



Editorial: Volitionale Bereitschaft

Liebe Leserinnen und Leser,

dieser Tage wird viel über die laufende Überarbeitung der Standards zur Lehrkräftebildung in Berlin diskutiert. Darin werden gegenstandsübergreifende fachdidaktische Aspekte formuliert, die die erste und zweite Ausbildungsphase der Lehrkräftebildung prägen sollen. Außerdem werden konkrete Inhalte und gegenstandsbezogene fachdidaktische Aspekte von Studium und Vorbereitungsdienst in Mathematik aufgelistet. Hierin enthalten sind insbesondere die inhaltlichen Themen, die für beide Phasen relevant sein sollen. Zur Basisqualifikation aller Lehrkräfte gehört in der Entwurffassung demnach unter anderem „Elementares, anschauliches Argumentieren und Beweisen“ (Stand: 21. Juni 2026). Sicherlich sind wir uns mehrheitlich einig, dass eine bloße Vorführung dieser Inhalte in Seminaren und Vorlesungen nicht ausreicht. Vielmehr sollte der Lernerfolg kompetenzorientiert angelegt sein. Dazu gehört auch, die motivationale, volitionale und soziale Bereitschaft der zukünftigen Lehrkräfte zu wecken (Weinert, 2001).

So habe ich beispielsweise im Zuge der Auseinandersetzung mit der Ionischen Periode der griechischen Antike innerhalb meines Seminars zur mathematischen Vertiefung an der TU Dresden wieder die Freude am Erkunden der historischen Genese mathematischer Sätze und Begriffe beobachten können. Wie unwirklich diese naturverbundene, mystische Epoche war, die Wußing (1979) in seiner Vorlesung zur Geschichte der Mathematik beschreibt, mag man kaum mit der Perspektive heutigen Wissens nachvollziehen können. Er hält darin fest, dass das Bedürfnis Thales' von Milet, zu erkennen, welche der konträren Sätze aus Mesopotamien oder dem alten Ägypten nun die richtigen seien, das Beweisbedürfnis der Mathematik weckte. Wer verschiedenen, sich widersprechenden Behauptungen gegenübersteht, müsse notwendigerweise eine Methode entwickeln, um das Richtige vom Fehlerhaften zu unterscheiden, so Wußing. Je effizienter diese Methode für die eigene Suche nach dem Wahren ist, desto erfolgreicher ist sie. Und Thales von Milet muss sehr erfolgreich gewesen sein, wenn sich sein Name über 2600 Jahre bis in die heutige Zeit trägt. Thales soll als Erster bewiesen

haben, dass der Peripheriewinkel im Halbkreis stets ein rechter Winkel ist, so berichtet es jedenfalls van der Waerden (1966) in „Erwachende Wissenschaft“, der Diogenes Laertios (um 200 n. Chr.) zitiert, der wiederum Pamphile (um 50 n. Chr.) zuspricht, was diese ihrerseits nur vom Hörensagen kannte. Insgesamt folglich eine wilde, explorative Zeit, die viel Raum für Erkundungen ließ.

Es sei dahingestellt, ob die Beschäftigung mit Thales eine Motivation bezüglich mathematischem Argumentieren und Beweis im Sinne der Kompetenzorientierung schafft. Nicht für jede bzw. jeden gehört der historische Aspekt seiner wissenschaftlichen Disziplin zum Lieblingsfach, aber – und das erlebe ich oft – die Geschichte der Mathematik zeigt uns, an welchen mathematischen Phänomenen die volitionale Bereitschaft der Wissenschaft hergestellt wurde. Sie bietet damit eine Orientierung darüber, welchen ursprünglichen Sinn und welche Bedeutung der mathematische Inhalt im Entstehen der Wissenschaft Mathematik hatte und welchen Sinn diese für Lehrkräfte entfalten könnte. Wie schon Toeplitz (1927, S. 92) vor knapp 100 Jahren festhielt:

... alle [...] Gegenstände [...] die heute als kanonisierte Requisiten gelehrt werden [...] und bei denen nirgends die Frage berührt wird: warum so? wie kommt man zu ihnen?, alle diese Requisiten also müssen doch einmal Objekte eines spannenden Suchens, einer aufregenden Handlung gewesen sein, nämlich damals, als sie geschaffen wurden.

Genau dieses phänomenologische Suchen nach Mustern und Strukturen macht für mich einen Mathematikunterricht aus, der zur gemeinsamen Beschäftigung mit Mathematik anhält und so volitionale Bereitschaft bei Lehrkräften entfalten kann.

Viel Freude beim Lesen des aktuellen Hefts

Sebastian Schorcht
Schriftführung der GDM

In diesem Heft

1 Editorial: Volitionale Bereitschaft

4 Grußwort des 1. Vorsitzenden

Digitales Lehren und Lernen

5 Vibe Coding als Assessment fachdidaktischer und KI-bezogener Kompetenzen – Erfahrungen aus dem Lehrprojekt KIVIMA

Valentin Katter und Nicolás Alejandro Alarcón Relmucao

9 Das NIM-Spiel und die KI – eine fachdidaktische Erkundung

Andreas Kirsche

16 Moodle-Selbsttests für eine Geometrie-Vorlesung

Manuel Quaschner, William Böttinger, Max Krischeu, Laura Lindemann und Vladimir Matveev

Magazin

19 Exploring Mathematics Education in various Countries – Interview with Jinho Kim, the President of the Korean Society of Mathematical Education (KSME)

Sebastian Schorcht

24 Multiplizierende als Schlüsselfaktor für gelingenden Transfer im Programm QuaMath?

Hannah Krickau und Svea Hallemann

31 Warum die Quantenmechanik für Lehrende von Bedeutung ist, obwohl sie in der Schule nicht vorkommt

Hanns Sommer

36 Wie Sprachmodelle Sprache verstehen – Ein Blick hinter die Mathematik von ChatGPT und Co.

Martin Vogt

Diskussion

42 KI kann alle Matheaufgaben lösen: Was nun?

Jürgen Maaß

43 From Snow White to mathematical stories

Antonella Perucca

45 KMK-Entscheidung behindert den Einsatz von Künstlicher Intelligenz im Mathematikunterricht – Kritische Auseinandersetzung mit den geplanten Einschränkungen bei der MMS-Benutzung mit dem Fokus auf Problemlöseprozessen

Helmut Springstein

50 Ein Beitrag zur Diskussion MMS versus CAS, DGS usw.

Jens Weitendorf

Aktivitäten

- 60 Neues aus der Nachwuchsvertretung
Fabian Rösken, Lisa Birk, Theresa Büchter, Gerrit Loth und Johanna Scharlau
- 63 Einladung zur GDM-Mitgliederversammlung
- 64 Protokoll der Mitgliederversammlung am 5. 3. 2026 im Rahmen der GDM-Tagung 2026 in Wuppertal
Sebastian Schorcht

Arbeitskreise

- 71 Arbeitskreis: Argumentieren, Begründen und Beweisen
Leander Kempen und Michael Meyer
- 72 Arbeitskreis: Frauen, Gender & Diversity und Mathematik
Lara Gildehaus, Renate Motzer und Christine Scharlach
- 74 Arbeitskreis: Mathematiklehren und -lernen in Ungarn
Gabriella Ambrus, Zsuzsanna Jánvári und Johann Sjuts
- 76 Arbeitskreis: Mathematikunterricht und Mathematikdidaktik in Österreich
Myriam Burtscher, Stefan Götz und Edith Schneider
- 81 Arbeitskreis: Vernetzungen im Mathematikunterricht
Thomas Borys und Matthias Brandl

Tagungsberichte

- 83 Das war die Jahrestagung der GDM 2026 – Forschen in Vielfalt zwischen Bergen und Tälern
Lena Radünz
- 87 KI- und Data-Literacy als Bildungsaufgabe – Rückblick auf das AIDEA Symposium 2025 in Salzburg
Sarah Schönbrodt und Susanne Podworny

Personalia

- 89 Prof. Dr. Peter Bender – Grundvorstellungen und Grundverständnisse zum 80. Geburtstag
Tobias Huhmann, Kordula Knapstein und Gerda Werth
- 91 Würdigung von Prof. Dr. Peter Gallin zu seinem 80. Geburtstag
Stephan Hußmann
- 93 Nachruf für Prof. Herbert Martin Löthe
Christine Bescherer und Rose Vogel
- 95 Nachruf für Prof. Dr. Hartwig Meißner
Gilbert Greefrath und Stanislaw Schukajlow
- 96 Nachruf auf Prof. Dr. Michael Otte
Gert Schubring

- 100 Die GDM / Impressum

Grußwort des 1. Vorsitzenden

Liebe Leserinnen und Leser,
mit der vorliegenden Ausgabe der *Mitteilungen der GDM* liegt bereits ein ereignisreiches Jahr hinter unserer Fachgesellschaft. Besonders prägend war die GDM-Jahrestagung 2026 an der Bergischen Universität Wuppertal. Die Tagung bot erneut eindrucksvoll Gelegenheit für wissenschaftlichen Austausch, Diskussionen über aktuelle Entwicklungen in Forschung und Praxis sowie persönliche Begegnungen innerhalb unserer Community. Mein herzlicher Dank gilt dem gesamten Organisationsteam in Wuppertal, das mit großem Engagement und viel Gastfreundschaft eine hervorragend vorbereitete und inhaltlich vielfältige Tagung ermöglicht hat. Solche Veranstaltungen sind das Herzstück unserer Fachgesellschaft – nicht nur aufgrund der wissenschaftlichen Qualität, sondern auch, weil sie Räume für Vernetzung, Nachwuchsförderung und gemeinsame Perspektiventwicklung schaffen.

Neben den zahlreichen fachlichen Beiträgen und Arbeitskreisaktivitäten standen in Wuppertal auch Fragen im Zentrum, die unsere Fachgesellschaft derzeit in besonderer Weise bewegen. Dazu gehört zum Beispiel die Weiterentwicklung der Standards für die Lehrkräftebildung im Fach Mathematik. Die Überarbeitung der KMK-Standards sowie der ländergemeinsamen inhaltlichen Anforderungen bietet die Chance, Studium und Vorbereitungsdienst kohärenter aufeinander zu beziehen und den kumulativen Kompetenzaufbau angehender Mathematiklehrkräfte systematisch zu stärken. Zugleich wirft dieser Prozess wichtige fachliche und strukturelle Fragen auf: Welche fachlichen und fachdidaktischen Anforderungen sind für das Lehramt Mathematik zentral? Wie können diese transparent formuliert und phasenübergreifend weiterentwickelt werden? Und wie lassen sich fachbezogene Standards mit übergreifenden Anforderungen sinnvoll verzahnen?

Es freut mich sehr, dass das auf der Tagung angebotene Diskussionsforum zu diesem Thema auf großes Interesse gestoßen ist und erfreulich gut besucht war. Dies zeigt, wie stark das Thema in unserer Community verankert ist und wie groß der Wunsch nach Austausch und Mitgestaltung ist. Der Vorstand wird diesen Prozess weiterhin aktiv begleiten und Möglichkeiten schaffen, die Expertise der Mitglieder unserer Fachgesellschaft systematisch einzubringen.

Ein weiterer wichtiger Punkt wurde auf der Mitgliederversammlung sowie im Beirat mit Blick auf das Jahr 2027 diskutiert: Wie bereits vielfach kommuni-

ziert, wird 2027 keine reguläre GDM-Jahrestagung stattfinden können, da es keinen Austragungsstandort gibt. Um den wissenschaftlichen Austausch innerhalb unserer mathematikdidaktischen Community dennoch zu fördern, haben wir als GDM-Vorstand 2027 als *Jahr der Arbeitskreise* ausgerufen. Die Arbeitskreise prägen die GDM in besonderer Weise durch ihre thematische Vielfalt, fachliche Tiefe und kontinuierliche Vernetzung. Das Jahr 2027 bietet die Möglichkeit, diese Stärken noch sichtbarer zu machen und auch alternative Tagungs- und Austauschformate gezielt zu erproben.

Besonders erfreulich ist, mit welchem Engagement viele Arbeitskreise bereits begonnen haben, das Jahr 2027 für sich zu gestalten. Der Vorstand unterstützt dies durch koordinierende Maßnahmen, etwa durch einen gemeinsamen Veranstaltungskalender, die Bündelung von Calls auf der GDM-Homepage sowie die Kommunikation über unsere bestehenden Kanäle. Ich sehe hierin nicht nur eine organisatorische Alternative zur Jahrestagung, sondern auch die Chance, neue Formate des wissenschaftlichen Austauschs zu erproben und thematische Schwerpunkte gezielter zu vertiefen.

Ein besonderes Anliegen ist uns dabei die aktive Einbindung des wissenschaftlichen Nachwuchses. Gerade im Rahmen kleinerer und thematisch fokussierter Formate können Nachwuchswissenschaftlerinnen und Nachwuchswissenschaftler oft besonders niedrigschwellig Verantwortung übernehmen, eigene Forschung sichtbar machen und sich in bestehende Netzwerke einbringen. Ich freue mich sehr, dass viele Arbeitskreise diesen Gedanken bereits aufgreifen und entsprechende Angebote mitdenken.

Die Arbeit in der GDM lebt von genau diesem Zusammenspiel: von etablierten Strukturen und neuen Ideen, von wissenschaftlicher Expertise und kollegialer Zusammenarbeit, von Kontinuität und Weiterentwicklung. Auch im Vorstand erleben wir diese Zusammenarbeit als sehr konstruktiv und engagiert. Für diese gemeinsame Arbeit bin ich sehr dankbar.

Ich wünsche Ihnen eine anregende Lektüre der vorliegenden Ausgabe und freue mich auf die weiteren Begegnungen und Diskussionen in unserer Fachgesellschaft.

Mit herzlichen Grüßen

Florian Schacht
Erster Vorsitzender der GDM

Vibe Coding als Assessment fachdidaktischer und KI-bezogener Kompetenzen

Erfahrungen aus dem Lehrprojekt KIVIMA

Valentin Katter und Nicolás Alejandro Alarcón Relmucao

Der Einsatz von KI in der Hochschullehre verändert derzeit grundlegend die Diskussion über Lernen, Lehren und Prüfen. Während einige vor negativen Auswirkungen auf den Kompetenzerwerb warnen, sehen andere darin die Chance, (Hochschul-)lehre neu zu denken und stärker auf Prozesse des Verstehens und Reflektierens auszurichten. Auf der einen Seite stehen die Bedenken. Da ist zunächst das Phänomen, welches mit dem Begriff *Skill Skipping* beschrieben wird (Nuxoll 2024). Wenn Lernende KI nutzen, um den Bearbeitungsprozess zu überspringen, gehen potentielle Lerngelegenheiten zum Aufbau mathematischer Kompetenzen verloren. Eng damit verwandt ist das Phänomen des *Cognitive Offloading*, das Fan et al. (2025) empirisch nachweisen konnten. Lernende, die mit generativer KI arbeiteten, erzielten kurzfristig bessere Ergebnisse, lagerten jedoch systematisch die metakognitiven Schritte des Planens, Überwachens und Evaluierens, die für nachhaltiges Lernen entscheidend sind, an die KI aus. Bastani et al. (2025) konnten in diesem Zusammenhang zeigen, dass der unreflektierte KI-Einsatz beim Lernen den Kompetenzerwerb langfristig beeinträchtigen kann und Laun et al. (2026) kommen für den Mathematikunterricht zu dem Ergebnis, dass menschliches Tutoring bei Modellierungsaufgaben größere Leistungszuwächse ermöglicht als KI-gestützte Unterstützung. Dazu kommt das Problem der Fehlinformation: LLMs halluzinieren, sie erfinden Quellen, formulieren fachlich klingende Sätze ohne inhaltliche Substanz oder verwenden mathematische Fachbegriffe fehlerhaft (Katter & Huget, 2026).

Auf der anderen Seite stehen Potenziale. Mertens (2025) thematisiert in ihrer Arbeit die Potenziale eines chancengerechten Einsatzes generativer KI und weist darauf hin, dass LLMs bestehende Bildungsgleichheiten abmildern könnten, indem sie Lernenden unabhängig von ihrer Bildungsbiografie einen niedrigschwelligen Zugang zu individueller Unterstützung ermöglichen. Weißels und Maibaum (2026) argumentieren außerdem, dass generative KI bei reflektiertem Einsatz nicht zwangsläufig zum Verlust von Kompetenzen führt, sondern sehen im Konzept des *Newskilling* den möglichen Erwerb neuer Fähigkeiten, die ohne KI gar nicht entstehen würden. Walkington et al. (2025)

zeigen zudem, dass generative KI im Mathematikunterricht kreative Prozesse freisetzen kann, die im traditionellen Unterricht kaum entstehen würden. In ihrer Studie entwickelten Mittelschüler*innen mit ChatGPT eigene mathematische Aufgaben und passende Illustrationen, die ihre persönlichen Interessen aufgriffen. Auch aus didaktischer Perspektive eröffnet KI neue Möglichkeiten. Puentedura (2014) beschreibt mit seinem SAMR-Modell verschiedene Stufen des Technologieeinsatzes, von der einfachen Substitution bis hin zur Redefinition, also der Schaffung von Lernformaten, die ohne digitale Technologie nicht realisierbar wären. Genau auf dieser höchsten Stufe kann kompetent eingesetzte KI wirksam werden, indem Aufgabenformate entwickelt werden, die zuvor schwer umzusetzen waren.

Die didaktischen Potenziale von KI für die Hochschullehre zeigen sich besonders dort, wo nicht lediglich bestehende Aufgaben schneller bearbeitet werden, sondern neue Formen mathematischer Tätigkeit entstehen. Interessant werden KI-gestützte Lernumgebungen insbesondere dann, wenn sie kreative Prozesse anregen, mathematisches Kommunizieren fördern und prozessbezogene Kompetenzen sichtbar machen.

Das Lehrprojekt KIVIMA – KI-gestützte Visualisierungen im Mathematikunterricht

Das über zwei Semester laufende und vom Qualitätsfond für Lehre der Uni Bielefeld geförderte Lehrprojekt „KIVIMA – KI-gestützte Visualisierungen im Mathematikunterricht“ richtet sich an Lehramtsstudierende der Mathematik für die Sekundarstufen. Es adressiert zwei zentrale Desiderate der Lehramtsausbildung, die von Studierenden regelmäßig artikuliert werden: (1) Ein stärkerer Praxisbezug im Studium und (2) der Wunsch nach konkreten Anwendungen von KI im Mathematikunterricht. Die Idee des Projekts ist es, Studierende im Vibe Coding zu unterrichten und sie am Ende des Semesters mit Schulklassen im Lehr-Lernlabor teuto-lab mathematik ihre entwickelten Lernumgebungen erproben zu lassen. Das bewährte Laborkonzept, in dem Kleingruppen nacheinander drei Stationen durch-

laufen, ermöglicht es jedem Studierendenteam, seine Visualisierung mehrfach im Unterrichtseinsatz zu erproben und zu reflektieren.

Vibe Coding im Mathematikunterricht

Den Begriff „Vibe Coding“ prägte der KI-Forscher Andrej Karpathy im Februar 2025 in einem Beitrag auf dem sozialen Netzwerk X (x.com/karpathy/status/1886192184808149383). Er beschreibt damit ein Vorgehen, bei dem Nutzende vollständig auf den natürlichsprachlichen Dialog mit einem LLM vertrauen, ohne sich um die technische Implementierung zu kümmern (vgl. Dilling 2026). Das LLM übernimmt dabei die gesamte Programmierung, während die Nutzenden lediglich beschreiben, was die Anwendung leisten soll. Für den Mathematikunterricht bringt dieses Prinzip gewisse Vorteile mit sich. Die Aufmerksamkeit kann vollständig auf die mathematische Idee und die inhaltliche Substanz des geplanten Applets gerichtet werden. Auch ohne Programmierkenntnisse lassen sich vielfältige digitale Lernangebote wie spielerische Lernumgebungen, Lernapps, Lernpfade oder Quizzes entwickeln. Wie Dilling (2026) in seinem Überblicksbeitrag ausführt, eignet sich Vibe Coding besonders für die Erstellung mathematischer Applets, da diese klar abgegrenzte Ziele verfolgen und sich mit einer überschaubaren Menge Code umsetzen lassen.

Einsatzmöglichkeiten und Erfahrungen aus dem Seminar

Im Seminar KIVIMA haben Studierende in einem iterativen Prozess interaktive HTML-Lernumgebungen zu zentralen mathematischen Themen der Sekundarstufe I entwickelt. Mit einem Initialprompt wurden erste Applet-Versionen erzeugt, die anschließend kritisch evaluiert und durch weitere Prompts schrittweise verfeinert wurden. Entstanden sind dabei Bruch-Memory-Spiele, Lernpfade zur quadratischen Ergänzung und Simulationen des Galtonbretts. Da der Einsatz von Vibe Coding in der mathematikdidaktischen Hochschullehre einen neuartigen Ansatz darstellt, werden Potenziale und Grenzen dieses Vorgehens kontinuierlich und in enger Rückkopplung mit den Studierenden evaluiert. Der Entwicklungsstand des Seminars sowie ausgewählte Materialien werden auf der Plattform kivima.eu dokumentiert und der Fachöffentlichkeit zugänglich gemacht. Im Verlauf der Umsetzung des Vibe-Coding-Ansatzes mit den Studierenden wurde dabei schnell deutlich, dass ein gelungener Prozess vor allem eine klare didaktische Idee voraussetzt. Wer nicht weiß, welche mathematischen Handlungen ein Applet ermöglichen soll, hat Probleme es sinnvoll zu prompten.

Der Erstellungsprozess selbst wird so zur Gelegenheit, fachliches und didaktisches Wissen zu reflektieren.

Mit welchen Tools kann man Vibe Coden?

Grundsätzlich lässt sich Vibe Coding mit jeder LLM-Oberfläche betreiben. Im Seminar wurde zunächst mit BIKI, der hochschuleigenen KI-Plattform der Universität Bielefeld, gearbeitet, über die verschiedene Sprachmodelle zugänglich sind. Dabei zeigte sich jedoch schnell, dass die Qualität der generierten Applets stark vom gewählten Modell abhing. Bei ungeeigneten Modellen entstanden Lernumgebungen, die kaum verwendbar waren und das didaktische Ziel verfehlten. Als besonders geeignet erwiesen sich im Seminar ChatGPT (OpenAI) und Claude (Anthropic), die beide im regulären Chatmodus solide Ergebnisse liefern und im jeweiligen Code-Modus nochmals deutlich bessere. Beide Plattformen ermöglichen zudem eine direkte Vorschau des erzeugten HTML-Codes, was den iterativen Überarbeitungsprozess erheblich erleichtert. ChatGPT bietet darüber hinaus mit der Codex-Umgebung und der direkten GitHub-Integration die Möglichkeit, erstellte Applets unmittelbar zu hosten und an der überarbeiteten Datei weiterzuarbeiten, was den Workflow der schrittweisen Verbesserung spürbar vereinfacht. Ergänzend wurde im Seminar auch Canva genutzt, das über eine KI-gestützte Funktion zur Erstellung interaktiver Inhalte verfügt. Hervorzuheben ist dabei das visuelle Design der erzeugten Applets, das im ersten Vergleich zu ChatGPT und Claude deutlich ansprechender ausfiel. Interessantes Potenzial zeigte sich hier insbesondere für stochastische Inhalte. So ließen sich etwa Applets zum Ziegenproblem, zur Monte-Carlo-Methode und zur Binomialverteilung mit vergleichsweise einfachen Prompts erstellen, deren Umsetzung in GeoGebra einen deutlich höheren Zeitaufwand erfordert hätte und die sich beispielsweise für Demonstrationszwecke im Unterricht eignen.

- Ziegenproblem: ziegenproblem.my.canva.site/c0qqey65xeqn83ta
- Monte Carlo Simulation: ziegenproblem.my.canva.site/monte-carlo-methode
- Binomialverteilung: ziegenproblem.my.canva.site/binomialverteilung

Grenzen und Herausforderungen

Ein ehrlicher Bericht über das Seminar muss auch die Grenzen des Vibe Codings thematisieren, denn auch wir haben im Verlauf des Semesters den klassischen Hype-Zyklus durchlaufen. Die anfängliche Begeisterung wich mit zunehmender Praxis einem nüchterne-

ren Blick auf das, was tatsächlich gut funktioniert und was nicht.

Ein häufig auftretendes Problem lässt sich am besten mit dem Ripple-Effect beschreiben. Ändert man über einen neuen Prompt eine bestimmte Funktion des Applets, verändert das LLM gleichzeitig auch andere, nicht adressierte Bereiche des Codes. Dadurch können in zuvor stabil laufenden Applets plötzlich neue Fehler auftauchen oder mathematische Darstellungen voneinander abweichen. Ein zweites Problem betraf die technische Umsetzung. Die von LLMs erzeugten HTML-Dateien ließen sich auf Windows-Laptops problemlos lokal öffnen, auf iPads hingegen nicht ohne Weiteres. Im Seminar wurde als Lösung der webbasierte Dienst OneCompiler (onecompiler.com) eingesetzt, über den HTML-Code direkt im Browser ausgeführt werden kann, ohne lokale Speicherung. Schließlich zeigte sich das Problem, dass selbst kleinste Änderungen am Code, wie etwa die Korrektur einer fehlerhaften mathematischen Notation wie „x2“ statt „x²“, häufig von den Studierenden nicht direkt vorgenommen werden konnten, sondern erneut den Einsatz der KI erforderten. Wer die grundlegende Syntax von HTML kennt, könnte solche Korrekturen schnell händisch vornehmen. Wer es nicht tut, muss einen neuen Prompt formulieren, hoffen, dass das LLM die richtige Stelle ändert, und anschließend prüfen, ob dabei nichts anderes kaputtgegangen ist. Fawzy et al. (2025) beschreiben dieses Muster als strukturelles Problem des Vibe Codings. Die Qualitätssicherung bleibt häufig aus oder wird unkritisch an die KI delegiert, weil die nötige Kompetenz fehlt, um Ergebnisse eigenständig zu beurteilen. Diese Abhängigkeit von einem System, das man nicht durchschauen kann, macht deutlich, dass ein gewisses Grundverständnis für Code auch beim Vibe Coding hilfreich bleibt.

Vibe Coding als Assessment – eine neue Perspektive

Die größte Überraschung des Seminars war keine technische, sondern eine didaktische: Im Laufe der Sitzungen kristallisierte sich heraus, dass der Prozess des Vibe Codings selbst ein äußerst aufschlussreiches Diagnoseinstrument darstellt. Wer ein mathematisches Konzept visualisieren soll, muss es zunächst selbst gut durchdacht haben. Welche Größen sind variabel? Welche Darstellungsform ist mathematisch korrekt? Welche Interaktionen sollen möglich sein? Diese Fragen können nicht durch generische Prompts beantwortet werden, sondern verlangen fachliches Verständnis.

Darüber hinaus wird im Vibe Coding auch die KI-Kompetenz der Studierenden sichtbar. Wer Prompts

formuliert, die den Kontext der Aufgabe mitliefern, also z. B. die Zielgruppe, das mathematische Thema, gewünschte Darstellungsweisen oder didaktische Schritte, erhält qualitativ hochwertigere Ergebnisse als jemand, der nur einen Satz eingibt. Der Vibe-Coding-Prozess wird damit zu einer Form des project-based assessment, das sowohl fachliches als auch KI-bezogenes Kompetenzerleben ermöglicht.

Diese Erkenntnis hat die ursprüngliche Projektidee verschoben. Die Ausgangsidee war es, dass Studierende Materialien erstellen und diese dann mit Schulklassen erproben. Die neue Perspektive versteht die Materialerstellung selbst als Aufgabe. Vibe Coding wird zum neuen Lerngegenstand sowohl für Studierende als auch, in einem nächsten Schritt, für Schülerinnen und Schüler. Die Studierenden, die im Laufe des Semesters Expertise im Vibe Coding aufgebaut haben, können diese Expertise unmittelbar an Schülerinnen und Schüler weitergeben. Die SuS werden selbst kreativ: Sie visualisieren ein mathematisches Konzept, das sie gerade lernen, mithilfe von KI und müssen dafür sowohl das Konzept verstehen als auch darüber kommunizieren. Das eröffnet eine Lernform, die weit über das Bearbeiten mathematischer Aufgaben hinausgeht. Es geht um projektbasiertes, kreatives Arbeiten an mathematischen Ideen, verbunden mit dem kompetenten Umgang mit KI. Diese Verschiebung von der Produkt- hin zur Prozessorientierung deckt sich mit den Handlungsempfehlungen der KMK (2024), die im Sinne eines formativen Assessments empfehlen, Leistungsbewertung „weg von der Produkt- hin zur Prozessorientierung zu lenken, wobei der Reflexion durch die Lernenden eine entscheidende Rolle zugesprochen wird“ (KMK, 2024, S. 7).

Literatur

- Bastani, H., Bastani, O., Sungu, A., Ge, H., Kabakci, O., & Mariman, R. (2025). Generative AI can harm learning. *Proceedings of the National Academy of Sciences*, 122(26). DOI: [10.1073/pnas.2422633122](https://doi.org/10.1073/pnas.2422633122)
- Dilling, F. (2026). Programmieren mit KI für den Mathematikunterricht. Kann Vibe Coding die Entwicklung digitaler Unterrichtsressourcen revolutionieren? *Mitteilungen der Gesellschaft für Didaktik der Mathematik*, 120, 13–19.
- Fan, Y., Tang, L., Le, H., Shen, K., Tan, S., Zhao, Y., Shen, Y., Li, X. & Gašević, D. (2025). Beware of metacognitive laziness: Effects of generative artificial intelligence on learning motivation, processes, and performance. *British Journal of Educational Technology*, 56, 489–530. DOI: [10.1111/bjet.13544](https://doi.org/10.1111/bjet.13544)
- Fawzy, A., Tahir, A. & Blincoe, K. (2025). Vibe coding in practice: Motivations, challenges, and a future outlook – a grey literature review. [arXiv:2510.00328](https://arxiv.org/abs/2510.00328)

- Katter, V. & Huget, J. (2026) Förderung digitaler Kompetenzen durch LLMs – Darstellungswechsel quadratischer Funktionen mit ChatGPT. *mathematica didactica* [im Druck]
- KMK. (2024). Handlungsempfehlung für die Bildungsverwaltung zum Umgang mit Künstlicher Intelligenz in schulischen Bildungsprozessen. Beschluss der Bildungsministerkonferenz vom 10. 10. 2024. Sekretariat der Kultusministerkonferenz.
- Laun, M., Katter, V., Salle, A., & Wolff, F. (2026). Human tutors outperform ChatGPT in teaching mathematical modeling tasks, yet self-concept matters. [Manuskript eingereicht].
- Mertens, C. (2025). Chancengerechtigkeit beim Einsatz Künstlicher Intelligenz (KI) in sonderpädagogischen und inklusiven Schulsettings. *Zeitschrift für Heilpädagogik*, 76.
- Nuxoll, F. (2024). Skill Skipping. Was Lehrpersonen tun können, damit KI nicht Lernprozesse verhindert. *Lehren & Lernen*, 50(6), 11–12. DOI: [10.25656/01:32580](https://doi.org/10.25656/01:32580)
- PuenteDura, R. (2014). *Building transformation: An introduction to the SAMR model*. Online verfügbar unter: www.hippasus.com/rpweblog/archives/2014/08/22/BuildingTransformation_AnIntroductionToSAMR.pdf (Zugriff: 26. 5. 2026).
- Weßels, D. & Maibaum, M. (2026). Vom Deskillung zum Newskilling mit KI. *Forschung & Lehre*, 2. 2. 2026. Online verfügbar unter: www.forschung-und-lehre.de/lehre/vom-deskillung-zum-newskilling-mit-ki-7512 (Zugriff: 26. 5. 2026).
- Walkington, C., Pando, M., Lipsmeyer, L. L., Beauchamp, T., Sager, M. & Milton, S. (2025). Middle school girls using generative AI to engage in mathematical problem-solving. *Mathematical Thinking and Learning*, 1–22. DOI: [10.1080/10986065.2025.2542724](https://doi.org/10.1080/10986065.2025.2542724)
- Valentin Katter, Universität Bielefeld
vkatter@uni-bielefeld.de
- Nicolás Alejandro Alarcón Relmucao, Universität Bielefeld
nicolas.alarcon@uni-bielefeld.de

Das NIM-Spiel und die KI – eine fachdidaktische Erkundung

Andreas Kirsche

Einführung

Vor mir liegt ein Artikel zum Strategiespiel NIM von (Krauthausen et al., 2025) und regt mich dazu an, weiter zu denken. Welche Potentiale hat eine Künstliche Intelligenz (KI) in einem solchen Setting? Unterstützt sie die Kinder beim Entdecken der entscheidenden Gewinnstrategie? Schafft sie es, ein authentisches Interesse am Finden einer solchen Strategie zu zeigen? Was ist ihre Rolle? Ist sie ein Arbeitsmittel, ein Tutor, ein Assistent? Auf dem Weg zur Beantwortung dieser Fragen wage ich einen Selbstversuch. Ich stelle mir die Aufgabe, einer KI das Spiel NIM beizubringen und beobachte, wie ich mit ihr zusammen auf eine Entdeckungsreise nach Mustern und Strukturen gehe. Aus dieser Beobachtung heraus versuche ich für gewisse Lernsituationen notwendige Kriterien abzuleiten, wann der Einsatz von KI produktiv ist.

Dieser Erfahrungsbericht möchte Sie auf diese Entdeckungsreise mitnehmen und ja, wir – die KI und ich – haben ein bemerkenswertes Muster entdeckt, welches hier als mathematisches Phänomen vorgestellt wird. Neben dem fachlichen Inhalt berücksichtige ich beim Berichten auch technologische (Umgang mit der KI) und pädagogische (Potentiale und Grenzen der KI) Überlegungen im Sinne des TPACK-Modells von (Koehler et al., 2014).

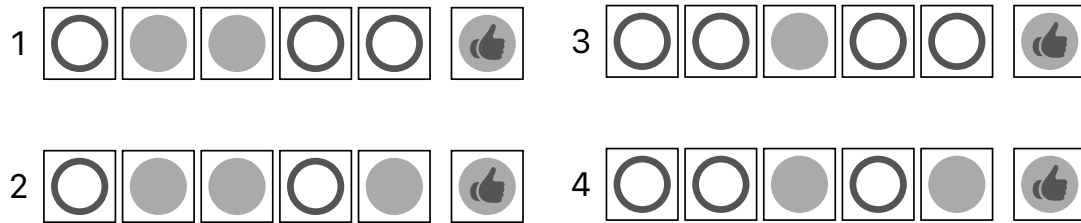
Das Spiel Elementar NIM und die Datenbank

Ich möchte der KI das Spiel NIM beibringen, genauer Elementar NIM (Müller & Wittmann, 1984, S. 72–75). Das Spiel wurde von Etzold als digitale Applikation entwickelt (Etzold, n. d.), wobei die Archiv-Funktion einen besonderen Stellenwert hat. (Krauthausen et al., 2025) sehen die didaktische Stärke des Archivs unter anderem dahingehend, dass dieses als Materiallager dient, mit dem Vermutungen unterstützt und auch falsifiziert werden können (Krauthausen et al., 2025, S. 115). Dieses Materiallager soll auch eine Quelle für die KI darstellen. Ich will herausfinden, ob sie in der Lage ist, Muster und Strukturen aus der Datenbank zu entnehmen, um das Spiel für sich zu entscheiden und wie sie dabei argumentiert.

Das Wort Datenbank wähle ich hier bewusst. KIs beziehen ihr Wissen aus Datenbanken und sind in der Lage, aus diesem Wissen Schlussfolgerungen abzuleiten. „Daten sind der Treibstoff für Lernverfahren.“ (Neuer, 2024, S. 1) In Bezug auf das NIM-Spiel stelle ich mir das so vor: Der KI werden alle möglichen Spielverläufe eines bestimmten Spielszenarios zur Verfügung gestellt. Diese werden von der KI analysiert. Sie zieht daraus Schlüsse und gewinnt daraufhin das Spiel. KIs sind sogar in der Lage, zu lernen. Maschinelles Lernen bedeutet auch, dass das Wissen und die daraus gefolgerten Schlüsse generalisiert werden können (Ertel & Black, 2016, S. 192). Die KI ist demnach auch in der Lage, aus einer bestehenden Datenbank eines bestimmten Spielszenarios auf ein unbekanntes Szenario des NIM-Spiels zu schließen und hier produktiv zu arbeiten.

Das möchte ich am konkreten Verhalten einer KI erkunden. Ich erschaffe dazu zunächst eine Datenbank aller möglichen Spielverläufe zu einem vorgegebenen Szenario. Ich wähle zunächst $n = 6$ als Feldanzahl und $b = 2$ als Anzahl maximal zu legenden Steine. Während des Spielens legen die spielenden Parteien abwechselnd graue oder weiße Steine fortlaufend auf sechs vorgegebene Spielfelder, jeweils mindestens einen Stein und maximal zwei. ?? zeigt solche Spielverläufe. In Spielbild 1 legt etwa Weiß einen Stein, dann Grau zwei, dann Weiß zwei und schließlich Grau einen Stein. Symbolisch kann jeder Spielverlauf als ein Zahlencode bestehend aus 6 Zeichen dargestellt werden: weiß wird der Ziffer 0 und grau der Ziffer 1 zugeordnet. Spielbild 1 entspricht dann dem Zahlencode 011001. Ein solcher Zahlencode ist entsprechend Repräsentant eines Spielbildes in der Datenbank, die die KI zur Verfügung gestellt bekommt. Insgesamt enthält diese Datenbank 26 Spielbilder, also vollständige Spielverläufe, in denen jedes Feld besetzt ist.

Ich betrachte die Datenbank genauer. Mir fällt auf, dass bezogen auf den letzten Stein im Spielbild eine gewisse Symmetrie vorherrscht. Es gibt genau 13 Spiele, die mit einem weißen und genau 13 Spiele die mit einem grauen Stein enden. Das letzte Feld wird im betrachteten NIM-Spiel auch Gewinn- oder Zielfeld genannt. Diejenige Partei gewinnt, der es gelingt, dieses Feld zu besetzen, zumindest in der hier betrachteten

Abbildung 1. Grau (1) gegen Weiß (0): Ausgewählte Spielbilder zu $n = 6$ (NIM-App PDF-Export)

Spielvariante. Der Gewinn wird also in der Datenbank hälftig auf beide spielende Parteien aufgeteilt.

Beim NIM-Spiel gibt es ein typisches mathematisch begründbares Vorgehen, um zu gewinnen (Etzold & Krauthausen, 2022, Abschnitt 1.3). Von den 13 Spielbildern, in denen Grau gewinnt, genügen jedoch nur die in ?? dargestellten Spielbilder diesem Vorgehen. In der Datenbank gibt es damit 9 von 13 Spielbilder, in denen Grau gewinnt, obwohl die grau spielende Partei keiner (mathematisch) begründbaren Gewinnstrategie folgt.

Wie wirkt sich eine Änderung der Spielparameter n und b auf die Datenbank aus? Eine Vergrößerung der Feldanzahl n führt in natürlicher Weise zu einer Erhöhung der Anzahl der Spielbilder. Für $n = 20$ gibt es bereits knapp 22 000 Spielbilder. Die genaue Anzahl lässt sich auf verschiedenem Wege ermitteln, z. B. mit Hilfe einer Simulation oder auch rechnerisch. Das Simulieren von Spielbildern stellt eine Herausforderung zur Vertiefung informatischer Kompetenzen dar. Rechnerisch stellt das Finden der Anzahl aller Spielbilder eine schuluntypische kombinatorische Aufgabe dar, die sich mit Hilfe von Fibonacci lösen lässt. Jedes Spielbild kann bei maximal zu setzenden 2 Steinen ($b = 2$) als eine Zerlegung der Spielfeldanzahl n in Einsen und Zweien aufgefasst werden. Das Spielbild 001001 (??, Spielbild 3) entspricht der Zerlegung $6 = 2 + 1 + 2 + 1$. Die Anzahl dieser Zerlegungen entspricht dem Folgenglied F_{n-1} der klassischen Fibonacci-Folge (Matoušek & Nešetřil, 2007, S. 377).

Während die Anzahl der Spielbilder wie die Fibonacci-Folge stark wächst, wächst die Anzahl der Spielbilder mit mathematisch begründbarem Verlauf nur moderat. Bei $n = 20$ sind es 64 Gewinnspielbilder für grau oder eben 0.6 % aller Gewinnspielbilder der zugehörigen Datenbank. Ich fange an zu bezweifeln, dass eine KI in der Lage ist, allein aus einer Spielbilddatenbank eine Gewinnstrategie für das NIM-Spiel zu generieren, wenn doch nur ein Bruchteil der Spielbilder einer mathematisch nachvollziehbaren Strategie genügt.

Wie würde die KI überhaupt vorgehen, wenn sie die Datenbank für ihre Entscheidungen nutzen würde? Ich stelle mir das so vor: Die KI macht in ihrem Zug eine Risikoabschätzung. Was birgt ein geringeres Risiko, dass Setzen von einem oder das Setzen von zwei (grauen) Steinen? Sie könnte dazu die Anzahl aller Spielbilder betrachten, die mit der zuvor festgelegten Steinanzahl beginnen und mit einem grauen Stein enden und dessen Anteil an allen Spielbildern mit entsprechendem Beginn bestimmen. Aus dem Vergleich der ermittelten Anteile für jede festgelegte Steinanzahl würde sie dann ihre Entscheidung treffen.

Die KI lernt das NIM-Spiel

Die erste Herausforderung in der Umsetzung ist es, einer KI das Spiel NIM beizubringen und zwar so, dass sie ausschließlich das von mir zur Verfügung gestellte Material nutzt. Ich arbeite hier mit der KI ChatGPT (OpenAI, 2026) ohne Anmeldung in einem Webbrowser. Ich richte einen KI-Assistenten direkt über die Texteingabe ein und starte dabei in etwa so:

Prompt: Du bist ein KI-Assistent, dessen Aufgabe es ist, ein Spiel gegen die eingebende Person zu spielen. Deine oberste Priorität ist es dabei zu gewinnen. Du hältst dich strikt an folgende Anweisungen.

Die weiteren Anweisungen beziehen sich auf die Spielregeln des Spiels. Die Probleme, die mit der Formulierung von Spielregeln verbunden sind, machen mir deutlich, wie schwierig es ist, eine KI in natürlicher Sprache zu programmieren. Zum Beispiel muss beachtet werden, dass die KI stets den Eingabetext als ein gesamtes Modell einliest, in welcher die Reihenfolge eine untergeordnete Bedeutung hat. Mir fällt es jedoch einfacher, das Spiel als Reihenfolge von Anweisungen zu formulieren. Um die Reihenfolge kenntlich zu machen, nummeriere ich die Anweisungen fortlaufend. Um das Wiederholen einzelner Abläufe zu gewähren,

nutze ich das „goto“-Konzept traditioneller Programmiersprachen wie FORTRAN auch auf die Gefahr hin, einen Spaghetti-Code zu erzeugen (Henning & Vogel-sang, 2007, S. 25).

Prompt: 6. (...) Sind noch Zahlen -1 in der Felderfolge vorhanden, dann ist der jeweils andere Spieler der aktuelle Spieler und es wird mit Spielregel 4 weiter gemacht.

Bemerkung: Die Werte -1 (und später auch X) belegen noch nicht besetzte Felder des Spielfelds.

Mitunter macht die KI beim Abarbeiten der sich wiederholenden Anweisungen Fehler. Fast scheint sie den Schritt zurück zu Spielregel 4 zeitlich wahrzunehmen: Die bereits besetzten Felder des Spielfelds sind plötzlich nicht mehr vorhanden. Erst ein explizit angegebenes Speichern des Spielfeldzustands führt zum erfolgreichen Implementieren des Spiels.

Die KI und ich spielen das erste Spiel. Die KI kommentiert dabei ihre Spielschritte. Wir spielen auf einem Feld mit $n = 10$ Feldern und können ein oder zwei Steine setzen ($b = 2$). Nachdem ich den ersten Stein gesetzt habe, setzt die KI zwei Steine mit der Begründung:

KI: Dadurch kann ich meine verbleibenden Züge so steuern, dass ich das letzte Feld besetze und meine Gewinnchancen optimal halte.

Diese Argumentation wird mehr oder weniger fortgesetzt. Ich gewinne. Die KI analysiert:

KI: Ich (Spieler 2) habe verloren, weil das Spiel optimal gespielt von dir (Spieler 1) dazu geführt hat, dass ich das letzte Feld nicht mehr kontrollieren konnte.

Weiß die KI, dass es eine Gewinnstrategie gibt? Auf die Frage, was sie hätte anders machen müssen, reagiert sie:

KI: Hätte ich anders spielen müssen? Ja: Ich hätte in meinem ersten Zug 1 Stein setzen sollen, um die Anzahl der verbleibenden X so zu manipulieren, dass ich das letzte Feld im nächsten optimalen Zug besetzen kann. Durch das Setzen von 2 Steinen habe ich dir die Möglichkeit gegeben, das letzte Feld zu besetzen.

Offensichtlich ist die KI nicht in der Lage zu erkennen, dass bereits der Beginn des Spiels spielentscheidend ist. Dies ist erst einmal ein gutes Zeichen. Denn so weiß ich, dass sich die KI nicht auf eventuell erworbenes Wissen außerhalb der von mir eröffneten Umgebung Informationen holt und diese aktiv nutzt.

Ich gebe der KI einen strategischen Hinweis, indem ich die Anweisungen im KI-Assistenten-Text anpasse:

Prompt: Ist Spieler 2 der aktuelle Spieler, dann bestimmt er zunächst die Anzahl der X in der Felderfolge. Er bestimmt aus dieser Anzahl heraus, wie oft er noch maximal aktueller Spieler werden kann, wenn er mit Spieler 1 abwechselnd spielt und dieser auch Steine legt. Aus dem Ergebnis schätzt er ab, ob er noch gewinnen kann. Dann überlegt er, wie viele Steine er setzen muss, um seine Gewinnchancen nicht zu verschlechtern.

Ich starte ein neues Spiel, diesmal mit $n = 5$ und $b = 2$. Die beginnende Partei kann eine Gewinnstrategie nutzen, um zu gewinnen. Da mich interessiert, ob die KI in der Lage ist, einen für den Gewinn sicheren Zug zu finden, lasse ich sie beginnen. Die KI analysiert:

KI: Es sind 5 X übrig. Maximal kann ich 2 Steine setzen. Wenn ich 2 setze, bleiben 3 X. Dann könntest du 1 oder 2 setzen:

Setzt du 1 → 2 X übrig → ich könnte 1 oder 2 setzen → ich kann das letzte Feld setzen und gewinne.

Setzt du 2 → 1 X übrig → ich setze 1 und gewinne.

Wenn ich nur 1 setze → 4 X übrig → du könntest 1 oder 2 setzen:

Setzt du 1 → 3 X übrig → ich könnte 1 oder 2 → Spiel offen, Risiko.

Setzt du 2 → 2 X übrig → ich könnte 1 oder 2 → Risiko.

Schlussfolgerung: Ich setze 2 Steine, um die Gewinnchancen zu maximieren.

Die KI überschlägt alle möglichen zukünftigen Spielverläufe. Sie merkt, dass es Züge gibt, die für sie vom Vorteil sind. Das nutzt sie gezielt aus. Ihr vorausschauendes Denken ist logisch und erinnert an das Abarbeiten der einzelnen Pfade eines Baumdiagramms. Was für $n = 5$ überschaubar ist, gelingt der KI bei $n = 10$ nicht mehr. Die Anzahl der möglichen Spielverläufe ist mit knapp 200 hoch. Jeden dieser Spielverläufe bis zum Schluss zu verfolgen, stellt ein Problem so großer Komplexität dar, dass die KI zumindest aktuell überfordert ist. Aus informatischer Sicht ist dieses Vorgehen meines Erachtens nach auch nicht wirklich effizient.

Was jedoch hier im Fall $n = 5$ von der KI geleistet wird, ist bemerkenswert. Sie ist in der Lage, den Spielprozess vorwärtsgerichtet zu analysieren und aus der Analyse heraus logische Konsequenzen zu ziehen. In gleicher Weise ziehen auch Kinder beim Spielen von NIM ihre Schlüsse. Im klassischen Spielszenario mit $n = 10$ Feldern und maximal $b = 2$ zu setzenden Steinen erkennen die Kinder recht schnell, dass das achte Feld ein Verlustfeld ist, d.h. das Belegen dieses Feldes führt zwangsläufig zum Verlust des Spiels (Scherer, 1996, S. 89). Diese Erkenntnis tritt bereits auf, bevor das betreffende Kind den Stein auf das achte Feld legt und muss damit zusammenhängen, dass es ebenfalls

die verschiedenen Spielabläufe im Kopf durchspielt. Ein Video der DZLM-Seite KIRA erlaubt einen Einblick in diesen Erkenntnisprozess bei den Kindern Konrad und Sönke („Konrad und Sönke spielen NIM“, n. d.).

Die KI nutzt eine Datenbank

Ich stelle der KI eine Datenbank von Spielbildern zur Verfügung. Wir spielen im zur Datenbank gehörenden Spielszenario. Die KI spielt nach gewohnter Strategie. Erst als ich den Eingabetext des KI-Assistenten entsprechend anpasse, fängt sie an, die Datenbank mit dem aktuellen Spielverlauf zu vergleichen. Ich erkläre ihr, dass sie wie bereits früher im Bericht erläutert die Anteile der Spielbilder, bei denen die KI gewinnt, bestimmen und die Ergebnisse für ihre Entscheidung nutzen soll. Etwas unglücklich formuliere ich im Eingabetext des KI-Assistenten:

Prompt: Mit Hilfe der bestimmten Wahrscheinlichkeiten zieht er Schlüsse, wie viele Steine er setzen will und schreibt dies mit einer Begründung auf.

Die Interpretation des Anteils als Wahrscheinlichkeit hilft der KI bei ihrer Entscheidung. Sie wählt diejenige Anzahl zu legenden Steine, welche einen höheren Anteil der Gewinnspielbilder besitzt.

Wir spielen das Spiel mit $n = 9$ und $b = 2$. Die KI beginnt. Setzt die KI einen Stein, setze ich zwei. Setzt die KI zwei Steine, setze ich einen. Mit Hilfe dieser „Auffüll-Regel“ gewinne ich jedes Spiel, die KI hat keine Chance. Sie analysiert:

KI: Ich habe mich strikt an die Datenbank und die Laplace-Wahrscheinlichkeiten orientiert. Die Datenbank gibt nur Wahrscheinlichkeiten unter Annahme zufälliger Gegnerzüge wieder. Du hast aber systematisch den letzten Zug auf das letzte Feld gelegt, wodurch die reale Gewinnchance für mich sank. (...) Fazit: Blindes Spiel nach Datenbank ist nur optimal gegen zufällige Gegner. Gegen gezielt spielende Gegner kann es trotzdem zum Verlust führen.

Die Analyse wird von einer zuvor gehaltenen Konversation beeinflusst, in der ich der KI die Frage stelle, was für eine Wahrscheinlichkeit da überhaupt ausgerechnet wird und was das für die Züge der gegnerischen Partei bedeutet.

Welche Annahmen müssen eigentlich getroffen werden, damit der von der KI bestimmte Anteil eine Laplace-Wahrscheinlichkeit ist? Reicht es aus, dass der Gegner zufällig zieht? Um dies herauszufinden, modelliere ich die Situation als klassisches Urnenexperiment mit Kugeln, die sich nur im Merkmal Farbe unterscheiden. Der Einfachheit halber verweile ich beim Fall $n = 5$. Es gibt 16 verschiedene Spielbilder. Davon gibt es fünf, die mit 10 (Grau, Weiß) und drei, die mit 110 (Grau, Grau, Weiß) beginnen, siehe ??.

Jedes dieser Spielbilder wird einer Kugel zugeordnet. Endet das Spielbild auf 1 (Grau), dann hat die zugeordnete Kugel ebenfalls die Farbe grau, endet das Spielbild auf 0 (Weiß), hat die zugeordnete Kugel entsprechend die Farbe weiß. Im 10-Beutel liegen alle Spielbilder-Kugeln, die mit 10 (Grau, Weiß) beginnen, im 110-Beutel alle Spielbilder mit Beginn 110 (Grau, Grau, Weiß). Mit Blick auf ?? liegen damit im

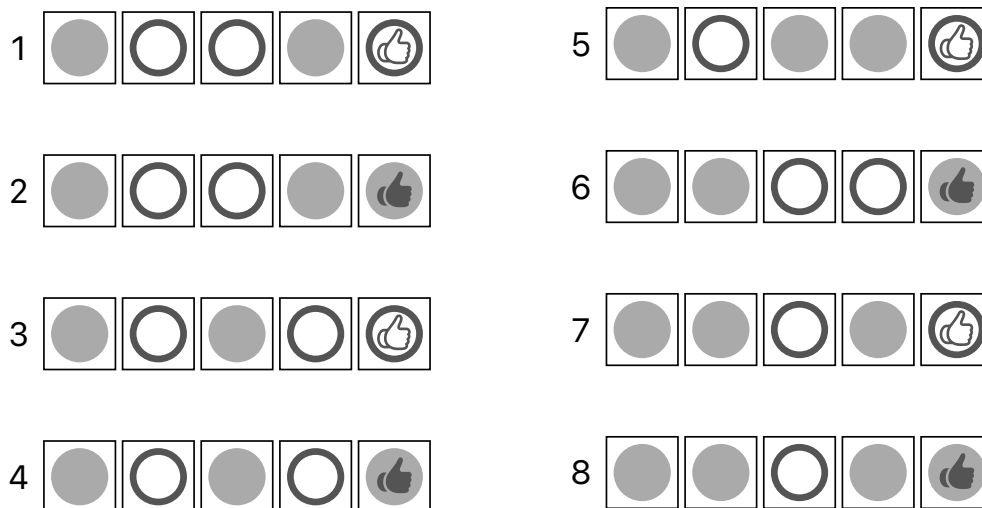


Abbildung 2. Grau (1) gegen Weiß (0): Ausgewählte Spielbilder zu $n = 5$ (NIM-App PDF-Export)

Tabelle 1. Möglichkeitenverhältnisse und Entscheidung für das Setzen von 1 oder 2 Steinen für ausgewählte Feldanzahlen

Feld / [...] ₃	10-Beutel	110-Beutel	Zug
7 / 1	7 : 6	4 : 4	1 Stein
8 / 2	10 : 11	7 : 6	2 Steine
10 / 1	28 : 27	17 : 17	1 Stein
11 / 2	44 : 45	28 : 27	2 Steine
19 / 1	2091 : 2090	1292 : 1292	1 Stein
20 / 2	3382 : 3383	2091 : 2090	2 Steine

10-Beutel die Kugeln im Verhältnis 2 : 3 für Grau und im 110-Beutel im Verhältnis 2 : 1. Aus diesem Möglichkeitenverhältnis lässt sich unter der Annahme eines Laplace-Modells eine Chance und damit eine Wahrscheinlichkeit ableiten (Kirsche & Hohloch, 2020, S. 4).

Der Wahrscheinlichkeitsvergleich im Sinne der KI geht nun der Frage nach, was wahrscheinlicher ist: das Ziehen einer grauen Kugel aus dem 10-Beutel oder das Ziehen einer grauen Kugel aus dem 110-Beutel. Der Beutel mit der höheren Zugwahrscheinlichkeit wird gewählt, hier also der 110-Beutel. Im Sinne der Wahrscheinlichkeitsskala (Sill & Kurtzmann, 2019, S. 82) wird dabei *wahrscheinlich* eine graue Kugel gezogen. Sobald jedoch eine Kugel gezogen ist, ist der gesamte weitere Spielverlauf festgelegt. Mit anderen Worten: Wird das Möglichkeitenverhältnis bzw. der von der KI bestimmte Anteil als Wahrscheinlichkeit interpretiert, dann müssen nach der Zug-Entscheidung alle weiteren Spielzüge zufällig sein. Beide Parteien müssen zufällig spielen. Dies ist eine schwierige und in Bezug auf die eigene Partei unrealistische Annahme. Daher scheint es wenig Sinn zu machen, die betrachteten Möglichkeitenverhältnisse als Chancen zu interpretieren.

Obwohl der Vergleich im obigen Sinne nicht stochastisch motiviert werden kann, führt er für $n = 5$ zu einem interessanten Ergebnis. Die KI entscheidet sich für das Setzen von zwei Steinen, was ihr mit Blick auf die Spielbilder in ?? den Sieg sichert. Zufall?

Ich spiele weitere Spiele gegen die KI und zwar so, dass sie die Möglichkeit hat, einer typischen mathematisch begründbaren Gewinnstrategie zu folgen. Die KI gewinnt für $n = 7$, $n = 8$ und $n = 9$. Im Fall $n = 10$ verliert sie, doch dazu später mehr. Ich werde neugierig. Ist es doch kein Zufall? Ich ermittle die Möglichkeitenverhältnisse für verschiedene Feldanzahlen, siehe ??.

