Mitteilungen
der Gesellschaft
für Didaktik
der Mathematik

90

Januar 2011

Inhalt

ISSN 0722-7817

Gesellschaft für Didaktik der Mathematik e. V.

Vorstand

1. Vorsitzender:
Prof. Dr. Hans-Georg Weigand
Universität Würzburg, Didaktik der Mathematik
Am Hubland, 97074 Würzburg
Tel. 0931 . 888-5091 (Sekretariat)
Fax. 0931 . 888-5089
weigand@mathematik.uni-wuerzburg.de

2. Vorsitzender:
Prof. Dr. Rudolf vom Hofe
Universität Bielefeld, Fakultät für Mathematik – IDM,
Postfach 100131, 33501 Bielefeld
Tel. 0521 . 106-5063
vomhofe@math.uni-bielefeld.de

Kassenführer:
ADir. Karel Tschacher
Universität Erlangen-Nürnberg, Mathematisches
Institut, Bismarckstraße 1½, 91054 Erlangen
Postanschrift: Postfach 3520, 91023 Erlangen
Tel. 09131 . 85-22406
Fax. 09131 . 85-22684
tschacher@mi.uni-erlangen.de

Schriftführerin:
Prof. Dr. Katja Lengnink
Universität Siegen, FB Mathematik, Emmy-Noether-Campus, Walter-Flex-Straße 3, 57068 Siegen
Tel. 0271 . 740-3633
0271 . 740-3582 (Sekretariat)
Fax. 0271 . 740-3583
katja@hartung-lengnink.de

Verantwortlich für die Mitteilungen der GDM:
Prof. Dr. Thomas Jahnke
Am Neuen Palais 10, 14469 Potsdam
Tel. 0331 . 9771470
0331 . 9771499 (Sekretariat)
Fax 0331 . 9771469
jahnke@uni-potsdam.de

Bankverbindung:
Vereinigte Raiffeisenbanken Heroldsberg
Kto-Nr. 305 87 00
BLZ 770 694 61
IBAN DE05 7706 9461 0003 0587 00
BIC GENODEF1GBF

Homepage der GDM:
www.mathematik.de/gdm

Impressum
Verleger: GDM
Herausgeber: Prof. Dr. Thomas Jahnke (Anschrift s. o.)
Gestaltung und Satz: Christoph Eyrich, Berlin
ceyrich@gmx.net
Umschlaggestaltung: Diana Fischer, Berlin
diana_fischer@gmx.net
Druck: Oktoberdruck AG, Berlin

Der Bezugspreis der GDM-*Mitteilungen* ist im Mitgliedsbeitrag der GDM enthalten.

Liebe Mitglieder der GDM,

Was uns Thilo Sarrazin und Sebastian Vettel über ihr mathematisches Denken verraten.

Immer wieder zeigen sich – für viele – in erschreckender Weise die geringen Erinnerungen an den eigenen (auch gymnasialen) Mathematikunterricht. Dies gilt jedenfalls dann, wenn man Abiturienten einige Zeit nach ihrem Schulabschluss spontan mit – vermeintlich einfachen – mathematischen Fragen konfrontiert. Die hoffnungsvollsten Kandidaten der Wiedererinnerung sind dann „der Pythagoras“ (in den wenigsten Fällen richtig wiedergegeben), ein isoliertes Beispiel („Wir hatten mal berechnet, welches maximale Volumen eine Schachtel haben kann. Da habe ich gesehen, wozu man Mathematik gebrauchen kann“) und „der Dreisatz“. Der Dreisatz ist – für viele – der Prototyp des schlussfolgernden Denkens, des regelgerechten logischen Denkens. So ist es auch beim Thilo Sarrazin und seinem Buch „Deutschland schafft sich ab“:

1. Es gibt Menschengruppen in Deutschland, die haben einen geringeren Intelligenzquotienten.
2. Diese Gruppen bekommen mehr Kinder als andere Gruppen.
3. Also sinkt der Intelligenzquotient in Deutschland auf lange Sicht (wobei „auf lange Sicht“ erst nachträglich und kommentarlos in die Neuauflage des Buches aufgenommen wurde).

Derartige Dreisatzschlussfolgerungen sind schwer zu widerlegen, jedenfalls dann nicht, wenn man auch noch – selbstredend – hinzunimmt, dass Intelligenz vererbbar ist. In der Mathematik wissen wir allerdings, dass Regeln nur dann gelten, wenn sie in „ihrem“ System betrachtet werden, wenn ihr Gültigkeitsbereich mit angegeben wird. Diesbezüglich müssen die Voraussetzungen geklärt und die Schlussweisen überprüft werden. Dieser explizite Nachweis ist häufig nicht einfach. Noch viel schwieriger ist dies in der „richtigen“ Welt. Viele Einflüsse und Unwägbarkeiten lassen den Dreisatz nicht mehr als eine einfach nachvollziehbare Schlussfolgerung erscheinen. „Die verführerische Logik der Demagogie“ nennt deshalb auch die Süddeutsche Zeitung „Sarrazins Dreisatz“ (SZ vom 3. Sept. 2010, S. 11). In der Mathematikdidaktik hat sich Arnold Kirsch (1969) in einer grundlegenden Analyse mit der „sogenannten Schlussrechnung“ beschäftigt.

Aber es ist nun einmal so: Einfache Thesen werden in der Öffentlichkeit viel schneller registriert und intensiver diskutiert als fundierte wissenschaftliche Analysen. So hat beispielsweise eine wissenschaftliche Expertenkommission kurz vor dem Erscheinen des Sarrazin-Buches den Bericht „Einwanderungsgesellschaft 2010“ vorgelegt. Darin steht, dass die Integration in Deutschland besser ist als ihr Ruf, dass sich nach Jahrzehnten des Stillstands in Deutschland in den vergangenen fünf Jahren viel, sehr viel getan hat (SZ vom 11./12. 9. 2010). Das sind interessante, nicht unbedingt so vermutete Entwicklungen. Doch das wurde in der Öffentlichkeit nicht (kaum) bekannt.

Was bedeutet das für die Mathematikdidaktik und die Bildungsdiskussion insgesamt? Es ist eine Warnung vor der Überbewertung vereinfachter Schluss- und Denkweisen, die häufig – in bestechend einfacher Weise – Lösungsvorschläge auch für mathematikdidaktische oder bildungspolitische Probleme geben. Häufig erschöpfen sich diese Ratschläge aber in „mehr üben“ oder gar „mehr bimsen“ (etwa in der Welt am Sonntag vom 11. 10. 2009 und in dem Artikel „Das Leid der Zahlen“). Es sei hier nur eine kleine Auswahl von Fragen aufgelistet, die uns Mathematikdidaktiker(inne)n immer wieder gestellt werden und in denen Kritik und (naives) Unverständnis für die Mathematikdidaktik mitschwingt:

- Warum wird im Mathematikunterricht nicht mehr geübt, damit die Schülerinnen und Schüler wieder rechnen können, wieder Gleichungen lösen können?
- Warum hat man nicht längst für alle Schulthemen der Mathematik gute Unterrichtsstunden entwickelt und diese allen Lehrern zur Verfügung gestellt?
- Warum hat man nicht längst Strategien zur Vermeidung von Fehlern bei Termumformungen oder beim Lösen von Gleichungen entwickelt und diese im Unterricht umgesetzt?
- Warum übernehmen wir nicht mehr vom Mathematikunterricht der PISA-Sieger Japan, Korea oder Finnland?
- Warum wird die Mathematik nicht stärker nach der logisch-deduktiven Struktur aufgebaut?
- …

Mathematikdidaktische wissenschaftliche Analysen, die die Schwierigkeiten des Beeinflussens von Lernprozessen bei Schülern zeigen, sind – vielen – nicht bekannt. Aber das ist eben das Los der Wissenschaft. Ihre Ergebnisse sind nicht einfach in Kurzsätze zu pressen, und sie lassen sich auch nicht einfach mit einer Dreisatzlogik erklären. Und doch werden – und das ist die hoffnungsfrohe Hypothese – diese wissenschaftlichen Analysen (ob von theoretischer oder empirischer Art) – langfristig – den Unterricht stärker beeinflussen als plakative Kurzantworten.

Neben dem Beispiel eines doch sehr zweifelhaften und naiven Gebrauchs mathematischer Denk- und Schlussweisen beim Dreisatz gibt es andere Beispiele, die mathematische Denkweisen nutzen, um komplizierte Vorgänge in einer bestechend einfachen Art und Weise zu schildern. So antwortete Sebastian Vettel, jüngster Formel-1-Weltmeister aller Zeiten, auf die Frage von Katrin Müller-Hohenstein im Aktuellen Sportstudio, was denn das Wichtigste an einem Formel-1-Lenkrad sei: „Dass das Auto nach links fährt, wenn man nach links lenkt, und nach rechts, wenn man nach rechts dreht.“ Das funktionale Denken als ein Denken, das sich auf Eindeutigkeit und Planbarkeit bezieht, das im „Wenn, dann .. -Prinzip“ die Verlässlichkeit ausdrückt, ohne die zukunftsorientiertes, rationales Denken nicht möglich ist, wird hier sehr anschaulich und plastisch dargestellt. Sebastian Vettel hat Abitur. Wir wissen natürlich nicht, ob er derartige grundlegende lebensnotwendige Denkweisen im Mathematikunterricht erworben hat. Wir wissen auch nicht, inwieweit Sebastian Vettel in der Lage ist, das funktionale Denken auch auf andere Lebensbereiche zu übertragen. Doch es sind die Denkstrukturen, die wichtig sind und die – auch das eine Hypothese – im Schulunterricht gelegt werden. Und manchmal kann man verdammt viel Geld damit verdienen, wenn man weiß wie man sie anwendet.

Literatur

Kirsch, A., (1969). Eine Analyse der sogenannten Schlußrechnung, Mathematisch-Physikalische Semesterberichte 16, 41–55

Hans-Georg Weigand (1. Vorsitzender)

Endlich wissenschaftlich nachgewiesen: Die Hauptschule ist an Allem schuld

Peter Bender

In den letzten Monaten hat meine überregionale Tageszeitung „Frankfurter Rundschau“ (FR) drei interessante Studien in Form von Interviews bzw. Berichten vorgestellt. Alle drei prangern, durchaus nachvollziehbar, irgendwelche gesellschaftlichen Missstände an, und die Autoren bzw. Herausgeber versteigen sich jedes Mal direkt oder indirekt zu der Behauptung, dass die Hauptschule schuld sei, und suggerieren mehr oder weniger explizit, dass man zur Bekämpfung dieser Missstände vor allem die Hauptschule abschaffen müsse.

1 *„Viele Hauptschüler sind krank.“ Interview der FR mit dem Berner Medizinsoziologen Matthias Richter am 28. 5. 2010*

Matthias Richter war Leiter der Studie „Psychosoziale Gesundheit bei Kindern und Jugendlichen in Nordrhein-Westfalen: Die Bedeutung von Alter, Geschlecht und Schultyp“, die er zusammen mit V. Bohn und K. Rathmann in „Das Gesundheitswesen 2010; 72 (5): 293–300“ veröffentlichte.

Es wurden 4300 Schülerinnen & Schüler im Alter von elf bis 15 Jahren befragt. Es stellte sich heraus, dass die Jugendlichen in der Hauptschule sich weniger gesund fühlen als die im Gymnasium und Mädchen über alle Schulformen hinweg ihre Gesundheit deutlich schlechter einschätzen als Jungen.

Sowohl die Überschrift des Artikels, als auch der ganze Duktus des Interviews suggerieren, dass die Jugendlichen der Hauptschule weniger gesund *seien* (was ja gar nicht so unplausibel ist). Aber nicht der objektive Gesundheitszustand war untersucht worden, sondern die Selbsteinschätzung der Jugendlichen. „An genau diesem Bild waren wir auch interessiert“, stellt Matthias Richter im Interview fest.

Natürlich weiß er, dass hier das ausschlaggebende Merkmal der familiäre Hintergrund ist. Aber da er nun einmal nicht nach diesem, sondern nach Schulformen differenziert hat, macht er die Hauptschule für seine Ergebnisse verantwortlich und fordert: „Unser unsägliches Schulsystem, das soziale Selektion noch verstärkt, muss endlich erneuert werden. Wie, muss man sehen. Einige Bundesländer haben ja die Hauptschule endlich abgeschafft.“

Zunächst einmal ist zu fragen, wie er mit dem Befund umgeht, dass Mädchen sich wesentlich kränker fühlen als Jungen. Will er das weibliche Geschlecht (Gender) abschaffen?

Einen statistischen Zusammenhang zwischen zwei Merkmalen feststellen, ist das Eine. Diesen Zusammenhang aufklären, ist etwas ganz Anderes, gerade auch bei dem weichen Datenmaterial, wie es der Studie zugrunde liegt. Und Vorschläge zur Verbesserung der Situation machen, ist ein Drittes, besonders wenn man damit die Grenzen des eigenen Forschungsbereichs überschreitet.

Wenn die Hauptschülerinnen & -schüler sich, statistisch gesehen, gesundheitlich schlechter fühlen als die Gymnasiastinnen & Gymnasiasten, dann bedeutet das noch lange nicht, dass daran die Hauptschule schuld ist. Das schlechtere Befinden könnte doch ganz andere Ursachen haben, z. B. in der Familie oder überhaupt im Alltagsleben der Hauptschülerinnen & -schüler liegend. Diese Ursachen würden durch den Besuch einer anderen Schulform nicht abgestellt. Darüber hinaus besteht die Gefahr, dass die Hauptschülerinnen & -schüler sich noch schlechter fühlen würden, wenn die Hauptschule mit ihren kleinen Klassen und passgenauen Curricula abgeschafft würde und sie in Einheitsschulen als die Doofen stigmatisiert würden.

2 *„Antworte bitte im ganzen Satz!“ Interview der FR mit dem Berliner Berufsschullehrer Stephan Serin am 17. 9. 2010*

In seinem Buch „Föhn mich nicht zu. Aus den Niederungen deutscher Klassenzimmer. Reinbek: Rowohlt 2010“ hat der Autor Stephan Serin den in vielen Schulklassen herrschenden schwer restringierten Sprachcode drastisch geschildert. Ein Beispiel: „Ermittelt bitte aus dem Text, was die Ursachen für den Aufstieg der NSDAP waren.“ – „Wasis ermitteln?“ – „Das heißt so viel wie rausholen. Informationen aus dem Text rausholen.“ – „Escht krass! Wieisch

Informationen aus Text holen. Habisch Schere? … Nee!“

Am Schluss des Interviews fordert Stephan Serin wohlfeil „viel mehr individuelle Förderung“, ohne sich über die, insbesondere finanzielle, Realisierbarkeit Gedanken zu machen. Im diametralen Widerspruch dazu glaubt er außerdem, „dass wir eine richtige Gemeinschaftsschule von der ersten bis zur zehnten Klassen für alle brauchen“. Hier haben wir ihn wieder einmal, den Grundwiderspruch der Einheitsschule und ihrer Apostel.

Tatsächlich fühlen sich z. B. viele Grundschullehrerinnen & -lehrer durch die trotz der Einheitsgrundschule bis zum 4. Schuljahr bereits weit divergierenden Leistungen, Haltungen und überhaupt Persönlichkeiten ihrer Schülerinnen & Schüler stark überfordert, und sie wären froh, wenn sie diese nicht alle zusammen in einer Klasse hätten. – Die ehemalige Vorsitzende des VBE-Bezirks Detmold, Barbara Hommel, wiederum meint: „Die meisten Grundschullehrer sind nicht glücklich damit, Schüler im Alter von neun oder zehn Jahren sortieren zu müssen“, und sie spricht sich für ein längeres gemeinsames Lernen nach der Grundschulzeit aus (so meine regionale Tageszeitung „Westfälisches Volksblatt“ (WV) am 17. 11. 2010). – Es trifft bestimmt zu, dass die Grundschullehrerinnen & -lehrer die große Spreizung von Leistungen, Haltungen und Persönlichkeiten schon bis zum 4. Schuljahr nicht nur konstatieren, sondern auch bedauern; aber daraus lässt sich doch kein Plädoyer dafür ableiten, alle Kinder weiter gemeinsam zu unterrichten, – im Gegenteil!

3 *„416 Morde weniger durch eine bessere Bildung“ Bericht in der FR am 10. 11. 2010 über die Studie „Unzureichende Bildung: Folgekosten durch Kriminalität“ des Frankfurter Ökonomen Horst Entorf und seines Mitarbeiters Philip Sieger im Auftrag der Bertelsmann-Stiftung*

1771 Häftlinge und 1193 Menschen ohne einschlägige Vorgeschichte wurden befragt, und es kam Folgendes heraus (S. 9f der Studie): Vorstrafe im Elternhaus, Scheidung/Trennung der Eltern, Konfessionslosigkeit, „Abbruch einer Ausbildung, ein fehlender Hauptschulabschluss sowie der Besuch der Hauptschule an sich spielen eine signifikante … Rolle bei der Erklärung kriminellen Verhaltens“. Da man an den ersten drei der genannten Parameter kaum drehen kann (s. S. 10), wurde das Augenmerk der Untersuchung auf „unzureichende Bildung“ (= „kein Hauptschulabschluss“; s. S. 17f) gelegt, und da haben Entorf und Sieger „nachgewiesen“:

„Wäre es im Jahr 2009 gelungen, die unzureichende Bildung um 50 Prozent zu reduzieren, hätte es in Deutschland mindestens 416 Fälle von Mord und Totschlag, 13 415 Fälle von Raub und Erpressung sowie 318 307 Fälle von Diebstahl weniger geben können“, und „insgesamt [hätten] 1,42 Milliarden Euro an Kosten der Kriminalität ‚eingespart‘ werden können“ (S. 12). Dieses bizarre Zahlenwerk wird nicht angemessener, wenn die Zahlen in den Zeitungen auf „etwa 420“, „knapp 13 500“ und „fast 320 000“ gerundet werden.

Niemand wird bestreiten, dass eine Steigerung der Schulabschlussrate und in Verbindung damit die Steigerung der Berufstätigkeitsrate zu einem Sinken der Kriminalitätsrate führt. Ein wesentlicher Grund liegt auf der Hand: die Leute haben dann weniger Zeit, auf dumme Gedanken zu kommen. Auf S. 16 beschreiben die Autoren weitere Gründe. Aber die o. a. Zahlen auszurechnen und zu verbreiten, ist doch absurd, und wenn man noch so viele nationale und internationale Statistiken und raffinierte Methoden herangezogen hat.

Da nützt es auch nichts, wenn die Autoren im Anhang auf den Seiten 60 bis 63 eine kausale Abhängigkeit der Kriminalität von der „Bildungsvariablen“ (mit den Ausprägungen „un-/zureichende Bildung“) „nachweisen“, wonach sie sich legitimiert fühlen, einen funktionalen Zusammenhang im mathematischen Sinn zu unterstellen und die Funktionswerte genau auszurechnen. Diese vier Seiten sind ein Musterbeispiel einer unverständlichen Beschreibung statistischer Verfahren und Schlüsse (immer ein Indiz für unzulängliches Verständnis bei den Autoren selbst). Da werden Methoden aus ganz anderen Kontexten ohne Prüfung auf Angemessenheit übernommen; da bleiben die Variablen des familiären Hintergrunds und des Ausbildungsabbruchs außen vor; und es wird übersehen, dass es i. A. eine chronologische Abfolge von familiärem Hintergrund, unzureichender Bildung und Abgleiten in Kriminalität gibt, die bereits die Gerichtetheit des festgestellten statistischen Zusammenhangs weitgehend erklärt, zugleich aber auch Kriminalität *vor* unzureichender Bildung auftreten kann, wo ein kausaler Zusammenhang dann noch eher plausibel ist. Allerdings scheinen die Autoren erst dann von Kriminalität zu reden, wenn eine Inhaftierung (S. 60) erfolgt ist (gemäß ihrer o. a. Probandinnen- & Probanden-Auswahl). Dass eine kriminelle Disposition und kriminelles Verhalten schon lange vor einer Inhaftierung bestehen kann, insbesondere auch bei schulpflichtigen Jugendlichen, scheint in dieser Studie nicht in Betracht gezogen zu werden, wäre aber hoch-bedeutsam für das Kausalitätsgefüge.

Der letzte Absatz des „Kausalitätsnachweises“ ist es wert, wörtlich wiedergegeben zu werden (S. 62):

> Es kann also geschlussfolgert werden, dass die *Nullhypothese* der Exogenität [der Bildungsvariablen gegenüber der Kriminalität] *nicht abgelehnt* werden kann. Für die Resultate der Probit-Schätzung in Tabelle 5 bedeutet dies, dass sie *als kausale Effekte interpretiert werden können*: Unzureichende Bildung *hat also* tatsächlich einen *Einfluss* auf Kriminalität und ist nicht lediglich mit Kriminalität korreliert. [Kursivsetzung von mir]

Das ist doch ein ganz esoterischer Kausalitätsbegriff, der mit der Realität aber auch gar nichts zu tun hat und insbesondere nicht die Berechnung der o. a. Zahlen in ihrer Schein-Genauigkeit legitimiert, aber Überschriften wie in der Berner Zeitung (BZ) am 11. 11. 2010 nach sich zieht: „Bildung verhindert Morde – Eine Studie belegt den kausalen Zusammenhang zwischen Bildung und Kriminalität.“ – Gar nichts hat die Studie in dieser Beziehung belegt.
Den Autoren sei zugute gehalten, dass sie ihr Zahlenwerk überhaupt für legitimationsbedürftig halten. Zum einen ist ihnen der Kausalitätsnachweis offenbar wichtig, und zum anderen: „‚Ich könnte auf diese Eurobeträge gut verzichten‘, sagte Wissenschaftler Entorf: ‚Aber Politiker kann man damit besser überzeugen‘“ (BZ). – Man muss sich aber doch nicht jedem Schwachsinn unterwerfen, den die Auftraggeberin einem zumutet!
„Einen Lösungsansatz“, so die BZ, „sieht der ehemalige Hamburger Wissenschaftssenator [und jetziges Mitglied des Vorstands der Bertelsmann-Stiftung Jörg Dräger] … in einem Fokus auf das gemeinsame Lernen. Den Hebel müsse man bei Förder- und Brennpunktschulen ansetzen. … Zahlreiche Studien hätten längst belegt, dass das gemeinsame Lernen stärkeren Schülern nicht schade, schwächeren aber helfe.“
Diese Behauptung wird durch ihre gebetsmühlenartige Wiederholung nicht wahrer. Bei meiner intensiven Suche ist mir noch keine seriöse solche Studie begegnet. Dagegen hat der langjährige Gesamtschullehrer Ulrich Sprenger vom „Arbeitskreis Schulformdebatte e. V.“ unter www.schulformdebatte.de viele Studien zusammengestellt, die nahelegen, „dass ein ‚längeres gemeinsames Lernen‘ sowohl für die leistungsstärkeren als auch für die leistungsschwächeren Schülerinnen & Schüler erhebliche Nachteile bringt“.
Zudem schafft man mit der Abschaffung der Hauptschule die Hauptschülerinnen & -schüler noch lange nicht ab, die aber nach wie vor kleine Klassen und passgenaue Curricula bräuchten. Horst Entorf sollte einmal untersuchen, wie weit das jahrelange Schlechtreden der Hauptschule durch interessierte Kreise die (von ihm statistisch festgestellte) Neigung der Hauptschülerinnen & -schüler zu Kriminalität befördert hat.
Derselbe Appell geht an Matthias Richter in Sachen „subjektives Wohlbefinden der Hauptschülerinnen & -schüler“.

4 *Einige Bemerkungen zur Bertelsmann-Stiftung*

In den *Mitteilungen der GDM* 89 (Juli 2010) habe ich schon einmal zwei fragwürdige Studien (von Klaus Klemm und Ludger Wößmann) besprochen, die im Auftrag der Bertelsmann-Stiftung im Rahmen von deren Projekt „Investitionen in Bildung“ entstanden sind.
Wenn man wissen möchte, was „dieses steuerbegünstigte Privatinstitut“ (WV am 9. und 10. 8. 2010) Bertelsmann-Stiftung eigentlich will, sollte man das Buch „Bertelsmann-Republik Deutschland. Frankfurt: Campus 2010“ von Thomas Schuler lesen. Nach Schuler rückt der Medienkonzern „Bertelsmann“ mit Hilfe dieser Stiftung „ungeniert“ in die Nähe der Politik, und „die Studien dienen der Stiftung dazu, für ihre Arbeit Wissenschaftlichkeit in Anspruch zu nehmen und Ernst genommen zu werden“. – Vermutlich ist die Wahrheit komplexer. Mich würde nicht wundern, wenn da auch das Motiv im Spiel wäre, dass Jemand ausprobieren möchte, wie weit man gesellschafts- und bildungspolitischen Einfluss gewinnen kann, wenn man nur genug Geld einsetzt (wie der Multimillionär Dietmar Hopp mit seinem Spielzeug 1899 Hoffenheim im Fußball, selbstverständlich mit politisch korrekten Aktivitäten wie einer vorbildlichen Jugendarbeit, Förderung der Infrastruktur in Nord-Baden usw.).
Die Bertelsmann-Stiftung ist schon lange ein einflussreicher Motor bei der Plutokratisierung der Hochschulen und wendet sich augenscheinlich nun den Schulen zu. Die Kräfte, die sich diesem Trend entgegenstemmen, sind derzeit noch vereinzelt. Vielleicht kann die im Juni 2010 gegründete „Gesellschaft für Bildung und Wissen e. V.“ (www.bildung-wissen.eu) als Sammelbecken fungieren. Und ein spannendes Buch, in dem die aktuelle Misere der deutschen Universität treffend beschrieben ist, kann ich auch noch empfehlen: „Wir sind doch nicht blöd. Münster: Westfälisches Dampfboot 2010“ von dem Siegener Germanisten Clemens Knobloch.

