesondere dann, wenn bei der mittleren Höhe $\frac{1}{\sqrt{3}k} = 833$ m steht (k ist eine natürliche Zahl!), wo es doch $\frac{E}{\sqrt{3}k} = 833$ m heissen müsste.

Auf Seite 98 finden sich gerade drei der ganz seltenen banalen Druckfehler. Im zweiten Abschnitt fehlen zwei Punkte als Satzschlusszeichen. Und auf der fünftuntersten Zeile steht „dass“ anstelle von „das“.

Auf Seite 104 müsste es in der zweituntersten Zeile heissen „Liegt jedoch P ausserhalb der Quadrates“ und nicht „ausserhalb der Kreises“.

Auf Seite 120 wird nach der ersten Formelzeile plötzlich von „a7“ gesprochen, welches zuvor nicht definiert worden ist. Man erahnt aber schnell seine Bedeutung als Anzahl Wurfsergebnisse.

Die mittlere Spalte im grossen rechteckigen Kasten auf Seite 124 müsste aus den Zahlen $5 - 3 - 1$ und nicht aus $3 - 1 - 5$ bestehen.

Ein Tennis-Laie vermisst auf Seite 130 die Definition von „Satz“ und eine Seite später diejenige von „Match“, wobei einleitend betont wurde, dass man sich mit den Regeln der Tennis vertraut machen müsse. Dort ist auch die Definition von „Spiel“ vorbildlich dargestellt. Auf Seite 143 beginnt der Bearbeitungshinweis mit den Worten „Aus den vier Folgen ...“. Es ist unklar welche vier Folgen betrachtet werden, zumal in der Aufgabe 18 von 8 Dreierfolgen aus Nullen und Einsen die Rede ist. Es fehlt die Angabe „001, 011, 110 und 100“.

Auf Seite 146 verwirrt der Druckfehler beim zweiten Bezugspunkt: Anstelle von 001 müsste 011 stehen.

Auf Seite 148 steht in der Mitte ein falscher Bruch. Korrekt wäre folgendes: $\frac{L}{L+20} = 1 - \frac{20}{L+20}$. Bei Aufgabe 23 geht es um die Schlafstundenberechnung. Dass dabei bei den Bearbeitungshinweisen in den Formelzeilen unten auf Seite 154 und oben auf Seite 155 konsequent

$7,5 - 23,5 = 8$ gesetzt wird, ist stossend. Man könnte doch $(7,5 + 24) - 23,5 = 8$ schreiben, nachdem von der Addition von 24 bereits gesprochen worden ist.

Auf Seite 161 ist ein Summand D verloren gegangen, was für den dort dargestellten Beweis lebenswichtig ist. Es muss heissen: $2A = 2I + D + S(2R' + 2) - 1 = 2I + D + S(2R - 2D - 4 + 2)$

Auf Seite 177 erscheint die Integrationsvariable x auch als Integrationsgrenze.

Auf Seite 181 unten müsste es $\cos(t)$ anstatt $\cos(a)$ heissen.

Auf Seite 191 steht plötzlich $m_1(t)$ und $m_2(t)$ sowie $p_1(t)$ und $p_2(t)$, wo es doch eigentlich gemäss Aufgabentext $x_m(t)$ und $y_m(t)$ sowie $x_p(t)$ und $y_p(t)$ heissen müsste. Dazu kommt noch, dass bei der Formel für $y_p(t)$ beim ersten Summanden des Zählers ein Faktor t fehlt.

Auf Seite 198 müsste die vertikale Achse mit x und nicht mit y beschriftet sein.

Auf Seite 211 wird verschwiegen, dass C' , R' und S' gedrehte Punkte sind.

Auf Seiten 215 und 216 sind die Skalenbeschriftungen völlig unklar: Horizontal müssten die Zahlen bis etwa 14 und vertikal bis etwa 7 erscheinen. Ausserdem müsste die Einheit auf beiden Achsen die gleiche sein, weil man sonst die Form des Ballons gar nicht erkennen kann.

„Mathematik gehört an die frische Luft“¹

Helmut Albrecht

Eine Forderung, der wohl alle Mitglieder einer mathematikdidaktischen Vereinigung und damit die allermeisten Leser dieser Zeilen zustimmen dürften. Und worüber wir uns quasi schon von Berufs wegen den Kopf zerbrechen, ist doch letztlich die Suche nach einer Lösung zur Erfüllung dieser Forderung. Ein Unterfangen, das in diesen Zeiten in Deutschland und

trotz vieler gemeinsamer Anstrengungen im Jahr der Mathematik noch nicht so recht von Erfolg gekrönt ist. Das muss vor hundert Jahren bei uns noch ganz anders gewesen sein – so wie heute noch die Mathematik in anderen und gar nicht einmal weit entfernten Ländern in der öffentlichen Meinung eine ihr gebührende Rolle spielt.

¹ Paul, Dietrich: „Was ist an Mathematik schon lustig?“, Vieweg und Teubner 2011, Seite 157. Und bitte nicht wundern, wenn hier schon der Titel der Rezension mit einer Fußnote versehen ist; das rezensierte Werk besteht – zugegebenermaßen etwas übertrieben formuliert – überwiegend aus Fußnoten.

Es war somit längst an der Zeit, dass mindestens der Versuch unternommen wird, die Mathematik aus einem weltfremden Elfenbeinturm zu befreien, in welchem sie ungerechtfertigter Weise steckt. Wie nötig dies war und leider immer noch ist, zeigen die Reaktionen aller Gesprächspartner/innen, wenn man sich als Mathematiker „outet“: Nach der zunächst meist treuherzig geheuchelten Anerkennung ob der beinahe übermenschlichen Geisteskraft des Mathematikers weicht diese dann schnell einem subtil geäußerten Unverständnis über dessen unergründliches Tun und Treiben, um schließlich in der Aussage zu münden: „In Mathe war ich immer schlecht!“² Dieses Kokettieren mit der eigenen Leistungsschwäche ist in keinem Fach so ausgeprägt wie in der Mathematik, sogar Politiker stehen gerne dazu. Das Jahr der Mathematik kam somit gerade recht, um zu zeigen, dass die Beschäftigung mit ihr, ein Einlassen auf ihre Regeln und Methoden, ein durchaus spannendes und lohnendes Abenteuer ist.

Das Jahr der Mathematik war sicher ein Erfolg – mindestens bezogen auf die großartige Aktivierung der bundesweiten „Mathematiker-Gemeinde“. Gesamtgesellschaftlich betrachtet bleibt das Herausholen der Mathematik „an die frische Luft“ ein Bohren ungemein dicker Bretter. Jedenfalls beklagt Dietrich Paul in seinem 2011 erschienen Buch „Was ist an Mathematik schon lustig?“ – um das es hier nun gehen soll – an mehreren Stellen das schlechte Bild der Mathematik in der Gesellschaft. Seine bereits 2005 und 2006 erschienenen Aufsätze über Einstein, Gödel und Perelman³, die als zweiter Teil von dreien in ihrer ungekürzten Originalfassung in das Buch aufgenommen wurden und dort mindestens numerisch eine zentrale Stelle einnehmen, beschreiben beklemmend pointiert und zutreffend das doch recht bescheidene Bild der Mathematik in der öffentlichen Meinung. Auch Erklärungsansätze entwickelt der Autor, wobei die eine Vermutung, die Meinungsbildner würden sich damit über ihre schlechte Abiturnote in Mathematik rächen, zwar eher auf der Seite der Kalauer einzuordnen ist, denen allerdings auch ein Körnchen Wahrheit anhaften mag.

Eine weitere Erklärung kann bereits der Buchtitel geben: Mathematik ist nicht lustig – je-

denfalls nicht im Sinne unserer „Comedians“, sie taugt nicht für „Schenkelklatscher, Comedyknaller oder Bierzeltgranaten“. Wer den Buchtitel in dieser Hinsicht missversteht und ein Sammelsurium von allerlei Lustigem innerhalb der Mathematik zum laut Hinauslachen erwartet, wird bitter enttäuscht werden. Vor diesen Erwartungen warnt Dietrich Paul allerdings auch schon im Vorwort.

Das Buch ist vielmehr eine „kabarettistische Plauderei über Gott, die Mathematik und die Welt“ und wendet sich an alle „nicht mathematikphoben Nichtmathematiker“, wobei auch nicht-mathematikphobe Mathematiker ihren Spaß an der Lektüre haben dürften. Und der „Spaß“ ist hier durchaus wörtlich zu verstehen, Spaß an der „teils albernem, teils verschwurbelten Schwadronage“ des Autors, an seinem erfrischenden Sprachwitz mit einer faszinierenden Bandbreite vom Kalauer bis hin zur eloquenten Rhetorik.

Das Buch ist – laut Bekunden des Autors – auch „kein ordentliches Mathematikbuch“, obwohl es doch letztlich sehr viel Mathematik enthält. Dafür sorgen schon die sieben „Mathematischen Zwischenspiele“, die fortlaufend zwischen die einzelnen Kapitel der ersten beiden Teile eingestreut sind. Diese beschäftigen sich auf nicht nur populärwissenschaftlichem Niveau mit den Primzahlen und führen letztlich bis hin zu einem „Bierdeckelbeweis“ des Primzahlsatzes. Und so ganz nebenbei werden, weil für den Beweis benötigt, auch noch Exponential- und Logarithmusfunktionen erklärt. Für manche vielleicht etwas „verschwurbelt“ oder hemdsärmelig, aber doch deutlich mit der großen Lust versehen, mit welcher der Autor an all diese Dinge im Allgemeinen und an die Mathematik im Besonderen herangeht. Und da ist es dann ja schon: Von „Lust“ bis „lustig“ ist es nicht nur semantisch kein weiter Weg mehr, die Beschäftigung mit der Mathematik kann Lust machen und in diesem Sinne auch lustig sein. Dies ist, vielleicht etwas platt ausgedrückt⁴, die Botschaft des ganzen Buches, die natürlich an vielen weiteren Stellen noch weiter expliziert wird:

Da ist zum Beispiel eine Einführung in die Flächeninhaltsberechnung eines Dreiecks, ein „umständlicher Pythagorasbeweis“, mit dessen Hilfe ebenfalls die Flächeninhaltsformel des

² Dies ist der Titel eines ebenfalls sehr lesenswerten Buchs: Beutelspacher, Albrecht: „In Mathe war ich immer schlecht...“, Vieweg, Braunschweig, 2001.

³ Genau: Der „verrückte“ Mathematiker, der 2002 die Poincaré-Vermutung bewiesen aber den dafür ausgelobten Preis in Höhe von einer Million US-Dollar samt der Fields-Medaille abgelehnt hat.

⁴ Wenn man ein Werk von 236 Seiten auf knapp drei Seiten kondensieren soll, wird man um solche Vereinfachungen, die man etwas böswillig durchaus auch „Plattheiten“ nennen könnte, nicht herum kommen.

Dreiecks hergeleitet wird, da sind als weitere Beispiele das „Babylonische Wurzelziehen“, der Aufbau des Hauses der Vierecke sowie beide Cantor'schen Diagonalverfahren zu nennen und an einer weiteren Stelle gehen die Behandlung der „Möndchen des Hippokrates“ mit philosophischen Betrachtungen über die Aufgeräumtheit des eigenen Schreibtisches Hand in Hand. Alles dargeboten mit der schon erwähnten Lust am Schwadronieren, kaum einen Kalauer auslassend und vom Hundertsten ins Tausendste kommend⁵ – so biegt Paul beispielsweise an einer Stelle problemlos von Bach'schen Inventionen zur Autolandschaft der 50er Jahre des vorhergehenden Jahrhunderts ab.

Und wahrscheinlich werden Sie sich fragen, was denn überhaupt Bachs Inventionen selbst in einem „unordentlichen“ Mathematikbuch verloren haben? Nun, bei einem studierten Mathematiker, der seinen Lebensunterhalt weniger mit Mathematik sondern als klavierspielender Kabarettist verdient, ist es von der Mathematik hin zur Musik selbstredend nur ein kurzer Weg. Wobei natürlich insgesamt Mathematik und Musik sehr nahe beieinander liegen, sind beides doch „abstrakte Spiele mit abstrakten Zeichen“.