Um zu entscheiden, ob der Zug eine mathematisch kluge Entscheidung ist, betrachte ich die Restklassen modulo 3 [...]₃ der jeweiligen Feldanzahl. Die „Gewinnfelder“ liegen in der gleichen Klasse und müssen

zum Gewinn so belegt werden, das die gegnerische Partei stets fortlaufend daneben liegt. Im Fall $n = 7$ setzt die KI einen Stein und belegt damit das Gewinnfeld 1. Im Fall $n = 8$ setzt die KI zwei Steine und belegt damit das Gewinnfeld 2. Der Vergleich der Möglichkeitenverhältnisse führt bei den in der Tabelle betrachteten Feldanzahlen stets zu einem mathematisch klugen Zug. Da sich mit jedem Spielzug das Spielfeld verjüngt, gelingt es damit der KI, stets den richtigen Zug zu machen. Sie gewinnt das Spiel.

Es scheint also (zumindest aus einer heuristischen Sichtweise) Sinn zu machen, dem Vergleich der Möglichkeitenverhältnisse zu folgen. Bei der Analyse dieser Verhältnisse sticht mir noch etwas ins Auge. Jedes Möglichkeitenverhältnis, welches zum entscheidenden Zug führt, genügt der Darstellung $(m + 1) : m$ für ein gewisses m . Im Fall $n = 7$ ist es das Verhältnis 7 : 6, im Fall $n = 20$ das Verhältnis 2091 : 2090. Es gibt in den betrachteten Beuteln damit stets eine graue Kugel mehr als weiße. Es gibt somit stets genau ein Spielbild mehr, was zum Gewinn führt als zum Verlust. Ein bemerkenswertes Muster. Warum ist das so?

Stärken und Grenzen der KI

Ich ermittle die Möglichkeitenverhältnisse der einzelnen Spielszenarien in einem „klassischen Arbeitssetting“ mit Hilfe der Programmiersoftware R („The R Project for Statistical Computing“, n. d.). Die explorative Erkundung des NIM-Spiels mit Hilfe der KI legt zwar die entscheidende Spur für die Erforschung des betrachteten Musters. Die KI selbst ist jedoch nicht in der Lage, dieses Muster zu präsentieren. Statt dessen arbeitet sie innerhalb der durch den Eingabetext gerahmten Umgebung als KI-Assistent. Bereits bei $n = 10$ erfolgt die Analyse der Datenbank lediglich überschlagend, sodass die Möglichkeitenverhältnisse nicht mehr exakt berechnet werden können. Ein mathematisch wenig sinnvoller Zug ist die Folge. Weiterhin werden größere Datenbanken nur noch lückenhaft übernommen.

Dies verdeutlicht eine grundlegende Grenze der KI, die in der begrenzten Größe des Kontextfensters liegt, also der maximalen Menge an gleichzeitig verarbeitbaren Eingabedaten. Die Größe des Kontextfensters wird sicherlich über die nächsten KI-Generationen hin wachsen. Es wird aber bedingt durch die Natur der Technik immer begrenzt bleiben.

Dagegen liegen die Stärken der KI in der beschreibenden Analyse. Sie kann z. B. entscheiden, ob eine Datenbank einem bestimmten Spielszenario entspricht:

KI: Die Datenbank deckt systematisch alle möglichen Spielsituationen ab, die durch maximale Züge $b = 2$ entstehen könnten.

Sie liefert auch Lösungsansätze: Genügt eine Datenbank nicht den Eingabeparametern, dann schlägt sie vor, neue Spielbilder zu simulieren:

KI: Jede neue mögliche Spielsituation wird berechnet und als Spielbild abgespeichert. (...) Die Datenbank enthält nun für die neuen Parameter a und b alle relevanten Spielsituationen, sodass KI-Züge berechnet werden können.

Beim konkreten Spielen merkt sie zwar, dass Eingabeparameter und Datenbank nicht kompatibel sind, nutzt jedoch nicht den angebotenen Lösungsansatz. Statt dessen fällt sie in ein altbewährtes Vorgehen zurück:

KI: Warum ich trotzdem 2 Steine gewählt habe: Ich habe rein strategisch argumentiert: mehr Felder setzen → Kontrolle erhöhen (...) Die bisherige Wahl von 2 Steinen war heuristisch, nicht datenbankgestützt.

Der Grund: Eine Sicherheitssperre verhindert das selbständige Ausführen eigens erstellten Programmcodes. Die KI empfiehlt statt dessen, den Code in einer separaten Programmierungsumgebung auszuführen und die Ergebnisse anschließend wieder der KI zur Verfügung zu stellen.

Notwendige Kriterien für die Arbeit mit KI

Das Arbeiten mit der KI hat mich beeindruckt. Wie in der Zukunftsvision eines STAR TREKs der 1990s Jahre habe ich den Computer genutzt, um eigene Denkprozesse voranzutreiben. Die von der KI gemachten Rückmeldungen unterstützten mich dabei in natürlicher Weise. Sie war bedingt ein Assistent. Die Assistent-Tätigkeit scheiterte immer dann, wenn die KI an ihre Grenzen stieß. Um dennoch weiter arbeiten zu können,

wich ich auf die Verwendung klassischer Werkzeuge aus. Die KI selbst ist kein zuverlässiges Werkzeug im Sinne eines Taschenrechners. Entsprechend erscheint es für mich schwierig, ihre Auskünfte unreflektiert zu übernehmen.

Aus meinen Beobachtungen heraus ergeben sich für mich notwendige Kriterien, die den Einsatz einer KI in bestimmten Lernsituationen (insb. Problemlösen, Modellieren, Argumentieren) erlauben:

- (1) Im betrachteten Themenbereich muss die nutzende Person ausgewähltes Expert*innenwissen besitzen, um die Aussagen der KI bewerten zu können.
- (2) Die nutzende Person muss die KI als begleitenden Assistenten des Arbeitsprozess verstehen und nicht als „zuverlässiges Werkzeug“.

Aus beiden Kriterien ergeben sich sowohl Voraussetzungen an eine mögliche Lernumgebung als auch an die adressierte Lerngruppe. Die Kinder müssen demnach die KI als Assistenten kennen lernen und mit dessen Schwierigkeiten vertraut gemacht werden. Medienkompetenz muss vertieft werden. Eine unsachgemäße Näherung an die KI führt dazu, dass Kinder die KI als ein zuverlässiges Werkzeug missverstehen, welches bei gleicher Eingabe stets die gleiche Ausgabe erzeugt.

Weiterhin muss die dem Kind gestellte Aufgabe so gestaltet sein, dass es eigenes Wissen und Können nutzen kann, um sie zu lösen. Sie sollte aber auch das Potential haben, dass das Kind die KI als Assistenten nutzen kann. Die Stärken der KI – das beschreibende Analysieren und das Finden von Lösungsansätzen – zeigt auf, dass Aufgaben aus dem Bereich des Problemlösens, des Modellierens und mit Blick auf den vorliegenden Bericht auch des Argumentierens ein solches Potential besitzen.

Literatur

- Ertel, W., & Black, N. T. (2016). *Grundkurs künstliche Intelligenz* (Bd. 4). Springer.
- Etzold, H., & Krauthausen, G. (2022). *Nim-Spiel – Handreichung für Lehrerinnen und Lehrer (Version 1.1)*. <https://heiko-etzold.github.io/nim-material/de/1.1>
- Etzold, H. (n. d.). *NIM app*. <https://apps.apple.com/de/app/nim/id1590325148>
- Henning, P. A., & Vogelsang, H. (Hrsg.). (2007). *Taschenbuch Programmiersprachen* (2. Aufl.). Fachbuchverlag Leipzig.
- Kirsche, A., & Hohloch, L. (2020). Der Chancenstreifen – Ein didaktisches Hilfsmittel zur Erarbeitung des Begriffs „Chance“ in der Primarstufe und zu Beginn der Sekundarstufe I. *Stochastik in der Schule*, 40(1), 2–9.

- Koehler, M. J., Mishra, P., Kereluik, K., Shin, T. S., & Graham, C. R. (2014). The Technological Pedagogical Content Knowledge Framework. In J. M. Spector, M. D. Merrill, J. Elen & M. J. Bishop (Hrsg.), *Handbook of Research on Educational Communications and Technology* (S. 101–111). Springer New York. DOI: [10.1007/978-1-4614-3185-5_9](https://doi.org/10.1007/978-1-4614-3185-5_9).
- Konrad und Sönke spielen NIM. (n. d.). <https://kira.dzlm.de/node/383/?width=640&height=480>
- Krauthausen, G., Scharlau, J., & Walter, D. (2025). „Ab ins Archiv“: Erkunden einer Gewinnstrategie zum NIM-Spiel. In B. Thöne, A. Körner, J. von Ostrowski, R. Rink, J. Scharlau & D. Walter (Hrsg.), *„Was hast du dir dazu überlegt?“ Denkwege von Kindern und Inhalte gleichermaßen in den Blick nehmen* (S. 107–116). DOI: [10.37626/GA9783959872249.0](https://doi.org/10.37626/GA9783959872249.0).
- Matoušek, J., & Nešetřil, J. (2007). *Diskrete Mathematik: Eine Entdeckungsreise* (2. Aufl.). Springer.
- Müller, G., & Wittmann, E. C. (1984). *Der Mathematikunterricht in der Primarstufe* (3. Aufl.). Friedrich Vieweg & Sohn Verlag.
- Neuer, M. J. (2024). *Maschinelles Lernen für die Ingenieurwissenschaften*. Springer.
- OpenAI. (2026, März). *ChatGPT (GPT-5-mini)* [KI-gestütztes Sprachmodell]. <https://chat.openai.com>
- The R Project for Statistical Computing. (n. d.). <https://www.r-project.org/>
- Scherer, P. (1996). Das NIM-Spiel: Mathematisches Denken auch für Lernbehinderte? In W. Baudisch & D. Schmetz (Hrsg.), *Mathematik und Sachunterricht im Primar und Sekundarbereich: Beispiele sonderpädagogischer Förderung* (S. 88–98). Diesterweg.
- Sill, H.-D., & Kurtzmann, G. (2019). *Didaktik der Stochastik in der Primarstufe*. Springer.
- Andreas Kirsche, Technische Universität Chemnitz
andreas.kirsche@zlb.tu-chemnitz.de

Moodle-Selbsttests für eine Geometrie-Vorlesung

Manuel Quaschner, William Böttinger, Max Krischeu, Laura Lindemann und Vladimir Matveev

Elektronische Selbsttests in Mathematikmodulen sind inzwischen auch an deutschen Hochschulen verbreitet (vergleiche etwa Sommerlade et al., 2026). In diesem Artikel wollen wir unser Projekt für eine Umsetzung von Moodle-Selbsttests im Modul „Geometrie für Lehramt“, welches ein Pflichtmodul für Lehramtsstudierende ist (üblicherweise im fünften oder siebten Semester), beschreiben. Wir hoffen, damit auch andere Lehrende zur Umsetzung solcher Selbsttests zu motivieren und vor möglichen Schwierigkeiten zu warnen. Es wäre schön, wenn man gemeinsam eine größere (deutschsprachige) Aufgabensammlung entwickeln und teilen könnte, wie dies etwa schon in „DOMAIN, Database of Math Instructions“, 2019 oder Knospe et al., 2024 angefangen wurde. Wir wollen dazu mit einigen (etwa 240) Geometrie-Fragen beitragen.

Der didaktische Nutzen von elektronischen Selbsttests ist vielfach erprobt (vergleiche etwa Lowe, 2015; Zegowitz, 2023). Wir hatten vorab Erfahrungen von anderen Universitäten (etwa aus England und Australien) gesammelt, wo diese schon standardmäßig bei großen Studierendenkohorten eingesetzt werden. Wichtig bei der Verwendung solcher Fragen ist es jedoch, dass die Fragen zur Lehrveranstaltung passen und eine hohe Qualität haben. Zudem wollten wir nicht nur Fragen mit vorher festgelegten Antworten (etwa Multiple Choice oder eine Zuordnung von Antworten), sondern auch Fragen, bei denen explizite Antworten eingegeben werden können. Dafür haben wir das Moodle-STACK-Plugin verwendet (vergleiche etwa Sangwin, 2007). Ein weiteres Ziel war es, dass wir nicht nur reines Rechenverständnis abprüfen (was für die Mathematik zwar wichtig ist, aber in der Hochschulmathematik nicht der einzige Fokus sein sollte). Dafür haben wir versucht, Fragetypen für Beweise zu entwickeln, wie dies auch schon in Bickerton und Sangwin, 2022; Zegowitz, 2023 umgesetzt wurde. Solche Fragestellungen kommen unseres Wissens in aktuellen deutschsprachigen Fragesammlungen eher selten vor, können aber für das Lernen hilfreich sein. Außerdem wollten wir Konstruktionen mit GeoGebra ermöglichen, da diese in einer Geometrie-Vorlesung einen gewissen Teil der Vorlesung einnehmen. Auch dies kann man mit dem entsprechenden Moodle-Plugin gut umsetzen.

Wir wollen nun das Projekt kurz beschreiben, auf die möglichen Fragetypen noch etwas genauer eingehen und mögliche Tipps/Schwierigkeiten beschrei-

ben, wenn man so ein Projekt umsetzt. Da wir nur ein kleines Team waren, konnten wir keine empirischen Auswertungen zum Nutzen der Selbsttests und der erstellten Fragen durchführen. Wir wollen aber auch Rückmeldungen der Studierenden aus (freiwilligen und anonymen) Evaluationen anbringen, um unsere Erfahrungen wiederzugeben.

Ablauf des Projekts

Das Projekt fand im Wintersemester 2025/26 statt. In diesem Wintersemester nahmen etwa 60 Studierende am Modul und an der Prüfung teil. Die Studierendengruppe war heterogen und bestand aus Lehramtsstudierenden im fünften oder höheren Semester, die auf Gymnasiallehramt oder Regelschullehramt studieren. Von den Studierenden haben fast alle regelmäßig an den Tests teilgenommen.

Wir entwickelten die Selbsttests parallel zu den Lehrveranstaltungen, da das Modul inhaltlich im Vergleich zu den Vorjahren nochmals leicht überarbeitet wurde. Die Selbsttests wurden verpflichtend (als Teil der Bedingungen zur Klausurteilnahme; mindestens 30% der Punkte in mindestens 9 von 12 Selbsttests) wöchentlich freigeschaltet. Wir haben uns für eine verpflichtende Teilnahme entschieden, da man sonst keine Rückmeldungen des Lernstands aller Studierenden bekommt, weil meistens nur die motivierten Studierenden an solchen Tests teilnehmen und davon am meisten profitieren (Matthäus-Effekt). Es ging stets um die Themen der aktuellen Vorlesungen, sodass die Tests nach der letzten Vorlesung der Woche (Mittwoch) zur Verfügung standen und bis zur nächsten Woche (Sonntag bzw. Montag) bearbeitet werden mussten. Dadurch wollten wir gegebenenfalls in der nächsten Vorlesung noch auf allgemeine Probleme/Fehlverständnisse der Studierenden eingehen können. Nach Abgabe der Tests begann der übliche Übungsbetrieb zu diesen Themen mit Anwesenheits- und Hausaufgaben, welche ebenfalls für die Klausurzulassung notwendig waren. In den Hausaufgaben konnten wir auch leicht klassische Beweisaufgaben mit Begründungen prüfen, was in Selbsttests nicht so gut abzuprüfen ist. Die zusätzliche Belastung der Studierenden (die wir mit ca. einer Stunde pro Selbsttests geschätzt hatten), wollten wir durch weniger Hausaufgaben ausgleichen, da Re-

chenübungen auch gut über die Selbsttests abgeprüft werden konnten. Die Rückmeldung der Studierenden war aber, dass die Selbsttests teilweise doch deutlich aufwändiger waren (Bearbeitungszeit eher zwei Stunden) und somit der Aufwand im Modul etwas höher war. Die Selbsttests bestanden je nach Themengebiet aus ca. 8–10 Fragen. Gegen Ende sind wir auf weniger Fragen (etwa 6–7 Fragen pro Test) heruntergegangen, um den Aufwand zu reduzieren. Dies führte aber wie zu erwarten zu einer größeren Varianz der Studierendenergebnisse. Für die Lehrpersonen ergibt sich neben der Auswahl und Erstellung der Fragen noch ein gewisser Zusatzaufwand für Fragen/Probleme bei den Selbsttests und eventuell notwendige manuelle Nachkorrektur.

Aufbau der Selbsttests

Ein Test bestand aus circa 8–10 Fragen. Dabei haben wir die Fragen aus einem Vorlesungsthema in unterschiedliche Unterthemen aufgeteilt und jeder Frage zudem einen Anforderungsbereich (von 1 bis 3, in der üblichen Klassifikation) zugeordnet. Die Studierenden bekamen dann zufällige Fragen aus den Unterthemen und Anforderungsbereichen, wobei wir eine Aufteilung von etwa 30 – 40 – 30 bei den Anforderungsbereichen angestrebt haben. Dabei haben wir den Fragen je nach Anforderungsbereich zwei, drei oder vier Punkte gegeben. Die Studierenden konnten nur einmal am (verpflichtenden) Test teilnehmen. Danach bekamen sie Feedback in Form der Punkte und Lösungsvideos, wo sie die Antworten mit Erklärungen von uns Lehrenden nochmals nachvollziehen konnten. Diese Videos wurden von den Studierenden sehr positiv angenommen. Für uns Lehrende waren sie in der Produktion zwar etwas zeitaufwändig, allerdings wäre es auch schwierig gewesen, zu jeder möglichen Antwort einer Frage ein eigenes passendes Feedback zu entwickeln. Nach den verpflichtenden Tests konnten die Studierenden nochmals freiwillig mit den Fragen üben: Entweder in Form eines Gesamttests, bei dem alle Fragen vorkamen, oder in Form von Zufallstests mit einer kleineren Auswahl der Fragen.

Fragetypen und Erstellung der Fragen

Die meisten erstellten Fragen sind wie üblich Multiple Choice Fragen. Für das Überprüfen des Verständnisses von Beweisen haben wir aber auch versucht, Fragen zum Anordnen von Beweisschritten oder dem Auswählen von Begründungen für Umformungen zu erstellen. Ein weiterer „neuer“ Fragetyp beschäftigt sich mit dem

Einsatz von Large Language Models (LLMs), in unserem Fall ChatGPT. Wir haben dazu Beweise von Sätzen der Vorlesung von LLMs generieren lassen. Dann haben wir an geeigneten Stellen Fragen zum Beweis eingefügt, etwa ob die Definitionen mit der Vorlesung übereinstimmen oder bestimmte Umformungen mathematisch korrekt sind. Dies sollte die Studierenden zum einen auf mögliche Probleme beim Einsatz von LLMs hinweisen (Konfabulieren bzw. Zugriff auf anderes „Vorwissen“), zum anderen auch eine ausführlichere Beschäftigung mit den Beweisen der Vorlesung erfordern, die (im Sinne des constructive alignments) auch in der Klausur relevant waren (eine von fünf Aufgaben). Des Weiteren benutzten wir Rechenaufgaben mit STACK, was eine Randomisierung und automatische Auswertung ermöglicht. Zum Schluss erstellten wir Konstruktionsaufgaben mit GeoGebra. Diese Aufgaben orientieren sich ein bisschen an „Euclid the Game“ von Peulen, 2014. Man muss dabei bestimmte Konstruktionen aus der Vorlesung nochmals an Beispielen anwenden. Dabei werden jedoch die Tools von GeoGebra eingeschränkt; je nach Komplexität der Aufgabe hat man mehr oder weniger Tools zur Verfügung (etwa für die Konstruktion einer Mittelsenkrechten darf man nur Kreise und Geraden zeichnen; bei anderen Aufgaben kann dann die Blockkonstruktion der Mittelsenkrechten als Tool erlaubt sein).

Für die Umsetzung gibt es zwei Moodle-Plugins: Einmal „GeoGebra in STACK“ und einmal das reine „GeoGebra“-Plugin. Beide haben jedoch gewissen Probleme: Das GeoGebra in STACK Plugin kann leider keine Zwischenschritte von Konstruktionen speichern, d. h. wenn man die nächste Frage bearbeitet, sind alle durchgeführten Konstruktionen gelöscht (bereits in der Aufgabenstellung vorhandene Objekte bleiben an ihrem Platz, was die Lösungsprüfung ermöglicht). Dadurch kann man seine Konstruktion nicht nochmals überprüfen und die Studierenden waren davon bei den ersten Tests verunsichert. Daher haben wir danach hauptsächlich das GeoGebra-Plugin verwendet. Hier werden die Objekte gespeichert, was allerdings zu Problemen führen kann, wenn man zu viele falsche Konstruktionen durchführt. Das Tool zum Anzeigen/Verstecken von Objekten muss man deaktivieren, da oftmals die Musterlösung über versteckte Objekte abgeprüft wird. Mit dem „Löschen“ Tool kann man falsche Konstruktionen entfernen, andererseits kann man damit auch die Aufgabenstellung entfernen. Zuletzt sei erwähnt, dass es einen Fehler bei der „Zurück“-Taste gibt, durch die leider die komplette Aufgabenstellung gelöscht werden kann. Dies führte manchmal zu Problemen, die man durch ein erneutes Bereitstellen der Aufgabe lösen konnte. Dadurch war jedoch eine manuelle Nachkorrektur erforderlich.

Bei den Fragetypen gefielen den Studierenden die MC und Rechenaufgaben am besten. Die GeoGebra-Aufgaben wurden als sehr zeitaufwändig und teilweise (bei kleinen Konstruktionen) unübersichtlich kritisiert. Bei den LLM-Beweisen wurde der Sinn kritisiert und teilweise die Bewertung (etwa ob die Definition gleich war, wenn es nur kleine Unterschiede gibt). Insgesamt wurden die Tests für das Lernen als nützlich gesehen, besonders für die Klausurvorbereitung.

Bei der Erstellung der Testfragen konnten wir leider nicht den Gold-Standard aus Bickerton und Sangwin, 2022 umsetzen. Mit mehreren Lehrpersonen konnten wir jedoch eine gewisse Arbeitsteilung erreichen. Diese bestand aus den folgenden Schritten:

Ausdenken von Beispielfragen (hierfür erstellten wir ein Schema ähnlich Bickerton und Sangwin, 2022), technische Umsetzung der Fragen in Moodle, inhaltliche Prüfung der Fragen, Kontrolle/Ausprobieren der Fragen (Fehlerfindung, Bepunktung, etc.), Besprechung der Fragen durch Lösungsvideos, Kategorisieren der Fragen nach Themen/Vorlesung und mit Tags für die Anforderungsbereiche. Dies ist vermutlich etwas aufwändiger als die vereinfachende Vorgehensweise in Bickerton und Sangwin, 2022, gerade die Überprüfung der Fragen (inhaltlich und von der Bepunktung bei Teillösungen) ist aber sehr wichtig. Hierfür mussten wir unseren Workflow anpassen und üblicherweise dauerte die Erstellung eines Tests etwa ein bis zwei Wochen. Anleitungen/Schemata können wir gerne auf Nachfrage zur Verfügung stellen. Bis wir die Fragen in einer Aufgabensammlung veröffentlichen können, sind diese unter git.uni-jena.de/di85jup/moodle_testfragen_geometrie zu finden. Für die Lösungsvideos zu den Aufgaben und weiteren Kursmaterialien (Vorlesungsfolien/Skript) können Sie sich gerne an uns wenden.

Kleine Auswertung

Das Ziel der Selbsttests war es, den Lernerfolg der Studierenden durch eine zeitnahe Rückmeldung des Lernstands zu erhöhen. Ein Indikator dafür ist das Klausurergebnis. Hier können natürlich auch andere Faktoren eine Rolle spielen, wir wollen trotzdem eine kleine Auswertung ziehen. Als Vergleich ziehen wir dazu die letzte Klausur (aus dem WS 2023/24) heran, da diese vom gleichen Dozenten mit ähnlichen Inhalten gehalten wurde. So haben 2025/26 insgesamt über 90 % der Studierenden das Modul bestanden (Vergleichsjahr unter 70 %). Der Notendurchschnitt in der Hauptklausur war 2,4 (Vergleichsjahr 3,3). Dies legt zumindest nahe, dass die Bearbeitung der Selbsttests einen positiven Einfluss auf die Klausurergebnisse hat.

Danksagung

Wir bedanken uns bei der Akademie für Lehrentwicklung der Friedrich-Schiller-Universität Jena, die dieses Projekt durch die Förderung in der Förderlinie „Innovation in der Lehre“ ermöglicht hat. Zudem bedanken wir uns bei der Ernst-Abbe Hochschule, deren Moodle wir für die Umsetzung der Fragen verwenden durften.

Literatur

- Bickerton, R. T., & Sangwin, C. J. (2022). Practical online assessment of mathematical proof. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 53(10), 2637–2660.
- DOMAIN, Database of Math Instructions [<https://db.akmathe-digital.de/>] [Zugriff am: 2026-05-20]. (2019).
- Knospe, H., Schmidt, J.-P., Schmitz, A., Graf, P. M., Reißner, J. S., & Schwenk, A. (2024). Digitaler Aufgabenpool Mathematik [<https://aufgabenpool.th-koeln.de/>] [Zugriff am: 2026-05-20].
- Lowe, T. W. (2015). Online quizzes for distance learning of mathematics. *Teaching Mathematics and its Applications: An International Journal of the IMA*, 34(3), 138–148.
- Peulen, K. (2014). Euclid the Game [<https://euclid.findell.org>] [Zugriff am: 2026-05-20].
- Sangwin, C. J. (2007). Assessing elementary algebra with STACK. *International journal of mathematical education in science and technology*, 38(8), 987–1002.
- Sommerlade, F., Eichler, A., Floren, H., Körtling, J., Lieben-dörfer, M., & Schürmann, M. (2026). LLV. HD–Digitale Elemente für eine standortübergreifende und fächerübergreifende Hochschullehre. *Mitteilungen der Gesellschaft für Didaktik der Mathematik*, (120), 27–29.
- Zegowitz, S. (2023). Evaluating the use of e-assessment in a first-year pure mathematics module. *Teaching Mathematics and Its Applications*, 42(2), 109–125.

Manuel Quaschner, Friedrich-Schiller-Universität Jena
manuel.robert.quaschner@uni-jena.de

William Böttinger, Friedrich-Schiller-Universität Jena
william.boettinger@uni-jena.de

Max Krischeu, Friedrich-Schiller-Universität Jena
max.krischeu@uni-jena.de

Laura Lindemann, Friedrich-Schiller-Universität Jena
laura.lindemann@uni-jena.de

Vladimir Matveev, Friedrich-Schiller-Universität Jena
vladimir.matveev@uni-jena.de

Exploring Mathematics Education in Various Countries

Interview with Jinho Kim, the President of the Korean Society of Mathematical Education (KSME)

Sebastian Schorcht



Jinho Kim

General

Dear Jinho Kim, we are very grateful for your willingness to share insights about KSME with us. Could you describe how the mathematics education research community is organized in your country?

The mathematics education research community in Korea is highly dynamic and well-organized, encompassing several academic societies that address different educational levels and theoretical orientations. Major organizations include the Korean Society of Mathematical Education (KSME), the Korean Society for Educational Studies in Mathematics (KSESM), the Korean Society of Elementary Mathematics Education (KSEME), Society for Research on Philosophy of Mathematics Education (SRPME), and the Korean School Mathematics Society. Among these, KSME serves as the central hub connecting researchers, policymakers, and practitioners nationwide and internationally. It

publishes leading journals such as *Mathematics Education Research and Practice* (MERP) and the Journals of the Korean Society of Mathematical Education (*The Mathematical Education*, *Theoretical Mathematics and Pedagogical Mathematics*, *Education of Primary School Mathematics*, and *Communications of Mathematical Education*), and it organizes national and international conferences, research workshops, and international symposia. From this year, KSME provides webinars featuring distinguished researchers as speakers. Through these platforms, KSME fosters scholarly exchange and supports the translation of research into classroom innovation. For your reference, you can find many other activities conducted by KSME on the KSME website www.ksme.org/eng/content/greeting.php.

Research Focus and Methods

Are there specific themes or issues that are particularly in focus in mathematics education research in your country?

Recent years have witnessed several prominent research trends in Korea's mathematics education community. One major focus is curriculum and textbook research, particularly related to the 2022 revised mathematics curriculum and its implications for teaching practice. For example, the 2022 revised mathematics curriculum highlights student agency as one of key instructional approaches. It would therefore be worthwhile to examine whether the achievement standards are aligned with the nature of student agency oriented instruction and implement lessons that strengthen students' agency. A second major theme is the integration of Artificial Intelligence (AI) into mathematics learning and teaching. This includes studies on AI-based digital textbooks, intelligent tutoring systems, and data-driven personalization. Currently, AI-based digital textbooks are widely used by elementary and secondary schools for enhancing equitable access for

all learners with AI-enhanced adaptive supports. As the MERP 2025 editorial (Choi, Lee, Lee, and Hwang, 2025) highlighted the importance of bridging the gap between research and practice in mathematics education, recently many Korean researchers have shown interest in this topic. Actually, the theme of the International Conference on Mathematics Education, held by KSME from November 14 to 16 in 2025, was *Bridging Research and Classroom Practice for the Future of Mathematics Education*. Many researchers, including Deborah Ball, who delivered a keynote lecture on *Dismantling Dichotomies of Mathematics Teaching Practice*, presented on the connections between theory and practice (KSME, 2025). Furthermore, affective domains (e.g., students' motivation, hope, self-efficacy, engagement, and growth mindset) have become significant research areas. According to Kwon and Kim (2024), in Korea, studies on the affective domain have been found to be closely related to cognitive aspects such as achievement, ability, and problem solving. Moreover, the scope of research has been expanding with the emergence of new concepts such as meta-affect (Do and Paik, 2019), and mindset (Pang, Kim, and Kwak, 2024). These directions collectively reflect a movement toward understanding mathematics learning not only as cognitive development but also as socially and technologically situated practice.

What challenges does the mathematics education research community in your country face?

Despite its strong tradition, the Korean mathematics education research community faces several challenges. The first challenge is the frequent revision of the national curriculum. Actually, from 1998 to 2022, there have been five revisions over roughly four years, and teachers who must implement each new curriculum may experience the revision cycle as even shorter (Kim, 2008). Such frequent curriculum reforms create instability, making longitudinal and comparative research difficult. Moreover, because research funding is largely policy-driven (Jang, 2014), topics often follow government priorities rather than organically emerging from scholarly discourse. A representative example is research on AI-empowered digital textbooks. With the change of government and the resulting shift in AI-based education policy, AI-empowered digital textbooks have been reclassified as educational materials (Kim, 2025), leading to a sharp decline in related research funding support. Another challenge lies in the evaluation system for research productivity, which emphasizes individual publication counts, discouraging collaborative and interdisciplinary projects (Kim, et al., 2022). Finally, institutional barriers – such as limited

localization support and financial constraints – restrict the country's ability to host large-scale international conferences like EARCOME or ICME, despite the strong intellectual infrastructure present within KSME and related societies. Despite these challenges, the KSME Board has resolved to co-host academic conferences with neighboring countries, such as the Japan Society of Mathematical Education and the Chinese Society of Mathematical Education, in order to further support the active international engagement of Korean mathematics educators, and is currently seeking to initiate contact with these organizations.

How is collaboration between mathematics educators and teachers organized in your country to implement research findings into practice?

Collaboration between researchers and teachers in Korea is both institutionalized and practice-oriented. The Korean Society of Mathematical Education plays a key role in bridging this gap by involving teachers in workshops, conferences, and collaborative projects. Nationwide groups such as the National Elementary Mathematics Research Association and the Mathematics Culture Research Association engage teachers in classroom-based studies, often presented through roundtables and practice-sharing sessions during KSME's annual conferences. Moreover, KSME organizes research exhibitions and R&E (Research and Education) presentations for high school students, encouraging early research engagement. Beyond conferences, the Society's newsletter regularly (6 times per year) features mathematics problems and teaching insights contributed by school teachers. Through additional initiatives such as the Mathematics Essay Contest, Peer Teacher Mentorship Program, and the Woobo Education Award, KSME recognizes and supports exemplary teaching and practitioner-led inquiry.

International Perspectives and Collaborations

To what extent do international research trends and discussions influence mathematics education in your country?

Korean mathematics education is deeply influenced by global research trends and actively contributes to international discourse. For example, the recently revised 2022 Mathematics Curriculum shifted in a direction that emphasizes strengthening student agency in lessons and enhancing mathematical competencies such as problem solving, reasoning, communication, connections, and information processing, which shows that these changes are aligned with global trends.

Beyond the curriculum level, Korean mathematics education has begun to actively shape global discussions on AI-enhanced teaching and learning through empirical classroom research and system-level design. For example, Kwon (2024) developed a customized GPTs-based chatbot for pre-service teacher education and analyzed its educational performance in mathematics, showing how generative AI can be embedded in mathematics teacher education in ways that support individualized guidance, formative feedback, and reflective learning on questioning practices. Building on international debates about the role of AI in schools, Shin (2020) examined prospective mathematics teachers' perceptions of AI in mathematics education and identified a nuanced division of labor between teachers and AI: teachers were seen as responsible for relational, open-ended, and affective aspects of teaching, while AI was positioned as a powerful tool for individualized practice, structured assessment, and administrative support. Furthermore, Korea's development of AI-based instructional systems such as the *TocToc Math* (Yeo et al., 2025) reflects not only the principles of personalized learning but also extends AI-teacher co-agency in classroom settings. Korean empirical studies provide further evidence of this trajectory. Collectively, these studies position Korea as a co-creator of emerging global standards in AI-empowered mathematics education rather than a mere adopter of external models.

Educational Policy and Practice

What role does mathematics education research play in shaping educational policies and curricula in your country?

Mathematics education research in Korea has a direct and significant influence on national policy and curriculum development. Empirical studies conducted by universities and societies such as KSME and KICE (Korea Institute for Curriculum and Evaluation) provide foundational evidence for curriculum reform. For example, 2022 revision mathematics curriculum introduced conceptual refinements such as the representation of equality and equivalence and the use of dual number lines in textbooks – changes that stemmed from research on students' mathematical reasoning. Moreover, studies on teachers' and students' perceptions inform how achievement standards are framed and operationalized. Many mathematics education researchers also serve as curriculum consultants or policy advisors, ensuring that educational reforms remain theoretically grounded and pedagogically sound.

Are there any special programs or initiatives focused on teacher training or professional development in mathematics?

Korea's teacher training system is both rigorous and structured. Pre-service education is provided through National Universities of Education (for elementary teachers) and Colleges of Education (for secondary teachers), which integrate disciplinary mathematics, pedagogy, and classroom practicum. In-service teacher development is managed by regional Offices of Education through mandatory and elective programs. At the national level, the Fourth Comprehensive Plan for Mathematics Education (2020–2029) emphasizes mathematical literacy, AI-based teaching, and interdisciplinary integration. The Korea Foundation for the Advancement of Science and Creativity also sponsors projects that enhance teachers' capacity to use AI tools, digital platforms, and STEAM-oriented curricula. Through these initiatives, Korea aims to strengthen teacher professionalism and sustain innovation in mathematics classrooms.

What particular challenges will educational policy in your country have to face in the coming years?

Korea's mathematics education policy must navigate several complex challenges in the near future. The first is ensuring mathematics education for all, particularly addressing the needs of students from multicultural or disadvantaged backgrounds. The second challenge arises from demographic decline, which requires rethinking school structures, resource allocation, and long-term curriculum goals. Third, the rapid spread of digital technologies demands ongoing teacher professional development to ensure that technological tools – ranging from calculators to dynamic geometry software – are used effectively rather than superficially. Finally, there remains a persistent gap between curriculum achievement standards and their practical realization in classrooms; future policies must provide more concrete guidance on how to implement and assess these standards in diverse learning environments.

Could you describe how both teacher education and the school system are structured in your country?

Teacher education in Korea operates through two main institutional pathways: National Universities of Education, which prepare elementary teachers, and Colleges of Education, which train secondary school teachers. Both systems emphasize a balance of mathematical content knowledge, pedagogical content knowledge, and teaching practicum. After appointment, teachers

receive continuous professional development organized by the Provincial Offices of Education. Many teachers later pursue graduate studies in mathematics education to deepen their research competence. Korea's school system itself consists of six years of elementary education, three years of middle school, and three years of high school, followed by optional university education. This structure allows for coherent progression but also creates challenges for aligning teacher education with evolving curricular demands.

Future Perspectives

What trends or developments do you see as particularly promising or important for the future of mathematics education in Korea?

One particularly promising direction for the future of mathematics education in Korea is the growing emphasis on internationalization across research, teacher education, and classroom practice. Korean mathematics education has matured to a point where global exchange is no longer supplementary but essential for advancing innovation and maintaining relevance in a rapidly changing educational landscape.

In this regard, the Korean Society of Mathematical Education (KSME) has been actively expanding its role in fostering international joint academic conferences. By co-organizing conferences, special issue forums, and research symposia with partner organizations, we seek to create sustained platforms where scholars, teachers, and policymakers can share insights, compare curricular reforms, and examine emerging pedagogical models. These joint events help build a common research agenda and cultivate a more integrated global mathematics education community.

A third development I view as highly important is the deliberate strengthening of collaborative research partnerships with Asian countries. East and Southeast Asia face many shared educational challenges – such as enhancing students' problem-solving capacities, integrating digital technologies, and supporting teacher professional learning – yet each country brings distinctive cultural and institutional strengths. Collaborative studies, cross-national lesson analyses, and regional research networks offer a powerful pathway for generating contextually sensitive but internationally relevant knowledge.

Together, these efforts – internationalization, global joint conferences, and deeper collaboration across Asia – represent strategic directions that will significantly shape and enrich the future of mathematics education in Korea.

What steps do you believe are necessary to further promote and improve research and practice in mathematics education in Korea?

First, we must expand and redesign teacher professional development so that it becomes more subject-focused, enabling teachers to deepen both their mathematical understanding and their pedagogical content knowledge. Effective mathematics teaching cannot rely solely on general pedagogical training; it requires sustained opportunities to engage with the discipline itself.

Equally important is enhancing the quality of teacher education for preservice teachers, particularly regarding their expertise in interpreting and using the national curriculum guides and teacher manuals. Building a strong foundation at the preservice stage ensures that beginning teachers enter the profession with a coherent understanding of mathematical trajectories, instructional design, and student learning progressions.

In addition, researchers need to engage more directly with authentic classroom practice. By grounding research in real-world instructional cases – documenting lessons, analyzing student thinking, and examining teacher decision-making – we can generate insights that meaningfully inform both theory and practice.

Another promising direction is the development of mathematics coaching systems. Well-prepared mathematics coaches can support teachers through classroom-based mentoring, collaborative planning, and ongoing reflection, helping to bridge the gap between research and daily instructional practice.

Finally, Korea needs long-term, policy-oriented research initiatives that examine the systemic conditions shaping mathematics education. Multi-year projects that explore curriculum reform, technology integration, assessment innovation, and equity issues will provide the kind of evidence base needed for sustainable policy improvement.

Taken together, these steps – subject-specific teacher training, strengthened preservice preparation, research deeply connected to classroom practice, the establishment of mathematics coaching roles, and long-term policy research – will play a critical role in advancing mathematics education in Korea.

References

- Choi, K., Lee, Y., Lee, Y., & Hwang, J. (2025). Change the journal title to reflect evolving focus. *Mathematics Education Research and Practice*, 28(1), 1–4.
- Do, J. & Paik, S. (2019). Analysis of characteristics from meta-affect viewpoint on problem-solving activities of

- mathematically gifted children. *The Mathematical Education*, 58(4), 519–530.
- Jang, S. (2014). *Science meets philosophy*. EBS Media.
- Kim, S. (2008). On the gap of revision and the 7th national mathematics curriculum according to shifts in contents. *Education of Primary School Mathematics*, 11(2), 95–103.
- Kim, Y. (2025, August 4). South Korea downgrades AI textbooks to educational materials after one semester. <https://biz.chosun.com/en/en-society/2025/08/04/PNKFZEJEBVBXNMX3SALXZ45TEU/>
- Kim, Y., Kang, J., Lee, J., & Noh, Y. A study on faculty perception of research performance evaluation. *Journal of the Korean Society for Library and Information Science*, 56(4), 309–333.
- Kwon, M. (2024). Development of a customized GPTs-based chatbot for pre-service teacher education and analysis of its educational performance in mathematics. *The Mathematical Education*, 63(3), 467–484.
- Kwon, M. & Kim, R. (2024). Analysis of affective domain trends in mathematics education using dynamic topic modeling. *School Mathematics*, 26(3), 445–468.
- KSME (2025). Bridging research and classroom practice for the future of mathematics education. *Proceedings of the 2025 international conference of the Korean Society of Mathematical Education*. Daegu, Korea.
- Pang, J., Kim, R., & Kwak, G. (2024). An analysis of elementary school teachers' mindset regarding students' mathematical ability. *The Mathematical Education*, 63(3), 485–503.
- Shin, D. J. (2020). An analysis prospective mathematics teachers' perception on the use of Artificial Intelligence (AI) in mathematics education. *Communications of Mathematical Education*, 34(3), 215–234.
- Yeo, S., Park, J., Nam, J., & Lim, M. (2025). Exploring AI-based instructional models emphasizing teacher agency in elementary mathematics education: A case of TocToc-Math. *Mathematical Education*, 64(2), 111–132.

Jinho Kim, President of KSME
jk478kim@dnue.ac.kr

Multiplizierende als Schlüsselfaktor für gelingenden Transfer im Programm QuaMath?

Hannah Krickau und Svea Hallemann

Einleitung

Das Unterrichts- und Fortbildungsentwicklungsprogramm QuaMath¹ ist ein Wissenschaft-Praxis-Programm, welches durch die Qualifizierung von Multiplizierenden die Fortbildung von Mathematik-Lehrkräften an 10 000 Schulen deutschlandweit anstrebt. Grundlage ist eine Kombination aus personaler, materialer und systemischer Implementationsstrategie. Im Rahmen der personalen Strategie werden Multiplizierende, welche überwiegend selbst Mathematik-Lehrkräfte sind, durch wissenschaftliches Personal des DZLM²-Netzwerks über mindestens drei Jahre qualifiziert. Nach dem ersten Jahr der Qualifizierung führen die Multiplizierenden selbst Fortbildungen im Rahmen von Schulnetzwerken durch. Teil der Fortbildungen sind Praxiserprobungen, in denen die Lehrkräfte die Inhalte in ihrem Unterricht, zwischen den Fortbildungsterminen ausprobieren. Die materiale Strategie umfasst Unterrichts-, Fortbildungs-, Qualifizierungs- sowie Transfermaterialien, welche im Rahmen des Programms zur Verfügung gestellt werden (Götze et al., 2024, S. 849). Im Sinne der systemischen Strategie werden relevante Akteurinnen und Akteure der Bildungsverwaltung der Bundesländer, sowie lokale Strukturen einbezogen. Unter anderem wurden hierfür jeweils Landesverantwortliche und mindestens zwei Landeskoordinierende (Primar- und Sekundarbereich) für jedes Bundesland benannt. Die Ausdifferenzierung der Programmarchitektur sowie weitere Informationen zu QuaMath sind dem Überblicksbeitrag von Prediger et al. (2024) zu entnehmen.

Ein zentrales Element der Programm-Umsetzung ist der multidirektionale Wissenstransfer, welcher die Unterrichts- und Fortbildungsqualität weiterentwickeln soll. Zum einen sollen Forschungserkenntnisse im Rahmen der Qualifizierungen und Fortbildungen in die Unterrichtspraxis der teilnehmenden Lehrkräfte, sowie die Kollegien gelangen. Auf der anderen Seite wird Wissen aus der Praxis durch die Multiplizierenden direkt an das DZLM-Netzwerk rückgekoppelt. Zusätzlich findet auch Transfer mit den Akteurinnen und Akteu-

ren aus der Bildungsverwaltung statt. Das Schlüsselement sind hier die Multiplizierenden, welche als Vermittelnde die Brücke zwischen Wissenschaft und Praxis bilden. Zusätzlich hängt der Transfer auch an der Vermittlung ihres eigenen impliziten Wissens. Zur Ergründung des Transfererfolgs im QuaMath-Programm sollte also ein besonderes Augenmerk auf die Rolle der Multiplizierenden gelegt werden. Daher widmet sich dieser Beitrag der Frage, inwieweit Multiplizierende als Schlüsselfaktor für gelingenden Transfer im Programm QuaMath verstanden werden können? Zur Beantwortung der Fragestellung werden acht Interviews mit Landeskoordinierenden aus dem QuaMath Programm herangezogen. Die Analyse stützt sich auf die Theorien zum Wissenstransfer und Transfererfolg von Hans-Günter Rolff (2019) und Cynthia E. Coburn (2003).

Theoretischer Hintergrund

In diesem Beitrag wird Transfer nach Gräsel (2010, S. 8) als Verbreitung oder Weitergabe von Innovation verstanden. Dieser Transfer kann in vier Stufen unterteilt werden: 1. explizites Wissen, 2. Erfahrungswissen, 3. implizites Wissen und 4. intangibles, holistisches Wissen (Rolff, 2019, S. 50). Explizites Wissen umfasst kognitives, aufgeschriebenes Wissen, wie es sich beispielsweise in Lehrbüchern, Materialien oder Konzepten wiederfinden lässt und kann vergleichsweise leicht transferiert werden. Erfahrungswissen beschreibt implizites Wissen, welches an eine Person gebunden ist aber in explizites Wissen überführt und so vermittelt werden kann. Dies betrifft etwa Entwicklungskonstellationen oder Akteurskonstellationen (Ebd., S. 49 ff.). Abgesehen vom Erfahrungswissen beschreibt implizites Wissen Werte, Haltungen und Überzeugungen einer Person oder Organisation. Intangibles Wissen beschreibt den „Geist“ oder „Spirit“ einer Person beziehungsweise Organisation (Ebd., S. 50 ff.). Beispiele hierfür sind Selbstwirksamkeitsvorstellungen, eine Vertrauenskultur oder Lernfreude. Rolff zufolge nimmt

¹ QuaMath – Unterrichts- und Fortbildungs-Qualität in Mathematik entwickeln

² DZLM – Deutsches Zentrum für Lehrkräftebildung Mathematik

das implizite Wissen eine besondere Rolle bei der Verbreitung von Innovationen ein, da es Handlungsabläufe steuert und gestaltet, sowie inhärenter Teil der Innovation ist (2019, S. 52). Für den Transfer muss dieses implizite Wissen von Personen verkörpert werden, wie etwa von den Mitgliedern des DZLM-Netzwerks oder den Multiplizierenden.

Inwieweit Transfer als gelingend beschrieben werden kann, soll anhand der von Coburn (2003) entwickelten Merkmale des Transfererfolgs analysiert werden. Die vier Merkmale umfassen: Verbreitung, Tiefe, Identifikation und Nachhaltigkeit (Coburn, 2003; Pant, 2023). Die *Verbreitung* fokussiert die Reichweite des Transfers und meint zunächst ganz konkret die Anzahl der Schulen und Lehrkräfte die an der Maßnahme beteiligt sind. In QuaMath werden seit Schuljahr 2023/24 jedes Schuljahr 1000 Schulen in das Programm aufgenommen mit der Zielgröße bis 2033 insgesamt 10 000 Schulen mit je zwei bis fünf Lehrkräften zu erreichen. Derzeit bestehen zwei Kohorten mit insgesamt 2300 Schulen und 8250 Lehrkräften (Stand: März 2026). Die 515 von den QuaMath Modulteam qualifizierten Multiplizierenden im Programm bilden in Tandems die Lehrkräfte in Schulnetzwerken fort. Diese dann fortgebildeten Lehrkräfte sollen anschließend in ihren Schulteam an den Inhalten und Unterrichtspraktiken weiterarbeiten, gegenseitig im Austausch bleiben sowie die QuaMath Inhalte in die Kolleg- und Fachschaft ihrer Schule transferieren. Ziel ist, dass alle Lehrkräfte die Mathematik in der Einzelschule unterrichten ihren Unterricht weiterentwickeln. Perspektivisch sollen so die Schülerinnen und Schüler im Unterricht davon profitieren (auch diejenigen, deren Lehrkräfte nicht im Programm fortgebildet wurden). Die Verbreitung nach Coburn vollzieht sich in QuaMath daher einmal direkt, durch die teilnehmenden Lehrkräfte am Programm und indirekt, indem die Lehrkräfte eigeninitiativ die (neuen) Unterrichtspraktiken an ihre Kolleginnen und Kollegen weitergeben. Das Merkmal „Tiefe“ von Coburn fokussiert die Veränderungen der Handlungsrouninen, Lernprozesse und Überzeugungen der Lehrkräfte in QuaMath (Ebd., 2003). Es geht dabei bspw. nicht (nur) darum neue Materialien oder andere Strukturen zu akzeptieren und zu nutzen, sondern Tiefe meint eine Veränderung der professionellen Handlungen der Lehrkräfte. Inwiefern *Identifikation* mit einer Maßnahme besteht wird deutlich, wenn Handelnde (hier Multiplizierende und Lehrkräfte an den Schulen) Verantwortung für die Umsetzung (Ownership) übernehmen. *Nachhaltigkeit* fokussiert auf die langfristige Veränderung und damit den Beibehalt der neuen professionellen Handlungsrouninen, auch wenn die Maßnahme beispielsweise keine finanzielle und personelle Unterstützung durch externe Agierende

(in QuaMath sowohl Multiplizierende als auch Ländervertretende) erfährt. Nachhaltigkeit besteht, wenn die Innovation bzw. Maßnahme dauerhaft im System Schule verankert wird. Coburns Ansatz macht deutlich, dass ein Transfererfolg mehr braucht als breite Verteilung. Eine Maßnahme kann viele Lehrkräfte erreichen, aber trotzdem oberflächlich bleiben, wenn sie das professionelle Handeln nicht verändert. Umgekehrt kann eine Innovation tief wirken, aber scheitern, wenn sie nicht akzeptiert, übernommen und auf Dauer fortgeführt wird.

Im Folgenden werden wir uns auf die Zielgruppe der Multiplizierenden im QuaMath Programm fokussieren und anhand der Interviews mit den Landeskoordinierenden aufzeigen, welchen direkten Stellenwert sie für den Transfer in die Schulnetzwerke und indirekt in den Schulen einnehmen (können).

Forschungsdesign

Zur Beantwortung der Fragestellung wurden acht Leitfadeninterviews mit Landeskoordinierenden aus dem QuaMath-Programm herangezogen. Insgesamt gibt es 43 Landeskoordinierende. Somit wurden 18,6 % der Landeskoordinierenden interviewt. Die interviewten Landeskoordinierenden bestehen zur Hälfte aus Landeskoordinierenden, welche eine Doppelrolle besitzen und ebenfalls als Multiplizierende tätig sind. Die Befragung der Landeskoordinierenden bietet sich zur Beantwortung der oben dargelegten Fragestellung insbesondere an, da sie in ihrer Arbeit im engen Austausch mit den Multiplizierenden stehen sowie teilweise selbst in dem Bereich tätig sind. Gleichzeitig haben sie durch ihre koordinierende Tätigkeit einen guten Überblick über die Fortbildungsgeschehnisse und sie können individuelle Erfahrungen der Multiplizierenden auf einer systematisierenden, zusammenfassenden Ebene vermitteln, sowie Gesamtprozesse berücksichtigen (Hallemann et al., 2026). Die Interviews stammen aus zwei Befragungszeiträumen mit drei Monaten Abstand. Durch inhaltliche Überschneidungen in den Leitfäden, können alle Interviews gemeinsam ausgewertet werden. Im ersten Befragungszeitraum vom 12. 12. bis 18. 12. 2025 wurden drei Interviews geführt; im zweiten Befragungszeitraum vom 11. 3. bis 23. 3. 2026 fünf. Die Interviews wurden online per Zoom durchgeführt, aufgezeichnet und anschließend unter der Verwendung von künstlicher Intelligenz transkribiert, sowie die Transkripte händisch nachgebessert und anonymisiert. Ausgewertet wurden diese mittels qualitativer Inhaltsanalyse (Mayring, 2014), indem jede Aussage als Analyseeinheit herangezogen wurde, unter Nutzung von MAXQDA.

Die Haupt- und Unterkategorien wurden überwiegend deduktiv anhand des theoretischen Hintergrunds (Coburn, 2003 und Rolff, 2019) sowie drei Kategorien induktiv aus dem Material selbst entwickelt. Die Einzelinterviews werden in der Auswertung als exemplarische Fallbeispiele herangezogen, um erste Tendenzen der Transferwirkung aufzuzeigen, ohne dabei den Anspruch eines umfassenden Wirkungsmodells zu erheben.

Ergebnisse

Im Rahmen des Wissenstransfers in QuaMath legen die befragten Landeskoordinierenden einen besonderen Fokus auf Erfahrungswissen und implizites Wissen. Explizites Wissen rückt zunehmend in den Hintergrund und wird insbesondere hinsichtlich seiner direkten Umsetzbarkeit geschätzt. (I4, I5). Beispielsweise in der Forderung, dass Schulleitungen einen kurzen Leitfa-den zur Unterstützung des Transfers im Kollegium erhalten sollten, welchen sie schnell abarbeiten können (I5). Im Verlauf des Programms nutzen die Multiplizierenden und Landeskoordinierenden Erfahrungswissen, um die Fortbildungen weiter an die Bedürfnisse der Lehrkräfte anzupassen (I1, I2, I3, I4, I8). Gleichzeitig wird zwischen den Multiplizierenden reichlich Erfahrungswissen ausgetauscht (I1, I2, I3, I8). In den Fortbildungen kann Erfahrungswissen durch Praxiserprobungen nutzbar gemacht werden. In Form eines Reflexionsbogens können die Lehrkräfte ihre Erfahrungen mit den Multiplizierenden verbalisieren und teilen, welche die Rückmeldungen dann zusammenfassen und so in dem Netzwerk besprechbar machen (I8). Gleichzeitig berichten viele Landeskoordinierende, dass ein Transfer nur möglich ist, wenn passende Haltungen, Einstellungen und Ziele an die Lehrkräfte vermittelt werden können (I4, I5, I6, I7, I8). Die Multiplizierenden stehen größtenteils hinter den Zielen von QuaMath und der Programmausgestaltung. Dieses implizite Wissen geben sie in Form von Motivation an die Schulen weiter, was den Transfer und die Wissensweitergabe begünstigen (I4, I5, I8). Dies kann ebenso durch Einstellungen der Landeskoordinierenden und Personen der Bildungsverwaltung beeinflusst werden (I4, I8). Für gelingenden Transfer muss eine Haltung im Sinne des Lebenslanglern existieren, dass damit einhergeht, dass der eigene Unterricht beständig weiterentwickelt wird (I5, I6). Auch hilft es, wenn die Lehrkräfte freiwillig teilnehmen und sich proaktiv für QuaMath interessieren (I5, I7). Die Offenheit den eigenen Unterricht zu reflektieren kann jedoch auch im Programmverlauf entwickelt werden (I4, I2). Insbesondere der Primarstufe wird im Sinne

des intangiblen Wissens eine Freude am Lernen zugeschrieben, welche den Transfer der Fortbildungsinhalte begünstigt (I4).

Inwieweit dieser Transfer nun als gelingend beschrieben werden kann, soll anhand der vier Merkmale von Coburn (2003) vertieft werden. Die *Verbreitung* im Rahmen des QuaMath-Programms findet zum einen durch Multiplizierende in Schulnetzwerken statt und adressiert direkt Lehrkräfte, die Fortbildungen erhalten. Andererseits sollen dann anschließend die fortgebildeten Lehrkräfte die Verbreitung (den Transfer in die Kolleg- und Fachschaft) eigenständig sicherstellen. Dieser zweite Schritt findet zumeist losgelöst von den Multiplizierenden im Programm statt, da sie nicht in Einzelschulen agieren. Ersteres ist ein evaluierbarer Prozess zu dem die Landeskoordinierenden in den Interviews Aussagen tätigen können. Letzteres wird derzeit durch die Interviews mit den Landeskoordinierenden als intransparent und herausfordernd thematisiert, dem man zukünftig mit Konzepten und Impulsen begegnen muss (I1). Während der Fortbildungen nehmen die Lehrkräfte überwiegend aktiv teil und führen die Praxiserprobungen durch (I1, I4, I5, I8). Teilweise entstehen Synergieeffekte und die Multiplizierenden und teilnehmenden Lehrkräfte ziehen sich gegenseitig mit (I8). Dafür sprechen auch die aktuell 8250 teilnehmenden Lehrkräfte. Im dritten QuaMath-Jahr wurde mit Blick auf die Verbreitung durch die Multiplizierenden in den Schulnetzwerken das angestrebte Ziel von 2000 Schulen mit aktuell 2300 teilnehmenden Schulen übertroffen. Zum gegenwärtigen Zeitpunkt ist das Soll-Ziel der Verbreitung in quantitativer Hinsicht erreicht.