Zum Lehrer geeignet? Die falsche Frage

Zum Beitrag von Andreas Vohns in MGDM Nr. 87: Lehrer sein das ist nicht schwer, Lehrer werden umso mehr

Wolfram Meyerhöfer

Andreas Vohns thematisiert in seinem Beitrag diverse Versuche, eine Eignungsprüfung für Lehramtsstudierende einzuführen. Er verweist darauf,

- dass es eine seltsame Brüchigkeit birgt, einerseits von Lehrern zu fordern, jeden Schüler dort abzuholen, wo er gerade steht – und andererseits die in dieser Forderung postulierte Positivität von heterogenem „Lernermaterial" für angehende Studierende zu verneinen,
- dass ein problematisches Selbstbild der Lehrerausbilder hinter der Forderung nach Eignungsprüfungen steht: Nur wenn man seiner eigenen Ausbildung keinerlei Relevanz zutraut, dann kann man annehmen, dass eine Eignung zum Lehrer bereits vor dem Studium vorhanden – oder bei Nichtvorhandensein auch nicht herstellbar – ist. Vohns spricht vom Klischee „Lehrer kann man nicht werden, zum Lehrer muss man geboren sein".
- dass es eine Illusion ist „vor Studieneintritt bzw. nach einem Semester (bestenfalls Jahr) so treffsicher" entscheiden zu können, wer einmal ein „guter Lehrer" wird, dass man die Negativfälle gesetzlich sanktioniert vom (weiteren) Studium abhalten darf,
- dass die Gefahr besteht, dass eine solche Eignungsprüfung die Studierenden lediglich zu „Motivations-Striptease, Belastbarkeits-Test oder schlicht Stallgeruchsprüfung" zwingt.

Die von Vohns angegebenen Instrumente zur Eignungsbestimmung[1] könnten in ihrer Naivität rührend sein, wenn sie nicht so bitterernst in Anspruch nehmen würden, sie könnten eine Aussage treffen, die über einen Brigitte-Fragebogen hinausreicht – welcher ja für manche Menschen in manchen Prozessen auch nicht gänzlich wertlos ist.

Vohns plädiert dafür, die Eignung der Studierenden schlicht während des Studiums festzustellen. Praktisch heißt das, dass wir Lehrerbildner uns innerhalb der vorhandenen Zulassungs- und Prüfungsstrukturen fragen müssen, ob wir den Studierenden eigentlich das für den Lehrerberuf Wesentliche beibringen und ob wir konsequent und früh genug jene Studierenden rauswerfen, die die für den Beruf (?) erforderlichen Leistungen nicht erbringen.

Das Bedürfnis nach besserem „Menschenmaterial"

Aus dem Wunsch nach einer Eignungsprüfung für Lehrerstudierende spricht m.E. eine Unzufriedenheit mit den vorfindlichen Studierenden. Diese Unzufriedenheit sollte man ernst nehmen, zumindest bei sich selbst: Was ist es, das mich selbst unzufrieden macht mit dem mir zur Verfügung stehenden Menschenmaterial? Ich nutze diesen zynischen Begriff mit Absicht, denn diese Unzufriedenheit zeigt sich auf allen Stufen des Bildungssystems: Die Wirtschaft jammert, dass die Uni so unbrauchbare Berufsanfänger produziert; Professoren jammern, dass die Lehrer ihnen so unbrauchbare Studienanfänger liefern; Sekundarschullehrer jammern, dass die Grundschule so unbrauchbare Schüler produziert; Grundschullehrer jammern, dass die Kitas so unbrauchbare Schulanfänger liefern; und Kitas jammern über das schlechte Menschenmaterial, das ihnen von den Eltern vorgesetzt wird. Und natürlich wird das alles Jahr für Jahr schlimmer. Ich nenne das die Kaskade des Jammerns.

Wenn man nun die eigene Unzufriedenheit ernst nimmt und in die Kaskade des Jammerns einordnet, dann hat man einen Ansatzpunkt, die eigene Professionalität zu befragen. Die Kernfrage scheint mir dann nicht mehr zu sein: Wie kann ich mir besseres Menschenmaterial sichern? Sie heißt dann eher: Wie gehe ich mit der Heterogenität der Lernenden um? Dieses Problem scheint unhintergehbar zu sein, selbst wenn ich einen Selektionsprozess vorschalte.

[1] Zum Beispiel: http://www.cct-germany.de oder http://www.bw-cct.de (Selbsttest, laut DHV-Mitteilungen vom Juli 2009 soll er ab 2011 in Baden-Würtemberg verpflichtend werden), http://www.dbb.de/lehrerstudie/start_fit_einleitung.php

Professionalität scheint mir nun nicht darin zu bestehen, standardisiertes Humankapital als Ausgangspunkt der eigenen Tuns zu fordern. Professionalität scheint mir darin zu bestehen, sich an der Frage abzuarbeiten, was die (notwendig verschiedenen) Individuen lernen sollen und können und wie ich die Lernprozesse initiiere.

Eignung wozu?

Das heißt nun nicht, dass man auf Eignungsprüfungen völlig verzichten muss. Selbstverständlich kann es sinnvoll sein, das Feld der Lernenden in seiner Heterogenität zu begrenzen, insbesondere wenn die eigenen Fähigkeiten, Heterogenität produktiv zu handhaben, begrenzt sind – man sollte da auch ehrlich mit sich selbst sein.
Auffällig ist nun aber, dass die von Vohns beschriebene Debatte um Eignungsprüfungen für Lehrer durchgehend die falsche Frage stellt, nämlich die Frage: Ist dieser Mensch geeignet, später den Lehrerberuf zu ergreifen? Diese falsche Frage ist nun tatsächlich mit all jenen Einwänden behaftet, die Vohns vorbringt. Man muss ehrlicherweise sagen: Es wird nicht möglich sein, ein justitiables, also den Einzelfall redlich abdeckendes Verfahren zu finden, um bei Studienanfängern die Eignung zum Lehrerberuf festzustellen. Man könnte natürlich – wie es Kollegen täglich vorführen – mit Wahrscheinlichkeiten von 60 oder 80 Prozent arbeiten. Ich würde das aber professionsethisch verwerfen wollen und finde es auch ziemlich erschreckend, mit welcher Selbstverständlichkeit das ethische Problem, Menschen von Zukunftschancen auszuschließen, von vielen Befürwortern von Eignungsprüfungen ignoriert wird.
Dies ist umso problematischer, wenn man sich klar macht, wie sich die Eignungsprüfungen legitimieren. Innerhalb der Jammerkaskade geht es um diffuses Unbehagen, gepaart mit defizitärem professionellem Selbstverständnis. Argumentativ werden aber die Ergebnisse neuer Lehrerbelastungsstudien vorgebracht. Vohns bemerkt dazu, dass es um den (zynischen) Ansatz geht, gestähltere Studienanfänger zu selektieren, statt jene Strukturprobleme von Schule zu bearbeiten, die die in den Belastungsstudien herausgearbeiteten Phänomene wie Burnout und professionelle Defizite begünstigen.
Zudem gibt es überhaupt keinen Grund, die Eignung zum Lehrerberuf bereits bei Studienanfängern festzustellen. Es ist eine irrige Annahme, dass ein Lehrerstudium lediglich zum Lehrerwerden qualifiziert. Es ist auch sehr gut, dass wir Studierende haben, die noch nicht von Anfang an vom Lehrerhabitus durchtränkt sind - und ich fürchte wie Vohns, dass die falsche Frage der Eignung zum Lehrerberuf lediglich auf eine Habitusprüfung hinausläuft. Die Frage ist dann nur: Riecht der junge Mensch bereits genug nach Lehrer? Wenn nicht, dann darf er gar nicht erst studieren. Die Frage darf nicht lauten: Ist diese Neunzehnjährige zum Lehrerberuf geeignet? Die Frage muss lauten: Will dieser Mensch mit uns Hochschullehrern in den nächsten Jahren (also im Studiumsprozess) arbeiten und wollen wir mit ihm arbeiten? Ob das dann zum Lehrerberuf führt, ist dabei nicht zentral.
Offenbar kann man ein solches Verfahren nicht objektivieren, es geht eben um die Zusammenarbeit von konkreten Menschen an einem konkreten Ort. Die Verschiedenheit der Hochschulen ist dabei eine Stärke, sie sorgt für Vielfalt und Ausgleich. Die Universität Witten-Herdecke hat seit ihrer Gründung ein solches Zulassungsverfahren praktiziert. Das Verfahren war immer ganz offen subjektiv, aber eben von Argumenten bestimmt. Ob so etwas an staatlichen Hochschulen legitim ist, ist offen. In Paderborn konnte sich ein vom Lehrerbildungszentrum entwickeltes alternatives Verfahren zur Zulassung von Lehramtsstudierenden jedenfalls nicht durchsetzen, obwohl bereits ein einziges der vorgebrachten Argumente ein starkes ist: Bereits die Notwendigkeit, ein Motivationsschreiben für das Studium aufzusetzen, ist für manche Abiturienten so abschreckend, dass sie sich lieber anderswo bewerben.
Neben einem Motivationsschreiben und eventuell einem Gespräch über vorher bekannte Fragen (Was erhoffen Sie von uns? Eine häufig geäußerte Kritik ist es, dass an der Universität zu theoretisch gearbeitet wird: Was meinen Sie dazu? usw.) schiene mir sinnvoll, den gegenüber Schule neuen Arbeitshabitus offenzulegen und zu überprüfen, ob die Bewerber sich auf eine Fragehaltung (statt der schulischen Antworthaltung) einlassen. Wenn wir zum Beispiel mit den Grundschulstudierenden diskutieren, warum man nicht durch Null teilen darf, was Zahlen eigentlich sind, warum sich wohl das dezimale System durchgesetzt hat oder warum die schriftlichen Rechenverfahren funktionieren, dann sind das Fragen, die man den Bewerbern auch einmal stellen und mit ihnen diskutieren bzw. sie schriftlich bearbeiten lassen kann. Solche Fragen zielen darauf, ob wenigstens Ansatzpunkte für ein gemeinsames Arbeiten zu finden sind. Klar ist, dass wir mit der Art der von uns gestellten Fragen auch einen Hinweis geben sollten, was für eine Geisteshaltung wir unsererseits den Studierenden

anbieten. Insofern wird es Hochschulen geben, in denen die Bewerber Texte der ortsansässigen Professoren lesen und in den Bewerbungsgesprächen wiedergeben müssen. Auch dies ist ein adäquater Weg, wenn er das spätere gemeinsame Arbeiten spiegelt. Allerdings wird man kaum eine Hochschule finden, an denen es nur den *einen* Lehrendentyp gibt? Da nur wenige Lehrende sich an die Studierendenauswahl beteiligen werden, dürfte also eine bessere Passung zwischen Studierenden und Lehrenden auch auf diesem recht aufwändigen Wege nur begrenzt erfolgreich sein.

Wie auch immer die Eignung zum Studium festgestellt werden mag, es geht um die Eignung zum Studium und nicht um die Eignung zum Lehrerberuf. Wenn wir uns das klar machen und uns ehrlich fragen, ob wir in unseren Zugangsprüfungen die sehr unterschiedlichen Anforderungen abbilden können, die die Hochschullehrerschaft an die Studierenden heranträgt, dann gelangen wir zu einem ernüchternden Gedanken: Vielleicht ist es doch die Abiturnote, die halbwegs brauchbar (jedenfalls im Vergleich zu den Alternativen) abbildet, wie der Bewerber mit unterschiedlichen Lehrtypen in unterschiedlichen Fächern klar gekommen ist. Vielleicht ist aber auch der Gedanke von Vohns der überzeugendste: Es gibt einen freien Zugang zum Studium und strenge erste/zweite Semester, in denen man entscheidet, ob man miteinander weiter arbeiten will.

VerA & Co.: Qualitätsabsenkung durch „Qualitätssicherung“

Erich Ch. Wittmann

Bereits in den vergangenen Jahren wurde in der Praxis an VerA 3 starke Kritik geübt. Im Jahr 2010 hat sich gegen den Mathematiktest bundesweit ein Sturm des Protestes erhoben. Völlig zu Recht, wie die fachdidaktische Analyse des Tests ergeben hat. Es ist hier nicht der Ort um auszuführen, wie unangemessen weite Teile von VerA 3/Mathematik 2010 waren. Dazu sei auf http://www.mathematik.uni-dortmund.de/ieem/mathe2000/neu.html verwiesen, wo die Auseinandersetzung des Autors mit den für VerA verantwortlichen Personen dokumentiert ist. Das Anliegen des vorliegenden Beitrags ist vielmehr grundsätzlicher Art: Es soll erstens begründet werden, warum „kompetenzorientierte“ zentrale Vergleichstests, auch wenn sie fachkundiger konzipiert sind als der diesjährige VerA-Mathematiktest, langfristig das Gegenteil dessen bewirken, was sich die Bildungspolitik von ihnen verspricht. Zweitens soll die systemische Qualitätssicherung als Erfolg versprechende Alternative beschrieben werden.

Die Bildungspolitik in der Falle der Bildungsforschung

Es ist unstrittig, dass das Bildungsniveau in den letzten Jahrzehnten gesunken ist. Eine viel zu große Zahl von Kindern hat nach vier Jahren Grundschule größte Mühe mit dem Lesen, Schreiben und Rechnen. Eine viel zu große Zahl von Jugendlichen verlässt die Schule ohne Abschluss. Hier besteht Handlungsbedarf. Der Bildungsforschung ist es inzwischen gelungen, die Bildungspolitik davon zu überzeugen, dass im Interesse der Qualitätssicherung zentrale Institute auf- bzw. ausgebaut werden müssen, in denen die Entwicklung und Durchführung von Vergleichstests sowie die Auswertung und Bewertung der Testergebnisse als psychometrische Daueraufgabe betrieben werden. In Zukunft werden VerA, PISA, TIMS und IGLU in steter Folge grüßen lassen. Ein wesentliches Argument der Bildungsforscher war der Verweis auf andere Länder, bei denen sich, so wird behauptet, die „Output-Steuerung“ durch Vergleichstests als entscheidend für die Qualitätssicherung erwiesen habe. Ein weiteres Argument war der Verweis auf Industrie und Wirtschaft, wo das Qualitätsmanagement, dort zweifellos aus guten Gründen, eine zentrale Rolle spielt.

Bildungsmonitoring als systemischer Irrweg

Bei tieferer Betrachtung zeigt sich jedoch, dass der von der Bildungsforschung gewiesene Weg trotz der immensen Kosten nicht zu einer Konsolidierung und Verbesserung, sondern zu einer Absenkung des Niveaus führen wird. Dafür gibt es zwei stichhaltige Gründe:

1. Die Bearbeitung zusammenhangloser Testaufgaben, von denen jede in durchschnittlich fünf Minuten zu bewältigen ist, ist kein Abbild einer soliden mathematischen Tätigkeit. Die zur Auswertung benutzten Kompetenzmodelle sind inhaltsleer und behindern die Entwicklung des Unterrichts entlang schlüssiger Curricula. Tests gut bearbeiten zu können ist eine Sache, ein Fach zu verstehen und fachliches Wissen in sinnvollen Zusammenhängen, mit denen man sich vertraut gemacht hat, anzuwenden eine andere. Für andere Fächer, insbesondere Sprache, gilt sinngemäß das Gleiche.
2. Klassen und Kollegien sind komplexe soziale Systeme, im fundamentalen Unterschied zu den Produktionssystemen der Industrie und Wirtschaft. Ein komplexes System von außen steuern zu wollen, ist prinzipiell unmöglich. Je massiver die Eingriffe sind, desto mehr verarmt das System. Der Bielefelder Soziologe Helmut Willke hat dies in seiner dreibändigen Systemtheorie ausführlich begründet. Das Bildungsmonitoring ist ein massiver Eingriff, der aus systemischen Gründen kontraproduktiv ist.

Lehren aus der Geschichte

Die heutige Situation gleicht in fataler Weise der bildungspolitischen Situation vor 40 Jahren. Damals wurde aus den USA mit Unterstützung der OECD die „New Math“ importiert. 1968 beschloss die KMK trotz vielfacher Warnungen erfahrener Fachdidaktiker neue Richtlinien, die in den Ländern postwendend umgesetzt wurden. Obwohl sich die „Mengenlehre“ in der Praxis sehr schnell als Fehlschlag erwies, wurde jahrelang an den KMK-Richtlinien festgehalten. Erst unter dem wachsenden Druck der Lehrerschaft und der Öffentlichkeit erfolgte 1976 eine Revision.

Nahezu zeitgleich überflutete der US/OECD-Import Nr. 2, die Lernzielorientierung, das deutsche Bildungswesen. Auch dieses Steuerungsinstrument machten sich die Kultusministerien zu Eigen. Lehrpläne, in denen die Lernziele bis in Fein- und Feinstlernziele aufgespaltet wurden, und Unterrichtsentwürfe nach diesem Muster beherrschten einige Jahre die zweite Ausbildungsphase, bis auch dort die Unsinnigkeit des Ansatzes erkannt wurde.

Diese Fehlentscheidungen haben der Unterrichtsentwicklung schweren Schaden zugefügt, von dem sich insbesondere der Mathematikunterricht in der Sekundarstufe I kaum erholt hat.

Erst mit dem von Heinrich Winter maßgeblich bestimmten Grundschullehrplan Mathematik für Nordrhein-Westfalen vom Jahr 1985 wurde aufbauend auf der bewährten elementarmathematischen und didaktischen Tradition in Deutschland eine neue Entwicklung eingeleitet. Dieser Jahrhundertlehrplan, der auf andere Bundesländer und Schulstufen ausstrahlte, zeichnete sich durch folgende Neuerungen aus:

– die Ausweisung der allgemeinen stufenübergreifenden Lernziele Mathematisieren, Explorieren, Argumentieren und Formulieren als Beschreibung mathematischer Prozesse,
– die Festschreibung des entdeckenden Lernens als oberstes Unterrichtsprinzip,
– die doppelte Orientierung des Unterrichts an Anwendungen und an der mathematischen Struktur.

Auf dieser Grundlage hat eine imhaltliche Unterrichtsentwicklung eingesetzt, die in den letzten Jahren besonders durch das SINUS-Projekt gefördert wurde. In dem Maße, in dem die von der KMK eingeführten Bildungsstandards als Weiterentwicklung dieses erfolgreichen Ansatzes verstanden werden, leisten sie einen wichtigen Beitrag zur Unterrichtsentwicklung und verdienen volle Unterstützung.

Das Bildungsmonitoring hingegen, US/OECD-Import Nr. 3, instrumentalisiert die Bildungsstandards für psychometrische Zwecke und gefährdet die o. g. Entwicklung in ihren Grundfesten. Dieser Ansatz der Bildungsforschung muss aus systemischer Sicht entschieden zurückgewiesen werden. H. Willke beschließt das o. g. Werk mit einem Kapitel „Renitenz und Risiko“, aus dem ein Abschnitt zitiert sei:

> Gegenüber jedem Steuerungsanspruch empfehle ich deshalb die Tugend der Renitenz. Widerspruch und Widerstand geben Zeit und Anlass für die Prüfung der Frage, ob der Steuerungsanspruch legitim in dem Sinne ist, dass er die Autonomie und die Selbstbestimmung des zu steuernden Systems respektiert. Zugleich prüft Renitenz die Ernsthaftigkeit des Steuerungsvorhabens.[1]

Systemische Qualitätssicherung

Aus systemischer Sicht besteht der einzige sinnvolle Weg ein komplexes System zu steuern darin, die Selbststeuerung des Systems zu verstärken und Kontexte zu schaffen, die dem System Hilfe zur Selbsthilfe bieten. Dies gilt auf allen Ebenen:

1. Lehrerinnen und Lehrer müssen die Selbststeuerungskräfte der Lernenden verstärken und Hilfe zur Selbsthilfe leisten. Sie müssen auch die Verantwortung dafür übernehmen, dass im Unterricht solides Wissen erworben wird. Zu dieser Verantwortung gehört selbstverständlich auch die Durchführung von Lernkontrollen. Der amerikanische Mathematikdidaktiker Howard Fehr hat die systemische Form der Qualitätssicherung schon vor über 50 Jahren mustergültig beschrieben: Während des Unterrichts müssen die Überlegungen der Kinder ständig beobachtet und bewertet werden. Schriftliche Tests reichen hierfür nicht aus. Häufige mündliche Erklärungen bilden eine bessere Grundlage um das Verständnis zu überprüfen. Aber im Hinblick auf den Lernprozess ist es noch wichtiger, dass die Kinder aus eigenem Antrieb und unter Führung der Lehrkraft ihren Lernfortschritt ständig selbst einschätzen, ihre eigenen Stärken und Schwächen erkennen, durch aus dem Unterricht erwachsene Tests erfahren, wo sie stehen, und selbst die Hilfe anfordern, die sie benötigen. Wir müssen die Kinder mehr und mehr dazu bringen, selbst Verantwortung für ihre Lernfortschritte zu übernehmen. Die ist ein seit langem vernachlässigtes Ziel des Unterrichts.[2]

[1] Willke, H. (2001): Systemtheorie III: Steuerungstheorie. Stuttgart: Lucius & Lucius, S. 358
[2] Fehr, H. (1988): A Philosophy of Arithmetic Instruction, repr. in Arithmetic Teacher 36, 437–441

2. Die Schulleitungen müssen die positiven Kräfte in ihren Kollegien verstärken und die Verantwortung dafür übernehmen, dass ihre Schulen als Ganzes ihren Auftrag erfüllen.
3. Analog muss die untere Schulaufsicht die Schulleitungen in ihren Bemühungen um eine Weiterentwicklung des Unterrichts beraten und unterstützen.
4. Aufgabe der Ministerien ist es, die Selbststeuerung der Schulen durch eine kluge Ordnungspolitik zu fördern. Dazu gehört auch die Schaffung eines institutionellen Rahmens für lokale bzw. regionale Absprachen zur Leistungsbewertung. Schulen sind im eigenen Interesse gut beraten sich hier abzusichern. Die Erarbeitung von Parallelarbeiten in Schulbezirken sowie von Orientierungsarbeiten in den Bundesländern war dafür der richtige Weg, der von den Schulen auch positiv aufgenommen wurde. Nicht weniger wichtig wäre die sorgfältige Prüfung von Lehrbuchwerken. Hier besteht Grund zur Klage. In allen Bundesländern werden Unterrichtswerke zugelassen, die offensichtlich nicht den Bildungsstandards entsprechen. Dadurch wird die Position fortschrittlicher Schulleitungen und Lehrkräfte in der schulinternen Diskussion um die Weiterentwicklung des Unterrichts erheblich geschwächt. Die wichtigste Maßnahme zur Qualitätssicherung jedoch wäre die Einführung einer systematischen Frühförderung in Sprache und Mathematik, den beiden Hauptfächern, von denen der Schulerfolg wesentlich abhängt. Auf diesem Gebiet ist Deutschland gegenüber europäischen Nachbarn deutlich im Rückstand. Hier müssten die finanziellen Mittel konzentriert werden, anstatt sie im Bildungsmonitoring zu vergeuden.

Um die Entwicklung in eine systemisch vernünftige Richtung zu lenken ist es genauso wie in den Zeiten der Mengenlehre und der Lernzielorientierung notwendig, innerhalb der Fachdidaktik Position zu beziehen und von der Praxis, von den Lehrerverbänden und vom öffentlichen Raum her auf die Bildungspolitik und die Bildungsadministration einzuwirken. Den Verantwortlichen muss deutlich gemacht werden, dass ihr blindes Vertrauen in die Bildungsforschung und die einseitige Festlegung auf das Bildungsmonitoring angesichts der zu erwartenden systemischen Folgeschäden fahrlässig ist.

Interview mit dem neuen DMV-Präsidenten Prof. Dr. Christian Bär (Potsdam)

J: *Herzlichen Glückwünsch zu ihrer Wahl zum DMV-Präsidenten. Was hat Sie bewogen, sich für dieses Amt zur Verfügung zu stellen? Was wollen Sie in Ihrer Amtszeit bewegen? Welche Ziele haben Sie sich gesetzt?*

B: Die DMV hat sich der Förderung der Mathematik in ihrer ganzen Breite und allen ihren Facetten verschrieben. Das geht weit über universitäre Mathematik hinaus, es umfasst auch die Zusammenarbeit mit den Lehrern an den Schulen, Öffentlichkeitsarbeit und vieles mehr. Das alles halte ich für sehr wichtig und möchte hier meinen Beitrag leisten. Das Bild der Mathematik in der Öffentlichkeit war ja nicht immer das beste, aber meinem Eindruck nach hat es sich in letzter Zeit schon stark verbessert. Da hat das Jahr der Mathematik 2008 sicher einen wichtigen Beitrag geleistet. Es scheint aber auch ein genereller Trend zu sein; in Spielfilmen ist der Mathematiker nicht mehr nur noch der genialische Spinner, auf den er früher reduziert war. Hier müssen wir am Ball bleiben und weiter gute Öffentlichkeitsarbeit machen. Unser Draht zur Politik ist heute auch viel besser, wir werden eher gehört, unabhängig von der jeweiligen parteipolitischen Couleur. In politischen Fragen, ob sie nun die Schul-, die Hochschul- oder die Forschungspolitik betreffen, strebe ich eine engere Kooperation mit unseren Schwestergesellschaften aus den anderen Fächern an, wie z. B. der Deutschen Physikalischen Gesellschaft oder auch der GDM.

J: *Wie sah Ihr Weg zur Mathematik aus?*

B: In der Schule war ich gut in Mathematik, hatte aber auch viele andere Interessen. Als Oberstufenschüler hatte ich zunächst erwogen, Biologie oder Informatik zu studieren. Dass es dann doch Mathematik geworden ist, war auch ein bisschen Zufall. Im Studium hat mich die Begeisterung dann aber schnell gepackt. Man wird vom ersten Semester an darauf trainiert, die Dinge zu hinterfragen und Probleme zu lösen. Ob ich eine Universitätskarriere würde machen können, konnte ich natürlich lange Zeit nicht wissen, ich habe mir auch kaum Gedanken darüber gemacht. Es gibt schließlich viele mögliche Zeitpunkte, in die Industrie zu wechseln, nach dem Diplom, nach der Promotion, notfalls auch noch nach der Habilitation. Und dann hatte ich das Glück, dass mir im Alter von 31 Jahren eine Professur in Freiburg angeboten wurde. Da sagt man nicht nein.