Jedenfalls wandelt sich das Buch zunehmend vom unordentlichen Mathematikbuch hin zur ordentlichen musikwissenschaftlichen Abhandlung über Polyphonie und Kontrapunkt. Ernsthaftige Musikwissenschaftler mögen diese Darstellung als deutlich übertrieben anprangern, es ist aber ungemein beeindruckend, mit welcher profunder Kenntnis Dietrich Paul in diese musikalischen Welten einführt, Inventionen zerpfückt, die Sonatenhauptsatzform erklärt und die Theorie der Fuge darstellt. Fast könnte man meinen: „Thema verfehlt!“. Aber der dritte Teil ist ja ausdrücklich mit „Musik, Mathematik und Humor“ überschrieben. Und so ist schließlich die Musik – oder besser die Musiktheorie – das Vehikel, über welches ein der Musik wie eben der Mathematik ebenso inhärenter Humor

herausgearbeitet werden. Ein Humor allerdings, der nicht „zum Brüllen komisch“ ist, sondern leiser und versteckter, gewissermaßen zwischen den Zeilen befindlich und eher im Stil des unvergessenen und unvergleichlichen Lorient: Man muss schon „eine Ahnung“ haben, um ihn zu begreifen! Aber während man Musik im Sinne Pauls⁶ einfach nur anhören und auch ohne musikwissenschaftliche Kenntnisse „schön“ finden kann, verhält es sich mit der Mathematik anders: Ohne Grundlagenwissen wird sich kaum ein Lustgewinn einstellen und auch der Weg hin zu den Grundlagen ist – wie wir seit Euklid wissen – steinig. Dass es unter Mathematikern recht gute Musiker gibt, ist nicht erst seit Einsteins Beispiel bekannt. Jedoch sind keine Berufsmusiker verbürgt, die in ihrer Freizeit das Instrument aus der Hand und selbige an Differentialgleichungen legen. Oder um es mathematisch prägnant zu formulieren: „Die Liebe zwischen Mathematik und Musik ist nicht immer reflexiv.“

Es bleibt für die Mathematikdidaktik also noch genug zu tun, hin und wieder vielleicht auch unter dem etwas anderen Blickwinkel des „einen Schritt zurück tretens“, den Dietrich Pauls Buch so erfrischend vermittelt. Es hat eine breite Leserschaft verdient – und zwar nicht nur unter nicht-mathematikphoben Nichtmathematikern.⁷

Auf eine sonst übliche Wiedergabe des Inhaltsverzeichnisses wird an dieser Stelle verzichtet, da dieses ohnehin bei allen Buchversendern eingesehen werden kann und zudem im Buch viel mehr drin steht, als das Inhaltsverzeichnis überhaupt vermuten lässt. Man kann es daher zwar in einem Zug⁸ aber keinesfalls in einem Zug lesen. Und mit diesem Paul'schen Kalauer soll – genau wie das Buch – auch diese Rezension enden.

Dietrich Paul: *Was ist an Mathematik schon lustig?*. Wiesbaden: Vieweg+Teubner 2011, 236 Seiten, geb., 24,95 Euro.

⁵ was – um den Lesefluss und die Gedankengänge nicht allzu sehr zu unterbrechen – zum bereits erwähnten und hier nur in schwachen Ansätzen parodierten intensiven Gebrauch von Fußnoten geführt hat.

⁶ von Bach bis Bruckner

⁷ Dies ist genau der Satz, den ein Autor als Erstes am Ende der Rezension sucht ;-)

⁸ ... der Bundesbahn

Arbeitskreis Geometrie

Marktbreit, 9.–11. 9. 2011

Matthias Ludwig und Andreas Filler

Seine 28. Herbsttagung hielt der der AK Geometrie wieder einmal im Weinort Marktbreit in Unterfranken ab. Dies tat er nun schon das fünfte Mal, und auch diesmal war es vom äußeren Rahmen her eine äußerst angenehme sogar leicht international angehauchte Tagung mit Teilnehmern aus fünf Nationen. Besonders im Bereich der Vernetzungen und Anwendungen scheinen besondere Möglichkeiten für den Geometrieunterricht zu liegen. Deshalb hat sich der AK Geometrie dieses Jahr auch diesem Thema im Rahmen des Langzeit-Mottos „Ziele und Visionen“ 2020 verschrieben.

Es gelang uns, passend zum Tagungsthema, den bekannten Autor und Geometer Georg Glaeser von der Universität für angewandte Kunst in Wien als Eröffnungsvortragenden zu gewinnen. Herr Glaeser zeigte am Freitagabend in seinem Vortrag zum Thema „Geometrische Simulation als Schnittstelle zwischen Kunst, Natur und Wissenschaft“, dass im Computerzeitalter hervorragende Darstellungen geometrischer Sachverhalte möglich sind. Noch beeindruckender und oft sehr lehrreich sei es aber, diese geometrischen Simulationen und Animationen selbst zu entwickeln, da dadurch dem Entwickler der Simulation ein viel besseres Verständnis, ja sogar neue Erkenntnisse ermöglicht werden. Dies wurde mit zahlreichen geometrischen Anwendungen aus Kunst, Natur und Wissenschaft eindrucksvoll verdeutlicht. Anselm Lambert von der Universität des Saarlandes versuchte mit seinem Vortrag: „Enaktiv – ikonisch – symbolisch & Co – Was soll das bedeuten?“ zur Klärung des Begriffs Vernetzung und Anwendung beizutragen. Vernetzung ist in Mode: Wir vernetzen Wirklichkeit mit Mathematik et vice versa durch Modellierung bzw. Situierung sowie mathematische Gebiete miteinander. Dazu suchen wir geeignete Vernetzungen von Darstellungen und Vorstellungen für unterschiedliche Zugänge (epistemologisch: formal – visuell – begrifflich; kognitiv: prädikativ – funktional) in den Brunerschen Modi enaktiv – ikonisch – symbolisch. Da wissenschaftliche Begriffe Erkenntnisinstrumente sind, sollte der Vortrag jene „theoretisch wohltemperiert stimmen“.

Lothar Profke (Universität Gießen) zeigte in seinem Vortrag „Anwendungsaufgaben im Geome-

trieunterricht“, dass Anwendungsaufgaben im Mathematikunterricht viele didaktische Funktionen unterstützen können. Eine davon ist das Vernetzen mathematischer Bereiche untereinander sowie mit Gebieten anderer Fächer, eine andere das Lehren des Modellierens von und in Sachsituationen mit Hilfe mathematischer Konzepte. Beides ist schon jetzt im „alltäglichen“ Geometrieunterricht anhand von Schulbuchaufgaben zum Pflichtstoff möglich, was durch Beispiele aus allen Schulstufen belegt wurde. Ralf Wagner von der Universität Koblenz-Landau trug zu dem Thema „Geographische Informations-Systeme (GIS) in der Analytischen Geometrie nutzen“ vor. Gerade in der Analytischen Geometrie ist es wesentlich, Grundvorstellungen für wichtige Konzepte zu erarbeiten. Es wurde eine Lernumgebung vorgestellt, in der eine Anwendungssituation unter Nutzung Geographischer Informations-Systeme (GIS) mit dem Ziel erforscht wurde, Schüler bei der selbstständigen Erarbeitung zentraler Begriffe zu unterstützen.

Markus Ruppert und Jan Wörler von der Universität Würzburg sprachen über ein besonderes Vermessungsprojekt „Campus Hubland-Nord goes Google Earth“. Die Möglichkeiten moderner Messinstrumente und geeigneter Software können heute genutzt werden, um z. B. die Gebäude ganzer Innenstädte als virtuelle 3D-Modelle nachzubilden und darzustellen. Im Vergleichen und Abwägen verschiedener traditioneller und moderner Werkzeuge im Rahmen einer Vermessungsaufgabe spiegelt sich die mathematische Leitidee „Messen“ wider. In einem Schülerprojekt an der Universität Würzburg war es die Aufgabe der Schüler, den Hochschulcampus dreidimensional zu modellieren. Eine besondere Herausforderung dabei stellten Erfassung, Organisation und Dokumentation der gewonnenen Messdaten dar. An dieser Stelle kann eine Verknüpfung zwischen geometrischen und statistischen Methoden hergestellt werden.

Hans Walser (Universität Basel, ETH Zürich) sprach über Vernetzungen des Krümmungsbegriffs. „Früh krümmt sich, was ein Häkchen werden will“ so der Titel seines Vortrages. Der Krümmungsbegriff wurde von verschiedenen Seiten her angegangen: Vernetzung mit Scho-

koladekugeln, didaktischen Grundfragen, Modellierungsproblemen in Unterricht und Praxis, Topologie, Verkehrsstrassen, Möbiusband sowie einer Brücke, die zum UNESCO-Weltkulturerbe zählt. Sein Vortrag ist unter www.math.unibas.ch/~walser/Vortraege/Vortrag79/index.html zum Herunterladen bereitgestellt.

Antonia Zeimetz von der Universität des Saarlandes sprach über „Anwendungen und andere Vernetzungen in Diesterwegs Raumlehre“. Wird Vernetzung als Aufzeigen und Herstellen von Verbindungen zwischen Gebieten, Inhalten, Ideen, Begriffen sowie Welt und Mathematik verstanden, so finden sich Spuren vernetzenden Mathematikunterrichts lange bevor diese Bezeichnung auftaucht. Im Vortrag versuchte Zeimetz, diesen in Diesterwegs Werken zur Raumlehre zu folgen und warf dabei insbesondere ein Augenmerk auf Anwendungen, die als eine spezielle Art der Vernetzung verstanden wurden, der Verbindung zwischen Welt und Mathematik. Da Anwendungen zu Beginn des 19. Jahrhunderts vornehmlich im Rechenunterricht und nicht in der Raumlehre geschätzt wurden, markiert der Einbezug dieser ein Abweichen von ausgetrampelten euklidischen Pfaden sowie „Ziele und Visionen“ seit 1820.

Der Samstag wurde durch einen Vortrag von Stefan-Harald Kaufmann von der Universität zu Köln beendet. Er sprach über die Vernetzung von Analytischer Geometrie und Analysis durch Funktionen. Schülerinnen und Schüler haben im Rahmen der analytischen Geometrie häufig Schwierigkeiten, die Beschreibung von Geraden und Ebenen durch Vektorgleichungen von den entsprechenden Objekten zu unterscheiden. Im Beitrag wurde eine Möglichkeit diskutiert, Analysis und lineare Algebra in der Sekundarstufe II durch den Funktionsbegriff zu verknüpfen, um ein besseres Verständnis für Objektbeschreibungen zu fördern. Einen Schwerpunkt bildete hierbei die dynamische Interpretation einer Vektorgleichung.

Den Anfang am Sonntagmorgen machte Jürgen Roth von der Universität Koblenz Landau. Er diskutierte die Frage, wie man gewinnbringend vernetzende Lernumgebungen nutzen kann, und zeigte dies besonders anschaulich am Beispiel von Gleichdicks. Vernetzenden Lernumgebungen können bei mathematischen Inhalten zu einem effektiveren Lernprozess beitragen. Auf der Grundlage dieser Prämisse wurde dis-

kutiert, was eine vernetzende Lernumgebung ausmacht. Darauf aufbauend wurde das Konzept des Mathematik-Labors „Mathe ist mehr“ der Universität Landau umrissen, das aus solchen vernetzenden Lernumgebungen besteht. Am Beispiel der Laborstation „Gleichdicks“ wurde das Konzept konkretisiert, und es wurden erste Ergebnisse einer qualitativen Studie diskutiert.

Ana Donevska Todorova, die derzeit einen sechsmonatigen DAAD-Gastaufenthalt an der HU Berlin absolviert, sprach über Vernetzungen und Beziehungen zwischen Curricula für die Sekundarstufe II und für Mathematik-Anfängervorlesungen in Ingenieursstudiengängen an Universitäten speziell im Bereich Analytische Geometrie und Lineare Algebra. Diese speziellen Brücken sollen die Übergangsperiode zwischen Schule und Universität für die Studierenden erleichtern. Für ausgewählte Module wurden GeoGebra Applets entwickelt, welche die verdeckte Kohärenz zwischen der Schulmathematik und der universitären Linearen Algebra aufzeigen und so noch einmal wichtige Grundkenntnisse vermitteln.

Die Tagung schloss mit einem Beitrag von Michael Gieding (PH Heidelberg). „Mittendrin, statt nur dabei: Bildbearbeitung und Computergrafik mit Excel“ lautete der Titel seines Vortrags, in dem er Ideen von Reinhard Oldenburg zur Vernetzung des Arbeitens mit Termen und grundlegenden Ideen der digitalen Bildbearbeitung aufgriff. Durch die Verwendung von Excel sind die Schüler jedoch noch stärker am eigentlichen Prozess der Bildbearbeitung beteiligt. In diesem Zusammenhang kommt es zu einer Vernetzung von Elementen einer informationstechnischen Grundbildung mit dem Unterricht in Geometrie, Arithmetik und Statistik.

Als Tagungsort für die Herbsttagung 2012 wurde Saarbrücken ausgewählt. Anselm Lambert von der Universität des Saarlandes wird der Gastgeber sein. Als Tagungsthema werden derzeit die Retrospektive und das Begriffsbilden im Geometrieunterricht gehandelt. Traditionell wird aber das Tagungsthema erst auf der Bundestagung im Frühjahr festgelegt, so dass also noch Zeit ist für Alternativvorschläge ist. Das nächste Treffen des Arbeitskreises findet in Weingarten am 5.3.2012 auf der Bundestagung im März 2012 statt.

Arbeitskreis Grundschule

Tabarz, 4.–6. 11. 2011

Simone Reinhold

Das Thema „Medien und Material“ stand im Mittelpunkt der diesjährigen Herbsttagung des Arbeitskreises Grundschule vom 4. bis 6.11.2011 in Tabarz. Unter den etwa 120 Teilnehmerinnen und Teilnehmern der Tagung befanden sich unter anderem auch Vertreter aus Schulen und aus Ausbildungsseminaren.

Wilhelm Schipper (Bielefeld), Silke Ladel und Christof Schreiber (Karlsruhe), Andreas Büchter (Dortmund), Bernd Neubert (Gießen) und Jens Holger Lorenz (Heidelberg) konnten als Referenten gewonnen werden.