Für den Transfer in die Kollegien werden jedoch einige Herausforderungen aufgezeigt. Diese werden insbesondere auf der Verwaltungsebene gesehen, die strukturelle Voraussetzungen wie Austauschmöglichkeiten schaffen müsste (I4) und hinter QuaMath stehen sollte (I8). Auch die Schulleitungen müssten QuaMath eine größere Priorität zuschreiben, doch teilweise wird damit gehadert der Fachschaft etwas vorzuschreiben (I4). In den Fortbildungen wird durch die Lehrkräfte berichtet, dass sie den Transfer entweder sowieso nebenbei machen und hierfür keinen gesonderten Raum in Anspruch nehmen oder es gebe keine Ressourcen für einen Transfer ins Kollegium (I4):

Wir versuchen, den Multis Impulse mitzugeben. Ähm, wir haben auch schon zum Thema Transfer ins Kollegium mal eine Online Veranstaltung gemacht, wie so was gelingen könnte. Das sind dann aber auch die Rückmeldungen, dann häufig so entweder die, das machen die Kolleginnen und Kollegen schon irgendwie nebenbei oder wir haben

keine Ressourcen für zusätzliche Veranstaltungen. (Interview 4, Zeile 290–295)

In einem Bundesland wird versucht, den Lehrkräften bereits in der ersten Fortbildungsveranstaltung zu vermitteln, wie wichtig es ist, dass sie ihre Schulleitung von Beginn an involvieren, um nötige Freiräume und Ressourcen zu erhalten (I6). Insbesondere eine Identifikation oder Begeisterung der teilnehmenden Lehrkräfte, gekoppelt mit der Realisierung, dass die Inhalte in ihrem Unterricht wirken, begünstigen, dass ein Transfer ins Kollegium stattfindet (I8, I5) und neue Schulen akquiriert werden (I2). Die Begeisterung kann von den Multiplizierenden vermittelt werden (I8).

Zusätzlich findet querlaufend und von der Programmstruktur zunächst nicht explizit intendiert, eine Verbreitung durch die Multiplizierenden in der 2. Phase der Lehrkräftebildung bei einigen Bundesländern statt:

Es spielt bei uns auch in die Ausbildung [der Lehrkräfte] rein. Viele unserer Multis sind in Doppelfunktion Ausbildung und Fortbildung unterwegs. Super Chance, da so ein Bild von Mathe zu entwickeln, was jetzt auch aktuell ist und tragfähig [...] ist. (Interview 7, Zeile 69–72)

Dies kann positive Transfereffekte für die Schulen haben, deren Evaluierung jedoch nicht möglich ist, aufgrund der programmexternen Struktur.

Da QuaMath ein aufwachsendes Programm ist, melden die 15 teilnehmenden Bundesländer jedes Schuljahr insgesamt 1 000 neue QuaMath Schulen und teilnehmende Lehrkräfte. Die Verbreitung kann nur gelingen, wenn die Bundesländer die jährlichen Plangrößen erreichen, indem sie Schulen verlässlich für eine Teilnahme am Programm gewinnen. Gleiches betrifft die Beibehaltung der Anrechnungsstunden für die Multiplizierenden selbst (I8) um verlässlich die Schulnetzwerke zu begleiten. Für die Rekrutierung neuer Schulen ist unter anderem der gewinnbringende Transfer zu den teilnehmenden Lehrkräften wichtig, da diese durch das Berichten ihrer positiven Erfahrung weitere Schulen zur Teilnahme begeistern (I2).

Laut Coburn zeichnet sich Transfererfolg zusätzlich durch *Tiefe* aus. Gemeint ist in Bezug auf QuaMath, wenn Lehrkräfte ihre Diagnostik, ihre Förderplanung und ihre didaktischen Entscheidungen anpassen, statt nur ein Materialpaket zu verwenden (Coburn, 2003; Pant, 2023). Solche, auch sprachlichen Anpassungen und Reflexionen sowie Veränderungen gelten als tiefer Transfer, weil sie professionelle Routinen und nicht nur Oberflächenstrukturen betreffen. In QuaMath passiert dies bei den Multiplizierenden als auch bei einigen durch sie fortgebildeten Lehrkräften nach Einschät-

zung der Landeskoordinierenden, wobei die Dauer der Programmzugehörigkeit wichtig zu sein scheint:

Also wenn sie [die Lehrkräfte] dann länger im QuaMath-Programm sind, sind viele bereit, auch ihren Unterricht zu verändern. (Interview 4, Zeile 101–104)

Das Design im Sinne der gemeinsamen Haltung und Struktur soll ein tiefes Betrachten der eigenen Praxis sowie die gemeinsame Bearbeitung begünstigen (I4). Beispielsweise wird durch die Praxiserprobungen der direkte Bezug theoretischer Inhalte auf die eigene Praxis ermöglicht und für die Reflexion im Netzwerk verfügbar gemacht (I7). Anhand der Praxiserprobungen wird auch das Lernen der Lehrkräfte für die Multiplizierenden aber auch die Lehrkräfte selbst deutlich:

Das geht natürlich über Praxiserprobungen und was sie dann hochladen deutlich einfacher. Dann sieht man, was passiert, dann kann man eher einschätzen, welche Verhaltensänderung auch im eigenen Unterricht passiert. (Interview 3, Zeile 424–431)

Für einige Multiplizierende bestehen allerdings Herausforderungen den Lehrkräften das Wissen so zu vermitteln, dass die Lehrkräfte richtig verstehen, worin der Unterschied in QuaMath im Vergleich zu gewohnten Unterrichtsroutinen liegt:

Und wenn sie [die Lehrkräfte] dann von ihrem Unterricht erzählen, dann merken die Multis, ne eigentlich haben sie es überhaupt nicht kapiert, sie denken nur, sie machen es richtig. Und das ist natürlich ganz schwierig, jemandem dann irgendwie was beibringen zu wollen, wenn er gar nicht sieht, dass er das nicht kann. (Interview 2, Zeile 576–580)

Die *Identifikation* als weitere Merkmalsausprägung für Transfererfolg wird durch die Landeskoordinierenden ebenso als Erfolgsfaktor benannt. Laut Landeskoordinierenden gibt es ausgeprägte Motivationen sowohl bei den Multiplizierenden, als auch bei den Lehrkräften für QuaMath:

Also was wir dort, ich sag mal, an Lehrkräften erleben und an positiver Stimmung und tollen Synergieeffekten, wenn wir mit denen arbeiten, das ist unglaublich. Das ist wirklich toll. Und die haben uns auch zurückgemeldet, sie brennen dafür so sehr, sie ziehen da so mit und das ist, das ist wirklich toll. Also, und das ist total förderlich dafür, dass die Schulen das gerne mitmachen. Ja, also wenn die Multiplizierenden vom Projekt überzeugt sind, dann können die das auch, ich sag mal, rüberbringen und dadurch wird das einfach einfacher. (Interview 8, Zeile 162–168)

Hier scheint ein Transfer des impliziten Wissens, in Form von Haltungen und Überzeugungen zwischen den Multiplizierenden und den Lehrkräften erfolgreich stattzufinden. Es überschneiden sich die Annahmen der Landeskoordinierenden mit denen von Rolff, dass der Transfer von Haltungen und Überzeugungen einen Schlüsselfaktor im Verbreiten von Innovationen bzw. den Ideen des Programms bildet (2019, I4, I5, I8). Auch die Landeskoordinierenden selbst können einen solchen Transfer ermöglichen:

Meine Multis stehen total hinter QuaMath. Ich glaub, das liegt nicht zuletzt daran, dass ich total hinter QuaMath stehe. (Interview 4, Zeile 190–191)

Eine gemeinsame Identifikation und Teambuilding der Multiplizierenden kann unter anderem durch die Teilnahme und gemeinsame Bahnfahrt zu den jährlich stattfindenden Bundestagungen erreicht werden (I2, I3). Motivation fördert die Bildung einer Gemeinschaft (I5). Wichtig sind in diesem Kontext gemeinsame Zielvorstellungen, welche zusätzlich die Motivation befördern (I6, I7, I8). Eine Identifikation seitens der Schulaufsicht, der Verwaltung und der Schulleitungen würde den Transfer laut Landeskoordinierende vermutlich noch weiter stärken (I4, I5, I6, I7, I8). Ein solches politisches Commitment bedeutet auch die Einigung auf ländergemeinsame Ziele und Standards (I4, I8), die Abkehr von Programmförderlogiken für die Dauer von zwei bis drei Jahren, um dann neue, andere Projekte umzusetzen (I7).

Das Merkmal *Nachhaltigkeit* von Coburn adressiert die Zukunft von QuaMath. Zum derzeitigen Zeitpunkt können noch keine Aussagen gemacht werden, inwiefern die fortgebildeten Lehrkräfte auch nach Ablauf ihrer Fortbildungen im dritten Jahr und v. a. darüber hinaus die QuaMath Prinzipien und Unterrichtspraktiken einerseits für ihren Unterricht verinnerlicht sowie andererseits in die Kollegien transferiert haben. Diese Unsicherheit beschäftigt die Landeskoordinierenden jedoch intensiv (I4, I6, I8). Insbesondere wird eingewandt, dass die hohe Lehrkräftefluktuations eine längere Betreuung unabdingbar macht, damit das Wissen nicht an ausgewählten Personen haftet, die die Schule (temporär oder für immer) verlassen, sondern in der gesamten Schule verankert werden muss (I4, I7, I8). Sonst besteht die Gefahr, dass die Lehrkräfte, welche an QuaMath teilgenommen haben, nicht mehr an der Schule tätig sind und sich so keine Veränderung an der Schule vollzieht (I4, I7). Dies weist darauf hin, dass der Zeitpunkt für eine vollständige Eigenverantwortung der Schulen noch nicht erreicht ist und dass „Ownership“ als zentrales Nachhaltigkeitskriterium (Coburn, 2003) derzeit nur bedingt vorliegt. Mögliche Lösungs-

ansätze hierfür sind die Verzahnung mit den regulären bundeslandinternen Fortbildungen (I6), wöchentliche Austauschtermine im Kollegium oder der Fachschaft (I6), die Schulen untereinander zu vernetzen (I8) und die Multiplizierenden weiter aktiv in die Schulen einzubinden:

Wir wollen eben versuchen, dass wir einzelne Schulteams, die das wünschen, das wir zum Beispiel zu denen im dritten Jahr auch mal in die Schulen fahren, dass wir zum Beispiel bei einer inhaltlichen Dienstberatung zum Beispiel Mikrofortbildungen für die Schulteams anbieten, um im Prinzip diese Transparenz zwischen denen, die am QuaMath-Programm direkt teilgenommen haben, der Lehrkräfte und dem Schulteam auch noch mal viel enger zu bringen. Dass da einfach noch eine größere Transparenz ist und dadurch auch überhaupt eine Nachhaltigkeit stattfindet. (Interview 8, Zeile 408–414)

Auch sollten die Anrechnungsstunden für die Multiplizierenden nicht gekürzt werden, dass diese ihre Arbeit weiter fortführen können (I8). Wichtig scheint zudem eine positive Einstellung zum Lebenslanglernen und die Reflexion des eigenen Unterrichts zu sein, dass zumindest Einzelpersonen die Inhalte nicht nach dem Fortbildungszeitraum wieder vergessen (I2, I7). Diese Verhaltensveränderung der einzelnen Lehrkräfte benötigt jedoch Zeit (I3).

Außerhalb von Coburns Merkmalen für Transfererfolg konnten zudem förderliche und hinderliche Rahmenbedingungen durch die Interviews mit den Landeskoordinierenden identifiziert werden, die losgelöst von der Zielgruppe der Multiplizierenden bestehen. Diese werden im Weiteren verkürzt (lediglich) exemplarisch benannt: ein wichtiger Punkt sind der Personalmangel sowie die damit einhergehenden begrenzten zeitlichen Ressourcen (I1, I2, I4, I5, I8). Zusätzlich entstehen Herausforderungen, wenn die Lehrkräfte nicht freiwillig an dem Programm teilnehmen, sondern zur Teilnahme aufgefordert wurden (I5, I8). Des Weiteren fehlen in der Sekundarstufe aktuell noch Materialien für den Transfer in das Kollegium, welche teilnehmende Lehrkräfte nutzen können (I6). In der Primarstufe, wo es diese Materialien bereits gibt, werden diese als hilfreich erachtet (I7). Allgemein werden die unterstützenden Programm-Strukturen wie eine länderübergreifende Gesamtkoordination und das programminterne Lernmanagementsystem als förderlich benannt (I5, I6, I7, I8). Zusätzlich ist die Rolle der Schulleitungen als wichtige Akteursgruppe identifiziert, sie können in der Einzelschule Maßnahmen ermöglichen und Strukturen befördern wie auch zeitliche Freiräume für Lernen und Fortbildung gewähren (I4, I5, I7). Erweiterte, zu-

sätzliche Ressourcen für Multiplizierende könnten den Transfer begünstigen, indem sie auch bei Bedarf in den Einzelschulen tätig werden könnten und so die fortgebildeten Lehrkräfte aus dem Programm unterstützen die Inhalte in die Fach- und Kollegschaft zu überführen (I4, I8).

Fazit und Diskussion

Das Programm befindet sich derzeit mitten in der Umsetzung, sodass die dargelegten Befunde lediglich eine temporäre Bestandaufnahme darstellen und der Transfererfolg sowie die damit zusammenhängenden vier Merkmale von Coburn nicht abschließend bewertet werden können. Es zeigen sich vor allem in den drei Merkmalsausprägungen „Verbreitung“, „Tiefe“ und „Identifikation“ positive Einzelbefunde: Nach Einschätzung der Landeskoordinierenden gelingt es insbesondere hoch motivierten und dem Programm gegenüber positiv eingestellten Multiplizierenden, die Fortbildungsinhalte überzeugender an die Lehrkräfte zu vermitteln. Gleichsam können die Landeskoordinierenden (von denen vier ebenso als Multiplizierende im Land agieren) aufzeigen, dass Abgaben und Bewertungen der Praxiserprobungen reale Anpassungen im Unterricht aufweisen. Inwiefern diese Anpassungen auf Dauer gestellt sind, lässt sich momentan aber noch nicht beantworten. Das dritte Merkmal „Verbreitung“ wird von den Multiplizierenden verlässlich im Rahmen ihrer Fortbildungen in Tandem-Struktur durchgeführt. Ohne sie wäre eine Verbreitung nicht möglich, daher sind die Multiplizierenden für die Umsetzung elementar und benötigen dafür Anrechnungsstunden. Abhängig sind sie allerdings vom aufwachsenden Prinzip und damit von den jährlichen Anmeldungen der neuen Schulen. Die Merkmalsausprägung „Nachhaltigkeit“ muss losgelöst von den Multiplizierenden funktionieren, sodass hier kein Einfluss durch diese Zielgruppe erwartbar ist, gleichzeitig ist „Nachhaltigkeit“ als Herausforderung durch die Landeskoordinierenden identifiziert. Die dargestellten Aussagen eröffnen punktuelle Perspektiven hinsichtlich bestehender Chancen und Herausforderungen, die künftig verstärkt in den Fokus wissenschaftlicher und praktischer Betrachtungen rücken sollten. Insbesondere die Unsicherheiten bezüglich der Transferbestrebungen beziehungsweise Transferaktivitäten fortgebildeter Lehrkräfte in das Kollegium der Einzelschulen wurden als relevantes Wissensdefizit durch die Äußerungen der Landeskoordinierenden identifiziert. In Bezug auf den Transfer verschiedener Wissensformen sollte bei zukünftiger Forschung ein Fokus auf das implizite Wissen gelegt werden. Dieses könnte eine Bedingung für die posi-

tiven Tendenzen bei den Erfolgsmerkmalen Verbreitung und Identifikation im QuaMath Programm darstellen. Der Transfer von Haltungen und Einstellungen erfolgt insbesondere durch Multiplizierende, wodurch ihnen eine Schlüsselposition zukommt. Nicht unbeachtet sollten jedoch die Einstellungen und Haltungen der Landeskoordinierenden, der DZLM-Mitglieder sowie das politische Commitment der Zuständigen in der Bildungsverwaltung bleiben.

Neben der begrenzten Interviewanzahl von acht Landeskoordinierenden sei hier kritisch angemerkt, dass die dargelegten Aussagen lediglich als erste Tendenzen der Wirkung im Bereich Transfer zu deuten sind und keinesfalls als hochskalierbare Befunde zu bewerten sind. Fehlend sind zudem Betrachtungen und Äußerungen durch die Multiplizierenden und fortgebildeten Lehrkräfte selbst. Es besteht diesbezüglich weiterer Forschungsbedarf.

Literatur

- Coburn, C. E. (2003). Rethinking scale: Moving beyond numbers to deep and lasting change. *Educational Researcher*, 32(6), 3–12.
- Götze, D., Holzäpfel, L., Prediger, S., Pant, H. A., Rösken-Winter, B. & Selter, C. (2024). Das QuaMath-Programm – Konzeptionelles und Beispiele. In P. Ebers, F. Rösken, B. Barzel, A. Büchter, F. Schacht & P. Scherer (Hrsg.), *Beiträge zum Mathematikunterricht 2024. 57. Jahrestagung der Gesellschaft für Didaktik der Mathematik*. (S. 849–852). WTM. DOI: 10.37626/GA9783959872782.0
- Gräsel, C. (2010). Stichwort: Transfer und Transferforschung im Bildungsbereich. *Zeitschrift für Erziehungswissenschaft*, 13, 7–20. DOI: 10.1007/s11618-010-0109-8
- Hallemann, S.; Krickau, H., Kreuziger, A. (2026, im Erscheinen). Transfer im QuaMath-Programm: Kooperationsstrukturen zwischen Landeskoordinierenden und Multiplizierenden als Grundlage von Transfer. In B. Mutschler (Hrsg.) *Sammelband Kompetenzverbund Lernen: Digital: Transfer: im Kontext digitaler Transformation*. Waxmann.
- Pant, H. A. (Impulsvortrag Bildungsgipfel vom 14. 3. 2023). Welche Bildungsgerechtigkeit wollen wir? Wieso Bildungsforschung, Bildungspraxis und Bildungspolitik einen neuen Dialog brauchen. www.empirische-bildungsforschung-bmbfsfj.de/img/Impulsvortrag%20Prof.%20Dr.%20Hans%20Anand%20Pant.pdf
- Pant, H. A. (Vortrag im Rahmen der Bildungsforschungstagung 25./26. 3. 2025). Was macht eigentlich Transfer so komplex? Ein Prozessmodell für den Wissenschafts-Praxis-Transfer. www.empirische-bildungsforschung-bmbfsfj.de/img/Bifo_Was%20macht%20eigentlich%20Transfer%20so%20komplex.pdf
- Prediger, S., Selter, C., Götze, D., Hallemann, S., Holzäpfel, L., Kreuziger, A., Pant, H. A., Rösken-Winter, B.

(2024). QuaMath – Unterrichts- und Fortbildungsqualität in Mathematikentwickeln: Konzept des Zehnjahres-Programms von DZLM und KMK. *GDM-Mitteilungen*, 116, 49–61. ojs.didaktik-der-mathematik.de/index.php/mgdm/article/view/1226/1377

Rolff, H.-G. (2019). Transfer von Innovationen im Schulbereich. In Schreiner, C., Wiesner, C., Breit, S., Dobbstein, P., Heinrich, M. & Steffens, U. (Hrsg.), *Praxistransfer Schul- und Unterrichtsentwicklung* (1. Auflage) (S. 49–60). Münster: Waxmann.

Hannah Krickau, Leibniz-Institut für die Pädagogik der Naturwissenschaften und Mathematik
krickau@leibniz-ipn.de

Svea Hallemann, Leibniz-Institut für die Pädagogik der Naturwissenschaften und Mathematik
hallemann@leibniz-ipn.de

Warum die Quantenmechanik für Lehrende von Bedeutung ist, obwohl sie in der Schule nicht vorkommt

Hanns Sommer

Anforderungen an das Denken

Als Lehrende ist es unsere Aufgabe, das Denken zu vermitteln. Aber verstehen wir diese Aufgabe alle in gleicher Weise? Ich möchte in diesem Beitrag Heideggers Sichtweise diskutieren. Er schreibt in seinem Aufsatz „Was heißt Denken?“ (Heidegger, 1955): „Das Bedenklichste in unserer bedenklichen Zeit ist, dass wir noch nicht denken.“

Heidegger spricht also seiner Zeit das Denken überhaupt ab. Aus Heideggers Sicht müssten wir mit unserem Denken, das Denken selbst erfassen können, um dessen Angemessenheit an unsere Zeit zu überdenken. Unser Denken muss uns 'bedenklich' werden, damit es uns nicht nur Einschränkungen unserer Lebensmöglichkeiten aufzeigt, sondern auch Wege, die aus diesen herausführen. Mittels dem Denken geben wir den Phänomenen in unserer Welt eine Bedeutung, um uns eine Meinung über diese zu bilden. Heideggers Lehrer Husserl nennt diesen Prozess ‚das Vermeinen‘, mittels dem wir Konzepte bilden, die uns ein Denken über die Phänomene möglich machen.

Während diese Konzepte in den Geisteswissenschaften auch individuell bleiben können, müssen diese im Mathematikunterricht, für die Naturwissenschaften, eindeutig und vollständig kommunizierbar (d. h. objektiv) gemacht werden. Wir müssen diese mittels einem Formalismus (einem System von Axiomen) so verfügbar machen, dass wir mit ihnen ‚rechnen können‘. In einfachster Weise können wir uns einen Formalismus als ‚Baukasten‘ vorstellen, mit dem aus einfachen Grundelementen (Backsteinen, Strichen, Grundelementen der Geometrie) komplexe Gebilde wie Häuser, Primzahlen oder Sätze der Geometrie verständlich gemacht werden können.

Das Verständlichmachen mittels der Mathematik gründet daher in einer ‚Bottom-up‘ Methode, bei der Komplexes aus Grundelementen aufgebaut wird.

Im vorliegenden Beitrag soll diese Vorstellung von der Mathematik als ‚bedenklich‘ nachgewiesen werden. Die Auffassung von der Mathematik als ‚Rechnen‘ oder ‚Herleiten von Sätzen‘ erfasst nach Heidegger nur ein ‚berechnendes Denken‘ und gelangt noch nicht zum ‚Besinnen‘, d. h. zu einem Denken, das uns über unser bisheriges Denken hinausführt. Wir wollen die Mathematik aber als eine Wissenschaft verstehen, die auch

Wege zu einer neuen Bedeutung ermöglicht. Das Vermeynen oder die Bedeutungszuweisung sind essentielle Inhalte des Mathematikunterrichts.

Bedenklichkeit einer mathematischen Beschreibung

1905 erschien Einsteins berühmte Erklärung für den Compton-Effekt, die den Nachweis für das Bestehen eines Lichtstrahls aus Lichtteilchen (Photonen) erbrachte. Aber nun entstand die Aufgabe, dieses Wissen mit Youngs *Doppelspaltexperiment* in Einklang zu bringen:

Photonen oder andere Elementarteilchen werden einzeln auf zwei Spalte abgefeuert und einige von ihnen durchqueren diese und bilden auf einem, in einiger Entfernung angebrachten Schirm ein streifen-förmiges Muster, wobei auch dunkle Stellen existieren, die von keinem Photon getroffen werden. Schließt man jedoch einen der Spalte, so treffen auch Photonen auf diese dunklen Zonen.

Da die Lichtquelle sehr schwach ist, können wir annehmen, dass sich die Photonen nicht gegenseitig stören, so dass als Grundelemente, zur Erklärung des Experiments, nur die einzelnen Photonen auf ihren Bahnen in Betracht kommen. Damit erscheint aber das Beobachtete als absurd. Denn durch Schließen eines Spalts kann es doch nur weniger Photonenbahnen geben und daher können keine Photonen die dunklen Zonen erreichen.

Die Bottom-up-Methode zur Erklärung von Youngs Experiment scheitert, da unsere Grundelemente offensichtlich ungeeignet sind. Wenn wir aber über keine geeigneten Grundelemente verfügen, so muss unser ‚Besinnen‘ eine andere Bedeutungszuweisung für das Beobachtete finden. Diese Bedeutungszuweisung kann nicht mehr Teile (oder Grundelemente) für sich erfassen, sondern muss die Bedeutung jedes Teils im Bezug zum Gesamten spezifizieren. Wir benötigen eine Logik für eine kontextabhängige Betrachtungsweise.

Logik einer kontextabhängigen Betrachtungsweise

Unser Denken ist beschränkt auf das Vorstellungsvermögen, das wir in unserer üblichen Lebenswelt gebil-

det haben. Somit muss auch die Logik einer kontextabhängigen Betrachtungsweise (LKB) mit diesem Denken gebildet werden. Wir müssen in unserer üblichen Vorstellungswelt nach Bildern suchen, deren Bedeutung erst im Kontext eines Ganzen fixiert ist. Die formale Beschreibung solcher Bilder führt uns dann zur LKB, d. h. zu einer Logik, in der das Youngsche Doppelspaltexperiment nicht mehr ‚bedenklich‘ erscheint.



Joseph S. Jastrow's Hasen-Ente

Hinführung zur LKB

Betrachten Sie bitte Bild 1. Was sehen Sie?

Wenn Sie Bild 2 als Kontext berücksichtigen, so werden Sie einen Hasen erkennen, wohingegen im Kontext von Bild 3 eine Ente erkennbar wird.

Ihr ‚Vermeinen‘ gab ihnen somit zwei bedeutungsvolle Objekte (Hase und Ente), die beide Bild 1 beschreiben könnten.

Bezeichnet $|Z\rangle$ Ihren Wissens-Zustand, $|Hase\rangle$ das Erkennen des Hasen und $|Ente\rangle$ das Erkennen

der Ente und sind g_H und g_E Glaubenswerte, welche Ihre Sicherheit beschreiben, diese Objekte zu sehen, dann stellt Formel (1) die Summe dieser Einzel-Informationen dar:

$$|Z\rangle = g_H|Hase\rangle + g_E|Ente\rangle \quad (1)$$

Zunächst würden wir natürlich hoffen, dass die Glaubenswerte g_H und g_E den Wahrscheinlichkeiten p_H für das Erkennen des Hasen und p_E für das Erkennen der Ente entsprechen.

Aber so einfach sind, die uns interessierenden Wahrscheinlichkeiten aus Gleichung (1), nicht erhältlich.

Stellen Sie sich vor, Sie würden mit hoher Sicherheit glauben, dass Bild (1) einen Hasen darstellt, aber nun erfahren, dass der Maler dieses Bildes ausschließlich Enten zeichnet, dann würden Sie an Ihrem Glauben zweifeln und g_H vermindern, d. h. die Information über den Maler müsste einen negativen g_H -Wert enthalten. Um ausreichend allgemein zu sein, wählen wir daher $g_H, g_E \in \mathcal{C}$.

Für die Glaubenswerte g und die Wahrscheinlichkeiten p haben wir nun die folgenden Bedingungen:

1. Je signifikanter (von 0 verschieden) g ist, desto größer ist p .
2. $p_H + p_E = 1$, mit $p_H, p_E \in [0, 1]$
3. Da nur die Relation zwischen den g -Werten von Belang ist, können wir die Normierung fordern:

$$|g_H|^2 + |g_E|^2 = 1$$

Alle diese Bedingungen sind erfüllt, wenn wir die Beziehung zwischen den Glaubenswerten und den zugehörigen Wahrscheinlichkeiten mit der *Bornschen Regel* beschreiben:

$$p = |g|^2 \text{ oder } p_H = |g_H|^2 \text{ und } p_E = |g_E|^2 \quad (2)$$

Formalismus der Quantenmechanik

Die Verallgemeinerung unseres Hase-Ente-Beispiels auf n vermeinte Begriffe $O_1, O_2, \dots, O_n$ (mit $n \in \mathcal{N}$ oder $n = \infty$) ergibt den *Formalismus der Quantenmechanik* (QM):

Unser Wissen über den Ausgang eines Experiments, in dem eines der Objekte O_i gemessen werden könnte, wird dargestellt durch den Zustand:

$$|Z\rangle = \alpha_1|O_1\rangle + \dots + \alpha_n|O_n\rangle \quad (3)$$

Da die Bedeutungszuweisung an die Objekte $O_1, O_2, \dots, O_n$ ein Vorwissen darstellt, das aus dem Experiment-Aufbau folgt, stellen die Koeffizienten α_i den Teil des Wissens dar, das uns den Experiment-Ausgang beschreibt. Diese Koeffizienten beschreiben

daher unser Prognose-Wissen, d. h. den Zustand $|Z\rangle$. Wir können somit vereinfacht schreiben:

$$|Z\rangle = \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \dots \\ \alpha_n \end{pmatrix} \text{ mit } \sum_{i=1}^n |\alpha_i|^2 = 1 \quad (4)$$

Die Summengleichung für die α_i beschreibt die Normierungsbedingung. Die Zustände $|Z\rangle$ sind daher beschrieben durch Vektoren aus komplexen Zahlen, mit eventuell unendlicher Dimension, welche die Normierungsbedingung erfüllen. Der Raum dieser Zustands-Vektoren wird *Hilbertraum* ($\mathcal{H}$) genannt. Da wir hier nicht auf Konvergenzfragen eingehen wollen, beschränken wir unsere Betrachtungen auf endlichdimensionale Hilberträume ($n \in \mathcal{N}$).

Bedeutung des Zustandsvektors

Beschreibe P_i einem Projektionsoperator (d. h. es gelte $P_i^2 = P_i$) auf einen eindimensionalen Unterraum von $\mathcal{H}$ und sei

$$\langle \vec{a}, \vec{b} \rangle := \vec{a}^T \cdot \vec{b}$$

das Skalarprodukt des Hilbertraums $\mathcal{H}$, dann gilt nach der *Bornschen Regel*:

Die Wahrscheinlichkeit p_i , dass das Objekt O_i aus $P_i\mathcal{H}$ im Zustand $|Z\rangle$ angetroffen wird, ist

$$p_i = |\alpha_i|^2 = \langle |Z\rangle, P_i |Z\rangle \rangle. \quad (5)$$

Auch für ein beliebiges Objekt O mit Hilbertraumvektor $|O\rangle$ erhalten wir, für die Wahrscheinlichkeit p_O , dass dieses im Zustand $|Z\rangle$ gemessen wird, mit dem Projektionsoperator P_O auf den von $|O\rangle$ aufgespannten Unterraum von $\mathcal{H}$:

$$p_O = \langle |Z\rangle, P_O |Z\rangle \rangle$$

Für Objekte O, W , die zu nicht-vertauschbaren Projektoren gehören ($P_O P_W \neq P_W P_O$), gilt eine *Unschärfebeziehung*. Sie sind nicht beide in einem Zustand $|Z\rangle$ realisierbar.

Ein *Messprozess* kann auf das Auftreten mehrerer Objekte O_i ansprechen. Er wird daher durch einen Operator $A = \sum_{i=1}^n \lambda_i P_i$ dargestellt, mit orthogonalen Projektionsoperatoren P_i und $\lambda_i \in \mathcal{R}$. Die Wahrscheinlichkeit für das Eintreffen der Messung beschreibt der Erwartungswert

$$e_A = \langle |Z\rangle, A |Z\rangle \rangle.$$

Die Operatoren der Form $A = \sum_{i=1}^n \lambda_i P_i$, mit $\lambda_i \in \mathcal{R}$ werden *selbstadjungierte Operatoren* genannt.

Zeitentwicklung des Zustandsvektors

Da der Zustandsvektor $|Z\rangle$ das ‚Gesamte‘ beschreibt, kann es keine Störungen geben, die von diesem nicht erfasst werden. Der Zustandsvektor $|Z\rangle$ vollzieht eine ungestörte Zeitentwicklung. Aus unserer Lebenserfahrung wissen wir, dass eine ungestörte Zeitentwicklung exponentiell erfolgt, vergleichbar dem Anwachsen der Frösche in einem Teich bei beliebig großem Nahrungsangebot und ohne Fress-Feinde. Die Zeitentwicklung des Zustandsvektors ist daher $|Z(t)\rangle = \exp(At)|Z(0)\rangle$ mit einem geeigneten Operator A . Da die Normierungsbedingung (4) für jeden Zeitpunkt t erfüllt sein muss, gilt $A = \frac{-i}{\hbar} H$ mit einem selbstadjungierten Operator H . (Der reelle Faktor $-\hbar$ ist historisch bedingt und für das Verstehen bedeutungslos.)

Wir erhalten

$$|Z(t)\rangle = \exp\left(\frac{-i}{\hbar} H t\right) |Z(0)\rangle$$

und damit als Zeitentwicklung die Lösung der *Schrödinger-Gleichung*

$$\frac{d}{dt} |Z(t)\rangle = \frac{-i}{\hbar} H |Z(t)\rangle. \quad (6)$$

Die Schrödingergleichung bedeutet für einen Messpunkt eine Zeitentwicklung der Messwerte mit der Funktion $\exp(\frac{-i}{\hbar} H t) |Z(0)\rangle$. Da Licht-Photonen, bei Nichtberücksichtigung des Spins, nur durch ihre Intensität, d. h. als skalare Größen beschrieben werden, muss hier auch der beschreibende Operator H maximal strukturarm sein, d. h. wir können als Beschreibungsraum einen eindimensionalen Hilbertraum und $H = \alpha$ mit $\alpha \in \mathcal{R}$ annehmen.

α beschreibt die Frequenz der Zeitentwicklung. Da wir wissen, dass die Energie von Lichtquellen proportional ihrer Frequenz α ist, können wir damit folgern, dass der Operator H dem Messoperator für die Energie entspricht.

Die Quantenmechanik führt uns zum Verstehen des Lichts als Welle und damit zum Verstehen des Doppelspaltexperiments mit der Wellenmechanik.

Was ist jetzt erreicht?

Mit dem Beispiel der QM wollten wir aufzeigen, dass es zum Verstehen unserer Welt notwendig ist, über unser Denken selbst nachzudenken. Die Anwendung dieses, von Heidegger geforderten Prozesses der Selbstreflexion, hat uns zur Logik der QM geführt. Aber haben wir so ein wirklich neues Denken erreicht?

Die Vektor- und Matrizen-Rechnungen, die wir nun in unserem Hilbertraum durchführen können, sind

doch nicht neu sondern bereits seit dem 19. Jahrhundert bekannt. Als neu kann nur die Bedeutungszuweisung für den Zustandsvektor $|Z\rangle$ angesehen werden. Er beschreibt den Vektor dessen Komponenten die Glaubhaftigkeitsgrade für die Objekte sind, die wir durch eine Messung eventuell erkennen können. Die Bedeutungszuweisung an diese Objekte selbst haben wir aber vorausgesetzt, als ein bereits aus unserer Lebenswelt bekanntes Wissen, das wir nicht weiter erhellen können. Dieses Wissen musste nun als ein zusammengehöriges Ganzes aufgefasst werden.

(Auch die De Broglie-Bohm-Interpretation der QM kann den Bezug zum Ganzen nicht umgehen. Diese setzt zwar Teilchenbahnen als Grundelemente der Beschreibung voraus, handelt sich dafür aber die Existenz nichtlokaler Wirkungsübertragungen ein.)

Der Unterschied zwischen Formalismus und Bedeutung tritt natürlich in jeder mathematischen Theorie auf. (Darauf hat bereits Benacerraf hingewiesen (Benacerraf, 1965.)) Nur mittels ihrer Darstellung alleine sind mathematische Objekte nicht vollständig erfassbar. Je elementarer aber eine Mathematik ist, desto enger ist ihre Bedeutung mit unserer natürlichen Lebenseinstellung verbunden und desto schwieriger ist es daher, diese Bedeutung explizit im Unterricht aufzuzeigen. Eine Didaktik der präoperativen und konkret operativen Mathematik, bis hin zum formalen Denken, ist anspruchsvoller als unsere Hinführung zur QM.

Im nächsten Abschnitt wollen wir die Beziehung des mathematischen Denkens zur KI betrachten. Schon 2007 hat Herbert Dreyfus gefordert, dass die KI ‚heideggerischer‘ werden muss (Dreyfus, 2007). Aber ist dies möglich?

Denkt die KI?

Die Überlegenheit der Computer gegenüber dem Menschen liegt in deren Schnelligkeit. Um diese Schnelligkeit weiter zu vergrößern, wird versucht Computer zu entwickeln, die die Quantenlogik verwenden. Ein *Quantencomputer* kodiert seine Eingangsdaten mittels Zustandsvektoren (mathematisch dargestellt durch Vektoren in $\mathcal{C}^n$), die mit Gates (dargestellt durch Matrizen aus $\mathcal{C}^{n \times n}$) transformiert werden. Die so erzeugten Zustandsvektoren werden dann durch Messoperatoren in Zahlen überführt. Die Entwicklung von Algorithmen mit der Quantenlogik (z. B. Grover's schnelles Suchverfahren für Datenbanken) bleibt aber heute noch weitgehend die Aufgabe der Mathematiker.

Die Beschränkung der KI besteht darin, dass sie nicht selbstreflexiv ist und daher Bedeutungszuweisungen nicht eigenständig erzeugen kann. Sie muss diese vom Menschen übernehmen (z. B. bei Large Language

Modellen vom Internet). In dieser Einschränkung liegt natürlich eine Bedingung für ihre Nützlichkeit, denn sie soll ja dem Menschen dienen und kann dies nur, wenn sie dessen Begriffswelt übernimmt. Mit Heideggers Worten können wir daher sagen: ‚Die KI denkt noch nicht‘

Das Problem der Bedeutungszuweisung bleibt ein Problem für die Mathematik, obwohl es wesentlich in wichtigen Fragen der KI enthalten ist. Dies erläutert eine Betrachtung der Frage (Garey und Johnson, 1979):

$$P = / \neq NP?$$

Betrachtet seien Klassen von Aufgaben, deren mögliche jeweilige Lösungen durch Zeichenfolgen mit fester endlicher Länge n dargestellt werden. Der Test, ob ein solcher Lösungsvorschlag die Aufgabe wirklich löst sei p -schnell durchführbar, d. h. es gäbe zu jeder Klasse ein Polynom $p(x)$ mit Testzeit $\leq p(\text{Länge der Aufgabenbeschreibung})$.

Frage: Sind zu einer Klasse die Lösungen auch p -schnell von einem Algorithmus ALG auffindbar, d. h. gibt es ein Polynom $q(x)$, so dass für die Zeit T_{Suche} zum Auffinden einer Lösung einer Aufgabe mit ALG gilt: $T_{\text{Suche}} \leq q(\text{Länge der Aufgabenbeschreibung})$?

Ein Beispiel für eine solche Klasse von Aufgaben wird durch die SAT-Instanzen beschrieben, welche die logischen Aussagen in n Booleschen Variablen kodieren:

Zur Bildung einer SAT-Instanz werden aus einer Menge von n Variablen X_i und deren Verneinungen $\neg X_i$, d. h. aus der Menge $\{X_1, \dots, X_n, \neg X_1, \dots, \neg X_n\}$ k Teilmengen (Klauseln) ausgewählt. Eine Zuweisung $X_i \mapsto \text{wahr bzw. falsch}$, für $i = 1 \dots n$ heißt Lösung, wenn sie für jede Klausel wenigstens eine richtige Zuweisung macht, d. h. X_i wahr zuweist, wenn X_i Element der Klausel ist, bzw. X_i falsch zuweist, wenn $\neg X_i$ Element der Klausel ist.

Nach dem Satz von Cook würde ein schneller Algorithmus zum Finden der Lösungen der SAT-Instanzen schnelle Lösungsalgorithmen zu jeder der oben spezifizierten Aufgabenklassen ermöglichen.

Beobachtung

Ein Vergleich der Frage $P = / \neq NP$ für die SAT-Instanzen mit dem *Consensus Problem* lässt uns vermuten, dass die Antwort auf unsere Frage ‚nein‘ lautet.

Begründung

1. Wenn allen X_i Wahrheitswerte zugeordnet werden, so muss es eine Reihenfolge geben, in der diese

Zuordnungen endgültig erfolgen. Für jeden endgültigen Zuordnungsschritt für ein X_i können nicht alle anderen Zuweisungen in Betracht gezogen werden, denn ein Vergleich von allen Zuweisungen mit allen anderen würde eine Zeit beanspruchen, die exponentiell mit n anwächst. Jeder endgültige Zuweisungsschritt, in einem insgesamt p -schnellen Zuweisungsverfahren, muss daher eine lokale Teilmenge der Variablenvergleiche spezifizieren, die er berücksichtigt.

2. Betrachten wir die Zuweisungsschritte als Handlungen von Agenten, so erhalten wir eine Analogie zum Consensus-Problem. Jedem Agenten muss ein Teilgebiet der Menge aller Vergleiche von Zuordnungsmöglichkeiten entsprechen, das er betrachtet.
3. Da durch logische Aussagen beliebige globale Abhängigkeiten auf der Variablenmenge $\{X_1, \dots, X_n\}$ beschrieben werden können, müsste es globale Koordinierungsregeln zur Koordination der lokal wirkenden Agenten geben.
4. Die Betrachtung des Consensus-Problems ergibt aber, dass es im Allgemeinen nicht möglich ist, mittels endlich vielen Koordinierungsregeln, an beliebig viele, lokal agierende Agenten sicherzustellen, dass global spezifizierte Bedingungen erfüllt werden. (Dies wurde z. B. von Land und Belew mit der Untersuchung eines Dichte-Klassifizierungsproblems nachgewiesen (Land und Belew, 1995).)

Aber hält diese Begründung einem Überdenken stand? Wesentlich in den dargelegten Überlegungen ist ein Zusammengehörigkeitsbegriff, durch den Elementgruppen zu lokalen Einheiten zusammengefasst werden und eine Topologie entsteht. Aber dieser Begriff ist im Falle der $P = / \neq NP$ -Frage, durch den Begriff der logischen Abhängigkeit, anders spezifiziert, als beim Consensus-Problem, wo die lokalen Bereiche als Untermengen spezifiziert sind. Da es bei unserer Fragestellung aber auf die Grenzbetrachtung $n \rightarrow \infty$ ankommt, bleibt offen, ob beide Begriffsbildungen auch in der Grenzbetrachtung das Gleiche liefern. Vom Vergleich des Riemann-Integrals mit dem Cauchyschen Hauptwert-Integral wissen wir ja, dass bereits hier, unterschiedliche Betrachtungsweisen der approximierenden Treppenfunktionen zu unterschiedlichen Aussagen über den Grenzwert führen.

Die Grenzbetrachtung ist daher nicht durch eine eindeutige Bedeutungszuweisung festgelegt. Es fehlt uns deren Bedeutung innerhalb eines Formalismus, der uns unsere Frage als ein Problem der Mathematik liefern würde. Die Frage $P = / \neq NP$ ist bezüglich ihrer Bedeutung nicht ausreichend spezifiziert, um lösbar zu sein.

Schlussbetrachtung

Die Bedeutungszuweisung hat in der Mathematik nicht nur die Funktion, formale Begriffe verständlich zu machen, sondern sie ermöglicht die Bildung von Konzepten, mittels denen formale Betrachtungen und Rechnungen überhaupt erst möglich werden. Die Bildung formaler Konzepte ist eine wesentliche Fähigkeit, die der Mathematikunterricht vermittelt. Verfügen wir über solche Konzepte (wie im Falle des Zustands in der QM), so ermöglichen sie uns ein neues Verstehen, wohingegen dort, wo diese fehlen (wie im Falle der $P = / \neq NP$ -Frage), keine Antworten möglich sind. Das Entstehen neuer Begriffe mittels Bedeutungszuweisung wird auch als *Emergenz* bezeichnet.

Um zu verstehen, d. h. um im Sinne Heideggers denken zu können, müssen wir lernen, unser eigenes Denken ‚zu bedenken‘. Wir müssen verstehen, dass wir es sind, die Bedeutung erschaffen. Falls wir nur noch der KI vertrauen, wird unsere Welt bedeutungslos. Mit dem Entstehen der modernen Physik ist die Frage nach der Bedeutung aktuell geworden und umgekehrt hat uns nun die QM ein Verstehen des Begriffs der Bedeutung ermöglicht. Es bleibt mir zu hoffen, dass vielen Lehrenden dieser Beitrag bedenklich erscheint.

Literatur

- Benacerraf, P. (1965). What Numbers Could Not Be. *Philosophical Review*, 74(1), 47–73.
- Dreyfus, H. (2007). Why Heideggerian AI failed and how fixing it would require making it more Heideggerian. *Artificial Intelligence*, 171(18), 1137–1160.
- Garey, M., & Johnson, D. S. (1979). *Computers and Intractability: A Guide to the Theory of NP-Completeness*. W.H. Freeman and Company.
- Heidegger, M. (1955). *Was heißt Denken?* Reklam.
- Land, M., & Belew, R. (1995). No perfect two-state cellular automata for density classification exist. *Physical Review Letters*, 74(25), 5148–5150.

Hanns Sommer, Universität Kassel
hjsommer@uni-kassel.de

Wie Sprachmodelle Sprache verstehen

Ein Blick hinter die Mathematik von ChatGPT und Co.

Martin Vogt

Große Sprachmodelle (Large Language Models, LLMs) wie ChatGPT, Gemini oder Claude haben innerhalb kurzer Zeit den Weg in unsere Lebenswirklichkeit gefunden. So gaben beispielsweise in einer Studie aus dem Jahr 2025 über 90 % der Studierenden an, KI-Tools im Studium zu nutzen (vgl. von Garrel & Mayer, 2025). Laut Welt Online (vgl. Macho, 2026) werden Sprachmodelle zudem von vielen Schülerinnen und Schülern regelmäßig bei Hausaufgaben, Texten und in der Freizeit eingesetzt. Der gleiche Artikel weist darauf hin, dass die Entwicklungen rund um das Thema Künstliche Intelligenz Jugendlichen mit Blick auf ihre berufliche Zukunft zunehmend Sorgen bereiten (vgl. Macho, 2026). Es lohnt sich also, dieses Thema aktiv im Schulunterricht aufzugreifen und zu diskutieren.

Aus mathematischer Sicht bietet es sich an, drei zentrale Ideen hinter der Sprachfähigkeit großer Sprachmodelle zu erläutern: a) die Darstellung von Wörtern als Vektoren (Word Embeddings), b) neuronale Netze zum Lernen von Mustern durch gewichtete Verbindungen und c) den Attention-Mechanismus, der relevante Wörter nach Kontext gewichtet. Alle drei Ideen lassen sich aus Vektoren, Matrizen, Matrix-Vektor-Multiplikation und Skalarprodukt aufbauen. Diese Operationen sind im Lernbereich 3 „Algebraisierung von mehrdimensionalen Verflechtungen und analytische Beschreibung des Raumes“ des Lehrplans für das berufliche Gymnasium in Rheinland-Pfalz verankert (vgl. Pädagogisches Landesinstitut Rheinland-Pfalz, 2014, S. 22 ff.).

Bezüge zur Mathematik der künstlichen Intelligenz wurden in zwei vorausgegangenen Beiträgen bereits hergestellt – für neuronale Netze und Bilder bei Bast et al. (2022), für Wörter als Vektoren und den Umgang mit Texten bei Nonnenmann et al. (2023). Dieser Beitrag greift beide Kernideen auf, bettet sie in den Kontext großer Sprachmodelle ein und widmet sich anschließend dem Herzstück moderner LLMs, dem Attention-Mechanismus (Vaswani et al., 2017).

Den Rahmen bildet ein Lernarrangement mit drei Lernsituationen im Umfeld eines Praktikums in einem Übersetzungsbüro. Die Lernenden schlüpfen in die Rol-

le einer Praktikantin bzw. eines Praktikanten und evaluieren einen KI-gestützten Übersetzungsassistenten. Lernsituation 1 geht der Frage nach, wie Computer mit Wörtern rechnen können. Lernsituation 2 zeigt, wie sich Wortvektoren mithilfe neuronaler Netze verändern lassen. Lernsituation 3 untersucht, wie der Kontext bei einer Übersetzung berücksichtigt werden kann. Als motivierender Stolperstein dient der mehrdeutige Begriff „Bank“, der ins Englische sowohl als „bench“ (Sitzbank) als auch als „bank“ (Finanzinstitut) übersetzt werden kann.

Mit Wörtern rechnen – Word Embedding

Lernsituation 1: *Sie absolvieren ein Praktikum in einem Übersetzungsbüro und sollen einen KI-gestützten Übersetzungsassistenten testen. Gleich zu Beginn fallen Ihnen zwei Sätze auf: „Ich sitze auf der Bank.“ und „Ich zahle bei der Bank.“. Beide Sätze enthalten das identische Wort „Bank“, müssen aber ins Englische unterschiedlich übersetzt werden. Wie kann der Computer überhaupt mit Wörtern umgehen und rechnen?*

Eine erste Antwort auf die Frage, wie ein Computer Wörter verarbeiten kann, gibt das Konzept des Word Embeddings (siehe auch Nonnenmann et al., 2023, S. 37). Die Grundidee besteht darin, jedes Wort als Punkt in einem mehrdimensionalen Vektorraum und damit als Vektor zu kodieren. In diesem Beitrag werden die Dimensionen Person/Aktion, Sitz/Ort und Finanzen gewählt. Dimensionen und Werte wurden hier didaktisch festgelegt. In echten LLMs werden sie nicht manuell bestimmt, sondern aus großen Textmengen gelernt und sind dort in der Regel nicht direkt interpretierbar (vgl. Mikolov et al., 2013). Die Grundidee, ein Wort als Punkt im Raum darzustellen, bleibt jedoch dieselbe. Für die beiden Beispielsätze ergibt sich die Kodierung in Tabelle 1, wobei die Werte wiederum manuell festgelegt wurden. Das Wort „Ich“ wird am ehesten mit einer Person in Verbindung gebracht und erhält dort eine 1, sowie in den Dimensionen Sitz/Ort

und Finanzen jeweils eine 0. Das Wort „auf“ kann auf einen Ort hinweisen, wenn auch nicht immer, und erhält dort einen Wert kleiner als 1. Hier wurde 0,4 gewählt.

Tabelle 1. Word Embedding der Beispielsätze

Wort	Person/Aktion	Sitz/Ort	Finanzen
Ich	1	0	0
sitze	0	1	0
zahle	0	0	1
auf	0	0,4	0
bei	0	0	0,4
der	0	0	0
Bank	0	1	1

Auffällig ist die Kodierung des Wortes „Bank“ als Vektor (0 1 1): Es ist sowohl in der Dimension Sitz/Ort als auch in der Dimension Finanzen vertreten. Im Word Embedding allein ist daher noch nicht entschieden, welche Bedeutung gemeint ist. Eine geometrische Darstellung der Word Embeddings im dreidimensionalen Raum zeigt Abbildung 1.

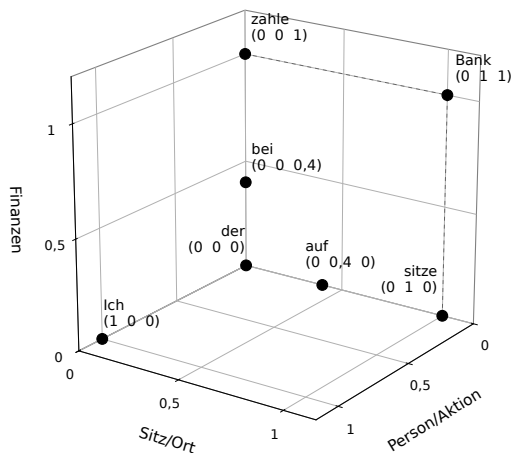


Abbildung 1. Dreidimensionale Darstellung der Word Embeddings beider Beispielsätze

Auch optisch fällt auf, dass das Wort „Bank“ zwischen den beiden Wörtern „sitze“ (Sitz/Ort) und „zahle“ (Finanzen) liegt. Die Ähnlichkeit zweier Wortvektoren lässt sich über das Skalarprodukt messen:

$$\text{sitze} \cdot \text{bank} = 0 \cdot 0 + 1 \cdot 1 + 0 \cdot 1 = 1$$

$$\text{zahle} \cdot \text{bank} = 0 \cdot 0 + 0 \cdot 1 + 1 \cdot 1 = 1$$

Beide Skalarprodukte ergeben denselben Wert. Aus Sicht der Word Embeddings ist das Wort „Bank“ also genauso nah am Wort „sitze“ wie am Wort „zahle“, während das Wort „ich“ weiter weg ist:

$$\text{ich} \cdot \text{bank} = 1 \cdot 0 + 0 \cdot 1 + 0 \cdot 1 = 0$$

Methodisch eignet sich hier das Grundprinzip des kooperativen Lernens (vgl. Brüning & Saum, 2009): In der Think-Phase erstellen die Lernenden eigene Word Embeddings für weitere Wörter (z. B. Park, Geld, Stuhl), in der Pair-Phase werden die Vektoren paarweise verglichen und die Skalarprodukte berechnet. In der Share-Phase werden die Ergebnisse im Plenum diskutiert.

Das Beispiel zeigt aber auch: Word Embeddings allein lösen die Mehrdeutigkeit des Wortes „Bank“ nicht auf. Es bedarf eines Mechanismus, der den Kontext eines Wortes berücksichtigt.

Neuronale Netze und Matrix-Vektor-Multiplikation

Lernsituation 2: Sie haben bereits gelernt, dass Wörter als Vektoren dargestellt werden können, der Kontext dabei aber noch nicht beachtet wird. Je nach Kontext muss sich eine unterschiedliche Darstellung eines Wortes ergeben. Dabei kommt Ihnen die Frage in den Sinn: Wie können Vektoren in andere Vektoren sinnvoll umgewandelt werden?

Wie kann beispielsweise das Wort „Bank“ im Kontext von „sitze“ stärker als Sitz/Ort und im Kontext von „zahle“ stärker in Richtung Finanzen dargestellt werden? Hierzu muss die Frage geklärt werden, wie sich Vektoren sinnvoll in andere Vektoren umwandeln lassen. Die Antwort lautet: über neuronale Netze.

Eine Einführung in die Grundlagen neuronaler Netze findet sich bei Nielsen (2015) und Bast et al. (2022, S. 9). Bei Letztgenannten werden anhand des Beispiels eines Überholvorgangs auf der Landstraße ein einfaches neuronales Netz und die damit verbundene Matrix-Vektor-Multiplikation eingeführt.

Abbildung 2 zeigt ein neuronales Netz mit drei Eingabeneuronen, über die der Vektor x etwa des Wortes „Bank“ in das Netz eingegeben werden kann. Die Eingabe wird mit einer Matrix W gewichtet, und es ergibt sich das Ergebnis q . Jede Eingangsdimension x_i ist mit jeder Ausgangsdimension q_j über ein Gewicht w_{ij} verbunden. Mathematisch ergibt sich mittels Matrix-Vektor-Multiplikation:

$$\begin{pmatrix} q_1 & q_2 & q_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_1 & x_2 & x_3 \end{pmatrix} \cdot \begin{bmatrix} w_{11} & w_{12} & w_{13} \\ w_{21} & w_{22} & w_{23} \\ w_{31} & w_{32} & w_{33} \end{bmatrix}$$

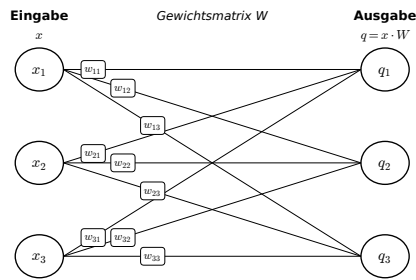


Abbildung 2. Struktur eines einfachen neuronalen Netzes

Ein solches neuronales Netz kann den Vektor des Wortes „Bank“ durch geschickte Wahl der Gewichte zum Beispiel stärker in Richtung Sitz/Ort verändern:

$$(0 \quad 1,2 \quad 0,7) = (0 \quad 1 \quad 1) \cdot \begin{bmatrix} 0,2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0,2 \\ 0 & 0,2 & 0,5 \end{bmatrix}$$

Methodisch eignet sich hier ein Lerntempoduett zum Erwerb der im Lernbereich 3 ausgewiesenen Kompetenzen (vgl. Pädagogisches Landesinstitut Rheinland-Pfalz, 2014, S. 22 ff.): Eine Person gibt ein Zielergebnis vor, die andere wählt die Gewichte und rechnet das Matrix-Vektor-Produkt schrittweise per Hand.