J: *Wenn Sie sich in Deutschland umschauen, könnten Sie einen Blick werfen auf das Mathematikstudium im allgemeinen und das Lehramtstudium im besonderen. Wo sind Schwächen, wo sind Stärken? Was sollte man beibehalten und pflegen, was ändern?*

B: Im Rahmen der Bologna-Reform ist in den letzten Jahren viel am Mathematikstudium herumgedoktort worden. Ganz im Gegensatz zur politischen Intention ist das Studium, auch im Lehramtsbereich, heute viel uneinheitlicher als jemals zuvor. Insofern ist eine allgemeine Beurteilung kaum mehr möglich. In jedem Fall halte ich es für einen Irrweg zu glauben, man könnte Probleme wie die traditionell hohe Abbrecherquote dadurch überwinden, dass man das Studium inhaltlich ausdünnt, den Stoff immer weiter reduziert oder gar auf Präzision verzichtet. Mathematik ist eben schwierig, den bequemen Königsweg gibt es nicht. Dann sollte man lieber über eine bessere Vorauswahl bei der Zulassung der Studierenden nachdenken.

J: *Wie schätzen Sie die Berufsaussichten der Absolventen eines Mathematikstudiums in Deutschland ein?*

B: Die Berufsaussichten von Mathematikern sind ausgezeichnet. Sowohl Mathematiklehrer als auch Diplommathematiker sind sehr gefragt und können in der Regel zwischen vielen angebotenen Stellen auswählen. Wie sich die Umstellung auf Bachelor und Master hier auswirken wird, muss man allerdings abwarten.

J: *Nennen Sie drei Gründe, warum man heute Mathematik studieren sollte.*

B: Mathematik sollte man hauptsächlich dann studieren, wenn man Freude daran hat, wenn man gerne mehr darüber lernen will und den Dingen auf den Grund gehen möchte. Alle weiteren Gründe, wie z. B. die guten Berufsaussichten, sollten sekundär sein.

J: *Könnten sie einen Blick auf die mathematische Forschungslandschaft in Deutschland werfen?*

B: Deutschland hat eine sehr starke und vielfältige mathematische Forschungslandschaft, um die wir im Ausland häufig beneidet werden. Neben einigen mathematischen Universitätsinstituten von Weltrang gibt es zwei mathematisch ausgerichtete Max-Planck-Institute, Forschungszentren wie das Matheon in Berlin oder das Hausdorff-Zentrum in Bonn, zahlreiche Sonderforschungsbereiche und Graduiertenschulen und vieles mehr. Viele internationale Spitzenforscher verbringen einen Teil ihrer Zeit in Deutschland.
Ich halte es für unabdingbar, dass die Forschungsförderung der Mathematik auch künftig weiter zunehmen wird, da, teilweise bedingt durch die Verfügbarkeit immer leistungsfähigerer Computer, die Mathematisierung anderer Wissenschaften mehr und mehr an Bedeutung gewinnt.

J: *Mathematik scheint sich zu nehmend zu diversifizieren, dass man einander nicht mehr versteht. Ein Zeichen davon ist möglicherweise, dass es an einzelnen Hochschulen kaum noch mathematische Kolloquia gibt sondern nur noch Vorträge in einzelnen Arbeitsgruppen. Sehen Sie diese Entwicklung? Wie könnte man ihr möglicherweise begegnen?*

B: Diese Entwicklung ist weder neu, noch auf die Mathematik beschränkt. Das Wissen der Menschheit explodiert, so dass der einzelne nur noch immer kleinere Bereiche überblicken kann. Daher halte ich die Wissensorganisation für ein ganz wichtige Zukunftsaufgabe. Glücklicherweise gibt es neue technische Möglichkeiten, die uns hier helfen können. Das Internet mit der Wikipedia ist ein Beispiel dafür.
Speziell in der Mathematik kommt es immer wieder vor, dass ganz verschiedene Teilgebiete kombiniert werden, mit teilweise spektakulären Ergebnissen. Z. B. Perelmans Beweis der Poincaré-Vermutung, einer rein topologischen Fragestellung, wurde mit Methoden der geometrischen Analysis geführt, also mit partiellen Differentialgleichungen. Da muss man schon ziemlich viel Mathematik gut verstanden haben. Auch wer Mathematik in den Natur- oder Ingenieurswissenschaften, in der Medizin oder sonst wo anwendet, muss in der Regel verschiedenste Bereiche überblicken.
Dass es generell kaum noch mathematische Kolloquia gibt, kann man eigentlich nicht sagen. Ich kenne einige mathematische Institute mit sehr gut funktionierendem Kolloquium. Entscheidend ist, dass sich jemand darum kümmert, die Sprecher klug auswählt und ihnen klarmacht, dass sie nicht vor Experten vortragen.

J: *Wie würden Sie einem Laien erläutern, woran Sie gerade forschen und warum Sie das tun?*

B: In der allgemeinen Relativitätstheorie wird unser Universum durch eine gekrümmte Raumzeit mathematisch modelliert. In einem Projekt untersuchen wir Wellengleichungen, die auf solchen gekrümmten Raumzeiten definiert sind. Diese sind von großer physikalischer Bedeutung, da sie beschreiben, wie sich Kräfte, z. B. elektromagnetische, fortpflanzen. Daher möchte man die Lösungen solcher Gleichungen besser verstehen.

J: *Mathematiktreibende äußern sich selten zu ihrer Arbeitsphilosophie. Könnten Sie kurz erläutern, was Mathematik macht und worin ihre geistige und ihre gesellschaftliche Bedeutung liegt?*

B: Ein Kollege aus den Lebenswissenschaften meinte einmal, er würde kein Geld für Fachzeitschriften ausgeben, die älter als fünf Jahre sind. Alles was darin steht, sei heute nicht nur veraltet, sondern einfach falsch. Da ist die Mathematik ganz anders. In der Mathematik suchen wir nach gesicherter Erkenntnis, die auch nach Tausenden von Jahren noch Bestand hat. Insofern ist Mathematik eine grandiose kulturelle Leistung. Die Anwendungen der Mathematik wiederum liegen derart vielen technischen Erfindungen zu Grunde, dass wir uns überhaupt nicht vorstellen können, wie unsere Welt heute ohne Mathematik aussähe.

J: *Wir wünschen Ihnen viel Erfolg für Ihre Präsidentschaft.*

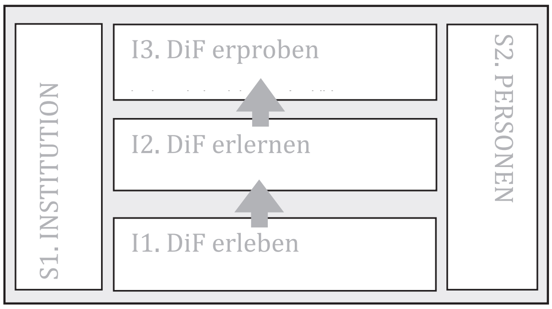
dortMINT
Diagnose und individuelle Förderung in der Lehrerbildung

Stephan Hußmann, Florian Schacht und Christoph Selter

Die TU Dortmund ist zusammen mit der TU München Sieger des Exzellenzwettbewerbs zur MINT-*Lehrerbildung (Mathematik, Informatik, Naturwissenschaften, Technik), der von der Deutsche Telekom Stiftung initiiert wurde.*
Im Zentrum des Projekts dortMINT stehen die Themen „Diagnose und individuelle Förderung", die in den fachwissenschaftlichen, fachdidaktischen und schulpraktischen Teilen des Lehramtsstudiums fest verankert werden. Ziel der fünf Teilprojekte von dortMINT ist es, die Professionalisierung künftiger Lehrkräfte aller Schulstufen und Schulformen mit Blick auf ihre Diagnosefähigkeit zu fördern und damit die Lehrerbildung sowie die fachbezogene Bildungsforschung qualitativ zu verbessern.

Vor dem Hintergrund der großen Heterogenität der Schülerschaft haben die Leitprinzipien der Diagnose und individuellen Förderung (DiF) in den letzten Jahren zunehmend an Bedeutung in den bildungspolitischen, didaktischen und professionstheoretischen Diskussionen und Entwicklungsbemühungen gewonnen. Studien in der Unterrichtsforschung haben gezeigt, dass Lehr-/Lernprozesse nur dann effektiv und nachhaltig gestaltet werden können, wenn sie an individuelle Lernstände der Schülerinnen und Schüler anknüpfen und diese adaptiv weiterentwickeln.
Dies gilt gleichermaßen für lernschwache wie für lernstarke Schülerinnen und Schüler. Vielfach empirisch belegt durch Professions- und Unterrichtsforschung ist daher die große Bedeutung diagnostischer Kompetenz und einer Handlungskompetenz im Bereich individueller Förderung für erfolgreiches Lernen im Unterricht. Aus diesen Gründen wird das Themenfeld Diagnose und individuelle Förderung auch im neuen Lehrerausbildungsgesetz des Landes Nordrhein-Westfalen als eine zentrale Aufgabe der Lehrerbildung hervorgehoben.
Im Rahmen des Projekts dortMINT wird somit das Thema DiF in den fachwissenschaftlichen, fachdidaktischen und schulpraktischen Teilen des MINT-(Mathematik, Informatik, Naturwissenschaften, Technik) Lehramtsstudiums an der TU Dortmund fest verankert. Hierzu wird die Professionalisierung künftiger Lehrkräfte mit Blick auf ihre Diagnosefähigkeit und ihre Handlungskompetenz bezüglich des Förderns unterstützt und damit die Lehrerbildung qualitativ zu verbessert.
dortMINT ist ein Kooperationsprojekt aller sechs MINT-Fächer, der Rehabilitationswissenschaft, des Instituts für Schulentwicklungsforschung, des Instituts für deutsche Sprache und Literatur, des Zentrums für Hochschuldidaktik und des Dortmunder Kompetenzzentrums für Lehrerbildung und Lehr-/Lernforschung. dortMINT will in einem ersten Schritt ein gemeinsames theorie- und empiriegeleitetes Verständnis von Diagnose und individueller Förderung konkretisieren und in zentrale Phasen des Studiums integrieren.
In einem zweiten Schritt sollen diese Ansätze auf Basis der begleitenden Evaluation zur Integration von Diagnose und individueller Förderung in die Lehrerbildung in allen beteiligten Disziplinen etabliert werden. Das Projekt dortMINT geht Hand in Hand mit der Leitidee der Lehramtsausbildung an der TU Dortmund. Enge Kooperationsbeziehungen bestehen zudem zum Forschungs- und Nachwuchskolleg „Fachdidaktische Entwicklungsforschung zu diagnosegeleiteten Lehr- und Lernprozessen" (FUNKEN), das durch das Land NRW gefördert wird (www.funken.uni-dortmund.de).
Die Professionalisierung künftiger Lehrkräfte im Themenfeld DiF wird in allen Bereichen des Studiums verankert, im fachwissenschaftlichen, fachdidaktischen und schulpraktischen Bereich. Das Zusammenspiel der Maßnahmen wird in einem Dreischritt der Professionalisierung konzipiert.

- I1: *Erleben* von DiF im eigenen Lernprozess in der fachwissenschaftlichen Ausbildung
- I2: *Erlernen* theoretischer (allgemeiner und fachbezogener) Hintergründe, empirischer und praktischer Konstrukte und Instrumente für DiF in der fachdidaktischen Ausbildung
- I3: *Erproben* erworbener Kompetenzen in schulpraktischen Zusammenhängen



Dieser Dreischritt der Professionalisierung trägt der Bedeutung der eigenen Lernbiographie für didaktisches Handeln ebenso Rechnung wie der Fachspezifität des Themenfeldes DiF. Er ist auch deswegen von Bedeutung, weil empirische Belege darauf hinweisen, dass das unterrichtsbezogene Fachwissen der Lehrpersonen einen wesentlichen Einfluss auf die Entwicklung der Leistungen der Schülerinnen und Schüler hat. Im Zentrum dieses Dreischritts stehen die Studierenden, die nicht nur Adressaten, sondern auch Mitproduzenten sind.
Die inhaltlichen Maßnahmen werden durch zwei strukturelle Maßnahmen gestützt, die zum einen den institutionellen Rahmen für fachübergreifendes forschendes Lernen im DiF-Bereich bieten (S1), zum anderen auf die Rekrutierung exzellenter Studierender für Schulformen zielen, in denen besonderer Bedarf an Lehrkräften mit DiF-Kompetenzen besteht (S2). Die hierfür notwendige Vernetzung über die Fächergrenzen hinweg sichert die zentrale „Forschungswerkstatt dortMINT", die Ende November eröffnet wurde. Die Werkstatt ist Anlaufstelle für alle Lehramtsstudierenden, denen hier Materialien, Beratung und fächerübergreifende Unterstützung für die Konzeption und Bearbeitung ihrer eigenen Forschungsarbeiten zum Themenkreis Diagnose und individuelle Förderung bereitgestellt werden.
Weitere Informationen finden sich auf der Projektwebsite: www.dortmint.de

Grußwort zur Eröffnung der Forschungswerkstatt dortMINT am 26. November 2010

Hans-Georg Weigand

Die Weiterentwicklung und Optimierung der Lehramtsausbildung ist eine ständige und zentrale Aufgabe von Hochschulen und Universitäten. Motivierte, kenntnisreiche und kreative Lehrerinnen und Lehrer sind Voraussetzung und Grundlage für eine erfolgreiche Bildung in der Schule. Die Gesellschaft für Didaktik der Mathematik dankt der Deutschen Telekom Stiftung für das in den letzten Jahren gezeigte große Engagement in der Lehrerbildung.
Der im letzten Jahr durch sie initiierte Exzellenzwettbewerb zur MINT-Lehrerbildung stieß auf eine große Resonanz bei den Universitäten, wie deren Beteiligung an dem Wettbewerb zeigte. Viele Universitäten und Hochschulen haben den Wettbewerb als ein Signal verstanden, die eigene Lehramtsausbildung kritisch zu hinterfragen, neue Ansätze zu suchen und diese in ein eigenes Konzept zu formen. Man mag bereits dieses Nachdenken an den Universitäten und die mit dem Wettbewerb einhergehende Diskussion über die Lehramtsausbildung in der Öffentlichkeit bereits als einen Erfolg dieser Initiative ansehen. Teilnahme ist wichtig, aber wir wissen alle: Erfolg ist noch schöner. Die TU Dortmund und die TU München sind als Sieger aus dieser Exzellenzinitiative hervorgegangen. Die Gesellschaft für Didaktik der Mathematik gratuliert dazu sehr herzlich.
Im Zentrum des Projekts dortMINT an der TU Dortmund stehen die Themen „Diagnose und individuelle Förderung". Beide Themen haben in den letzten Jahren in der Didaktik der Mathematik zunehmend Beachtung gefunden. Diagnose ist wichtig. Zum einen die Diagnose eines Gesamtsystems – etwa der Qualität des Mathematikunterrichts in Deutschland – aber zum anderen auch und vor allem die individuelle Diagnose einzelner Schülerinnen und Schüler, einzelner Studierender. Doch Diagnose ist nur der erste Schritt, Diagnose ist die Voraussetzung für die darauf aufbauende Förderung. dortMINT zeichnet aus, dass der Diagnose- und Förderblick auf die gesamte Lehramtsausbildung gerichtet ist, auf die fachwissenschaftlichen, fachdidaktischen und schulpraktischen Anteile des Studiums.
Die Gesellschaft für Didaktik der Mathematik gratuliert allen an diesem Erfolg beteiligten Mitarbeitern an der TU Dortmund und hofft sehr, dass die Ergebnisse des Projekts dortMINT möglichst bald Impulse für die gesamte Lehramtsausbildung in den MINT-Fächern geben werden.

Mathematiklehrerbildung Neu Denken

Rainer Danckwerts

Die Defizite der universitären Lehrerbildung im Fach Mathematik für das gymnasiale Lehramt sind alt, gut beschrieben und weiter aktuell. Ein Pilotprojekt an den Universitäten Gießen und Siegen hat darauf reagiert und das erste Studienjahr inhaltlich wie methodisch neu orientiert und diesen Ansatz mehrfach erfolgreich realisiert (vgl. Beutelspacher/Danckwerts, 2008). In der Folge entstand der programmatische Auftrag, die Projektidee auf ein volles Mathematikstudium für das gymnasiale Lehramts konsequent auszudehnen. Dazu hat eine Expertengruppe aus Mathematikern und Mathematikdidaktikern Empfehlungen erarbeitet, die nun vorliegen:
Beutelspacher, Albrecht; Danckwerts, Rainer; Nickel, Gregor: Mathematik Neu Denken. Empfehlungen zur Neuorientierung der universitären Lehrerbildung im Fach Mathematik für das gymnasiale Lehramt, Deutsche Telekom Stiftung, Bonn 2010.
(Die Broschüre kann bei der Deutschen Telekom Stiftung angefordert oder über die Projekthomepage unter www.uni-siegen.de/fb6/didaktik/tkprojekt heruntergeladen werden.)

Quintessenz der Empfehlungen sind folgende Kernthesen:

1. Angehende Mathematiklehrerinnen und -lehrer für die Gymnasien müssen während des Studiums eine aktive Beziehung zur Mathematik als Wissenschaft und als Kulturgut entwickeln, um das Fach im Mathematikunterricht und darüber hinaus souverän vertreten zu können.
2. Das Lehramtsstudium Mathematik muss den künftigen Pädagogen Erfahrungen ermöglichen, die neben der fachmathematischen Seite auch zur Reflexion über Mathematik und über das Lehren und Lernen von Mathematik Anlass geben.
3. Ein neu konzipierter Studiengang muss die fachwissenschaftliche Ausbildung mit der fachdidaktischen eng verzahnen.
4. Die Fachmathematik muss eine starke elementarmathematische Komponente enthalten, die nach Möglichkeit an schulmathematische Erfahrungen anknüpft und auch Forschungserfahrungen „im Kleinen“ ermöglicht.
5. Die fachmathematische Ausbildung muss Erfahrungen mit einer „Schulmathematik vom höheren Standpunkt“ als Schnittstelle zwischen Fachwissenschaft und Fachdidaktik ermöglichen.
6. Die fachmathematische Komponente muss verbindliche Veranstaltungen zur historisch-genetischen oder philosophischen Reflexion über Mathematik enthalten.
7. Die fachdidaktische Ausbildung thematisiert primär die Aufgabe, mathematische Inhalte zugänglich zu machen; gleichzeitig setzt sie einen starken Akzent auf die Lerner-Perspektive und umfasst auch bildungstheoretische Aspekte.
8. Die fachdidaktische Ausbildung muss vermehrt Verständnis für das mathematische Denken von Kindern und Jugendlichen wecken und verstärkt das differenzierte und individualisierte Diagnostizieren und Fördern vermitteln.
9. Methodisch kommt es darauf an, Formen des Lehrens und Lernens zu bevorzugen, die die Studierenden in der eigenaktiven Konstruktion ihres Wissens nachhaltig unterstützen.
10. Mathematik lernen bedeutet, neben der eigenen Auseinandersetzung mit dem Thema, die Möglichkeit des Austausches mit anderen zu haben. Ein unterstützendes Mentorensystem wäre hier hilfreich, wofür eine spezifische Hochschuldidaktik zu entwickeln ist.

Die Schrift diskutiert die fachmathematische und fachdidaktische Ausbildungskomponente sowie die Lehr- und Lernformen, und sie benennt die Elemente eines idealtypischen Studienplans.
Das Projekt wurde großzügig von der Deutschen Telekom Stiftung sowie den Universitäten Gießen und Siegen unterstützt.

Beutelspacher, Albrecht; Danckwerts, Rainer: Abschlussbericht „Mathematik Neu Denken“. Ein Projekt zur Neuorientierung der universitären Lehrerausbildung im Fach Mathematik für das gymnasiale Lehramt. Siegen, Gießen 2008.

KOSINUS: Weiterentwicklung von Mathematikunterricht – flächendeckend

Anselm Lambert und Matthias Römer

Reformschwung ins Leere?

Die einschneidenden Veränderungen der letzten Jahre, an dieser Stelle seien nicht zuletzt die Verabschiedung einheitlicher Bildungsstandards durch die Kultusminister der Bundesländer genannt, weisen im Gegensatz zu allen anderen auch fachdidaktisch motivierten Bemühungen und Reformen einen Unterschied auf, der nicht zu vernachlässigen ist: Sie sind durch den administrativen Druck zumindest physisch flächendeckend an den Schulen angekommen. Angekommen sein kann aber auch heißen, noch vor der Eingangstür zu stehen, auf den erhofften Einlass (in die Köpfe der Lehrerinnen und Lehrer) zu warten; dies ist noch in vielen Schulen zu verzeichnen.[1] Es war bisher nichts Ungewöhnliches, dass Veränderungen und Reformen eine gewisse Zeit benötigten, bis sie bei Lehrkräften selbst ankamen und in der Praxis umgesetzt wurden.[2] – Unterrichts- und Ausbildungstraditionen können zu solch nachhaltigen und resistenten Effekten führen.[3] Und diesmal scheint es sogar so zu sein, dass angesichts der immensen Veränderungen, die auf die Kolleginnen und Kollegen in den Schulen zukommen, neben einer abwartenden zu einem beträchtlichen Teil auch eine abwehrende Haltung zu beobachten ist.

Aufgaben der Mathematikdidaktik

Was sind Aufgaben der Fachdidaktik in diesem Zusammenhang? Es zählt aus unserer Sicht dazu, diesen Veränderungsprozess kritisch und konstruktiv zu begleiten. Dies bedeutet aber zwangsläufig vor Ort in die Schulen zu gehen, an die Lehrerinnen und Lehrer heranzutreten und dort zu wirken. Bei der Konzeption des Programms stand stets die Frage im Raum, auf welche Weise man die Schwelle zur Weiterentwicklung so niedrig gestalten kann, dass die notwendige Akzeptanz des Anliegens in großer Breite erreicht wird. In diesem Zusammenhang sind zwei Fragen zu stellen sowie deren Antworten miteinander in Einklang zu bringen. Zum einen ist es relevant, inwieweit es möglich ist durch eine geeignete Organisationsform von Begleitung und Fortbildung einen größtmöglichen Erfolg zu generieren (was in diesem Falle mit Reflexion und Weiterentwicklung des jeweils eigenen Unterrichts gleichzusetzen ist), zum anderen welche Konzepte und Inhalte dazu geeignet sind in einer kurzen Zeit die gewünschten Veränderungen für die Kolleginnen und Kollegen vor Ort umzusetzen – und die Laufzeit dieses Projektes von einem Jahr pro Schule ist eine kurze Zeit, wenn man sich vor Augen führt, wie lange Veränderungen mancherorts bedürfen, um in die Praxis zu dringen.[4]

Das Projekt

Das Saarland bietet in dieser Hinsicht ein einzigartiges Versuchsfeld. Ist es doch das kleinste Flächenland mit einer überschaubaren Anzahl an Schulen und gleichzeitig auch ein Bundesland in dem die Wege zwischen Administration, Schule und Forschung kurz sein können. KOSINUS – unser Projekt, welches seinen Namen durchaus beabsichtigt aus dem bundesweit erfolgreichen Projekt SINUS herleitet, mit der darin anklingenden Phasenverschiebung

[1] So wird glaubwürdig berichtet (auch wenn es kein Video davon gibt), dass der Leiter einer saarländischen Realschule das bekannte grüne Heftchen mit den Bildungsstandards in einer Konferenz kurz hochhielt, um dann anzumerken, dass man es sich bei Interesse gerne kopieren könne.
[2] Vgl. hiezu insbesondere Jäger (2004) oder auch Rogers (1995)
[3] Vgl. z. B. Lehtinen (1994), S. 154 ff.
[4] Insbesondere die Fragen, wie lange Fortbildungsprojekte laufen sollten und welche Defizite bei einer kürzeren Laufzeit zu erwarten sind, sind u. a. in Hellmig (2009) und Rösken (2008) teilweise erörtert.

(nach links) – setzt auf eine flächendeckende Versorgung aller Sekundarstufe I-Schulen im Saarland innerhalb von (mindestens) fünf Jahren. Die Tatsache, dass das Saarland mit seinem genuinen Interesse an Unterrichts- und Schulentwicklung dieses Projekt vollständig finanziert (drei ganze Stellen für fünf Jahre), lässt Freiräume und flexibel notwendige Modifikationen im laufenden Betrieb zu, die sich bei Drittmittelfinanzierung schwierig gestalten könnten. Im Vordergrund steht für alle Beteiligten die funktionierende Fortbildung in den Schulen; die erzielbare wissenschaftliche Erkenntnis über die Funktionsmechanismen einer flächendeckenden Fortbildung ist nur ein angenehmer Nebeneffekt. Da das Saarland nicht am bundesweiten SINUS-Projekt teilgenommen hat, stellt sich die Umsetzung eines so ambitionierten Fortbildungsprojektes auch ein Stück weit als eine Aufholjagd dar, und dokumentiert sowohl den Willen der saarländischen Bildungsadministration zu einem weiteren Entwicklungsschritt, als auch der mathematikdidaktischen Forschung im Saarland diesen Schritt entscheidend mitzugestalten.
Die ‚Macher' des Projektes sind zum einen an der Universität tätig (Anselm Lambert, Matthias Römer) zum anderen im Landesinstitut für Pädagogik und Medien angesiedelt (Heinz Dabrock). Das Landesinstitut hat als zuständiges Fortbildungsinstitut die organisatorische Leitung. Wissenschaftliche Begleitung sowie insbesondere die Durchführung der Aus- und Fortbildung (und die Beratung) der ‚Berater' leistet der Lehrstuhl für Mathematik und ihre Didaktik an der Universität des Saarlandes. Auch in dieser Zusammenarbeit wurde bisher sehr von kurzen Wegen profitiert.