Wilhelm Schipper (Bielefeld) eröffnete die Tagung mit dem Thema „Vom Calculieren zum Kalkulieren – Materialien als Lösungs- und Lernhilfen“ und beleuchtete kritisch, welche Bedeutung dem Einsatz von Materialien bei der Entwicklung von mentalen Vorstellungen zukommt. Demnach kann die Entwicklung vom konkreten Zählen über den Weg der sukzessiven Ablösung von vorgestellten Materialien hin zur Ausbildung mentaler Repräsentationen gelingen, wenn folgende Aspekte berücksichtigt werden: Gefordert wurden eine Reduzierung der exzessiven Nutzung unstrukturierter Materialien, die frühe und dauerhafte Sicherung von Aufgabenwissen sowie eine Sicherung des Verständnisses strukturierter Materialien.

Silke Ladel und Christof Schreiber (Karlsruhe) betrachteten unter dem Titel „PriMaMedien – Den digitalen Medien eine Chance!“ Möglichkeiten, die digitale Medien auch für die Arbeit in der Grundschule eröffnen. Dargestellt wurden neben der gegenwärtigen Sachlage in Deutschland und im internationalen Vergleich Beispiele für den gezielten Medieneinsatz im Mathematikunterricht der Grundschule. Dabei wurden auch denkbare Verbindungen zur Lehreraus- und Fortbildung (insbesondere für Web-basierte Formate) aufgezeigt. In der Diskussion zum Vortrag kam u.a. zur Sprache, dass einige der dargestellten Beispiele bewusst flüchtige Darstellungen von Zusammenhängen bieten. Andere Formen des Einsatzes neuer Medien kommen demgegenüber der Forderung nach einem „Arbeiten gegen die Flüchtigkeit“ (im Sinne Hefendehl-Hebeckers) nach, indem ausführliche (z. B. vertonte) Protokolle in den Mittelpunkt der Arbeit gestellt werden.

Andreas Büchter (Dortmund) richtete seinen inhaltlichen Schwerpunkt auf das Thema „Funk-

tionales Denken entwickeln – von der Grundschule bis zum Abitur“. Neben der zentralen Bedeutung des funktionalen Denkens stellte der Referent u.a. Konzepte, Aufgaben sowie material- und computergestützte Methoden zur Diskussion, die auch im Unterricht der Grundschule aufgegriffen werden können. Dabei plädierte er für einen sprachsensiblen Fach- (hier: Mathematik-) Unterricht, wie er im derzeitigen Lehrplan für die Hauptschule in NRW festgeschrieben ist. Die Sensibilisierung vollzieht sich hier vorrangig in kommunikativen Begründungssituationen. Mit dem „Aufsetzen einer funktionalen Brille“, mit der Phänomene mit funktionalem Charakter wahrgenommen werden, könne handlungs- und dialogorientiert funktionales Denken aufgebaut werden.

Der Beitrag von Bernd Neubert (Gießen) ging der Frage nach, welche Bedeutung die Auswahl von Medien und Materialien für die Behandlung der Leitidee „Zufall und Wahrscheinlichkeit“ einnimmt („Welcher Zufallsgenerator ist der Beste?“). Dabei wurden typische Zugänge zur Wahrscheinlichkeit referiert und im Hinblick auf ihr didaktisches Potenzial für die Arbeit in der Grundschule reflektiert. In der Diskussion zum Vortrag ergab sich u.a. eine Verbindung zum möglichen Einsatz neuer Medien, zumal über die computergestützte Simulation ein schnelles Erzeugen langer Versuchsreihen möglich wird.

Unter dem Titel „Die Macht der Materialien (?) – Anschauung und Zahlenrepräsentation“ legte Jens Holger Lorenz (Heidelberg) schließlich die allgegenwärtige Problematik im Umgang mit Materialien dar, die sich daraus ergibt, dass in externen Repräsentationen (von Unterrichtsmaterialien) Strukturen enthalten sind, die vom Kind mit seinen internen Repräsentationen in Beziehung gesetzt werden bzw. aktiv in die Strukturen hineingedeutet werden müssen. Nach Lorenz entwickelt und verändert sich der Zahlbegriff im Rahmen dieser aktiven geistigen Konstruktionsleistung beständig, so dass hier von einem lebenslangen Prozess gesprochen werden kann und der Erwerb des Zahlbegriffs nie als abgeschlossen anzusehen ist.

Während der Tagung in Tabarz wurden zudem sieben Arbeitsgruppen angeboten. Hier konnte zu verschiedenen Bereichen gearbeitet werden, wobei vor allem laufende Forschungsprojekte

vorgestellt und diskutiert wurden:

- *Arithmetik* (Koordination: Elisabeth Rathgeb-Schnierer)
- *Daten, Zufall und Wahrscheinlichkeit* (Koordination: Bernd Neubert)
- *Geometrie* (Koordination: Carla Merschmeyer-Brüwer & Simone Reinhold)
- *Kommunikation & Kooperation* (Koordination: Marcus Nührenböger)
- *PriMa Medien* (Koordination: Christof Schreiber & Silke Ladel)
- *Sachrechnen* (Koordination: Dagmar Bönig, vertreten durch Renate Rasch)
- *Vorschulische Bildung* (Koordination: Meike Grüßing)

Die Arbeitsgruppe *Kommunikation & Kooperation* diskutierte nach einem einführenden Kurzvortrag von Gyde Höck (Frankfurt am Main) über die Vielfalt von Aushandlungsverläufen, die bei Grundschulkindern im Gespräch über problemhaltige Aufgaben im Mathematikunterricht beobachtet werden können. Die von Johannes Will (Frankfurt am Main) aufgeworfene Frage nach interaktiven Whiteboards und ihrem Nutzen für den Aufbau günstiger dynamischer Vorstellungsbilder im mathematischen Anfangsunterricht stand im Mittelpunkt der Arbeitsgruppe *Lernen und Forschen mit Neuen Medien*. Grit Kurtzmann (Rostock) stellte in der Arbeitsgruppe *Daten, Zufall und Wahrscheinlichkeit* ein Projekt zur Entwicklung eines internetgestützten einjährigen Fortbildungskurses für Mathematiklehrerinnen und -lehrer der Grundschule zur Leitidee „Daten, Häufigkeit und Wahrscheinlichkeit“ zur Diskussion. In der Arbeitsgruppe *Vorschulische Bildung* wurden anknüpfend an einen kurzen Einführungsvortrag zum Projekt MATHElino von Reinhold Haug, Dinah Reuter, Stephanie Schuler und Gerald Wittmann (Freiburg) Materialien erprobt und kritisch diskutiert, die nach dem Prinzip „gleiches Material in großen Mengen“ konzipiert sind.

Die Arbeitsgruppe *Arithmetik* legte den Fokus auf Kinder mit Lernschwierigkeiten in Mathematik. Charlotte Rechtsteiner-Merz (PH Weingarten) stellte ihr Dissertationsprojekt vor, in dem sie sich mit der Frage beschäftigt, inwiefern Erstklässler mit Lernschwierigkeiten flexible Rechenstrategien entwickeln können.

In der Arbeitsgruppe *Geometrie* referierte The-

resa Deutscher (Dortmund) zu ihrem abgeschlossenen Dissertationsprojekt und stellte sowohl quantitative als auch qualitative Ergebnisse einer klinischen Interviewstudie vor, in der Fähigkeiten von Schulanfängern zu den Grundideen der Geometrie erfasst wurden. Zwei Promotionsprojekte der Uni Koblenz-Landau standen im Mittelpunkt der Diskussion in der Arbeitsgruppe *Sachrechnen*: Johannes Groß referierte in seinem Beitrag zu individuellen Lösungsprozessen von Kindern, und Maximilian Geier stellte eine Interventionsstudie im Unterricht mit Sachaufgaben vor.

Eine Ausstellung unter dem Motto „Von Abakus bis Ziffernkarte“ – u. a. mit historischen Veranschaulichungen und kuriosen Materialien – wurde von den Teilnehmerinnen und Teilnehmern der Tagung parallel zum Tagungsgeschehen zusammengetragen und bot Gelegenheit zum Erkunden, Ausprobieren und Erinnern.

Zur Herbsttagung 2011 wird in diesem Jahr erstmalig ein Tagungsband erscheinen, der sowohl die Hauptvorträge der Tagung als auch die Ergebnisse der Arbeitsgruppen ausführlich kommentiert. Diese Publikation erscheint in der neuen Reihe „Mathematikdidaktik Grundschule“ der UBP (University of Bamberg Press) unter dem Titel der Tagung und wird von Anna Susanne Steinweg (Bamberg) herausgegeben. Ein Zugang zur elektronischen Version des Tagungsbandes besteht über OPUS (<http://www.opus-bayern.de/uni-bamberg/>). Die Buchausgabe wird für einen Preis von 14,80 Euro im Buchhandel (oder direkt über den Verlag) erhältlich sein.

Die nächste Herbsttagung des Arbeitskreises Grundschule zum Thema „Prozessbezogene Kompetenzen: Fördern, Beobachten und Bewerten“ wird vom 9. 11. bis 11. 11. 2012 in Tabarz stattfinden. In den Arbeitsgruppen dieser Tagung sollen auch Nachwuchswissenschaftlerinnen und -wissenschaftler wieder die Gelegenheit bekommen, ihre laufenden Projekte vorzustellen.

Weitere Informationen und Anregungen finden Sie auf der Internetseite des AK Grundschule unter http://home.ph-karlsruhe.de/~gdm_grundschule/.

Arbeitskreis ,Mathematik und Bildung‘ Universität Siegen, 28.–29. 10. 2011

Andreas Vohns

Nach mehrjähriger Pause und unter neuer Leitung (Boris Girnath, FH Nordschweiz; Andreas Vohns, Universität Klagenfurt) fand in diesem Jahr wieder eine Herbsttagung des Arbeitskreises „Mathematik und Bildung“ statt. Für die Ausrichtung und Organisation konnten die Sprecher die Arbeitsgruppe Didaktik der Mathematik an der Universität Siegen gewinnen. Die Tagung sollte insbesondere dazu dienen, sich gegenseitig einen Überblick über aktuelle Fragestellungen und Forschungsprojekte im Bereich „Bildung und Mathematik“ zu verschaffen sowie Möglichkeiten der Vernetzung und der gemeinsamen Weiterarbeit auszuloten. Dazu durften wir etwa 30 Teilnehmer(innen) aus dem deutschsprachigen Raum begrüßen, denen in anderthalb Tagen mit insgesamt dreizehn Vorträgen und Impulsreferaten ein dichtes Programm geboten werden konnte.

Bildung und Mathematik – Allgemeine Perspektiven

Die Tagung wurde eröffnet mit einem Block zum allgemeinen Thema „Mathematik und Bildung“, an dem sich Roland Fischer (Universität Klagenfurt) und Günther Graumann (Universität Bielefeld) mit Impulsreferaten und Hans Werner Heymann (Universität Siegen) mit einem Vortrag beteiligten. Roland Fischer stellte seinen Impuls unter die Frage: „Was ist Bildung?“ und entfaltet seine Antwort (Bildung als selbstreflexive Gestaltung von Individuen und Kollektiven in wechselseitiger Bezugnahme) zunächst unabhängig von der Mathematik. Dabei kam er auf die Äußerungsformen von Bildung als Akt individueller und kollektiver (Selbst-)Gestaltung, den Zusammenhang zwischen (fachlichem) Problemlösen und (überfachlichem) Entscheiden und das Verhältnis von Schulfächern und Wissenschaftsdisziplinen zur Sprache. Als Besonderheit seines Bildungsbegriffes stellte Fischer vor allem die Übertragung des Bildungsbegriffes aus kollektive Gestaltungsprozesse heraus (Bildung als Befreiung einer sich beschränkenden Gesellschaft). Dieser Punkt war es dann auch, der später durchaus kontrovers diskutiert wurde.

Günther Graumann diskutierte allgemeine Ziele des Mathematikunterrichts vor dem Hintergrund eines Konzeptes der Menschenbildung

und unter Rückbezug auf zahlreiche zentrale Texte der bildungstheoretischen Diskussion der letzten Jahrzehnte. Graumann betonte insbesondere, dass bestimmte Kenntnisse und Techniken eine Voraussetzung für eine richtige Beschäftigung mit Mathematik sind, es im Mathematikunterricht aber vor allem darum gehe, in der Beschäftigung mit Mathematik in seiner persönlichen Entwicklung voranzukommen. Da Einflüsse der Beschäftigung mit Mathematik auf die persönliche Entwicklung und andere nicht spezifische Transferleistungen aber schlecht messbar seien, sieht Graumann die starke Konzentration auf zentral abprüfbare Leistungen im Kontext der Bildungsstandards sehr kritisch.