Aufmerksamkeit ist alles, was man braucht

Lernsituation 3: Sie verstehen mittlerweile, wie Wörter als Vektoren dargestellt und durch ein neuronales Netz bzw. eine Gewichtungsmatrix transformiert werden können. Doch wie kommt der Übersetzungsassistent nun zur richtigen Bedeutung des Wortes „Bank“?

Das mathematische Herzstück moderner LLMs ist der Attention-Mechanismus, der von Vaswani et al. (2017) in dem Artikel „Attention is all you need“ (zu Deutsch: „Aufmerksamkeit ist alles, was man braucht“) beschrieben wurde. Er sorgt dafür, dass die Bedeutung eines Wortes durch seinen Kontext im Satz angepasst wird. Im Folgenden wird der Mechanismus an den beiden Beispielsätzen „Ich sitze auf der Bank.“ und „Ich zahle bei der Bank.“ Schritt für Schritt dargestellt.

Aus jedem Word Embedding x werden – wie in Lernsituation 2 vorbereitet – drei neue Vektoren über jeweils eigene Gewichtungsmatrizen berechnet:

$$q = x \cdot W_q, \quad k = x \cdot W_k, \quad v = x \cdot W_v$$

Die drei Matrizen W_q , W_k und W_v werden in echten LLMs mit neuronalen Netzen (siehe Lernsituation 2) und großen Datenmengen trainiert (vgl. Touhid,

2024; zum Trainingsprozess mittels Backpropagation vgl. Goodfellow et al., 2016, S. 200 ff.). Aus didaktischen Gründen werden die Gewichtungsmatrizen hier per Hand festgelegt. Im Folgenden werden der Attention-Mechanismus (siehe Abbildung 3) und die drei Vektoren q , k und v (in der Originalliteratur sind dies meist Matrizen, siehe Vaswani et al., 2017, S. 4; hier werden sie Wort für Wort, also als Vektoren betrachtet) näher erklärt.

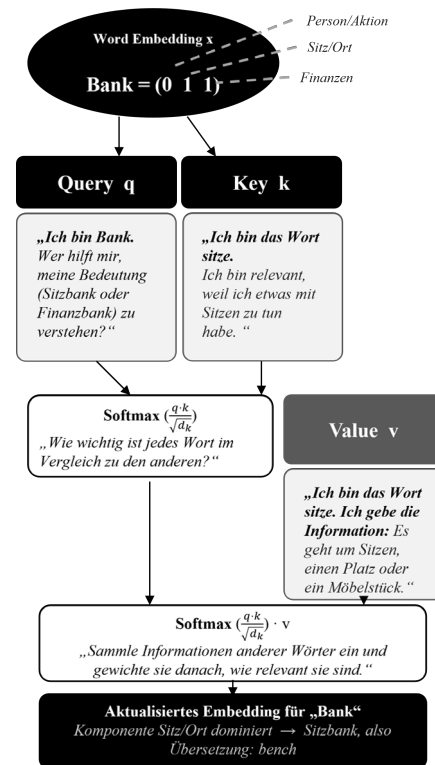


Abbildung 3. Struktur des Attention-Mechanismus (vgl. Touhid, 2024)

Der Vektor q ist die sogenannte Query (Anfrage) und entsteht durch Multiplikation des Word Embeddings x mit der Gewichtungsmatrix W_q . Die Matrix W_q wurde in diesem Beispiel so gewählt, dass sie Sitz/Ort und Finanzinformationen betont ($w_{22} = w_{33} = 1$):

$$W_q = \begin{bmatrix} 0,2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0,2 \\ 0 & 0,2 & 1 \end{bmatrix}$$

Für das Wort „Bank“ ergibt sich die Query:

$$q_{\text{Bank}} = x_{\text{Bank}} \cdot W_q = (0 \quad 1 \quad 1) \cdot \begin{bmatrix} 0,2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0,2 \\ 0 & 0,2 & 1 \end{bmatrix} = (0 \quad 1,2 \quad 1,2)$$

Dies bedeutet anschaulich: „Ich bin Bank. Ich suche Wörter, die mir helfen, besser zu verstehen, ob ich eine Sitz- (hohe zweite Komponente im Vektor) oder Finanzbank (hohe dritte Komponente im Vektor) bin.“

Im nächsten Schritt wird die Query durch die anderen Wörter des Satzes über den Key beantwortet. Hierzu wird der Key k für alle Wörter mit der hier händisch festgelegten Matrix

$$W_k = \begin{bmatrix} 0,5 & 0 & 0 \\ 0 & 1,2 & 0,1 \\ 0 & 0,1 & 1,2 \end{bmatrix}$$

berechnet. Für das Wort „sitze“ ergibt sich beispielsweise:

$$\begin{aligned} k_{\text{sitze}} &= (0 \quad 1 \quad 0) \cdot \begin{bmatrix} 0,5 & 0 & 0 \\ 0 & 1,2 & 0,1 \\ 0 & 0,1 & 1,2 \end{bmatrix} \\ &= (0 \quad 1,2 \quad 0,1) \end{aligned}$$

Anschaulich besagt der Key k_{sitze} : „Ich bin das Wort „sitze“. Ich bin relevant, weil ich etwas mit Sitz/Ort zu tun habe (hohe zweite Komponente).“ Tabelle 2 enthält alle Keys für die Wörter der Sätze A und B.

Tabelle 2. Berechnete Keys aller Wörter in Satz A und Satz B

Satz A	Key	Satz B	Key
<i>Ich</i>	(0,5 0 0)	<i>Ich</i>	(0,5 0 0)
<i>sitze</i>	(0 1,2 0,1)	<i>zahle</i>	(0 0,1 1,2)
<i>auf</i>	(0 0,48 0,04)	<i>bei</i>	(0 0,04 0,48)
<i>der</i>	(0 0 0)	<i>der</i>	(0 0 0)
<i>Bank</i>	(0 1,3 1,3)	<i>Bank</i>	(0 1,3 1,3)

Nun werden die Query des Wortes „Bank“ und der Key aller Wörter über das Skalarprodukt zusammengeführt, um die Relevanz des jeweiligen Wortes (z. B. „sitze“) für die Query zu bestimmen. Beispielhaft ergeben sich in Satz A für die Wörter „sitze“ und „auf“:

$$\begin{aligned} q_{\text{Bank}} \cdot k_{\text{sitze}} &= (0 \quad 1,2 \quad 1,2) \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 1,2 \\ 0,1 \end{pmatrix} \\ &= 1,44 + 0,12 = 1,56 \\ q_{\text{Bank}} \cdot k_{\text{auf}} &= (0 \quad 1,2 \quad 1,2) \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 0,48 \\ 0,04 \end{pmatrix} \\ &= 0,576 + 0,048 = 0,624 \end{aligned}$$

Beide Wörter antworten also auf die Query des Wortes „Bank“. Da das Skalarprodukt für „sitze“ (1,56) größer ist als das für „auf“ (0,624), besitzt Ersteres eine höhere Relevanz für die Query des Wortes „Bank“.

Im nächsten Schritt soll die Frage beantwortet werden, wie wichtig jedes Wort *im Vergleich* zu den anderen Wörtern ist. Hierzu werden die Ergebnisse des Skalarproduktes noch skaliert und in Wahrscheinlichkeiten umgerechnet. Zunächst wird das Ergebnis durch $\sqrt{d_k}$ geteilt, wobei d_k die Dimension des Key-Vektors angibt (hier $d_k = 3$). Diese Skalierung verhindert in echten Modellen mit großen Vektordimensionen, dass die nachfolgende Softmax-Funktion zu extreme Werte erzeugt (vgl. Vaswani et al., 2017, S. 4). Für den Unterrichtseinsatz spielt sie nur eine Nebenrolle und kann aus didaktischen Gründen auch weggelassen werden. Anschließend wird die Softmax-Funktion angewendet, die aus den Zahlen (z. B. 1,56) Wahrscheinlichkeiten macht, also Zahlen zwischen 0 und 1, deren Summe 1 ergibt. Der softmax-Wert eines Eingabewertes s_i ist definiert als:

$$\text{softmax}(s_i) = \frac{e^{s_i}}{\sum_j e^{s_j}},$$

wobei der Index j die Werte für alle Wörter i abläuft. Es wird somit der folgende Wert berechnet:

$$\text{softmax}\left(\frac{qk^T}{\sqrt{d_k}}\right).$$

Tabelle 3 gibt die berechneten softmax-Werte für das Wort „Bank“ in den Sätzen A und B an. Interessant ist hier eine Beobachtung, die zunächst kontraintuitiv wirkt: Da die Wörter „sitze“ und „zahle“ in unserem Beispiel strukturell symmetrisch (nur mit vertauschten Rollen bezüglich Sitz/Ort und Finanzen) gewählt wurden, ergeben sich für beide Sätze identische softmax-Werte. In beiden Sätzen sind die Wörter „Ich“ und „der“ weniger wichtig, während „sitze“ bzw. „zahle“ stärker beachtet werden.

Tabelle 3. Berechnete softmax-Werte für das Wort „Bank“ in den Sätzen A und B

Wort	$qk := q_{\text{Bank}} \cdot k_{\text{Wort}}$	$\frac{qk}{\sqrt{d_k}}$	$\text{softmax}\left(\frac{qk}{\sqrt{d_k}}\right)$
<i>Ich</i>	0,000	0,000	0,084
<i>sitze</i> <i>zahle</i>	1,560	0,901	0,206
<i>auf</i> <i>bei</i>	0,624	0,360	0,120
<i>der</i>	0,000	0,000	0,084
<i>Bank</i>	3,120	1,801	0,507

Wie also kann die KI dennoch unterscheiden, ob „Bank“ eine Sitzbank oder ein Finanzinstitut bezeichnet? Die Antwort liegt in den Value-Vektoren v . Die softmax-Werte geben nur an, wie wichtig jedes Wort im Vergleich zu den anderen ist. Die Information, dass

es zum Beispiel um einen Sitz/Ort geht, wird erst durch den Value v eingebracht. Analog zu W_q und W_k wird hierzu die Gewichtsmatrix W_v über ein neuronales Netz trainiert (siehe Touhid, 2024). In diesem Artikel werden die Werte wiederum händisch nach didaktischen Kriterien festgelegt:

$$W_v = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}$$

Für die Wörter „sitze“ $(0 \ 1 \ 0)$ und „zähle“ $(0 \ 0 \ 1)$ ergibt sich nach Multiplikation:

$$\begin{aligned} v_{\text{sitze}} &= x_{\text{sitze}} \cdot W_v = (0 \ 1 \ 0) \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix} \\ &= (0 \ 2 \ 0) \end{aligned}$$

und analog

$$v_{\text{zähle}} = (0 \ 0 \ 2)$$

Das Wort „sitze“ trägt also die Information bei, dass es um einen Sitz/Ort geht, und das Wort „zähle“ die Information, dass es um Finanzen geht. Diese Werte werden im nächsten Schritt verwendet, um die sogenannte Attention zu berechnen (vgl. Vaswani et al., 2017):

$$\text{Attention}(q, k, v) = \text{softmax}\left(\frac{qk^T}{\sqrt{d_k}}\right) \cdot v$$

Hierbei werden die Informationen v aller Wörter gesammelt und entsprechend ihrer Relevanz (softmax) gewichtet. Für Satz A ergeben sich für das Wort „Bank“ die in der dritten Spalte von Tabelle 4 dargestellten Werte. Das Wort „Ich“ ist weniger relevant und liefert nur einen Beitrag zu Person/Aktion. Das Wort „Bank“ liefert hohe Beiträge zu Sitz/Ort und Finanzen. Interessant ist, dass es im Kontext zwei weitere Wörter gibt, die einen Beitrag zu Sitz/Ort leisten: „sitze“ und „auf“. Durch komponentenweise Summierung pro Dimension (z. B. für die zweite Dimension: $0 + 0,412 + 0,096 + 1,014 = 1,522$) ergibt sich der neue Vektor für „Bank“ in Satz A: $(0,084 \ 1,522 \ 1,014)$. Für Satz B ergibt sich analog der Vektor $(0,084 \ 1,014 \ 1,522)$.

Obwohl das ursprüngliche Embedding des Wortes „Bank“ und sogar die softmax-Werte in beiden Sätzen identisch waren, unterscheidet sich die kontextabhängige Repräsentation deutlich.

Tabelle 4. Aktualisierung des Vektors für das Wort „Bank“ in Satz A

Wort	Value v	$\text{softmax}\left(\frac{q_{\text{Bank}} \cdot k_{\text{Wort}}}{\sqrt{d_k}}\right) \cdot v$
Ich	$(1 \ 0 \ 0)$	$(0,084 \ 0 \ 0)$
sitze	$(0 \ 2 \ 0)$	$(0 \ 0,412 \ 0)$
auf	$(0 \ 0,8 \ 0)$	$(0 \ 0,096 \ 0)$
der	$(0 \ 0 \ 0)$	$(0 \ 0 \ 0)$
Bank	$(0 \ 2 \ 2)$	$(0 \ 1,014 \ 1,014)$
Summe		$(0,084 \ 1,522 \ 1,014)$

In Satz A überwiegt die Komponente Sitz/Ort (zweite Komponente 1,522), die durch die Wörter „sitze“ und „auf“ erhöht wurde. In Satz B überwiegt die Komponente Finanzen (dritte Komponente 1,522), die durch „zähle“ und „bei“ verstärkt wird. Entsprechend wird in Satz A die englische Übersetzung „bench“ gewählt, in Satz B „bank“. Damit ist die Mehrdeutigkeit des Wortes „Bank“ mathematisch aufgelöst.

Methodisch eignet sich auch hier eine Erarbeitung nach Think-Pair-Share (vgl. Brüning & Saum, 2009): In der Think-Phase berechnen die Lernenden für einen weiteren Beispielsatz (z. B. „Ich gehe zur Bank.“) Query, Keys und Attention-Gewichte. In der Pair-Phase werden die Ergebnisse abgeglichen und in der Share-Phase im Plenum diskutiert.

Zusammenfassung und Ausblick

Stolz präsentieren Sie die Funktionsweise des KI-Übersetzungsassistenten in der wöchentlichen Praktikumsrunde. Aus den drei Lernsituationen ist klar geworden: Hinter KI-Übersetzungen stecken Vektoren, Matrix-Vektor-Multiplikationen und Skalarprodukte – also genau die Mathematik, die im Lehrplan verankert ist.

Die rasante Entwicklung von LLMs wirft Fragen auf, mit denen sich die Lernenden auch außerhalb des Mathematikunterrichts auseinandersetzen. In diesem Beitrag wurden drei zentrale mathematische Ideen moderner LLMs – Word Embeddings, neuronale Netze und der Attention-Mechanismus – in drei Lernsituationen aufbereitet, die sich alle dem Lernbereich 3 des Lehrplans zuordnen lassen (vgl. Pädagogisches Landesinstitut Rheinland-Pfalz, 2014, S. 22 ff.).

Anknüpfungspunkte für eine Vertiefung gibt es zahlreiche: Das Umfeld des Übersetzungsbüros lädt zu einer Diskussion über die Zukunft der Arbeit ein; fächerübergreifend bietet sich eine Verzahnung mit Deutsch (Mehrdeutigkeit natürlicher Sprache), Englisch (Vergleich maschineller und eigener Übersetzung), Ethik (Verantwortung und Bias) sowie Informatik (Implementierung in R oder Python) an.

Insgesamt zeigt sich: Die Mathematik hinter ChatGPT und vergleichbaren Modellen ist auf einem im Lehrplan verankerten Niveau darstellbar. So lässt sich Lernenden ein mathematisch fundierter Einblick in eine Technologie eröffnen, die zunehmend ihre Lebens- und Berufswirklichkeit prägt – und damit zugleich eine kritische Reflexion ermöglichen.

Literaturverzeichnis

- Bast, S., Vogt, M., & Wallerath, R. (2022). Autonomes Fahren – Ein Blick hinter die Kulissen der Mathematik der künstlichen Intelligenz. *GDM Mitteilungen*, 112, 7–10.
- Brüning, L., & Saum, T. (2009). *Erfolgreich unterrichten durch Kooperatives Lernen. Strategien zur Schüleraktivierung. Band 1* (5. Auflage). Neue Deutsche Schule Verlagsgesellschaft.
- Goodfellow, I., Bengio, Y., & Courville, A. (2016). *Deep learning*. MIT Press. www.deeplearningbook.org
- Macho, A. (2026). Die neue Job-Angst der Jugend. In: *DIE WELT*. www.welt.de/wirtschaft/article6a046b01214d7d4d4aac5a4d/kuenstliche-intelligenz-die-neue-job-angst-der-jugend.html, zuletzt abgerufen am 15. 5. 2026
- Mikolov, T., Sutskever, I., Chen, K., Corrado, G. S., & Dean, J. (2013). Distributed representations of words and phrases and their compositionality. In *Advances in Neural Information Processing Systems* (Vol. 26, S. 3111–3119).
- Nielsen, M. A. (2015). *Neural networks and deep learning*. Determination Press. neuralnetworksanddeeplearning.com/
- Nonnenmann, M., Vogt, M., Bast, S., & Lübke, K. (2023). Mathematik und Sprache – Textanalyse im Mathematikunterricht. *GDM-Mitteilungen*, 115, 33–38.
- Pädagogisches Landesinstitut Rheinland-Pfalz (2014). Lehrplan für das berufliche Gymnasium. Unterrichtsfach: Mathematik, Grund- und Leistungsfach. bildung.rlp.de/fileadmin/user_upload/bbs/Informationen_und_Materialien/Lehrplaene/Berufliches_Gymnasium/2015-01-08_LP_BG_Mathe.pdf
- Touhid (2024). The (surprisingly simple!) math behind the transformer attention mechanism. *Medium*. medium.com/@touhid3.1416/the-surprisingly-simple-math-behind-transformer-attention-mechanism-d354fbb4fef6 (Zugriff am 15. 5. 2026).
- Vaswani, A., Shazeer, N., Parmar, N., Uszkoreit, J., Jones, L., Gomez, A. N., Kaiser, Ł., & Polosukhin, I. (2017). Attention is all you need. In *Advances in Neural Information Processing Systems* (Vol. 30, S. 5998–6008).
- von Garrel, J., & Mayer, J. (2025). Künstliche Intelligenz im Studium – Eine quantitative Längsschnittstudie zur Nutzung KI-basierter Tools durch Studierende (2023 & 2025). Hochschule Darmstadt. opus4.kobv.de/opus4-h-da/533

Martin Vogt, Hochschule Trier
m.vogt@wir.hochschule-trier.de

KI kann alle Matheaufgaben lösen: Was nun?

Jürgen Maaß

Endlich ist es soweit: Der typische Mathematikunterricht wird bald durch die am Markt frei verfügbaren KI-Systeme überflüssig. Seit vielen Jahrzehnten fragen Schülerinnen und Schüler vergeblich nach dem Sinn eines Unterrichts, in dem nur für den jeweils nächsten Test trainiert wird. Wie löse ich jene Art von Aufgabe? Wie schreibe ich die Lösung so auf, dass es dafür Punkte gibt?

In einer sehr großen Datenbank wurden die in der Schule verwendeten Aufgaben samt Lösung gesammelt. Ein spezielles KI-Programm hat die Daten sortiert und strukturiert. Nun kann solch ein Programm bald alle Aufgaben „lösen“. Wenn zu den eingegebenen Daten auch die Erklärungen zur Lösung gehörten, spuckt die KI die passenden Erklärungen aus. Damit spiegelt die KI typisches Unterrichtsgeschehen. Allerdings ist so ein Computerprogramm sehr viel geduldiger als jede Lehrkraft.

Was nun? Zunächst sorgen diese KI-Programme für mehr Chancengleichheit. Die Lernenden brauchen keine Unterstützung von Eltern und keine teure Nachhilfe. Nur ein Handy. Das BIP wird sinken, wenn die vielen Nachhilfeinstitute ihre Mathematik-Stammkundschaft verlieren. Dann wächst der Druck auf den üblichen Unterricht: Weshalb viel Unterrichtszeit darauf verwenden, was (jedenfalls auf den ersten Blick des Ministeriums oder der Presse) ein Kind mit KI-Unterstützung auch ohne Schule kann?

Das an dieser Stelle übliche Gegenargument, dass in der Schule für das Leben gelernt wird und Mathematik ganz wichtig ist, trifft nicht. Vom üblichen Mathematikunterricht, so zeigen viele wissenschaftliche Studien, bleiben hauptsächlich zwei nachhaltige Effekte: Einerseits wenig praktische nutzbare Kenntnisse und andererseits eine große emotionale Distanz. Wer mit Erwachsenen über ihren Mathematikunterricht spricht oder versucht, sie beruflich weiter zu bilden, kann das sofort bestätigen. Übrigens zeigen auch Buch und Film ein deutlich negatives Bild vom typischen Mathematikunterricht: Seit Schüler Gerber im Roman von Friedrich Torberg aus dem Jahre 1930 tragisch Selbstmord begangen hat, ist der Mathematikunterricht in vielen Filmen und Büchern ein Ort von schlechten Erfahrungen.

Was nun? Mathematik kann tatsächlich im Alltag sehr hilfreich sein, wie z. B. das Buch von Maaß (2025), *Mathematik hilft im Alltag*, WTM Verlag, an vielen Beispielen zeigt. Solche Beispiele werden aber im Un-

terricht nur sehr selten behandelt. Wegen der vielen Aufgaben, die für den jeweils nächsten Test zu üben sind, bleibt dafür einfach keine Zeit. Das gleiche Argument trifft andere Themen, die laut Lehrplan in den Unterricht gehören, aber nicht behandelt werden. Ein Beispiel dazu: In welchem Sinne und welchem Umfang sind mathemathhaltige bzw. statistische Aussagen und Modellrechnungen „wahr“? Das sollten alle wissen, die zu Themen wie Seuchenausbreitung, Rentensicherheit, Geldanlagen, Umweltschäden, Rohstoffreserven etc. qualifiziert mitreden wollen.

Im üblichen Unterricht fehlt völlig ein Bezug zu den allgemeinen Lehrzielen der Schule und des Mathematikunterrichts. Was sagen Lehrende und KI-Systeme zur Frage, in welcher Form und in welchem Umfang das Lösen von Aufgaben dazu beiträgt, eine mündige Bürgerin oder ein mündiger Bürger zu werden? Trägt es zur Umwelterziehung oder zur Gendersensibilität oder zur politischen Bildung bei? Hilft es den Lernenden auf ihrem Weg zu Selbstständigkeit und Eigenverantwortung, wenn sie auf Anordnung der Lehrkraft (oder einer KI) viele Stunden mit der Lösung von (aus ihrer Sicht häufig sinnlosen) Aufgaben verbringen?

Was nun? Die Frage stellt sich offenbar auch für alle, die über die Zukunft des Mathematikunterrichts nachdenken und damit insbesondere für alle Mitglieder der GDM. Den Druckern und Setzern hat es nichts genutzt, auf Fehler beim Computersatz hinzuweisen. Auch Stationen von Kutschenbauern und Hufschmieden für Reisende sieht man sehr selten, obwohl von dieser Seite auf diverse Mängel bei Automobilen hingewiesen wurde. Deshalb ist es ein unterhaltsames, aber nicht wirklich zukunftsweisendes Unterfangen, Fehler oder didaktische Unzulänglichkeiten in jeweils aktuellen KI-Programmversionen zu suchen.

Ich sehe vielfältige Aufgaben für Stoffdidaktik: Wie soll ein guter Mathematikunterricht aussehen, in den KI-Systeme helfend integriert sind? Und selbstverständlich gibt es auch Anlass für vielfältige empirische Forschungen: Wie sind die Lernerfolge in solchem Unterricht? Wie kann er verbessert werden? Nicht zuletzt ergibt das ein weites und fruchtbares Feld für Kooperationen!

Jürgen Maaß, Universität Linz, Österreich
aon.914688796@aon.at

From Snow White to mathematical stories

Antonella Perucca

Most of our students know the story of Snow White (from the Disney movie). Now comes the challenge: can you write that story in one sentence? You will be confronted with deciding what is important for you and discard the rest, and you will stretch the grammar to squeeze in everything that is possible. My attempt:

Snow White is a girl poisoned with a magic apple by a witch jealous of her beauty, coming disguised as an old ugly woman while the girl was undercover, hosted by seven dwarves: Snow White was believed to be dead but she was only in a permanent sleep, and in fact the kiss of a prince broke the spell and the girl married the prince, while the witch died escaping the dwarves.

And now, even more challenging, with only one short sentence allowed:

Snow White is the story of a girl, hosted by seven dwarves, whom a jealous witch tries to murder.

The point of the exercise is training basic skills that you need while preparing a mathematical presentation, given the fact that time is always very limited.

You have to select the content and make various cuts, even if you would prefer to say much more. Sometimes the selection is based on a personal preference. For example, others could have written:

Snow White is the story of a girl hosted by seven dwarves, poisoned by a witch and saved by a prince.

So “Cut & Squeeze in” is the art of preparing a presentation: you must cut a lot but not what is important; you must squeeze in all you can, but not to the point of losing your audience.

We should keep in mind that an in-presence presentation serves the main purpose of making “a mind map” for the audience, who should retain the key features and thus be guided while completing the learning as self-study, going more (or again) into the details. And, in any case, even a video presentation requires a selection and needs scaffolding.

A good presentation has some key takeaway, to be decided in advance by the presenter. For example, what is the key lesson of Snow White? Here some options:

- *Jealous people can be very dangerous.*
- *Never eat food offered by strangers.*

- *When you make a spell, do not underestimate improbable outcomes that may break it.*

While making a mathematical explanation, you need to engage the audience by making use of humor, pathos, or anything that is catchy. What is “mathematical drama”? Anything impressive, surprising, out of the ordinary, beautiful, or also ridiculously tedious. A theorem with dozens of applications. A very short or easy proof. A relatively easy proof that was undiscovered for decades. An almost magic formula like the one relating the volumes of a half-sphere, a cone, and a cylinder with the same basis and height (half-sphere+cone=cylinder).

For our metaphor, in Snow White the girl is extremely beautiful, the witch extremely wicked, the girl narrowly escapes death and so on. Possible catchy facts:

Snow White only lives because someone disobeys their orders (the hunter).

The beautiful witch, to pursue her fixation of being the most beautiful, makes herself ugly (for her disguise).

To make a good presentation, one also must ponder what may lead to confusion:

The girl was right in accepting the food of the dwarves but was not right in accepting the one of the old lady, although these were all strangers to her.

Moreover, one should anticipate some of the curiosity questions and prepare convincing answers (nowadays you can find reasonable answers to almost anything, but you still must ask the questions yourself):

Why are there 7 dwarves and not 8?

How tall is a dwarf?

The reason you have to “build a story” in a mathematical presentation is because everyone can listen to stories while it is hard to appreciate or remember the “chain-of-telegrams” version:

Witch is jealous of girl. Girl runs away. Dwarves host girl. Witch poisons apple. Witch offers apples. Girl eats apple ...

Telling a story also means choosing what to highlight, like alternating low tides with high tides. Teachers always explain and entertain, use visuals as much as possible and metaphors and memory tricks, they make things catchy and “sell them”. They do what it takes so that the message comes across.

A piece of advice for explanations is “be honest”, namely “make use of disclaimers, identify black boxes”. Like: *For brevity, I only explain the key parts of Snow White*. Or, with a mathematical example:

Cavalieri’s principle for the volumes holds if the solid figure is sufficiently regular and, no, we are not going to prove it. The common solid figures are fine,

don’t worry, but do not apply the principle, say, to a fractal-like set. Also don’t worry, there is a rigorous statement and a full proof, that is based on computing volumes as integrals.

Finally, don’t be afraid to only sketch straight-forward steps or an analogous case to make space for real understanding, like why an assumption was needed for a statement or where an assumption was used in a proof.

Good luck with your theatre show ... ehm, mathematical lesson.

Antonella Perucca, University of Luxembourg
antonella.perucca@uni.lu

KMK-Entscheidung behindert den Einsatz von Künstlicher Intelligenz im Mathematikunterricht

Kritische Auseinandersetzung mit den geplanten Einschränkungen bei der MMS-Benutzung mit dem Fokus auf Problemlöseprozessen

Helmut Springstein

In meinem Diskussionsbeitrag zum Anwendungsbezug der Poolaufgaben zum schriftlichen Mathematikabitur habe ich die Behauptung aufgestellt, dass die KMK durch die Einschränkungen der Funktionalität eines MMS beim schriftlichen Abitur vom dem selbstgesteckten Ziel, beim Einsatz Künstlicher Intelligenz keine Nutzungsverbote auszusprechen, abweicht. (Springstein, 2025, S. 51)

Diese Behauptung möchte ich mit diesem Artikel fundieren.¹

Vorbemerkungen

Wenn man von Digitalisierung in der Schule spricht, muss man zwei Dinge unterscheiden:

- Den Einsatz von digitalen Geräten und Lernplattformen für eine adäquate Lernumgebung (wie z. B. Whiteboards oder Cloudsystemen), um die Organisation und die (technische) Vermittlung von Lerninhalten zu unterstützen.
- Die Benutzung von digitalen Werkzeugen (z. B. ein Taschenrechner, ein Modulares-Mathematik-System oder Künstliche Intelligenz) als Hilfsmittel im Unterricht, um den Erkenntnisgewinn zu steigern.

Im Folgenden werde ich mich nur mit dem zweiten Aspekt beschäftigen.

Bei der Benutzung von digitalen Werkzeugen muss man wiederum grob zwei Anwendungsbereiche unterscheiden (auch wenn sich beide Bereiche in Teilen überschneiden):

- Digitale Hilfsmittel, insbesondere Künstliche Intelligenz, können zur Individualisierung beim Aneignen

von Faktenwissen und bei der Festigung von Erlerntem eingesetzt werden. So kann insbesondere eine Künstliche Intelligenz als digitaler Tutor fungieren.

- Digitale Werkzeuge können beim Problemlösen eingesetzt werden.

Ich beschäftige mich hier wiederum nur mit dem zweiten Aspekt.

Entscheidung der Kultusministerkonferenz (KMK)²

Für das Mathematikabitur ab dem Jahr 2030 hat die KMK zusammen mit dem Institut für Bildungsentwicklung (IQB) Hinweise für die Verwendung von Hilfsmitteln in den schriftlichen Abiturprüfungen veröffentlicht (IQB, KMK, 2024).

Die Fachgesellschaften GdM (GDM, 2025), MNU (Elschenbroich, Langlotz, 2025) und das Lehrernetzwerk T³ (T³, 2025)) hatten schnell und überzeugend in Stellungnahmen reagiert und die oben genannte Entscheidung der KMK kritisiert. Zusätzlich ist im April dieses Jahres ein Artikel von Jens Weitendorf in der ZEIT (Weitendorf, 2026) mit der gleichen inhaltlichen Zielrichtung erschienen. In Übereinstimmung mit den Stellungnahmen und dem Artikel möchte ich den zusätzlichen Fokus in diesem Diskussionsbeitrag noch stärker auf die Nutzung Künstlicher Intelligenz im Mathematikunterricht lenken.

Ohne näher auf die Einzelheiten einzugehen³, behalten die Hinweise deutliche Einschränkungen der Funktionalitäten nicht nur von Modulen Mathematik Systemen (MMS), sondern auch von Taschenrechnern, gegenüber dem bisher Üblichen in den schriftlichen Abiturprüfungen, im sogenannten Prüfungsmodus. Viele der modernen Möglichkeiten eines MMS werden

¹ Der besseren Lesbarkeit halber habe ich einige Ideen und Formulierungen meines damaligen Artikels auch hier übernommen, auch wenn dadurch Redundanzen entstehen.

² Genauer müsste es heißen: Die Bildungsministerkonferenz, eine der drei Teilkonferenzen der Kultusministerkonferenz (KMK), aber ich werde im Folgenden immer vereinfachend von der KMK reden.

³ Siehe dazu die oben erwähnten Stellungnahmen.

verboten. Bemerkenswert ist dabei, dass keinerlei didaktische Begründungen gegeben wurden oder eine Zielsetzung formuliert wurde. Und es gab auch keinen Austausch mit der GDM oder dem MNU, den beiden wichtigsten didaktischen Fachgesellschaften für den Mathematikunterricht.

Der Verdacht liegt nahe, dass der traditionelle Mathematikunterricht bewahrt werden soll, anstatt sich den Anforderungen der zukünftigen (digitalen) Lebenswelt zu stellen (die insbesondere durch Künstliche Intelligenzen geprägt sein wird) und dabei traditionelle und neue Inhalte zusammen zu bringen.

Was ist ein MMS und wie wird ein MMS in den unterschiedlichen Bundesländern eingesetzt

Ein MMS ist im Wesentlichen eine Mathematiksoftware, die weit über die Funktionalität eines Taschenrechners hinausgeht. Ein derartiges System kann u. a. komplexe Berechnungen und schwierige Termumformungen durchführen. Und nicht nur Graphen anzeigen, sondern auch geometrische Objekte dynamisch darstellen. Und es beinhaltet auch eine Tabellenkalkulation.

Modulare Mathematik Systeme waren früher als Computer Algebra Systeme (CAS) bekannt. Ein CAS war anfangs tatsächlich ein reines, aber mächtiges Rechenwerkzeug. Nach und nach kamen neue Module hinzu. Trotzdem werden diese Systeme weltweit weiter als CAS bezeichnet. Deshalb ist die Unterscheidung zwischen CAS und MMS nachvollziehbar, der deutsche Sonderweg allerdings unglücklich.

Ein MMS läuft auf Computern, Tablets und kleinen Handhelds. Handhelds sind wenig größer als „normale“ Taschenrechner und können neben Tablets sehr gut von Lernenden im Unterricht als digitales Hilfsmittel benutzt werden.

Bisher wurde in den einzelnen Bundesländern der Umgang mit einem MMS sehr unterschiedlich behandelt. In einigen Bundesländern, wie Thüringen, Sachsen oder Niedersachsen, war der Einsatz eines MMS verbindlich, in anderen Bundesländern, wie Hamburg und Schleswig-Holstein, konnten die Schulen über den Einsatz eines MMS im Unterricht selbst entscheiden. Je nach Einsatz gab es in den Bundesländern auch unterschiedliche zentrale schriftliche Prüfungsaufgaben: einerseits Aufgaben mit dem Taschenrechner als Hilfsmittel, andererseits Aufgaben mit dem MMS als Hilfsmittel. Diese Trennung wird es auch in Zukunft geben,

wenn in allen Bundesländern die gleichen Aufgaben bearbeitet werden.

Damit die Geräte und die Systeme auch im schriftlichen Abitur ab 2030 eingesetzt werden dürfen, muss die zugrunde liegende Software teils neu entwickelt und vom IQB zertifiziert werden. Da während der schriftlichen Abiturprüfungen nur im Prüfungsmodus gearbeitet werden darf, steht dann nur der eingeschränkte Befehlssatz der Hilfsmittel zur Verfügung.

Hinzu kommt, dass ab 2030 das IQB die zentralen schriftlichen Prüfungsaufgaben für alle Bundesländer erstellen wird. Deshalb haben die Einschränkungen große Bedeutung für die gesamten schriftlichen Abiturprüfungen im Fach Mathematik in Deutschland und, wie ich später ausführen werde, für den gesamten Mathematikunterricht und das über Jahre hinweg.

Was haben die Einschränkungen nun mit dem Einsatz bzw. dem Nichteinsatz von Künstlicher Intelligenz zu tun?

Dazu muss ich etwas ausholen: Zuerst erläutere ich die Bedeutung eines MMS im bisherigen Unterricht und danach, wie das Zusammenspiel eines MMS mit einer Künstlichen Intelligenz aussehen könnte. Anschließend beschreibe ich, was die Einschränkungen der KMK für Abiturprüfungen für den „normalen“ Unterricht bedeuten.

Modulare Mathematik Systeme und deren (möglicher) Bedeutung für den Unterricht⁴

Ein MMS ist ein Hilfsmittel, dass Lernenden im Mathematikunterricht komplexe Rechnungen abnimmt und vielfältige Visualisierungen ermöglicht. Dadurch wird der Unterricht nicht einfacher, sondern es bietet die Chance zu einer sinnvollen Verlagerung: weg von rechenorientierten Aufgabenstellungen hin zu einer verstärkten Verstehensorientierung und einem stärkeren Einbezug von realitätsnahen Aufgaben und mathematischem Experimentieren. Das ist nicht nur für diejenigen Lernenden relevant, die Schwierigkeiten mit den formalen Algorithmen haben, sondern es ist dadurch auch möglich, dass Lernende erkennen können, dass Mathematik nicht nur bloße formale „Spielerei“ ist, sondern auch jenseits der Schule Relevanz hat.

Leider wird ein MMS aber immer noch nicht flächendeckend im Mathematikunterricht eingesetzt, obwohl die Technik bereits seit Jahrzehnten existiert. Zudem wird der Einsatz eines MMS auch von Bundesland zu Bundesland unterschiedlich gehandhabt. Und

⁴ Ich beschränke mich nur auf die für diesen Artikel wesentlichen Aspekte.

auch dort, wo ein MMS eingesetzt wird, wird es auch häufig nicht im Hinblick auf eine moderne Unterrichtskultur gewinnbringend eingesetzt, sondern es findet traditioneller Unterricht statt, nur mit einem MMS als einfacher Rechenknecht.

Zusammenspiel von Künstlicher Intelligenz und Modulen Mathematik Systemen

Die Benutzung einer Künstlichen Intelligenz im Unterricht ist schon deshalb sinnvoll, damit Lernende im Umgang mit Künstlicher Intelligenz im späteren Leben „geschult“ werden. Aber mehr noch: durch Künstliche Intelligenz kann die Hinwendung vom Mathematikunterricht zu relevanten Themen des realen Lebens, stärker noch als mit einem MMS, ermöglicht werden.

Eine zentrale Möglichkeit beim Einsatz von Künstlicher Intelligenz im Unterricht besteht darin, Mathematikaufgaben zum Beispiel mittels Sprache einer Künstlichen Intelligenz zu übergeben und das Ergebnis anschließend mit eigenen Berechnungen zu überprüfen. Bei komplexen Aufgabenstellungen, insbesondere wenn sie anwendungsorientiert sind, bietet sich zur Überprüfung ein MMS an. Eine Überprüfung ist auch deshalb sinnvoll, weil einerseits Künstliche Intelligenzen schon ab und zu mal unsinnige Ergebnisse liefern können und andererseits gerade bei realitätsnahen Aufgaben (z. B. Modellierungen), je nach Sichtweise, auch mehrere Lösungen sinnvoll sind. Ein weiteres Lernziel in der Schule ist natürlich auch, keinem „Fremden“ einfach blind zu vertrauen.

Eine Eingabe in eine Künstliche Intelligenz kann teilweise durch Sprache bzw. in einer entsprechenden Texteingabe erfolgen. Eine KI ist fehlertolerant und kann nachfragen, wenn etwas unklar formuliert ist. Dies wiederum kann Lernende dazu anregen ihre Fragestellung zu überdenken und zu konkretisieren.

Die Eingabe in ein MMS hingegen erfolgt in einer speziellen Syntax, sie ist nicht fehlertolerant und viele Lernende scheitern daran. Das gilt insbesondere, wenn sie Schwierigkeiten mit der formalen Mathematik haben. Und die oben erwähnten Einschränkungen der KMK formalisieren den Umgang mit Mathematik im Unterricht um ein Vielfaches.

Ein sinnvolles Ziel sollte es sein, statt einer Einschränkung die Eingabe in ein MMS sprachlich orientierter und fehlertoleranter zu machen, und sie damit der Eingabe in eine Künstliche Intelligenz anzunä-

hern. Denn die mathematischen Leistungen sollten nicht durch eine mangelnde Werkzeugkompetenz beeinträchtigt werden.⁵

Das wäre beileibe keine Vereinfachung oder Aufweichung des Unterrichts, sondern bietet die Möglichkeit einer Schwerpunktverlagerung hin zur angewandten Mathematik, die durchaus sehr anspruchsvoll ist. Wetter- und Klimaforschung, Vorhersage der Verbreitung ansteckender Krankheiten (Corona-Pandemie) und Analyse von Algorithmen sozialer Netzwerke sind ein paar von sehr vielen Beispielen, die es Lernenden verdeutlichen können, warum es sinnvoll ist, Mathematik zu lernen und zu verstehen.

Dadurch verlöre zwar die traditionell unterrichtete mathematisch formale und strukturelle Strenge der Mathematik an Bedeutung, ohne dass sie ganz verloren gehen darf. Gewonnen würde die Möglichkeit, sich verstärkt mit allgemeinbildender und anwendungsorientierter Mathematik zu beschäftigen, um die reale Welt mithilfe der Mathematik besser verstehen und sich in einer immer komplexer werdenden Welt besser zurechtfinden können. Eine stärkere Kombination beider Komponenten ist anzustreben.⁶

In diesem Zusammenhang verweise ich auf die Forderung didaktischer und mathematischer Fachgesellschaften anwendungsorientierte Mathematik viel stärker in die Lehrerbildung zu integrieren. (DMV et al., 2025)

Auswirkung von Prüfungen auf den gesamten Unterricht

Die oben erwähnten Einschränkungen der KMK bei der Eingabe in ein MMS zielen aber gerade auf den formalen, kalkülorientierten Charakter der Mathematik ab und entfernen sich dadurch wie bisher von der Relevanz der Mathematik für ein vertieftes Umweltverständnis. Da diese Einschränkungen aber nur in den schriftlichen Prüfungen verbindlich sind, im sogenannten Prüfungsmodus, behauptet die KMK in einer Stellungnahme (KMK, 2025), dass die Einschränkungen keinen Einfluss auf den gesamten Unterricht hätten. Dem widerspreche ich sehr vehement, denn gerade schriftliche zentrale Prüfungsaufgaben haben einen enormen Einfluss auf den Unterricht. Das möchte ich nun weiter ausführen.

In der didaktischen Literatur gibt es dafür den Fachbegriff des „Backwash-Effekts“. Er beschreibt grob gesagt die Auswirkungen von Prüfungen auf den Unter-

⁵ Um das abzumildern, haben wir in Hamburg für das schriftliche Abitur bis zum Jahr 2016, also, bevor es bundesweite Aufgaben gab, eine kurze Bedienungsanleitung für die jeweiligen Geräte zusammengestellt, damit die Lernenden nicht an Eingabeproblemen scheitern sollen. Diese wurde auch im Unterricht benutzt.

⁶ Was ich hier so lapidar aufgeschrieben habe, beinhaltet aber eine enorme Arbeit an einem neuen Curriculum.

richt, was ich anhand der bisherigen Abituraufgaben vom IQB konkretisieren möchte:

Das Bearbeiten der Aufgaben aus dem Aufgabenpool vom IQB, den sogenannten Poolaufgaben (und natürlich die geschriebenen Abiturklausuraufgaben der einzelnen Bundesländer), wird von Lernenden für die Vorbereitung zur Abiturklausur eingefordert. Sie wollen gut auf die Abiturklausur vorbereitet werden und erwarten von ihren Lehrkräften, dass sie die Abituraufgaben der Vorjahre mit ihnen durcharbeiten und von ihnen Tipps zum Bearbeiten derartiger Aufgaben erhalten. Je nach Lehrkraft kann die Bearbeitung der „alten“ Abituraufgaben einen erheblichen Teil des Unterrichts einnehmen. Lernende gewöhnen sich an Aufgaben, die dem Geiste der Poolaufgaben nahestehen. Lehrkräfte wollen ihre Lernenden gut auf die Abiturklausuren vorbereiten. Ein nicht unerheblicher Teil von Lehrkräften übernimmt daher für ihre eigenen Klausuren in der Oberstufe die Formate der Poolaufgaben. Mehr noch, der Unterricht wird entlang der Poolaufgaben organisiert. Das ist, so unschön das auch klingen mag, in meinen Augen verständlich. Will man doch einerseits die Lernenden gut vorbereitet in die Abiturklausur entlassen und sich andererseits nicht dem Vorwurf aussetzen, man hätte den Kurs nicht gut vorbereitet.

Entsprechendes gilt nun auch für die Benutzung von Modularen Mathematik Systemen in Zusammenhang mit den obigen Einschränkungen der KMK: Lernende erwarten zu Recht, dass Prüfungen den Unterricht widerspiegeln müssen. Also wird auch im Unterricht fast nur mit dem eingeschränkten Prüfungsmodus gearbeitet. Zudem orientieren sich die oben genannten Einschränkungen an dem traditionellen Unterricht mit einer überwiegend reinen, kalkülorientierten Mathematik.

Die kalkülorientierte Mathematik wird also durch die Einschränkungen der KMK weiterhin einen sehr breiten Raum im Mathematikunterricht der Oberstufe einnehmen und die Chance, die durch einen Einsatz von Künstlicher Intelligenz ermöglicht wäre, wird nicht wahrgenommen. Künstliche Intelligenz wird in den Hintergrund gedrängt und zu einer Randerscheinung bei Problemlöseaufgaben degradiert. Dies steht jedoch im starken Gegensatz zu den künftig zu erwartenden Anforderungen an die Lernenden, insbesondere im beruflichen Alltag nach der Abiturprüfung.

Fazit

Weder die GDM noch der MNU wurden in die Entscheidungsprozesse für eine Neubewertung der digitalen Hilfsmittel in den schriftlichen zentralen Abituraufgaben einbezogen. Durch den Verzicht der Hinzuziehung

fachlicher externer Expertise wird eine Rückwärtsge wandtheit überdeutlich. Das ist besonders schmerz lich, weil es um die Zukunft des Mathematikunterrichts in einer sich schnell wandelnden Zeit geht. Ohne einen Austausch mit den unterrichtenden Lehrkräften an den Schulen und den didaktisch Forschenden an den Uni versitäten kann keine vorwärts gerichtete Entwicklung stattfinden, die auf eine sinnvolle Nutzung aller di gitalen Mittel im gemeinsamen Zusammenspiel aller Beteiligten ausgerichtet ist.

Die KMK hat 2024 in ihrer (allgemeinen) Hand lungsempfehlung für die Bildungsverwaltung zum Um gang mit Künstlicher Intelligenz in schulischen Bil dungsprozessen die Absicht geäußert, die Verwen dung von Künstlicher Intelligenz nicht durch Nut zungsverbote einzuschränken, sondern „von Anfang an eine konstruktiv-kritische Auseinandersetzung mit Künstlicher Intelligenz im Bildungsprozess“ zu ermögli chen. (KMK, 2024, S. 2) Im Rahmen des Themenfeldes Bildung als „Unterabteilung“ der Bildungsministerkon ferenz, also auf der Fachebene, sind durch die oben behandelten Einschränkungen allerdings Verbote aus gesprochen worden. Das steht meiner Meinung nach im Widerspruch zu der allgemeinen Absichtserklärung. Auch wenn die bei dem weniger mächtigen Werkzeug MMS zum Tragen kommen werden und nicht direkt bei Künstlicher Intelligenz, so bewirken sie, wie ich oben dargelegt habe, eine Be- bzw. Verhinderung einer Nutzung einer Künstlichen Intelligenz im Unterricht, insbesondere wenn es um Problemlöseprozesse geht.

Literatur

- Elschenbroich, H.-J., Langlotz, H. (2025). digitalisierung klein geschrieben. *MNU Journal* 2025(2), 92–93
- DMV, GAMM, MNU, GDM, GOR, GiP KoMSO (2025) Mehr Angewandte Mathematik in der Grundausbildung (ins besondere für das gymnasiale Lehramt) – Einladung zur Diskussion und Weiterentwicklung in Ihrer Fakul tät. didaktik-der-mathematik.de/wp-content/uploads/2025/11/2025_07_01_Positionspapier_Angewandte-Mathematik_Grundvorlesungen.pdf
- GDM (2025). KMK-Entscheidung bremst Digitalisierung in der mathematischen Bildung aus. didaktik-der-mathematik.de/wp-content/uploads/2025/03/2025-03-19_KMK-Entscheidung-bremst-Digitalisierung-in-der-mathematischen-Bildung-aus.pdf
- IQB, KMK (2024) Gemeinsame Abituraufgabenpools der Länder Aufgaben für die Fächer Mathematik sowie Biolo gie, Chemie und Physik (Hinweise zur Verwendung von Hilfsmitteln (gültig ab Prüfungsjahr 2030)). www.iqb.hu-berlin.de/media/documents/M_Hinweise_zur_Verwendung_von_Hilfsmitteln_gueltig_ab_2030.pdf
- KMK (2024). Handlungsempfehlung für die Bildungsverwal tung zum Umgang mit Künstlicher Intelligenz in schu-

- lischen Bildungsprozessen: Themenspezifische Handlungsempfehlungen. www.kmk.org/fileadmin/Dateien/veroeffentlichungen_beschluesse/2024/2024_10_10-Handlungsempfehlung-KI.pdf
- KMK (2025). Hinweise zur Verwendung von Hilfsmitteln für die Fächer Mathematik sowie Biologie, Chemie und Physik Antworten auf Fragen zu den Richtlinien für digitale Hilfsmittel im Hinblick auf die Abiturprüfung ab dem Prüfungsjahr 2030. www.kmk.org/fileadmin/Dateien/pdf/Bildung/AllgBildung/2025-09_FAQs-Digitale-Hilfsmittel-ab-2030.pdf
- Springstein, H. (2025). Poolaufgaben vom IQB – Zwischen sinnvollen und unsinnigen Anwendungen. Ein Diskussionsbeitrag zum Anwendungsbezug in Prüfungsaufgaben. *Mitteilungen der Gesellschaft für Didaktik der Mathematik*, 119, 47–51.
- T³ (2025). Stellungnahme des Lehrernetzwerks T³ zum Zertifizierungsprozess von MMS education.ti.com/-/media/ti/t3-europe/files/t3-europe/stellungnahme-des-lehrernetzwerks-t3-zum-zertifizierungsprozess-des-mms.aspx
- Weitendorf, J. (2026). Lasst die Technik auch im Abi zu! *DIE ZEIT*, 2026(18), 33.
- Helmut Springstein, ehemaliger Lehrer und Lehrerfortbildner in Hamburg
helmut@springstein.eu

Ein Beitrag zur Diskussion MMS versus CAS, DGS usw.

Jens Weitendorf

Einleitung

Bzgl. der Einführung des MMS Standards gibt es erheblichen Diskussionsbedarf. Es könnte zur Klärung beitragen, wenn man die Abituraufgaben, die für den Einsatz von MMS vorgesehen sind, analysiert. Als Beispiele haben wir die Aufgaben von 2025 ausgewählt. Hinsichtlich der Vergleiche beziehen wir uns auf den ClassPad. Die Aufgaben findet man im Netz auf www2.iqb.hu-berlin.de/abitur/pools2025/mathematik/erhoeht. Zur besseren Lesbarkeit sind sie jeweils vorangestellt.

Analysis Vorschlag 1

Aufgabe 1

Gegeben ist die Schar der in $\mathbb{R}$ definierten Funktionen f_k mit:

$$f_k(x) = \frac{1}{2k} \cdot x^2(x-2k)^2 \quad \text{und} \quad k \in \mathbb{R}^+$$

Der Graph von f_k wird mit G_k bezeichnet.

- Begründen Sie, dass f_k für jeden Wert von k genau zwei Nullstellen hat, und geben Sie diese an.
- Der Hochpunkt von G_k hat zu den beiden Tiefpunkten von G_k denselben Abstand. Berechnen Sie diesen Abstand.
- Betrachtet wird die Fläche, die G_k , die x -Achse und die beiden Geraden mit den Gleichungen $x = -1$ und $x = 1$ einschließen. Sie setzt sich aus mehreren Flächenstücken zusammen. Beurteilen Sie die folgende Aussage, ohne den Wert eines Integrals zu berechnen:
Für jeden Wert von k gibt der Term $\int_{-1}^1 f_k(x) dx$ den Inhalt der betrachteten Fläche an.
- Für jeden Wert von k schließen G_k und der Graph der in $\mathbb{R}$ definierten Funktion h_k mit $h_k(x) = \frac{k}{2} \cdot (x-2k)^2$ eine Fläche ein, die sich aus zwei Flächenstücken zusammensetzt. Untersuchen Sie, ob die folgende Aussage richtig ist:
- Für $k > 3$ ist der Inhalt der Fläche kleiner als k^5 .

Zu den Lösungen

- Die Lösung ist direkt ablesbar, es ist kein MMS erforderlich.
- Auch b. ist händisch lösbar. Der Einsatz von CAS bzw. MMS stellt eine Erleichterung dar.

$\frac{d}{dx}(f(k, x))$	$\frac{2 \cdot x^3 - 6 \cdot k \cdot x^2 + 4 \cdot k^2 \cdot x}{k}$
$\text{solve}\left(\frac{2 \cdot x^3 - 6 \cdot k \cdot x^2 + 4 \cdot k^2 \cdot x}{k} = 0, x\right)$	$\{x=0, x=2-k, x=k\}$
$f(k, 0)$	0
$f(k, 2k)$	0
$f(k, k)$	$\frac{k^3}{2}$

Aus dem obigen wird deutlich, dass der ClassPad gegenüber einem MMS keinen Vorteil bietet. Der Rest ist ohne weitere digitale Unterstützung lösbar.

- Die Begründung ergibt sich direkt aus den Hoch- und Tiefpunkten mit $k > 0$. Für die Schülerinnen und Schüler könnte es hilfreich sein, einige Grafen plotten zu lassen. Dies wäre sowohl mit MMS als auch mit dem ClassPad möglich.

$\text{solve}(f(k, x) = h(k, x), x)$	$\{x=-k, x=2-k, x=k\}$
--------------------------------------	------------------------

Im Bereich $[-k; k]$ gilt: $h_k(x) \geq f_k(x)$ $[k; 2k]$:
 $f_k(x) \geq h_k(x)$

$\int_{-k}^k h(k, x) - f(k, x) dx$	$\frac{14 \cdot k^4}{5}$
$\int_k^{2k} f(k, x) - h(k, x) dx$	$\frac{k^4}{10}$
$\frac{14 \cdot k^4}{5} + \frac{k^4}{10}$	$\frac{29 \cdot k^4}{10}$

Für $k > 3$ gilt $k^5 > \frac{29k^4}{10}$ da $3 > 2,9$.

Auch hier wird wieder deutlich, dass der Einsatz des ClassPad bzw. MMS den Umgang mit den Termen erleichtert. Prinzipiell wäre auch eine händische Lösung möglich. Sehr rechenaufwendig wäre aber die Berechnung der Integrale. Bzgl. dieses Aufgabenteils bietet der ClassPad gegenüber dem MMS keinen Vorteil.

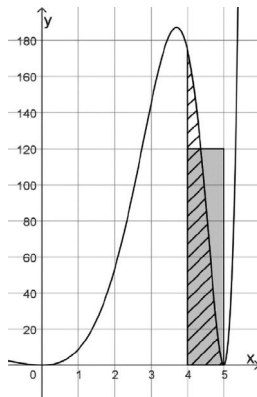
Aufgabe 2

Um Regenwasser zu speichern, wird es kontrolliert in ein unterirdisches Auffangbecken geleitet. Für ein bestimmtes Regenereignis wird die momentane Zuflussrate des Regenwassers in das Auffangbecken durch die in IR definierte Funktion r mit $r(x) = e^x \cdot f_{2,5}(x)$ für $0 \leq x \leq 5$ modellhaft beschrieben. Dabei ist x die Zeit in Stunden, die seit Beginn des Zuflusses in das Auffangbecken vergangen ist, und $r(x)$ die momentane Zuflussrate in $\frac{m^3}{h}$ (Kubikmeter pro Stunde). Die Funktion $f_{2,5}$ ist die Funktion der Schar aus Aufgabe 1 mit $k = 2,5$.

- Berechnen Sie die größte und die kleinste momentane Zuflussrate im betrachteten Zeitraum.
- Im Intervall $[0; 5]$ besitzt r genau zwei Wendestellen x_0 und x_1 . Außerdem gilt $r'(x_0) \approx 100,5$ und $r'(x_1) \approx -240,2$ sowie $r(0) = 0$ und $r(5) = 0$. Beschreiben Sie die Bedeutung des Wertes $r(x_0)$, die sich aus diesen Informationen ergibt, im Sachzusammenhang.
- Die Abbildung zeigt den Graphen von r mit einigen Eintragungen. Erläutern Sie, dass mit diesen Eintragungen die folgende Aussage begründet werden kann:

$$\int_4^5 r(x) dx < 120$$

Interpretieren Sie diese Aussage im Sachzusammenhang.



- Zu Beginn des Zuflusses ist das Auffangbecken bereits mit $186 m^3$ Regenwasser gefüllt. Nach dreieinhalb Stunden wird eine Pumpe eingeschaltet. Diese pumpt bis zum Ende des betrachteten Zeitraums Wasser aus dem Auffangbecken mit einer konstanten Rate ab. Die momentane Zuflussrate des Regenwassers in das Auffangbecken wird dabei weiterhin durch r beschrieben. Geben Sie einen

Term an, der das Wasservolumen im Auffangbecken zu einem beliebigen Zeitpunkt nach dem Einschalten der Pumpe in Kubikmetern beschreibt.