Inhalte und Organisation

In der Planung des Projektes war für die Entwickler ein vorrangiges Ziel, bewährte Elemente der Lehrerfortbildung auf Ihre spezifische Tauglichkeit für KOSINUS zu überprüfen und in ein Gesamtpaket optimal einzubinden, sowie dieses durch eigene Ansätze und Ideen zu ergänzen. So finden sich an vielen Stellen Anlehnungen an anerkannte didaktische Ideen bewusst wieder, um damit zu dokumentieren, dass es bei der Entwicklung von KOSINUS nicht darum ging, aus Selbstzweck etwas Neues zu erfinden, sondern dass im Vordergrund stand ein optimales Programm anzubieten, welches bei Kolleginnen und Kollegen in den Schulen auf eine positive Resonanz stößt und hilft die gewünschten Ziele zu erreichen.
Ebenso stand fest, dass für einen nachhaltigen und langfristigen Erfolg Elemente der Fachdidaktik, der Schulentwicklung, der Pädagogischen Psychologie und weiterer andockender Wissenschaften vereint werden müssen.
Im Sinne einer Betrachtung von Fortbildung, die der Fragestellung nachgeht, was Lehrerinnen und Lehrer können sollen, wenn Sie das Projekt erfolgreich durchlaufen haben, wurden Zielmarken gesetzt. So wurden als Ziele formuliert, dass durch die vielfältigen didaktischen Impulse eine Weiterentwicklung des Mathematikunterrichtes erreicht werden soll, aber auch dass durch diese Unterrichtsentwicklung Impulse für die Schulentwicklung abgeleitet werden sollen.
Wichtigste Ziele in dieser Hinsicht waren überdauernde Veränderung subjektiver Theorien von Lehrerinnen und Lehrern zum Mathematikunterricht als Ganzes und zu einzelnen Komponenten, sowohl die fachliche Sicht betreffend als auch die didaktisch und die methodische. Damit einhergehend kann als weiteres wichtiges Ziel definiert werden, gesamte Fachkollegien (insbesondere auch inklusive der mancherorts zahlreich ohne Fakultas unterrichtenden Kolleginnen und Kollegen) in einen Prozess zu leiten, der es ihnen am Ende ermöglicht gemeinsam selbst- und eigenständig die Planung von zeitgemäßem und zukunftsfähigen allgemeinbildenden Unterricht zu übernehmen. Leitgedanke war stets, eine Kontextoptimierung anzustreben, die es ermöglicht, Kollegien zu eigengesteuerten Lernprozessen anzuregen, um somit eine Erweiterung der pädagogischen Handlungsoptionen zu ermöglichen.[5]
Inhaltlich wird das Programm vier ganzer und weiterer halber Fortbildungstage in jedem Fall auf die jeweilige Schule und deren Bedürfnisse abgestimmt. Diese Individualisierung der Fortbildungsinhalte erscheint angesichts der Heterogenität der Schulen unabdingbar. Der Beratung durch einen hierfür geschulten und ständig supervisionierten Kollegen geht eine halbjährige Eingangsphase voraus, in der die Modalitäten und Bedingungen des Prozesses und des Gelingens mit der jeweiligen Schule dezidiert ausgehandelt werden.[6] Der Ort des Handelns ist auch in der Fortbildung die Schule. So wird der Ort des unterrichtlichen Han-

[5] Holtz (2008), S. 84
[6] Vgl. Komorek (2006)

delns auch zum Ort der Fortbildung et vice versa.
Grob skizziert wird im Laufe eines Jahres versucht ein Muster guten Mathematikunterrichtes (nach allem was wir wissen und als Wissenschaft dafür halten) von der kleinsten extern strukturierbaren Einheit, der Aufgabe, über Zwischenschritte wie die Unterrichtsstunde bzw. Unterrichtszusammenhänge, bis hin zur langfristigen Planung erfolgreichen Mathematiklernens, im Saarland als Arbeitsplan benannt, zu durchlaufen. In einzelnen variablen Modulen sollen praxisnahe und dem aktuellen Forschungsstand angemessene Impulse gegeben werden. Es soll den Kolleginnen und Kollegen ermöglicht werden, im nachfolgenden Unterricht sogleich Versuche durchzuführen und über diese zu reflektieren. Beständige Reflexion des Lehrerhandelns ist dann auch ein weiterer wichtiger Baustein im Gesamtkonzept. Diese soll auch gewährleisten, dass die erzielten Erfolge auch auf andere Kolleginnen und Kollegen im Team ausstrahlen. Es gilt die Kolleginnen und Kollegen bei ihrem subjektiven Wissen abzuholen und mit ‚objektivem Wissen' zu konfrontieren. Durch das Auskundschaften und Erforschen dieser neuen Wissenselemente sowie der Organisation dieser durch Beschreiben und Explizieren der Erfahrungen im Unterricht sollen Situationen herbeigeführt werden, in denen sich das neue Wissen bewähren kann.[7]
In der langfristigen Planung von Unterrichtseinheiten oder sogar längeren Zeitabschnitten, welche unter anderem orientiert an den einzelnen Kompetenzbereichen aus den Bildungsstandards aber auch an zentralen roten Fäden der Mathematik erfolgen und kumulatives und spiralförmiges Lernen über einen längeren Zeitraum ermöglichen sollen, ist die Hilfestellung des Beraters auf äußerst vielfältiges fachdidaktisches (Prozess-)Wissen angewiesen, insbesondere bei der vielerorts angezeigten Abkehr von einer schlicht schulbuchkapitelgeleiteten, monothematisch fachwissenschaftlich orientierten Sequenzierung der Mathematik in unvernetzte Teilbereiche, die eine der Konstruktion von nicht trägem Wissen eher kontraproduktiv wirkende ‚Schubladisierung' impliziert. Ein Gespräch unter Kollegen zu moderieren, die darüber nachdenken, zum Beispiel die Bruchrechnung als solche zu entzerren, ihren Fokus auf entscheidende, verständnisorientierte Fragen zu legen und nun versuchen Kompetenzziele festzulegen, und eine sinnvolle Diskussion über eine Unterteilung des Themas voranzutreiben, ist nur möglich, wenn man über Kenntnisse eben jener Ideen verfügt, die einer Didaktik der Bruchrechnung zugrunde liegen. Aber auch der Verknüpfung mit aktuellen unterrichts- und schulrelevanten Diskussionen in der Pädagogischen Psychologie und ihr naher Bereiche in der Mathematikdidaktik, zum Beispiel Fragen der Wissensorganisation[8], funktionalen und prädikativen Denkens[9], der Begriffsbildung im Mathematikunterricht[10] oder auch des situierten Lernens im Mathematikunterricht[11] wird in den Fortbildungen ein breiter Raum geboten.
Doch was unterscheidet KOSINUS von erfolgreichen und verdienstvollen Programmen, wie z. B. SINUS? Einer der herausragenden Unterschiede ist die Bindung des jeweiligen Beraters an die Schule über einen längeren Zeitraum. Dadurch entsteht das, was man in der Psychologie als eine Beziehung bezeichnen könnte, die über die normale Beziehung zwischen Fortbildner(in) und Kolleginnen und Kollegen hinausgeht. Dies wiederum erleichtert die Bewusstmachung und Reflexion des eigenen Handelns und kann Fortbildung somit auch erfolgreicher machen.[12] In der Pilotierungsphase konnte festgestellt werden, dass nach einer gewissen Anlaufzeit die Rolle des Beraters auch vom Kollegium in Gänze akzeptiert wird und die Beziehung auch nach dem Ende des Projektes bestehen bleibt. Eine weitere Differenz ist die sehr langfristige Perspektive und die Verknüpfung mit entscheidenden Elementen der Schulentwicklung, insbesondere im Bezug auf die Fachkonferenzarbeit. Diese langfristige Perspektive ist nur leistbar, da das Programm in einem überschaubaren räumlichen Rahmen stattfindet und mit bescheiden ausreichenden Mitteln ausgestattet ist[13], die es erlauben, nicht nur für einen eng begrenzten Projektzeitraum zu planen. Gerade diese Kontinuität und die Vermeidung eines übermäßigen Drucks von Seiten der Administration – die Teilnahme an dem Projekt ist freiwillig – in Verbindung mit einem Veränderungsdruck, der schon durch die Situation

[7] Vgl. Dann (1994), S. 174f.
[8] Sjuts (2003)
[9] Schwank (2003)
[10] Lambert (2003) u. a.
[11] Land/Hannafin (2000) u. a.
[12] Lipowsky (2004), S. 474
[13] Das Land stellt vier halbe Stellen für die Beratung sowie eine halbe Stelle für die wissenschaftliche Begleitung zur Verfügung. Außerdem erhält jede teilnehmende Schule Mittel zur Ausstattung mit mathematischem Material.

gegeben ist, kann ein erfolgreiches Arbeiten im Sinne der Konzeption gewährleisten.

Evaluation

Die Evaluation von KOSINUS erfolgt durch den Lehrstuhl für Mathematik und ihre Didaktik an der Universität des Saarlandes. Die erste Phase dieser Evaluation besteht aus strukturierten Befragungen beteiligter Kolleginnen und Kollegen, welche einer qualitativen aber auch einer quantitativen Auswertung zugänglich gemacht werden. Erste qualitative Untersuchungen zeigen deutlich, dass Kolleginnen und Kollegen sich sichtbar bewegen – in eine gemeinsam vereinbarte Richtung. So wurde in Gesprächen mit den teilnehmenden Kolleginnen und Kollegen immer wieder hervorgehoben, dass man die entspannte moderierte Diskussion untereinander schätze und die Art und Weise der Veranstaltung auch sehr zu einer größeren Gelassenheit im Unterricht geführt haben.
Im vergangenen Jahr ist das Projekt nun nach einer eineinhalbjährigen Pilotierungsphase in fünf Schulen offiziell gestartet und im Januar dieses Jahres wurde in den nächsten 15 Schulen des Landes die Beratung begonnen. Dort werden weiterhin Erfahrungen gesammelt, die fruchtbar in das Projekt zurückfließen. Mittlerweile existiert eine Warteliste von Schulen, die in das Projekt einsteigen wollen.

Literatur

Dann, Hanns-Dietrich (1994): Pädagogisches Verstehen: Subjektive Theorien und erfolgreiches Handeln von Lehrkräften, in: Reusser, Kurt/Reusser-Weyeneth, Marianne (Hrsg.)(1994): Verstehen – Psychologischer Prozess und didaktische Aufgabe, Verlag Hans Huber, Bern/Göttingen/Toronto/Seattle, S. 163–182.

Hellmig, Lutz (2009): Zum Verhältnis von Inhalt und Form von Lehrerfortbildung – eine Falldiskussion, in: Beiträge zum Mathematikunterricht 2009, WTM-Verlag, Münster, S. 623–626.

Holtz, Karl Ludwig (2008): Einführung in die systemische Pädagogik, Carl-Auer, Heidelberg.

Jäger, Michael (2004): Transfer in Schulentwicklungsprojekten, Verlag für Sozialwissenschaften, Wiesbaden.

Jonassen, David H./Land, Susan M. (Hrsg.) (2000): Theoretical Foundations of Learning Environments, Lawrence Erlbaum Associates, Mahwah, N.J.

Komorek, Evelyn (2006): Mit Hausaufgaben Problemlösen und eigenverantwortliches Lernen in der Sekundarstufe I fördern, Logos, Berlin.

Lambert, Anselm: Begriffsbildung im Mathematikunterricht, in: Bender, Peter et al: Lehr- und Lernprogramme für den Mathematikunterricht. Hildesheim: Franzbecker 2003, S. 91–104

Land, Susan M./Hannafin, Michael J. (2000): Student-Centered Learning Environments, in: Jonassen/Land (2000), S. 1–23.

Lehtinen, Erno (1994): Institutionelle und motivationale Rahmenbedingungen und Prozesse des Verstehens im Unterricht, in: Reusser/Reusser-Weyeneth (1994), S. 143–162.

Lipowsky, Frank (2004): Was macht Fortbildungen für Lehrkräfte erfolgreich?, in: Die Deutsche Schule (96 Jg.), 4/1996, Juventa, Weinheim, S. 462–479.

Rösken, Bettina (2008): Zu innovativen Aspekten von Lehrerfortbildung, in: Beiträge zum Mathematikunterricht 2008, WTM-Verlag, Münster , S. 669–672.

Rogers, E.M. (1995): Diffusion of innovations, Free Press, New York.

Schwank, Inge (2003): Einführung in prädikatives und funktionales Denken, in: ZDM 2003 Vol. 35 (3), S. 70–78.

Sjuts, Johann (2003): Formalisierung von Wissen – ein probates Werkzeug zur Bewältigung komplexer Anforderungen, in: mathematica didactica, 26, S. 73–90.

Kontakt
Universität des Saarlandes
FR. 6.1 Mathematik
Lehrstuhl für Mathematik und ihre Didaktik
Postfach 151150
66041 Saarbrücken
mathematikdidaktik@mx.uni-saarland.de
http://www.lpm.uni-sb.de/typo3/index.php?id=1109

Mathematikdidaktiker in Baden-Württemberg kämpfen erfolgreich für eine stärkere Berücksichtigung des Faches Mathematik im Studium für künftige Grundschullehrer

Michael Kleine und Matthias Ludwig

Baden-Württemberg steckt wie viele andere Bundesländer mal wieder in einem Reformprozess, bei dem das Lehramtsstudium der Primar- und Sekundarstufe I neu aufgestellt werden soll. Innerhalb dieses Prozesses wird natürlich auch die Rolle des Fachs Mathematik im Studium für künftige Grundschullehrer neu überdacht. In ersten Planungsphasen wurde dabei seitens der zuständigen Ministerien kommuniziert, dass das Studienfach Mathematik alternativ neben die Studienfächergruppe Naturwissenschaft/Technik treten soll. Lediglich das Kernfach Deutsch sollte in einem höheren Anteil verbindlichen im Studium studiert werden.

59 Mathematikdidaktikerinnen und -didaktiker von den Pädagogischen Hochschulen Baden-Württembergs haben daraufhin einen offenen Brief an das Wissenschaftsministerium und das Kultusministerium in Stuttgart geschickt mit der aufrichtigen Sorge, dass Grundschullehrer, die das Kernfach Mathematik nicht als Unterrichtsfach studiert haben, kaum in der Lage sind bei Schülerinnen und Schülern mathematische Lernprozesse anzuregen und zu evaluieren. Die Argumente wurden empirisch insbesondere gestützt durch die zeitgleich veröffentlichten Ergebnisse der „Teacher Education and Development Study in Mathematics“ (TEDS-M 2008, S. Blömeke, G. Kaiser, R. Lehmann). Der offene Brief ist im Wortlaut unter http://mathematik.ph-weingarten.de/~kleine/ nachlesbar.

In der Reaktion des Wissenschaftsministeriums vom 4. 6. 2010 verwies der zuständige Ministerialrat auf die Zuständigkeit des Kultusministeriums und betonte weiterhin für d2as künftige Studium die geplante Pflichtwahlmöglichkeit zwischen Mathematik auf der einen Seite sowie Naturwissenschaft/Technik auf der anderen Seite. Die Vorschläge der Mathematikdidaktiker wurden innerhalb der (üblichen) Lobbyarbeit der verschiedenen Fachvertreter eingeordnet. Zwischenzeitlich schien es im Kultusministerium jedoch zu einem Sinneswandel gekommen zu sein, denn in seiner Antwort vom 23. 6. 10 stellt der zuständige Leitende Ministerialrat in Aussicht, den „Kompetenzbereich Mathematik in Anbetracht der besonderen Bedeutung dieses Faches im Rahmen der Stundentafel der Grundschule für alle Studierenden des Grundschullehramts verbindlich zu setzen.“ Somit werden die Kernfächer Deutsch und Mathematik nach dem derzeitigen Planungsstand gleichberechtigt behandelt, was aus unserer Sicht ein erfreulicher Zwischenstand im Planungsprozess ist.

Benno Artmann, 1933–2010

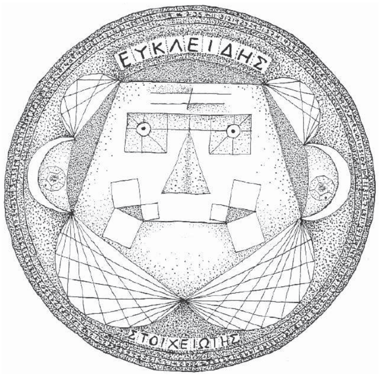
Nachruf auf einen Menschen, der für und in der Universität gelebt hat

Katja Lengnink und Susanne Prediger

Der Mathematiker, Lehrerbildner und Mathematikdidaktiker

> Er konnte seine Klasse begeistern, die wichtigste Voraussetzung für einen erfolgreichen Unterricht. Der letzte Satz trifft sicher den Kern der stofflichen, pädagogischen und didaktischen Probleme des Mathematikunterrichts. Der Lehrer selbst muss mit Kompetenz und Engagement hinter der Sache stehen, ohne die ihm auch die bestgemeinten Rezepte für die Durchführung des Unterrichts nichts helfen. (Nebenbei bemerkt ist es natürlich auch die Aufgabe der Hochschullehrer, eine solche positive Einstellung zu verstärken oder zu erzeugen und sie nicht von Anfang an in Frustrationen zu ersticken.)
> Benno Artmann,*Mitteilungen der DMV* 2005, Heft 13-2

Benno Artmann begrüßte uns Studierende im höheren Lehramt Mathematik in seiner damaligen Funktion als Dekan des Fachbereichs Mathematik an der Technischen Universität Darmstadt, an der er den größten Teil seines wissenschaftlichen aktiven Lebens verbracht hatte. Dort haben wir ihn als Lehrerbildner, Mathematiker und Mathematikdidaktiker kennen und schätzen gelernt.
Als Geometer hat Benno Artmann im Jahr 1965 unter der Anleitung von Günter Pickert in Gießen promoviert und einige Wanderjahre verbracht in den USA an der University of Michigan in Ann Arbor im State Michigan und an der in Hamilton gelegenen McMaster University in der Provinz Ontario in Kanada. Im Jahr 1968 hatte er sich habilitiert mit Arbeiten zur projektiven Geometrie an der Universität Gießen und im Jahr 1970 trat er dort eine Professur an.
Die Zeit in der Mathematikdidaktik begann 1974 mit einem Ruf nach Darmstadt, um eine von der Volkswagen-Stiftung dotierte Arbeitsgruppe für die Didaktik der Mathematik zu leiten. Er lehrte und forschte dort bis 1998. Danach zog er mit seiner Familie nach Göttingen, wo er bis zu seinem Tod im Fachbereich Mathematik der Universität wirkte.
Getreu seines obigen Mottos machte er in Darmstadt manche Veranstaltung zu Euklidischer und Nicht-Euklidischer Geometrie für Studierende im Lehramt und auch im Diplomstudiengang zu einem besonderen Erlebnis. Jeden Morgen um 8.00 Uhr musste jeder pünktlich im Saal sitzen, der nicht Gefahr laufen wollte, mit Handschlag begrüßt und zum Platz geleitet zu werden. Aber es hat sich stets gelohnt. Seine Liebe zur Geometrie hat bis in die letzte Hörsaalreihe angesteckt und seine Leichtigkeit in der Darstellung hat infiziert und mitgerissen.
Sein stoffdidaktischer und elementarmathematischer Zugang prägte in Darmstadt und auch über Darmstadt hinaus die Lehrerbildung. Ihm gelang es, die zentralen Ideen und typischen Vorgehensweisen der Mathematik in prägnanten Beispielen herauszuarbeiten und so Lehramtsstudierenden und Schülern vielfältige Grunderfahrungen zu ermöglichen.



Zudem reicherte er als breit interessierter und gebildeter Mensch die Lehrerbildung mit historischen Facetten an. Seine weltweit beachtete Interpretation von Euklids Elementen zeigt exemplarisch, wie weitreichend seine Kenntnisse in diesem Bereich waren. Dieses von Benno Artmann entworfene Porträt Euklids zeigt sowohl seine Liebe zur Kunst wie auch seine Nähe zur Geometrie.
In der Community der Mathematikdidaktiker war Benno Artmann angesehen und hat mit seinem kritischen und dennoch wertschätzenden Urteil einige Jahre das Journal für Mathematikdidaktik herausgegeben. Auch hier hat er seine elementarmathematischen und stoffdidaktische Perspektive eingebracht und die Schulmathematik mit seinem gleichermaßen auf anwendungsbezogene und geometrische Phänomene basierenden Zugang zur Linearen Algebra bereichert, der ein substantielles Gegenbild gegenüber rein kalkülorientierter Mathematik der Hieb- und Stichaufgaben entwirft.

Der Künstler im Mathematiker

Als Künstler hat Benno Artmann sein Werk der Schönheit der Mathematik gewidmet. Er arbeitete an Plastiken aus Gips, Stein und Holz und stellte damit abstrakte mathematische Skulpturen her. Zahlreiche Skulpturen sind aus seinen Händen hervorgegangen. Leider sind viele seiner mathematischen Skulpturen, die er auch in Ausstellungen gezeigt hat, wenig bekannt (Lawson'sche Minimalfläche, 1987; S^3 mit Hopf-Fasern, 1987; S^3 Brezel–zerlegt, 1989; $S^1 \cdot S^2$, 1990; projektive Ebene 2002 usw.) Die Vorliebe für schwere Werkstoffe mag ihre biographische Erklärung darin finden, dass Benno Artmann zunächst das Maurerhandwerk erlernt hatte, bevor er schließlich in Tübingen Mathematik und Physik auf Lehramt studierte. So paarte sich in seiner Kunst die Vollendung der Form mit dem Handwerklichen, die Logik mit dem Anschaulichen.

Ein Mensch der Ästhetik

Benno Artmann lief mit offenen Augen durch die Welt, immer darauf aus das Schöne im Alltäglichen zu sehen. So fotografierte er Schmetterlinge, sobald es sonnig aber kalt war, damit sie auch gut ausgebreitet auf Blüten sitzen blieben.

Aber auch die Ästhetik der Mathematik hat ihn stets fasziniert. In seiner Geometrie hat er uns seine Liebe zum gotischen Maßwerk nahe gebracht und sich dann gefreut, wenn wir ihn gefragt haben, wie die Baumeister denn das regelmäßige 7-Eck konstruiert hätten, wenn das mathematisch nicht möglich ist. „So wie immer – gar nicht!“, war die glückliche Antwort. Mathematische Spielereien, Inschriften und Spuren der Geschichte – alles spürte er treffsicher auf, sammelte es und verband den mathematischne und ästhetischen Blick kenntnisreich. Ein typisches Beispiel sind Chronogramme, die als Inschriften eine Jahreszahl verschlüsseln, indem die großen Buchstaben als Römische Zahlen interpretiert und addiert werden.

VORAN!**M**ATHE**M**AT**I**K**I**ST**I**N!

Chronogramm zum Jahr der Mathematik 2008 von Benno Artmann

Die Nachricht vom plötzlichen Tod eines so vielseitigen und fürsorglichen Wegbegleiters, Mentors und Fürsorgers stimmt uns sehr traurig. Wir erinnern uns gerne an die Zeit, die wir mit Benno Artmann verbracht haben.

Thomas Bedürftig und Roman Murawski: Die Grundlagen des faszinierenden Phänomens Mathematik

Rezensiert von Heinz Griesel

Zu den Autoren

Der Verlag De Gruyter hat ein neues Buch zum Thema *Philosophie der Mathematik* herausgebracht. Autoren sind unser mathematikdidaktischer Kollege, Prof. Dr. Thomas Bedürftig, Universität Hannover, und der polnische Logiker Prof. Dr. Roman Murawski, Universität Poznan (Posen).
Treffsicher eingesetzte Zitate belegen das umfassende Wissen der Autoren zur Philosophie und zu den Grundlagen der Mathematik.

Zur Zielsetzung des Buches

Das Buch ist als Einführung in die verschiedenen Probleme der Philosophie der Mathematik gedacht. Die Autoren wollen, wie sie im Vorwort schreiben, Schüler, Studenten, Lehrer, Dozenten der Mathematik, aber auch Philosophen sowie interessierte Laien ansprechen.
In dem in Standardgröße abgedruckten Text wollen sie nur elementarmathematische Kenntnisse voraussetzen. Muss zum Verständnis größeres Wissen beachtet werden oder geht es um spezielle Ausführungen mathematikphilosophischer Art, dann ist der Text klein gesetzt.
Die Sprache ist klar und eindeutig, ohne Schnörkel und gut verständlich, auch bei schwierigen Sachverhalten. Stets ist das Wesentliche eines Standpunktes oder einer geschichtlichen Entwicklung im Blick. Manche Aussagen werden durch instruktive Beispiele belegt.

Das Buch als Desiderat im deutschen Sprachraum

Ein solches Buch war ein Desiderat im deutschen Sprachbereich. Zwar gibt es auch Literatur, die in den letzten 20 Jahren erschienen ist. Erwähnt sei: Ch. Thiel, *Philosophie und Mathematik*, Wissenschaftliche Buchgesellschaft Darmstadt 1995. Dieses Buch ist jedoch von einer besonderen philosophischen Grundposition beeinflusst.
Auch gibt es: W. Büttemeyer (Hg.), *Texte – Philosophie der Mathematik*, Verlag Karl Alber München 2003, sowie in der Schriftenreihe *Der Mathematikunterricht* ein Heft *Philosophie und Mathematik*, Jg. 53, Heft 5, Oktober 2007.
Eine fundierte Gesamtdarstellung als Einführung fehlte. Diese liegt nunmehr dankenswerterweise vor.

Ein elementarmathematischer Einstieg in die Philosophie der Mathematik

Das erste Kapitel trägt die Überschrift: *Auf dem Weg zu den reellen Zahlen*.
Es behandelt einfach und gut verständlich die Themen: Irrationalität, Inkommensurabilität, Rechnen mit $\sqrt{2}$?, Intervallschachtelungen, Vollständigkeit, Konstruktion von reellen Zahlen, Umgang mit dem Unendlichen, unendliche nicht periodische Dezimalbrüche.
Hier werden auf dem Weg zu den reellen Zahlen mathematische und philosophische Probleme herausgestellt, die später im Buch dann wieder aufgegriffen werden. Dieses Kapitel stellt einen elementarmathematischen Einstieg in die Philosophie der Mathematik dar.