Auch Hans Werner Heymann teilte diesbezüglich eine skeptische Haltung zu den aktuellen Bemühungen um Bildungsstandards. In seinem Vortrag stellte Heymann zunächst noch einmal die seinem Allgemeinbildungskonzept zu Grunde gelegten sieben Aufgaben der allgemeinbildenden Schule dar und betonte deren uneingeschränkte Aktualität auch in Zeiten von Bildungsstandards und zentralen Prüfungen. Seine Kritik an den Bildungsstandards bezog sich einerseits auf deren ausschließliche Ausrichtungen auf fachliche Leistungen (Leistungsstandards schienen ihm der bessere Begriff) in einigen wenigen Fächern, die zu einer mehrfachen Verkürzung des Anspruches allgemeiner Bildung führen könnten (Beschränkung auf „standardisierte“ Fächer, Vernachlässigung überfachlicher und personeller Kompetenzen, Vernachlässigung schlecht messbarer Bildungswirkungen).

Als roter Faden durch nahezu die gesamte folgende Tagung stellte sich im Nachhinein dabei die Dialektik zwischen (von allen akzeptierten) konkreten gesellschaftlichen Anforderungen an das Individuum und der Realisierung von Spielräumen für die persönliche Entfaltung. Bezüglich dieser Dialektik warf Roland Fischer in einem Diskussionsbeitrag der bildungstheoretischen Diskussion der letzten 40 Jahre einen Stillstand hinsichtlich einer nachvollziehbaren Positionsbestimmung vor.

Mathematische Bildung in den Sekundarstufen

Jörn Schnieder (Universität Lübeck) stellte unter dem Motto „Mehr Philosophie wagen im Mathematikunterricht“ ein Unterrichtsprojekt vor, in dem Schüler(inn)en der 8. Jahrgangsstufe Gelegenheit geboten wurde, sich der philosophischen Reflexion methodischer Grundlagen der Mathematik am Beispiel der strengen Anforderungen an korrekte mathematische Definitionen und Beweise, des axiomatischen Aufbaus ihrer Theorien, der Abstraktheit ihrer Gegenstände, und dem Umgang mit unendlichen Bereichen zu beschäftigen. Wichtig war ihm vor allem, dass und wie man schon mit elementaren, lerneraktivierenden Unterrichtsmethoden methodologische Grundlagen der Mathematik entdecken lassen, bewusst machen und kritisch diskutiert lassen kann. Ein solcher Unterricht sei vor allem insofern allgemeinbildend, als er mathematische Theoriebildung kritisch und zwar im Blick auch auf ihre Konsequenzen für außermathematische Problemstellungen in Alltag und Wissenschaft hinterfragbar mache. Wolfram Meyerhöfer (Universität Paderborn) griff in seinem Beitrag „Muss Outputorientierung zu Halbbildung führen?“ die Frage nach dem Verhältnis von Bildung und Standards wieder auf. Wenn man mit Adorno „Bildung“ als „Befassung mit einem Gegenstand um seiner selbst willen“ verstehe und unter Halbbildung eine „Befassung mit einem Gegenstand aufgrund sekundärer Motivationen“ (Zensur, Testwert, Reputation), so stelle sich die Frage, inwiefern Bildung trotz sekundärer Motivationen wie etwa bei den Standards/Standardtestungen realisiert werden könne. An zwei Aufgabenbeispielen illustrierte Meyerhöfer eindrucksvoll, dass selbst in sehr prominent platzierten Fällen (in einem ZEIT-Artikel veröffentlichte, vorausgewählte Musterbeispiele) Verwerfungen hinsichtlich des Sachkontextes einer Aufgabe vorkommen, die bei einer Befassung mit der Sache um ihrer selbst willen eigentlich nicht vorkommen dürften. Generell attestiert Meyerhöfer bei der Operationalisierung in Aufgabenbeispielen eine „Entkleidung des Gegenstands vom Bildsamen“.

Den Freitagabend beschloss Rainer Schmidt-Zartner (Bundesanstalt für Kindergartenpädagogik Wien) mit einer eng an die Überlegungen von Roland Fischer anschließenden Diskussion von „Mathematik als Bildungsfach“. Dazu entfaltete er Bildung als „Handlungsfähigkeit“ in den drei Dimensionen „Verstand (Können)“, „Vernunft (Wollen)“ und „Verantwortung (Dürfen)“, denen er für den Mathematikunterricht die Begriffe „Rechnen (Verstand)“, „Reflektieren (Vernunft)“ und „Rechtfertigung (Verantwor-

tung)“ an die Seite stellte. So hilfreich Mathematik im Bereich des Berechenbaren, Formalisierbaren und Mechanisierbaren sei, so wichtig sei auch die Erkenntnis, dass Mathematik Entscheidungen zwar ermögliche und erleichtere, aber nicht treffen könne und dass kein Ergebnis einer Rechnung die Frage beantworten würde, wie es zu interpretieren sei und was man damit machen solle. Unterricht lasse diesen Fragen aber nicht selten kaum einen Raum. Schmidt-Zartner konkretisierte seine Überlegungen anhand eines von ihm an der Bundesanstalt für Kindergartenpädagogik durchgeführten Projekts zur Quantifizierung sozialer Phänomene.

Der Samstagvormittag war dann gänzlich der Sekundarstufe II gewidmet, mit Impulsreferaten von Andreas Büchter (Schulministerium Nordrhein-Westfalen) und Werner Peschek (Universität Klagenfurt) und einem Vortrag von Franz Picher (Universität Klagenfurt).

Andreas Büchter ging es in seinem Beitrag vor allem darum, nach einer bildungstheoretischen Begründung für unterschiedliche Grund- und Leistungskursprofile bzw. der Angemessenheit traditioneller Argumentations- und Begründungslinien für unterschiedliche inhaltliche Schwerpunktsetzung in den Kursprofilen angesichts sich wandelnder Schüler(innen)populationen zu fragen. So konnte Büchter etwa anhand aktueller Zahlen aufzeigen, dass sich nur etwa 10 % der Leistungskurschüler(innen) für ein mathematisches oder mathematiknahes Studium entscheiden. Inwiefern diesem Umstand etwa Modelle, die Grundkurse als „echte Teilmenge“ der Leistungskurse durch Aussonderung von Theorie- und Kalkülanteilen konzipieren, angemessen Rechnung tragen oder nicht generell eine unterschiedliche Gewichtung der Ziele „vertiefte Allgemeinbildung“ und „Wissenschaftspropädeutik“ weitergehende Unterschiede bedingen müssten, waren seine Fragen an das Plenum.

Werner Peschek berichtete über Motivation für und erste Ergebnisse aus dem Pilotprojekt „Standardisierte schriftliche Reifeprüfung aus Mathematik“. Als Motivation für das Projekt schloss Peschek an die Überlegungen Fischers zu konkreten gesellschaftlichen Anforderungen an das Individuum an. Sein Befund der bisherigen Reifeprüfungspraxis: Wohl nur durch gezieltes „teaching to the test“ sei es möglich, dass ein Großteil der österreichischen Schüler(innen) derzeit in der Matura (weitgehende unverstandene) komplexe Aufgaben erfolgreich bearbeite, bei denen man nicht davon ausgehen könne, dass die entsprechenden Schüler(innen) über die für eine (verständige) Lösung der Aufgaben nötigen Grundkompetenzen (sicher) ver-

füge. Wofür könne aber Mathematikunterricht in Österreich (kollektiv) stehen, wenn es kaum gelingt, gemeinsam geteiltes Wissen und Können aller maturierten Schüler(innen) ausweisen zu können? Peschek illustrierte die Problematik anhand einiger Daten aus Testungen aus dem Pilotprojekt, die er vorsichtig in die Richtung deutete: Bei hinreichenden Einlassen von Schüler(innen) und Lehrer(innen) ist eine Entwicklung hin zu mehr gemeinsam geteiltem Basiswissen/Grundkompetenzen möglich. Franz Picher beschloss den Teil zum Mathematikunterricht mit einer „Diskussion über Analysis und Bildung“, bzw. genauer: mit einem Plädoyer eine solche Diskussion selbst zum wesentlichen Gegenstand des Mathematikunterrichts zu machen. In seinem Vortrag ging es weniger um die Frage abprüfbarer Kenntnisse und Fertigkeiten als um die Frage, welche Diskussions- und Reflexionanlässe man Schüler(innen) und Studierenden gewähren kann und muss, um sich selbst ein angemessenes Bild von der Analysis und ihrer Bedeutung für Individuum und Gesellschaft machen zu können. Picher stellte dazu zentrale Stellen aus den Gesprächen mit Studierenden und Kolleg(inn)en vor, in denen verschiedene Sichtweisen auf die Analysis und ihre Bedeutung zu Ausdruck kommen, von denen er sich wünschen würde, dass die Diskussion über solche Sichtweisen zum integralen Bestandteil des Analysisunterrichts in der Oberstufe würde.

Mathematische Bildung der Lehrer(innen)

Unter dieser Überschrift stand der Samstagnachmittag, der mit einem Panel der Siegener Arbeitsgruppe (Sebastian Schorcht, Markus Helmerich, Kerstin Tiedemann und Katja Lengnick, Universität Siegen) zu „Leitvorstellungen zur Mathematiklehrerbildung an der Universität Siegen“ begann.

Katja Lengnick präsentierte dazu zunächst einen gemeinsamen Bildungsrahmen für (elementar)mathematische und fachdidaktische Lehrveranstaltungen. Den Ausgangspunkt bildet dabei die These, dass Lehren und Lernen von Mathematik „immer und überall“ in verschiedenen Spannungsfeldern stattfindet (im Vortrag wurden „Form und Inhalt“, „Produkt und Prozess“, „Offenheit und Geschlossenheit“ sowie „Singuläres und Reguläres“ als solche benannt) und Mathematikdidaktik den Lehrenden in aller Regel eine Positionierung innerhalb dieser Spannungsfelder nicht im Sinne einer eindeutigen Lösung abnimmt. Lehramtstudierenden seien daher auch nicht einfach vorgefertigte Lösungen vorzusetzen, sondern es sei zunächst einmal ein Bewusstsein für die Bedeutung die-

ser Spannungsfelder vermitteln, wie auch ein Bewusstsein für deren Spannungsfeldcharakter. Als Leitbild der Siegener Lehrerbildung kam dann erneut der Begriff „Handlungsfähigkeit“ zur Sprache, zu einer solchen, im Sinne einer reflektierten Positionierungsentscheidung hinsichtlich der Spannungsfelder seien angehende Lehrer(innen) zu befähigen. Markus Helmerich (für die Elementargeometrie) und Sebastian Schorcht (für die Geschichte der Mathematik) stellten anschließend vor, wie der vorgestellte Bildungsrahmen konkrete Auswirkungen auf Planung und Durchführung von Lehrveranstaltungen nehmen kann. In der Diskussion wurden insbesondere die benannten Spannungsfelder als hilfreiche Grundlage erachtet, wobei vor allem deren Vollständigkeit und Fachabhängigkeit bzw. Unabhängigkeit Gegenstand der Diskussion waren.

Eva Müller-Hill (Universität Köln) beschloss den Vortragsteil der Tagung mit der Frage, inwiefern zentrale mathematische Ideen Gegenstand der Lehrerbildung in der Fachmathematik (am Beispiel nicht notwendig euklidischer synthetischer Geometrie) sein könnten. Ihr Begriff zentraler Ideen konkretisiert diese vor allem als übergreifende Problemlösestrategien fachmathematischer Themengebiete und es ging ihr vor allem um die Frage, wie solche Ideen in Fachveranstaltungen erfahrbar werden können. Eine recht lebhaft entwickelte sich über die Frage, inwiefern man von der Erfahrung von in relativ weit von schulischen Inhalten entfernten Themengebieten als zentral angesehenen Ideen auch auf positive Rückwirkungen auf das konkrete spätere Unterrichtshandeln der angehenden Lehrer(innen) zurückschließen könne.

Rückblick und Ausblick

Die Tagung wurde mit einem sehr kurzen Block zum Abschluss der Tagung und zur Vorbereitung der Sitzung anlässlich der Jahrestagung der GDM 2012 in Weingarten beschlossen. Seitens der Teilnehmer(innen) besteht reges Interesse an einer kontinuierlichen Fortführung der Herbsttagungen, auch die Möglichkeit der Herausgabe eines Tagungsbandes (als „Doppeljahrgang“ für diese und die für das nächste Jahr ins Auge gefasste Tagung) wurde angediskutiert. Erste konkretere Überlegungen in Richtung Tagungsband und Herbsttagung 2012 werden dann u.a. Themen der AK-Sitzung in Weingarten sein. An dieser Stelle bleibt mir im Namen der Sprecher noch einmal einen herzlichen Dank an die hervorragende lokale Tagungsorganisation durch die Kolleg(innen) in Siegen auszurichten.