Zu den Lösungen

```
a. define r(x)=e^x*f(2.5,x)
done
d. (r(x))
x^4*e^x-6*x^3*e^x-5*x^2*e^x+50*x*e^x
solve(x^4*e^x-6*x^3*e^x-5*x^2*e^x+50*x*e^x=0,x)
{x=0,x=5,x=-sqrt(41)/2+1/2,x=sqrt(41)/2+1/2}
r(0)
0
r(5)
0
r(-sqrt(41)/2+1/2)
187.1588797
```

Für die Ränder des Intervalls gilt: $r(0) = 0$ und $r(5) = 0$. Der minimale Wert beträgt also $0 \frac{m^3}{h}$ und der maximale Wert ca. $187,16 \frac{m^3}{h}$.

Wie die obigen Rechnungen zeigen, ist es hier schon angebracht, digitale Medien einzusetzen. Alternativ wäre die Nullstelle der ersten Ableitung $x = 0$ ist ablesbar. Die Stelle $x = 5$ müsste geraten werden und dann eine Polynomdivision durchgeführt werden.

- Hier handelt es sich um eine Interpretation, für die ein CAS oder MMS nicht hilfreich ist.
- Gedacht ist wahrscheinlich, dass mit Hilfe der Zeichnung argumentiert wird. Dies ist aber rein mathematisch kein Argument. Des Weiteren bleibt unklar, wie exakt eine Argumentation mit Hilfe der Zeichnung sein müsste. Mit dem ClassPad oder auch MMS lässt sich der Wert exakt bestimmen:

```
integrate(r(x),x,4,5)
87.96794529
```

Wenn digitale Medien erlaubt sind, stellt sich die Frage, wie sich ein Einsatz verhindern lässt, wie es ja wohl von den Autoren der Aufgabe gedacht ist.

- Auch für diesen Aufgabenteil ist ein CAS nicht hilfreich. Wenn eine Konstante für das Abpumpen angegeben wäre, könnte man den aufgestellten Term anhand der vorgegebenen Daten verifizieren.

Fazit

Insgesamt ist nicht erkennbar, dass der Einsatz des ClassPad gegenüber MMS einen Vorteil bietet. Wie oben beschrieben wäre auch insgesamt eine Lösung ohne den Einsatz digitaler Hilfsmittel möglich.

Analysis Vorschlag 2

Aufgabe 1

Gegeben ist die Schar der in $\mathbb{R}$ definierten Funktionen $f_b : x \rightarrow \frac{1}{16}x^2 \cdot e^{-b \cdot x + 4b}$ mit $b \in \mathbb{R}^+$. Der Graph von f_b wird mit G_b bezeichnet.

- Geben Sie das Verhalten von f_b für $x \rightarrow -\infty$ und für $x \rightarrow +\infty$ an.
Zeigen Sie, dass der Funktionswert von f_b an der Stelle 4 unabhängig von b ist.
- Bestimmen Sie rechnerisch Lage und Art der beiden Extrempunkte von G_b .
Berechnen Sie einen Wert von b , für den die beiden Extrempunkte den Abstand 6 haben, und geben Sie diesen Wert auf Hundertstel gerundet an.
- Begründen Sie, ohne Terme von Stammfunktionen zu bestimmen, dass die folgende Aussage wahr ist: *Der Graph jeder Stammfunktion von f_b hat mit der positiven x -Achse höchstens einen gemeinsamen Punkt.*

Zu den Lösungen

- a. define $f(b, x) = 1/16x^2 \cdot e^{-b \cdot x + 4b}$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} (f(b, x))$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} (f(b, x))$$

$$f(b, 4)$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{x^2 \cdot e^{-b \cdot x + 4b}}{16} \right)$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^2 \cdot e^{-b \cdot x + 4b}}{16} \right)$$

done

Bzgl. der Grenzwerte gibt der ClassPad keine Ergebnisse an. Dies liegt daran, da ja für den ClassPad $b > 0$ nicht vorausgesetzt wurde. Selbst wenn man b durch den Betrag von b ersetzt, gibt es ebenfalls kein Ergebnis. Da dem MMS ja ein CAS zugrunde liegt, hätte man auch hier keine Ergebnisse. Für die Diskussion des Falles $x = 4$ ist ein CAS nicht erforderlich.

- b. $\frac{d}{dx} (f(b, x))$

$$\text{solve} \left(\frac{-(b \cdot x^2 - 2 \cdot x) \cdot e^{-b \cdot x + 4b}}{16} = 0, x \right)$$

$$f(b, 0)$$

$$f(b, 2/b)$$

$$\text{solve} \left(\sqrt{\frac{4}{b^2} + \frac{(e^{4b-2})^2}{(4 \cdot b^2)^2}} = b, b \right)$$

$$\frac{-(b \cdot x^2 - 2 \cdot x) \cdot e^{-b \cdot x + 4b}}{16}$$

$$\left\{ x=0, x=\frac{2}{b} \right\}$$

0

$$\frac{e^{4b-2}}{4 \cdot b^2}$$

$$\{b=-0.3333631469, b=0.3395329561, b=1.486158827\}$$

Da $b > 0$, ist $E_1(0; 0)$ ein Minimum und $E_2(\frac{2}{b}; \frac{e^{4b-2}}{4b^2})$ ein Maximum. Man hätte auch die 2. Ableitung bilden und die Vorzeichen untersuchen können. Als

Lösung für den Abstand kommen die beiden letzten in Frage. Da $b > 0$, scheidet die erste aus. Es handelt sich um eine Wurzelgleichung; daher ist die Probe zu machen.

$$0.3395329561 \approx b$$

$$\text{approx} \left(\sqrt{\frac{4}{b^2} + \frac{(e^{4b-2})^2}{(4 \cdot b^2)^2}} \right)$$

$$1.486158827 \approx b$$

$$\sqrt{\frac{4}{b^2} + \frac{(e^{4b-2})^2}{(4 \cdot b^2)^2}}$$

$$\frac{3564601}{10498542}$$

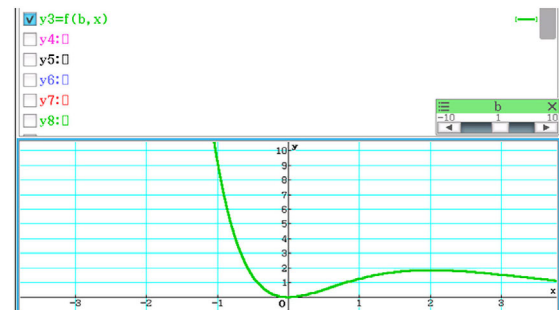
6

$$\frac{1493710}{1005081}$$

$$6.000000001$$

Näherungswerte lassen sich mit Hilfe des approx Befehls, der aber unter Umständen nicht zulässig ist, oder mit Hilfe der Taste $\left[\frac{0.5}{1} \right]$ vornehmen. Es ergeben sich also für b die beiden Lösungen $b_1 \approx 0,34$ und $b_2 \approx 1,49$. In der Bewertung ist nur die erste Lösung angegeben? Die Bestimmung der Extrema ist händisch möglich. Für die Wurzelgleichung ist ein CAS erforderlich. Ein Vorteil, den ein CAS gegenüber dem MMS hätte, ist nicht erkennbar. Näherungen sind auch mit MMS möglich.

- c. Für die Argumentation ist der ClassPad nicht erforderlich. Es soll zwar keine Stammfunktion bestimmt werden; man kann sich aber den Graphen von $f_b(x)$ plotten lassen.



Geplottet ist die Ableitung der Stammfunktion. Daraus folgt, dass jede Stammfunktion monoton steigend ist, woraus sich die Behauptung ergibt. Das Plotten wäre auch mit MMS möglich.

Aufgabe 2

Betrachtet wird nun die in $\mathbb{R}$ definierte Funktion $r : x \rightarrow \frac{1}{16}x^2 \cdot e^{-0,25x+1}$. Somit ist r die Funktion $f_{0,25}$ der Schar aus Aufgabe 1. Ihr Graph wird mit G bezeichnet. Die Konstruktion einer Wasserrutsche, die aus einer Rutschbahn und einem horizontalen Startpodest besteht, wird geplant. Dabei beschreibt G für $-4 \leq x \leq 10$ die Profillinie der Rutschbahn und die x -Achse den horizontalen Boden sowie die Wasseroberfläche (vgl. Abbildung 1). Eine Längeneinheit im

Koordinatensystem entspricht dabei 1 m in der Realität.

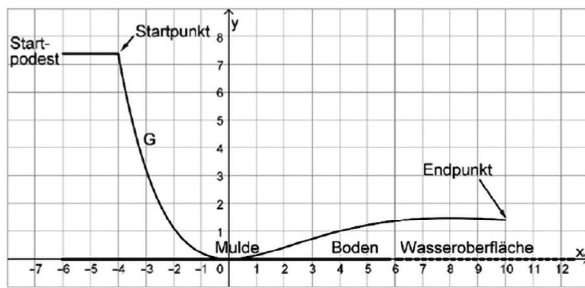


Abbildung 1

- Berechnen Sie die Höhe des Startpodests über dem Boden und die Höhe des Endpunkts der Rutschbahn über der Wasseroberfläche.
- Betrachtet wird der Winkel β , der im Sachzusammenhang von Bedeutung ist. Mithilfe der folgenden beiden Gleichungen kann die Größe des Winkels β ermittelt werden:

$$r'(-4) = \tan(\alpha) \quad \alpha \in]-90^\circ; 0^\circ[$$

$$\beta = 180^\circ - \alpha$$

Zeichnen Sie die Winkel α und β in Abbildung 1 geeignet ein und geben Sie die Bedeutung von β im Sachzusammenhang an.

- Da die 1,5 m breite Rutschbahn durch vertikale Wände begrenzt werden soll, kann sich Wasser in der Mulde sammeln. Berechnen Sie das Volumen des Wassers in der Mulde in Litern, wenn es dort an der tiefsten Stelle eine Höhe von 5 cm hat (vgl. Abbildung 2).

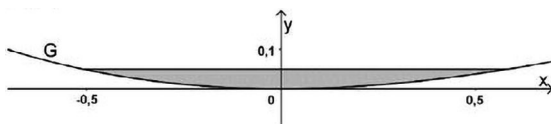


Abbildung 2

- In der folgenden Untersuchung wird erneut nur die Profillinie der Rutschbahn betrachtet. Um die Sicherheit der Badegäste zu erhöhen, soll eine in alle Richtungen drehbare Überwachungskamera angebracht werden, deren Position im Modell durch den Punkt (12 | 3) beschrieben wird. Die Sichtlinie der Kamera in Richtung eines Punktes der Rutschbahn, der durch $(a | r(a))$ mit $-4 \leq a \leq 10$ dargestellt wird, kann durch die Gerade g_a mit der Gleichung

$$y = \frac{3 - r(a)}{12 - a} \cdot x + \left(3 - \frac{3 - r(a)}{12 - a} \cdot 12 \right)$$

beschrieben werden. Untersuchen Sie rechnerisch, ob der Teil der Rutschbahn, der durch den rechtsgekrümmten Teil von G dargestellt wird, von der Kamera vollständig einsehbar ist.

Zu den Lösungen

a.	$f(0,25,-4)$	7.389056099
	$f(0,25,10)$	1.394563501

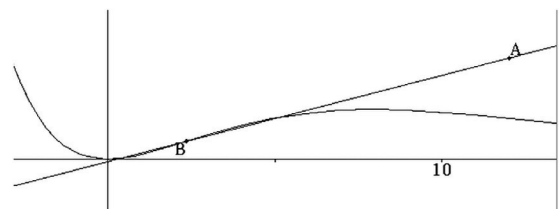
Die Anfangshöhe beträgt ca. 7,39 m und am Ende ist die Rutsche ca. 1,39 m hoch. Die Werte könnten natürlich auch mit einem WTR bestimmt werden. Es zeigt sich hier insbesondere, dass es sehr hilfreich ist, zu Anfang $f_b(x)$ zu definieren.

- Ein digitales Hilfsmittel ist nicht erforderlich.

c.	$\text{solve}(f(0,25,x)=0,05,x)$	
	$\{x=-0.5090528763, x=0.5835481843, x=32.82116217\}$	
	$\int_{-0.5090528763}^{0.5835481843} f(0,25,x) dx$	0.01831213682
	$(0.5835481843+0.5090528763) \cdot 0,05$	0.05463005303
	$0.05463005303 - 0.01831213682$	0.03631791621
	$0.03631791621 \cdot 1,5$	0.05447687432

Die obige Abbildung zeigt, dass ein Einsatz eines digitalen Hilfsmittels erforderlich ist. Ein herkömmlicher ClassPad bietet gegenüber eines MMS keinen Vorteil.

- Es bleibt unklar, warum die Autoren der Aufgabe die Gleichung für die Gerade vorgeben. Wenn wir keine Beschränkung durch MMS hätten, könnten die Schülerinnen und Schüler die folgende Zeichnung anfertigen.



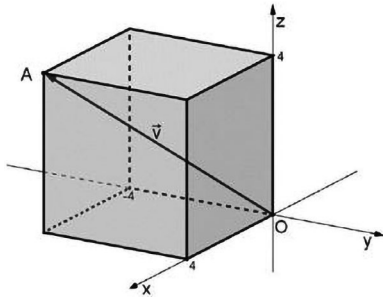
Der Punkt B ist der vorher berechnete Wendepunkt. Der Punkt A ist der gegebene Punkt. Die Zeichnung ist im DGS-Bereich des ClassPad erstellt worden. MMS sieht keinen DGS-Bereich vor. In MMS wäre es aber möglich die Geradengleichung durch die Punkte A und B zu bestimmen und danach zu zeigen, dass es außer dem Punkt B einen weiteren gemeinsamen Punkt gibt.

Aufgabe 1 Algebra

Die Abbildung zeigt einen Würfel, bei dem ein Eckpunkt im Koordinatenursprung liegt und jede Kante parallel zu einer der drei Koordinatenachsen verläuft. Der Vektor

$$\vec{v} = \begin{pmatrix} 4 \\ -4 \\ 4 \end{pmatrix}$$

ist der Verbindungsvektor zwischen den beiden Eckpunkten O und A des Würfels.



- a. Geben Sie einen Vektor $\vec{u}$ an, der die folgenden drei Eigenschaften hat:
- $\vec{u}$ ist Verbindungsvektor zwischen zwei Eckpunkten des Würfels.
 - $\vec{u}$ hat die gleiche Länge wie $\vec{v}$.
 - $\vec{u}$ und $\vec{v}$ sind nicht kollinear.
- b. Betrachtet werden alle Dreiecke OAB, wobei B ein weiterer Eckpunkt des Würfels ist. Begründen Sie, dass alle diese Dreiecke kongruent sind. Ermitteln Sie den Flächeninhalt eines dieser Dreiecke.

Zu den Lösungen

Für a. und b. ist kein digitales Hilfsmittel erforderlich.

Aufgabe 2

In einem zweistufigen Produktionsprozess stellt ein Betrieb aus vier Rohstoffen R_1, R_2, R_3 und R_4 zunächst die drei Zwischenprodukte Z_1, Z_2 und Z_3 her, aus denen dann die drei Endprodukte E_1, E_2 , und E_3 gefertigt werden. Den Tabellen ist zu entnehmen, wie viele Mengeneinheiten (ME) der Zwischenprodukte bzw. der Rohstoffe zur Herstellung von jeweils einer ME der Endprodukte verarbeitet werden.

	E_1	E_2	E_3
Z_1	3	0	0
Z_2	1	4	0
Z_3	0	5	2

	E_1	E_2	E_3
R_1	9	12	0
R_2	3	42	12
R_3	0	20	8
R_4	0	10	4

Für einen Auftrag sollen 10 ME von jedem der drei Endprodukte produziert werden.

- a. Berechnen Sie, wie viele ME des Rohstoffs 2R benötigt werden.
- b. Bei diesem Auftrag sollen die gesamten Fertigungskosten für die Zwischenprodukte 1250 Geldeinheiten (GE) betragen. In diesem Zusammenhang wird die folgende Gleichung betrachtet:

$$(2z \text{ z } 2z) \begin{pmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 1 & 4 & 0 \\ 0 & 5 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 10 \\ 10 \\ 10 \end{pmatrix} = 1250$$

Erläutern Sie diese Gleichung im Sachzusammenhang. Bestimmen Sie die Lösung der Gleichung und deuten Sie die Lösung im Sachzusammenhang.

Nach einer Lieferung von Rohstoffen befinden sich 400 ME des Rohstoffs R_3 und 200 ME des Rohstoffs R_4 im Lager. Zudem sind die Rohstoffe R_1 und R_2 in beliebiger Menge verfügbar. Für einen anderen Auftrag sollen 10 ME des Endprodukts E_2 und 25 ME des Endprodukts E_3 produziert werden. Für diesen Auftrag soll der komplette Lagerbestand der Rohstoffe R_3 und R_4 aufgebraucht werden und der Anteil des Rohstoffs R_1 unter allen vier Rohstoffen 25 % betragen.

- c. Ermitteln Sie die Anzahl von ME des Endprodukts E_1 dieses Auftrags.

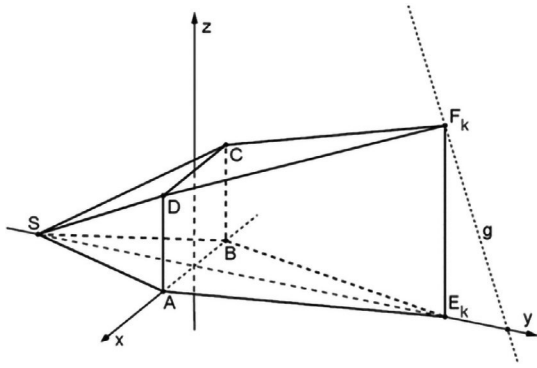
Zu den Lösungen

Die für a., b. und c. erforderlichen Rechnungen kann man mit digitalen Hilfsmitteln durchführen. Die benutzten Zahlen sind aber so gewählt, dass es auch im Prinzip möglich wäre, die Rechnungen im Kopf durchzuführen. Für c. ist eine Matrix mit 2 Zeilen und 3 Spalten einzugeben. Dies ist z. B. beim ClassPad nicht möglich. Man kann dies umgehen, indem eine 3×3 -Matrix gewählt wird und „0“ in die letzte Zeile eingegeben wird. Ein Vorteil z. B. des ClassPads gegenüber MMS ist nicht erkennbar.

Aufgabe 2 Algebra

Betrachtet werden die Punkte $A(2 | 0 | 0)$, $B(-2 | 0 | 0)$, $C(-2 | 0 | 3)$, $D(2 | 0 | 3)$, $S(0 | -5 | 0)$, $E_k(0 | k | 0)$ und $F_k(0 | k | 30 - 3k)$ mit $0 < k \leq 10$.

Die Abbildung zeigt einen zusammengesetzten Körper, der aus der Pyramide $ABCD S$ und einem Körper $ABCD E_k F_k$ besteht.



- Das Viereck $ABCD$ ist ein Rechteck. Untersuchen Sie, ob $ABCD$ auch ein Quadrat ist. Berechnen Sie das Volumen der Pyramide $ABCD S$.
- Jeder Punkt F_k liegt auf der Gerade g (vgl. Abbildung). Geben Sie den Ortsvektor eines Punkts auf g an und zeigen Sie, dass

$$\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}$$

ein Richtungsvektor von g ist.

- Begründen Sie, dass die xz -Ebene für keinen Wert von k eine Symmetrieebene des zusammengesetzten Körpers ist.
- Die Punkte C , D und S liegen in der Ebene L . Bestimmen Sie eine Gleichung von L in Koordinatenform. Ermitteln Sie den Wert von k , für den der Eckpunkt F_k ebenfalls in L liegt.
- Im Dreieck $DF_k C$ wird der Innenwinkel im Punkt F_k betrachtet. Ermitteln Sie denjenigen Wert von k , für den die Größe dieses Winkels maximal ist, und erläutern Sie Ihren Lösungsweg.

Zu den Lösungen

Insgesamt ist anzumerken, dass alle Aufgabenteile ohne digitale Hilfsmittel zu lösen sind. Etwas aufwendiger ist e.; daher geben wir die Lösung unten an.

$$e. \overrightarrow{F_k D} = \begin{pmatrix} 2 \\ -k \\ -27 - 3k \end{pmatrix} \quad \overrightarrow{F_k C} = \begin{pmatrix} -2 \\ -k \\ -27 - 3k \end{pmatrix}$$

Daraus folgt, dass das Dreieck gleichschenkelig ist. Die Basis ist $\overline{DC}$. Je kleiner die Höhe in dem Dreieck ist, desto größer ist der Winkel beim Punkt F_k . Die Höhe gibt den Abstand zwischen dem Mittelpunkt der Seite $\overline{DC}$ und dem Punkt F_k .

$$M_{CD}(0; 0; 3) \quad d = \sqrt{k^2 + (27 - 3k)^2}$$

```
define f(x)=sqrt(x^2+(27-3x)^2)
done
d/dx (f(x))
10*x-81
sqrt(10*x^2-162*x+729)
```

$$f(k) = 0 \leftrightarrow k = 8, 1$$

Dass es sich um ein Minimum für die Höhe bzw. ein Maximum für den Winkel handelt, ergibt sich aus dem Sachzusammenhang.

Man könnte auf die Idee kommen, direkt eine Funktion für den Winkel aufzustellen, die Ableitung zu bilden und so das Maximum zu bestimmen. Dies führt zu sehr komplexen Gleichungen, die auch mit dem ClassPad nicht beherrschbar sind.

Da, wie gesagt, digitale Hilfsmittel nicht wirklich erforderlich sind, erübrigt sich die Frage, ob es einen Vorteil des ClassPad gegenüber MMS gibt.

Aufgabe 1 Stochastik

1. Bei einer Naturkostkette besitzen die meisten Kundinnen und Kunden ein Konto für Online-Bestellungen. Im Folgenden werden ausschließlich diese Personen betrachtet. 72 % der Personen sind jünger als 50 Jahre. 18 % der Personen sind jünger als 50 Jahre und wohnen nicht in einer Großstadt. Der Anteil der Personen, die in einer Großstadt wohnen, beträgt 75 %. Es soll davon ausgegangen werden, dass in einer zufälligen Auswahl von Personen die Anzahl derjenigen, die in einer Großstadt wohnen, binomialverteilt ist.

- Stellen Sie den Sachzusammenhang in einer vollständig ausgefüllten Vierfeldertafel dar.
- Beurteilen Sie die folgende Aussage:
Die Wahrscheinlichkeit dafür, dass eine zufällig ausgewählte Person in einer Großstadt wohnt und nicht jünger als 50 Jahre ist, ist etwa halb so groß wie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass eine zufällig ausgewählte Person entweder in einer Großstadt wohnt oder nicht jünger als 50 Jahre ist.
- Es werden 160 Personen zufällig ausgewählt. Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass weniger als drei Viertel dieser Personen in einer Großstadt wohnen.

Zu den Lösungen

Die Aufgabenteile a. und b. sind ohne digitale Hilfsmittel durchzuführen.

- c. Da Formelsammlungen nur Werte bis $n = 100$ angeben, ist hier ein digitales Medium erforderlich, das die Möglichkeit bietet, Werte für die kumulierte Binomialverteilung anzugeben. Zwischen ClassPad und MMS gibt es hier keinen Unterschied in der Handhabung.

2. Eine Abfüllanlage der Naturkostkette füllt veganen Brotaufstrich in Gläser ab, auf denen als Füllmenge „250 g“ aufgedruckt ist. Die tatsächliche Füllmenge kann jedoch von der auf dem Glas aufgedruckten Füllmenge abweichen. Um festzulegen, welche Abweichungen der tatsächlichen von der aufgedruckten Füllmenge toleriert werden, wird die sogenannte Minusabweichung verwendet. Bei einer aufgedruckten Füllmenge von 250 Gramm beträgt die Minusabweichung 4,5 Gramm.

250g e

Abbildung 1

Die Gläser können gemäß einer Richtlinie mit der in der Abbildung 1 dargestellten Füllmengenkennzeichnung versehen werden, wenn drei Bedingungen erfüllt sind. Diese können modellhaft wie folgt formuliert werden:

- *Bedingung I: Der Erwartungswert der tatsächlichen Füllmenge in Gramm liegt nicht unter der aufgedruckten Füllmenge.*
- *Bedingung II: Die Wahrscheinlichkeit dafür, dass die tatsächliche Füllmenge in Gramm von der aufgedruckten Füllmenge um mindestens eine Minusabweichung nach unten abweicht, beträgt höchstens 6%.*
- *Bedingung III: Die Wahrscheinlichkeit dafür, dass die tatsächliche Füllmenge in Gramm von der aufgedruckten Füllmenge um mindestens zwei Minusabweichungen nach unten abweicht, beträgt höchstens 0,2%.*

- a. Die tatsächliche Füllmenge der Gläser ist normalverteilt mit der Dichtefunktion

$$\varphi(x) = \frac{1}{2\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-250}{2}\right)^2},$$

wobei x die tatsächliche Füllmenge eines Glases in Gramm beschreibt. Untersuchen Sie, ob jede der drei Bedingungen erfüllt ist.

- b. Eine weitere Produktion von Gläsern mit einer aufgedruckten Füllmenge von 250 Gramm stammt

von einer anderen Abfüllanlage für vegane Brotaufstriche. Die tatsächliche Füllmenge in Gramm ist normalverteilt mit den Parametern $\mu = 250$ und σ . Begründen Sie, dass die folgende Aussage richtig ist:

Wenn diese Produktion die Bedingung II erfüllt, dann erfüllt sie auch die Bedingung III.

Zu den Lösungen

Für diesen zweiten Teil sind digitale Hilfsmittel erforderlich. Daher geben wir Lösungen an und diskutieren diese.

- a. $\mu = 250$ und $\sigma = 2$. Die Werte sind direkt ablesbar.

```
normCDF(0, 245, 5, 2, 250)      0.01222447286
normCDF(0, 241, 2, 250)          3.397673125E-6
```

$0,01222 \dots < 0,06$. Die Bedingung 2 ist erfüllt.

$0,00000339 \dots < 0,002$. Die Bedingung 3 ist erfüllt.

- b. Es soll gelten $P(245, 5) < 0,06$.

1	sigma		
2	2.0	0.01222	3.40E-6
3	2.1	0.01606	9.11E-6
4	2.2	0.02041	2.15E-5
5	2.3	0.02520	4.56E-5
6	2.4	0.03040	8.84E-5
7	2.5	0.03593	1.59E-4
8	2.6	0.04175	2.69E-4
9	2.7	0.04779	4.29E-4
10	2.8	0.05401	6.54E-4
11	2.9	0.06036	9.56E-4
12	3.0	0.06681	1.35E-3
13	3.1	0.07330	1.85E-3
14	3.2	0.07982	2.46E-3
15	3.3	0.08634	3.19E-3
16	3.4	0.09283	4.06E-3
17	3.5	0.09927	5.06E-3
18	3.6	0.10565	6.21E-3
19	3.7	0.11195	7.50E-3

In der Tabelle sind die Werte für die Abweichung von einer bzw. zwei Minusabweichungen aufgeführt. Damit die zweite Bedingung erfüllt ist, muss σ kleiner als 2,9 sein. Da $0,0000956 < 0,0002$ ist auch automatisch die 3. Bedingung erfüllt.

Die Möglichkeit, eine Tabelle anzulegen, sollte auch in MMS durchführbar sein.

Alternativ lässt sich die Gleichung auch direkt lösen. Dies ist aber nicht möglich, wenn man die Normalverteilung als Integral eingibt.

```

solve(normCDF(0, 245.5, x, 250)=0.06, x)
(x=2.894312082, x=1625.811344)
solve(0.06=1/(x*sqrt(2*pi))*int_0^245.5 e^(-0.5*((t-250)/x)^2) dt, x)
[[-sqrt(2)*int_0^245.5 e^(-0.5*((t-250)/x)^2) dt + 3/sqrt(2)]=0]
normCDF(0, 241, 2.894312082, 250)
9.368717548e-4
define f(x)=normCDF(0, 245.5, x, 250)
done

```

MMS schließt die Möglichkeit der direkten Lösung nicht aus. Es ist aber nach den von der KMK angegebenen Bedingungen nicht klar, ob eine solche Lösung machbar ist.

Was aber auch noch eine Möglichkeit ist, ist die Darstellung als Graph. Die Funktion des ClassPad der Schnittpunktberechnung ist aber in den MMS-Bedingungen wohl nicht enthalten.

Aufgabe 2 Stochastik

Unter den Touristen eines Naturparks nutzen erfahrungsgemäß 14 % das Fahrrad für Ausflüge vor Ort. Im Folgenden werden diese Touristen als Radausflügler bezeichnet. Es soll davon ausgegangen werden, dass in einer zufälligen Auswahl von Touristen des Naturparks die Anzahl der Radausflügler binomialverteilt ist.

1. Für eine Stichprobe werden 300 Touristen des Naturparks zufällig ausgewählt.

- Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass sich in der Stichprobe genau 36 Radausflügler befinden.
- Ermitteln Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass die Anzahl der Radausflügler in der Stichprobe um mindestens 10 % größer ist als der Erwartungswert für diese Anzahl.

2. Um den Naturpark als Reiseziel attraktiver zu machen, setzt der dortige Tourismusverband Shuttlebusse ein. Die Fahrkarten für diese Busse können ausschließlich on-line gebucht werden und sind jeweils für einen bestimmten Tag gültig. Erfahrungsgemäß werden 80 % aller gebuchten Fahrkarten spätestens am Vortag der Fahrt gebucht. Von diesen spätestens am Vortag gebuchten Fahrkarten werden 90 % auch tatsächlich genutzt. Bei den restlichen, erst am Tag der Fahrt gebuchten Fahrkarten liegt dieser Anteil mit 95 % etwas höher.

- Stellen Sie den Sachverhalt in einem beschrifteten Baumdiagramm dar.
- Betrachtet wird eine zufällig ausgewählte, nicht genutzte Fahrkarte. Beurteilen Sie die folgende Aussage:

Die Wahrscheinlichkeit dafür, dass diese Fahrkarte spätestens am Vortag gebucht wurde, ist achtmal so groß wie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass sie erst am Tag der Fahrt gebucht wurde.

Der Tourismusverband vermutet, dass sich der bisherige Anteil der Radausflügler unter den Touristen von 14 % durch den Einsatz der Shuttlebusse erhöht hat. Die Verantwortlichen planen die Durchführung eines Signifikanztests mit einem Signifikanzniveau von 8 % und der Nullhypothese „Der Anteil der Radausflügler unter allen Touristen liegt bei höchstens 14 %.“ Vor der Durchführung des Tests wird festgelegt, die Shuttlebusse nur dann weiterzubetreiben, wenn die Nullhypothese aufgrund des Testergebnisses abgelehnt wird.

- Es ist geplant, den Test auf der Grundlage einer Stichprobe von 500 Touristen durchzuführen. Bestimmen Sie die zugehörige Entscheidungsregel.
- Angenommen, der beschriebene Test wird auf der Grundlage einer Stichprobe von nur 200 Touristen durchgeführt. In diesem Fall wird die Nullhypothese abgelehnt, wenn sich unter diesen mehr als 35 Radausflügler befinden. Damit die Wahrscheinlichkeit für den Fehler zweiter Art höchstens 15 % beträgt, muss der tatsächliche Anteil der Radausflügler unter allen Touristen mindestens einen bestimmten Wert haben. Ermitteln Sie diesen Wert auf ganze Prozent genau und beschreiben Sie die Bedeutung des Fehlers zweiter Art im Sachzusammenhang.

Zu den Lösungen

1. Für die beiden Aufgabenteile sind digitale Hilfsmittel erforderlich, da es für $n = 300$ keine Tabellenwerte gibt.

2. a. und b. Es gibt keine Unterstützung durch MMS oder ClassPad.

C. define f(x)=1-binomialCDF(0, x, 500, 0.14)

done

	A	B	C
1	70		0.46818
2	71		0.41755
3	72		0.36844
4	73		0.32156
5	74		0.27753
6	75		0.23682
7	76		0.19976
8	77		0.16653
9	78		0.13720
10	79		0.11170
11	80		0.08985
12	81		0.07140
13	82		0.05606
14	83		0.04349
15	84		0.03332

Die Werte für die Funktion sind in Spalte C eingetragen.

Das heißt, ist die Anzahl größer als 80 ergeben sich ca. 9 % und für Werte größer als 81 ca. 7,1 %.

d. `define f(x)=binomialCDF(0,35,200,x)`

done

	A	B	C
1	0.15	0.86127	
2	0.16	0.75394	
3	0.17	0.61841	
4	0.18	0.47114	
5	0.19	0.33161	
6	0.20	0.21507	
7	0.21	0.12843	
8	0.22	0.07065	
9	0.23	0.03584	
10	0.24	0.01680	
11	0.25	7.29E-3	
12	0.26	2.93E-3	
13	0.27	1.10E-3	
14	0.28	3.81E-4	
15	0.29	1.23E-4	
16	0.3	3.72E-5	
17	0.31	1.05E-5	
18	0.32	2.77E-6	

Die Werte für die Funktion sind in Spalte C eingetragen.

Das heißt, ist die Anzahl größer als 80 ergeben sich ca. 9 % und für Werte größer als 81 ca. 7,1 %.

Für c. und d. Alternative Lösungen wie in Aufgabe 1 bezogen auf die Normalverteilung sind hier nicht möglich. Da MMS auch die Tabellenkalkulation beinhaltet, entsteht durch den ClassPad kein Vorteil.

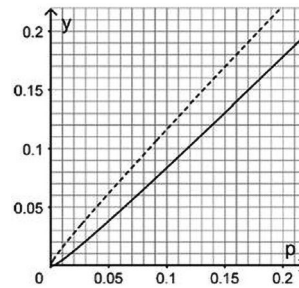
Aufgabe 3 Stochastik

Die Aufgabenteile 1a. und b. und 2a. und b. sind identisch zu denen aus Aufgabe 2.

Der Tourismusverband vermutet, dass der Anteil der Radausflügler unter allen Touristen durch den Einsatz der Shuttlebusse nun 20 % beträgt. Um bei einer Sicherheitswahrscheinlichkeit von 90 % einen Schätzwert für den Anteil der Radausflügler unter den Touristen zu ermitteln, wird eine Stichprobe von 900 zufällig ausgewählten Touristen betrachtet. Die Abbildung zeigt die Graphen der folgenden für $p \in [0; 1]$ definierten Funktionen

$$g_1: p \rightarrow p - \sqrt{\frac{p(1-p)}{900}},$$

$$g_2: p \rightarrow p + \sqrt{\frac{p(1-p)}{900}}.$$



c. In der Stichprobe werden 153 Radausflügler gezählt. Ermitteln Sie grafisch das zu dieser Anzahl gehörende Konfidenzintervall zur Sicherheitswahrscheinlichkeit 90 % und beurteilen Sie damit, ob die Vermutung des Tourismusverbandes mit dem Stichprobenergebnis verträglich ist.

d. Betrachtet wird eine Stichprobe vom Umfang n mit einem Anteil $h = 0,17$ sowie das zu diesem Anteil gehörende Konfidenzintervall zur Sicherheitswahrscheinlichkeit 90 %. Betrachtet wird die folgende Aussage:

Der Wert 0,17 liegt in der Mitte zwischen 0,14 und 0,20. Trotzdem ist es möglich, dass die Annahme $p = 0,14$ mit dem Stichprobenergebnis nicht verträglich ist, die Annahme $p = 0,20$ hingegen schon.

Beurteilen Sie diese Aussage unter Verwendung der folgenden beiden Rechnungen:

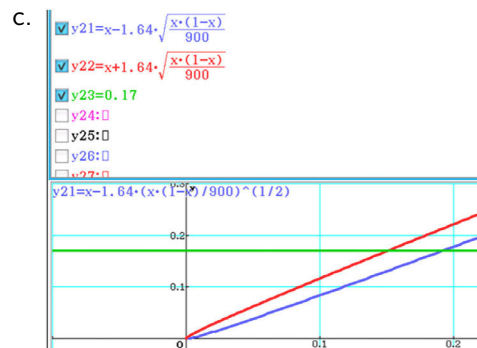
$$0,17 = 0,14 + 1,64 \sqrt{\frac{0,14 \cdot 0,86}{n}} \quad (\text{I})$$

$$\Rightarrow n \approx 359,8$$

$$0,17 = 0,20 - 1,64 \sqrt{\frac{0,2 \cdot 0,8}{n}} \quad (\text{II})$$

$$\Rightarrow n \approx 478,2$$

Zu den Lösungen



Die vorgegebene Zeichnung ließe sich auch mit dem ClassPad oder MMS erzeugen. Die sich ergebenden Schnittpunkte lassen sich direkt in der

Zeichnung ablesen (was zwar nach MMS nicht vorgesehen ist) und im Bereich main berechnen. Es war ja aber die Aufgabe, diese aus der Zeichnung abzulesen.

Die Herleitung der vorgegebenen Formeln ließe sich auch mit Unterstützung von CAS durchführen (für die Herleitung siehe z. B. Jahnke, T. & Wuttke, H. (Hrsg.): *Mathematik Stochastik*. Cornelsen, Berlin, S. 216–224.).

$$\begin{aligned} \text{d. } & \text{solve}\left(0,17=0,14+1,64\cdot\sqrt{\frac{0,14\cdot 0,86}{x}},x\right) & \{x=359,8087111\} \\ & \text{solve}\left(0,17=0,2-1,64\cdot\sqrt{\frac{0,2\cdot 0,8}{x}},x\right) & \{x=478,1511111\} \end{aligned}$$

Die vorgegebenen Rechnungen mit Ergebnissen wären nicht erforderlich. Es ergibt sich ein Annahmehereich $[360,478]$. Aus den Rechnungen folgt, dass für $p = 0,14$ der Wert nicht mehr im Annahmehereich liegt, für $p = 0,2$ hingegen schon, wie die zweite Rechnung zeigt. Beide Rechnungen müssten nach Voraussetzung auch mit MMS ausgeführt werden können. Auch eine händische Lösung wäre möglich, wenn auch rechenaufwendig.

Insgesamt zeigt sich, dass bezogen auf die Aufgabenstellung digitale Hilfsmittel nur für 1 erforderlich wären. Es zeigt sich aber auch, dass bei gewissen Abwandlungen der Einsatz des ClassPad hilfreich wäre.

Fazit

Betrachtet man die Aufgaben insgesamt, so war ein Vorteil des ClassPad gegenüber eines MMS nicht erkennbar. Insgesamt vermittelt sich der Eindruck, dass ein digitales Hilfsmittel eher als eine digitale Formelsammlung gesehen wird. Vor allem wäre es möglich, Aufgaben zu stellen, in denen die Hilfsmittel eher zur Unterstützung eines Prozesses genutzt werden. Für eine solche Art von Aufgaben wäre es natürlich von großem Vorteil, wenn MMS auch eine DGS beinhalten würde. Bzgl. der Bewertung müsste dann auch der Umgang mit dem Medium ein Teil dieser sein. So zeigt sich an einigen Aufgabenteilen, dass es sehr zur Übersicht beiträgt, wenn Funktionen definiert werden. Auch dieses müsste in MMS machbar sein. Wenn die Struktur der Aufgaben beibehalten werden soll, ist es nicht verstehbar, warum die Fähigkeiten der digitalen Hilfsmittel eingeschränkt werden sollen. Will man die Struktur ändern, so setzt das natürlich einen entsprechenden Unterricht voraus. Für solche Änderungen gibt es in der Literatur vielfältige Beispiele.

Jens Weitendorf, ehemals Gymnasium Harksheide, IQSH
jweitendorf@t-online.de

Neues aus der Nachwuchsvertretung

Fabian Rösken, Lisa Birk, Theresa Büchter, Gerrit Loth und Johanna Scharlau

In der Nachwuchsvertretung engagieren sich aktuell 20 Personen aus dem wissenschaftlichen Nachwuchs der GDM. Die Nachwuchsvertretung ist in AGs strukturiert, die sich mit unterschiedlichen Aufgaben beschäftigen (siehe didaktik-der-mathematik.de/nachwuchs/Nachwuchsvertretung/).

Seit der letzten Jahrestagung haben drei Mitglieder die Nachwuchsvertretung verlassen. Für ihre tatkräftige Unterstützung in den vergangenen Jahren bedanken wir uns ganz herzlich bei Caren Feskorn, Dr. Stephanie Kron und Dr. Michael Nickl.

Auf unseren Aufruf für neue Mitglieder über die Mailverteiler des Nachwuchses haben sich 14 interessierte Personen gemeldet. Da das Interesse größer als die offenen Plätze war, haben wir die 3 Plätze entsprechend der in Rösken et al. (2026) beschriebenen Kriterien verlost. Über das Losverfahren wurden so Marie Kopp, Henrik Ossadnik und Niklas Weiß aufgenommen.

Damit besteht die Nachwuchsvertretung derzeit aus den folgenden 20 Mitgliedern:

Ömer Arslan, Oliver Baumann, Lisa Birk, Theresa Büchter (Sprecherin), Hannes Eirund, Michael Fischer, Laura Graewert, Nicole Hoiboom, Lena Jaeger, Valerie Leister, Gerrit Loth, Marie Kopp, Henrik Ossadnik, Josephine Paul, Fabian Rösken, Johanna Scharlau, Malina Schröder (Sprecherin), Charlott Thomas, Mireia Viguer und Niklas Weiß.

Nachwuchsprogramm zur GDM-Jahrestagung 2026 in Wuppertal

Die ersten Tagungen der eigenen wissenschaftlichen Karriere gehen häufig mit einem Gefühlsmix aus Vorfreude und Aufregung einher – so war auch die GDM-Jahrestagung 2026 in Wuppertal für einige Nachwuchswissenschaftler/-innen die erste Tagung ihrer Laufbahn. Diese Erfahrung wird oft von verschiedenen Fragen begleitet: Wie vernetze ich mich mit anderen Wissenschaftler/-innen im Feld? Wie wird mein eigenes Forschungsvorhaben wahrgenommen? Wie kann ich die Arbeiten anderer Forscher/-innen für meine eigene Weiterentwicklung nutzen?

Um den Nachwuchswissenschaftler/-innen einen sanften Einstieg in die Tagung zu ermöglichen, fand auch in diesem Jahr wieder der GDM-Nachwuchstag im Vorfeld der GDM-Jahrestagung statt, welcher jähr-

lich von der Nachwuchsvertretung organisiert wird. Ziel des Nachwuchstages ist es, der Aufregung entgegenzuwirken und einen Rahmen zu schaffen, in dem bereits im kleinen Kreis erste Kontakte geknüpft und Anregungen für die eigene wissenschaftliche Weiterentwicklung gewonnen werden können. Die rund 80 Teilnehmenden erwartete, wie auch in den letzten Jahren, ein spannendes Programm:

Von insgesamt sechs angebotenen *Workshops* konnten die Teilnehmenden zwei besuchen und erhielten dort Impulse für ihre persönliche und wissenschaftliche Weiterentwicklung. Angeboten wurden in diesem Jahr die Workshops *Wissenschaftliches Schreiben*, *KI effektiv im Arbeitsalltag nutzen*, *Vorträge halten*, *Umgang mit Literatur*, *Open Science* und *Selbst- und Zeitmanagement*.

Während der *Networking-Kaffeepause* konnten sich die Nachwuchswissenschaftler/-innen untereinander zu ihrer Forschung austauschen. Das Networking wurde in diesem Jahr zum ersten Mal in einem überarbeiteten Konzept umgesetzt und das thematische sowie methodische Networking zu diesem Angebot zusammengefasst. Bereits mit der Anmeldung zum Nachwuchstag gaben alle Teilnehmenden Schlagworte zu ihrer Forschung an, auf deren Basis Austauschgruppen gebildet wurden, zu denen sich die Nachwuchswissenschaftler/-innen dann frei zuteilen konnten. Das Konzept wurde sehr gut angenommen und es entstanden angeregte Gespräche entlang der gebildeten Themen, welche sich auch über den Nachwuchstag hinaus fortgesetzt haben.

Ein weiterer zentraler Programmpunkt des Nachwuchstages waren die *Probebeiträge*. Teilnehmende des Nachwuchstages hatten hier die Möglichkeit, ihren GDM-Beitrag in einem geschützten Rahmen zu proben und Feedback zu erhalten, bevor sie ihn auf der Konferenz in größerer Runde präsentierten. Neben Kurz- und Einzelvorträgen wurden auch Vorträge aus den Minisymposien und Posterbeiträge geprobt.

Im Anschluss an die Probebeiträge ließen wir den ersten Teil des Nachwuchstages in lockerer Atmosphäre bei einem gemeinsamen *Kennenlernndinner* ausklingen. Dabei wurden fachliche Gespräche weitergeführt und vielfach auch in persönliche Gespräche überführt.

Zum Abschluss des Nachwuchstages blickten wir mit den Nachwuchswissenschaftler/-innen in die Zukunft. Im Rahmen einer *Talkrunde* berichteten Prof. Dr. Timo Dixel (Professor für Erziehungswissenschaft mit

dem Schwerpunkt Didaktik und Schulforschung der inklusiven Bildung, Universität Münster) und Dr. Katharina Zentgraf (Umweltpädagogische Station Heidhof) von ihrer Promotionszeit in der Mathematikdidaktik und den unterschiedlichen beruflichen Wegen, die sich daran anschlossen. Sie gaben Einblicke in ihren aktuellen Arbeitsalltag, reflektierten Fragen der Vereinbarkeit von Arbeit, Familie und Freizeit, thematisierten den Nutzen der mathematikdidaktischen Promotion für ihre aktuellen Tätigkeiten und gaben Tipps für die Promotionszeit. Beiden möchten wir noch einmal für ihre authentischen und persönlichen Einblicke danken! Wir schauen zurück auf einen rundum gelungenen Nachwuchstag, an den wir gerne zurückdenken.

Aber nicht nur im Rahmen des Nachwuchstages, sondern auch während der GDM-Jahrestagung wurden Angebote für den wissenschaftlichen Nachwuchs organisiert. Auf der „Suche-Biete-Stellwand“ konnten Teilnehmende ihre eigene thematische und methodische Expertise anbieten und/oder nach Austauschpartner/-innen suchen, die über bestimmte Kompetenzen oder Erfahrungen verfügen. Die Stellwand wurde im Rahmen des Nachwuchstages aufgestellt und stand anschließend auch während der Jahrestagung im Forum des Hauptgebäudes zur Verfügung, um weitere Vernetzungsmöglichkeiten zu schaffen.

Im Rahmen von mehreren *Expert/-innensprechstunden* konnten zudem Gespräche zwischen Nachwuchswissenschaftler/-innen und Expert/-innen des Feldes ermöglicht werden. An dieser Stelle möchten wir uns noch mal herzlich bei allen kontaktierten Expert/-innen für deren Bereitschaft bedanken, durch welche dieses Angebot überhaupt nur zustande kommen konnte.

Auch in diesem Jahr fand am Dienstagabend wieder der jährliche *Kneipenabend* statt, welchem sich alle dem wissenschaftlichen Nachwuchs zugehörig Fühlende anschließen konnten. Mit über 140 Teilnehmenden war dieses Angebot auch dieses Jahr ein voller Erfolg.

Darüber hinaus konnten auch in diesem Jahr drei Angebote für den fortgeschrittenen wissenschaftlichen Nachwuchs während der GDM-Jahrestagung umgesetzt werden. Prof. Dr. Aiso Heinze hielt am Montag einen Workshop zum Thema *Publizieren in wissenschaftlichen Zeitschriften*, Prof. Dr. Stanislaw Schukajlow lieferte am Dienstag Einblicke in die Drittmittelwerbung im Rahmen einer *Informationsveranstaltung zur Antragstellung bei der DFG*, während Prof. Dr. Kirstin Erath am Mittwoch einen Workshop zum Thema *Erste eigenständige fachdidaktische Vorlesungen gestalten* anbot. Auch ihnen möchten wir herzlich für ihr Engagement danken!

An dieser Stelle möchten wir uns zudem ausdrücklich beim Planungsteam in Wuppertal bedanken, ohne



Foto: Laura Graewert

Gruppenbild vom Nachwuchstag der GDM-Jahrestagung 2026 an der Universität Wuppertal

dessen Unterstützung das Nachwuchsprogramm vor und während der GDM-Jahrestagung nicht möglich gewesen wäre. Ein besonderer Dank gilt hierbei Nicole Hoiboom, Dr. Lena Radünz, Anna-Maria Billigen und Malte Bürgstein für die so gelungene Zusammenarbeit in den Vorbereitungen und auch während der Umsetzung.

Da im nächsten Jahr keine GDM-Jahrestagung stattfinden wird, arbeiten wir in der Nachwuchsvertretung in den nächsten Wochen und Monaten verstärkt an der Entwicklung von möglichen Alternativangeboten, um auch im nächsten Jahr Möglichkeiten für die Nachwuchsförderung innerhalb der GDM umsetzen zu können. Hinweise zu den konkreten Angeboten werden in den nächsten Monaten über die verschiedenen Kanäle der GDM versendet.

Angebote zwischen den GDM-Jahrestagungen

Auch in diesem Jahr konnten wir erneut ein abwechslungsreiches Online-Programm gestalten. Ex-

pert/-innen aus der GDM-Community informierten die Teilnehmenden in diesem Semester sowohl zu forschungsmethodischen Themen als auch zu Fragen der wissenschaftlichen Karriereplanung. So stellte Prof. Dr. Frank Reinhold unterschiedliche *Möglichkeiten für die Nutzung digitaler Werkzeuge für Messung, Intervention und Forschung* vor und ermöglichte den Teilnehmenden zugleich, diese direkt auf eigene Projekte anzuwenden. Im Anschluss an diesen Workshop mit dem besonderen Schwerpunkt Digitale Medien widmete sich Prof. Dr. Stefan Krauss in einer Online-Veranstaltung praxisnahen *Hinweisen und typischen Herausforderungen bei der Entwicklung von Testinstrumenten* sowie geeigneten Auswertungsmethoden passend zur jeweiligen Fragestellung. Speziell für Post-Docs zeigten Prof. Dr. Kirstin Erath und Prof. Dr. Alexander Salle auf, wie die *Konzeption und Präsentation von Lehr- und Forschungskonzepten in Berufungsverfahren* gelingen kann. Abschließend präsentierten Dr. Corinna Hankeln und Jun.-Prof. Dr. Raja Herold-Blasius verschiedene *Wege zur Einwerbung von Fördermitteln* insbesondere für kleinere Projektvorhaben. Wir danken allen Vortragenden herzlich für ihre spannenden Beiträge und ihr Engagement für den wissenschaftlichen Nachwuchs!

Neues zu den Nachwuchskonferenzen

Wir danken dem Team der Goethe-Universität Frankfurt herzlich für die Ausrichtung der Nachwuchskonferenz vom 21. bis 25. September 2026 in Bad Homburg. Die nächste Nachwuchskonferenz wird 2027 von der Universität zu Köln ausgerichtet. Auch hier möchten wir uns bereits jetzt herzlich beim Team vor Ort bedanken. Nähere Informationen zu dieser Nachwuchskonferenz folgen im Frühjahr 2027.

Auch für die folgenden Jahre konnten wir bereits Standorte gewinnen: Im Jahr 2028 wird die Nachwuchskonferenz von der Universität Siegen ausgerichtet und 2029 findet sie zum ersten Mal in Österreich statt. Sie wird dort von der Universität Graz ausgerichtet. Auch für die Zusagen dieser beiden Standorte sagen wir: Vielen Dank!

Der Nachwuchs mit Nachwuchs im Fokus

Bereits in der letzten Ausgabe der *Mitteilungen der GDM* 120 haben wir über die neugegründete AG „Nachwuchs mit Nachwuchs“ berichtet. Wir haben uns mit interessierten Nachwuchswissenschaftler/-innen getroffen, um Bedarfe, Ideen und Gedanken auszutauschen und potenzielle Angebote zu diskutieren. Das Treffen war ein gelungener Auftakt und wir wollen es daher zukünftig halbjährlich verstetigen. Der nächste Austausch wird also Ende 2026 stattfinden. Wir werden über die bekannten Verteiler zu diesen Treffen

einladen. Dabei sind zu den künftigen Treffen selbstverständlich alle eingeladen, die sich angesprochen fühlen, und nicht nur jene, die am vergangenen Austausch dabei waren.

Für unsere Arbeit in der AG haben wir aus dem Treffen wertvolle Impulse mitnehmen können. So möchten wir die Themen der Sichtbarkeit von und Sensibilisierung für Familien sowie die Unterstützung bei Tagungen durch die GDM im Beirat diskutieren. Zudem planen wir ein Format ähnlich zu unseren Karrierewegen, welches wir auf unseren Seiten der GDM-Homepage zur Verfügung stellen möchten. Dazu wollen wir verschiedene Personen aus der Community befragen, wie sie ihre Zeit als Eltern erlebt und mit ihrem Beruf in Einklang gebracht haben. Wir erhoffen uns dadurch viele spannende Einblicke, die für den „Nachwuchs mit Nachwuchs“ wertvolle Perspektiven für ihre eigene Zeit als Eltern eröffnen.

Falls ihr über die Treffen hinaus weitere Ideen, Anregungen, Bedarfe oder Fragen habt, seid ihr herzlich eingeladen, euch jederzeit einzubringen und uns zu schreiben.

Anlaufstelle in vertraulichen Angelegenheiten – Vertrauensprofessur

Um Nachwuchswissenschaftler/-innen in herausfordernden Situationen zur Seite zu stehen, engagieren sich vier Vertrauensprofessor/-innen: Prof. Dr. Hedwig Gasteiger, Prof. Dr. Bärbel Barzel, Prof. Dr. Werner Blum und Prof. Dr. Hans-Georg Weigand stehen euch in schwierigen Situationen zur Seite und wir danken ihnen für ihr Engagement!

Ziel des Angebots der Vertrauensprofessor/-innen ist es, Nachwuchswissenschaftler/-innen eine neutrale, diskrete und professionelle Anlaufstelle für Fragen und Konflikte während der Promotionszeit zu bieten.

Nachwuchswissenschaftler/-innen können sich entweder direkt an eine/-n Vertrauensprofessor/-in wenden, eine Anfrage über die vertrauliche E-Mail-Adresse (vertrauensstelle@didaktik-der-mathematik.de) senden oder anonym über die Webseite Kontakt aufnehmen. Alle Informationen findet ihr auf der Homepage: didaktik-der-mathematik.de/nachwuchs/angebote/vertrauensprofessur/

Anregung und Feedback

Wir freuen uns stets über Rückmeldungen und Anregungen zu unserem Engagement als Nachwuchsvertretung. Gerne nehmen wir auch Vorschläge für Workshops bei kommenden Jahrestagungen der GDM oder für Online-Angebote außerhalb der Konferenzen entgegen. Auch über Interesse an der Ausrichtung der

Nachwuchskonferenz freuen wir uns sehr. Bei Interesse können Sie und könnt ihr uns sehr gern unter folgender E-Mail-Adresse kontaktieren: nachwuchsvertretung@didaktik-der-mathematik.de

Literatur

Rösken, F., Schröder, M., Graewert, L., Nickl, M. & Viguer, M. (2026). Neues aus der Nachwuchsvertretung. *Mitteilungen der GDM*, 120, 41–43.

Fabian Rösken, Universität Duisburg-Essen
fabian.roesken@uni-due.de

Lisa Birk, Universität Münster
lisa.birk@uni-muenster.de

Theresa Büchter, Universität Kassel
tbuechter@mathematik.uni-kassel.de

Gerrit Loth, Universität Münster
gerrit.loth@uni-muenster.de

Johanna Scharlau, Technische Universität Dortmund
johanna.scharlau@math.tu-dortmund.de

Einladung zur GDM-Mitgliederversammlung

Online, 8. 3. 2027

Gemäß dem Beschluss der Mitgliederversammlung vom 5. 3. 2026 wird die Mitgliederversammlung der Gesellschaft für Didaktik der Mathematik (GDM) im Jahr 2027 online durchgeführt, da für die GDM-Jahrestagung 2027 kein Austragungsort gefunden werden konnte. Die Zugangsdaten werden rechtzeitig per Rundmail versandt.

Ort: digital
Zeit: 9.00–12.00 Uhr

Tagesordnung

- TOP 1. Beschluss der Tagesordnung
- TOP 2. Bericht des Vorstands über das abgelaufene Geschäftsjahr
- TOP 3. Rechnungslegung der Kassenführung

- TOP 4. Bericht der Kassenprüfung
- TOP 5. Entlastung des Vorstands
- TOP 6. Wahl zur Kassenprüfung
- TOP 7. Wahlen zum Vorstand
 - TOP 7.1. Wahl der/des 1. Vorsitzenden
 - TOP 7.2. Wahl zur Kassenführung
- TOP 8. Wahlen zum Beirat
- TOP 9. GDM-Jahrestagung 2028 in Ludwigsburg
- TOP 10. Zeitschriften
- TOP 11. Verschiedenes

Berichte unter Verschiedenes können beim Vorstand angemeldet werden.