Das zweite Kapitel als geschichtlicher Hauptteil

Das zweite Kapitel trägt die Überschrift: *Aus der Geschichte der Philosophie und Mathematik*.
Es umfasst etwa ein Drittel des Buches und kann mit seinen 23 Abschnitten als gewichtig bezeichnet werden.
Gut verständlich werden zunächst folgende Themen behandelt: Pythagoras und die Pythagoreer, Platon, Aristoteles, Euklid, Proklos, Nikolaus von Kues, Descartes, Pascal, Leibniz, Kant, Mill und empiristische Konzeptionen,

Bolzano, Gauß, Cantor, Dedekind, Poincaré.
Der Logizismus, nach dessen Auffassung die Mathematik auf die Logik zurückführbar sei, wird ausführlich dargestellt. Im Unterschied zu den meisten Darstellungen des Logizismus werden die zur Vermeidung von Widersprüchen entwickelten Typentheorien in den Grundzügen erklärt und vor allem überzeugend aufgezeigt, welche Unzulänglichkeiten sie aufweisen, so dass sie für die Grundlegung der gesamten Mathematik nicht infrage kommen.
Ebenso ausführlich werden die beiden anderen Grundpositionen, die bis 1930 heftig diskutiert wurden, dargestellt, nämlich der Formalismus und der Intuitionismus.
Die beiden Gödelschen Unvollständigkeitssätze und ihre Konsequenzen für den Formalismus werden herausgearbeitet. Sie haben den Formalismus erschüttert, aber nicht völlig widerlegt, ein relativierter Formalismus (engl. *reverse mathematics*, S. 112) blieb bestehen.
Sehr ausführlich werden der Intuitionismus und der z. T. mit ihm zusammenhängende Konstruktivismus besprochen. Die Nähe des Intuitionismus zum Konzeptualismus des Universalienstreits wird herausgearbeitet. Das aktual Unendliche wird im Intuitionismus abgelehnt. Bei den natürlichen Zahlen wird wegen der Nähe zum Zählen die Zeitstruktur mit einbezogen: Natürliche Zahlen als „inhaltslose Abstraktion des Zeitempfindens" (S. 97)

Philosophie der Mathematik von 1931 bis zum Ende der 1950er Jahre.

Sehr begrüßenswert ist, dass die Autoren nicht – wie manche andere – bei Logizismus, Formalismus und Intuitionismus enden, sondern dass in drei umfangreichen Abschnitten die Philosophie der Mathematik danach bis in unsere Zeit behandelt wird.
Dabei fällt auf, dass neben den klassischen Fragen nach der Seinsweise der mathematischen Gegenstände zunehmend wissenschaftstheoretische Fragen der Mathematik in den Vordergrund treten. Das ist nicht verwunderlich, da die Wissenschaftstheorie als philosophische Disziplin in den letzten Jahren zunehmend an Bedeutung gewonnen hat.
Sehr präzise werden die einflussreichen Überlegungen von Quine dargestellt, insbesondere die *New Foundation* (NF) (for Mathematical Logic) aus dem Jahre 1937 und die *Mathematical Logic* (ML) aus dem Jahre 1940. eine Erweiterung von NF, beides inzwischen Fachausdrücke der Grundlagenforschung (S. 113).
Obgleich es in der Mathematik keine Experimente gibt, sollten nach Quine für eine mathematische Theorie dieselben Kriterien wie für eine physikalische Theorie gelten „Mathematik ist ein Element in der Gesamtheit aller Theorien, die versuchen die Welt zu erklären" (S. 113).
Daraus gewinnt Quine das wesentliche Argument, das heute für eine realistische Interpretation der mathematischen Gegenstände vorgebracht wird, das sog.
Putman–Quine-Unentbehrlichkeitsprinzip:
„Weil Mathematik unentbehrlich in physikalischen Theorien ist, existieren mathematische Objekte wie Mengen, Zahlen, Funktionen, – ebenso wie Elektronen existieren, die physikalisch unentbehrlich sind".
Quine unterscheidet nicht verschiedene Arten von Existenz.
Auch die Mathematik ist partiell in der Lage, die Welt zu erklären.
Ebenso klar werden die philosophischen Auffassungen von Kurt Gödel dargestellt (S. 114 ff). Gödel war davon überzeugt, dass „die mathematischen Gegenstände real außerhalb von Raum und Zeit und unabhängig vom erkennenden Subjekt existieren". Er lehnte rein linguistische und syntaktische Interpretationen der Mathematik ab, ebenso eine Wahrheit mathematischer Sätze aufgrund von Konventionen. Intuition ist seiner Meinung nach die Quelle des mathematischen Wissens.
Auch die philosophischen Auffassungen Wittgensteins zur Mathematik werden dargestellt, freilich auch darauf hingewiesen, dass dies wegen mehrdeutiger und sich infrage stellender Aussagen sehr schwierig ist. Es gibt daher Interpreten, die Wittgenstein als Konventionalisten, andere die ihn als Behavioristen oder gar als strikten Formalisten deuten.
Schließlich wird auch auf die Bedeutung Tarskis hingewiesen, insbesondere auf seine Begründung der Semantik.

Der evolutionäre Standpunkt

In einem eigenen Abschnitt wird der *Evolutionäre Standpunkt – eine neue philosophische Grundposition* besprochen (S.118 ff).
Der Rezensent ist überrascht über die im Ton negative Sicht dieser philosophischen Richtung und hält folgende Variante dieses Standpunktes für zukunftsfähig:
Begriffe, auch mathematische Begriff, werden als zeitlose aber an den menschlichen Körper gebundene (engl. *embodied*) gedankliche Konstrukte des einzelnen Menschen aufgefasst. Ihre Überindividualisierung und Identifizierung erfolgt durch Kommunikation, insbesondere durch Sprache. Die Seinsweise dieser Konstrukte ist die des fiktiven Ansichbestandes.

Die Fähigkeit zur Bildung solcher Konstrukte, die sog. Fiktionsfähigkeit, hat sich im Laufe der Evolution beim Menschen herausgebildet. Der evolutionäre Vorteil bestand u. a. darin, dass auch Konstrukte gebildet werden konnten und wurden, welche in die Wirklichkeit eingebettet sind und somit Teil haben an der Realität. Dadurch bestand die Möglichkeit zur begrifflichen Beherrschung der Wirklichkeit, was sich als evolutionärer Vorteil erwies.
Die begriffliche Wirklichkeit ist eine gedankliche Konstruktion, u. z. des einzelnen Menschen. Zur begrifflichen Wirklichkeit gehören diejenigen gedanklichen Konstrukte, welche auch „Teilhabe“ an der Wirklichkeit haben, welche also in die Wirklichkeit „eingebettet“ sind.
Bei der Metapher Teilhabe ist das Umgekehrte wie bei Platon gemeint. Nicht die Wirklichkeit hat Teil an den Ideen. Den ideenähnlichen gedanklichen Konstrukten kommt umgekehrt Teilhabe an der Wirklichkeit zu, sie sind *verankert* in der Wirklichkeit. Auch bei den Ausdrücken *einbetten* und *verankern* handelt es sich um eine Metapher. Das ist keine Schwäche dieser Position.
Diese Auffassung kann man im Universalienstreit als realistische Variante eines Konzeptualismus auffassen. Sie geht auch konform mit der modernen Hirnforschung, der gegenwärtigen Kognitionspsychologie und den Lerntheorien, nach denen begriffliches Lernen eigenständig vom Lernenden vollzogen werden muss. Begriffe als gedankliche Konstrukte können nicht aufgezwungen werden, sondern sind individuell vom Lernenden selbst aufzubauen. Der Lehrende kann nur Anreger sein und Hilfestellung leisten. Anschließende Kommunikation, insbesondere sprachliche, kann feststellen, ob auch alle Schüler dasselbe gedankliche Konstrukt gebildet haben. Eventuelle Korrekturmaßnahmen können eingeleitet werden.
Die Anregungen, solche Begriffe zu bilden, gehen dabei durchaus von der Wirklichkeit aus. Der Begriff der Strecke zum Beispiel kann in einem Prozess der idealisierenden Abstraktion aus Kanten an Gegenständen gebildet werden, der Begriff der Fläche an Äckern, Feldern. Diese mathematischen Begriffe sind so von ihrer Entstehung her schon eingebettet in die Wirklichkeit.

Philosophie der Mathematik nach 1960

Seit Anfang der 1960er Jahre gibt es eine Weiterentwicklung der Philosophie der Mathematik.
Natürlich gibt es auch in dieser Zeit Vertreter der monistischen Auffassungen des Logizismus, des formalistischen Hilbertschen Programms und intuitionistische Konstruktivisten. Doch gibt es zunehmend anti-foundationale Auffassungen. Die reale Mathematik und die aktuelle Forschungspraxis treten in den Vordergrund. Wissenschaftstheoretische Überlegungen zur Mathematik gewinnen an Bedeutung. Es entstanden quasi empirische Konzeptionen z. B. unter dem Einfluss der Philosophie von K. Popper, von Imre Lakatos, der auch die Mathematik unter den Wissenschaftsbegriff Poppers fasst. Lakatos Meinungen werden ausführlich besprochen.
Als weiteres Beispiel wird die Theorie von R. L. Wilder ausführlich dargestellt, der die Mathematik insbesondere als kulturelles Phänomen sieht.
Erwähnung finden auch die Auffassungen von R. Hersh und H. Putnam, sowie S. Shapiro und H. Field.
In diese Zeit fällt auch der Einsatz des Computers in der mathematischen Wissenschaft. Die Verfasser unterscheiden S. 134 sechs unterschiedliche Verwendungsweisen.
Der Vier-Farben-Satz war der erste Satz, der wesentlich unter Verwendung eines Computers bewiesen wurde. Die Frage, ob das ein zulässiger Beweis ist, wird diskutiert.

Nicht berücksichtigte neuere Entwicklungen

Die Entwicklung der Philosophie der Mathematik seit dem 2. Weltkrieg ist in der Tat sehr vielgestaltig. Da ist es schwierig, Vollständigkeit zu erreichen.
Der Rezensent hätte sich z. B. gewünscht, wenn auf den interessanten Ansatz eingegangen worden wäre, die Erfindung mathematischer Begriffe durch den Menschen evolutionär aus dem Metapherbegriff zu erklären (Georg Lakoff, Rafael E. Nunez, *Where Mathematics Comes From. How the Embodied Mind Brings Mathematics into Beeing*; New York Basic Books 2000), zumal die mathematischen Beispiele, die in diesem Buch als Beleg für die Thesen der Autoren herangezogen werden, fast ausschließlich aus der Elementarmathematik stammen und also auch für die Didaktik der Mathematik beachtenswert sind.
Dieses Buch ist, wie der englische Ausdruck „embodied“ im Titel erkennen lässt ganz im Geiste einer Philosophie geschrieben, die eine platonische Welt von Ideen oder eine eigenständige geistige Welt 3 im Sinne von Popper ablehnt und die Begriffe nur in verkörperter Form, also eingebunden in den mensch-

lichen Körper versteht. Lakoff hat dazu auch das grundlegende Buch geschrieben: Lakoff-Johnson, *Philosophy in the Flesh*, New York, Basic Books 1999.
Eine weitere wissenschaftstheoretische Richtung, die nicht berücksichtigt ist, besteht in dem Bemühen, auch soziologische Aspekte zur Beschreibung und Analyse des Phänomens Mathematik heranzuziehen. Hierzu gehört insbesondere das Buch Bettina Heintz, *Die Innenwelt der Mathematik. Zur Kultur und Praxis einer beweisenden Disziplin*, Springer Verlag, Wien 2000. Auch das Buch I. Maaß, *Mathematik als soziales System Geschichte und Perspektiven der Mathematik aus systemtheoretischer Sicht*, Deutscher Studienverlag, Weinheim 1988, gehört zu dieser Richtung.
Die Diskussion um die Grundlagen der Mathematik war in den letzten 30 Jahren weltweit sehr lebhaft. Führende Logiker und Wissenschaftstheoretiker an renommierten Universitäten vor allem in den USA haben sich daran beteiligt. Erwähnt seien: M. Balaguer (UC Los Angeles), P. Benacerraff (Princeton), G. Boolos (MIT), I. P. Burgess (Princeton), Ch. S. Chihara (Berkeley), M. Dummet (Oxford), B. Hale (Sheffield), Ph. Kitcher (New York), P. Maddy (UC Irvine), M. Schirn (München), M. Steiner (Jerusalem), W. W. Tait (Chicago), C. Wright (St. Andrews).
Sie werden im Buch nicht erwähnt. Das kann man den Verfassern nicht zum Vorwurf machen. Es hätte ja nicht genügt, nur die Namen zu erwähnen. Es hätte neben der Grundposition bzw. Mischposition die besondere Leistung des jeweiligen Wissenschaftlers herausgearbeitet werden müssen. Das hätte den Rahmen dieser einführenden Darstellung gesprengt. Wer sich vertieft mit der neueren Entwicklung beschäftigen will, dem sei als erster Anhaltspunkt das Buch M. Schirn (Hg.), *The Philosophy of Mathematics Today*, New York 2005 (2. Aufl.), empfohlen.

Die systematische Behandlung der Grundsatzprobleme

Im dritten Kapitel erfolgt eine systematische Behandlung der drei großen Problembereiche der Philosophie der Mathematik, die schon im ersten Kapitel herausgestellt wurden, nämlich der Problembereich Zahlbegriff, der Problembereich Unendlich, der Problembereich Kontinuum und unendlich klein.
Die verschiedenen Auffassungen, die in der Geschichte der Philosophie und der Mathematik dazu vertreten worden sind, werden systematisch gesichtet und einander gegenübergestellt. Das vertieft die Darlegungen des zweiten Kapitels. So kann man z. B. über die Unendlichkeit bei Kant, die intuitionistische Unendlichkeit und die logistischen Hypothesen des Unendlichen sowie die formalistische Haltung und heutige Tendenzen lesen.
Heute hat sich das aktual Unendliche gegenüber dem potentiell Unendlichen, das 2000 Jahre das Denken bestimmte, durchgesetzt.
Sehr ausführlich wird über das Kontinuumproblem und seine Verästelungen berichtet. An mehreren Stellen des Buches kommt zum Ausdruck, dass die gegenwärtige Auffassung des Kontinuums als Menge von atomistischen Elementen eine Revolution gegenüber der klassischen Kontinuumsauffassung und seiner Grundvorstellung sei.
Ausführlich wird auch über den geschichtlichen Weg der Elimination der unendlich kleinen Größen und ihre Ersetzung durch den Grenzwertbegriff berichtet. Widersprochen werden muss der Anmerkung S. 171, das Unendlich Kleine sei aus dem Denken verschwunden. Es ist aus den korrekten Beweisen, aber nicht aus dem Denken insbesondere bei den Anwendern von Mathematik verschwunden. Seit den 1960er Jahren ist es sogar rehabilitiert worden. Die Verfasser meinen S. 187, dies sei noch gar nicht richtig wahrgenommen worden.

Mengen und Mengenlehren

Das vierte Kapitel des Buches trägt den Titel *Mengen und Mengenlehren*. Das Wesentliche klar betonend werden besprochen: Paradoxien des Unendlichen, Mengen und das Universalienproblem, die Mengenlehren nach Zermelo-Fränkel und nach v. Neumann, Bernays, Gödel sowie Modifikationen z. B. von W. Ackermann und von Quine (N.F. und M.L.). Weitere Themen sind die Problemkreise Auswahlaxiom und Kontinuumshypothese.
In diesem Kapitel wird sehr viel Kluges über Mengen und das Kontinuum gesagt, wie z. B. „Es war Jahrhunderte hindurch undenkbar, das Kontinuum als Menge von Individuen zu denken." „Wir können vom Mengenbegriff die Lösung des ontologischen Problems erwarten." „Wir können beim Begriff der Menge nicht auf eine alte philosophische Tradition der Diskussion dieses Begriffs wie beim Zahlbegriff zurückgreifen." „Da alle mathematischen Begriffe auf Mengen zurückgeführt werden können, wird alles in der Mathematik statisch zeitlos."
In diesem Kapitel hätte sich auch ein Hinweis auf A. Oberschelp *Allgemeine Mengenlehre*, B.I. Wissenschaftsverlag, Mannheim 1994, angeboten. Bei Oberschelp können beliebige Klas-

sen widerspruchsfrei ohne Voraussetzung der üblichen Mengenaxiome gebildet werden. Zusätzliche Axiome ergeben die Zermelo–Fränkel-Mengenlehre, die in klassenlogischer Darstellung sehr handlich und näher an der mathematischen Sprache ist als die üblichen prädikatenlogischen Darstellungen.
Bei Oberschelp findet sich im einleitenden Kapitel auch ein Überblick über die Entwicklung der verschiedenen Mengenlehren und deren Anlässe und Hintergründe einschließlich Auswahlaxiom und Kontinuumshypothese. Dieser Bericht kann für Leser empfohlen werden, welche eine Vertiefung gegenüber dem Buch von Bedürftig und Murawski wünschen.

Axiomatik und Logik

Kapitel 5 behandelt das Thema Axiomatik und Logik. Logik hat u. a. die Aufgabe, die spezifische Art des mathematischen sich Ausdrückens zu analysieren. Sie unterscheidet dazu Syntax und Semantik der mathematischen Ausdrücke. Beides wird in den Grundzügen dargestellt. Auch der Kalkülbegriff wird reflektiert. Auch ein kurzer Abriss der Geschichte der Logik von der Syllogistik des Aristoteles, über die Anfänge der Aussagenlogik bei Philon von Megara und in der Stoa, die Scholastik, Reimundus Lullus, Leibniz, Boole, Bolzano, Frege, Peano, Whitehead, Russel, Tarski.
Danach folgt ein Abriss zur Geschichte der Axiomatik von Euklid bis Hilbert. Insbesondere wird auf die Kontroverse zwischen Hilbert und Frege eingegangen. Auch wird eine Präzisierung des Theoriebegriffs angegeben.
In diesem Kapitel kommen auch die Nichtstandardmodelle der Arithmetik der natürlichen Zahlen in der Logik erster Stufe zur Sprache. Die Ursache hierfür erfährt man in dem Satz von Löwenheim und Skolem. In der Logik der zweiten Stufe kann man eine kategorische Charakterisierung der natürlichen Zahlen angeben, d.h. dass es bis auf Isomorphie nur ein Modell gibt.
Auch die beiden Gödelschen Unvollständigkeitssätze werden auf den Seiten 263 und 269 kurz besprochen.

Zum Verschwinden der Größen als Fundament der Mathematik (S.175 ff).

Die Verfasser stellen überzeugend dar, dass die Mathematik „seit der Ersetzung der Zahlen der Pythagoreer durch die Größen bei *Eudoxus* und *Euklid* bis in die Mitte des 19. Jahrhunderts hinein eine Wissenschaft der Größen“ gewesen sei. „Größen bildeten das Fundament“. „Der griechische Ersatz für reelle Zahlen waren die Verhältnisse von Größen.“
Zwar wurde dieser Verhältnisbegriff nirgends eindeutig definiert. Doch konnte die Gleichheit selbst irrationaler Verhältnisse präzisiert werden. Das war eine große Leistung. Doch wurde im Laufe der geschichtlichen Entwicklung der Mathematik die Einführung rationaler und irrationaler Zahlen immer dringender. Ihre Zurückführung auf die natürlichen Zahlen ohne Verwendung von Größen und Größenverhältnissen gelang dann erstmalig Cantor und Dedekind. Das war eine der großen Leistungen der Mathematik um 1900. Diese Entwicklung missfiel G. Frege. Er wollte die Zahlen mit dem Messen verbinden. Ihm schwebte daher eine Präzision des Größenbegriffs vor. Zu diesem Zweck führte er den Begriff des Größengebietes ein, der wie neuere Rekonstruktionen der Theorie von Frege zeigen, mit dem Begriff des Größenbereichs wie ihn Arnold Kirsch 1970 definiert hat, übereinstimmt. (vgl. H. Griesel, *Reform of the construction of the number system with reference to Gottlob Frege*, ZDM Mathematics Education (2007) 39: 31–38.)
Verschwunden ist in der Mathematik der Größenbegriff als Grundlagenbegriff für die Einführung der Zahlen und anderer mathematischer Begriffe. Er ist aber unentbehrlich, wenn man die Anwendbarkeit der Mathematik im Blick hat. Man denke nur an die vielen Größen, die in der Physik vorkommen: Länge, Flächeninhalt, Volumen, Anzahl, Masse, Zeitdauer, Geschwindigkeit, Beschleunigung, Impuls, Kraft, Energie, Leistung, Feldstärke, elektrische Ladung usw. Alle diese Begriffe gehören zur mathematischen Physik und sind auch mathematische Begriffe. Sie sind jeweils durch ein Messverfahren definiert, in welchem der multiplikative Vergleich von Größenwerten erklärt wird. Die Ergebnisse eines solchen multiplikativen Vergleichs sind die Zahlen.
Charakteristisch für den Begriff der Größe ist also, dass es sich um einen Begriff handelt, der mehrere Werte annehmen kann und dessen Werte untereinander multiplikativ verglichen werden können, wobei Zahlen als Vergleichsergebnisse auftreten. Das multiplikative Vergleichen wird auch Messen genannt.
Dies alles lässt sich leicht formal präzisieren. Darauf wird hier verzichtet.
Wenn man also die Zahlen anwendungsorientiert einführen will, wie das Frege wollte und wie es heute in der Schulmathematik auf der ganzen Welt üblich ist, und wenn man diesen genetischen Prozess präzisiert darstellen will, dann kann man auf den Größenbegriff nicht verzichten.

Größen kommen außerdem in der Angewandten Statistik als zentraler Begriff vor. Es ist dort sehr wichtig, Größen als sog. Verhältnisskalen von anderen Skalen wie Nominalskalen, Ordinalskalen und Intervallskalen abzugrenzen, da die anzuwendenden statistischen Verfahren von der Skalenart abhängen.
Ganz verschwunden sind die Größen also *nicht* aus der Mathematik.

Zur Anwendbarkeit der Mathematik

Eins wird aus der Lektüre des Buches klar: Das Phänomen der Anwendbarkeit der Mathematik wird in der gegenwärtigen Philosophie der Mathematik nicht hinreichend gründlich behandelt. Dies wird auch durch die Tatsache belegt, dass die Verfasser diesem Thema keinen eigenen Abschnitt widmen, sondern nur situativ an verschiedenen Stellen darauf eingehen.
Immerhin werden auf den Seiten 133/134 vier Hypothesen benannt, die in der Philosophie der Mathematik zu finden sind:

1. Es gibt eine tiefe ontologische Verwandtschaft zwischen mathematischen und physischen Begriffen. Der Unterschied besteht nur im Grad der Allgemeinheit.
2. Die Gegenstände der Mathematik sind Formen physischer Erscheinungen (N. D. Goodman, *Mathematics as a Natural Science*, Journal of Symboli Logic 55 (1990), 182–193).
3. Mathematische Begriffe sind das Resultat von Ablösungen aus der Realität und deren Tradierungen (Lorenz, Damerow, Wilder).
4. Das Phänomen der Anwendbarkeit der Mathematik ist und bleibt mysteriös und hat keine rationale Erklärung (E. P. Wigner, *The Unreasonable Effectiveness of Mathematics in the Natural Sciences*, Communications on Pure and Applied Mathematics 13 (1960), 1–14).

Alle vier Hypothesen werden nicht breit ausgeführt, sondern im Grunde nur beiläufig erwähnt. Resignierend stellen die Verfasser fest: „Man muss eingestehen, dass es eine eindeutige Erklärung für diese rätselhafte Anwendbarkeit der Mathematik nicht gibt“ (S. 133).
Anmerkungen zur Anwendung der Mathematik findet man noch an weiteren Stellen des Buches. So wird z. B. auf S. 63 die gegenwärtige Position des Materialismus (häufig gegenwärtig lieber Naturalismus genannt) dargestellt: Mathematik ist aus den praktischen Bedürfnissen der Menschen entstanden. Sie ist nicht angeboren, sondern entwickelt sich im Prozess der Erschließung der Natur durch den Menschen. Sie ist aus der objektiven Wirklichkeit abgeleitet und entsteht in einem Prozess der Idealisierung und der Abstraktion aus der materiellen Wirklichkeit, die uns umgibt. Daraus erklärt sich, warum die mathematischen Aussagen zur Beschreibung der sinnlich wahrnehmbaren Welt herangezogen werden können.
Es fällt auf, dass sich diese Charakterisierung ganz in der Nähe der Begrifflichkeit der gegenwärtig herrschenden Lerntheorien befindet. Auch ist sie mit einer evolutionären Erkenntnistheorie verträglich.
In einer dringend gewünschten Entwicklung der Philosophie und Wissenschaftstheorie der Anwendbarkeit von Mathematik dürfte auch dem Begriff der Größe eine zentrale Rolle zukommen. Mit dessen Hilfe lässt sich dann auch der Begriff des Modells präzisieren (vgl. H. Griesel, *Modelle und Modellieren, eine didaktisch orientierte Sachanalyse, zugleich ein Beitrag zu den Grundlagen einer mathematischen Beschreibung der Welt*, in: Mathematikunterricht im Spannungsfeld von Evolution und Evaluation, Festschrift für *Werner Blum*, Hg. H.-W. Henn und G. Kaiser, Franzbecker Verlag Hildesheim, Berlin 2005)
Es wäre sicherlich für eine vertiefte Diskussion der Philosophie der Anwendbarkeit von Mathematik förderlich gewesen, wenn die an der Universität Bielefeld angenommene Dissertation von Th. Wilholt, *Zahl und Wirklichkeit, Eine philosophische Untersuchung über die Anwendbarkeit der Mathematik*, mentis Verlag, Paderborn 2004, einbezogen worden wäre.
Wilholt vertritt einen „behutsamen Realismus“, was die mathematischen Gegenstände anbetrifft (S. 281 ff). Die Mathematik sei eine zweigeteilte Wissenschaft, einerseits eine realistische Mathematik und andererseits ein Studium formaler Systeme, wie bei der abstrakten Algebra.
Es gebe zwei Arten von Anwendung der Mathematik: Primäre, bei denen die Träger von (extensiven) Größen in der Wirklichkeit verankert sind und sekundäre bei der Anwendung formaler Systeme.
Auf die Frage, warum die Mathematik anwendbar ist, gibt der Verfasser S. 287 die Antwort: „Es wird keine universelle Antwort geben“.
Er stellt weiter fest, die Philosophie der angewandten Mathematik sei ein faszinierender Forschungsbereich an der Schnittstelle zwischen der Philosophie der Mathematik und der Wissenschaftstheorie der Naturwissenschaften, die hoffentlich noch erhellende Einsichten in die Rolle der Mathematik in den empirischen Wissenschaften bringen werde.