Fachtagung zur Lehrerbildung Wider die doppelte Diskontinuität in der Mathematiklehrerbildung für das Gymnasium – Ansätze zu Verknüpfungen der fachinhaltlichen Veranstaltungen mit schulischen Vorerfahrungen und Erfordernissen im Lehrberuf

Susanne Prediger, Jürg Kramer und Christoph Ableitinger

Am IEEM der TU Dortmund fand von 28.–29.10.2011 eine von GDM, DMV und MNU gemeinsam veranstaltete Fachtagung zur Lehrerbildung Mathematik unter dem Titel „Wider die doppelte Diskontinuität in der Mathematiklehrerbildung für das Gymnasium“ statt. Die Fachtagung wurde von Susanne Prediger, Christoph Ableitinger und Jürg Kramer organisiert und von knapp 40 Expertinnen und Experten aus Mathematik, Mathematikdidaktik und Schule besucht. Sie beschäftigte sich mit Ansätzen zu Verknüpfungen der fachinhaltlichen Veranstaltungen mit schulischen Vorerfahrungen und Erfordernissen im Lehrberuf. Ausgehend von Problemanalysen zur doppelten Diskontinuität der Lehramtsausbildung sind in den letzten Jahren an vielen Standorten Konzepte für sinnstiftende Anfangsveranstaltungen und eine Aufbereitung der fachlichen Inhalte für späteres didaktisches Handeln entwickelt worden. Durch die Tagung wurde ein Forum zur Präsentation und Dissemination dieser vielfältigen Konzepte geschaffen und eine über die einzelnen Institutionen hinausgehende Diskussion angestoßen. Die Tagung war dezidiert auf konkrete didaktische und methodische Ansätze ausgerichtet, die auch an anderen Universitätsstandorten Umsetzung finden könnten.

Lisa Hefendehl-Hebeker (Essen) beleuchtete in ihrem Hauptvortrag mit dem Titel „Doppelte Diskontinuität oder die Chance der Brückenschläge“ die Schwierigkeiten in der gymnasialen Lehramtsausbildung aus der Sicht von Studierenden, Universitätslehrenden und Fachleuten. Dabei wurden Fragen nach den erwarteten Fertigkeiten und Haltungen von Studierenden, nach der Rolle expliziter Brückenschläge und nach Konsequenzen für die Organisation des Studiums in die Diskussion gebracht.

Rolf Biehler (Paderborn), Reinhard Hochmuth (Lüneburg), Axel Hoppenbrock (Paderborn) und Michael Liebendörfer (Kassel) stellten in ihrem Vortrag „Hürden des Fachstudiums im ersten Studienjahr“ ein theoretisches Rahmenmodell

vor, mit dem Forschungsprojekte verortet werden können.

Rainer Danckwerts (Siegen) forderte in seinem Beitrag: „Angehende Gymnasiallehrer(innen) brauchen eine Schulmathematik vom höheren Standpunkt“. Er berichtete über entsprechende Lehrveranstaltungen im Siegener Teilprojekt von „Mathematik Neu Denken“, die unter anderem auf eine verstehensorientierte begriffliche Durchdringung mathematischer Inhalte und einen kritisch-konstruktiven Rückblick auf die Oberstufenmathematik ausgerichtet sind.

Thomas Bauer (Marburg) stellte im Rahmen seines Vortrages „Analysis als Schnittstellenmodul“ konkrete Übungsaufgaben vor, die mit Hilfe von Instrumenten der Hochschulmathematik Begriffe und Sätze der Schulmathematik neu und vertieft verstehen lassen.

Astrid Fischer (Oldenburg) plädierte in ihrem Beitrag „Mathematische Erkenntnisentwicklung durch Übungsaufgaben“ dafür, Studierenden die Gelegenheit zu geben, sich schon vor der Einführung zentraler Begriffe mittels offizieller Definitionen mit diesen Begriffen auf unterschiedlichen Stufen der Abstraktion auseinanderzusetzen.

Stefan Halverscheid (Göttingen) hielt einen Vortrag zum Thema „Induktives Denken und der Aufbau mathematischer Grundvorstellungen in der gymnasialen Lehrerbildung“. Um der deduktiv-schließenden Einseitigkeit der Anfangsausbildung entgegenzutreten, sollen sich Studierende zunächst in geeigneten Lernumgebungen induktiv-denkend mit Phänomenen auseinandersetzen.

Hans-Dieter Sill (Rostock) berichtete über die Konzeption eines Tutorensystems, das im laufenden Wintersemester erstmals erprobt wird. Dabei werden zu allen Fachveranstaltungen Tutorien angeboten, die von Lehramtsstudierenden höherer Semester betreut werden.

Ingolf Schäfer (Bremen) stellte in seinem Vortrag „Forschendes Lernen von Anfang an: Mikroforschung“ dar, wie Studierende semesterbegleitend zu den Analysis-Vorlesungen die Gelegenheit bekommen, Teilaspekte wissenschaftlicher Forschung kennenzulernen und durchzuführen.

Susanne Prediger (Dortmund) nahm in ihrem Beitrag „Fachinhaltliches Wissen und Können für fachdidaktisches Handeln verfügbar machen“ vor allem die zweite Diskontinuität in den Blick, also den Übergang vom Studium zur eigenen Unterrichtspraxis. An Beispielen zur elementaren Zahlentheorie wurden Ansätze zur erfolgreichen Überwindung dieser Schnittstelle aufgezeigt.

Jürgen Richter-Gebert (München) stellte in seinem Hauptvortrag „Wie anschaulich und allgemeinbildend darf eine Lineare Algebra Vorlesung sein?“ den Einsatz von Visualisierungen in Lehrveranstaltungen in den Mittelpunkt. Er zeigte an vielfältigen Beispielen, inwieweit und in welcher Form historische, ästhetische, anschauliche, angewandte und epistemologische Aspekte in den Unterricht des Grundstudiums eingebaut werden können.

Gabriele Kaiser und Nils Buchholtz (beide Hamburg) gewährten schließlich erste Einblicke in Ergebnisse ihrer Interviewstudie zum Thema „Vorstellungen über und Erfahrungen mit Anschaulichkeit, Schulmathematik und Anwendungen in der Studieneingangsphase aus der

Sicht der Studierenden“, die einen Beitrag zur Untersuchung der Wirkungsweise des Projekts „Mathematik Neu Denken“ leisten soll.

Zwischen den Vorträgen wurde das Gespräch durch die Arbeit an ausgewählten Materialien und Lehr-Lernkonzepten in parallelen Arbeitsgruppen vertieft. Zum Abschluss der Tagung wurden die Diskontinuitätsproblematik, die einzelnen Vorträge und die Ergebnisse aus den Arbeitsgruppen sowohl aus universitärer Sicht (Rolf Biehler und Reinhard Hochmuth) als auch aus der schulischen Perspektive (Hans-Jürgen Elschenbroich) reflektiert. Neben einer Bestandsaufnahme schon erreichter Teilziele wurde eine Auflistung noch ausstehender Forschungsanliegen für die kommenden Jahre vorgenommen.

Die Tagung zeigte in eindrucksvoller Weise, dass an vielen Standorten interessante Ansätze für die fachinhaltliche Gymnasiallehrerbildung entwickelt und erprobt wurden, deren tiefere konzeptionelle Reflektion und empirische Beforschung sehr lohnend erscheint. Die Teilnehmenden äußerten den dezidierten Wunsch nach Fortsetzungsveranstaltungen.

Ein nachhaltiges Ziel der Fachtagung soll die Zusammenstellung möglichst konkreter Materialien und ihrer Reflexion in einem Sammelband sein, der zur Verbreitung der Ideen an andere Standorte beitragen soll. Eine Publikation im Laufe des kommenden Jahres wird angestrebt. Wir danken allen Expertinnen und Experten für ihre Teilnahme und die anregenden Beiträge.

750. Kolloquium am Institut für Entwicklung und Erforschung des Mathematikunterrichts

Christoph Selter

Am 7. Juli 2011 fand das 750. Kolloquium am Institut für Entwicklung und Erforschung des Mathematikunterrichts an der TU Dortmund statt. Dieses bundesweit und vermutlich auch weltweit einzigartige Jubiläum eines mathematikdidaktischen Kolloquiums mit vergleichbarer Tradition und Kontinuität wurde mit einer Festveranstaltung gefeiert, an der 80 eingeladene Gäste aus dem In- und Ausland teilnahmen. Den Festvortrag zum Thema ‚Developing a dialogic approach to mathematics and science teaching‘ hielt Ken Ruthven von der Universität Cambridge.

Im Anschluss an Grußworte von Metin Tolan (Prorektor TU Dortmund), Thomas Jahnke (Gesellschaft für Didaktik der Mathematik) und Jürgen Elschenbroich (Verein zur Förderung des mathematischen und naturwissenschaftlichen Unterrichts) gab zuvor Christoph Selter vom IEEM einen Rückblick auf zentrale Entwicklungen seit dem ersten Kolloquium, das am 28. Januar 1971 stattfand.

Begründet wurde die Kolloquiumstradition damals von Erich Wittmann kurz nach seiner Berufung nach Dortmund. Den ersten Vortrag mit dem Thema ‚Die Behandlung der Bruchrechnung in Klasse 6‘ hielt Heinz Griesel. Ihm

folgten schon recht bald Vorträge von Hans Freudenthal, Hans Aebli oder Martin Wagenstein.

Schon diese renommierten Namen repräsentieren sowohl die Interdisziplinarität als auch die Internationalität des Kolloquiums. Vertreter aus 25 Wissenschaftsdisziplinen und aus 25 Nationen waren in den letzten gut 40 Jahren zu Gast im Dortmunder Kolloquium. Die Auflistung aller Referenten liest sich wie ein ‚Who is who‘ der Mathematikdidaktik (<http://www.mathematik.tu-dortmund.de/ieem/cms/de/forschung/kolloquium.html>).

Das Kolloquium ist aber schon seit den frühen 70er-Jahren nicht nur ein Ort für bekannte und anerkannte Forscher gewesen. Es hat sich stets auch als Plattform für den wissenschaftlichen Nachwuchs verstanden und jungen Wissenschaftlern die Gelegenheit gegeben, ihre Arbeiten zur Diskussion zu stellen.

Die Anzahl der gehaltenen Vorträge betrug im Mittel der vergangenen Jahre 25. Unter der Annahme, dass dieser Schnitt gehalten wird, fällt es nicht allzu schwer zu prognostizieren, wann das 1000. Mathematikdidaktische Kolloquium stattfinden wird ...



Prof. em. Dr. Erich Ch. Wittmann, Prof. Dr. Christoph Selter, Prof. Dr. Ken Ruthven, Prof. Dr. Thomas Jahnke, Dr. Jürgen Elschenbroich (v. l. n. r)

Eintrag des Jubiläumsvortragenden Kenneth Ruthven ins Dortmunder Vortragsbuch

Developing a dialogic approach to lower Secondary Mathematics and Science

The *epiSTEMe* project has been designing a research-based intended to help teachers and students to develop effective use of dialogic approaches to classroom teaching and learning in lower-secondary mathematics and science. Broadly, by a 'dialogic' approach we mean one in which different points of view are taken seriously, and students are encouraged to talk in an exploratory way that supports development of understanding. In this particular project we

are also seeking more specifically to strengthen 'dialogue' between mathematics and science, and between everyday and disciplinary ideas. My talk will outline the thinking behind the *epiSTEMe* approach, examine the approach in action, and analyse the challenges it raises, bearing in mind the project brief to develop educative curriculum materials and professional development activities suitable for implementation at scale in English schools. Delighted to join you for your 750th colloquium. An impressive record! All the best for the next 750.

Grußwort der GDM

Thomas Jahnke

Sehr geehrte Honorationen, werte Kolleginnen und Kollegen, geschätzte Anwesende,

im Auftrag des Vorstandes der Gesellschaft für Didaktik der Mathematik überbringe ich Ihnen die freundlichsten Grüße und Wünsche für die Zukunft und darf, nachdem ich mich dieser Aufgabe artig und herzlich entledigt habe, ein paar höchst eigene, also weder abgeschriebene noch umformulierte Worte anfügen, die Sie bitte – bei Missfallen – nicht dem GDM-Vorstand anlasten möchten.

Wissenschaft findet in Publikationen ihren Niederschlag – leider allzu häufig in der doppelten Bedeutung dieses Wortes. Die Wahrheit ist niedergeschlagen, umzingelt, flächenbündig versiegelt, die letzten Ritzen sind mit Fußnoten zugestopft und – möglicherweise – dem empirischen Zeitgeist folgend mit statistischen Verfahren unter Zuhilfenahme technischer Vokabeln wie z. B. ‚aufgeklärte Varianz‘ abgedichtet, die nun inhaltlich intoniert werden – es fehlt eigentlich nur, dass man sich bei dem Epitheton ‚aufgeklärt‘ noch auf Kant beruft – und so suggerieren, dass das alles festgestampft und da nichts mehr zu rütteln sei. Die hoffnungsvolle Botschaft in der Zeile eines Songs von Leonard Cohen, *There is a crack*

in everything. That's how the light gets in.‘ wird so obsolet. Es gibt keine Risse mehr, allenfalls An- oder Abschlussarbeiten, Folgeprojekte und was da mehr ist. Der Autor oder die Autoren haben sich in dem Kokon ihrer Publikationen eingewickelt, sie sind in ihren Arbeiten verschwunden, die in der Regel wenig darüber Aufschluss geben, wie sie zu ihren Erkenntnissen gekommen sind, wie ihr Erkenntnisprozess sich vollzogen hat. Ich meine damit nicht, dass sie nicht ausreichend über die technischen Details, was allerdings auch vorkommt, Auskunft geben oder über ihre Methoden, deren Fixierung heute ja die halbe Miete und möglicherweise die ganze Erkenntnis zu gewährleisten scheint, sondern welche Gedanken und Entscheidungen, welche Ahnungen, propädeutischen Visionen, vagen Ideen und Gefühle sie zu dieser Erkenntnis geführt haben, die dann sorgsam durch Argumentationen und längliche Literaturlisten legitimiert, in welchem Sinne auch immer verdichtet und verwissenschaftlicht werden.