Sebastian Schorcht, Schriftführung der GDM
schriftfuehrung@didaktik-der-mathematik.de

Protokoll der Mitgliederversammlung am 5. 3. 2026 im Rahmen der GDM-Tagung 2026 in Wuppertal

Sebastian Schorch

Zeit: 15.30 Uhr bis 17.44 Uhr

Der erste Vorsitzende Florian Schacht begrüßt die Teilnehmenden zur Mitgliederversammlung.

Zunächst bittet Florian Schacht um eine Schweigeminute zum Gedenken an die seit der letzten Mitgliederversammlung verstorbenen Mitglieder:

- Walter Griesing
- Helmuth Heugl
- Herbert Kütting
- Joost Klep
- Herbert Löthe
- Hartwig Meißner
- Karlhorst Meyer
- Bernold Picker
- Martin Rothenbacher
- Hans-Joachim Vollrath

TOP 1: Beschluss der Tagesordnung, Bestätigung des Protokolls

Gegen das im Heft 119 der *Mitteilungen der GDM* (S. 57–64) enthaltene Protokoll der GDM-Mitgliederversammlung vom 6. März 2025 werden keine Einwände erhoben. Die im Heft 119 der *Mitteilungen der GDM* (S. 97) abgedruckte Fassung der Tagesordnung wird ohne Änderungen beschlossen.

2 TOP 2: Bericht des Vorstands

3.1 Aktuelles aus Vorstand und Beirat

Florian Schacht berichtet über die seitens des Vorstands wahrgenommenen Termine:

- 2025/26 Monatliche digitale Sitzungen des Vorstands mit Geschäftsführung
- 2025/26 regelmäßige Teilnahme an den Sitzungen der Gemeinsamen Kommission Lehrkräftebildung
- 2025/26 regelmäßige Teilnahme an den Sitzungen der Gemeinsamen Kommission Übergang Schule–Hochschule
- seit 2025 Beratung in Rechts- und Steuerfragen
- 27. 6. 2025 Symposium Lehrkräftemangel im Fach Mathematik der GKL

- 16.–17. 6. 2025 Mitgliederversammlung der GFD
- 31. 10. 2025 Gemeinsame Sitzung von Vorstand und Beirat (digital)
- 7. 11. 2025 Mitgliederversammlung der GFD
- seit 2026 Mitarbeit im Arbeitskreis DeProfessionalisierung der GFD
- 27. 1. 2026 Gemeinsame Sitzung von Vorstand und Beirat (digital)
- 13. 2. 2026 Überarbeitung Standards Lehrkräftebildung (KMK)
- 1. 3. 2026 Gemeinsame Sitzung von Vorstand und Beirat

Florian Schacht berichtet über die aktuellen Prozesse rund um die Entwicklung neuer Standards für die Lehrkräftebildung im Fach Mathematik:

Am 30. 12. 2025 hat die KMK eine Mail an die Fachgesellschaften (Deutsch, Mathematik, Bildungswissenschaften) geschickt mit der Bitte um Entsendung von vier Personen (für Mathematik) für die Überarbeitung der Standards Lehrkräftebildung. Für das Fach Mathematik wurden angeschrieben: BMG, DMV, GAMM, GDM, KMathF, MNU & MUED. Ziel ist es, die „Standards für die Lehrerbildung der Bildungswissenschaften“ (2022), die „Ländergemeinsamen inhaltlichen Anforderungen für die Fachwissenschaften und Fachdidaktiken“ (2017) und die „Ländergemeinsamen Anforderungen für die Ausgestaltung des Vorbereitungsdienstes und die abschließende Staatsprüfung“ (2012) in ein fachübergreifendes Modell mit fachspezifischen Inhalten in Studium und Vorbereitungsdienst auf Basis eines kumulativen Kompetenzaufbaus zusammenzuführen.

Es wurde sich im Kreis der mathematischen Fachgesellschaften darauf geeinigt, eine Gruppe mit 10 Vertreter:innen aus GDM (4 Sitze), DMV (2 Sitze), MNU (2 Sitze), GAMM (1 Sitz) und KMathF (1 Sitz) als Arbeitsgremium zu bilden. Aus dieser Gruppe werden wiederum 4 Delegierte benannt, die als die geforderten vier Vertreter:innen an die KMK gemeldet werden. Dies sind mit zwei Sitzen für die GDM Hedwig Gasteiger und Florian Schacht, mit einem Sitz für die DMV Volker Bach und mit einem Sitz für den MNU Max Hoffmann.

Zusätzlich zum Arbeitsgremium soll es auf Seiten der GDM mit dem Beirat regelmäßige Rückkopplungen und Austausch zum Informationsstand geben und

ggf. spezifische Themen bearbeitet werden. Die Mitglieder der GDM hatten am Montag der GDM-Tagung (02.03.2026) die Gelegenheit, sich im Rahmen eines Diskussionsforums einzubringen.

3.2 Forschungs- und Nachwuchsförderung

Aiso Heinze berichtet, dass der DFG-Antragsworkshop der Unterstützung bei der Erstellung von DFG-/SNF-/FWF-Projektanträgen dient und sich insbesondere an Personen richtet, die bisher noch keinen solchen Antrag gestellt haben. Die Teilnehmenden erhalten Beratung zu konkreten Projektskizzen durch erfahrene Expert:innen aus der Fachdidaktik und Bildungsforschung. Das Programm wird in Kooperation mit der GDCP und ggf. der GI DDI durchgeführt.

Ende November gab es eine Videosprechstunde. Im Dezember 2025 endeten die Anmeldungen mit Abstract. Bis Ende Januar sind 24 Antragsskizzen (11 Mathematik, 5 Chemie, 3 Informatik, 5 Physik) eingegangen.

Der weitere Terminplan wird vorgestellt: 13. März 2026 digitale Fragesprechstunde; 19. April 2026: Abgabe der Projektskizze; 29./30. Mai 2026: Workshop am IPN Kiel; Januar 2027: Abfrage zu Antragseinreichungen. Bericht an den GDM-Vorstand ist erfolgt.

Weitere Details werden im Laufe des Jahres bekannt gegeben.

Rose Vogel gibt zu bedenken, dass das Stellen von Ethik-Anträgen für Fachdidaktiker:innen grundsätzlich ein Problem sei. Das ist zwar nicht Teil des Antragsworkshops, aber der Impuls wird in der GDM aufgenommen. Es wird angemerkt, dass dies eher eine Aufgabe der Hochschulstandorte ist, als der GDM insgesamt.

Theresa Büchter, als Sprecherin der Nachwuchsvertretung, stellt das vielfältige Programm des GDM-Nachwuchses vor. Sie berichtet zunächst von dem gut angenommenen Wachstumstag im Rahmen der GDM-Tagung 2026 in Wuppertal mit etwa 80 Teilnehmenden am Sonntag und Montag. Es konnte ein vielfältiges Angebot, bestehend aus Workshops, Aktivitäten zum gegenseitigen Kennenlernen sowie thematischem und methodischem Networking zusammengestellt werden. Ferner fand eine Talkrunde mit Timo Dixel und Katharina Zentgraf statt. Im Rahmen des Programms für fortgeschrittene Nachwuchswissenschaftler:innen wurden ein Workshop zum wissenschaftlichen Publizieren mit Aiso Heinze, ein Workshop für DFG-Anträge mit Stanislaw Schukajlow-Wasjutinski sowie ein Workshop zum Halten von didaktischen Vorlesungen von Kirstin Erath angeboten.

Das digital stattfindende Net(t)-Working-Programm für Doktorand:innen und PostDocs wird wei-

tergeführt. Die genauen Termine und weitere Informationen werden im Sommersemester über die Mail-Verteiler der GDM-Nachwuchsvertretung bekannt gegeben.

Theresa Büchter berichtet über die Arbeit der Vertrauensprofessor:innen Bärbel Barzel, Werner Blum, Hedwig Gasteiger und Hans-Georg Weigand.

Die Nachwuchskonferenz wurde letztes Jahr von LMU und TU München ausgerichtet. 2026 übernimmt die Goethe-Universität Frankfurt am Main die Ausrichtung der GDM-Nachwuchskonferenz. Diese wird vom 21. bis zum 25. September 2026 in Bad Homburg stattfinden. 2027 wird die Nachwuchskonferenz an der Universität zu Köln stattfinden. Bei Interesse an zukünftigen Terminen kann die GDM-Nachwuchsvertretung gerne direkt angesprochen werden.

Andreas Obersteiner gibt einen Rückblick auf die GDM-Nachwuchskonferenz vom 15. bis zum 19. September 2025 in Neuhaus am Schliersee. Über 54 Teilnehmende aus dem Nachwuchs und 18 Expert:innen wurden empfangen und die Tagung wurde positiv bewertet. Besonders hervorgehoben wurde der Modellbegriff als Leitmotiv der Tagung im Sinne eines vordefinierten roten Fadens über Hauptvorträge entlang von modellbezogenen wissenschaftlichen Praktiken. Andreas Obersteiner dankt den Hauptvortragenden für die inhaltliche Ausgestaltung. Ebenfalls wurden erstmals die „Einblicksworkshops“ als neues Format eingeführt, die eine gewisse Breite in der Profilbildung der Nachwuchswissenschaftler:innen gewährleisten sollten. Der ausführliche Bericht ist in den Mitteilungen der GDM (Ausgabe 120) zu lesen.

Susanne Schnell, Victoria Möller und Malin Slotty geben – stellvertretend für das Planungskomitee – einen Überblick über das Angebot der GDM-Nachwuchskonferenz vom 21. bis 25. September 2026 in Bad Homburg. Die Anmeldephase hat am 1. März 2026 begonnen.

Marita Friesen berichtet über den Kleinprojektfond. In der kurzen Test- und Anlaufphase ab September 2025 wurden bereits drei Kleinprojekte für insgesamt 2.488,46 Euro gefördert:

1. Personalmittel für eine Vorstudie mit 1.404,90 Euro
2. Eine professionelle Moderation zur Reaktivierung und nachhaltigen Etablierung des Arbeitskreises „Mathematikdidaktik in Österreich“ mit 800,00 Euro
3. Ein Vernetzungstreffen zur Vorbereitung gemeinsamer Publikationen und Tagungsbeiträgen mit 283,56 Euro

Für 2026 wird die Fördersumme auf 20.000 Euro festgelegt (maximal 5.000 Euro pro Kleinprojekt), Projektförderungen können über die Webseite der GDM

beantragt werden. Die Details des Prozesses und Fristen finden sich auf der Webseite.

3.3 Gemeinsame Kommission Übergang Schule-Hochschule

Stefanie Rach informiert über die personellen Wechsel und die Aktivitäten der gemeinsamen Kommission „Übergang Schule–Hochschule“. Seit der letzten GDM-Mitgliederversammlung hat es fünf Sitzungen dieser Kommission gegeben, davon eine in Präsenz. Die Kommission bereitet den Tagungsband der Fachtagung „Studierfähigkeit entwickeln“ (19.–21. 2. 2025, Universität Hannover) vor.

Weitere Aktivitäten: Diskussion einer möglichen Stellungnahme zu „MMS“; Austausch mit der Gemeinsamen Kommission Lehrkräftebildung (GDM, MNU, DMV); Diskussion über Ziele und Leitlinien der Kommission.

Damit ist die Kommission aktuell folgendermaßen aufgestellt:

- DMV: Oliver Ernst, Matthias Löwe, Thomas Skill (stellvertretender Sprecher),
Stellvertreter DMV: Ulrich Kortenkamp, Thomas Schick
- MNU: Bernd Grave, Max Hoffmann, Reinhard Schmidt (stellvertretender Sprecher)
- GDM: Michael Besser, Christina Drücke-Noe, Stefanie Rach (Sprecherin seit Oktober 2025)
Stellvertreter GDM: Sebastian Geisler, Aiso Heinze, Michael Liebendörfer
- Ständiger Gast: Thorsten Bartel (GAMM)

3.4 Gemeinsame Kommission Lehrkräftebildung

Florian Schacht berichtet über die Aktivitäten der Gemeinsamen Kommission Lehrkräftebildung. Am 27. 6. 2025 hat das Symposium „Lehrkräftemangel im Fach Mathematik – Herausforderungen, Standards und Grenzen fachbezogener Qualifizierungsmaßnahmen“ erfolgreich an der Universität Duisburg-Essen stattgefunden. Über 57 Teilnehmende aus insgesamt 13 Bundesländern, 9 Steuerungseinrichtungen der Länder und 22 Universitäten haben die Keynotes von Susanne Prediger (TU Dortmund, IPN, DZLM) und Thomas Riecke-Baulecke (Präsident des Zentrums für Schulqualität und Lehrerbildung Baden-Württemberg) besucht und sich in Arbeitsgruppen zu den Themen „Gewinnung und Rekrutierung von Lehrkräften“, „Neustrukturierungen der Berufseinstiegsphase“, „Weiterqualifizierung von Seiteneinsteiger:innen“ sowie „Fachlichkeit der Mathematiklehrkraft“ ausgetauscht.

Weitere Aktivitäten: Regelmäßige Treffen der Kommission; Austausch zu GKL-Themen mit DMV, der Kom-

mission „Übergang Schule-Hochschule“ und weiteren Akteuren.

3.5 Bericht der Schriftführung

Sebastian Schorcht gibt Einblicke in den Stand und die Entwicklung der Mitgliederzahlen. Zum 23. 2. 2026 kann der Verein 1191 Mitglieder verzeichnen. Das sind 69 Mitglieder weniger als im Vorjahr. Diese Quote wird darin begründet, dass auf Beschluss des Vorstands vom 12. Dezember 2025 63 Mitglieder aufgrund von Zahlungsrückständen und Rückläufen von mehr als zwei Jahren ausgeschlossen wurden. Sebastian Schorcht bittet deswegen alle Mitglieder, die Adressen regelmäßig aktuell zu halten.

In den *Mitteilungen der Gesellschaft für Didaktik der Mathematik* (MGDM) sind 2025 zwei Jubiläumshefte 118 und 119 erschienen, anlässlich des 50-jährigen Bestehens der GDM. Beiträge zu Projekten, nationalen Initiativen oder Diskussionen können immer bis zum 30. November für die Januar/Februar-Ausgabe und bis zum 31. Mai für die Juli/August-Ausgabe eingereicht werden.

TOP 3: Rechnungslegung der Kassenführung Kassenprüferin

Marita Friesen verliert stellvertretend für Carina Büscher den Kassenbericht für das Geschäftsjahr 2026. Zum 31. 12. 2025 befanden sich 134.803,94 € auf dem Konto der GDM. Einnahmen in Höhe von 115.840 € standen Ausgaben in Höhe von 102.661 € gegenüber. Dem Vorstand der GDM ist durchaus bewusst, dass das Vereinsguthaben weiterhin abgeschmolzen werden muss. Für das Jahr 2026 wird in der Finanzplanung daher ein Saldo von Minus 36.250 € vorgesehen, unter dem Vorbehalt, dass die Mitgliederversammlung den Mitgliedsbeiträgen für 2026 zustimmt.

Auf Nachfrage von Stanislaw Schukajlow-Wasjutinski wird dargelegt, dass die Ausgaben der GDM für Zeitschriften sich nur auf das JMD und die MGDM beziehen. Die anderen (ZMFP, ZDM, *mathematica didactica*) sind selbstversorgend.

Auf Nachfrage von Gerrit Loth wird dargelegt, dass die Differenz zwischen geplanten und tatsächlichen Ausgaben für die Nachwuchskonferenz in höheren Einnahmen durch mehr Anmeldungen als geplant und weniger Ausgaben durch günstigere Standorte begründet ist.

TOP 4: Bericht der Kassenprüfung

Gabriela Schürch berichtet: Der Jahresabschluss per 31. 12. 2025 der Gesellschaft für Didaktik der Mathe-

matik e. V. (GDM) wurde vom 27. 2. bis 1. 3. 2026 in Luzern geprüft. Überprüft wurden alle Kontoauszüge von 2025, alle Belege des überprüften Zeitraumes, alle Einnahmen und Ausgaben auf rechnerische und sachliche Richtigkeit, alle Unterlagen über Forderungen und Verbindlichkeiten sowie das Kassenbuch und die Buchhaltung.

Ergebnis der Überprüfung:

- Alle Belege waren vollständig vorhanden. Sie wurden chronologisch, übersichtlich und nachvollziehbar nachgewiesen.
- Erforderliche Auskünfte wurden umfassend erteilt.
- Alle Ein- und Ausgaben waren vollständig, rechnerisch und sachlich richtig und nachvollziehbar dokumentiert.
- Alle Unterlagen über Forderungen und Verbindlichkeiten wurden vollzählig nachgewiesen und entsprechen den buchhalterischen Anforderungen.

Finanzbestände des Vereins:

- Anfangsbestand per 1. 1. 2025: 121.624,48 €
- Endbestand per 31. 12. 2025: 134.803,94 €

Unter Beachtung des Ergebnisses wurde der Mitgliederversammlung die Entlastung des Vorstandes empfohlen.

TOP 5: Entlastung des Vorstandes

Hedwig Gasteiger beantragt die Entlastung des Vorstandes. Der Entlastung wird einstimmig zugestimmt.

TOP 6: Beitragsfestsetzung 2026

Marita Friesen informiert stellvertretend für Carina Büscher über die Kalkulation. Der Vorstand schlägt ab dem Beitragsjahr 2026 eine Fortsetzung der vereinfachten Beitragsstaffelung vor:

Reguläre Mitgliedschaft	100 Euro
Reduzierte Mitgliedschaft 1 (WiMi mit max. 50 %-Stelle, Elternzeit, Referendariat, Studierende)	40 Euro
Reduzierte Mitgliedschaft 2 (WiMi mit max. 75 %-Stelle, Pensionierung, Doppelmitgliedschaft)	70 Euro

Die Mitgliederversammlung stimmt über folgenden Beschluss ab:

„Die Mitgliedsbeiträge werden ab 2026 bis auf Weiteres gemäß der obigen Tabelle festgesetzt.“

Der Beschluss wird von der Mitgliederversammlung einstimmig angenommen.

TOP 7: Wahl der Kassenprüfung für das nächste Geschäftsjahr

Florian Schacht informiert vor den Wahlen, dass nur Mitglieder der GDM stimmberechtigt sind und dass Ämter innerhalb der GDM nur von Mitgliedern übernommen werden können.

Andreas Eichler schlägt Gabriela Schürch als Kassenprüferin vor (Wiederwahl). Er schlägt eine Wahl per Akklamation vor. Frau Schürch wird einstimmig gewählt. Sie nimmt die Wahl dankend an.

TOP 8: Wahlen zum Vorstand: 2. Vorsitzende/r; Schriftführung

2. Vorsitz. Frank Reinhold schlägt Marita Friesen zur Wiederwahl vor. Es wird betont, dass Marita Friesen seit 2024 in diesem Amt gute Arbeit geleistet hat. Marita Friesen stellt sich der Mitgliederversammlung kurz vor.

Es gibt keine weiteren Vorschläge. Marita Friesen wird gewählt (208 ja, 3 nein und 0 Enthaltungen). Sie nimmt die Wahl dankend an.

Schriftführung. Marcus Nührenböcker schlägt Sebastian Schorcht zur Wiederwahl vor. Er betont, dass Sebastian Schorcht seit 2024 in diesem Amt gute Arbeit geleistet hat. Sebastian Schorcht stellt sich ebenfalls der Mitgliederversammlung kurz vor.

Es gibt keine weiteren Vorschläge. Sebastian Schorcht wird gewählt (208 ja, 0 nein und 3 Enthaltungen). Er nimmt die Wahl dankend an.

TOP 9: Wahlen zum Beirat

Beirat. In 2026 endet die Amtszeit eines Beiratsmitgliedes (Maike Abshagen). Zudem sind drei weitere Beiratspositionen zu wählen, um den Beirat, wie beschlossen, gestaffelt zur ursprünglichen Größe (15 + 1 LV Schweiz) zurückzuführen. Aus den Reihen der Mitgliederversammlung werden folgende Personen für den GDM-Beirat vorgeschlagen und mit entsprechenden Stimmzahlen (in Klammern) gewählt:

- Uta Häsel-Weide (169) vorgeschlagen von Christina Drüke-Noe

- Ramona Hagenkötter (142) vorgeschlagen von Sebastian Geisler
- Anke Lindmeier (135) vorgeschlagen von Hedwig Gasteiger
- Grit Kurtzmann (129) vorgeschlagen von Susanne Schnell
- Heiko Etzold (108) vorgeschlagen von Andreas Büchter

Die vier gewählten Personen (Uta Häsel-Weide, Ramona Hagenkötter, Grit Kurtzmann, Anke Lindmeier) nehmen die Wahl dankend an.

TOP 10: GDM-Jahrestagung 2027

Florian Schacht informiert über die großen Schwierigkeiten einen Standort zu finden, der die GDM-Jahrestagung im Jahr 2027 ausrichten möchte. Es wurden mittlerweile mehr als 30 Standorte angefragt, allerdings jeweils mit entsprechenden Absagen. Infolgedessen kann 2027 keine Jahrestagung stattfinden. Dafür sollen im Jahr 2027 insbesondere die Arbeitskreise entsprechende Angebote machen. Der Vorstand unterstützt dieses Vorgehen, indem ein Online-Kalender auf der Homepage über zukünftige Arbeitskreistagungen mit Calls informiert (didaktik-der-mathematik.de/ak-jahr/). Die Tagung im Jahr 2028 ist davon ebenfalls bedroht, da bislang auch hier noch kein Standort gefunden wurde.

Rudolf Sträßer fragt, ob es Pläne für die Mitgliederversammlung 2027 gibt, die nach Satzung zwingend stattfinden muss.

- Antwort des Vorstands: Ja, über einen entsprechenden Beschluss zur Online-Versammlung soll abgestimmt werden.

Ralf Krömer fragt, ob der Vorstand geprüft habe, ob man das online machen darf?

- Antwort des Vorstands: Eigentlich sieht die Satzung keine Online-Versammlung vor. Der Vorstand will im kommenden Jahr die Satzung aktualisieren (wie die DMV). Die Mitgliederversammlung kann das jetzt außerordentlich beschließen.

Anselm Strohmeier hat für die PH Freiburg Pläne, eine gemeinsame Tagung zweier Arbeitskreise auszurichten und fragt, ob für solche Vorhaben eine Förderung möglich sei.

- Antwort des Vorstands: Die Finanzierung der AK-Tagung ist satzungsgemäß nicht möglich. Reisekosten können weiterhin wie ausgeschrieben gefördert werden.

Andreas Obersteiner fragt, wie sich die Teilnehmendenzahlen der GDM in den letzten Jahren entwickeln.

- Antwort des Vorstands: Um die 680 bis 750 Teilnehmenden.

Christine Bescherer fragt an, wie wichtig der Community einzelne Formate wie der Gesellschaftsabend wirklich sind und lässt per Handzeichen ein Meinungsbild abstimmen: Die große Mehrheit der Mitglieder ist im Zweifel eher dafür, eine Tagung ohne Gesellschaftsabend durchzuführen, als gar keine Tagung stattfinden zu lassen.

Judith Huget schlägt Satellitenkonferenzen vor, auf denen dann über Deutschland verteilt regional getagt wird und AKs untergebracht werden können.

Joerg Zender merkt an, dass wir als Community einen Blick von außen benötigen. Wie machen das andere Fachgesellschaften, die ähnlich große Konferenzen veranstalten?

Tim Läufer schlägt vor, die Zahl der Teilnehmenden durch Review-Formate zu beschränken, allerdings verringert das nicht den Aufwand in der Ausrichtung.

Christina Drüke-Noe mahnt die Community an, sich für die Durchführung der GDM-Tagung stark zu machen. Einzelne müssen Einschnitte hinnehmen, aber dies sei notwendig, um die GDM-Tagung am Leben zu halten.

Fabian Rösken fordert die Community zur kritischen Reflexion auf, die eigenen Ansprüche in Frage zu stellen und Kritik an Kleinigkeiten zu überdenken, um interessierte Standorte zu ermutigen.

Marita Friesen fasst die Diskussion zusammen und appelliert nochmals an die GDM-Community zu überdenken, die GDM 2028 auszurichten, ggf. auch in alternativen Tagungsformaten.

Um für die kommenden Jahre vorbereitet zu sein, lässt der Vorstand über den folgenden Beschluss in der Mitgliederversammlung abstimmen:

Die Mitgliederversammlung der GDM beauftragt den Vorstand, die Mitgliederversammlung für die Jahre 2027 und 2028 im Online-Format durchzuführen, sofern kein Austragungsort für die GDM-Jahrestagung für die angegebenen Jahre gefunden werden kann.

Der Beschluss wird einstimmig angenommen.

TOP 11: Zeitschriften

11.1 Journal für Mathematik-Didaktik (JMD)

Stefan Ufer berichtet stellvertretend für das gesamte JMD-Herausgeber/innen-Team über die Entwick-

lungen des JMD. Der Impactfaktor ist stabil bis steigend (2022: 0.9 / 2023: 0.9 / 2024: 1.1). Ein Wechsel im Herausgeber/innen-Team wurde bekannt gegeben: Christiane Benz verließ das Team, während Jessica Hoth dieses verstärkt.

Mit Blick auf die Einreichungen von Beiträgen zeigt sich eine zufriedenstellende Anzahl, wenn auch das Team gerne mehr Einreichungen sehen würde. Die Annahmequote sinkt von 36 % in 2024 auf 13 % in 2025. Es wurde betont, dass Ablehnungen relativ schnell erfolgen und Reviews nach ca. 90 Tagen gesendet werden.

Abschließend möchte Stefan Ufer auf Feedback der Community eingehen. So sei das Journal themen- und methodenunabhängig, erstes Feedback erfolge sehr schnell und auch Erstpublikationen seien willkommen, z. B. auch Vor- oder Pilotierungsstudien (mit sichtbarem Erkenntnisgewinn).

11.2 ZDM – Mathematics Education

Stanislaw Schukajlow-Wasjutinski berichtet, dass aktuell wieder Gabriele Kaiser die Tätigkeit als Editor-in-chief übernommen hat und Stanislaw Schukajlow-Wasjutinski in die Funktion als Associate Editor wechselt (weitere Associate Editors sind Roza Leikin, Thorsten Scheiner und Anselm Strohmaier). Das ZDM veröffentlichte 111 Beiträge in 2025. Der Impact Factor des ZDM ist in 2024 im Vergleich zum Vorjahr gestiegen auf 2.4 (zum Vergleich 2.0 (2023), 3.0 (2022)). Damit ist die Zeitschrift unter den fünf impactstärksten mathematikdidaktischen Zeitschriften und bestätigt die international bedeutende Stellung dieser Zeitschrift. Weiterhin gibt Stanislaw Schukajlow-Wasjutinski einen Überblick über länderspezifische Einreichungen und die Anzahl der Veröffentlichungen der letzten drei Jahre. Zudem werden die Abrufzahlen und der JCR Impact Factor vorgestellt.

11.3 Zeitschrift für Mathematikdidaktik in Forschung und Praxis

Uta Häsel-Weide und Timo Leuders berichten stellvertretend für das gesamte ZMFP-Herausgeber:innen-Team über die Entwicklungen der Zeitschrift für Mathematikdidaktik in Forschung und Praxis. Im Jahr 2024 wurden ein und im Jahr 2025 zwei Artikel veröffentlicht. Für 2026 wurde ein weiterer Artikel veröffentlicht. Weitere Artikel sind im Review-Verfahren. Das Herausgebendenteam arbeitet weiterhin intensiv daran, die Anforderungen an die ZMFP-Artikel auszuscharfen, sodass die eingereichten Artikel die Brücke zwischen Forschung und Praxis gut herstellen können. Ferner wird unter den Herausgebenden über die Zukunft der Zeitschrift diskutiert und eine mögliche Sat-

zungsänderung im Laufe des Jahres nachgedacht. Es wird zum Einzelvortrag „Informationen Evidenzorientierung in der Praxis? Nutzungs- und Unterstützungsszenarien (am Beispiel des ZMFP)“ von Maike Abshagen, Gilbert Greefrath, Reinhold Haug, Uta Häsel-Weide, Timo Leuders (Referent) und Stefan Pohlkamp am Freitag eingeladen. Der schriftliche Bericht ist in den BzMU 2026 nachzulesen.

11.4 *mathematica didactica*

Benjamin Rott berichtet, dass *mathematica didactica* 2026 im 49. Jahr erscheint. Im Themenheft „Künstliche Intelligenz in der Mathematikdidaktik“ sind bereits 2 Artikel veröffentlicht und 14 Beiträge in Bearbeitung. Im Themenheft 2027 „Computational Thinking“ sind 19 Abstracts eingereicht und 12 Artikel im Review. 2028 wird es ein Themenheft mit dem Titel „Mathematiklernen und Interaktion“ (herausgegeben von Daniela Götz, Marcus Nührenböcker und Elisabeth Rathgeb-Schnierer) geben. Es wird voraussichtlich im Sommer 2028 erscheinen. Abstracts können bis 31. 5. 2026 eingereicht werden. Selbstverständlich können über die Themenhefte hinaus jederzeit freie Artikel eingereicht werden.

Zusätzlich wird über die Akzeptanz des Journals berichtet, denn an einzelnen Standorten werden *mathematica didactica* Artikel nicht für kumulative Promotionen akzeptiert. Die Herausgebenden bitten hier um einen Dialog, denn alle Beiträge erhalten DOIs, die Zeitschrift ist erfasst in Datenbanken und jeder Beitrag wird von mindestens zwei einschlägigen, erfahrenen Reviewer:innen begutachtet.

11.5 *Der Mathematikunterricht*

Hans Humenberger berichtet, dass die Zeitschrift „Der Mathematikunterricht“ viermal im Jahr erscheint und das Ziel verfolgt, eine Verbindung zwischen Wissenschaft, Fachdidaktik und Unterricht zu reflektieren und lebendig zu halten. Die Beiträge können elementarmathematische und fachdidaktische Analysen bis zu Fragen gymnasialer Unterrichtsmethodik adressieren. Die Zeitschrift bietet damit eine Plattform für die universitäre Fachdidaktik und wichtige Anregungen für Mathematiklehrkräfte an Gymnasien, die ihre Unterrichtspraxis reflektieren und vom höheren Standpunkt aus betrachten wollen.

11.6 *MNU-Journal*

Sebastian Kuntze berichtet zum MNU-Journal, das alle zwei Monate etwa 3000 Lehrkräfte erreicht. Hier werden unterrichtspraktische Beiträge veröffentlicht, die auch (zielgruppengerecht) forschungsbasiert angelegt sein dürfen. Auch wenn das MNU-Journal mit

Themenheften arbeitet (sechs pro Jahr), können auch freie Beiträge eingereicht und aufgenommen werden. Folgende Themenhefte sind bereits angekündigt: Gamification und Game-Based Learning; Rohstoffe, Werkstoffe, Ressourcen; Klimawandel: Analysieren, Bewerten, Handeln; Argumentieren in MINT. Für Rückfragen oder bei Interesse an einer Beitragseinreichung kann Sebastian Kuntze kontaktiert werden.

TOP 12: Verschiedenes

12.1 Deutsches Zentrum für Lehrkräftebildung Mathematik (DZLM)

Susanne Prediger berichtet aus der Arbeit des DZLM, welches am IPN als Abteilung „Fachbezogener Erkenntnisstransfer“ verstetigt ist. Unter diesem Rahmen stellt sie das Leitbild zum Transfer in der Leibniz-Gemeinschaft dar („Die Leibniz-Gemeinschaft versteht erfolgreichen Wissenstransfer als die zielgruppenspezifische und qualitätsgesicherte Übersetzung wissenschaftlicher Erkenntnisse sowie umgekehrt die Integration von gesellschaftlich generierten Fragestellungen in Forschungsvorhaben“) und in welchem Zusammenhang das DZLM darin eingebettet ist.

Aktuelle Zahlen aus QuaMath zeigen eine positive Bilanz: In der ersten und zweiten Generation auf der Qualifizierungsebene konnte man 370 + 145 Multiplizierende (geplant: 400) und in den ersten beiden Kohorten auf Fortbildungsebene 8253 Lehrkräfte über 2312 Schulen hinweg (langfristig 10 000 Schulen) gewinnen. 6 weitere Kohorten sollen folgen. Es wird über die gewonnene Kohärenz und Tiefe durch den gemeinsamen Rahmen und die umfangreiche Forschung für und über QuaMath berichtet.

Es wird ein Ausblick auf ein zweites Programm (Startchancen-Mathematik) gegeben.

12.2 Ständige Wissenschaftliche Kommission (SWK)

Susanne Prediger berichtet aus der Arbeit der SWK welche in ihrer Rolle in der Politikberatung u. a. für die Aufarbeitung von Forschung für konkrete Handlungsempfehlungen sowie für das Werben für hohe Relevanz des Constructive Alignments und der Priorisierung zuständig ist. Es werden die Gutachten und Impulspapiere der Ständigen Wissenschaftlichen Kommission vorgestellt, wobei insbesondere auf die Inhalte des neuesten Papiers „Sekundarstufe 1: Basis- und Kernkompetenzen“ von 2025 eingegangen wird. Für Ende März ist ein Gutachten zum Thema „Datengestützte Qualitätsentwicklung“ geplant.

Zuletzt werden zwei Vorschläge gegeben, wie die Politikberatung in der GDM vorbereitet werden könne: Man solle zum Ersten Evidenz erzeugen und zusammenstellen, indem man auch möglichst viel quantitative Evidenz erzeuge, denn das seien die kraftvollsten Forschungsbelege, und dass auch bei Einsichten aus qualitativen Fallstudien die Integration der Forschungsbefunde benötigt werde. Zum Zweiten solle man einen innerdisziplinären Konsens aufbereiten, denn Forschungssynthesen seien äußerst hilfreich (quantitative Evidenz und qualitative Befunde) und normative Kompromisspapiere aus den Communities ermöglichen ausgewogene Zielsetzungen (bspw. GDM-Papier zur Rechenschwäche; GFD-Paper zur Bildung in der digitalen Welt).

12.3 Sonstiges

Es gibt keine weiteren Meldungen.

Florian Schacht schließt die Sitzung um 17.44 Uhr.

Protokoll: Sebastian Schorcht gez. Florian Schacht

Sebastian Schorcht, Technische Universität Dresden
schriftfuehrung@didaktik-der-mathematik.de

Arbeitskreis: Argumentieren, Begründen und Beweisen

Köln, 10.–12. 10. 2025

Leander Kempen und Michael Meyer

Vom 10. 10. 2025 bis zum 12. 10. 2025 fand die Herbsttagung des GDM-Arbeitskreises „Argumentieren, Begründen und Beweisen“ an der Universität zu Köln statt. Die lokale Organisation der Tagung lag bei Prof. Dr. Michael Meyer. Die Tagung bot ein vielfältiges Programm aus Vorträgen, Diskussionsformaten und informellen Austauschmöglichkeiten und wurde von Teilnehmenden aus unterschiedlichen Qualifikationsphasen und institutionellen Kontexten besucht.

Der wissenschaftliche Teil der Tagung begann am Samstagvormittag (11. 10. 2025). An die Begrüßung schloss sich der Hauptvortrag von Prof. Dr. Stefan Ufer mit dem Titel „Warum ist das alles so schwierig? Von mathematischen Beweisen zum inhaltlichen Wissen – und per Umweg wieder zurück?“ an. Ausgehend von der Zielsetzung, Kompetenzen im Umgang mit zunehmend systematischen Argumentationsformen und mathematischen Beweisen im schulischen Mathematikunterricht aufzubauen, wurden die in der Literatur dokumentierten Schwierigkeiten von Lernenden im Umgang mit Beweisen zusammengefasst. Dabei wurden verschiedene Forschungslinien aufgegriffen, die mögliche Ursachen dieser Schwierigkeiten untersuchen und aufzuklären versuchen. Während die Bedeutung inhaltlichen mathematischen Wissens für das Beweisen gut belegt ist, zeigte sich die Befundlage zur Rolle übergreifender Wissensfacetten als weniger einheitlich. Darüber hinaus wurden theoretische Modelle, didaktische Ansätze, Ergebnisse aus empirischen Studien sowie sachanalytische Überlegungen zusammenfassend dargestellt, um übergreifende Voraussetzungen und Bedingungen zu systematisieren. Insbesondere wurde die Frage aufgeworfen, inwiefern übergreifende Wissensfacetten unabhängig vom Wissen zum jeweiligen (exemplarischen) Inhalt erworben werden können.

Im Anschluss folgte ein Vortrag von Laura Monz, in dem das Argumentieren im Kontext der sprachlich-logischen Bildung im Mathematikunterricht thematisiert wurde: „Sprachlich-logische Bildung im Mathematikunterricht – (m)ein Dissertationsprojekt“. Hierauf folgten drei Kurzvorträge, in denen unterschiedliche theoretische Perspektiven, empirische Ergebnisse sowie methodische Zugänge vorgestellt wurden. Hierbei thematisierten

- Luisa Gunia und Prof. Dr. Christine Knipping Widerspruchsbeweise („Impossibilities in students' dynamic systems argumentations“),
- Dr. Fiene Bredow und Prof. Dr. Christine Knipping („Von Lehrkrafthandlungen zu eigenständigen Argumentationen“) Ergebnisse ihrer interpretativen Analysen zu Lehrkrafthandlungen sowie
- Dr. Michael Fischer „Argumente im Kontext des grafischen Differenzierens“.

Es schloss sich ein weiterer Vortrag von Dr. Katharina Kirsten mit dem Titel „Proving with videos (ProVie): Zusammenhänge zwischen dem Schauen von Beweisvideos und der Beweiskonstruktion“ an.

Den Abschluss des Samstagprogramms bildeten ausgiebige themenspezifische Diskussionsrunden in Kleingruppen. Hierbei wurden methodische Zugänge, neue Forschungsstränge, sowie konkrete Anliegen zur Weiterführung von Forschungsprojekten besprochen. Dieses Format ermöglichte eine vertiefte Auseinandersetzung mit ausgewählten Fragestellungen sowie den Austausch unterschiedlicher Perspektiven. Der Samstag klang mit einem gemeinsamen Abendessen aus.

Am Sonntagvormittag wurde das Programm mit einem Vortrag von Dr. Milena Damrau und Sarah Lundt mit dem Titel „Effekte einer Kurzinstruktion zur Rolle von Variablen in Beweisen auf die Überzeugung und das Verständnis von Allgemeingültigkeit“ fortgesetzt. Anschließend präsentierten Jun.-Prof. Dr. Silke Neuhaus-Eckhardt und Svenja Kaiser ihre Arbeit in einem gemeinsamen Vortrag „Proof Comprehension Learning through Interaction (ProCoLI) – Förderung von Beweisaktivitäten durch interaktive Lernvideos“.

Den Abschluss der Tagung bildete eine gemeinsame Abschlussdiskussion, in der zentrale inhaltliche Linien zusammengeführt und Perspektiven für die weitere Arbeit des Arbeitskreises diskutiert wurden. Deutlich wurde die anhaltende Relevanz des Argumentierens, Begründens und Beweisens als Forschungs- und Entwicklungsfeld der Mathematikdidaktik sowie die Bedeutung einer engen Verbindung theoretischer, empirischer und unterrichtspraktischer Perspektiven. Hierbei

wurde insbesondere die zukünftige Rolle des Arbeitskreises diskutiert.

Bislang sind 2 Tagungsbände zu den Herbsttagungen des Arbeitskreises erschienen: Bachmann, A., Bauermanns, L., Kempen, L., Meyer, M., Müller-Hill, E., Rott, B., & Sturm, N. (Hrsg.) (2026). *Tagungsband zur gemeinsamen Herbsttagung der GDM-Arbeitskreise Problemlösen & Argumentieren, Begründen und Beweisen*. WTM-Verlag. Kempen, L., & Meyer, M. (Hrsg.) (2025). *Arbeitskreis Argumentieren, Begründen und Beweisen. Beiträge der Herbsttagung 2023*. WTM-Verlag.

Die nächste Herbsttagung wird in dem Zeitraum 27.–29. September in Wien stattfinden. Weitere Informationen zu der Tagung und dem Arbeitskreis werden über den GDM-Mailverteiler versendet.

Leander Kempen, Universität Greifswald
leander.kempen@uni-greifswald.de

Michael Meyer, Universität zu Köln
michael.meyer@uni-koeln.de

Arbeitskreis: Frauen, Gender & Diversity und Mathematik

Bielefeld, 26./27. 9. 2025 und Wuppertal, Jahrestagung der GDM

Lara Gildehaus, Renate Motzer und Christine Scharlach

Vom 26. bis 27. September 2025 kam der Arbeitskreis „Frauen, Gender & Diversity und Mathematik“ an der Universität Bielefeld zu seiner jährlichen Herbsttagung zusammen. In einer produktiven Atmosphäre diskutierten die Teilnehmenden aktuelle Forschungsprojekte und theoretische Perspektiven, die das Feld der gendersensiblen Mathematikdidaktik und die Förderung von Equity im Bildungssystem maßgeblich prägen.

Der Freitagnachmittag startete mit einem Blick zurück: Marie Grenzer (TU Darmstadt) beleuchtete die historische Genese des Mathematikunterrichts für Mädchen in Preußen ab 1908. Sie zeigte auf, wie geschlechtsstereotype Vorstellungen das Spannungsfeld zwischen deduktiv-euklidischem Lehrgang und dem postulierten „weiblichen Bedürfnis nach Anschaulichkeit“ prägten. In der Diskussion wurde unter anderem erörtert, inwiefern heutige Stereotype noch immer in diesen historischen Lehrgangsstrukturen wurzeln, die Mädchen gezielt andere mathematische Zugänge zuwiesen.

Anschließend präsentierte Lara Steiner (AAU Klagenfurt) mit „#HeyMathGirl!“ ein Interventionsdesign, das gezielt das mathematische Selbstkonzept und Zugehörigkeitsgefühl von Schülerinnen und Studentinnen stärkt. Durch Reflexionsübungen und Vorbild-Begegnungen soll dieses bestärkt werden und dadurch nach wie vor vorhandenen Barrieren für Frauen in

MINT-Fächern entgegenwirken. Die Teilnehmenden diskutierten hierbei kritisch, wie Interventionen gestaltet sein müssen, um langfristig eine bestärkende und nicht defizitorientierte Perspektive einnehmen zu können.

Ergänzend dazu gab Julchen Brieger (TU Chemnitz) Einblicke in ihre qualitative Studie zu Erinnerungen an den Mathematikunterricht bei Personen mit erfolgreichen MINT-Karrieren, um Faktoren für ein erfolgreiches „Dabeibleiben“ im System zu identifizieren. Hierbei wurde unter anderem diskutiert, welche spezifischen Lehrkräfte-Verhaltensweisen oder Schlüsselerlebnisse die Resilienz gegenüber exkludierenden Fachstrukturen fördern.

Ein besonderes Highlight am Samstag war dann der Vortrag der Hauptreferentinnen Laura Black und Kate O'Brien (University of Manchester) zum „Nonbinary Math Project“. Auf Basis von Befragungen trans*, nicht-binärer und agender Jugendlicher stellten sie die Dominanz cis-binärer Geschlechterkonstrukte im Mathematikunterricht infrage und arbeiteten gleichzeitig aus, wie sehr eine mathematische und geschlechtsbezogene Identität für die Jugendlichen zusammenhängt. Bei der gemeinsamen Interpretation von Interviewexzerpten wurde dazu eine Vielzahl von Diskussionen geführt. Dabei stand unter anderem auch das Spannungsfeld von Fördermaßnahmen im Fokus: Während



Die Teilnehmenden der Herbsttagung an der Universität Bielefeld

Angebote für „Frauen und nicht-binäre Personen“ Inklusion anstreben, können sie laut Studienergebnissen neue Exklusionsmechanismen schaffen, wenn sie die Vielfalt geschlechtlicher Identitäten nicht ausreichend wertschätzen.

Weitere Beiträge widmeten sich unter anderem der gendersensiblen Lehramtsausbildung und konkreten Unterrichtsthemen:

Wiebke Neumann (FU Berlin) stellte eine Intervention zur Förderung des mathematischen Argumentierens bei Grundschullehramtsstudierenden vor. Diskutiert wurde, wie strukturierte Hilfen (heuristic worked examples) besonders jenen Studierendengruppen helfen können, die aufgrund ihrer Sozialisation weniger Vertrauen in ihre Beweiskompetenz haben.

Ingrid Kasten (Lehrerin) berichtete über den Einsatz von 3D-Körper-Modellen und ihren geschlechtsspezifischen Erfahrungen bei „Jugend forscht“. Die Runde diskutierte den Wert haptischer Zugänge für einen „realitätsoffenen“ Unterricht, der unterschiedliche Lernbedürfnisse anspricht.

Maike Krisanov (Universität Paderborn) präsentierte dann im Rahmen einer Abschlussarbeit entwickelte Leitlinien für eine gendersensible Mathematikdidaktik und reflektierte dabei den Prozess der eigenen Bias-Überwindung. Die anschließende Debatte betonte die Notwendigkeit der Selbstreflexion von Lehrkräften bezüglich eigener impliziter Biase während des Forschungsprozesses.

Renate Motzer (Universität Augsburg) zeigte auf, wie „Magische Quadrate“ als gendersensibles Thema genutzt werden können, um durch das Erkennen von Mustern die Selbstständigkeit der Lernenden zu fördern. Diskutiert wurde, wie solche kulturgeschichtlich eingebetteten Themen den Blick auf Mathematik erweitern können.

Vernetzung und Ausblick

Neben den wissenschaftlichen Vorträgen bot die Diskussionsrunde zur Gleichstellungsarbeit einen freien Rahmen zum Austausch aktueller Erfahrungen, Best-Practice-Beispielen und individuellen Empfehlungen. In der abschließenden AK-Sitzung wurden anstehende Konferenzen im Bereich Gender und STEM, aktuelle Calls zum Thema und die Planung eines weiteren Sammelbandes zum AK besprochen. Ebenso waren die Zusammenarbeit mit der DMV-Fachgruppe „Diversity and Sustainability in Mathematics“ sowie der Umzug der Homepage und des Mailverteilers Thema.

Der Arbeitskreis dankt der Universität Bielefeld für die Gastfreundschaft. Die lebhaften Diskussionen in deutscher und englischer Sprache haben erneut gezeigt, dass die Berücksichtigung von Aspekten der Vielfalt kein Randthema, sondern eine Grundvoraussetzung für einen modernen, inklusiven Mathematikunterricht ist.

Jahrestagung der GDM in Wuppertal

Einige Monate später fand dann das Arbeitskreistreffen im Rahmen der GDM statt. Hier wurde von Julchen Brieger (TU Chemnitz) und Johanna Hedwig Kerres (Universität Bielefeld) ein kurzer Überblick über die Anliegen und Strukturen sowie die Historie des Arbeitskreises für Interessierte präsentiert und ebenfalls ein kurzes Revue zur letzten Herbsttagung und weiteren Aktivitäten gezeigt.

Dazu stellte David Kollosche von der AAU Klagenfurt einen aktuellen Sammelbandbeitrag vor, welcher ein Review zu Gender und Mathematikdidaktik und damit verknüpften aktuellen Themen im Forschungsbereich darstellt.

Anschließend präsentierte Julchen Brieger ein Forschungsseminar (Wise 25/26), welches sich mit Intersektionalität im Mathematikunterricht entlang der Differenzlinien Gender, Race und Class beschäftigt.

Zuletzt wurde die nächste Herbsttagung für 2026 besprochen. Aktuell läuft dazu eine Terminumfrage, voraussichtlich wird die Tagung am 9. und 10. Oktober an der FU Berlin stattfinden.

Lara Gildehaus, AAU Klagenfurt
lara.gildehaus@aau.at

Renate Motzer, Universität Augsburg
renate.Motzer@math.uni-augsburg.de

Christine Scharlach, FU Berlin
schar@math.fu-berlin.de

Arbeitskreis: Mathematiklehren und -lernen in Ungarn

Wuppertal, 3. 3. 2026

Gabriella Ambrus, Zsuzsanna Jánvári und Johann Sjuts

Das Frühjahrstreffen des GDM-Arbeitskreises „Mathematiklehren und -lernen in Ungarn“ fand während der GDM-Jahrestagung am 3. März 2026 in Wuppertal statt. Teilgenommen haben neun Kolleginnen und Kollegen aus vier Ländern. Zum Programm gehörten Kurzvorträge, Kurzberichte und Diskussionen.

1 Kurzvorträge

Frank Feudel (Humboldt-Universität zu Berlin): *Argumentationsebenen bei der Erklärung von mathematischen Zusammenhängen in der Ökonomie* Zusammenfassung: Wie in den Naturwissenschaften werden auch in den Wirtschaftswissenschaften viele Zusammenhänge mit Hilfe von Mathematik beschrieben, beispielsweise Beziehungen zwischen ökonomischen Größen. Um diese Beziehungen zu erklären beziehungsweise herzuleiten, gebrauchen Ökonomen oft mehrere Argumentationsebenen – teilweise sogar simultan. In dem Vortrag wurde auf Basis einer Lehrbuchanalyse unter Verwendung der anthropologischen Theorie der Didaktik (ATD) von Yves Chevallard illustriert, wie in der Ökonomie mathematische Zusammenhänge begründet und erklärt werden. Dabei zeigte sich insbesondere, dass dort neben symbolischen Rechnungen zwei weitere Argumentationsebenen regelmäßig verwendet werden: grafische Herleitungen und kontextbezogene Argumente. Basierend darauf wurden Konsequenzen für die Lehre in mathematischen Lehrveranstaltungen für Studierende der Wirtschaftswissenschaften diskutiert, die sich auch auf andere mathematische Serviceveranstaltungen an der Universität verallgemeinern lassen.

Kinga Szűcs (Universität Erfurt) & Gabriella Ambrus (Eötvös Loránd Universität Budapest): *Verschiedene Traditionen bei der Vermittlung der Mathematik – am Beispiel von Beweisen im Geometrieunterricht in den Klassen 5–8 – Zweiter Teil* Zusammenfassung: In dem Vortrag wurde am Beispiel des Geometrieunterrichts verdeutlicht, dass es aktuell

erhebliche Unterschiede in der Vermittlung von Mathematik zwischen Ungarn und Thüringen gibt, während diese Unterschiede vor der Wende 1989/90 deutlich geringer waren. Dem Themenbereich Geometrie wird in Ungarn – einer langen Tradition folgend – nach wie vor eine äußerst große Bedeutung beigemessen, vor allem, weil sich die Elementargeometrie besonders eignet, Lerngelegenheiten für die Auseinandersetzung mit für die Entwicklung des logischen Denkens wichtigen Begründungen und Beweisen anzubieten. In der ehemaligen DDR spielte die Elementargeometrie einschließlich vieler Beweise ebenfalls eine große Rolle, heute wird sie allerdings zugunsten anderer Bereiche in einem immer kleiner werdenden Umfang und ohne Beweise unterrichtet. Da in den Klassenstufen 5–8 der Übergang vom konkret-operativen zum abstrakten, formal-operativen Denken erfolgt, wurden im Vortrag einige ausgewählte Inhalte dieser Klassenstufen in den Mittelpunkt gestellt und ihre Thematisierung wurde unter Rückgriff auf entsprechende Schulbuchaufgaben aus Ungarn und Thüringen verglichen. Hierbei wurde beispielsweise bezogen auf die Auseinandersetzung mit wahren und falschen Aussagen zum Haus der Vierecke aufgezeigt, dass solche Aufgaben in Thüringen eher das Reproduzieren bekannter Eigenschaften in den Blick nehmen und in der Doppelklassenstufe 7/8 nur noch sporadisch eingesetzt werden, während dieses Aufgabenformat in Ungarn durchgängig verwendet wird, und zwar mit dem Ziel der Herstellung neuartiger Begriffsnetze. Zudem wurde mit Bezug zur Thematisierung des Innenwinkelsummensatzes in Dreiecken zu Beginn der Sekundarstufe I beobachtet, dass dieser Satz in Ungarn enaktiv begründet wird, wohingegen in Thüringen nach einem formal-deduktiven Beweis den Lernenden ein Faltbeweis angeboten wird, welcher allerdings eine Fallunterscheidung erfordert. Hierdurch wird nicht nur die Allgemeingültigkeit des vorangegangenen formalen Beweises in Frage gestellt, sondern gleichzeitig in einem Kontext Allgemeingültigkeit signalisiert, in dem diese gar nicht gegeben ist. Diese und weitere Beispiele ließen in der Gesamtschau die Vermutung zu, dass die Mathematik in Ungarn nach wie vor mit einem hohen fachlichen Anspruch vermittelt

wird, wohingegen der Aufbau mathematischer Inhalte in Thüringen – zumindest in aktuellen Schulbüchern – Brüche und Ungereimtheiten aufzeigt. Gleichzeitig hat ein Blick in DDR-Schülerbücher erkennen lassen, dass die Vermittlung derselben Inhalte in den 1980er Jahren noch mit einer starken fachlichen Strenge erfolgte, die dem damaligen und heutigen fachlichen Anspruch in Ungarn nahekommt.

2 Kurzberichte

2.1 Aktivitäten

Mit den Frühjahrstreffen im Rahmen der GDM-Jahrestagungen und den Herbsttreffen in Budapest ist zumindest vorläufig die frühere Üblichkeit wieder-gekehrt. Über die Aktivitäten des Arbeitskreises wird regelmäßig in den GDM-Mitteilungen berichtet.

2.2 Buchreihe „Mathematiklehren und -lernen in Ungarn“

Alljährlich erscheint im WTM-Verlag Münster ein Band in der Buchreihe „Mathematiklehren und -lernen in Ungarn“. Es liegen bereits 7 Bände vor.

In Fertigstellung befindet sich der Band 8 mit dem Titel „Zum Erklären von Mathematik in Tat, Wort, Bild, Ton und Zeichen“.

Geplant sind weitere Bände (9 und 10) mit den Arbeitstiteln „Künstliche und menschliche Intelligenz beim mathematischen Denken“ sowie „Mathematik und Sprache“.

3 Ausblick

Die 11. Herbsttagung ist für den 25. und 26. September 2026 an der Eötvös Loránd Universität in Budapest geplant. Vorgesehen sind Vorträge zum Thema des Bandes 9 der Buchreihe.

In Vorbereitung ist eine gemeinsame Tagung der Arbeitskreise „Mathematikunterricht und Mathematikdidaktik in Österreich“ und „Mathematiklehren und -lernen in Ungarn“ vom 24. bis zum 26. Februar 2027 in Wien.

Noch offen ist, wie die beiden Jahrestreffen des Arbeitskreises im Falle, dass die gewohnten GDM-Jahrestagungen nicht stattfinden, organisiert werden.

Gabriella Ambrus, Eötvös Loránd Universität Budapest
ambrus.gabriella@ttk.elte.hu

Zsuzsanna Jánvári, Eötvös Loránd Universität Budapest
janvari.zsuzsanna@ttk.elte.hu

Johann Sjuts, Universität Osnabrück
sjuts-leer@t-online.de

Arbeitskreis: Mathematikunterricht und Mathematikdidaktik in Österreich

Salzburg, 2./3. 12. 2025

Myriam Burtscher, Stefan Götz und Edith Schneider

Für die Herbsttagung 2025, die im Bildungszentrum St. Virgil in Salzburg von 2. bis 3. Dezember stattgefunden hat, wurden erstmalig Beiträge für ein Schwerpunktthema eingeworben. Diese widmeten sich der Ausbildung von Quereinsteiger/innen (für die Sekundarstufe) und Sondervertragslehrpersonen (für die Primarstufe). Die Ausbildungsangebote der Pädagogischen Hochschulen (PHs) für den Quereinstieg in die Sekundarstufe, für Sondervertragslehrpersonen in der Primarstufe sowie der Hochschullehrgang Inklusive Pädagogik folgen einem einheitlichen organisatorischen Rahmen. Sie sind als Programme mit 120 bzw. 150 ECTS konzipiert. Von diesen können bis zu 60 ECTS für berufliche Vorerfahrungen angerechnet werden. Den Studierenden verbleiben damit 60 bzw. 90 ECTS, die in vier bis sechs Semestern angeboten werden. Für die Absolvierung steht ein Zeitraum von acht Jahren zur Verfügung. In der Sekundarstufe sind für die Fachdidaktik derzeit 15 ECTS vorgesehen. Voraussetzung für die Zulassung ist ein von der Bildungsdirektion anerkanntes einschlägiges Studium. Für die Primarstufe bestehen keine einheitlichen österreichweiten Vorgaben.