Elementarmathematik der Schule als empirische Theorie der Lebenswirklichkeit

Eine solche Theorie dürfte für die Didaktik der Mathematik von großer Bedeutung sein, denn

die Elementarmathematik, wie sie vom ersten Schuljahr an gelehrt wird, soll anwendungsorientiert aufgebaut werden. Elementarmathematik der Schule ist eine empirische Theorie der Lebenswirklichkeit und muss entprechend in der Schule aufgebaut werden.
Es ist zu erwarten, dass die Didaktik der Mathematik aus einer Theorie ihrer Anwendung grundsätzliche Erkenntnisse zum Aufbau eines Curriculums mit der Bereitstellung von Anregungssituationen von didaktischen Maßnahmen und der Präzisierung von Kompetenzen für eine solche empirische Theorie der Lebenswirklichkeit erhält.
Es sei auch daran erinnert, dass unsere Kölner Kollegen Burscheid und Struve seit Jahren versuchen, aus einer strukturalistischen Analyse der Elementarmathematik Nutzen für die Didaktik der Mathematik zu ziehen.(vgl. H. J. Burscheid, H. Struve, *Mathematikdidaktik in Rekonstruktionen, Ein Beitrag zu ihrer Grundlegung*, Verlag Franzbecker, Hildesheim, Berlin 2010). Ein großes Handicap hierbei ist die aufwendige Begrifflichkeit, die dem philosophischen Strukturalismus anhaftet. Eine Theorie der Anwendung von Mathematik, insbesondere der Elementarmathematik auf der Grundlage des Größenbegriffs ist vermutlich durchsichtiger und klarer.
Wer meint, das sei utopisch, der sei auf die Analyse der sog. Schlussrechnung von Arnold Kirsch hingewiesen, die inzwischen in allen Lehrplänen der Bundesländer und in den Curricula der Schulbücher ihre deutlichen Spuren hinterlassen hat. In seinen Analysen spielt der Größenbegriff eine zentrale Rolle.

Zur Bedeutung der Philosophie der Mathematik für Mathematikdidaktiker und Mathematiklehrer

Damit sind wir bei der Frage nach der Bedeutung der Philosophie der Mathematik für die Mathematikdidaktik angelangt.
Für jeden Mathematikdidaktiker und Lehrer muss erwartet werden, dass er einen hinreichenden Überblick über das Phänomen Mathematik besitzt. Dazu gehört insbesondere auch die Philosophie der Mathematik mit ihrer Reflexion über Gegenstände, Methoden, Systeme, Praxis, Entwicklung und Anwendung von Mathematik sowie deren Einbindung in Kultur und Zivilisation.
Auch Philosophie der Mathematik gehört zur mathematischen Allgemeinbildung eines Mathematikers. Darüber hinaus hat die Philosophie der Mathematik auch Rückwirkungen auf den Mathematikunterricht und seine Curricula. Nichts ist so nachhaltig bildungswirksam wie ein Unterricht, der konsequent Phasen der Reflexion mit einschließt. Die Mittel dazu liefert u. a. die Philosophie der Mathematik. Daher sollten diesbezügliche Kenntnisse zum Berufswissen des Mathematiklehrers und des Mathematikdidaktikers gehören.
Schließlich sollte jedem Mathematiklehrer während seines Studiums eine gründliche Kenntnis der Elementarmathematik als empirische Theorie der Lebenswirklichkeit vermittelt werden, weil er diese später unterrichten muss. Zentrale Hilfen und Anregungen dazu kann die Philosophie der Mathematik liefern.

Schlussbemerkung

Es handelt sich um ein hervorragendes Buch, das auch als Nachschlagewerk sehr gut brauchbar ist.
Der Rezensent kann bekennen, dass er viel an Fakten, aber auch an Zusammenhängen gelernt hat.
Das Buch sei daher allen Mathematikern, vor allem den Mathematikdidaktikern und Mathematiklehrern zur Lektüre empfohlen.
Es gehört unbedingt in die Universitätsbibliothek und in die Bibliothek der fachinhaltlichen bzw. fachdidaktischen Seminare.
Hingewiesen sei auch auf das umfangreiche Literaturverzeichnis, das Personen- und das Begriffsverzeichnis sowie auf einen Anhang mit Kurzbiografien von Philosophen und Logikern. Dies unterstreicht die Empfehlung als Nachschlagewerk.

Thomas Bedürftig und Roman Murawski, *Philosophie der Mathematik*, Verlag De Gruyter Berlin 2010, 322 Seiten, 79,95 Euro.

„Besser als Mathe“: Moderne angewandte Mathematik aus dem MATHEON zum Mitmachen

Rezensiert von Heinz Junek

Dieses kleine, populärwissenschaftlich geschriebene Buch enthält kurze, sehr unterhaltsame und lehrreiche Beiträge zur breiten Anwendung der Mathematik, aufgeschrieben von 44 Forschern, die im DFG-Forschungszentrum „Mathematik für Schlüsseltechnologien“ (MATHEON, Berlin) arbeiten oder gearbeitet haben, und die aus ihren eigenen Erfahrungen markante Anwendungsbeispiele für den interessierten Laien aufgearbeitet haben.
Bei aller thematischen Vielfalt der 29 Einzelbeiträge ist ihnen gemeinsam, dass jeweils von einer kleinen Geschichte ausgehend an das Problem herangeführt wird. Anschließend wird aus dem Kern des Problems heraus eine für den Leser zugängliche, aber nichttriviale Aufgabe formuliert, die mit Schulmathematik zu lösen ist. Es folgen jeweils zehn Vorschläge für eine Antwort in der Art eines multiple-choice-Testes, und schließlich, sehr erfreulich, die richtige Antwort mit einer ausführlichen Darstellung des Lösungsweges.
Damit bietet das Buch nicht nur unterhaltsame Mathematik, sondern betreibt dies – anders als die üblichen Bücher zur Unterhaltungsmathematik – an für alle sichtbaren, praktisch wichtigen Beispielen. Und hier liegt einer der besonderen Vorzüge des Buches: Viele populärwissenschaftliche Bücher zur Mathematik zielen primär auf die Schönheit und Raffinesse der mathematischen Themen hin. Durch diesen Verbleib im prächtigen Elfenbeinturm der Wissenschaften erreichen sie zwar die Mathefreaks, wirken aber bei den vielen anderen Schülern, die keine Lehrer- oder Professorenlaufbahn einschlagen wollen, kaum fördernd auf eine Entscheidung für ein Mathematikstudium. Diesem Büchlein könnte vielleicht ein Motivationsschub gelingen.

Gehen wir etwas ins Detail. Die einzelnen Themen sind in acht Gruppen sortiert, nämlich

- Mathematik ganz freizeitlich
- Mathematik in Bewegung
- Mathematik komplett technologisch
- Mathematik ganz zufällig
- Mathematik in Produktion und Logistik
- Mathematik gegen Bankrott
- Mathematik im menschlichen Körper
- Mathematik auf die Schnelle.

Diese Sortierung erfolgt bewusst nach dem äußeren Erscheinungsbild der Aufgaben, keinesfalls nach den verwendeten Methoden, die selbst innerhalb einer Themengruppe sehr vielfältig sind. Zu den Beispielen, die mir persönlich besonders gut gelungen erscheinen, gehören die folgenden.

„Stein-Schere-Papier“, der ersten Gruppe zugeordnet, führt in die Mathematische Spieltheorie ein und reduziert das bekannte gleichnamige Kinderspiel, eingebettet in einen Wettkampf zwischen Osterhase und Weihnachtsmann, auf die mathematisch einfachere Situation von nur zwei Zuständen: Stein und Papier. Gesucht sind optimale Spielstrategien für die beiden Opponenten. Die Fragestellung an den Leser ist sehr konkret, und die Lösung wird sehr elementar und ausführlich präsentiert, so dass dem Leser die Chance für einen ersten Einblick in die Spieltheorie gegeben wird.

„Katze und Maus“ aus der Gruppe Mathematik in Bewegung: Gesucht ist die Bahnkurve einer Katze, die eine flüchtende Maus jagt. Die Problematik führt naturgemäß auf Differenzen- bzw. Differentialgleichungen, deren numerische Lösung entwickelt wird.

„Die gelben Engel von Noehtam“ gehört ebenfalls zur Gruppe Mathematik in Bewegung, doch die verwendete Mathematik führt am Beispiel der Erstellung eines Planes zur Zuweisung von Hilfsfahrzeugen auf den Autobahnen zu den anfordernden Havaristen in die Problematik linearer Optimierungsprobleme ein. Auch hier wird am Beispiel von Zahlenmaterial dem Leser die Chance gegeben, angeregt durch zehn spannende Antwortmöglichkeiten, die an Gespräche in der Leitzentrale angelehnt sein könnten, optimale Lösungen ganz ohne Kenntnis der schwierigen Theorie zu finden und zu diskutieren.

„Der Forsch-Frosch Fred" aus der Themengruppe Gruppe „Mathematik ganz zufällig" ist der Akteur eines Markoffprozesses (Random Walk), der die Funktion von Suchmaschinen im WWW (z. B. Google) auf kleinen Suchräumen, nämlich den 14 Seerosenblättern in der Welt von Fred demonstrieren soll. Welche Blätter werden von Fred, der zufällig umherspringt, am häufigsten besucht? Die Einkleidung des Google-Problems in diese Geschichte ermöglicht es dem Leser, selbst aktiv zu werden und das Problem vollständig zu bearbeiten. Ein besonders gut gelungenes Beispiel!

Als letztes Beispiel soll die „Optionsbewertung" aus dem Abschnitt „Mathematik gegen Bankrott" betrachtet werden. Durch die Bankenkrise in Verruf geratenes „Hedging", das ja nur Absicherung heißt und für die Funktion von Handels- und Finanzierungsprozessen unverzichtbar ist (wie sonst sollte eine Produktionsfirma einigermaßen zuverlässig mit der Entwicklung von Rohstoffpreisen oder Verkaufserlösen insbesondere auch im Devisenhandel rechnen können?), wird hier am Beispiel der Bewertung von Call- und Put- Optionen für den Leser nachvollziehbar auf eine rationale Basis gestellt. Für den Kenner der Theorie der Black-Scholes-Formel, die das Ergebnis einer anspruchsvollen Theorie von stochastischen Prozessen, Martingalen und Ito-Integralen ist, ist es faszinierend zu sehen, wie es dem Autor gelingt, durch Vereinfachung der Problematik ein tiefes Durchdringen der Hauptidee zu vermitteln und den Leser selbstständig zu den Ergebnissen zu führen. Ein „muss" für jeden Stochastikunterricht!

Die gegebenen Beispiele machen deutlich, dass das vorliegende Buch eine Vielzahl praktisch wichtiger Fragen aufgreift und die zu seiner Bearbeitung erforderlichen, sehr vielfältigen Methoden vom Leser entwickeln lässt. Anders als bei einem systematischen Mathematikkurs, bei dem die Auswahl der Anwendungen den Zwängen des Theorieaufbaus folgen, liegt das Primat hier in den Anwendungen, denen die Auswahl der mathematischen Ansätze unterworfen ist. Dies ist die typische Situation für den in den Anwendungen tätigen Mathematiker. Für den Lehrer in der Schule bietet das Buch einen großen Schatz an neuartigen Aufgaben, die als Ausgangspunkt für einzuführende Stoffgebiete oder als Fundgrube für neue Anwendungen in der systematischen Stoffvermittlung dienen können. Hierin sehe ich den besonderen Wert dieses Buches im Blick auf den tätigen Mathematiklehrer.

Der Buchtitel *Besser als Mathe* scheint etwas unglücklich zu sein, da er Klischees über die Rivalität von angewandter und reiner Mathematik unnötig bedient. Er hat, wie die Herausgeber im Vorwort schreiben, seinen Ursprung in der Fragebogenantwort eines Schülers einer 8. Klasse im Anschluss an eine Unterrichtseinheit zu einem der Themen des Buches.
Schade, dass der Preis für Schüler doch relativ hoch liegt, dies steht einer weiten Verbreitung wohl etwas im Wege.
Alles in allem handelt es sich um ein sehr empfehlenswertes Buch, dem eine große Leserschaft gewünscht wird.

K. Biermann, M. Grötschel und B. Lutz-Westphal (Hrsg.), *„Besser als Mathe", Moderne angewandte Mathematik aus dem MATHEON zum Mitmachen*, Vieweg+Teubner, Wiesbaden 2010, ISBN 978-3-8348-0733-5, 26,95 Euro

Horst Hischer: Was sind und was sollen Medien, Netze und Vernetzungen? Vernetzung als Medium zur Weltaneignung

Rezensiert von Swetlana Nordheimer und Andreas Filler

Ist es sinnvoll, den überwiegenden Teil eines Buches der Klärung eines einzigen Begriffes (Vernetzung) und einen weiteren Teil dem Begriff Medium bzw. Medien zu widmen? Es handelt sich hierbei um Begriffe, die aus sehr unterschiedlichen Blickwinkeln betrachtet werden können, woraus (mindestens) zwei Gefahren resultieren:

– Beliebigkeit im Gebrauch von Begriffen: Es wird allgemein akzeptiert, dass Vernetzungen wünschenswert sind, ihr Wesen bleibt jedoch im Nebulösen. Auf diese Weise können Begriffe schnell zu Schlagworten oder zu unreflektierten, ideologisch geprägten Worthülsen werden, die vor allem gern herangezogen werden, um Positionen oder Vorschlägen den Rang des „Guten" zu verleihen. Hischer nennt auf S. 4 seines Buches sehr zutreffende Beispiele für diese Unsitte, hinzugefügt sei das (Un)wort „Kompetenzorientierung".[1]
– Einengung von Begriffen: Begriffe hohen Allgemeinheitsgrades, die mehrere für die Mathematikdidaktik relevante Facetten besitzen, werden für bestimmte Zwecke eingeengt; wesentliche Facetten verschwinden dabei allmählich aus dem Bewusstsein. Hischer beklagt – und auch dies völlig zu Recht – z. B. auf S. 110 die Tatsache, dass das klassische Verständnis des Begriffs „Modell" im Zusammenhang mit Axiomatisierungen im Rahmen der Diskussion um Modellierungen in der Mathematikdidaktik zu verblassen scheint.[2]

Das Buch von Horst Hischer leistet – wie wir zusammenfassend bereits hier vermerken wollen – einen substantiellen Beitrag, um die Begriffe „Medien" und „Vernetzung" vor diesen traurigen Schicksalen zu bewahren. Insofern ist es über diese beiden Themenbereiche hinaus von methodologischem Wert hinsichtlich des Umgangs mit „Leitbegriffen" in der Mathematikdidaktik. Der Autor stellt sich von Beginn an dem Spannungsfeld von begrifflicher Klarheit und begrifflicher Weite, in das er sich unvermeidlich begibt, wenn er sich mit einer derart weit tragenden Thematik auseinandersetzt. Er beschreibt sein Vorgehen bereits im Vorwort treffend mit „einkreisend", „zunehmend vertiefend" und „erneut aufgreifend". Nach dem Lesen des Buches ist für die Leserin und den Leser[3] klar geworden, was damit gemeint ist – das Ergebnis ist nicht eine griffige Definition oder ein Schema, sondern ein umfassender Einblick in unterschiedliche Facetten von Vernetzungen und die Erkenntnis zentraler Wesensmerkmale. Zugleich entstehen viele Fragen, welche die Realisierung „vernetzenden Denkens" im Mathematikunterricht (bzw. die Schaffung geeigneter „Umgebungen" hierfür) betreffen.

Entsprechend der Vorgehensweise des „Einkreisens" beginnt der Autor seine Ausführungen zu Netzen und Vernetzungen (nach einer Einleitung und einem Kapitel über Medien) ausgehend von Beispielen und Metaphern zunächst mit einer Annäherung an die Begriffe und ersten Präzisierungen (Kapitel 3). In den Kapiteln 4–6 „zieht er die Kreise dann enger" und nimmt eine Darstellung und Reflexion wissenschaftlicher Grundlagen zu Netzwerken bzw. Netzgraphen sowie Vernetzungsgraden u. a. aus Sicht der Mathematik und der Sozialwissenschaften vor.[4] Diese werden dann

[1] Auf die „Modebezeichnung Kompetenz" (Fußnote auf S. 204) geht der Autor auf S. 8 kurz ein, verwendet aber ansonsten die Begriffe „Fähigkeiten" und „Fertigkeiten", die er auf S. 73ff. präzisiert.
[2] Dem sei hinzugefügt, dass auch das Modellen von Axiomensystemen zu Grunde liegende Modellverständnis didaktische Relevanz besitzt (und im Übrigen auch durch die allgemeine Modelltheorie nach Stachowiak erfasst wird).
[3] Diese Feststellung bezieht sich zunächst primär auf die Rezensentin und den Rezensenten; wir erwarten aber, dass dies auf andere Leserinnen und Leser (die wir im Folgenden abkürzend als Leser zusammenfassen, wobei die weibliche Form eingeschlossen sein soll) ebenso zutreffen wird.
[4] Zur Reflexion seiner Überlegungen lässt der Autor auch u. a. Goethe, Klafki und eine Vielzahl weiterer Autoren zu Wort kommen.

in den abschließenden Kapiteln 7–9 genutzt, um die in Kapitel 3 begonnenen Überlegungen zu Netzen und Vernetzungen im pädagogisch-didaktischen Kontext erneut aufzugreifen, weiterzuführen und zu vertiefen. Wir geben im Folgenden einen Überblick über die Inhalte der Kapitel des Buches.

Kapitel 1 (Einleitung)

Inspiriert durch den Titel eines Buches von Dedekind „Was sind und was sollen die Zahlen?“ stellt Hischer die Frage „Was sind und was sollen Medien, Netze und Vernetzungen?“ Eine allgemeine Antwort auf diese Frage wird bereits in dem zweiten Teil des Buchtitels angedeutet: „Vernetzung als Medium der Weltaneignung“. Daraus entwickelt der Autor die beiden Leitfragen des Buches:

1. Was können, wollen oder sollen wir unter „Medien“ und „Netzen“ bzw. unter „Vernetzungen“ mit Blick auf den (Mathematik-) Unterricht verstehen?
2. Welchen Bildungs- bzw. Unterrichtszielen könnten oder sollten so verstandene „Medien“ und „Netze“ bzw. „Vernetzungen“ dienen?

Die Suche nach Antworten auf diese Fragen wird von Hischer damit motiviert, dass die Begriffe „vernetzen“ und „Vernetzung“ in der Mathematikdidaktik und in der Bildungspolitik häufig verwendet, jedoch kaum geklärt werden. In diesem Zusammenhang wird das Buch *„Vernetzungen im Mathematikunterricht“* von Astrid Brinkmann (2002) erwähnt. Während Brinkmann jedoch ihre Begriffspräzisierungen auf die Theorie der dynamischen und vernetzten Systeme (Vester) stützt und ausgehend davon eine graphentheoretische Modellierung für Vernetzungen vorschlägt, geht Hischer einen anderen, wenngleich ebenfalls graphentheoretische Überlegungen einbeziehenden, Weg.

Kapitel 2: Medien – eine Begriffsbestimmung im pädagogisch-didaktischen Kontext

Den Ausgangspunkt dieses Kapitels bilden Massenmedien, der Begriff „Mediengesellschaft“ sowie Unterrichtsmedien. Daraufhin folgt (in Anlehnung an Kron) eine Reflexion von Medien einerseits als „Vermittler von Kultur“, andererseits als „dargestellter Kultur“. Vor dem Hintergrund von Klafkis Allgemeinbildungsmodell ergeben sich weitere Gesichtspunkte von Medien: „im Medium von Kultur“, „im Medium von Moral“, „im Medium von sozialer Interaktion“, „im Medium des Allgemeinen“. Diese Überlegungen werden unter Einbeziehung der Perspektive des Altphilologen Peter Riemer reflektiert und um den Aspekt von Medien als „Umgebung für den erkennenden und lernenden Menschen zur Darstellung seiner Kultur und seiner selbst“ ergänzt. Aus medienpädagogischer Sicht (Wagner, Tulodziecki) kommen weitere Aspekte von Medien als „Werkzeuge der Weltaneignung“ und „künstliche Sinnesorgane“ hinzu. Die Reihe der diskutierten Begriffe (u. a. technische Medien, neue Medien, Mediendidaktik, Medienkunde, Medienerziehung, aber auch Medienkritik) wird mit der (integrativen) Medienpädagogik abgeschlossen. Die These des Medienwissenschaftlers Norbert Bolz von der Vernetzung als einer Epoche in der Mediengeschichte leitet zum nächsten Kapitel über.
Dem mit der Thematik „Medien“ weniger vertrauten Leser eröffnen sich durch das Kapitel 2 erweiterte Sichtweisen, die in der „landläufigen“ Auffassung von Medien nicht enthalten sind. Erwähnt sei in diesem Zusammenhang ein Zitat Alexander von Humboldts, der den Infinitesimalkalkül als „Werkzeug von allgemeinerem Gebrauche“ (Humboldt) bzw. als „Werkzeug zur Weltaneignung“ (Hischer) und in diesem Sinne als „Medium“ bezeichnete. Diese Auffassung überrascht zunächst, erschließt sich aber nach Hischers Ausführungen, welche damit auch das dialektische Verhältnis von Unterrichtsgegenständen und -medien erhellen.

Kapitel 3: Netze und Vernetzungen – eine Begriffsbestimmung im pädagogisch-didaktischen Kontext

Systemorientierte Überlegungen zur Kenntnis nehmend erfolgt zunächst eine gründliche Auseinandersetzung mit dem metaphorischen Gehalt von „Netzen“. Spinnennetze, Fischernetze oder Vogelfangnetze und andere Arten von Netzen werden erwähnt, um dem Wesen von Vernetzungen auf die Spur zu kommen. Ergänzt werden die Betrachtungen durch sinnverwandte Begriffe in der englischen und der französischen Sprache. Diese Überlegungen gehen später in eine Begriffsbestimmung ein, die auf den pädagogisch-didaktischen Kontext angewandt wird. In diesem Zusammenhang sind nicht nur *Bestandteile*, sondern auch *Benutzer* und *Betrachter* eines Netzes von Bedeutung. Bestandteile eines Netzes sind Knoten (dies können im Mathematikunterricht beispielsweise Themen, Gegenstände und mathematische Objekte sein) und deren Verbindungen (Kanten). Netze können die Benutzer wie beispielsweise Schüler einfangen, aber auch von dem Betrachter trennen und Sicherheit geben. Die Lehrer als Betrachter können wiederum durch das Netz von den Schülern getäuscht werden. Sowohl Schüler wie auch Lehrer können ihre Rollen als Betrachter und Benutzer tauschen, aber auch zu Bestandteilen eines Netzes werden. Dabei sind

– *Zweckaspekte* (z. B. Schaffen von Verbindungen, Aufdecken von Zusammenhängen),
– *Handlungsaspekte* (wie „vernetzen" im Sinne der Konstruktion oder Deutung von Objekten als Knoten eines neuen oder zu erweiternden Netzes) sowie
– *Zustandsaspekte* (im Sinne von „vernetzt sein" als Bestandteil oder „im Netz sein" als Benutzer eines Netzes)

von Bedeutung. Aus diesen drei Aspektgruppen heraus entwickelt der Autor einen ersten Ansatz, den Begriff „Netz (im pädagogisch-didaktischen Kontext)" durch (verbale und durchaus „weiche") Axiome zu definieren. Dieser erste Definitionsversuch bildet (um in der Terminologie des Buches zu bleiben) einen Knoten (ja sogar eine Nabe, d. h. einen Knoten, der durch besonders viele Kanten mit anderen Knoten verbunden ist) des Buches. Er bildet einen Ausgangspunkt für Fragestellungen, die in den folgenden Kapiteln 4–6 untersucht werden, und wird dann ab Kapitel 7 erneut aufgegriffen, hinterfragt und angereichert. Abschließend gibt der Autor einen kurzen Ausblick auf systemtheoretische Überlegungen. Er verfolgt den systemtheoretischen Zugang jedoch nicht weiter, sondern entscheidet sich für eine tiefer gehende, die Graphentheorie zum Zwecke der Anwendung im pädagogisch-didaktischen Kontext modifizierende Begriffspräzisierung.

Kapitel 4: „Netzgraph" oder „Netzwerk" als graphentheoretischer Teil von „Netz"?

In diesem Kapitel befasst sich der Autor auf mathematischer (speziell graphentheoretischer) Grundlage mit Netzwerken bzw. (präzisiert) Netzgraphen. In der Kapiteleinführung schlägt er vor, unterschiedliche Graphen zu überlagern, um Verbindungen zwischen den Bestandteilen der Netze sowie Beziehungen zwischen Benutzern und Betrachtern zu beschreiben. Dazu werden „Netzgraphen" betrachtet, die – ausgehend von Inzidenzstrukturen in der Geometrie – mathematisch modelliert werden. Dies geschieht durch eine schrittweise Annäherung über mehrere (axiomatische) Definitionsversuche.[5] Dabei sollen „Maschen" als Hauptmerkmal eines Netzes mathematisch beschrieben werden. Am Ende von sechs Definitionsversuchen steht eine für den didaktisch-pädagogischen Kontext entwickelte Definition (S. 107):

Es sei $(\mathbf{V},\mathbf{E})$ ein Graph. $(\mathbf{V},\mathbf{E})$ ist genau dann ein Netzgraph, wenn gilt:
(NG1) $(\mathbf{V},\mathbf{E})$ ist *endlich.*
(NG2) $(\mathbf{V},\mathbf{E})$ ist *zusammenhängend.*
(NG3) *Jede Kante* aus $(\mathbf{V},\mathbf{E})$ ist *Teil einer Masche.*
(NG4) Für alle Knoten P aus $(\mathbf{V},\mathbf{E})$ gilt: $Grad(P \geq 3)$

Auf der Grundlage dieser Axiome wird ein Satz bewiesen, der besagt, dass zwischen je zwei Knoten stets mehr als zwei Wege existieren. In diesem Sinne ist beispielsweise ein *Baum* kein Netzgraph, auch wenn zwischen den Knoten Verbindungen existieren.