Deswegen singe ich Ihnen hier und heute in gedrängter, verkürzter und – zugegeben – idealisierter Weise das Lob des Gesprächs, des Kolloquiums. Keine Ode müssen Sie befürchten, nicht einmal eine Ouvertüre sondern nur ein

paar Prolegomena als schlichtes Rezitativ. Wenn der zum Kolloquium eingeladene Redner nicht ein Archivar seiner Publikationen ist und durch diese einen Museumsrundgang veranstaltet, dann kommt das *hic et nunc* seines Denkens zum Vorschein, woraus der erste Teil der Veranstaltung bestehen sollte. Im zweiten findet dann der Disput, die Auseinandersetzung statt, die ein wesentlicher Kern der Genese wissenschaftlicher Erkenntnisse ist. Nicht der Gleichklang der Meinungen und ihr gemeinsames Abnicken – etwa auf Grund von harmonisierenden Vokabeln und geteilten Begriffssystemen – sondern ihr Gegeneinander, ihre Reibung aneinander, die Kontroverse sind der Nukleus wissenschaftlicher Erkenntnisprozesse. Dazu dient das Kolloquium. Die negative Konnotation des Wortes ‚Kritik‘ und der immer wieder zu vernehmende, ach so gut gemeinte, scheinbar so menschliche Ruf nach ‚konstruktiver Kritik‘, als entstünde Wissenschaft dadurch, dass man sich freundschaft- oder väterlich gegenseitig auf die Schulter klopft, scheinen manchem die-

se Einsicht zu verwehren. Welch größere Ehre könnte man wissenschaftlich einem anderen antun, als sich mit seinem Denken auseinanderzusetzen, es mit dem eigenen zu konfrontieren, ihm zu widersprechen, wo man die Dinge anders sieht. Das heißt doch nur, dass man ihn und sein Denken ernst nimmt, es dem eigenen gleichstellt, wofür heute gern die dusselige Polit-Phrase ‚auf gleicher Augenhöhe‘ benutzt wird. Der eingeladene Redner, der sein Denken in *statu nascendi* preisgibt, hat verdient, dass man ihn kritisiert. Kurz und natürlich nur metaphorisch: nicht das Klatschen macht ihn klüger sondern die Pfiffe.

Nun weiß ich natürlich nicht, ob der lebendige Disput, Rede und Gegenrede, der vitale Diskurs, die Disputation 750 Mal hier in Dortmund stattgefunden haben, aber ich wünsche Ihnen und den künftigen Referenten doch, dass sich diese 750 weitere Male zur Förderung und Blüte der Wissenschaft der Mathematikdidaktik hier ereignen.

„Wo aus Forschung Zukunft wird“ GDM Summerschool 2011 in Kiel

Julia Cramer und Alexander Meyer

„Sehen Sie sich um! Sie sitzen mit Ihren künftigen Kolleginnen und Kollegen in diesem Raum. Mit diesen Menschen um Sie herum werden Sie in den nächsten Jahren gemeinsam arbeiten, gemeinsam Anträge schreiben und sich gegenseitig begutachten.“ So begrüßte Bernd Wollring die etwa 30 Doktorandinnen und Doktoranden, die vom 26.–30. 9. 2011 zur GDM-Summerschool in Kiel zusammen gekommen waren. Wir hatten gerade Platz genommen – in einem der typischen Seminarräume, wie es sie wohl in jeder Uni gibt – und entsprechend wenig Zeit hatten wir bisher, unsere Mitstreiterinnen und Mitstreiter bei dieser Summerschool näher kennen zu lernen. In dieser Situation machte uns nun also Bernd Wollring klar, dass es bei der Summerschool nicht nur um die Vermittlung von Methoden geht, sondern ebenso sehr um Kontakte mit den hier versammelten Doktorandinnen und Doktoranden. Zunächst wurden wir damit ein wenig überrumpelt. Im Laufe der Summerschool haben wir

schnell gemerkt, dass wir Doktorandinnen und Doktoranden uns zwar nicht von Haus aus mit den gleichen mathematikdidaktischen Fragen beschäftigen, aber als Anfänger in didaktischer Forschung die gleichen Hürden und Probleme überwinden müssen. Rudolf Sträßer hatte uns zu Beginn seines Workshops „Codierende Verfahren“ nach unserer Motivation für die Summerschool befragt. Die Mehrheit von uns hatte genannt: Einblick in Forschungsmethoden gewinnen und Kenntnisse vertiefen einerseits, Kontakte knüpfen und Austausch mit anderen Doktorandinnen und Doktoranden pflegen andererseits. (Ob die Mehrheit von uns tatsächlich diese Erwartungen mitbrachte oder wir auf Grund der einführenden Worte sozial erwünscht geantwortet haben, bleibt hierbei ein Interpretationsproblem.)

Das Organisationsteam hat ein vielfältiges Angebot an Veranstaltungen zusammengestellt. So gab es Einführungs- und Fortgeschrittenveranstaltungen, es gab Veranstaltungen

sowohl zu quantitativen als auch zu qualitativen Methoden. Und es gab die Möglichkeit für persönliche Sprechstunden mit Expertinnen und Experten genauso wie die Gelegenheit, das eigene Projekt im geschützten Rahmen vorzustellen. Viele der Veranstaltungen waren keine reinen Vorträge, sondern es waren vielmehr Workshops, in denen wir uns direkt an einer Forschungsmethode versuchen konnten. Auf diese Weise bekamen wir einen Eindruck von der jeweiligen Forschungsmethode, von ihren Vor- und Nachteilen, von ihren Schwierigkeiten und ihren Grenzen. Wir lernten jedoch nicht nur etwas über Test- und Fragebogenkonstruktion, qualitative Interviews, Effektstärken, kodierende Verfahren oder Raschanalysen – die Lehrenden der Summerschool vertraten auch vielfältige Perspektiven der mathematikdidaktischen Forschung. Über den Rahmen der regulären Veranstaltungen hinaus regten uns diese vielfältigen Perspektiven an, auch unsere eigenen Blickwinkel auf unsere Forschungsfragen zu verändern oder zu erweitern, unsere Fragen anders zu stellen und in neuer Form zu beantworten. Die Gespräche mit Expertinnen und Experten sowie die Vorstellung und Diskussion eigener Promotionsprojekte boten mindestens ebensoviele Gelegenheiten, sich in andere Forschungsperspektiven und -methoden hineinzudenken.

Die intensive Arbeitsatmosphäre hat aus uns schnell eine Gruppe gemacht. Unsere gemeinsamen Gespräche unter uns Teilnehmerinnen und Teilnehmern drehten sich auch in den Kaffeepausen, beim Mittag- oder Abendessen um unsere eigenen Projekte oder um vorhergehende Seminarinhalte. Trotzdem lernten wir uns auf persönlicher Ebene kennen, denn hinter jedem unserer Projekte steht unsere persönliche Motivation, unser eigenes Engagement, unser individueller Blick auf didaktische Forschung. Wir erlebten, dass viele von uns an ähnlichen

Stellen der Promotion ins Stocken geraten. Genauso teilten wir die Erfahrung, dass Schwierigkeiten immer dort auftreten, wo wir es nicht vorhergesehen hatten. Wir haben aber genauso Anekdoten und Erzählungen unserer zukünftigen Kolleginnen und Kollegen mitgenommen. So bekamen wir bei unserem gemeinsamen Abendessen auch den Ratschlag, in der Regenzeit in Australien doch besser einen Pick-up zu mieten. Solche gemeinsamen Erlebnisse und Erfahrungen schweißen uns als Nachwuchs zusammen.

Aus unserer Sicht wurden unsere Erwartungen an die Summerschool zur Gänze erfüllt. Wir möchten also im Namen des Nachwuchses der GDM dem Organisationsteam und den Lehrenden für ihr großes Engagement und die vielen kleinen Gespräche und Hilfestellungen danken: Wir haben viel gelernt! Wir haben neue Methoden vermittelt bekommen (natürlich), andere Perspektiven schätzen und achten gelernt; wir haben Werkzeuge bekommen, um mathematikdidaktische Fragen zu stellen und zu beantworten (oder neu zu stellen). Wir haben erfahren, dass mathematikdidaktische Forschung vielfältig, aspektreich und abwechslungsreich ist. Und wir haben gemeinsam mit (vielleicht) zukünftigen Kolleginnen und Kollegen einen Einblick in die Arbeitsweisen der didaktischen Community gewonnen. „Wo aus Forschung Zukunft wird“ – wir standen zu Beginn der Summerschool etwas verloren vor dem IPN, und dieser Spruch präsentierte sich uns auf einem Banner an einer nahegelegenen Straßenüberführung. Am Ende der Summerschool hatten wir gelernt, dass dies durch die Menschen geschieht, die die Forschung gemeinsam betreiben und durch ihr gemeinsames Interesse verbunden sind. Vielen Dank an das Organisationsteam, die Lehrenden und die GDM, die uns diese Summerschool ermöglicht haben!

Call for Papers

Special Issue of Pythagoras on Mathematics Education, Democracy and Development

Renuka Vithal and Ole Skovsmose

Whilst the last century has seen a growing concern and literature about links between education and democracy, especially in 'developed' countries, and between education and development in 'developing' contexts, the last few decades have brought a sharper focus on the role and function of mathematics and mathematics education within those relations. Major advances in science and technology, and the foundational role of mathematical knowledge and skills have raised questions about the kinds of mathematics and mathematics education needed, for whom, for what purposes, and how best to deliver it in different but rapidly changing societies to sustain and deepen democratic life and also to improve life for the majority.

This special issue calls for papers to engage these issues through four broad questions that explore connections between mathematics education, democracy and development:

- How can mathematics education provide an introduction to and preparation for democratic life, and teach about democracy in ways that contribute to a society's development agenda?
- How can a focus on mathematics education and democracy increase concern for the inequities in the distribution of mathematical knowledge, skills and education possibilities in society, and for addressing its pressing development needs and goals?
- How can a concern with development and democracy in mathematics education impact the very life of a school or classroom, and learning of democratic values, democratic competence and democratic attitude by participating in democratic living in a context that recognises and takes account of its developmental nature and challenges?
- How can democracy, mathematics education and development have something to do with mathematics content matter questions?

These questions, first proposed in terms of the connection between general education and democracy, are reformulated to sharpen the focus on mathematics education and democracy, and are expanded here to locate the discussion

in the context of societies variously described as 'developing', the 'South' or 'Third World'. It is important to deepen and extend deliberations about links but also about tensions between democracy, development and mathematics education. Democracy and development are highly contested concepts. In this framing, mathematics education itself also needs interrogation, although maybe in a different way. In all circumstances mathematics education refers to different visions and practices.

This special issue invites papers across a broad spectrum of perspectives and contexts to engage both the connections and ruptures between mathematics education, democracy and development, and to go beyond rhetoric and advocacy. Arguably, within mathematics education the literature related to democracy is much more well established than that related to development. Moreover, the notion of democracy and mathematics education has extended into issues of social justice, access, equity, quality, class and gender, amongst others. Taking a broad and critical view on *development*, this special issue calls for explorations in theory, policy, practice and research in mathematics education that will especially privilege a focus on poverty and rurality, which are significantly under-represented in the mathematics education literature. It invites authors to engage the complexity of the triad of mathematics education, democracy and development with more theoretically and empirically informed papers; and it seeks innovations in research, theory, practice and particularly mathematics teaching and learning in 'developing' contexts to move the debates beyond the current and the status quo and to strengthen this literature base.

Important dates: Submission of full papers: 15 March 2012

Notification of paper acceptance: 15 June 2012

Publication target: October 2012.

Prospective authors are welcome to contact the guest editors (Renuka Vithal: renuka@ukzn.ac.za; Ole Skovsmose: osk@learning.aau.dk) with

any questions and about the appropriateness of possible submissions.

All manuscripts (in the range 3000–7500 words) must be submitted online on the *Pythagoras* manuscript management system at <http://www.pythagoras.org.za>. Authors should indicate that the manuscript, or similar work, was not simultaneously submitted for review to any other journal, or previously accepted for publication or published elsewhere (including congress proceedings).

About Pythagoras

Pythagoras is the official research journal of the Association for Mathematics Education of South Africa (AMESA). It is an Open Access, peer-reviewed, fully accredited academic journal, publishing only *original* research and scholarly work of a high quality that significantly contributes to our understanding of mathematics teaching, learning and curriculum.

For more information about *Pythagoras*, its policies and procedures and manuscript preparation and submission guidelines, visit <http://www.pythagoras.org.za>.

Alwyn Olivier
Pythagoras Editor-in-Chief
E-mail: editor@pythagoras.org.za

International Journal for Studies in Mathematics Education

We are pleased to announce the launch of a new issue of the *International Journal for Studies in Mathematics Education*.

The *International Journal for Studies in Mathematics Education* (IJSME/JIEEM) aims to stimulate reflection on mathematics education at all levels:

- to generate productive discussion;
- to encourage enquiry and research;
- to promote criticism and evaluation of ideas and procedures current in the field.