Zu diesem Thema gab es fünf Präsentationen.

Christoph Erath (PH Vorarlberg)

Die Pädagogische Hochschule Vorarlberg bietet für Quereinsteiger/innen fachdidaktische Module an, die direkt aus den Curricula der Lehramtsstudien der Sekundarstufe gewählt werden. Diese werden gemeinsam mit Studierenden der Sekundarstufe Allgemeinbildung absolviert. Den Kern bilden drei Module zu je 5 ECTS sowie ein 5-ECTS-Fachpraktikum, ergänzt durch ein Wahlmodul. Dieses kann entweder aus dem Bereich der Fächer oder aus den bildungswissenschaftlichen Lehrveranstaltungen gewählt werden. Die enge Anbindung an das reguläre Lehramt geht mit hohen fachlichen Anforderungen einher. Organisatorisch herausfordernd bleibt die Betreuungssituation an Schulen, da zunehmend weniger Lehrpersonen zur Verfügung stehen. Für Sondervertragslehrpersonen in der Primarstufe wird ein 30-ECTS-Hochschullehrgang angeboten. Zentrale mathematikdidaktische Inhalte sind dabei: Grundvorstellungen, Zählentwicklung, Rechenstrategi-

en, Lehrplananalyse, Kompetenzbereiche, Diagnostik und Leistungsfeststellung, schriftliche Rechenverfahren sowie Elemente eines sprachbewussten Mathematikunterrichts und iKM^{PLUS}. Ein Curriculum für Quereinsteiger/innen in die Sekundarstufe liegt zwar vor, wird derzeit jedoch nicht angeboten.

Myriam Burtscher (PH Salzburg)

Im Quereinstieg Sekundarstufe Mathematik (26 Studierende im 60-ECTS- und acht im 90-ECTS-Programm) stehen fachdidaktische Konzepte, kompetenzorientierter Unterricht, Aufgabenanalyse und Leistungsfeststellung im Zentrum. In der Primarstufe besuchen derzeit 20 Personen im ersten und neun im dritten Semester Lehrveranstaltungen der Mathematikdidaktik, die sich am Primarstufencurriculum orientieren. Inhalte sind der Erwerb fachdidaktischer Grundlagen, der Aufbau mathematischer Grundvorstellungen und die Entwicklung differenzierter Förderkonzepte. Lehrende berichten von hoher Motivation, jedoch geringer fachdidaktischer Vorerfahrung bei gleichzeitig hoher Belastung der Teilnehmenden. Der Hochschullehrgang Inklusive Pädagogik (Start Herbst 2025) richtet sich an Personen aus Sozialberufen. Für Mathematikdidaktik stehen lediglich 18 Unterrichtseinheiten zur Verfügung, was von Lehrenden als unzureichend für den Unterricht in inklusiven Settings (Altersbereich 6–15 Jahre) bewertet wird.

Edith Lindenbauer (PH Oberösterreich)

Das fachdidaktische Modul an der PH Oberösterreich (für alle Fächer) legt einen Schwerpunkt auf die Planung kompetenzorientierten Unterrichts, adaptive Aufgabenstellungen, Diagnostik, digitale Lernumgebungen sowie die Reflexion beruflicher Erfahrungen. Die Lehrveranstaltungen sind als Blended-Learning-Formate konzipiert und umfassen Präsenzphasen, Online-Anteile sowie umfangreiche Selbststudienphasen. Rückmeldungen zeigen bislang stark heterogene fachliche Voraussetzungen sowie häufig Leistungen im mittleren Bereich. Zudem wird der Arbeitsaufwand insbesondere zu Beginn der Ausbildung oft unterschätzt. Einzelne Teilnehmende berichten darüber hinaus von einer Diskrepanz zwischen dem er-

warteten Berufsbild und der schulischen Realität sowie von Herausforderungen im Zertifizierungsprozess.

Martina Müller und Monika Musilek (PH Wien)

Das dreistufige Eignungsverfahren umfasst ein Online-Assessment, ein persönliches Gespräch und die Zertifizierung durch die Quereinstiegskommission; anschließend erfolgt die Bewerbung bei der Bildungsdirektion. Der Lehrgang gliedert sich in einführende Lehrveranstaltungen, bildungswissenschaftliche Module, 15 ECTS in der Fachdidaktik, pädagogisch-praktische Studien sowie berufs- und überfachliche Kompetenzbereiche. Im Fach Mathematik nahmen zuletzt rund 30 Personen am Seminar und etwa 25 Personen an der Übung teil. Die Inhalte reichen von Leistungsbeurteilung, sprachsensiblen Unterricht und Fehleranalyse bis hin zu Unterrichtsplanung, Hospitationen und Peer-Feedback. Rückmeldungen der Teilnehmenden verweisen überwiegend auf positive Lern- und Praxiserfahrungen, zugleich aber auf wiederkehrende Herausforderungen wie ein anspruchsvolles Zeitmanagement, Unsicherheiten im Zulassungsprozess sowie begrenzte Vorerfahrungen im Umgang mit digitalen Lernplattformen. Ein Hochschulehrgang zur Inklusiven Pädagogik im Quereinstieg befindet sich derzeit in Entwicklung.

Felix Woltron (Universität Wien)

Der aktuelle Quereinstieg ins Lehramt ist ein wichtiger Qualifikationspfad – nicht nur um den aktuellen Mangel an Lehrpersonen abzuschwächen, sondern auch langfristig, insbesondere in unterversorgten Regionen und Bedarfsfächern. Während international bereits erste systematische Erkenntnisse zu Ausgestaltung, Chancen und Herausforderungen des Quereinstiegs vorliegen (Gehrmann & Germer, 2025), fehlt es für Österreich bislang an belastbaren empirischen Daten und wissenschaftlich fundierten Analysen. In der fachdidaktischen Diskussion wird zudem betont, dass Maßnahmen zur kurzfristigen Deckung des Lehrkräftebedarfs nicht zu einer Absenkung professioneller Standards führen dürfen. Vielmehr sollten sie an klar definierten Kompetenzmodellen sowie überprüfbaren Qualitätskriterien ausgerichtet sein (Gesellschaft für Fachdidaktik, 2018). Gerade im Fach Mathematik ist dies von besonderer Relevanz. Elaborierte Professionsmodelle wie das Mathematics Teacher's Specialized Knowledge Modell (MTSK; Carrillo-Yañez et al., 2018) verdeutlichen, dass die Qualität von Mathematikunterricht stark von professionsspezifischen mathematischen und mathematikdidaktischen Qualifikationen abhängt. Diese werden primär in der Lehrer/innen-Bildung, nicht aber in anderen mathematikintensiven Studiengängen vermittelt. Vor diesem Hintergrund ist es unabdingbar, sowohl die Eignung von Quereinsteiger/innen als auch die Aus-

gestaltung ihrer Qualifizierung an solchen Modellen auszurichten. Aus Sicht des GDM-Arbeitskreises Österreich ergibt sich daraus ein klarer Handlungsbedarf: Es bedarf einer systematischen empirischen Begleitforschung, um Kompetenzprofile valide zu erfassen, die Wirksamkeit von Qualifizierungsmaßnahmen zu evaluieren und evidenzbasierte Kriterien für Zulassung und Professionalisierung zu entwickeln. Nur auf dieser Grundlage kann sichergestellt werden, dass Maßnahmen zur Deckung des Lehrkräftebedarfs nicht zulasten der Qualität des Mathematikunterrichts gehen.

Es folgte in Kleingruppen eine extern moderierte Diskussion, die freundlicherweise von der GDM finanziert wurde. Dabei wurden Herausforderungen, gelingende Ansätze und (noch) Fehlendes thematisiert. Abschließend wurde vereinbart, ein *Positionspapier zur Ausbildung von Quereinsteiger/innen und Sondervertragslehrpersonen* zu erarbeiten; die Versendung dieses Positionspapiers an das Bundesministerium für Bildung wurde befürwortet. Im Folgenden wird ein vorläufiger Entwurf wiedergegeben.

Positionspapier des Arbeitskreises zum Quereinstieg im Unterrichtsfach Mathematik

Ausgangslage

Der steigende Bedarf an Lehrkräften in Österreich führt zu einem wachsenden Anteil an Quereinsteiger/innen. Diese bringen fachliche Expertise mit, stehen jedoch vor besonderen Herausforderungen im Berufsalltag. Zur Sicherung der Unterrichtsqualität ist eine systematische und wissenschaftlich fundierte Gestaltung des Quereinstiegs erforderlich.

Der Arbeitskreis „Mathematikunterricht und Mathematikdidaktik in Österreich“ der Gesellschaft für Didaktik der Mathematik (GDM) versteht sich als zentrale Stimme der Mathematikdidaktik in Österreich und bündelt Expertise zum Mathematikunterricht über alle Schulstufen und Ausbildungsformen hinweg.

Das vorliegende Positionspapier wurde in einem breiten fachlichen Austausch entwickelt und gibt eine gemeinsame Haltung des Arbeitskreises wieder.

Begleitung und Professionalisierung

Im Gegensatz zu regulär ausgebildeten Lehrkräften erhalten Quereinsteiger/innen keine verbindliche Mentoring-Struktur, obwohl sie besonders darauf angewiesen sind. Das frühere einjährige Unterrichtspraktikum bot eine qualifizierte Begleitung durch erfahrene Lehrkräfte. Diese wurde in die heutige Induktionsphase überführt, verkürzt und teilweise fachfremd organisiert. Selbst diese reduzierte Form der Unterstützung

steht Quereinsteiger/innen vielfach nicht zur Verfügung.

Die Praxis zeigt, dass insbesondere in folgenden Bereichen Unterstützungsbedarf besteht:

- Klassenführung und Umgang mit heterogenen Lerngruppen
- Mathematikdidaktik und fachbezogene Unterrichtsgestaltung
- schulische Abläufe sowie administrative und rechtliche Fragen

Fehlende Begleitung führt zu Unsicherheiten, Überlastung und Risiken für Unterrichtsqualität sowie Lehrer/innengesundheit.

Forderung: Der Arbeitskreis spricht sich für eine verpflichtende, fachbezogene Mentoring-Struktur für Quereinsteiger/innen aus, die über einen ausreichend langen Zeitraum angelegt ist und systematisch begleitet wird.

Verantwortlichkeit und Transparenz

Der Arbeitskreis „Mathematikunterricht und Mathematikdidaktik in Österreich“ der GDM stellt eine zentrale Plattform für mathematikdidaktische Expertise dar. In ihm sind Vertreter/innen zahlreicher Universitäten und Pädagogischer Hochschulen vereint. Diese vorhandene mathematikdidaktische Expertise wird in bildungspolitische Prozesse bislang nicht systematisch eingebunden. Insbesondere bei der Entwicklung eines nationalen Curriculums für Quereinsteiger/innen bleibt unklar,

- welche Institutionen und Personen beteiligt sind,
- nach welchen Kriterien Entscheidungen getroffen werden,
- in welchem Ausmaß bestehende fachdidaktische Erkenntnisse berücksichtigt werden.

Die fehlende Transparenz und Einbindung führen dazu, dass vorhandenes wissenschaftliches und institutionelles Potenzial ungenutzt bleibt. Zudem entstehen Parallelstrukturen zur regulären Lehre, die zusätzliche Kosten verursachen und die Vernetzung unterschiedlicher Ausbildungswege erschweren.

Forderung: Der Arbeitskreis fordert eine transparente Gestaltung von Curricula und Qualifikationsmaßnahmen mit konsequenter Einbindung fachdidaktischer Expertise, insbesondere des Arbeitskreises.

Ressourcen und Rahmenbedingungen

Die erfolgreiche Integration von Quereinsteiger/innen in das Schulsystem erfordert geeignete strukturelle und finanzielle Rahmenbedingungen: Die derzeitigen Belastungen (hohe Unterrichtsverpflichtungen, fachfremder

Einsatz und parallele Ausbildung) führen Quereinsteiger/innen oftmals an ihre Grenzen.

Forderung: Der Arbeitskreis fordert

- eine Reduktion der Unterrichtsverpflichtung mit einer maximalen Lehrverpflichtung von etwa zwölf Wochenstunden,
- eine fachliche Fokussierung mit Nähe zur eigenen Qualifikation,
- verbindliche Zeitfenster von Ausbildungs- und Begleitformaten in der Arbeitszeit,
- gezielte Entlastung von Schulen zur Sicherung hochwertiger Begleitung,
- eine evaluative Begleitforschung zur Überprüfung und Weiterentwicklung aller Maßnahmen.

Evidenzbasierung und Kompetenzorientierung

Der Quereinstieg erfolgt bislang ohne hinreichende empirische Grundlage und ohne systematische Orientierung an Kompetenzmodellen. Gerade im Fach Mathematik erfordert qualitätsvoller Unterricht spezifische fachliche und fachdidaktische Kompetenzen, die nicht automatisch aus fachwissenschaftlichen Studien hervorgehen. Daraus ergeben sich zentrale Defizite:

- fehlende empirische Daten zu Kompetenzprofilen und Qualifizierungsverläufen von Quereinsteiger/innen
- keine systematischen Kriterien zur Feststellung der Eignung
- unzureichende Orientierung an etablierten fachdidaktischen Kompetenzmodellen wie dem Mathematics Teacher's Specialized Knowledge Modell (Carrillo-Yañez et al., 2018)
- fehlende Überprüfung des Kompetenzaufbaus im Verlauf der Qualifizierung

Diese Defizite gefährden eine nachhaltige Sicherung der Unterrichtsqualität.

Forderung: Der Arbeitskreis fordert die Entwicklung und Implementierung evidenzbasierter Kriterien für Auswahl, Qualifizierung und Professionalisierung von Quereinsteiger/innen, die sich an etablierten Kompetenzmodellen orientieren und durch grundlagenorientierte empirische Forschung abgesichert werden.

Schlussfolgerung

Der Quereinstieg ist zentral für die Sicherung der Unterrichtsversorgung, kann aber nur unter klaren Rahmenbedingungen zur Qualitätsentwicklung beitragen. Entscheidend sind:

- eine verbindliche, fachnahe Begleitung,
- transparente, partizipative curriculare Prozesse,

- angemessene Ressourcen und langfristig bewältigbare Arbeitsbedingungen und
- eine evidenzbasierte und kompetenzorientierte Ausgestaltung des Quereinstiegs.

Der Arbeitskreis „Mathematikunterricht und Mathematikdidaktik in Österreich“ der GDM ist bereit, seine Expertise einzubringen, um den Quereinstieg im Fach Mathematik evidenzbasiert und wirkungsvoll zu gestalten. Eine stärkere Einbindung bestehender wissenschaftlicher Netzwerke in Entwicklungsprozesse ist entscheidend für die Sicherung der Unterrichtsqualität in Österreich.

Ende des Entwurfs

In der Abendsession informierte das Sprecher/innenteam über folgende Punkte:

- die neue Adresse akoe.didaktik-der-mathematik.de der Homepage des AKs,
- die Einholung von Vorschlägen für die Sprecher/innenwahl 2026,
- die Wiederbelebung und Adaptierung der Datenbank der Hochschulschriften im Bereich Didaktik der Mathematik in Österreich,
- einen Bericht über die ÖGFD-Tagung am 24. September 2025 an der PH Wien sowie über die ÖGFD-Generalversammlung am 24. November 2025 (online),
- die Ankündigung einer Präsenztagung der ÖGFD (zwei bis zweieinhalb Tage) im Frühjahr 2027,
- fehlende Nominierung von Kontaktpersonen folgender Institutionen: PH Steiermark, KPH Graz/Augustinum, PH Burgenland, Universität Linz, Universität Salzburg, KPH Edith Stein.

Am zweiten Tag gab es Einzelvorträge:

*Anita Summer & Sonja Kramer (KPH Wien/NÖ):
Zwanzigeins – Empirische Studie zur Transkodierung
zweistelliger Zahlen in inverser und stellenwertgerechter
Sprechweise*

Deutsche Zahlwörter, wie *einundzwanzig*, entsprechen nicht der Schreibrichtung der Ziffernzahlen und dem Aufbau des Stellenwertsystems (zuerst Zehner, dann Einer). Insgesamt 506 Kinder der Schulstufen 1 bis 4 aus 30 österreichischen Grundschulen nahmen an Diktat-tests in traditioneller und nicht verdrehter Sprechweise teil. Die Erhebung wurde mit Hilfe der Zwanzigeins-App im Rahmen eines kontrollierten randomisierten 4-Perioden-Experiments mit balanciertem Crossover durchgeführt. Die Studie zeigt hochsignifikante Ergebnisse ($p < 0,00005$) sowie pädagogisch relevante

Vorteile einer stellenwertgerechten Sprechweise: Die Bearbeitungszeit reduzierte sich um etwa 10 %, die Fehleranzahl um rund 66 %.

*David Kollosche (Universität Klagenfurt):
Herausforderung und Ergebnisse der
Materialentwicklung für den fächerintegrativen
MINT-Unterricht*

Seit dem Schuljahr 2022/23 läuft österreichweit der Schulversuch MINT-Mittelschule. Die teilnehmenden 56 Mittelschulen führen zusätzlich zum regulären Fächerkanon einen Unterrichtsgegenstand MINT ein, in dem komplexe Themen aus unterschiedlichen Perspektiven behandelt werden. Das Projekt IMST wurde vom BMB mit der Fortbildung der Lehrpersonen, der Materialentwicklung sowie der Begleitforschung beauftragt. Im Beitrag werden bisherige Ergebnisse und bestehenden Herausforderungen des Schulversuchs im Allgemeinen und der Materialentwicklung im Speziellen dargestellt.

*Christoph Erath (PH Vorarlberg): Mathematische
Kompetenzen in technischen Lehrberufen: Vergleich
vorhandener Kenntnisse und Anforderungen zu Beginn
der dualen Ausbildung in Vorarlberg*

In einem industriell und touristisch geprägten Bundesland wie Vorarlberg sind Fachkräfte von zentraler Bedeutung. Im Jahr 2024 entschieden sich 44,5 % der 15-Jährigen für eine duale Ausbildung in einem Vorarlberger Unternehmen (vgl. www.lehrevorarlberg.at). Die Grundlage für eine erfolgreiche Lehrausbildung wird bereits in der Pflichtschule gelegt. Im Rahmen eines Lehrprojekts mit Studierenden der PH Vorarlberg wurden Ausbilder/innen und Lehrlinge aus technischen Lehrberufen in Vorarlberg zunächst in halbstrukturierten Gesprächen sowie anschließend mittels Online-Befragung zu den mathematischen Kompetenzen der Lehrlinge befragt. Die Interviews zeigen, dass erhebliche Wissenslücken bestehen – insbesondere bei mathematischen Inhalten. In einem weiteren Schritt wurde untersucht, ob diese subjektiven Einschätzungen empirisch belegbar sind. Auf Basis von Besuchen in Unternehmen wurde gemeinsam mit Fachexpert/innen, Ausbilder/innen sowie unter Einbezug des Lehrplans ein diagnostischer Test zur Erfassung der mathematischen Grundkompetenzen von Lehrlingen zu Beginn ihrer Ausbildung entwickelt. Im Beitrag werden die Testergebnisse von über 190 Lehrlingen aus neun Unternehmen analysiert. Untersucht wurden die Bereiche Kopf- und Überschlagsrechnen, Grundrechnungsarten, Maßumwandlungen, Geometrie, Gleichungen und Äquivalenzumformungen. Neben einer Gesamtübersicht wird insbesondere die Analyse typischer Fehler präsentiert. Diese erweisen sich als aussagekräftiger

als Gesamtindikatoren, da sie gezieltere didaktische Interventionen ermöglichen. Die Ergebnisse verdeutlichen einmal mehr einen klaren Handlungsbedarf im Bereich mathematischer Grundbildung zu Beginn der dualen Ausbildung.

Michael Fischer (Universität Graz): Wie Modellieren an der Universität lehren? Ergebnisse von GDM, PME und ICTMA aus einer vignettenbasierten Studie

Modellieren ist ein zentraler Bestandteil der Lehrpläne in der Primarstufe und in den Sekundarstufen I und II. In diesem Beitrag wird das Noticing von Lehramtsstudierenden in Bezug auf Aufgabeneigenschaften und unterrichtliche Gestaltung, insbesondere in Hinblick auf Mathematisierungsschritte, untersucht. Empirische Evidenz hierzu ist bislang begrenzt. Daher werden Cartoon-Vignetten zu Unterrichtssituationen, die von über 200 Lehramtsstudierenden an drei Universitäten bearbeitet wurden, analysiert. Die Befunde zeigen implizite Annahmen zu Lösungswegen und zur Rolle der Lehrkraft, die die situative Analyse und Entscheidungsfindung häufig erschweren. Daraus werden Implikationen für Lerngelegenheiten in Lehrer/innenbildung im Fach Mathematik abgeleitet und darüber hinaus Ergebnisse und Diskussionslinien aus den Communities GDM, PME und ICTMA präsentiert. Es wird zu einer offenen Diskussion über die universitäre Lehre des Modellierens eingeladen.

Shafie Shokrani (Universität Klagenfurt): Mathematik in der Schule als Mathematik in der Gesellschaft

Der Beitrag untersucht das Verhältnis von Mathematik und Kultur als gesellschaftlicher Bedingung und diskutiert die daraus resultierenden Konsequenzen für den Mathematikunterricht. Im Mittelpunkt steht die Frage, wie Mathematik als kulturelle Praxis verstanden werden kann und welche Bedeutung sie für die gesellschaftliche Bildung von Schüler/innen hat. Aus dieser Perspektive werden sowohl Herausforderungen als auch Chancen, die sich aus dieser Perspektive für Schule und Unterricht ergeben können, herausgearbeitet.

Hans-Stefan Siller (Universität Würzburg): KI im Mathematikunterricht

Das Potenzial generativer KI-Modelle wie ChatGPT zur Unterstützung mathematischer Lernprozesse wirft neue didaktische und fachliche Fragen auf. In einer an der Julius-Maximilians-Universität Würzburg durchgeführten Studie wurde untersucht, wie Lehramtsstudierende mit dem Fach Mathematik ChatGPT beim Lösen mathematischer Aufgaben nutzen. Elf Teilnehmende bearbeiteten vier Aufgaben mit Unterstützung des Sprachmodells. Die Analyse der Chatverläufe sowie der

anschließenden Interviews erfolgte mittels qualitativer Inhaltsanalyse. Die Ergebnisse zeigen, dass ChatGPT sowohl korrekte als auch fehlerhafte Lösungswege generierte. Insbesondere wurden fehlerhafte Lösungen häufiger übernommen, wenn das Modell selbst Fehler enthielt. Trotz der technischen Unterstützung fiel es vielen Studierenden schwer, komplexere Probleme zu lösen und ihre mathematischen Kompetenzen angemessen einzusetzen. Im Beitrag werden zentrale Zusammenhänge zwischen Aufgabenstellung, Studierendenverhalten und Modellreaktionen dargestellt sowie erste Hinweise auf die Wirksamkeit kurzer didaktischer Interventionen diskutiert.

Das Format der Herbsttagung wurde insgesamt positiv aufgenommen, ebenso die externe Moderation des thematischen Schwerpunkts. Bei künftigen Tagungen müsste eine externe Moderation durch das Einheben eines Tagungsbeitrags finanziert werden. Termine:

- AK-Treffen im Rahmen der GDM-Tagung in Wuppertal: Dienstag, 3. 3. 2026
- Frühjahrstagung 2026: 11.–12. 5. 2026, Spital am Pyhrn (wurde wegen zu geringer Anmeldezahl abgesagt!)
- Herbsttagung 2026: 1.–2. 12. 2026, St. Virgil/Salzburg

Literatur

- Carrillo-Yañez, J., Climent, N., Montes, M., Contreras, L. C., Flores-Medrano, E., Escudero-Ávila, D., ..., & Muñoz-Catalán, M. C. (2018). The mathematics teacher's specialised knowledge (MTSK) model*. *Research in Mathematics Education*, 20(3), 236–253. DOI: [10.1080/14794802.2018.1479981](https://doi.org/10.1080/14794802.2018.1479981)
- Gehrmann, A., & Germer, P. (Eds.) (2025). *Teacher shortage in international perspectives: Insights and responses. Non-traditional pathways to the teacher profession*. Wiesbaden: Springer VS. DOI: [10.1007/978-3-658-45398-5](https://doi.org/10.1007/978-3-658-45398-5)
- Gesellschaft für Fachdidaktik (2018). *Ergänzende Wege der Professionalisierung von Lehrkräften: Positionspapier der GFD zur Problematik des Quer- und Seiteneinstiegs*. GFD. www.fachdidaktik.org/veroeffentlichungen/positionspapiere-der-gfd
- Myriam Burtscher, PH Salzburg
myriam.burtscher@phsalzburg.at
- Stefan Götz, Universität Wien
stefan.goetz@univie.ac.at
- Edith Schneider, Universität Klagenfurt
edith.schneider@aau.at

Arbeitskreis: Vernetzungen im Mathematikunterricht

Passau, 8./9. 5. 2026 – Tübingen, 13./14. 11. 2025

Thomas Borys und Matthias Brandl

Die 15. Tagung des Arbeitskreises „Vernetzungen im Mathematikunterricht“ fand an der Universität Passau am 8. und 9. Mai 2026 statt; sie wurde von Matthias Brandl und Stefanie Winkler organisiert. Das Vortragsangebot war wieder sehr vielfältig und interessant. Es wurde über Forschungsarbeiten und Projekte berichtet; spezielle Methoden für einen vernetzenden Mathematikunterricht sowie Beispiele für inhaltliche Vernetzungen wurden vorgestellt und diskutiert. Das Format gestaltete sich traditionell in Form einer Lehrkräftefortbildung am ersten Tag sowie einer internen Sitzung am zweiten Tag.

Die Vorträge mit Abstracts des Tagungsprogramms waren:

Birgit Brandl (Passau): „Mit Pentominos Muster und Strukturen entdecken“

Pentominos eröffnen vielfältige Möglichkeiten, Muster und Strukturen zu entdecken. Ein Projekt aus einer 4. Klasse bietet den Ausgangspunkt, Ideen für die Sekundarstufe zu entwickeln. Neben geometrischen Problemstellungen lassen sich anhand von Pentominos auch arithmetische, algebraische und kombinatorische Fragen stellen und laden zum Rätseln und Problemlösen sein.

Astrid Brinkmann (Münster) & Thomas Borys (Karlsruhe): „Maps als Unterrichtsmittel“

Graphische Darstellungen von Vernetzungen wie Mind Maps, Concept Maps und hiervon abgewandelte Map-Formen eignen sich in besonderer Weise zum strukturierten Lehren und Lernen im Mathematikunterricht. Das Strukturieren erfolgt durch eine inhaltliche Eingrenzung der Maps, dazu werden verschiedene methodische Vorgehensweisen anhand von Beispielen für den Unterricht vorgestellt. Im zweiten Teil des Vortrags wird anhand konkreter Unterrichtsmaterialien dargestellt, wie speziell gestaltete Maps gewinnbringend beim Problemlösen und beim Modellieren eingesetzt werden können.

Jakob Heller & Matthias Brandl (Passau): „Der GeoGebra-Prüfungsmodus (Schulversuch ‚CAS in Prüfungen‘)“

Im Rahmen des gymnasialen Schulversuchs „CAS in Prüfungen“ wurde insbesondere auch der GeoGebra-Prüfungsmodus hinsichtlich des Einsatzes in der Sekundarstufe I und II untersucht. Neben Auszügen aus der Abschlussevaluation werden der Prüfungsmodus und andere Elemente von GeoGebra und deren Einsatzmöglichkeiten kurz vorgestellt.

Thomas Borys (Karlsruhe): „Geheimschriften im Mathematikunterricht“

Geheimschriften werden in die Wissenschaft der Kryptologie eingeordnet. War diese noch bis vor wenigen Jahrzehnten eine Wissenschaft für Regierungen, Geheimdienste und Spione, so ist sie heute dank der modernen Informationstechnik mitten in unserem Leben. Viele Anwendungen im Umfeld des Computers bedienen sich kryptologischer Techniken, beispielsweise beim Login auf das E-Mail-Account, Arbeiten auf https-Seiten und Online-Banking. Wegen dieser Bedeutung im Leben des modernen Menschen sollten kryptologische Themen im allgemeinbildenden Unterricht angesprochen werden. Dafür bietet sich das Fach Mathematik, wegen seinen vielfältigen Vernetzungen zur Kryptologie, an. An verschiedenen Verschlüsselungsverfahren werden die inhaltlichen Vernetzungen der Kryptologie zu den Inhalten des Mathematikunterrichts dargelegt. Insbesondere werden dabei praktische unterrichtliche Umsetzungsmöglichkeiten aufgezeigt.

Matthias Brandl (Passau): „Digitale Interaktive Mathematische Maps“

Bei den Digitalen Interaktiven Mathematischen Maps (DIMM) der Passauer Professur für Didaktik der Mathematik handelt es sich um frei zugängliche dreidimensionale Wissensnetze, in der die Entwicklung und Vernetzung von mathematischem Wissen historisch und in Relation zueinander visuell nachvollzogen werden kann. Die DIMM werden kurz vorgestellt und Anwendungsgebiete exemplarisch erläutert.

Mutfried Hartmann (Karlsruhe): „Vernetzen durch Analogisieren am Beispiel der Tortenstückmethode“

Die heuristische Technik des Analogisierens unterstützt nicht nur entdeckendes und kreativitätsförderndes Lernen im Unterricht, sondern bietet auch Chancen z. B. für ein verstehensorientiertes bildliches Memorieren und die Vernetzung von Inhalten. Sie ermöglicht eine Durchgängigkeit, die zudem nicht nur durch die Schule hindurch, sondern auch über diese hinaustragen kann. Am Beispiel der Tortenstückmethode soll exemplarisch gezeigt werden, wie für Lernende ganz konkret aus einer Schlüsselidee eine wirkliche Leitidee wird, die nicht nur strukturiert, sondern für diese tatsächlich auch handlungsleitend wirken kann.

Matthias Brandl (Passau): „Neue internationale Evaluationsergebnisse zu Digital Interactive Mathematical Maps“

Die Digital Interactive Mathematical Maps (DIMM) wurden zuletzt in Sibiu (Rumänien) am Center of Excellence zur Förderung mathematisch begabter und interessierter Schülerinnen und Schüler eingesetzt. Ergebnisse aus der zugehörigen Evaluation werden vorgestellt und diskutiert.

Weitere Tagungsordnungspunkte betrafen Organisatorisches:

- *Planung der nächsten Tagungen:* Da ursprünglich ein parallellaufender Slot zur Grundstufe (Jahrgangsstufen 1 bis 6) geplant war und dieser aufgrund Erkrankung kurzfristig abgesagt werden musste, soll dieser im Herbst 2026 als Lehrkräftefortbildung nachgeholt werden. Die Organisation an der Universität Passau übernehmen Stefanie Winkler und Matthias Brandl.
- *Schriftenreihe „Mathe vernetzt – Anregungen und Materialien für einen vernetzenden Mathematikunterricht“ des Arbeitskreises, herausgegeben von Astrid Brinkmann:* Die Arbeit an Band 8 wird bis Ende 2026 abgeschlossen sein; die Artikelliste ist vollständig und ein Großteil der Beiträge sind eingereicht und begutachtet. Herausgeber sind Matthias Brandl, Astrid Brinkmann und Thomas Borys.

Autorinnen und Autoren, die einen Artikel für die Schriftenreihe anbieten möchten, wenden sich bitte an Astrid Brinkmann: astrid.brinkmann@math-edu.de. Informationen und Formatvorlage findet man unter: www.math-edu.de/Vernetzungen/Schriftenreihe.html

Davor fand die 14. Tagung des Arbeitskreises „Vernetzungen im Mathematikunterricht“ an der Eberhard Karls Universität Tübingen und der Tübingen School of Education am 13. und 14. November 2025 statt; sie wurde von Walther Paravicini organisiert. Das Vortragsangebot war breit gefächert.

Die Vorträge bzw. Workshops des Tagungsprogramms waren:

- Peter Kaiser (Tübingen) & Ingrid Lenhardt (Karlsruhe): „Gitterbasierte Kryptographie“
- Carla Cederbaum, Luca Koch, Colin Kühner, Jakob Stelzer (Tübingen): „Von Ephraim Kishon bis in Algebra und Topologie (Workshop)“
- Matthias Brandl (Passau): „Eine vernetzende Reise durch Algebra und Geometrie mit Brahmagupta“
- Michael Bürker (Tübingen): „Die Mathematik ist die Sprache der Natur“ – Spannende Probleme mit historischem Hintergrund“

Die Tagungsprogramme und weitere Informationen zu den Tagungen des Arbeitskreises können im Internet unter der Adresse www.math-edu.de/Vernetzungen/Tagungen.html abgerufen werden. Insbesondere sind dort auch die Abstracts für die 14. Tagung zu finden, die auf Grund des begrenzten Platzangebots hier leider nicht mit aufgenommen werden konnten. Allgemeine Informationen zum Arbeitskreis „Vernetzungen im Mathematikunterricht“ findet man unter: www.math-edu.de/Vernetzungen.html. Interessierte sind als weitere Mitglieder herzlich willkommen. Bitte wenden Sie sich ggf. an die Sprecher des Arbeitskreises Matthias Brandl oder Thomas Borys bzw. an die Reihenherausgeberin der Schriftenreihe Astrid Brinkmann.

Literatur

Brandl, M. & Borys, T. (im Druck). Bericht des Arbeitskreises „Vernetzungen im Mathematikunterricht“, *Beiträge zum Mathematikunterricht 2026*. WTM.

Thomas Borys, Pädagogische Hochschule Karlsruhe
thomas.borys@ph-karlsruhe.de

Matthias Brandl, Universität Passau
matthias.brandl@uni-passau.de

Das war die Jahrestagung der GDM 2026

Forschen in Vielfalt zwischen Bergen und Tälern

Lena Radünz

Vom 2. bis zum 6. März 2026 fand die 59. Jahrestagung der Gesellschaft für Didaktik der Mathematik an der Bergischen Universität Wuppertal statt. Unter dem Motto „Forschen in Vielfalt zwischen Bergen und Tälern“ kamen rund 700 Teilnehmende aus dem deutschsprachigen Raum und darüber hinaus zusammen, um aktuelle Entwicklungen, Perspektiven und Herausforderungen der Mathematikdidaktik zu diskutieren. Die Tagung knüpfte damit an die lange Tradition der GDM-Jahrestagungen an und brachte die mathematikdidaktische Community erneut in einem vielfältigen wissenschaftlichen und sozialen Rahmen zusammen.

Die Wahl des Tagungsmottos spiegelte nicht nur die besondere Topografie Wuppertals wider, sondern stand zugleich sinnbildlich für die Vielgestaltigkeit mathematikdidaktischer Forschungsperspektiven, die in Wuppertal gelebt wird. Zwischen historischen, empirischen, stoffdidaktischen und digitalen Zugängen wurden unterschiedliche Sichtweisen auf mathematische Bildung sichtbar gemacht und miteinander ins Gespräch gebracht. Die Bergische Universität Wuppertal, die bereits 1987 Gastgeberin der GDM-Jahrestagung war, bot hierfür einen passenden Rahmen.

Mit einem umfangreichen wissenschaftlichen Programm, zahlreichen Austauschmöglichkeiten sowie ei-

nem abwechslungsreichen Rahmenprogramm wurde die Tagung zu einem Ort intensiver fachlicher Diskussionen und persönlicher Begegnungen. Ein besonderer Dank gilt den Hauptvortragenden, die dem wissenschaftlichen Programm wichtige Impulse verliehen haben: Dr. Fiene Bredow (Universität Bremen), Prof. Dr. Karine Chemla (University of Edinburgh/CNRS Paris), Prof. Dr. Andreas Dengel (Goethe-Universität Frankfurt am Main), Prof. Dr. Friedhelm Käpnick (Universität Münster) sowie Prof. Dr. Ysette Weiss (Johannes Gutenberg-Universität Mainz). Die Vorträge griffen zentrale mathematikdidaktische Themen wie mathematisches Argumentieren, historische Perspektiven auf mathematische Symbolik, Künstliche Intelligenz in Bildungsprozessen, Begabungsförderung sowie mathematikdidaktische Entwicklungen in Ost- und Westdeutschland auf.

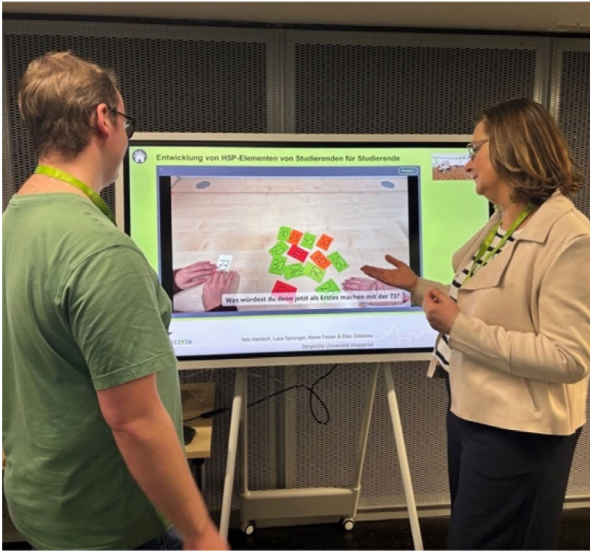
Ein besonderer Moment der Tagung war die Verleihung des GDM-Förderpreises für herausragende Dissertationen am Mittwoch an Dr. Franziska Strübbe. Wir freuen uns sehr, dass wir eine so herausragende Wissenschaftlerin mittlerweile als Kollegin an der Bergischen Universität Wuppertal begrüßen dürfen.

Erstmals wurden auf der GDM-Jahrestagung neben klassischen Postern auch sechs digital-interaktive



Foto: Team Wuppertal

Die didaktische Community im Hörsaal 33 während der Förderpreisverleihung an Dr. Franziska Strübbe



Einblicke in die digital-interaktive Posterpräsentation



Foto: Team Wuppertal

Poster präsentiert. Die Beiträge eröffneten neue Möglichkeiten der Darstellung mathematikdidaktischer Forschung, indem sie multimediale Elemente, interaktive Visualisierungen sowie digitale Verlinkungen integrierten. Die digital-interaktiven Poster luden die Besucher/-innen dazu ein, Inhalte eigenständig zu erkunden und mit den Autorinnen und Autoren in einen vertieften Austausch zu treten. Während das neue Format zunächst von wenigen mutigen Beitragenden erprobt wurde, wurde diese Art der Präsentation von vielen Tagungsgästen mit großem Interesse aufgenommen und stellte eine bereichernde Ergänzung des Posterprogramms dar.

Ein besonderes Anliegen der GDM 2026 war die bewusste Gestaltung eines wertschätzenden und respektvollen Miteinanders. Mit einem explizit formulierten Code of Conduct wurde das Thema Awareness fest in der Tagung verankert. Bereits zur Eröffnung wurde dieses Anliegen durch eine gemeinsame Ansprache des Organisationsteams und des GDM-Vorstands hervorgehoben. Durch kleine Schleifenaufkleber auf den Namensschildern konnten die Tagungsteilnehmenden ihre bewusste Zustimmung zu den gemeinsamen Vereinbarungen sichtbar machen. Die positive Resonanz zeigte, dass die offene Thematisierung eines respektvollen Umgangs innerhalb der mathematikdidaktischen Community auf breite Zustimmung stieß.

Darüber hinaus setzte die Tagung einen deutlichen digitalen und nachhaltigen Akzent. Mit einer neu entwickelten entwickelten Tagungs-App sowie einer digitalen Tagungstasche wurde bewusst weitgehend auf analoge Materialien verzichtet. Dieser Nachhaltigkeits-

gedanke spiegelte sich auch in weiteren organisatorischen Maßnahmen wider, etwa in der Nutzung wiederverwendbarer Kaffeebecher sowie dem Einsammeln und Wiederverwenden der Namensschilder nach Veranstaltungsende.

Tabelle 1. Beiträge auf der 59. Jahrestagung der GDM

Beitragsformat	Anzahl
Hauptvorträge	5
Kurzvorträge	44
Einzelvorträge	248
Beiträge in 19 Minisymposien	114
Poster (klassisch)	57
Poster (digital-interaktiv)	6
Diskussionsforen	1
Arbeitskreistreffen	14
ErLe-Workshops	24

Nachwuchsprogramm

Bereits vor Beginn der Haupttagung fand vom 1. bis zum 2. März 2026 der Nachwuchstag statt, der von der Nachwuchsvertretung der GDM organisiert wurde. 83 Nachwuchswissenschaftler/-innen erhielten dort Gelegenheit, sich zu promotionsrelevanten Themen weiterzubilden und sich innerhalb der mathematikdidaktischen Community zu vernetzen. Das Angebot umfasste Workshops und Gesprächsformate zu Themen wie wissenschaftlichem Schreiben, Vortragstechniken,

Forschungsdesigns, Open Science sowie zum Einsatz Künstlicher Intelligenz im wissenschaftlichen Arbeiten.

Auch während der Haupttagung wurde das Nachwuchsprogramm fortgeführt. Für fortgeschrittene Promovierende, Post-Docs und Juniorprofessorinnen und Juniorprofessoren wurden Angebote zu Karrierewegen in der Wissenschaft, Publikationsstrategien sowie Drittmittelanträgen bereitgestellt. Die zahlreichen Austauschmöglichkeiten trugen wesentlich dazu bei, neue Kontakte zu knüpfen und bestehende Kooperationen zu vertiefen.

Eröffnung und das Rahmenprogramm

Die Tagung wurde am Montag, den 2. März 2026, an der Bergischen Universität Wuppertal eröffnet. Nach der offiziellen Begrüßung durch die Rektorin der Bergischen Universität Wuppertal, Prof. Dr. Birgitta Wolff, die Oberbürgermeisterin der Stadt Wuppertal, Miriam Scherff, sowie durch den Vorstand der GDM, Prof. Dr. Florian Schacht und Prof. Dr. Marita Friesen, begann die wissenschaftliche Tagung mit ersten Vorträgen und Begegnungen. Der Eröffnungsabend bot anschließend Gelegenheit zum informellen Austausch und wurde durch einen Auftritt des Uni-Chors sowie der Studierendenband Confused musikalisch begleitet.

Neben dem wissenschaftlichen Austausch bot das Rahmenprogramm zahlreiche Möglichkeiten, Wuppertal und das Bergische Land kennenzulernen. Besonders die Ausflüge am Mittwochnachmittag sowie der Liederabend im Turm der Sparkasse hoch über den Dächern Wuppertals am Dienstagabend wurden von Tagungsgästen genutzt, um den Tagungsort abseits der Universität zu erkunden.

Der Gesellschaftsabend am Donnerstag bildete den Höhepunkt des sozialen Rahmenprogramms. Mit dem Wuppertaler Brauhaus wurde eine außergewöhnliche Location gewählt, die durch ihre besondere Geschichte und Atmosphäre beeindruckte: Das Gebäude, das ursprünglich als Schwimmbad errichtet wurde, bot mit seiner offenen Architektur und dem historischen Ambiente einen eindrucksvollen Rahmen für den Abend.

Die lockere und gesellige Stimmung wurde durch Getränke zum Selbstzapfen sowie vielfältige Essensstationen mit zahlreichen kulinarischen Angeboten unterstützt. Bereits mit den ersten Tönen der Band Local Hazards füllte sich die Tanzfläche schnell, und die musikalische Begleitung sorgte den gesamten Abend über für eine ausgelassene Atmosphäre. Einmal mehr zeigte sich die große Feier- und Tanzbereitschaft der mathematikdidaktischen Community, die bis in die frühen Morgenstunden anhielt und den Gesellschaftsabend zu einem besonderen Erlebnis machte.



Foto: Team Wuppertal

Der Gesellschaftsabend im Wuppertaler Brauhaus

Im Rahmen des Gesellschaftsabends wurde zudem der WAXMANN-Posterpreis verliehen. Mit drei ausgezeichneten klassischen Postern sowie einem prämierten digital-interaktiven Poster wurden insgesamt vier Beiträge in zwei unterschiedlichen Kategorien geehrt. Damit spiegelte die Preisverleihung zugleich die inhaltliche und mediale Vielfalt des Posterprogramms der GDM 2026 wider.

ErLe-Tag

Am Dienstag, den 3. März 2026, fand der ErLe-Tag statt, der sich speziell an **Erzieher/-innen** und **Lehrer/-innen** richtete. In zahlreichen praxisorientierten Workshops und Vorträgen wurden aktuelle mathematikdidaktische Themen aus unterschiedlichen Bildungsbereichen aufgegriffen. Das Angebot richtete sich an Fachkräfte aus dem Elementarbereich ebenso wie an Lehrkräfte der Primar- und Sekundarstufen.

Die Workshops behandelten unter anderem Themen aus den Bereichen Geometrie, Digitalität, mathematische Sprachbildung sowie den Einsatz digitaler Werkzeuge im Mathematikunterricht. Ziel des ErLe-Tages war es, aktuelle Forschungsergebnisse mit konkreten unterrichtlichen Erfahrungen zu verbinden und

den Austausch zwischen Wissenschaft und Praxis zu fördern.

Dank

Eine Tagung in der Größenordnung der GDM lebt vom Engagement vieler Beteiligter. Unser besonderer Dank gilt daher allen Mitwirkenden, die zum Gelingen der Tagung beigetragen haben – den Vortragenden, Workshopleiterinnen und Workshopleitern, Moderatorinnen und Moderatoren, studentischen Hilfskräften sowie allen Unterstützerinnen und Unterstützern innerhalb und außerhalb der Bergischen Universität Wuppertal.

Ebenso danken wir allen Tagungsteilnehmenden für die zahlreichen Beiträge, anregenden Diskussionen und die offene, wertschätzende Atmosphäre während der gesamten Woche. Die GDM 2026 hat eindrucksvoll gezeigt, wie vielfältig mathematikdidaktische Forschung heute ist und wie gewinnbringend der Austausch zwischen unterschiedlichen Perspektiven und Generationen sein kann.

Im Namen des lokalen Organisationsteam
der GDM 2026 in Wuppertal

Lena Radünz

Lena Radünz, Bergische Universität Wuppertal
raduenz@uni-wuppertal.de

KI- und Data-Literacy als Bildungsaufgabe

Rückblick auf das AIDEA Symposium 2025 in Salzburg

Sarah Schönbrodt und Susanne Podworny

Vom 24. bis 28. Februar 2025 fand in Salzburg das erste internationale „Symposium on Integrating AI and Data Science into School Education Across Disciplines“ (AIDEA, aidea2025.github.io) statt. Mehr als 60 Expert/innen – darunter Wissenschaftler/innen der Mathematik-, Statistik-, Informatik- und Mediendidaktik, Lehrkräfte und Bildungspolitiker/innen – diskutierten die Herausforderungen und Perspektiven einer zeitgemäßen Bildung zu den Grundlagen von Data Science und datengetriebener Künstlicher Intelligenz (KI) in Schule und Lehrkräftebildung.

Die Idee für das Symposium entstand aus der Kooperation des ProDaBi-Projekts an der Universität Paderborn (www.prodabi.de), dem Projekt CAMMP (www.cammp.online) von KI macht Schule (ki-macht-schule.de). Das Scientific Program Committee setzte sich aus Vertreter/innen der Projekte ProDaBi (Susanne Podworny als Co-Chair, Rolf Biehler, Carsten Schulte), CAMMP (Sarah Schönbrodt als Co-Chair, Martin Frank) und KI macht Schule (Steffen Schneider, Sarah Schönbrodt) zusammen. Die Proceedings des Symposiums sind unter aidea2025.github.io/proceedings/ abrufbar. Die Hoffnung der Veranstalter/innen, hiermit eine internationale Symposiumsreihe zu begründen, erfüllte sich: Das nächste AIDEA-Symposium findet 2027 in Stockholm statt.

Im digitalen Zeitalter entstehen Daten in nie dagewesener Geschwindigkeit und werden von zunehmend komplexen Systemen verarbeitet. Daher ist es entscheidend, zu verstehen, wie Daten analysiert und interpretiert werden können, um fundierte Entscheidungen in verschiedenen Bereichen zu treffen. Kompetenzen im Bereich Data Science sollen Lernende befähigen, Erkenntnisse aus großen Datenmengen zu gewinnen und evidenzbasierte Entscheidungen zu treffen (Ridgway, 2022). Ebenso ist die Förderung von KI-Kompetenzen von zentraler Bedeutung. KI-Technologien sind allgegenwärtig und beeinflussen nahezu alle Lebensbereiche – von Produkten, die wir nutzen, bis hin zu unserer Arbeits- und Lebensweise (Casal-Otero et al., 2023). Die Vertrautheit mit grundlegenden KI-Konzepten und -Anwendungen gilt als zentrale Voraussetzung, um KI-basierte Technologien kritisch einordnen, sinnvoll nutzen und ihre gesellschaftlichen Auswirkungen mitgestalten zu können (Long & Magerko, 2020). Vor dem Hintergrund einer sich rasant wandelnden, von

KI durchdrungenen Technologielandschaft sollen Lernende befähigt werden, ihre digitale Lebenswelt nicht nur zu verstehen, sondern aktiv und verantwortungsvoll zu gestalten (Casal-Otero et al., 2023).

Das Symposium verfolgte das Ziel, ein breites Verständnis für die Chancen und Herausforderungen bei der Vermittlung grundlegender Konzepte von KI und Data Science in verschiedenen Schulfächern zu fördern. Im Mittelpunkt standen Bildung über KI und Data Science sowie die Entwicklung mathematischer, statistischer und informatischer Kompetenzen, die mit KI- und Datenkompetenz verknüpft sind (Höper & Schulte, 2024; Ng et al., 2021). Die bloße Nutzung von KI-Technologien im Bildungskontext stand nicht im Mittelpunkt des Symposiums.

Zentrale Themen und Herausforderungen

Das Symposium widmete sich Ansätzen zur Förderung von Data und AI-Literacy, Methoden der Unterrichtsgestaltung, Curriculumsentwicklung, ethischen Fragestellungen sowie der Bedeutung mathematischer und technischer Grundlagen (Schönbrodt & Podworny, 2025). Zahlreiche Beiträge zeigten, wie Datenexploration mit Tools wie CODAP (codap.concord.org) oder Jupyter Notebooks zur Entwicklung von kritischem Erkenntnisgewinn und epistemischer Handlungsfähigkeit beitragen kann.

Intensiv diskutiert wurde, wie Bildung zu KI und Data Science alters- und stufengerecht vermittelt werden kann. Anhand von best-practice Beispielen sowie empirischen Befunden wurden Materialien, Online-Lehrbücher, modulare Curricula und Fortbildungsangebote vorgestellt, die Lehrkräfte in ihrer Unterrichtspraxis unterstützen. Ein weiteres zentrales Anliegen war die Verknüpfung von technischem und mathematischem Grundlagenwissen mit ethischen und gesellschaftlichen Fragestellungen. Themen wie algorithmische Fairness, erklärbare KI sowie die kritische Reflexion von Datenpraktiken wurden adressiert.

Im Rahmen von Projekten wie ProDaBi, CAMMP und KI macht Schule sowie des IEEE-Frameworks für Data und AI Literacy (standards.ieee.org/ieee/7015/10688/) wurden interdisziplinäre Modelle zur Integration von KI- und Data-Science-Kompetenzen diskutiert.

Als zentrale Erfolgsfaktoren wurden qualifizierte Lehrkräfte, geeignete Materialien und die Vernetzung von Informatik, Mathematik/Statistik und den jeweiligen Fachdidaktiken hervorgehoben. Das interdisziplinäre Symposium machte deutlich, dass eine nachhaltige Verankerung entsprechender Kompetenzen sowohl systemische Innovationen als auch die Entwicklung von geeigneten, interdisziplinären Fortbildungsprogrammen erfordert.

Ausblick

Das AIDEA Symposium unterstrich die dringende Notwendigkeit, AI und Data Literacy als Querschnittsthema für eine demokratische und mündige Gesellschaft zu etablieren (Long & Magerko, 2020; Biehler et al., 2018). Dies erfordert differenzierte fachdidaktische, pädagogische, ethische und gesellschaftliche Diskurse sowie geeignete Lernumgebungen für alle Bildungsbereiche (Höper & Schulte, 2024; Fleischer et al., 2022; Schönbrodt et al., 2024; Gresse von Wangenheim et al., 2021). Das Symposium bot wichtige Impulse für weitere empirische Forschung und internationale Kooperationen und wird künftig regelmäßig stattfinden. Die Fortsetzung des Symposiums findet vom 22.–26. 2. 2027 an der KTH in Schweden statt (aideasymposium.github.io/).

Danksagung

Wir sprechen der Deutschen Telekom Stiftung unseren ausdrücklichen Dank aus, die als Initiatorin und Förderin des ProDaBi-Projekts ergänzend auch als Hauptsponsorin des Symposiums gewirkt hat. Ferner danken wir dem Fachbereich Mathematik der Paris Lodron Universität Salzburg, dem Land Salzburg (Nr. F2400744-KOV), der Stadt Salzburg, der Österreichischen Statistischen Gesellschaft und der Industriellenvereinigung Salzburg als weitere Sponsoren.

Literatur

- Biehler, R., Budde, L., Frischemeier, D., Heinemann, B., Podworny, S., Schulte, C., & Wassong, T. (Eds.). (2018). *Paderborn Symposium on Data Science Education at School Level 2017: The collected extended abstracts*. Universitätsbibliothek Paderborn. DOI: [10.17619/UNIPB/1-374](https://doi.org/10.17619/UNIPB/1-374)
- Casal-Otero, L., Catala, A., Fernández-Morante, C., Taboada, M., Cebreiro, B., & Barro, S. (2023). AI literacy in K-12: A systematic literature review. *International Journal of STEM Education*, 10(1), Article 29. DOI: [10.1186/s40594-023-00418-7](https://doi.org/10.1186/s40594-023-00418-7)
- Fleischer, Y., Biehler, R., & Schulte, C. (2022). Teaching and learning data-driven machine learning with educationally designed Jupyter notebooks. *Statistics Education Research Journal*, 21(2), 154–172. DOI: [10.52041/serj.v21i2.61](https://doi.org/10.52041/serj.v21i2.61)
- Gresse von Wangenheim, C., Hauck, J. C. R., Pacheco, F. S., & Bertoneceli Bueno, M. F. (2021). Visual tools for teaching machine learning in K-12: A ten-year systematic mapping. *Education and Information Technologies*, 26(5), 5733–5778. DOI: [10.1007/s10639-021-10570-8](https://doi.org/10.1007/s10639-021-10570-8)
- Höper, L., & Schulte, C. (2024). New perspectives on the future of computing education: Teaching and learning explanatory models. *Proceedings of the 24th Koli Calling International Conference on Computing Education Research*, 1–8. DOI: [10.1145/3699538.3699558](https://doi.org/10.1145/3699538.3699558)
- Long, D., & Magerko, B. (2020). What is AI literacy? Competencies and design considerations. *Proceedings of the 2020 CHI Conference on Human Factors in Computing Systems*, 1–16. DOI: [10.1145/3313831.3376727](https://doi.org/10.1145/3313831.3376727)
- Ng, D. T. K., Leung, J. K. L., Chu, S. K. W., & Qiao, M. S. (2021). Conceptualizing AI literacy: An exploratory review. *Computers and Education: Artificial Intelligence*, 2, Article 100041. DOI: [10.1016/j.caeai.2021.100041](https://doi.org/10.1016/j.caeai.2021.100041)
- Ridgway, J. (Ed.). (2022). *Statistics for empowerment and social engagement: Teaching civic statistics to develop informed citizens*. Springer. DOI: [10.1007/978-3-031-20748-8](https://doi.org/10.1007/978-3-031-20748-8)
- Schönbrodt, S., Dohmen, H., Pommer, P., Schneider, S., Berberich, N., & KI macht Schule Team. (2024). Bildung mit und über KI in der Schule: Umsetzung einer partizipativen Unterrichtsplattform. *Proceedings of DELFI Workshops 2024*. Gesellschaft für Informatik e. V. DOI: [10.18420/delfi2024-ws-21](https://doi.org/10.18420/delfi2024-ws-21)
- Schönbrodt, S., & Podworny, S. (2025). Shaping the future of education: AI and data science literacy as a civic imperative in education. In S. Podworny & S. Schönbrodt (Eds.), *Towards fostering AI and data science literacy in schools across disciplines: Proceedings of the 1st Symposium on Integrating AI and Data Science into School Education Across Disciplines (AIDEA1 2025)*. openreview.net/pdf?id=KV7Xclx7N

Sarah Schönbrodt, Universität Salzburg
sarah.schoenbrodt@plus.ac.at

Susanne Podworny, Hochschule Fulda
susanne.podworny@hs-fulda.de

Prof. Dr. Peter Bender

Grundvorstellungen und Grundverständnisse zum 80. Geburtstag

Tobias Huhmann, Kordula Knapstein und Gerda Werth



Foto: Gerda Werth

Peter Bender

Am 7. Juli 2026 feiert Peter Bender seinen 80. Geburtstag. Hierzu möchten ihm nicht nur die Verfasserinnen und Verfasser dieser Zeilen, sondern gewiss zahlreiche Mitglieder der GDM herzlich gratulieren. Über mehr als drei Jahrzehnte prägte Peter Bender als Professor für Didaktik der Mathematik an der Universität Paderborn die

Lehrerinnen- und Lehrerbildung – und mit ihr Generationen von Studierenden. Was ihn dabei stets antrieb, lässt sich in einem Satz fassen: mathematische Vorstellungen und mathematisches Verständnis gemeinsam mit Studierenden zu entwickeln.