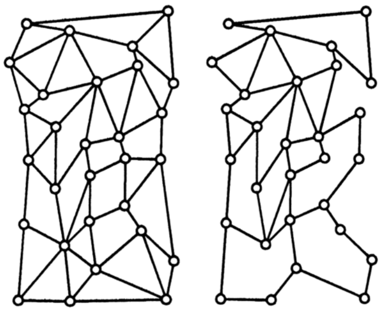


Abb. 4.27, 4.28 (S. 108)

Auch der Graph in dem rechten Teil der Abbildung (welcher durch Herausnehmen einiger Kanten des linken Graphen entstand, bei dem es sich um einen Netzgraphen handelt) ist kein Netzgraph, da einige Knoten nur noch den Grad 2 haben. Der Autor schlägt daher vor, das Vorliegen einer Vernetzung und das Vorliegen eines Netzgraphen zu unterscheiden. Dafür wird der Netzwerkbegriff eingeführt. Bei einem *Netzwerk* handelt es sich um einen Graphen, der durch Löschen einiger Kanten aus einem *Netzgraphen* entstehen könnte. Auch ein Netzwerk enthält zusammenhängende, maschenhaltige Kanten.

Erwähnenswert an Kapitel 4 (wie auch an den folgenden Kapiteln) ist u. a., dass es dem Autor gelingt, sich (wiederum „einkreisend") einer mathematischen Definition der Begriffe

[5] Etwas verwirrend erscheint die Aufnahme des euklidischen Parallelenaxioms (im engeren Sinne, d. h. der Forderung nach der Eindeutigkeit von Parallelen) in die ersten Axiomatisierungs„versuche". Das Parallelenaxiom wird dann (begründet) fallen gelassen; vielleicht wäre es aber sinnvoller, von vornherein darauf zu verzichten, da die Forderung nach der Eindeutigkeit nicht mit einer gegebenen Kante inzidierender Kanten durch beliebige Punkte eines Netzes bzw. eines Netzgraphen a priori widersinnig erscheint.

„Netzwerk“ und „Netzgraph“ zu nähern, dabei die verfolgten Intentionen im pädagogisch-didaktischen Kontext im Auge zu behalten und die erarbeitete (präzise) mathematische Begriffsbestimmung wieder aufzuweichen, um der Zielstellung gerecht zu werden.

Kapitel 5: „Vernetzungsgrad“ als Maß für die Güte einer Vernetzung

Gegenstand dieses Kapitels sind unterschiedliche Vernetzungsgradmaße. Ein erstes Maß ist der Kehrwert des arithmetischen Mittels der Minimalabstände aller vorhandenen Knoten[6], was jedoch bei nicht verbundenen Knoten zu dem Problem unendlicher Abstände führt. Daher wird als Vernetzungsgradmaß des Typs 2 das arithmetische Mittel der Kehrwerte der Minimalabstände aller Knoten eingeführt.[7] Als weitere Vernetzungsgradmaße werden *mittlere Knotenabstände* erläutert. Diesen (zunächst rein mathematischen) Überlegungen folgen soziologisch motivierte und interpretierte (jedoch ebenfalls auf mathematischer Grundlage geführte) Betrachtungen zu den Themenbereichen

- *Ballung* (*Clusterbildung*) mit Bezügen zu *Nachbarschaften* und „*Cliquen*“, wobei Ballungskoeffizienten (bzw. „Cliquenhaftigkeiten“) untersucht werden,
- alternative Definitionen von *Clusterkoeffizienten*, die in dem jungen Forschungsgebiet der Netzwerkanalyse von hoher Bedeutung sind,
- *mittlere Knotengrade*, *Dichten* sowie *Durchmesser* von Graphen.

Der Autor stellt exemplarische Vergleiche der Vernetzungsgradmaße an kleinen Beispielen an und diskutiert Vernetzungsgradmaße am Beispiel der Erdős-Zahl und anhand von Zusammenarbeitsgraphen (collaboration graphs) von Mathematikern. Hieran wird der Charakter der „mathematischen Community“ als soziales Netzwerk deutlich. Faszinierend an den Ausführungen dieses Kapitels (wie auch des folgenden Kapitels 6) sind die vielfältigen interdisziplinären Bezüge insbesondere zwischen Mathematik und Sozialwissenschaften.

Kapitel 6: Netze und Vernetzungen: ein Blick in den Forschungsstand jenseits von Pädagogik und Didaktik

Das Kapitel gibt einen Einblick in neueste Entwicklungen der Netzwerktheorie. Der Autor geht der Frage nach, wie reale Netzwerke entstehen und durch zufällige Simulationen modelliert werden können. Unter den Erklärungsversuchen für die Entstehung von realen Netzwerken sind *Zufallsgraphen* von Erdős und Renyi, aber auch die sogenannte *Small-World-Theorie* von Interesse. Als weiteres Beispiel wird ein Netzwerk von Schauspielern vorgestellt, in dem (ähnlich wie bei der Erdős-Zahl Abstände zwischen Mathematikern) Zusammenarbeitsabstände von Filmschauspielern ausgehend von Kavin Bacon berechnet werden kann. Der Vergleich mündet in die Hypothese, dass die Welt der Schauspieler – ebenso wie die Welt der Mathematiker – klein ist. Am Beispiel „*bekannter Autoren*“ (die häufiger zitiert werden als weniger bekannte Autoren und damit also immer bekannter werden) wird ein Modell von Barabási und Albert für das Wachstum von Netzwerken erklärt. Den Abschluss des Kapitels bilden Überlegungen zur Fehlertoleranz und Stabilität von Netzwerken.

Kapitel 7: Netze und Vernetzungen im pädagogisch-didaktischen Kontext: vorläufige Bilanz und Ergänzungen

Das Kapitel beginnt mit einer Rückschau auf die Kapitel 3 bis 6, die aufgegriffen und zusammengeführt werden. Daraufhin werden logische Kausalketten und hierarchische Baumstrukturen quantitativ auf ihre Netzwerkeigenschaften hin untersucht, indem die entsprechenden Vernetzungsgradmaße berechnet werden. So konvergiert beispielsweise der globale Abstandskoeffizient einer linearen Kette gegen 0, was als schlechte Durchsuchbarkeit zu interpretieren ist. Die Analysen führen zu den Feststellungen (auf S. 184), dass sowohl Kausalketten als auch Bäume nichts mit Vernetzung zu tun haben. Ein kurzer Ausflug des Autors in die Psychologie zeigt, dass vor allem die zweite Feststellung im Widerspruch mit dort verwendeten Netzwerkbegriffen steht. Auch Mind Maps sind in diesem Sinne keine Beispiele für

[6] Unter dem „Minimalabstand“ zweier Knoten wird die Anzahl der diese Knoten auf kürzestem Wege verbindenden Kanten eines Graphen verstanden. Daraus erklärt sich die aus geometrischer unsinnig erscheinende Bezeichnung „Minimalabstand“ – auf unterschiedlichen Wegen können Knoten unterschiedliche Abstände haben; später verzichtet der Autor dann auf den Zusatz „Minimal“ und spricht nur noch von Abständen.

[7] Das Problem mit unendlichen Abständen kann dann dadurch gelöst werden, dass in diesem Falle als Kehrwert sinnvollerweise die Null zugeordnet wird.

Netze und Vernetzungen wohingegen Concept Maps wiederum zu Vernetzungen führen. Mit Rückblick auf das Kapitel 4 können diese beiden Feststellungen jedoch relativiert werden; auf der Seite 109 heißt es, dass ein Graph, der kein Netzgraph ist, im „dynamischen Prozess einer zunehmenden Vernetzung“ zu einem solchen werden kann. Nicht nur ein Netzwerk, sondern auch ein Netzwerkrumpf ohne Maschen hat theoretisch Potentiale zur Vernetzung. Um diesem Problem aus dem Weg zu gehen, differenziert Hischer zwischen Verzweigung, Verbindung und Vernetzung und knüpft somit an in der deutschen Mathematikdidaktik beispielsweise durch Vollrath angedeutete Positionen an. Darüber hinaus schlägt Hischer vor, zwischen schwachen und starken Vernetzungen zu unterscheiden, wofür er graphentheoretische Kriterien vorschlägt. Von den weiteren Ausführungen des Kapitels sei noch das *Netz-Dilemma* erwähnt, das Hischer (unter Bezugnahme auf Kießwetter) folgendermaßen beschreibt:

> *Die ‚Komplexität der Welt‘, in der wir leben, ist (vermutlich) eine … ‚vernetzte‘ und kann damit nur durch … ‚vernetzendes Denken‘ approximierend erschlossen werden, nicht aber durch ‚monokausales Denken‘. Zugleich findet unser Handeln grundsätzlich in der Zeit und damit nur ‚linear‘ und also nicht vernetzt statt. Und das betrifft dann entsprechend auch den (zeitlichen) Aufbau von Kognition im Individuum selbst* (S. 186).

Diese Überlegungen bezieht Hischer im Folgenden auf die Struktur von Algorithmen (die in aller Regel Maschen enthalten) und das Abarbeiten von Algorithmen (welches in aller Regel „linear“, also monokausal erfolgt). Damit hat Hischer, ohne dies näher auszuführen, im Zusammenhang mit seinen Überlegungen zum Netz-Dilemma wohl den „Finger in die Wunde“ gelegt und eines der gravierendsten Probleme des Mathematikunterrichts angesprochen.

Kapitel 8: Vernetzung und Allgemeinbildung: Zusammenhänge und mögliche Ziele

In diesem Kapitel werden die Ausführungen des Buches zu einem zusammenfassenden und auf didaktische Fragestellungen bezogenen (vorläufigen) Abschluss gebracht. Ausgehend von Klafkis Allgemeinbildungskonzept und der darin enthaltenen Betonung „vernetzenden Denkens“ oder „Zusammenhangdenkens“ entwickelt Hischer Ziele und Folgerungen für einen vernetzenden Unterricht. Interessant sind u. a. hier herausgearbeitete Beziehungen zwischen Forderungen von Klafki und netzwerkanalytischen Sichtweisen, die Hischer in seinem Buch entwickelt. Ebenfalls besonders erwähnenswert erscheinen Bezüge zwischen Offenheit und Vernetzung:

> *Zugleich wird klar, dass „Offenheit“ und „Vernetzung“ und damit auch „vernetzendes Denken“ zusammengehören: Im Gegensatz zum monokausalen Denken, das wie beim Abarbeiten eines Algorithmus nur eine Vorgehensweise zulässt, gibt es im idealtypischen Fall des vernetzenden Denkens in jedem Knoten (der für einen Zustand in einem Prozess steht) unterschiedliche Möglichkeiten des Fortschreitens – einschließlich der Möglichkeit auch eines Zurückschreitens* (S. 206).

Fazit (und Ausblick?)

Zusammenfassend möchten wir konstatieren, dass das Buch von Horst Hischer einen vielfältigen und, wie wir meinen, fundierten Blick auf die Thematik „Vernetzungen im Mathematikunterricht“ vermittelt. Wer „Rezepte“ im Sinne unmittelbar umsetzbarer Handlungsanleitungen für vernetzenden Unterricht erwartet, wird nach dem Lesen wohl enttäuscht sein; diese will und kann Hischer mit diesem Buch nicht liefern. Auch wer Antworten auf alle Fragen im Zusammenhang mit Vernetzungen wünscht, wird diese nicht finden. Eher ist das Gegenteil der Fall – nach dem Lesen des Buches stellen sich neue Fragen, z. B.:

- Wie lassen sich vernetzendes Denken und Bruners Spiralprinzip (dessen Bedeutung für den Aufbau des Mathematikunterrichts wohl kaum umstritten ist) in Einklang bringen? Wie ist in diesem Zusammenhang das Netz-Dilemma zu lösen oder zu umgehen? Könnte ein Ansatz zur Beantwortung dieser Fragen sein, bei Vernetzungen nach „horizontalen“ Kanten (zwischen Punkten/Knoten auf übereinanderliegenden Windungen einer Spirale, genauer Schraubenlinie, oder auch „Leitidee“) und „vertikalen“ Kanten (zwischen verschiedenen Spiralen/Schraubenlinien bzw. Leitideen) zu unterscheiden?
- Sind Vernetzungen bevorzugt rückblickend möglich? (Auch dies erscheint nach dem Durchdenken des „Netz-Dilemmas“ naheliegend.)
- Wie lassen sich Vernetzungen auf der epistemologischen (Stoff-)Ebene und auf der sozialen Ebene (zwischen „Benutzern“/Schülern untereinander sowie ggf. zusätzlich mit „Betrachtern“/Lehrern) ausgestalten und kombinieren? Das Buch liefert einen unserer

Meinung nach interessanten Ansatz, dieser Frage nachzugehen und die Verkoppelung/Überlagerung von Vernetzungen auf völlig unterschiedlichen Ebenen zu modellieren: die Betrachtung bipartiter Graphen, siehe S. 175ff und S. 214. Es könnte lohnenswert sein, über diesen Ansatz noch ausführlicher nachzudenken.

Dies sind einige der Fragen, die sich den Rezensenten nach dem Lesen des Buches stellen. Somit sind die Fragen noch lange nicht ausgereift, aber sie deuten zumindest an, dass das Buch interessante Impulse für vielfältige Überlegungen zu dem behandelten Themengebiet geben kann. Wir meinen, dass es lohnenswert ist, über diese (und weitere sich aus den Ausführungen von Hischer eröffnende) Fragen nachzudenken. Insofern zieht das „einkreisende" und „vernetzende" Buch von Hischer neue Themenkreise nach sich. Diese lassen sich nicht nur mit neueren Forschungsansätzen verflechten, indem sie beispielsweise durch die Untersuchung von Vernetzungsgradmaßen einen Anschluss an empirisch-quantitive Netzwerkanalysen wissenschaftlicher Publikationsräume ermöglichen. (Sind diese Ansätze auch auf Schülernetzwerke im Mathematikunterricht übertragbar?) Sie verflechten sich auch mit „alten" Überlegungen von Lietzmann, Wagenschein, Wittenberg, Wittmann u. a., die dem „Netz- und Gewebecharakter von Mathematik"[8] schon lange vor uns nicht nur in Metaphern Ausdruck verliehen, sondern diesen auch an konkreten Unterrichtbeispielen illustrierten.

Das Buch ist sehr gut lesbar, wozu auch sinnvoll platzierte Zwischenzusammenfassungen beitragen. Es enthält noch einige kleinere Druckfehler (insbesondere fehlerhafte Verweise auf Abbildungen), deren Korrektur in späteren Drucken bereits in Arbeit ist. Korrekturen enthält die Internetseite http://horst.hischer.de/errata/.

Horst Hischer: *Was sind und was sollen Medien, Netze und Vernetzungen? Vernetzung als Medium zur Weltaneignung*. Franzbecker, Hildesheim, Berlin, 2010.

[8] Zitat aus: Vollrath, H.-J: Aspekte dialogischen Lehrens im Mathematikunterricht. In: Die Deutsche Schule 60 (1968), S. 327–336.

Was eine Rezension über den Rezensenten aussagt

Versuch über die Umkehr der Zielrichtung

Hans-Georg Weigand

Natürlich freut sich ein Autor, wenn sein Buch in einer Zeitschrift rezensiert wird. Das zeigt öffentliches Interesse. Und natürlich verbietet es sich, dass der Autor zu dieser Rezension selbst Stellung bezieht. Wie sollte eine solche Stellungnahme denn auch aussehen? Wurde das Buch positiv kritisiert, dann bliebe dem Autor nur, dem Rezensenten zustimmende Anerkennung zu zollen. Wurde das Buch negativ kritisiert, dann wird der Autor mit vielen in der Rezension vorgebrachten kritischen Anmerkungen nicht einverstanden sein. Er würde sich also rechtfertigend zur Wehr setzen und seine Stellungnahme mit Sätzen beginnen wie „Ja weiß der Rezensent denn nicht, dass…" oder „Ja hat der Rezensent denn überhaupt die Intention des Buches überhaupt verstanden? …" oder „Man kann das wohl so sehen, aber …". Dabei würde er stets den Spruch aus seinem ersten Rhetorikseminar im Ohr haben: „Wer sich rechtfertigt, hat schon verloren".

Deshalb soll das hier auch nicht geschehen. Hier soll vielmehr die Zielrichtung einer Rezension umgekehrt und gefragt werden, was eine Rezension über den Rezensenten aussagt. Dabei wird nicht auf spezielle Einzelrezensionen eingegangen – Beispiele findet man etwa in den letzten beiden Mitteilungen der GDM Nr. 88 und 89 – sondern die Frage wird in allgemeiner Art und Weise angegangen. Es werden einige Typen von Rezensenten dargestellt. Der Einfachheit halber bleiben wir bei der maskulinen Form, wohlwissend, dass manche Typen vielleicht auch in der femininen Form vorkommen können.

1. *Der Wunschkandidat.* Es braucht wohl nicht erwähnt zu werden, dass ein Rezensent auf dem Gebiet des Inhalts des zu rezensierenden Buches kenntnisreich sein muss. Der Wunschkandidat für eine Rezension ist also ein Experte, der die Inhalte des Buches sowohl in die aktuelle nationale und internationale Diskussion als auch in den historischen Kontext einzuordnen versteht, der das Buch im Hinblick auf seine Zielrichtung adäquat zu beurteilen weiß und evtl. auch konstruktive Weiterentwicklungen vorschlägt, und der schließlich – und das ist ein sehr wichtiger Punkt – auch Lob und Tadel treffend zu verteilen weiß. Das Finden eines solchen Kandidaten ist eine durchaus herausfordernde Aufgabe und wird im Allgemeinen dem oder den Herausgebern einer Zeitschrift vorbehalten sein. Herausgeber können eine glückliche Hand haben, aber auch mit einem Rezensenten Pech haben. Natürlich wird man nicht für jede Buchrezension einen solchen Wunschkandidaten finden. Dann müssen Kompromisse eingegangen werden, sei es, weil der Wunschkandidat – aus welchen Gründen auch immer – nicht zur Verfügung steht, er vielleicht gerade selbst ein Buch zu diesem Thema geschrieben hat (und damit die Objektivität doch sehr stark in Frage gestellt ist) oder weil das Thema so neu oder so umfassend ist, dass es DEN Experten schlichtweg nicht gibt.

Nun gibt es zwischen unserem Wunschkandidaten und einem schlechten Rezensenten eine breite Palette abgestufter Möglichkeiten, auf die hier schon aus Platzgründen nicht umfassend eingegangen werden kann. Vielmehr sollen lediglich einige Typen aus der breiten Palette der Möglichkeiten kategorisiert werden.

2. Der *Euphoriker*. Der Euphoriker als Rezensent wird vom Autor – natürlich – sehr begrüßt. Er – der Euphoriker – lobt das Buch von vorne bis hinten. Das freut den Autor. Allerdings kommen dem Autor bei derart euphorischen Belobigungen durchaus auch Zweifel, da er – der Autor – ja selbst am besten weiß, welche Beschränkungen er sich beim Schreiben des Buches auferlegen musste. Welche Themengebiete schon aufgrund der Seitenzahl nicht in das Buch aufgenommen werden und welche Bereiche nur angesprochen aber nicht vertieft werden konnten. Von daher hinterlässt der – reine (den es so ja im Allgemeinen gar nicht gibt) – Euphoriker beim Autor auch das Gefühl einer Lücke, er hinterlässt den Wunsch nach einer konstruktiven Kritik.
3. Der *Skeptiker*. Kritik ist wichtig, vor allem konstruktive Kritik. Auch Skepsis ist wichtig, vor allem dann, wenn sie – wie man so schön sagt – begründet ist. Der Skeptiker oder auch der skeptische Kritiker oder kritische Skeptiker kann ein guter Rezensent

sein, schließlich ist ein Skeptiker – in der ursprünglichen Wortbedeutung – ein „Untersuchender". Allerdings kann ein Skeptiker auch gefährlich werden, nämlich dann, wenn bei ihm über seine – begründete oder nicht begründete – Skepsis das Negativdenken Überhand nimmt. Eine skeptische Grundhaltung ist – vielleicht zum Teil – angeboren, sicherlich aber durch viele Lebenserfahrungen geprägt. Häufig hat diese Skepsis ihre Ursache in einer selbst erfahrenen – begründeten oder nicht begründeten – Skepsis anderer gegenüber eigenen Beiträgen. Die Lebenserfahrung formt den Skeptiker. Er kommt dann zusehends in eine Lage, in der er andere Beiträge nicht mehr (positiv) konstruktiv zu beurteilen vermag. Er verliert die positive Sicht auf die Welt und damit auch auf das zu rezensierende Buch. Der Skeptiker hat das positive Denken verlernt und ist in seinem Negativdenken gefangen. Das ist bedauerlich.

Bücher und Rezensionen dokumentieren den Stand einer Wissenschaft und tragen zu deren Weiterentwicklung bei. Und genau das ist es, was den (Negativ-)Skeptiker so fragwürdig für die zukünftige Entwicklung in der Wissenschaft, in der Didaktik und gerade in der Bildung überhaupt macht. Eine lediglich negative Sichtweise ohne eine konstruktive positive Sicht und Perspektive für die Zukunft ist katastrophal für jegliche Weiterentwicklungen von Menschen, insbesondere – auf Schule und Bildung übertragen – für Schülerinnen und Schüler. Vielleicht und leider ist eine derartige negative Sichtweise gerade im deutschsprachigen Raum sehr ausgeprägt. Im angelsächsischen Raum findet man diese ausschließliche Negativsichtweise nicht oder äußerst selten. Hier ist vielmehr das – auch skeptisch(!) zu sehende – überschwängliche Loben weitaus präsenter, hier steht der Euphoriker im Vordergrund. In der deutschsprachigen Didaktik drückt sich Lob dagegen eher in Sätzen aus wie „Was dort steht, ist gewiss nicht falsch, aber ...". Das erinnert sehr an die niederbajuwarische Art der Euphoriebekundung: „Nix g'sagt, is scho g'lobt g'nug".

4. Der *Pedant.* Er handelt ja in guter Absicht und ihn wünschen wir uns als Lektor *vor* der Veröffentlichung unseres Buches. Auch ein Pedant kann ein guter Rezensent sein, denn natürlich gibt es in jedem Buch Fehler. Und darauf hinzuweisen ist wichtig und löblich. Der Pedant findet viele Fehler. Das ist für den Autor des Buches nicht erfreulich, aber hilfreich. Das ist die positive Seite des Pedanten. Es gibt aber auch eine Negativseite. Die zeigt sich in der *ausschließlichen* Sichtweise auf kleinste und unbedeutendste Fehler und das *ausschließliche* Herausstellen dieser Kleinigkeiten. Der Pedant als Rezensent kritisiert etwa das Fehlen des Punktes in der Fußnote auf Seite 371, er stellt fest, dass es sich bei der Abbildung mit dem Titel „Kreis" in Wirklichkeit um eine Ellipse mit Exzentrizität 0,003 handelt und dass beim Schrägbild auf S. 174 die im Text beschriebene Tangente vom gezeichneten Kreis einen Abstand von 0,2 mm hat. Alles das sind Fehler (die nicht sein sollen), der Autor fragt sich aber, warum das öffentlich – eben in einer Rezension – dargestellt werden muss und dem Autor nicht nur persönlich mitgeteilt wird. Aber man kann ja nicht alles verstehen, was in der Welt passiert.

Der Pedant ist ein sorgfältig und kleinschrittig denkender Mensch und im Allgemeinen an der Sache interessiert. Das ist ja auch gut so. Schwieriger wird es, wenn bei ihm noch Attribute des Skeptikers hinzukommen, wenn seine Sichtweise auf die Welt der Dinge den Blick für das Positive verstellt, wenn er es nicht mehr fertig bringt, auch einmal ein Wort des Lobes über seine Lippen – oder die Feder bzw. Tastatur – kommen zu lassen. Dann ist das ... schade.

5. Der *Showman.* Häufig tritt der Showman in Personalunion mit dem Pedanten auf. Der Pedant weist auf Fehler hin, der Showman zeigt nun auch noch, wie es richtig geht. Der Showman stellt sein fachmathematisches oder fachdidaktisches Wissen gerne und ungefragt zur Schau. Er möchte zeigen, was er kann und was er weiß. Dem Showman geht es vielleicht auch – etwas – um die Sache, vielleicht auch – etwas – um die kritische Auseinandersetzung mit den Inhalten des Buches, ihm geht es aber vor allem um seine Selbstdarstellung, um die Selbstdarstellung seines Wissens und Könnens. Das ist nicht falsch und verwerflich, aber ... sonderbar.

Natürlich sind Kategorisierungen immer abstrakt, theoretisch, vereinfachend, eindimensional und kommen so in der Wirklichkeit nicht vor. Aber – das ist ja der Sinn von Klassifizierungen – derartige Einteilungen können helfen, die Realität mit etwas anderen Augen zu sehen. Und da kommt einem doch wieder – schneller als man das glaubt – Lena in den Sinn. Lena Meyer Landrut (Siehe MGDM, Nr. 89, S. 2f). Der vermutlich – nach seiner eigenen Einschätzung sicherlich – größte Grand-Prix-Experte Ralph Siegel meinte vor dem Eurovision Song Contest 2010, dass Lena Meyer Landrut mit diesem Lied – Satellite – keinen Erfolg haben werde, da es für einen Sieg bei diesem Wettbewerb eines exzeptionellen Beitrags bedürfe. (Auch) hier irrte der Experte!

Arbeitskreis ‚Frauen und Mathematik'

8.–10. Oktober 2010

Laura Martignon

Die 21. Herbsttagung des Arbeitskreises „Frauen und Mathematik" der GDM fand dieses Jahr in Hamburg von 8. 10. bis 10. 10. statt. Sie wurde organisiert von Andrea Blunck. Andrea Blunck hat seit 2004 eine Professur für Mathematik und Gender an der Universität Hamburg inne. Ihr mathematisches Gebiet ist die Projektive Geometrie. Sie ist seit 2006 zweite Sprecherin des Arbeitskreises Frauen und Mathematik.