It is intended for the mathematics educator who is aware that the learning and teaching of mathematics are complex enterprises about which much remains to be revealed and under-

stood. It reflects both the variety of research concerns within the field and the range of methods used to study them. We accept for submission articles in Portuguese, English, French and Spanish.

The journal emphasizes high-level articles that go beyond local or national interest. This journal is a semi-annual and peer-reviewed professional academic research journal.

The forth number and the two others are online at <http://periodicos.uniban.br/index.php/JIEEM/index>.

Editors: Janete Bolite Frant (jieemjsme@gmail.com)
Rosana Nogueira Lima (rosananlima@gmail.com)

Einladung zur 12. Tagung Allgemeine Mathematik: Mathematik im Prozess

Universität Siegen, 10.–12. Mai 2012

12. TAGUNG ALLGEMEINE MATHEMATIK

MATHEMATIK IM PROZESS

**PHILOSOPHISCHE
HISTORISCHE
UND DIDAKTISCHE
PERSPEKTIVEN**

UNIVERSITÄT
SIEGEN
ARTUR-WOLL-
HAUS
10-12. MAI
2012

VERANSTALTER
MARKUS HELMERICH
RALF KRÖMER
KATJA LENGNINK
GREGOR NICKEL
MARTIN RATHGEB

ANMELDUNGEN BIS 15.12.2011 BEI
e-mail: allgm12@mathematik.uni-siegen.de
ODER SEKRETARIAT DIDAKTIK DER MATHEMATIK
WALTER-FLEX-STR. 3 57068 SIEGEN/0271-7403582
http://www.uni-siegen.de/fb6/allgm12/2012

Mit der Tagung „Mathematik im Prozess“ wird in Siegen die Tagungsreihe „Allgemeine Mathematik“ fortgeführt, die in Darmstadt 1995 begonnen wurde. Die Tagungen sollen dazu beitragen, eine breite Diskussion über Mathematik und ihre Bedeutung für die Allgemeinheit zu fördern. Dabei soll es vor allem um eine Reflexion des Selbstverständnisses der Mathematik, ihres Verhältnisses zur „Welt“ sowie um Fragen nach Sinn und Bedeutung mathematischen Tuns gehen. In diesen Rahmen ist auch das Thema „Mathematik im Prozess“ einzuordnen. Auf der kommenden Tagung sollen u. a. aus philosophischer, historischer und aus didaktischer Perspektive Fragen diskutiert werden wie:

Wie hat sich Mathematik in sozialen und historischen Prozessen entwickelt? Welche Rolle spielt sie in der Entwicklungsgeschichte mo-

derner Gesellschaften? Welche Bedeutung hat Mathematik in heutigen gesellschaftlichen und technischen Prozessen, welche Bildungsansprüche ergeben sich daraus? Lassen sich Parallelen und Unterschiede im Vergleich von historischen Entwicklungen und mathematischen Lernprozessen ausmachen? Was kann Geschichte der Mathematik zum Gelingen des Mathematikunterrichts beitragen? Wie prägen allgemeine mathematische Grundaktivitäten unser (alltägliches) Handeln?

Historische, philosophische und didaktische Perspektiven auf Prozesse, in denen Mathematik sowie ihr Lehren und Lernen beteiligt sind, sollen einander wechselseitig erhellen.

Mit der Tagung sollen Wissenschaftlerinnen und Wissenschaftler sowie wissenschaftlich Interessierte aus unterschiedlichen Bereichen wie vor allem der Mathematik, Didaktik, Philosophie, Geschichte, Erziehungswissenschaft und Informatik zusammen gebracht werden, um einen fruchtbaren Gedankenaustausch zum Thema *Mathematik im Prozess* aus allgemeiner Sicht zu initiieren. Die Tagung richtet sich auch an interessierte Lehrerinnen und Lehrer. Veranstalter der Tagung sind: Markus Helmerich, Ralf Krömer, Katja Lengnink, Gregor Nickel und Martin Rathgeb.

Bitte richten Sie Ihre Anmeldung an:

allgm12@mathematik.uni-siegen.de (alternativ: Sekretariat Didaktik der Mathematik, Universität Siegen, Walter-Flex-Str. 3, 57068 Siegen; Tel: 0271-7403582).

Weitere Informationen zur Tagung finden Sie unter <http://www.uni-siegen.de/fb6/allgm12/2012>.

12. Tagung

Allgemeine Mathematik:

Mathematik im Prozess

Philosophische, historische und didaktische Perspektiven

Universität Siegen, Artur-Woll-Haus

10.–12. Mai 2012

Die 46. Jahrestagung der Gesellschaft für Didaktik der Mathematik an der PH Weingarten

P. Baireuther, Michael Kleine, M. Ludwig und E. Rathgeb-Schnierer

Die 46. Jahrestagung findet vom 5. 3. 2012–9. 3. 2012 an der Pädagogischen Hochschule in Weingarten statt. Schon einmal haben sich an unserer schönen Hochschule Mathematikdidaktikerinnen und Mathematikdidaktiker getroffen und sich über Entwicklungen in der mathematikdidaktischen Forschung ausgetauscht. Wir freuen uns, in Kooperation mit dem IDMI der Goethe-Universität, wieder Gastgeber zu sein.

Die PH in Weingarten bietet ohne Zweifel einen ganz besonderen Rahmen für den Austausch und die Diskussion von aktuellen Forschungsfragen und Entwicklungen. In den mit Stuck verzierten Räumen des historischen Schlossbaus werden mehrere hundert Teilnehmerinnen und Teilnehmer den neusten Erkenntnissen in Einzelvorträgen, moderierten Sektionen und Hauptvorträgen lauschen können. Neben den Arbeitskreistreffen am Montag und Donnerstag der Tagungswoche gibt es zudem den bewährten Lehrertag als Schnittstelle zwischen Theorie und Praxis.

Das Tagungsprogramm

Als Hauptvortragende konnten wir für den Tagungsauftritt Prof. Dr. Thomas Götz von der Universität Konstanz gewinnen, der uns mit einem Vortrag zur Langeweile im Mathematikunterricht kurzweilig unterhalten wird. Am Dienstag wird Frau Prof. Dr. Peter Koop von der Universität Bielefeld zu Gast sein. Mittwochs wird Prof. Dr. Maitree Inprasitha von der Khon Kaen University in Thailand der Tagung einen Hauch von Exotik verleihen. Am Weltfrauentag, Donnerstag, den 8. 3. 2012 freuen wir uns auf einen Vortrag von Frau Prof. Dr. Gabriele Kaiser; den Abschluss bildet ein Vortrag von Nachwuchswissenschaftler Prof. Dr. Christian Spannagel am Freitag.

Den Kern der Tagung bilden weiterhin die freien Vorträge oder moderierten Sektionen. Wir werden in 21 Zeitfenstern an vier Vortragstagen weit über 250 Vorträgen und Workshops Platz bieten können.

Der Dienstag wird als Lehrertag speziell auf Lehrerinnen und Lehrer aller Schularten zugeschnitten. An diesem Tag werden hauptsächlich praxisorientierte Vorträge oder Workshops zu aktuellen Themen aus der Schule stattfinden, aber auch wissenschaftliche Referate zu Forschungsthemen an der Schnittstelle zwischen Theorie und Praxis sind geplant.

Für den wissenschaftlichen Nachwuchs der GDM haben Imke Senfleben und Stefanie Rach einen Nachwuchstag organisiert, der schon am Sonntag, den 4. 3. 2012 startet und kurz vor Tagungseröffnung am Montag um 12:30 in das Nachwuchsforum mündet. Für die Teilnahme am Nachwuchstag bittet Frau Senfleben um gesonderte Anmeldung auf der Tagungswebseite.

Bodenseeregion ist Genussregion

Das Rahmenprogramm startet am Montagabend mit dem Empfang der Stadt Weingarten. Am Dienstagabend wird die MatheLounge in barocken Gemäuern eröffnet, in der man den anregenden Konferenztag noch mit Kolleginnen und Kollegen bei Livemusik, Snacks und Cocktails ausklingen lassen kann. Mittwochs lockt wie immer unser Ausflugtag mit 20 interessanten Zielen. Abends laden wir in die Basilika neben der Hochschule zu einem Konzert auf der Gablerorgel ein – ein Ohrenschauspiel. Der Gesellschaftsabend am Donnerstagabend findet im nahe gelegenen Kultur- und Kongresszentrum statt: Wir bieten den Hungrigen ein tolles Buffet und anschließend den Tanzlustigen Rhythmen der Bluesblasters.

Wir wollen noch darauf hinweisen, dass wir zum Umweltschutz beitragen wollen und mit der Deutschen Bahn ein attraktives CO₂-freies Veranstaltungszugticket vereinbart haben. Die genauen Konditionen erfahren Sie auf der Tagungshomepage.

Wir sehen uns in Weingarten!

Anmeldung unter www.gdm2012.de.

Irrwege der Unterrichtsreform

Tagung der Gesellschaft für Bildung

Die Gesellschaft für Bildung plant für den 23.–24. März 2012 in Frankfurt am Main eine ihrer nächsten Tagungen zur Wirklichkeit der gegenwärtigen Bildungsreform.

Mit dem Titel wollen wir die Aufmerksamkeit sowohl auf realisierte als auch noch geplante oder in der Implementationsphase sich befindliche Reformen des Unterrichts lenken.

Die keineswegs polemisch zu verstehende Ausrichtung der Tagung auf Irrwege soll nicht ausdrücken, dass wir allein von solchen in der Entwicklung des Unterrichts ausgehen wollen. Aber nicht das Gute drängt sich als Gegenstand einer kritischen Reflexion auf, sondern das als schlecht Erkannte. Ein starkes Motiv für diese Ausrichtung besteht in der Beobachtung, dass so manches, was heute als Mittel zur Qualitätsentwicklung im Schulwesen angedient und verordnet wird, bei näherem Hinsehen – sobald man die guten Absichten nicht schon für die Praxis hält – zeigt, wie das gut Gemeinte in das Gegenteil des Beabsichtigten umschlägt: Methodentraining führt nicht zu inhaltlichen Fähigkeiten, sondern von diesen weg, Kompetenzförderung mündet in Inkompetenz und Kompetenzschwächung, Qualitätsentwicklung schlägt um in Qualitätsschwund.

Die Kritik setzt also nicht bloß oder in erster Linie daran an, dass die Reformen nicht ausreichend umgesetzt werden, auch nicht daran,

dass man sich anderes als Reforminhalt wünschen mag. Vielmehr geht es um die immanente Kritik an den eingeführten Maßnahmen zur Verbesserung des schulischen Unterrichts. Sie werden an ihren eigenen Maßstäben gemessen und müssen damit rechnen, für zu leicht befunden zu werden, ja als Irrwege der Reform sich zu entpuppen.

Der Kongress soll solche Irrwege in möglichst breitem Spektrum nachzeichnen und sie als solche erklären. Erst auf dieser Basis wird der Kopf für gehaltvolle Reformen frei, für andere Wege, die eher zum Ziel der Verbesserung des Unterrichts führen können.

Eingeladen sind die wissenschaftlichen Beobachter der Reform, die sich objektivierend mit dieser beschäftigt haben, anstatt sich und ihre Projekte als Propagandisten anzupreisen. Gezielt angesprochen seien aber auch Praktiker, die mit ihren lebendig geschilderten Erfahrungen zeigen können, was wirklich und konkret geschieht, wenn schlecht durchdachte Reformen in der Praxis gleichsam aufschlagen.

Wir laden alle entsprechend an den Beiträgen Interessierten heute ein, ihre Mitarbeit am Kongress in Frankfurt zu erklären.

Prof. Dr. Andreas Gruschka
Vorsitzender

Call for Nominations

The ICMI Awards Committee

The Executive Committee of the International Commission on Mathematical Instruction (ICMI) a number of years ago created two awards, each in the form of a diploma and a medal, to recognise outstanding accomplishments in mathematics education research:

- the Hans Freudenthal Award, for a major programme of research on mathematics education,
- the Felix Klein Award, for lifelong achievement in mathematics education research.

An ICMI Awards Committee has been appointed for selecting the awardees. The President of ICMI has appointed Professor Carolyn Kieran to chair this committee, the other members of which are anonymous until their terms have come to an end.

The first recipients of these two awards, Professor Guy Brousseau (France) for the Felix Klein Award and Professor Celia Hoyles (UK) for the Hans Freudenthal Award, formally received these at the opening ceremonies of ICME-10 in Copenhagen, in July 2004. The two 2005 awards went to Professors Ubiratan D'Ambrosio (Brazil) (the Klein Award) and Paul Cobb (USA) (the Freudenthal Award), and for 2007, Professors Jeremy Kilpatrick (USA) and Anna Sfard (Israel/UK/USA) received the Klein and the Freudenthal Awards, respectively; these awards were formally presented to the recipients at the opening ceremony of ICME-11 in Monterrey, Mexico, in July 2008. The two 2009 awards went to Professors Gilah Leder (Australia) (the Klein Award) and Yves Chevallard (France) (the Freu-

denthal Award). The awards for 2009 and for the current 2011 cycle will be formally presented to the recipients at the opening ceremony of ICME-12 in Seoul, Korea, in July 2012.