Vom Mathematiker zum Mathematikdidaktiker

Geboren 1946 in Worms, führte Peter Benders Weg zunächst tief in die reine Mathematik. 1976 wurde er in Mainz bei Erhard Gottschling promoviert – mit einer gruppentheoretischen Arbeit über eine endliche Präsentation der Siegelschen Modulgruppe zweiten Grades. Auch seine ersten Veröffentlichungen, etwa zu einer Präsentation der symplektischen Gruppe im *Journal of Algebra* (1980), zeigen den gründlich ausgebildeten Mathematiker. Diese fachliche Verwurzelung blieb zeitlebens spürbar und wurde zum festen Fundament seiner didaktischen Arbeit.

Der Wechsel in die Didaktik der Mathematik vollzog sich konsequent: 1980 wurde Peter Bender Professor in Kassel, 1988 kam er zunächst vertretungsweise nach Paderborn, ehe er 1992 dort zum Professor für Didaktik der Mathematik ernannt wurde. In Paderborn fand er seine wissenschaftliche Heimat – und blieb ihr treu, obwohl er mehrere Rufe an andere Universitäten erhielt und ablehnte.

Forschung: Vorstellungen und Verständnisse als roter Faden

Peter Benders Forschung ist von bemerkenswerter Breite. Sie reicht von der Sachmathematik in der Primar-

stufe über die operative Genese der Geometrie – verdichtet in der gemeinsam mit Alfred Schreiber verfassten, mehr als 460 Seiten umfassenden Monographie von 1985 – bis zum Mathematikunterricht auf allen Stufen, den Neuen Medien im Unterricht und der kritischen Prüfung quantitativer Untersuchungen im Bildungswesen. Gerade das Geometrielernen lag ihm dabei über alle Schulstufen hinweg besonders am Herzen, indem er sich für ein systematisches, zugleich flexibles Geometriecurriculum von der Grundschule bis zur Sekundarstufe II einsetzte – eines, in dem anschauliches Operieren und begriffliche Durchdringung Hand in Hand gehen und Vorstellungen über die Jahre tragfähig wachsen können – mit Betonung der Raumgeometrie. Als roter Faden zieht sich durch dieses Werk die Frage, wie sich tragfähige Grundvorstellungen und Grundverständnisse zu mathematischen Begriffen ausbilden. Bereits seit 1990 bündelt Peter Bender hierzu eigene Arbeiten; sein Hauptvortrag beim ICME-8 in Sevilla 1996 zu *Basic Imagery and Understandings for Mathematical Concepts* trug diese Sichtweise auch international vor. Charakteristisch ist dabei seine Doppelperspektive: Es geht ihm stets um die anschauliche Vorstellung *und* das begriffliche Verständnis – beides untrennbar miteinander verbunden.

Bei den Neuen Medien zeigte sich Peter Bender als hellwacher, unbestechlicher Kritiker. Seine frühe Kritik der Logo-Philosophie und sein Plädoyer, „die didaktischen und pädagogischen Erwartungen an den Computer klein zu halten“, formulierten eine bis heute und auch zukünftig lesenswerte Mahnung. Sein pointierter Befund, dass Rechner zwar die Trivialität von Kalkülen verstärkten, gehaltvolle Begriffe aber nicht trivialisierten, bringt sein didaktisches Denken auf den Punkt. Zugleich nutzte er das Potenzial der Werkzeuge produktiv, forschte zum digital unterstützten Geometrielernen, zur Wirksamkeit und zum Beweisbedürfnis und brachte Dynamische-Geometrie-Software bereits in die Erstsemester-Vorlesung. Was er in Vorlesung und Übung mit DGS einführte, sollte für ihn konsequenterweise auch in der Klausur seinen Platz haben – ein Anspruch, der uns Mitarbeiterinnen und Mitarbeiter zu Hochzeiten vor die durchaus reizvolle Aufgabe stellte, eine Computerklausur für über 500 Teilnehmende zu organisieren.

Eine eigene, streitbare Linie bilden seine Beiträge zu den großen Vergleichsstudien. In der Reihe „Die

etwas andere Sicht“ auf PISA, TIMSS und IGLU nahm Peter Bender Messinstrumente, Aufgaben und Interpretationen kritisch unter die Lupe und scheute dabei keine unbequemen Positionen. Überhaupt ist Peter Bender eine Persönlichkeit, die klare Kante zeigt: Er bezieht unmissverständlich Stellung, benennt Schwächen offen und steht für seine Überzeugungen ein – auch dann, wenn er gegen den Strom schwimmt. Diese intellektuelle Unabhängigkeit, auch sichtbar in seiner Mitgliedschaft im Netzwerk Wissenschaftsfreiheit und in seiner Kritik an der konsekutiven Lehramtsausbildung, ist ein prägender Wesenszug seines wissenschaftlichen wie persönlichen Wirkens.

Lehre: „Peter muss bleiben!“

Peter Bender – ein Hochschullehrer im besten Sinne. Legendär ist seine Studierendennähe: Spätestens nach der zweiten Woche eines beginnenden Semesters konnte er einen Großteil der Studierenden in einem gut gefüllten Audimax und sprach sie fortan namentlich an. Als er 2004 einen Ruf auf eine C4-Professur der Universität Koblenz erhielt, protestierte die Studierendenschaft mit einem Banner vor dem Präsidium der Universität Paderborn – die Botschaft lautete schlicht: „Peter muss bleiben!“ Wie ernst es den Studierenden damit war, belegt ein unmissverständlicher Appell der Fachschaft GHRGe in einem Schreiben an die Fakultät: Peter Bender sei „ein ausgezeichnete Dozent, der Paderborn unbedingt erhalten bleiben muss“. Seine Veranstaltungen seien fachlich wie didaktisch hervorragend strukturiert; mit vorbildlichen Skripten hole er die Studierenden dort ab, wo sie stünden, lade sie auf individuellen Lernwegen zum Verstehen ein, konkretisiere Abstraktes und gebe ihnen „Vorstellungs-Modelle“ mit auf den Weg – ohne je die Kraft des eigenen Verstandes der Lernenden zu übergehen. Bender blieb. Diese Wertschätzung spiegelt sich auch in den Auszeichnungen wider: 1988 wurde Peter Bender mit dem „Goldenen Wischer“ seines Fachbereichs geehrt; 2004 folgte der Weierstraß-Preis für hervorragende Lehre. Seine Vorlesungen richteten sich an Lehramtsstudierende sehr unterschiedlicher Vorbildung – ihm gelang dabei, so die Laudatio, geradezu „die Quadratur des Kreises“: alle gleichermaßen anzusprechen und zu intensiver Mitarbeit anzuregen. Die studentische Vorlesungskritik fasste es in eigene Worte: Bender habe den Preis verdient, „weil er immer mit Witz den Stoff vermittelt und ihn sehr verständlich macht“; er sei „immer mit Elan und Charme bei der Sache“; und „dumme Fragen“ gebe es bei ihm nicht. Treffender lässt sich sein Anliegen kaum beschreiben – mathematische Vorstellungen und mathematisches Verständnis nicht zu dozieren,

sondern gemeinsam mit Studierenden zu entwickeln. Bezeichnend ist, dass diese Zugewandtheit bis heute anhält: Auch im Ruhestand hält er weiterhin eine wöchentliche Sprechstunde – und sie dauert, ganz in seinem Sinne, so lange, bis alle dran waren, die bis zum offiziellen Ende gekommen sind.

Akademische Verantwortung

Neben Forschung und Lehre übernahm Peter Bender über viele Jahre Verantwortung in der akademischen Selbstverwaltung. Von 1995 bis 1997 war er Dekan des damaligen Fachbereichs Mathematik/Informatik; seit 1997 wirkte er als Sprecher der Fachgruppe Didaktik der Mathematik. Lange Jahre war er stellvertretender Direktor des Zentrums für Bildungsforschung für den Bereich Studium und Lehre und – von 2009 bis 2015 – stellvertretender Leiter des Instituts für Mathematik. Fast durchgehend gehörte er dem Fakultätsrat an, war in zahlreichen Kommissionen tätig und als Gutachter für die DFG, für Fachzeitschriften und in Berufungsverfahren gefragt. Auch für die GDM war er tätig: von 1982 bis 1988 als Schriftführer im Vorstand und als Schriftleiter der Mitteilungen sowie jahrelang als Erster am Büffet bei den Gesellschaftsabenden. 2014 beging er sein 40-jähriges Dienstjubiläum; seit seinem Eintritt in den Ruhestand im Juli 2014 ist er als Senior-Lecturer bis heute mit Lehrveranstaltungen in jedem Semester aktiv.

Zum Geburtstag

Wer Peter Benders Wirken kennt, weiß, dass er Vorstellungen und Verständnisse nie nur gelehrt, sondern stets gelebt hat – mit Klarheit, mit kritischem Geist und mit jener Zugewandtheit, die Studierende über Jahrzehnte an ihn band. Wir wünschen dir, lieber Peter, von Herzen alles Gute zum 80. Geburtstag – auf dass du weiterhin viele Studierende mit deinem Wirken für die Mathematik begeisterst, mit anschaulichen Vorstellungen, die untrennbar mit begrifflichem Verständnis verbunden sind. Ad multos annos!

Tobias Huhmann, PH Weingarten
huhmann@ph-weingarten.de

Kordula Knapstein, GS Paderborn
kordula@mail.uni-paderborn.de

Gerda Werth, Uni Paderborn
gerda.werth@mail.uni-paderborn.de

Würdigung von Prof. Dr. Peter Gallin zu seinem 80. Geburtstag

Stephan Hußmann

Peter Gallin wurde 1946 in St. Moritz geboren. Er wird am 25. Juli 2026 seinen 80. Geburtstag feiern. Ein Anlass und eine schöne Gelegenheit, sein Lebenswerk zu würdigen. Ein Werk, das die Mathematikdidaktik und die Pädagogik über Jahrzehnte entscheidend geprägt hat. Peter Gallin studierte Theoretische Physik an der ETH Zürich und promovierte dort in Mathematik. Von 1970 bis 2008 unterrichtete er Mathematik an einem Gymnasium in Wetzikon bei Zürich. Parallel dazu arbeitete er von 1985 bis 2011 als Lehrbeauftragter/Dozent für Fachdidaktik der Mathematik an der Universität Zürich. Auch im Ruhestand ist er der Forschung und der Praxis verbunden geblieben. Bis heute bietet er in Fortbildungen, Referaten und Workshops in der Schweiz, Deutschland und Österreich regelmäßig Impulse für Lehrkräfte an – ein Engagement, das nun mehr als fünf Jahrzehnte umfasst.

Im Folgenden möchte ich seine außergewöhnliche Arbeit entlang der verschiedenen von ihm verfolgten Gebiete würdigen.

Dialogisches Lernen: Für die Gestaltungskraft des Einzelnen

Dialogisches Lernen und seine Umsetzung in den Mathematikunterricht sind das zentrale Thema der Aktivitäten von Peter Gallin. Was ihn dabei antreibt, ist eine tiefe Überzeugung: Jede Schülerin und jeder Schüler hat das Recht, selbst zu denken, und jede Lehrperson hat die Gestaltungskraft, das zu ermöglichen. In zahlreichen Publikationen entwickelte er seit 1980 gemeinsam mit dem Deutschlehrer und Didaktiker Urs Ruf praxisorientierte Ansätze und auch theoretische Konzepte, um Lernenden die Bedeutung von Mathematik durch authentische Begegnungen zu vermitteln.

Unter einer unterrichtspraktischen Perspektive sind insbesondere seine Arbeiten zur Implementierung des Dialogischen Lernens mit Kernideen und Reisetagebüchern bedeutsam. Das in diesem Rahmen entwickelte Ich-Du-Wir-Prinzip kann als der Diskurs bestimmende Ansatz angesehen werden, der national und international hohe Akzeptanz erhalten hat. Dieses Prinzip fasst Gallin in drei Kernsätzen zusammen: „So mache ich das“ – „Wie machst du es?“ – „Das machen wir ab!“. Es steht für einen Lernprozess, der von der individuellen Auseinandersetzung über den dialogischen

Austausch zur gemeinsamen Vereinbarung führt – ein Modell, das die Autonomie des Einzelnen ins Zentrum stellt.

Kernideen als Schlüssel zur Mathematik

Die Ansätze von Peter Gallin zum Dialogischen Lernen haben breite nationale und internationale Resonanz erfahren, insbesondere in Deutschland, Österreich und der Schweiz. Durch die Entwicklung umfangreicher Lehrmittel – darunter die einflussreichen Werke *Sprache und Mathematik in der Schule* (1990/1991) sowie *Dialogisches Lernen in Sprache und Mathematik* (Band 1 und 2, 1995–2005) – schuf Gallin nicht primär Anweisungen, sondern Räume, in denen Lehrpersonen als denkende Fachleute ernst genommen werden.

Besonders die beim Lehrmittelverlag des Kantons Zürich erschienenen Materialien *Ich-Du-Wir* für die Primar- und Mittelstufe (1995–1999) sind verbreitet und zeigen: Gallins Lehrmittel sind keine strikten Vorgaben, sondern Einladungen zum professionellen Gestalten eines Unterrichts, der zum selber Denken anregen soll.

Peter Gallin liebt das Entwickeln von Kernideen – prägnante, eingängige Konzepte, die ohne akademischen Aufwand das Wesentliche treffen. Diese Liebe zur Klarheit ist kein Zufall: Sie drückt aus, dass Gallin die Autonomie von Lehrpersonen und Schüler:innen ernst nimmt. Eine Kernidee, die vielleicht zu seinem Schaffen passt, könnte sein: Produktive Einfachheit eröffnet den Blick auf das Wesentliche.

Verstehen als Zugang zu den Menschen

Peter Gallin ist auch nicht nur in der Forschung aktiv – Lehrkräftebildung und die Praxis des Unterrichts sind ihm mindestens so wichtig.

Besonders wichtig ist ihm, dass Lehrpersonen die Gedanken und Lernwege der Lernenden verstehen, anstatt primär Lerninhalte zu polieren. Seine Arbeit verfolgt eine klare Linie: Das Primat des Verstehens vor dem Erklären. Sicherlich hat auch gerade diese Haltung maßgeblich dazu beigetragen, dass der dialogische Ansatz in der deutschsprachigen Mathematikdidaktik ein solch großes Echo fand.

Ein Leben der Konsequenz

Diese skizzierten Einblicke in verschiedene seiner Arbeitsgebiete zeigen: Was viele in didaktische Kompetenzmatrizen packen, formuliert Peter Gallin in einer prägnanten Kernidee. Diese Philosophie – das Primat der Klarheit und Eigenständigkeit vor administrativer Komplexität – ist beispielgebend. Sie zeigt: Ein echter Denker vereinfacht nicht aus Unvermögen, sondern aus echter Liebe zur Sache und zur Person, die sie verstehen soll.

So wie Peter Gallin Mathematik treibt, so erkundet er mit seinem Liegevelo die Landschaft, insbesondere die Berge – nicht allein als Freizeithobby, sondern als Ausdruck jener Eigenständigkeit und Freude an der Gestaltung, die er seinen Schüler:innen wünscht. Die Art, wie er sich fortbewegt, die Art, wie er Fahrrad fährt – ich lese es als Teil seiner Botschaft: Denke selbst, gestalte selbst, gehe deinen eigenen Weg – ohne die Anderen, das Vis-a-Vis, aus dem Blick zu verlieren.

Abschließend bleibt mit großer Anerkennung festzuhalten: Peter Gallin hat die deutschsprachige Mathematikdidaktik mitgeprägt - durch seine Aktivitäten, die stets Bedürfnisse der Unterrichtspraxis mit

theoretischen Ansätzen verbunden haben, und sein Engagement in der Lehrkräftebildung. Sein Lebenswerk enthält wegweisende Beiträge zum Dialogischen Lernen als Philosophie der Autonomie, zur Qualitätsentwicklung im Mathematikunterricht und zur Professionalisierung der Lehrkräftebildung.

Peter Gallin ist zwar im Ruhestand, aber immer noch an Projekten zur Vertiefung des Dialogischen Lernens beteiligt und bringt diese mit seiner gewohnt engagierten Art voran. Die Orientierung an hohen Qualitätsstandards und das unermüdliche Eintreten für einen Unterricht, der Lernende und Lehrende als denkende, autonome Subjekte ernst nimmt, sind dank seiner Arbeit beispielgebend für die nationale und internationale Mathematikdidaktik.

Lieber Peter, hab großen Dank für Deine bemerkenswerte Arbeit und die vielen guten Gespräche mit Dir, die mich persönlich und beruflich maßgeblich geprägt haben.

Stephan

Stephan Hußmann, TU Dortmund
stephan.hussmann@tu-dortmund.de

Nachruf für Prof. Herbert Martin Löthe

Christine Bescherer und Rose Vogel



Foto: Christine Bescherer

Herbert Martin Löthe

Wir trauern um unseren geschätzten Kollegen, Mentor und Freund Herbert Löthe, der am 22. Februar 2026 im Alter von 86 Jahren nach kurzer Krankheit verstarb.

Herbert Löthe studierte von 1959 bis 1965 Mathematik und Physik für das gymnasiale Lehramt an den Universitäten Stuttgart und Hamburg. Nach dem Referendariat war er zunächst bis 1969 Lehrer am Friedrich-Schiller-Gymnasium in Marbach a. N. tätig. Früh wandte er sich der Verbindung von Bildung und neuen Technologien zu: An der Pädagogischen Hochschule (PH) Berlin forschte er von 1969 bis 1970 zum programmierten Unterricht und zum Einsatz des Computers im Bildungswesen. Anschließend arbeitete er bis 1975 im Bildungstechnologischen Zentrum Wiesbaden in der Arbeitsgruppe für „Computer-assisted Instruction“ (CAI) in Darmstadt und widmete sich dort der Forschung zu CAI sowie zur Didaktik der Informatik und der Datenverarbeitung. 1975 folgte er einem Ruf an die PH Esslingen, wo er bis 1984 als Professor für Mathematik und ihre Didaktik wirkte und insbesondere zur didaktischen Nutzung des Computers im Mathematik- und Informatikunterricht forschte.

Im Jahr 1984 wechselte Herbert Löthe an die PH Ludwigsburg. Bis zu seinem Eintritt in den Ruhestand am 30. September 2004 prägte er dort als Professor für Mathematik und Informatik und ihre Didaktiken maßgeblich die Lehrerbildung in Baden-Württemberg. Sein besonderes Interesse galt den Möglichkeiten des Computers im Bereich des Mathematiklernens – ein Feld, das er in Forschung und Lehre mit großer Weitsicht und Freude an Innovation mitgestaltet hat.

Herbert Löthe war an vielen Projekten im Kontext Computereinsatz zum Lehren und Lernen von Mathematik bzw. Informatik beteiligt oder leitete sie. 1972 war er an einer Evaluationsstudie zum Computer im Bildungswesen für die Bundesregierung beteiligt, verbunden mit Arbeitsaufenthalten am PLATO-Projekt in Urbana (USA) und weiteren CAI-Zentren. In dieser Zeit lernte er Seymour Papert am MIT und damit auch die

Programmiersprache LOGO kennen. Daraus resultierte das Logo-Projekt an der PH Esslingen (1980-1984), das sich mit der Rolle der Programmiersprache Logo in der Schule befasste. Ab 1984 setzte er diese Arbeiten im Logo-Projekt Ludwigsburg fort, das der Entwicklung und Untersuchung von Lernumgebungen in Mathematik und Informatik sowie von Lehrmaterial zur informatischen Grundbildung von Schülerinnen, Schülern und Lehrkräften diente.

Seit Anfang der 1990er Jahre verfolgte er das Konzept, Lehramtsstudierenden durch Programmieren in einer funktionalen, auf SCHEME basierenden Programmiersprache beim Aufbau tragfähiger mathematischer Vorstellungen zu unterstützen.

Zwischen 1998 und 2003 leitete er das Verbundprojekt VIB (Virtualisierung im Bildungsbereich) der Pädagogischen Hochschulen, einem Teilprojekt der Virtuellen Hochschule Baden-Württemberg. In diesem Zusammenhang entwickelte er Konzepte, wie Quellen aus dem Worldwideweb und digitale Werkzeuge für mathematikdidaktische Hochschulveranstaltungen didaktisch sinnvoll eingesetzt werden können.

Seine Expertise war auch international gefragt. 1984 unternahm Herbert Löthe im Auftrag des Goethe-Instituts eine Rundreise durch Neuseeland und Australien, um als Experte für Computer im Bildungswesen Vorträge zu halten und Kultusministerien zu beraten. 1984 und 1986 leitete er zudem Seminare und Workshops zum Computereinsatz im Bildungswesen, zur Informatikdidaktik und zur didaktischen Nutzung von LOGO in mehreren Ländern Asiens. In den Jahren 1993 und 1994 wirkte er schließlich als Austauschprofessor für Mathematik an der University of North Carolina at Charlotte.

Eine große Stärke von Herbert Löthe war es, Menschen aus sehr verschiedenen Kontexten wie einen Grundschulmathematiklehrer, eine Mathematikgymnasiallehrerin, eine Erwachsenenpädagogin, einen Psychologen und Mathematiker, eine Informatikerin und Informatiker für die Forschung in der Mathematik- bzw. Informatikdidaktik zu begeistern. So haben z. B. die beiden Autorinnen bei ihm in Mathematikdidaktik Anfang der 2000er promoviert. Typisch für Herbert Löthe war, dass wir und andere Mitarbeiter*innen nie sicher sein konnten, wie unsere Tage am Institut verliefen. So konnte es sein, dass man am Morgen erfuhr: „Heute wird die Sammlung umgeräumt.“ „Du musst

mitkommen zu dem Gespräch im Ministerium.“ oder „Du musst mich heute Abend in der Veranstaltung vertreten.“ Er hat uns als Doktorvater, Chef, Kollege und Freund sehr viel mitgegeben, uns immer bestärkt und sehr viel zugetraut.

Christine Bescherer, Pädagogische Hochschule Ludwigsburg
bescherer@ph-ludwigsburg.de

Rose Vogel, Goethe-Universität Frankfurt
vogel@math.uni-frankfurt.de

Nachruf für Prof. Dr. Hartwig Meißner

Gilbert Greefrath und Stanislaw Schukajlow



Foto: Privat

Hartwig Meissner

Mit tiefer Betroffenheit nehmen wir Abschied von Prof. Dr. Hartwig Meißner, der am 11. Februar 2026 im Alter von 87 Jahren verstorben ist. Die Welt der Mathematikdidaktik verliert mit ihm einen unermüdlichen Forscher und einen Brückenbauer zwischen Theorie und Praxis.

Hartwig Meißner promovierte 1966 zum Dr. rer. nat. in Mathematik an der Universität Hamburg und war von 1973 bis 2004 Professor für Mathematik und Didaktik der Mathematik in Münster, zunächst an der Pädagogischen Hochschule Westfalen-Lippe und ab 1980 an der Westfälischen Wilhelms-Universität.

Sein wissenschaftliches Credo war stets von der Frage geleitet: Wie lernen Kinder wirklich? Er suchte nach Wegen, individuelles Verständnis und die natürliche Neugier der Lernenden zu wecken. Bereits in den 1970er Jahren erkannte er das Potenzial digitaler Werkzeuge. Seine Studien zum Einsatz von Taschenrechnern im Grundschulunterricht waren richtungsweisend. Darüber hinaus setzte er sich intensiv mit Fragen der mentalen Modellbildung und des räumlichen Vorstellungsvermögens auseinander.

Über die Grenzen Deutschlands hinaus war Hartwig Meißner eine hochgeschätzte Persönlichkeit. Sein Engagement in internationalen Organisationen wie der International Commission on Mathematical Instruction und der International Group for the Psychology of Mathematics Education machte ihn zu einem weltweit vernetzten Experten. Unter anderem brachte er Anregungen zur Namensgebung der International Group for the Psychology of Mathematics Education ein. Er war Gründungsmitglied der European Association for Research in Mathematics Education, pflegte intensive internationale Partnerschaften und trug maßgeblich zum interkulturellen Austausch in der Mathematikdidaktik bei.

Kolleginnen und Kollegen sowie Studierende schätzten an ihm besonders seine fachliche Expertise.

Unser tiefes Mitgefühl gilt seiner Familie und allen, die ihm nahestanden.

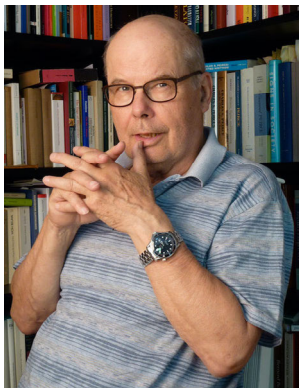
Im Namen der Kolleg:innen der Universität Münster:

Gilbert Greefrath, Universität Münster
greefrath@uni-muenster.de

Stanislaw Schukajlow, Universität Münster
schukajlow@uni-muenster.de

Nachruf auf Prof. Dr. Michael Otte

Gert Schubring



Michael Otte im Jahr 2014

Michael Otte ist am 16. Dezember 2025 verstorben, in Melde (Niedersachsen), im Alter von 87 Jahren. Als Gründungsdirektor des IDM hat er wesentliche Beiträge zur internationalen Entwicklung der Mathematik-Didaktik als Wissenschaft geleistet. Am 27. März 1938 in Ri-

ga, der Hauptstadt Lettlands, geboren, folgte seine Familie der von der NS-Regierung, nach dem Hitler-Stalin-Pakt, dekretierten Umsiedlung der Baltendeutschen, so dass er zunächst bis Kriegsende in Posen im Warthegau lebte. Bei Kriegsende 1945 verschlug es die Familie schließlich nach Oberbayern, wo er die Volksschule in Lenggries besuchte und die höhere Schule in Mittelfranken, wo er 1958 das Abitur in Hersbruck bestand.

Otte begann sein Studium der Mathematik und Physik 1958 in München und wechselte 1961 an die Universität Erlangen. Seitdem waren seine Studien eng mit dem Weg seines Lehrers verbunden: Reinhold Remmert (1930–2016), führender Funktionentheoretiker in der Bundesrepublik, mit ausgeprägtem Interesse für die Mathematik-Geschichte, hatte seinen ersten Ruf 1960 erhalten, nach Erlangen. Bei ihm studierend, erreichte Otte 1963 das Diplom in Mathematik, mit einer Arbeit über Liegruppen und komplexe Funktionentheorie. Und als Remmert 1963 nach Göttingen berufen wurde, folgte ihm Otte, für sein Promotions-Studium. Hier studierte er zugleich Literaturgeschichte. Während der Promotion war er auch ein Jahr in Bonn tätig, als Assistent von Jacques Tits (1930–2021), einem Spezialisten für die Theorie der Liegruppen und späterem Abel-Preis-Träger. 1967 promovierte Otte in Göttingen, mit Remmert als Doktorvater, und mit Germanistik als Nebenfach. 1967 folgte Remmert einem Ruf nach Münster, und Otte folgte ihm auch dorthin, an das Mathematische Institut, wo er als Akademischer Rat tätig war und bereits hochschuldidaktische Initiativen realisierte. 1972 hat er sich in Mathematik in Münster habi-

litiert, mit Remmert und Tits als Betreuern/Gutachtern, mit einer Arbeit über: Komplexe Liegruppen und Homogene Mannigfaltigkeiten.

Als frisch Habilitierter in reiner Mathematik hat Otte sich auf die Ausschreibung für die ersten Professoren am IDM beworben. Otte hatte aber bereits seit 1968 zu Fragen des Mathematikunterrichts publiziert. In der Bewerbung hat er jedoch nur eine nicht-mathematische Publikation aufgeführt: „Über formale und inhaltliche Logik in der Didaktik, besonders im Mathematikunterricht“. Dieser Artikel, zusammen mit Thomas Neumann, einem befreundeten Soziologen, entwickelte ein wissenschaftstheoretisches Konzept zur Konzipierung von Lerntheorien, auch in Kritik an bekannten mathematik-didaktischen Konzepten – insgesamt ein Programm für die Zukunft.

Das IDM war das zweite Institut, das die Volkswagen-Stiftung gegründet hat. Nach der Besorgnis über eine Bildungskrise in der Bundesrepublik Deutschland, seit den frühen 1960ern ein Thema der Medien und der öffentlichen Diskussion, hatte die VW-Stiftung eine Initiative vorbereitet, um Forschungsinstitute für die Fachdidaktiken zu gründen. Als erstes hat es 1966 das IPN gegründet, das Institut für die Pädagogik der Naturwissenschaften, in Kiel. Es hatte nur eine indirekte Verbindung zur Universität Kiel: allein der Direktor war Mitglied einer Fakultät; die Leiter der vier Fach-Abteilungen waren dagegen nicht als Beamte, sondern als Angestellte eingestellt worden. Die seit 1968 vorbereitete Gründung des IDM sah dagegen eine Gründung „in“ einer Universität vor, mit einer Anbindung an mehrere Fakultäten. Auf die Ausschreibung eines solchen Institutes im Juli 1969 gingen im Januar 1970 fünf Bewerbungen ein. Die zunächst favorisierte war die der Universität Freiburg; doch bald zeigten sich in Freiburg Probleme, die Bedingungen der VW-Stiftung zu erfüllen. Die geforderte Promotions-Möglichkeit in der Universität und die Aufnahme der H4-Professoren mit vollen Rechten in die Fakultät waren nicht realisierbar. Die Verhandlungen scheiterten schließlich im Juni 1971. Die Stiftung nahm nun Verhandlungen mit der Universität Bielefeld auf. Wegen der langen Verzögerung und der Priorität für Freiburg war dort inzwischen ein alternatives Konzept zur Realisierung eines solchen Forschungsinstituts entwickelt worden, in einer Planungstagung Ende Januar 1971.

Zu den eingeladenen Teilnehmern gehörte auch Michael Otte. Das Ergebnis-Papier sah eine enge Verbindung mit der Mathematik-Fakultät vor und eine nunmehr starke Betonung von „experimenteller Grundlagenforschung“. Nach dem Zuschlag der VW-Stiftung für den Bielefelder Antrag wurde ein Gründungsbeirat eingesetzt. In Auswertung der eingegangenen Bewerbungen beschloss der Beirat im Oktober 1972, vorerst drei der fünf H4-Stellen zu besetzen, und zwar mit Heinrich Bauersfeld, Otte und Hans-Georg Steiner als den ersten Direktoren.

Steiner und Bauersfeld erhielten die Rufe vom Wissenschaftsministerium erst im Juli und August 1973, wegen Verzögerungen des Finanzministeriums, das Probleme hatte, Rufe auf Professorenstellen an eine hochschulrechtlich noch nicht definierte Struktur ‚zentrale wissenschaftliche Einrichtung‘ zu akzeptieren. Otte hatte dagegen einen Ruf an die Universität Bremen erhalten; dieser Druck führte zu seiner raschen Berufung und Ernennung Anfang 1973. Da Steiner und Bauersfeld zudem auch nach ihrer Rufannahme im Herbst noch mit Lehraufgaben in Bayreuth bzw. Frankfurt gebunden waren und ihre Arbeit effektiv erst zu Anfang 1974 aufnehmen, hatte Otte, der zum 1. Mai 1973 die Arbeit am IDM aufnahm, die Aufgabe, als Gründungsdirektor den Aufbau des IDM einzuleiten.

Er realisierte nun tatkräftig den institutionellen Aufbau des Forschungsinstituts in der noch jungen Universität Bielefeld, die offen war auch für Einrichtungen, die außerhalb der traditionellen Fakultäten-Struktur von Universitäten lagen. Und ebenso erfolgreich begann er, das Konzept einer Mathematik-Didaktik als wissenschaftlicher Disziplin, in interdisziplinärer Orientierung und internationaler Verankerung, in Forschungsarbeiten umzusetzen. Bereits die Einstellung seiner ersten Mitarbeiter machte diesen Arbeitsansatz deutlich: Gert Schubring als Diplomand von Tits in Bonn, Thomas Mies als ausgebildetem Soziologen und Hans Niels Jahnke, nach dem Studium von Philosophie und Mathematik. Diese Arbeitsgruppe machte sich als erstes daran, in unvoreingenommener und frischer Lektüre der Schriften solcher Autoritäten wie Hans Freudenthal, Jerome Bruner und Jean Piaget, theoretische Grundlagen für die Mathematik-Didaktik auszuarbeiten. Sie publizierte dazu Anfang 1974 den Artikel *Zu einigen Hauptaspekten der Mathematikdidaktik*, im Heft 1 der Schriftenreihe des IDM. In der bislang von der Praxis der Stoffdidaktik bestimmten Mathematik-Didaktik der Bundesrepublik löste dieser Artikel Vorwürfe der Abgehobenheit und Theorie-Lastigkeit aus; Freudenthal, der wesentlich zur Etablierung von *realistic mathematics education* beigetragen hat, sprach in einem Artikel spöttisch vom „Bielefelder Zauberberg“.

Als Hauptarbeitsgebiet der Arbeitsgruppe hat sich rasch die Mathematiklehrer-Ausbildung herausgebildet. Eine wesentliche Funktion dabei hatte die Kooperation mit den IREM, dem seit 1968 aufgebauten Netz der französischen *Instituts de Recherche sur l'Enseignement des Mathématiques*. Nach Vorbereitungsreisen zum IREM in Paris im November 1973 und zum IREM in Lyon im April 1974 fand im Oktober die erste internationale Tagung statt, über *Unterrichtsreform – Unterrichtsbeobachtung – Lehrerweiterbildung*. Ein wichtiger Kooperationspartner von Otte war seitdem Guy Brousseau, vom IREM in Bordeaux. Bereits Anfang 1975 konnte die Arbeitsgruppe in der Schriftenreihe den Band *Probleme und Tendenzen der Mathematiklehrerbildung* publizieren. Dieser Band diente insbesondere zur Vorbereitung einer internationalen Tagung zur Mathematiklehrerbildung im Dezember 1975, mit Teilnehmern aus 6 Ländern. Dieses Hauptarbeitsgebiet wurde seit 1975 insbesondere im Projekt EPAS bearbeitet: Entwicklung praxisbezogener Ausbildungsmaterialien für Mathematiklehrer der Sekundarstufe I. In diesem umfangreichen und langjährigen Projekt wurden Unterrichts-Materialien in enger Verbindung mit Vertretern der Lehrerbildungspraxis – Fachleitern und Seminarleitern – erarbeitet, als neuer Form praxisorientierter Materialentwicklung. Die Erfahrungen in diesem Projekt führten zur Publikation des Buchs *Text – Wissen – Tätigkeit* (1980), zusammen mit Christine Keitel und Falk Seeger.

Die Mathematiklehrerbildung weitete sich aus zu einem großen internationalen Projekt der Materialentwicklung: BACOMET, *Basic Components of Mathematics Education for Teachers*. Das Projekt begann 1980 und hat in fünf aufeinander folgenden Etappen, bis 1999, umfangreiche Entwicklungsarbeit geleistet. Die ersten Leiter waren, zusammen mit Otte, A. G. Howson (Southampton) und Bent Christiansen (Kopenhagen). Später kamen hinzu: Alan J. Bishop (Cambridge), Jan van Dormolen (Utrecht) und Stieg Mellin-Olsen (Bergen/Norwegen).

Die Zusammensetzung variierte in den verschiedenen Etappen, die Mitgliederzahl blieb jedoch bei rund 20 Personen aus etwa zehn verschiedenen Ländern. Die internationale Ausrichtung brachte unterschiedliche Sichtweisen, Forschungsansätze und Erfahrungen zusammen, um neue Erkenntnisse für den Mathematikunterricht zu gewinnen. Die Arbeitsweise war darauf ausgerichtet, die internationale Zusammenarbeit nicht nur als Inspirationsquelle und Motivationsfaktor zu nutzen, sondern auch die Qualität der wissenschaftlichen Arbeit im Bereich der Mathematikdidaktik zu verbessern. Die Ergebnisse dieser internationalen Zusammenarbeit wurden in Publikationen verschiedener Formate, insbesondere in der eigenen BACOMET-Buchreihe, prä-

sentiert, die sich an Mathematikdidaktiker weltweit, darunter auch an interessierte Mathematiklehrer an Schulen richteten. Der erste Band dieser Buchreihe war: *Perspectives on Mathematics Education*, Bent Christiansen, A. G. Howson & Michael Otte (eds.), 1986.

Otte publizierte 1975 im ZDM den Artikel *Didaktik der Mathematik als Wissenschaft*, der die rasche Konsolidierung des Arbeitsprogramms belegte. Aufgrund der Vorgabe der Mathematik-Fakultät bei der Gründung, dass Mitglieder des IDM keine Lehraufgaben übernehmen, waren es nicht Studenten, sondern Mitarbeiter des IDM, deren Dissertationen von den Direktoren des Instituts betreut wurden. Die ersten Doktoranden von Otte in Mathematik-Didaktik waren: Eckhardt Hömberg, *Wehrnehmung und Steuerung der Zeitdauer von Unterrichts-Prozessen. Anforderungen an die Lehrertätigkeit im Mathematikunterricht* (1978), und Rainer Bromme, *Das Denken von Lehrern bei der Unterrichtsvorbereitung. Eine empirische Untersuchung zu kognitiven Prozessen von Mathematiklehrern* (1978).

1978 wurde ein neuer Arbeitsschwerpunkt der Grundlagenorientierung begonnen, als von der VW-Stiftung bewilligtes Forschungsprojekt: „Zum Verhältnis von Wissenschafts- und Bildungsprozeß – dargestellt am Beispiel der Entwicklung der Mathematik im 19. Jahrhundert“. Angeregt auch durch den Gastaufenthalt von Dirk Struik an der Mathematik-Fakultät, sollte das Projekt Zusammenhänge von Wissensentwicklung und sich veränderndem sozialem Kontext erforschen. In diesem Schwerpunkt hat Otte zahlreiche Dissertationen betreut. Die erste war die von Schubring zur Geschichte der Mathematik-Didaktik: über das genetische Prinzip (1977). Um einige weitere bedeutsame Dissertationen zur Mathematik-Geschichte aus der Anfangszeit zu nennen: Heinz Steinbring zur Entwicklung des Wahrscheinlichkeitsbegriffs (1979), Matthias Paul zur Geschichte der *Géométrie Descriptive* und der *École Polytechnique* (1980) und Gerd Richenhagen zu Carl Runge's Weg von der reinen Mathematik zur Numerik (1983). Otte, der schon immer ein starkes Interesse für Mathematik-Geschichte hatte, wohl von Remmert angeregt, hat sich dann zunehmend selbst Forschungen zur Mathematik-Geschichte zugewendet. Er hat insbesondere über Bolzano und über Hermann Graßmann publiziert.

Zugleich entwickelte Otte intensiv Konzeptionen zur Wissenschaftstheorie und Epistemologie, wie sie als Programm schon im Artikel von 1971 angelegt waren. Zum Schlüsselbegriff wurde Komplementarität, angeregt von der Prägung des Begriffs durch Niels Bohr: nicht als Antinomie sich ausschließender Gegensätze, sondern auf die gegenseitige Bedingtheit fokussierend – sich komplementär ergänzend. In der Quantenphysik hatte sich gezeigt, dass der klassische analy-

tische Standpunkt an seine Grenzen stößt, insofern zur vollständigen Charakterisierung einer Situation nun komplementäre, ganz unterschiedlichen begrifflichen Kontexten angehörende Beschreibungen notwendig werden. Dies bedeutet aber keinen Verzicht auf Objektivierbarkeit – das ließe sich nur schlussfolgern, wenn Methode und Gegenstand absolut einander entgegengesetzt werden, und nicht die Komplementarität aus der Wechselwirkung von beiden berücksichtigt wird. Komplementarität hatte daher für Otte eine eminente Bedeutung sowohl für Wissenschaftstheorie und Epistemologie wie für Mathematik-Didaktik, da das Konzept der Komplementarität zeigte, dass Entwicklung und Begründung von Wissen nicht vollständig voneinander getrennt werden können.

Mit Komplementarität wurden untersucht das Verhältnis von Wissen und Tätigkeit, von Theorie und Anwendung, von Formalem und Sozialem – vor allem in der Mathematik-Didaktik und im Lernprozess. Zu seinen zahlreichen Publikationen in diesem Bereich gehört ein Hauptwerk für die Mathematik-Didaktik: *Das Formale, das Soziale und das Subjektive - Eine Einführung in die Philosophie und Didaktik der Mathematik* (1994). Auch in der Mathematik selbst untersuchte Otte Komplementarität: zwischen Zahl und Menge – und die zwischen Analysis und Synthesis wurde zu einem wichtigen Forschungsobjekt, in epistemologischer Perspektive. Ein Hauptwerk dazu ist das Buch: *Analytische Philosophie. Anspruch und Wirklichkeit eines Programms* (2014).

Wegen der grundlegenden Funktion von Sprache für das Verständnis der Mathematik wurde Semiotik ab den 1990ern zum zentralen Forschungsschwerpunkt der Komplementarität, vor allem mittels der Beiträge von Charles S. Peirce zur Semiotik. Wissensentwicklung wurde aus historischer und erkenntnistheoretischer Perspektive untersucht. Im Mittelpunkt stand das Verhältnis zwischen sozialen und objektbezogenen Aspekten von Lernprozessen, davon ausgehend, dass der Lernprozess der Mathematik als Paradigma zur Diskussion zentraler erkenntnistheoretischer Probleme dienen kann. Das theoretische Fundament bildete die Philosophie von Peirce, insbesondere seine Überlegungen zum Zeichenbegriff, zum Generalisierungsprozess und zur Rolle der Kontinuität innerhalb dieses Prozesses. Untersucht wurde insbesondere, im Hinblick auf die Philosophie der Mathematik, inwieweit Peirces Betonung der Realität von Generalisierungen, zusammen mit seinem semiotischen Modell der Prozessualität der Generalisierung, die Möglichkeit eines mathematischen Realismus eröffnet, der sich nicht auf die Unterscheidung zwischen Logizismus, Formalismus und Intuitionismus reduzieren lässt. Zu den Ergebnissen gehörte, dass der Peirce'sche Ansatz zum mathe-

matischen Generalisierungsprozess als Paradigma verstanden werden kann, das insbesondere für Probleme der Erkenntnistheorie, Ontologie und der Entwicklung sozialer Gemeinschaften von Interesse sein kann.

Seit Ende der 1980er Jahre mehrten sich Zeichen für eine Krise des IDM in der Universität Bielefeld. Eine Novellierung des Hochschulgesetzes hatte zwar 1980 endlich zentrale wissenschaftliche Einrichtungen (zwE) in Universitäten vorgesehen, aber die Anpassung der Grundordnung wurde lange verzögert. Erst 1991 beschloss der Senat ihre Einführung, aber zeitlich befristet, auf acht Jahre, mit einer Zwischenbetrachtung nach vier Jahren – also eine befristete Aufgabenstellung wie bei Sonderforschungsbereichen unterstellend. Die Krise drückte sich massiv darin aus, dass das Rektorat am 26. Juni 1991 sämtliche Mitarbeiter des IDM zu einer Besprechung einlud: dort eröffnete die Forschungs-Prorektorin den Teilnehmern, das IDM solle aufgelöst und die Mitarbeiter auf mehrere Fakultäten verteilt werden.¹ Aufgrund der intensiven empörten nationalen und internationalen Proteste wurde nun endlich das IDM als zwE verfasst, im Mai 1992 – aber in der Bielefelder Version als befristet und mit weniger Stellen.

In dieser gleichen Periode, ab 1990/1991, hat Otte zunehmend Vortragseinladungen von brasilianischen Universitäten angenommen. Seine erste Publikation in Brasilien war 1991 die Übersetzung seines programmatischen Artikels von 1975, über Mathematik-Didaktik

als Wissenschaft. Nach einer dieser Reisen hat Otte im IDM einen Vortrag über seine Erfahrungen gehalten – verbunden mit einer Ausstellung der beeindruckenden Aquarelle, die er im Pantanal gemalt hat, einem Sumpfgebiet, das ein Biosphärenreservat bildet, und ein Rückzugsgebiet für zahlreiche Tiere und Pflanzen. Eines seiner Hauptwerke, *O Formal, o Social e o Subjetivo: Uma Introdução à Filosofia e à Didática da Matemática*, ist zuerst in Brasilien publiziert worden (1993).

Nach seiner Emeritierung 2003 in Bielefeld hat er Gastprofessuren in Brasilien wahrgenommen, zunächst an der PUC-SP, der *Pontifícia Universidade Católica* in Sao Paulo, und später an der *Universidade Federal do Mato Grosso*, in Cuiabá. Nun in intensiver Lehrtätigkeit hat Otte zahlreiche Dissertationen brasilianischer Studenten betreut, und jetzt auch Master-Arbeiten. Deren Themen waren, neben unterrichts-bezogenen mathematik-didaktischen, Fragen der Komplementarität, insbesondere in der Semiotik, und der Mathematik-Geschichte. Schwerpunkt seiner Forschungen in der letzten Zeit war Indexikalität, ein von Peirce begründetes Konzept in der Semiotik.

Michael Otte hat ein Netz interdisziplinärer Konzepte entwickelt, die als Herausforderungen mathematik-didaktische, wissenschaftstheoretische und historische Forschungen weiterhin stimulieren werden.

Gert Schubring, Universität Bielefeld
gert.schubring@uni-bielefeld.de

¹ Die Änderung im Selbstverständnis der Universität Bielefeld, mit einer neuen Generation von Prorektoren, nicht mehr den Gründungskonzepten verbunden, ebenso wie die Gründungsgeschichte des IDM ist dargestellt in: Schubring, Gert (2018). *Die Geschichte des IDM Bielefeld als Lehrstück. Ein Forschungsinstitut in einer Universität*. Aachen: Shaker Verlag.

Gesellschaft für Didaktik der Mathematik e. V. (GDM)

1. Vorsitz

Prof. Dr. Florian Schacht
Universität Duisburg-Essen
Fakultät für Mathematik
Thea-Leymann-Straße 9
45127 Essen
Tel.: 0201 183-3837
vorsitzender@didaktik-der-mathematik.de

2. Vorsitz

Prof. Dr. Marita Friesen
Heidelberg School of Education
Bergheimer Straße 104
69115 Heidelberg
Tel.: 06221 477-6755
covorsitzende@didaktik-der-mathematik.de

Kassenführung

Jun.-Prof. Dr. Carina Büscher (geb. Zindel)
Universität zu Köln
Institut für Mathematikdidaktik
Gronewaldstraße 2
50931 Köln
Tel.: 0221 470-6378
kassenfuehrerin@didaktik-der-mathematik.de

Schriftführung

Prof. Dr. Sebastian Schorcht
Technische Universität Dresden
Institut für Erziehungswissenschaft
01062 Dresden
Tel. 0351 463-34038
schriftfuehrung@didaktik-der-mathematik.de

Geschäftsführung

Fabian Rösken
geschaeftsfuehrung@didaktik-der-mathematik.de

Geschäftsstelle

Gesellschaft für Didaktik der Mathematik e. V.
DMV/GDM-Geschäftsstelle
c/o WIAS
Anton-Wilhelm-Amo-Straße 39
10117 Berlin

Bankverbindung

Vereinigte Raiffeisenbanken Heroldsberg
IBAN DE05 7706 9461 0003 0587 00
BIC GENODEF1GBF

Beirat

Der Beirat der GDM setzt sich wie folgt zusammen. In Klammern angegeben sind die Jahreszahlen der Wahlen; zulässig sind drei aufeinanderfolgende Amtsperioden von je drei Jahren.

Malina Schröder (2025)
Prof. Dr. Nils Buchholz (2024)
Prof. Dr. Andreas Büchter (2025)
Dr. Theresa Büchter (2024)
Prof. Dr. Gilbert Greefrath (2021, 2024)
Prof. Dr. Uta Häsel-Weide (2026)
Dr. Ramona Hagenkötter (2026)
Dr. Grit Kurtzmann (2026)
Prof. Dr. Anke Lindmeier (2026)
Prof. Dr. Marcus Nührenbörger (2021, 2024)
Prof. Dr. Kathleen Philipp (LV Schweiz, 2024)
Prof. Dr. Elisabeth Rathgeb-Schnierer (2021, 2024)
Prof. Dr. Frank Reinhold (2024)
Prof. Dr. Benjamin Rott (2025)
Prof. Dr. Susanne Schnell (2022, 2025)
Prof. Dr. Stefan Ufer (2022, 2025)

Homepage der GDM

www.didaktik-der-mathematik.de

Impressum

Verleger

Gesellschaft für Didaktik der Mathematik e. V.

Herausgeber

Prof. Dr. Sebastian Schorcht (Anschrift s. o.)

Umschlag

Yurananth Amlumyong, Frankfurt am Main

Grafische Gestaltung und Satz

Christoph Eyrich, Berlin

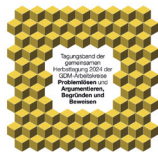
Druck

Oktoberdruck GmbH, Berlin

Der Bezugspreis der *Mitteilungen der GDM* ist im Mitgliedsbeitrag der GDM enthalten.

A. Bachmann, E. Müller-Hil, L. Baumann, L. Kemper,
M. Meyer, B. Rott & N. Sturm (Hrsg.)

Argumentieren und Problemlösen –
zwei mathematische Tätigkeiten gemeinsam gedacht

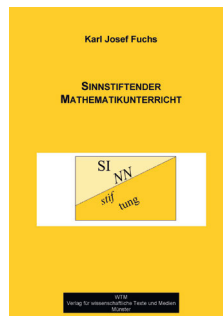


WTM
Verlag für wissenschaftliche Texte und Medien
Münster

21

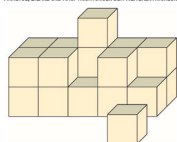
Ars Inveniendi et Dejudicandi

A. Bachmann u.a. (Hrsg.): Argumentieren und Problemlösen – zwei mathematische Tätigkeiten gemeinsam gedacht.
Tagungsband der gemeinsamen Herbsttagung 2024 der GDM-Arbeitskreise Problemlösen und Argumentieren, Begründen und Beweisen. Band 21 der Reihe *Ars inveniendi et dejudicandi*
Münster: WTM-Verlag 2026, ca. 150 Seiten, DIN A5
Print: ISBN 978-3-95987-337-6: 23,90 €
E-Book: ISBN 978-3-95987-338-3: 21,90 €



K. J. Fuchs: Sinnstiftender Mathematikunterricht
Münster: WTM-Verlag 2026, ca. 200 Seiten, DIN A5
Print: ISBN 978-3-95987-377-2: 32,90 €
E-Book: ISBN 978-3-95987-378-9: 29,90 €

Sandra Gleißberg
KOMPETENZERWERB
VON SCHÜLERINNEN UND SCHÜLERN
DER KLASSEN 2 UND 3 HINSICHTLICH
DER RECHENOPERATIONEN
MULTIPLIKATION UND DIVISION
ANALYSE, BALANZ UND HAUPTRICHTUNGEN DER WEITERENTWICKLUNG



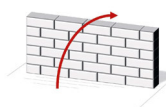
WTM
Verlag für wissenschaftliche Texte und Medien
Münster

12

Hochschulschriften zur Mathematik – Didaktik

S. Gleißberg: Kompetenzerwerb von Schülerinnen und Schülern der Klassen 2 und 3 hinsichtlich der Rechenoperationen Multiplikation und Division. Analyse, Bilanz und Haupttrichtungen der Weiterentwicklung. Band 12 der *Hochschulschriften zur Mathematikdidaktik*
Münster: WTM-Verlag 2026, ca. 435 Seiten, 17 cm x 24 cm
Print: ISBN 978-3-95987-371-0: 87,90 €
E-Book: ISBN 978-3-95987-372-7: 79,90 €

Isabelle Gretzschel
Strategische Flexibilität
beim mathematischen Problemlösen
Eine empirische Untersuchung zum Umgang
angelegender Grundschullehrkräfte
mit strukturell variierten Problemaufgaben



WTM
Verlag für wissenschaftliche Texte und Medien
Münster

22

Ars Inveniendi et Dejudicandi

I. Gretzschel: Strategische Flexibilität beim mathematischen Problemlösen. Band 22 der Reihe *Ars inveniendi et dejudicandi*
Münster: WTM-Verlag 2026, ca. 280 Seiten, 17 cm x 24 cm
Print: ISBN 978-3-95987-375-8: 51,90 €
E-Book: ISBN 978-3-95987-376-5: 46,90 €



WTM
Verlag für wissenschaftliche Texte und Medien
Münster

10

Diversität und Inklusion im Kontext mathematischer Lehr-Lern-Prozesse

T. Knobbe: Arithmetisches Lernen im Förderschwerpunkt Sprache. Vorgehensweisen bei der Bearbeitung von Additions- und Subtraktionsaufgaben im Zahlenraum bis 100. Band 10 der Reihe *Diversität und Inklusion im Kontext mathematischer Lehr-Lern-Prozesse*
Münster: WTM-Verlag 2026, ca. 270 Seiten, DIN A5
Print: ISBN 978-3-95987-373-4: 46,90 €
Ebook: ISBN 978-3-95987-374-1: 42,90 €



WTM
Verlag für wissenschaftliche Texte und Medien
Münster

11

Diversität und Inklusion im Kontext mathematischer Lehr-Lern-Prozesse

G. Loth: Barrierefreier Mathematikunterricht. Untersuchung von Barrieren anhand einer mediengestützten inklusiven Lernumgebung zur Förderung einer Datenkompetenz. Band 11 der Reihe *Diversität und Inklusion im Kontext mathematischer Lehr-Lern-Prozesse*
Münster: WTM-Verlag 2026, ca. 440 Seiten, 17 cm x 24 cm
Print: ISBN 978-3-95987-379-6: 71,90 €
E-Book: ISBN 978-3-95987-380-2, **open access**



WTM
Verlag für wissenschaftliche Texte und Medien
Münster

16

Lernen, Lehren und Forschen mit digitalen Medien

F. Peters: Auditive Medien als bildungs- und fachsprachliche Ressource im Mathematikunterricht der Primarstufe. Band 16 der Reihe *Lernen, Lehren und Forschen mit digitalen Medien in der Primarstufe*
Münster: WTM-Verlag 2026, ca. 210 Seiten, DIN A5
Print: 978-3-95987-365-9: 37,90 € | E-Book: 978-3-95987-366-6: 34,90 €

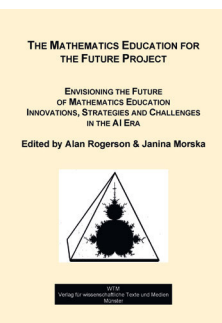


WTM
Verlag für wissenschaftliche Texte und Medien
Münster

13

Hochschulschriften zur Mathematik – Didaktik

J. Postupa: Zur quantitativen Analyse von Mathematikschulbüchern. Analyse, Bilanz und Haupttrichtungen der Weiterentwicklung. Band 13 der *Hochschulschriften zur Mathematikdidaktik*
Münster: WTM-Verlag 2026, ca. 590 S., davon viele farbig, 17 cm x 24 cm
Print: ISBN 978-3-95987-381-9: 99,90 €
E-Book: ISBN 978-3-95987-382-6: 90,90 €



WTM
Verlag für wissenschaftliche Texte und Medien
Münster

A. Rogerson & J. Morska (eds.): Envisioning the Future of Mathematics Education. Innovations, Strategies and Challenges in the AI Era
Münster: WTM-Verlag 2026, ca. 190 Seiten, DIN A5
Print: ISBN 978-3-95987-367-3: 30,90 € | E-Book: ISBN 978-3-95987-368-0: 27,90 €



WTM
Verlag für wissenschaftliche Texte und Medien
Münster

6

Mathematik und Beruf

M. Stein: Mathematik?? Wofür brauche ich das? Band 6. Mathematische Anwendungsaufgaben aus Ausbildung und Prüfung für kaufmännische/- frauliche Berufe
Münster: WTM-Verlag 2026, ca. 220 Seiten, DIN A5
Print: ISBN 978-3-95987-383-3: 34,90 €
E-Book: 978-3-95987-384-0: 31,90 €