The ICMI Awards Committee is at this time entering the 2011 cycle of selecting awardees. We acknowledge that the 2011 process is a little behind schedule, and apologise for the delay, but we expect to announce the 2011 awards in February, 2012. As was the case with the previous cycles, the ICMI Awards Committee welcomes suggestions coming from the mathematics education community, hence this call for nominations.

A nomination of a candidate for the Felix Klein or the Hans Freudenthal Award has to be accompanied by a summary presenting the vita and the achievements of the person nominated, as well as the reasons for the nomination. Moreover, nominations also have to include the names and coordinates of two or three persons from whom the committee may seek further information. All proposals must be sent by e-mail (kieran.carolyn@uqam.ca or carkie2@yahoo.ca) to the Chair of the Committee no later than December 1, 2011.

Prof. Carolyn Kieran, Chair of the ICMI Awards Committee
Département de mathématiques
Université du Québec à Montréal
C.P. 8888, succursale Centre-Ville
Montréal, QC, H3C 3P8
CANADA

Protokoll zur Mitgliederversammlung der GDM

Freiburg, 24. 2. 2011

Beginn: 16–19.00 Uhr
Ort: PH Freiburg, Aula

Tagesordnung

TOP 1: Bestätigung des Protokolls, Beschluss der Tagesordnung

Das Protokoll der letzten Mitgliederversammlung vom 9.3.2010 in München wurde ohne Änderungen angenommen.

Die Tagesordnung wurde mit den folgenden Ergänzungen beschlossen:

TOP 6: GDM-Förderpreis 2012.

TOP 7: Homepage und Datenbank der GDM.

TOP 9. Mitgliedsbeiträge und Doppelmitgliedschaften.

TOP 2: Bericht des Vorstands

- Gründung einer Schnittstellengruppe Schule-Hochschule in Zusammenarbeit mit der DMV und der MNU. Vertreter der GDM sind: Bärbel Barzel, Rolf Biehler und Gilbert Greefrath (Berater: Regina Bruder, Thomas Jahnke, Katja Lengnink).
- Seitens der GDM wurden Stellungnahmen zum Einsatz digitaler Werkzeuge und zur TEDS-M-Studie verfasst (siehe Homepage).
- Ausbau des Kontaktes zur GFD (Gesellschaft für Fachdidaktik):
 - Der 1. Vorsitzende war bei den Mitgliedertreffen am 06./07.05.2010 und 08.09.11.2010 in Berlin.
 - Die GFD hat jetzt ein Vorschlagsrecht für DFG-Gutachter. Bei der nächsten Wahl (Termin: 7. 11.–5. 12. Online-Wahl) kandidieren Kristina Reiss (TU München) und Elke Sumfleth (Didaktik der Chemie – Universität Duisburg-Essen). Weitere Informationen hierzu folgen.
- Die Kommission zur Lehrerbildung wird unter der neuen Leitung von Susanne Prediger weitergeführt. Wir danken dem bisherigen Sprecher Hans-Dieter Rinkens für sein fortwährendes (und hoffentlich auch zukünftiges) Engagement.

– Die Kommission veranstaltet eine Tagung „Eingangsmathematik Lehramtsstudiengänge“ am 28./29.10.11. Weitere Informationen hierzu folgen.

- Die Nachwuchsförderung wurde im letzten Jahr weiter verstärkt:
 - Das *Doktorandenkolloquium* fand in Bielefeld von 29.09.2010 bis 01.10.2010 mit 25 Teilnehmern statt. Experten: L. Hefendehl-Hebeker, W. Schipper und R. Sträßer. Vielen Dank an Rudolf vom Hofe für die Organisation.
 - Ein *GDM-GDCP-Workshop* zur Erstellung von DFG-Anträgen fand vom 22.–23.10.10 statt (S. Prediger, G. Kaiser und S. Schanze). Es gab 10 Teilnehmer. Experten: R. Sträßer, L. Herwartz-Emden und H. Schecker.
- Das Nachwuchsprogramm auf der GDM-Jahrestagung in Freiburg wurde von M. Vollstedt (Kiel) und M. Grahlmann (Oldenburg) organisiert. Es gab ein Nachwuchsforum und ExpertInnen-Gespräche. Zudem wurde ein Nachwuchsprogramm am Montag von den Veranstaltern der GDM-Jahrestagung in Freiburg organisiert und vom BMBF finanziert. Herzlichen Dank an A. Eichler und dem gesamten Organisationsteam in Freiburg.
- Es gab und gibt weiterhin Reisebeihilfen für Nachwuchswissenschaftler mit maximal einer halben Stelle.
- Das GDM-Doktorandenkolloquium findet 2012 in Karlsruhe statt.
- Am 28. 01.11 tagte die KMK-Abiturstandards-Gruppe. W. Blum, R. Bruder, M. Kleine sind Mitglieder der Leitungsgruppe. R. v. Hofe und H.-G. Weigand sind Berater dieser Gruppe.
- Hamburg (Gabriele Kaiser) bewirbt sich um die Ausrichtung der International Conference on Mathematics Education – ICME 13 (2016). Veranstalter ist die GDM mit Unterstützung von DMV und MNU. Es ist ein Veranstaltungsteam aus Mitgliedern der Universitäten Hamburg, Kiel, Lüneburg, Bremen und Oldenburg gebildet worden. Mitbewerber sind Prag und Durban (Südafrika). Am

25.–27.9.2011 wird eine Begutachtung des Veranstaltungsorts durch eine Kommission der ICMI stattfinden.

- Die GDM schreibt einen Photowettbewerb mit dem Thema „Lehren und Lernen von Mathematik“ aus. Es ist ein Preisgeld von insgesamt 350 € ausgeschrieben. Einsendeschluss ist der 30. Juni 2011.
- Die DMV-Mitteilungen werden ab diesem Jahr nur noch für diejenigen versendet, die sie explizit wünschen. Ggf. Nachricht an den Kassenwart.
- Die GDM dankt Susanne Prediger für die online-Stellung der Beiträge zum Mathematikunterricht.
- Kommende Jahrestagungen: 5.–9. 3. 2012 in Weingarten, 2013 Münster, 2014 Landau-Koblenz.

TOP 3: Bericht des Kassenführers bzw. des Kassenprüfers

Bericht des Kassenführers (Karel Tschacher)

Der Kassenbericht des Kassenführers umfasst die Offenlegung aller Kontostände der Einnahmen und Ausgaben im Jahr 2010.

Der Vorstand dankt Karel Tschacher für seine langjährige Arbeit als Kassenführer.

Bericht des Kassenprüfers (Fritz Haselbeck)

Die Kasse wurde am 20. und 21. 1. 2011 für das Rechnungsjahr 2010 von Fritz Haselbeck eingehend und gründlich geprüft.

Gegenstand der Revision waren die Kontolage zu Jahresbeginn, Einlauf- und Ausgabenvorgänge sowie der Kassenabschluss 2010. Die Gesamtbilanz wurde eingesehen, Bankauszüge und Rechnungsbelege wechselseitig verglichen und die Verbuchung der Rechnungsbeträge geprüft. Die Einnahmen und Ausgaben sind datengerecht vollständig und zeitlich geordnet verbucht. Die Übereinstimmung der Buchführung mit Rechnungsbelegen und Kontoauszügen wird bestätigt.

Dem Kassenführer wird eine sachlich einwandfreie und sehr gewissenhafte Buchführung bescheinigt. Der Mitgliederversammlung wird auf dieser Basis die Entlastung der Vorstandschaft empfohlen.

TOP 4: Entlastung des Vorstands

Kassenführer und Vorstand werden bei 4 Enthaltungen und keiner Gegenstimme von der Mitgliederversammlung entlastet.

Herr Haselbeck wird einstimmig erneut zum Kassenprüfer gewählt.

TOP 5: Nachwuchsförderung

Die GDM-Sommerschule findet vom 14. 9.–18. 9. 2011 in Kiel statt. Sie wird von Aiso Heinze und Maike Vollstedt organisiert und durchgeführt. Weitere Informationen folgen.

TOP 6: GDM-Förderpreis 2012

Es werden dieses Jahr wieder Bewerbungen für den GDM-Förderpreis entgegengenommen. Der Einsendeschluss ist der 1.8.2011. Gefördert werden Dissertationen. Das Preisgeld beträgt 2000 €.

TOP 7: Homepage und Datenbank der GDM

Ein herzliches Dankeschön gilt Ulli Kortenkamp für die Neugestaltung der Homepage (www.didaktik-der-mathematik.de). In „Mathopedia“ können Daten selber eingepflegt werden.

TOP 8: MATHEDUC (B. Wegner)

Herr Wegner stellt die Arbeit an der Datenbank Matheduc vor. Ca. 5000 Dokumente werden jährlich eingepflegt. Es gibt ein Abonnement für GDM-Mitglieder, mit dem die Datenbank von zu Hause über Username und Passwort zugänglich ist.

Herr Wegner bittet die Mitglieder der GDM, beim Einpflegen von Daten zu helfen.

Ab kommendem Jahr soll die Datenbank Matheduc zusammen mit dem Springer-Verlag angeboten werden. Herr Wegner wird als Chef-Editor von Matheduc ausscheiden. Wir danken Herrn Wegner für sein langjähriges Engagement.

TOP 9: Mitgliedsbeiträge bei Doppelmitgliedschaften

Der Vorstand unterbreitet folgenden Vorschlag für die finanzielle Reduzierung der Beiträge bei Doppelmitgliedschaften:

Bei Doppelmitgliedschaften in DMV, MNU ermäßigt sich der Beitrag um 10 %.

Der Vorschlag wird einstimmig angenommen.

TOP 10: Wahlen

Wahl des 1. Vorsitzenden

Für das Amt des ersten Vorsitzenden wird Hans-Georg Weigand vorgeschlagen.

Er erhält 114 Ja-Stimmen, 2 Enthaltungen und eine Gegenstimme. Hans Georg Weigand nimmt die Wahl an.

Wahl der Kassenführerin

Für die Wahl zur Kassenführerin wird Christine Bescherer (Ludwigsburg) vorgeschlagen.

Sie erhält 112 Ja-Stimmen, 3 Enthaltungen und 3 Gegenstimmen. Sie nimmt die Wahl an.

Wahlen zum GDM- Beirat

Aus dem Beirat scheiden aus: Eva Vasarhelyi (keine Wiederwahl möglich), Timo Leuders, Roland Keller, Edith Schneider (alle wiederwählbar).

Zur Wahl vorgeschlagen werden:

Roland Keller, Edith Schneider, Ulli Kortenkamp und Timo Leuders

Die Wahl ergibt: R. Keller (109 Stimmen), E. Schneider (108 Stimmen), U. Kortenkamp (108 Stimmen) und T. Leuders (95 Stimmen). Alle vier Kandidat/inn/en nehmen die Wahl an.

TOP 11: Zeitschriften

Journal für Mathematikdidaktik (Rolf Biehler)

Das JMD ist über Springer online verfügbar und erfreut sich großer Beliebtheit.

Der Manuskriptvorrat für 2011 beträgt 25 Beiträge, die Manuskriptlage ist jedoch angespannt. Das JMD ist insbesondere auch an der Publikation von Ergebnissen aus Dissertationen interessiert. Eine Beratung für Autor/inn/en wird angeboten.

Die inhaltliche Ausrichtung liegt derzeit schwerpunktmäßig bei empirischen Arbeiten zur Mathematikdidaktik. Für die Weiterentwicklung des JMD werden insbesondere theoretische Beiträge, historische Beiträge, Übersichtsartikel und „stoffdidaktische“ Artikel gewünscht.

Für die kommenden Jahre sind bereits zwei Themenschwerpunkte vorgesehen:

1/2012 Empirical Research on Mathematical Modelling;

2012/13 Kompetenzentwicklung und -messung. Gesucht werden noch Ideen und Mitherausgeber/innen für weitere Themenschwerpunkte. Es wird eine Retrodigitalisierung des JMD ab 1980 vorgenommen. Dafür müssen die jeweiligen Autor/inn/en zustimmen. Ein Rundbrief mit Hinweisen und Formblättern mit entsprechenden Copyrightklärungen wird derzeit vorbereitet.

ZDM (Gabriele Kaiser)

Der 1. Vorsitzende berichtet, dass sich die das „ZDM – International Journal on Mathematics Education“ ganz ausgezeichnet entwickelt und sich vor allem im asiatischen Raum großer Beliebtheit erfreut.

Mathematica Didactica (Andreas Eichler)

Andreas Eichler wirbt um Beiträge für die Zeitschrift *Mathematica Didactica*. Eingereichte Beiträge durchlaufen ein Gutachterverfahren.

Der Mathematikunterricht (Stefan Deschauer)

Die Themenhefte der Zeitschrift sind bereits bis zum vorletzten Heft 2013 fest geplant. Für die Rubrik „Kleingedrucktes im Gespräch“ sind aber weiterhin fortwährend Ideen gefragt.

TOP 12: Verschiedenes

Es liegen keine Punkte vor.

Hans-Georg Weigand (1. Vorsitzender)
Katja Lengnink (Schriftführung)