Am 8. 10. eröffnete Renate Tobies die Herbsttagung mit einem Vortrag über „Mathematik und Politik. Iris Runge, Richard Courant et al. in politisch-philosophischen Netzwerken: geschlechtsspezifische Haltungen oder eine Frage der Generation?"
Renate Tobies ist für ihre ideengeschichtliche, sozio-historische Forschung weltweit bekannt. In ihrer Forschung hat sie sich beispielsweise der Frage gewidmet, inwieweit historisch erkennbare Determinanten bei der Wahl von Mathematik als Studienfach bei Frauen auch heute noch erkennbar sind. In ihrem Buch „Aller Männerkultur zum Trotz" hat sie mitsamt einer Gruppe herausragender Kolleginnen das Phänomen beleuchtet, dass zu Beginn des zwanzigsten Jahrhundert Frauen in größerer Zahl in Gebiete einbrachen, die nach traditionellem Vorurteil als Männerdomänen galten. Der Vortrag über Iris Runge ist eine Synthese ihrer Befunde zur intellektuellen und beruflichen Entwicklung von Iris Runge, die sie in ihrem Buch „Morgen möchte ich wieder 100 herrliche Sachen ausrechnen" kürzlich veröffentlichte.

Auch am 8. 10. sprach Laura Martignon über die Möglichkeiten, Veranstaltungen zu Genderthemen in der Didaktik nicht nur durch Texte sondern auch durch aktuelle Filme zu Gendertehemen anzureichern. Sie präsentierte Ausschnitte aus Filmen der Simpsonserie, bei denen zentrale Themen der feministischen Forschung auf geniale Art in den Alltag der Lisa Simpson eingewoben sind. Insbesondere zeigt ein Film, wie Lisa gegen das monoedukative Modell für den mathematischen Unterricht rebelliert, indem sie sich als Junge verkleidet und so an dem Mathematikunterricht für Jungen teilnimmt.

Der Hauptteil der Tagung war aber den Resultaten des Projekts „Genderkompetenz als innovatives Element der Professionalisierung der LehrerInnenausbildung für das Fach Mathematik" gewidmet, und fand am Samstag, den 9. 10. statt. Dieses Projekt, das vom BMBF finanziert wurde und dessen Zuwendungsempfängerinnen Anina Mischau, Andrea Blunck und Sabine Mehlmann waren, baut eine längst überfällige Brücke zwischen Hochschulstrukturreform, Gender Mainstreaming und Professionalisierung der LehrerInnenausbildung im Fach Mathematik. Ausgehend von best practise Modellen in der Hochschulausbildung angehender MathematiklehrerInnen wurde während der letzten zwei Jahre ein Genderkompetenzmodulelement entwickelt, erprobt und evaluiert, um die Genderperspektive in der fachwissenschaftlichen und fachdidaktischen Lehre in Mathematik zu etablieren. Geschlechterstereotypisierungen und fehlende Genderkompetenz seitens der LehrerInnen – meinen die Projektleiterinnen – sollen nicht mehr als die Ursache für den fachspezifischen Geschlechterbias in der Interessensentwicklung und dem Kompetenzerwerb junger Menschen in Deutschland auftreten. Das entwickelte Modulelement soll dementsprechend angehende LehrerInnen als zukünftige MultiplikatorInnen darin schulen, in Bezug auf die Fachdidaktik und die Fachinhalte ihres Unterrichtsfachs Genderkompetenz zu erwerben, um ihren „Beitrag" zur Überwindung geschlechtsspezifischer Konnotierungen von Unterrichtsfächern leisten zu können.
Das im Projekt entwickelte Modul wurde an verschiedenen Hochschulen in Deutschland erprobt und empririsch getestet. Die Resultate wurden in drei Vorträgen zusammengefasst.
Im ersten Vortrag am Samstag den 9. 10. erörterten Torsten Wöllmann und Sabine Mehlmann, wie Genderkompetenz in der Lehrerausbildung für das Fach Mathematik heute definiert werden kann.
Bettina Langfeldt präsentierte anschließend empirische Resultate zu Überzeugungen und Geschlechterstereotypen von Lehramtstudierenden des Fachs Mathematik aus den Hochschulen, in denen das Modul erprobt wurde.

Anina Mischau und Karin Gabarz trugen über die Gesamtevaluation des Moduls und über seine mögliche Weiterentwicklung vor. Die drei Vorträge wurden wegen der theoretischen Untermauerung und wegen der empirischen Resultate vom Publikum mit enormen Ineresse aufgenommen.
Eine sehr lebhafte Diskussion folgte den drei Vorträgen, die zum Teil konstruktiv-kritische Punkte enthielt. Dem Publikum war klar, dass dieses Modul eine erste fundamentale Säule für die Verankerung von Genderkompetenzen in der Lehrer/Innenausbildung in Deutschland darstellt.

Am Nachmittag des 8.10. sprach Helene Götschel über Gender in der Lehre in den Naturwissenschaften. Der interessante Vortrag enthielt wichtige Ansatzpunkte für die Konstruktion eines entsprechenden Moduls für die Lehramtsstudentinnen und Lehramtstudenten der naturwissenschaftlichen Fächer.

Almut Zwölfer trug als letzte am 8.10. vor und zwar über „Mathematik und Emotionalität". In ihrem Vortrag, der Teile ihrer Dissertation (Promotion in Ludwigsburg) zusammenfasste, ging es um neue Methodologien im mathematischen Unterricht, wie beispielsweise Varianten des „dialogischen Lernens" von Ruf und Gallin, die eine Steigerung der Selbstständigkeit von Mädchen aber auch von Jungen im Lösen mathematischer Aufgaben mit sich bringt. Wichtig ist bei dieser Methodologie, dass sie den Schülerinnen und Schülern ein attraktives Bild von Mathematik vermittelt und somit die typischen „Matheängste" eliminiert.

Am Sonntag wurde über Perspektiven des Arbeitskreises diskutiert. Anschließend wurden Laura Martignon und Andrea Blunck als Sprecherinnen des Arbeitskreises wiedergewählt.

Arbeitskreis ‚Mathematikunterricht und Informatik'

Soest, 24.–26. 9.2010

Ulrich Kortenkamp, Anselm Lambert und Antonia Zeimetz

Zum 28. Mal fand im Herbst die traditionelle Arbeitstagung des AK „MU&I" in der GDM statt, wobei sich dieses Jahr zum ersten Mal die Fachgruppe „Computeralgebra" der DMV anschloss. Insgesamt trugen 49 Teilnehmerinnen und Teilnehmer durch ihre aktive Beteiligung an Vorträgen und anregenden Diskussionen zum Gelingen der Tagung bei. Die Diskussionen profitierten einerseits von der Bandbreite der vertretenen unterschiedlichen Stimmen und anderseits von der noch überschaubaren Größe der Tagung, die bis einschließlich Samstagvormittag den Verzicht auf Parallelsektionen möglich machte. Nachdem die inhaltliche Fokussierung auf das Thema Analysis bei der vorangegangenen Herbsttagung sehr viel Anklang fand, wurde eine solche bewusste Stofforientierung fortgeschrieben und auf der Jahrestagung der GDM in München das Thema *„Geometrie 2030 – zwischen Kreidetafel und Holodeck"* beschlossen. In der Tagungsankündigung wurden als Orientierung für eine gemeinsame Arbeit am Thema Gedanken formuliert und Fragen aufgeworfen.

Leitgedanken der Tagung

Mathematik – und Geometrie im Besonderen – ist eine Sprache, also strukturierende Struktur, die einerseits unsere Wahrnehmung von Wirklichkeit beeinflusst und die sich andererseits durch unsere Wahrnehmung weiterentwickelt, die wir weiterentwickeln, auf die wir wirken. Geometrie idealisiert spezielle, weltliche, wirkliche Erfahrung einzelner Menschen in sozialen Kontexten, in Situationen und Prozessen. Dies geschieht im Dialog mit Anderen, aber auch im individuellen Dialog mit der Sache selbst, oder Repräsentationen ihrer. Die Welt wirkt so direkt oder vermittelt auf unsere gemeinsame Vorstellung von ihr und über sie, d.h. auch auf Gegenstände der Geometrie, die nicht der persönlichen Erfahrung sondern der Imagination großer Geister entstammen – etwa Aristoteles' aktual Unendliches, Immanuel Kants Raum und Zeit oder Albert Einsteins gekrümmter Raum. Und in der umgekehrten Richtung – unsere Vorstellungen wirken auf die Welt – gibt es konkrete Gegenstände, die wir aufgrund geometrischer Vorstellungen erst erzeugen, z.B. bei künstlerischen geometrischen Mustern. Wir haben – und 2030 sicher noch mehr – die Möglichkeit, selbst Entdeckungs-, Erkundungs-, Erfahrungs- und Erklärungshandlungen durch den Computerbildschirm selbst zu erleben und selbst nacherleben zu lassen. Schon heute können wir das mit dem Namen Bruner verbundene EIS effizient um neue Facetten bereichern: enaktiv Ikonisches, ikonisch Enaktives, sogar enaktiv Symbolisches. Vieles, was früher mühsam zu materialisieren war, wird nun auf dem Bildschirm (virtuell) lebendig. Was sollen und wollen wir da noch mehr erwarten?

- Welche Erkenntnisziele soll zukünftiger Geometrieunterricht verfolgen?
- Welche Darstellung(sform)en geometrischer Vorstellungen sollten wir anstreben, und in welcher Breite und Tiefe sollten wir darüber auch mit den Lernenden diskutieren – ist Metakognition für alle in Zukunft mehr als denkbar?
- Welche Gedanken sollten wir selbst pflegen, wenn der Computer doch so effizient für uns denkt?
- Welche Geometrien sind zukunftskompatibel und aus diesem Blickwinkel unverzichtbar – wann kommen die endlichen Geometrien endlich zu ihrem Recht?
- Welche Position sollten wir dann zum alten Euklid – nochmal „Los von Euklid"? – einnehmen?
- Welchen Grund gibt es, Raumgeometrie weiter so zu vernachlässigen, wie es die derzeit aktuellen Bildungsstandards tun?
- Welchen Platz haben offene Experimente und welchen ewige formale Wahrheiten?
- Und nicht zuletzt: Welchen Raum sollte Geometrie (neben Arithmetik und Algebra, Analysis, Stochastik und Informatik) im Mathematikunterricht (unter Berücksichtigung wünschenswerter Synergien) überhaupt beanspruchen?

Die Tagung

Neben den anstehenden didaktischen Fragestellungen und Antwortversuchen zur Geometrie wurde zu Beginn der Tagung das Selbstverständnis des Arbeitskreises, der ja „Informatik“ in seinem Namen trägt, thematisiert, indem zur Suche nach informatischen Ideen jenseits des Einsatzes von DGS bzw. DRGS aufgefordert und somit erneut zum Nachdenken über das Verhältnis von Mathematikunterricht zur Informatik angeregt wurde; Informatik kann mehr bedeuten als Neue Medien und Werkzeuge.
Gerahmt wurde der erste Tag von den beiden Hauptvorträgen. *Heinz Schumann* machte den Anfang und debattierte „Über die Zukunft des Geometrie-Unterrichts“, wobei er ausgehend von Problemen und Defiziten des heutigen Geometrie-Unterrichts in unserer Wohlstands- bzw. Postmodernen Gesellschaft Überlegungen zu möglichen Entwicklungen der wechselseitig abhängigen Aspekte – Themen, Intentionen, Methoden und Medien – eines künftigen Geometrie-Unterrichts anstellte. Am Abend gab *Hannes Kaufmann* vermöge seines Vortrags „Geometrieunterricht in virtueller Realität – eine Vision?“ einen Einblick in Construct 3D, eine dynamische 3D-Anwendung für den Geometrieunterricht in Augmented Reality und belegte das Potential entsprechender Lernanwendung mit Benutzerstudien. Zudem wurden Studien zur Förderung der Raumvorstellung mit Construct 3D vorgestellt, anhand derer der Beitrag virtueller Lernumgebungen zum Training und zur Förderung der Raumvorstellung ermittelt wurde.
Zwischen den beiden Hauptvortragenden reihten sich folgende Vorträge ein (chronologisch geordnet): *Wolfgang Henn & Frauke Link* stellten ihr Konzept für die Lehrveranstaltung „Didaktik der Linearen Algebra und Analytischen Geometrie“ vor, im Rahmen dessen der sinnvolle, d. h. nicht isolierte, sondern parallele, Einsatz von CAS als „Rechenbeschleuniger“ und von DRGS als „Vorstellungsgenerator“ von den Studierenden erlernt werden soll. *Horst Hischer* erläuterte für die Geometrie(n), inwiefern allgemeinbildender und allgemein bildender Mathematikunterricht im Spannungsfeld zwischen Anwendung auf der einen und Spiel auf der anderen Seite inszeniert werden müsste, und veranschaulichte seine Ausführungen mittels ausgewählter Beispiele, die die Menschheitsgeschichte überspannend aus vorgeschichtlicher bis heutiger Zeit stammten. *Hans-Georg Weigand* warf die Fragen auf, was Didaktik der Geometrie heiße und zu welchem Ende man diese betreibe. Anknüpfend an Freudenthals „Vorrede zu einer Wissenschaft vom Mathematikunterricht“ stellte er Überlegungen zum Stand und zur gewünschten Entwicklung dieser Disziplin an.
Der Morgen des zweiten Tages konnte ebenfalls ohne Parallelsektionen begonnen werden. *Markus Ruppert & Jan Wörler* sahen im Fehlen schülergeeigneter (Computer-)Werkzeuge einen Grund für die Randstellung der Raumgeometrie und griffen vor diesem Hintergrund technische Strömungen der Gegenwart (z. B. berührungsempfindliche Oberflächen, Headtracking…) auf und arbeiteten deren Relevanz für den „Raumgeometrieunterricht der Zukunft“ heraus. *Ysette Weiss-Pidstrygach* lieferte einen Beitrag zur strukturierenden Theoriebildung, indem sie den Begriff „Werkzeug“ im tätigkeitstheoretischen Verständnis interpretierte, für den Geometrieunterricht konkretisierte und die durch Werkzeuge vermittelte Abhängigkeit von Handeln und Denken beleuchtete.
Die Anzahl eingereichter Vorträge erforderte – in der guten Tradition, keine Beitragswünsche (sogar solche off topic) abzulehnen – Parallelsektionen, so dass ab Samstagmittag im Wesentlichen auf zwei inhaltlich geordneten Schienen, einerseits mit den Schwerpunkten neue Werkzeuge sowie empirische Untersuchungen, andererseits mit der Ausrichtung auf die didaktische Diskussion über Unterrichtsinhalte und deren konkrete Umsetzung, parallel gearbeitet wurde. Die weiteren Vortragenden und Vorträge waren (alphabetisch nach Vortragenden geordnet): *Christine Bescherer:* Lernen für 2030 – Möglichkeiten in der Lehramtsausbildung; *Joachim Brenner:* Mathematisches Bewusstsein, Output-Orientierung und Geometrieunterricht; *Norbert Christmann:* Trivialisierung oder Reduzierung auf Triviales; *Hans-Jürgen Elschenbroich:* Geometrie und Funktionen – Funktionen und Geometrie; *Martin Epkenhans:* Sortieren von Daten im Informatikunterricht als eine Begegnung mit dem axiomatischen Denken; *Andreas Goebel:* Dynamische Raumgeometrie – liegt die Zukunft in 3D?; *Gilbert Greefrath & Michael Rieß:* Taschencomputer mit dynamischer Geometriesoftware in der Sekundarstufe I – erste Ergebnisse einer empirischen Untersuchung; *Rainer Kaenders & Hannes Stoppel:* Entwicklungen von Geometrieunterricht im mathematikdidaktischen Internetlabor math-il.de: Schüler entwerfen Abiturvorbereitungskurse für Mitschüler; *Ekkehard Kroll:* Geometrie – Wirklichkeit und Schein; *Oliver Labs:* Ein kurzes Plädoyer für algebraische Geometrie; *Fritz Nestle:* Zur Rolle von Scorefunktionen in Aus- und Weiterbildung; *Andreas Schnirch:* WEB-2-GEOMETRY: ein vorlesungsbegleitendes Geometrie-Wiki; *Bodo von Pape:* Voronoi-Parkette; *Antonia Zeimetz:* Geometrie 1830.

Am Samstagnachmittag ruhte das Vortragswesen und in drei angebotenen AGs diskutierte man fokusiert „Auswirkungen der Informatik auf den Geometrieunterricht vor dem Hintergrund von Anwendung und Spiel“ unter der Leitung von Horst Hischer, „Algebraische und/oder analytische Geometrie?“ unter der Leitung von Oliver Labs oder „Entwicklungen im 3D-Bereich“ unter der Leitung von Markus Ruppert und Jan Wörler. Dabei wurde erneut pointiert der Versuch unternommen, ein Augenmerk auf die Entwicklungen der Informatik (als Ganzes) und deren Auswirkungen auf den Mathematikunterricht zu legen.

Organisatorisches

Die Tagungsleitung hatten die Arbeitskreissprecher Ulrich Kortenkamp und Anselm Lambert, unterstützt durch Bernhard Burgeth und Antonia Zeimetz in der örtlichen Tagungsleitung und durch Karin Mißler in der Organisation der Tagungsanmeldungen.
Mehr zur Tagung findet sich unter http://www.math.uni-sb.de/ag/lambert/AKMUI10/ – insbesondere (passwortgeschützt) PDF-Dateien der Präsentationen (Login und Passwort erhalten an der Tagung Interessierte von Karin Mißler unter mathematikdidaktik@mx.uni-saarland.de).
Die nächste Arbeitskreissitzung findet auf der Jahrestagung der GDM im Februar 2011 in Freiburg statt. Dort wird auch über das Thema der kommenden Herbsttagung, die am letzten Wochenende im September stattfinden wird, entschieden.

Arbeitskreis ‚Mathematikdidaktik und Mathematikunterricht in Österreich'

Herbsttagung 2010

Edith Schneider

Die Herbsttagung 2010 des AK „Mathematikdidaktik und -unterricht in Österreich" fand am 12. November 2010 an der Pädagogischen Hochschule in Wien statt. An der Tagung nahmen Fachdidaktiker(innen) der Universitäten Graz, Klagenfurt, Linz, Salzburg, Wien, der Technischen Universität Wien, der Pädagogischen Hochschulen Burgenland, Linz, Wien/Krems und Wien teil, sodass alle Universitäten, an denen die Mathematikdidaktik institutionell verankert ist, vertreten waren wie auch einige PHs.
Im Mittelpunkt des ersten Teils der Tagung standen traditionsgemäß Berichte aus der Arbeit von für die österreichische Mathematikdidaktik relevanten Kommissionen sowie der Austausch über aktuelle institutionelle Entwicklungen und Kooperationen: An allen universitären Standorten ist eine zum Teil sehr beträchtliche *Erhöhung der Studienanfänger(innen)zahlen für das Lehramt Mathematik* zu beobachten, an den PHs ist die Situation ähnlich insbesondere im Bereich des Grundschullehramts. Trotz des sich daraus ergebenden erhöhten Bedarfs in der Lehre werden an den meisten Standorten keine zusätzlichen Mathematikdidaktik-Stellen eingerichtet. An der Universität Klagenfurt gibt es Bemühungen einer Proponent(inn)engruppe eine *Fakultät für Lehrer(innen)bildung* einzurichten. *Kooperationen zwischen Universitäten und Pädagogischen Hochschulen* finden an vielen Standorten in der Lehre statt (Austausch der Lehrenden und/oder Austausch der Studierenden, Anrechnung von Lehrveranstaltungen – Klagenfurt, Wien, Wien/Krems), seltener wird gemeinsam in inhaltlichen Themenprogrammen (u. a. Technologie – Linz, mathematischen Kompetenzen – Graz) gearbeitet. Die österreichische Mathematikdidaktik ist als Untergruppe der GDM in der Steering Group der Bewerbung für die *ICME 2016* (in Hamburg – G. Kaiser) vertreten.
Weiters wurde aus der *Arbeit der ÖMG-Didaktikkommission* berichtet sowie über den Stand von *Nachbesetzungen bzw. geplanten Stellenausschreibungen* im Bereich Didaktik der Mathematik an den verschiedenen österreichischen Universitäten informiert. Das Problem von fehlendem Nachwuchs wird thematisiert.
Im zweiten Teil der Tagung wurden Positionen zu aktuellen, die österreichische Mathematikdidaktik (mit)betreffenden Entwicklungen und Themen ausgetauscht:

Standardisierte schriftliche Reifeprüfung im Fach Mathematik („Zentralmatura")

Das BM für Unterricht, Kunst und Kultur (bm:ukk) hat die Einführung einer vollzentralen standardisierten schriftlichen Reifeprüfung in den Fächern Mathematik, Deutsch und Fremdsprachen für Allgemeinbildende Höhere Schulen (Gymnasien – AHS; erster Zentralmaturatermin 2014) und für Berufsbildende Höhere Schulen (BHS; erster Zentralmaturatermin 2015) gesetzlich verankert. An der Konzeptentwicklung für Mathematik arbeitet eine Projektgruppe des Österreichischen Kompetenzzentrums für Mathematikdidaktik (AECC-M) unter der Leitung von Werner Peschek. Im Zuge dieses Pilotprojekts werden ca. 50 Klassen mit rund 1000 Schüler(inne)n intensiv betreut. Ergebnisse aus Pilottestungen zu den Inhalten der 5. und 6. Klasse (9. bzw. 10. Schulstufe) liegen bereits vor. Als Schulversuch sollen 2012 einige dieser Pilotklassen zentral im Fach Mathematik maturieren, 2013 folgen weitere Schulversuchsklassen.

Standards Mathematik für die 8. Schulstufe

Im Frühjahr 2012 wird erstmals eine bundesweite Standardtestung für Mathematik, 8. Schulstufe (Vollerhebung), durchgeführt. Ein großer Teil der dazu erforderlichen Testaufgaben wird zur Zeit vom österreichischen Kompetenzzentrum für Mathematikdidaktik unter Einbeziehung von Mathematiklehrer(inne)n aus dem Gymnasial- wie auch Hauptschulbereich entwickelt.
Eine Baselinetestung mit ca. 150 Aufgaben wurde vom bifie (Bundesinstitut für Bildungsfor-

schung, Innovation und Entwicklung) im Frühjahr 2009 durchgeführt. Eine vom bifie intendierte inhaltliche Beschreibung von Kompetenzstufen auf Basis der in der Baselinetestung erzielten Ergebnisse wird von Seiten vieler österreichischer Fachdidaktiker(innen) äußerst kritisch gesehen.

Reform der Lehrer(innen)bildung – Expert(inn)enpapier „Lehrer(innen)bildung Neu"

Es gibt eine Reihe von Unklarheiten und Kritikpunkte zum vorliegenden Expert(inn)enpapier zur Lehrer(innen)bildung Neu, die auf unterschiedlichen Ebenen liegen (Problem eines berufsbegleitenden Masterstudiums als Voraussetzung für einen vollwertigen Abschluss, gemeinsame Ausbildung der LA-Studierenden von regional nahe liegenden Universitäten und PHs ohne klare Festlegung von Verantwortlichkeiten; wenig Berücksichtigung der Fachdidaktik, usw.). Der AK ist in die Diskussion dieses Expert(inn)enpapiers durch Einladung der Sprecher(innen) zu so genannten „Stakeholderkonferenzen" eingebunden; die Möglichkeit einer Einflussnahme wird aber als kaum gegeben gesehen.
Der AK möchte sich unabhängig von dieser offiziellen Diskussion intensiver mit wesentlichen/zentralen Aspekten einer „guten" Ausbildung von Mathematiklehrer(inne)n auseinandersetzen und beschließt zu diesem Thema 2011 eine Frühjahrstagung abzuhalten.

„Nahtstelle" Grundschule – Sekundarstufe I

Auf Initiative von Michael Gaidoschik wird sich der AK auf seiner Frühjahrstagung 2011 mit Fragen zum Thema „Nahtstelle" auseinandersetzen. Als Einstiegsthema wurden schriftliche Rechenverfahren und deren Relevanz vorgeschlagen.

Arbeitskreis ‚Semiotik, Zeichen und Sprache in der Mathematikdidaktik'

Augsburg, 22.–24. 9. 2010

Gert Kadunz

In der Zeit vom 22. bis 24. September 2010 wurde die diesjährige Herbsttagung in der Benediktiner Abtei St. Stephan in Augsburg veranstaltet. Das Tagungsprogramm zeigte den breiten Querschnitt mathematikdidaktischer Fragen, welche von den Kollegen und Kolleginnen des Arbeitskreises behandelt werden. Astrid Fischer (Oldenburg) berichtete in ihrem empirisch fundiertem Vortrag über Fragestellungen der elementaren Algebra und deren Interpretationen mit Mitteln der Semiotik. Willi Dörfler (Klagenfurt) erörterte in seinen epistemologisch orientierten Ausführungen die Beziehung von möglichen Referenten zu jenen Zeichen, die in der Mathematik verwendet werden. Zum Thema der Aufmerksamkeit sprach Falk Seeger (Bielefeld) in seinem kognitionspsychologisch fundierten Beitrag. Einen Forschungsansatz, welcher eine Qualifikationsarbeit lenken könnte, wurde von Christina Krause (Bremen) vorgestellt. Wie ist vorzugehen, wenn eine semiotische Sicht auf die Konstruktion mathematischen Wissens beschrieben werden soll? Christof Schreiber (Frankfurt) unternahm in seinem kurzen Impulsbeitrag „In the mind" den erfolgreichen Versuch, eine ausführliche Diskussion zu den Relata des Peirce'schen Zeichenbegriff anzustoßen. Zu Fragen im Umfeld „mathematischen Bewusstseins" stellte Ysette Weiss-Pidstrygach (Göttingen) ein vielschichtiges und umfangreiches Projekt vor, welches sie in Kooperation unter anderem mit Rainer Kaenders (Köln) und Ladislav Kvasz (Prag) betreibt. Im letzten Vortrag der Herbsttagung präsentierte Felix Poklukar (Klagenfurt/Ferlach) eine semiotische Sicht auf die Entwicklung von Begriffen in der Physik.

1 *Aktuelle Aufsatzsammlung*

Neben diesen Vorträgen wurde im Verlauf der Tagung auch der neue Sammelband des Arbeitskreises vorgestellt. Unter dem Titel „*Sprache und Zeichen, zur Verwendung von Linguistik und Semiotik in der Mathematikdidaktik*" erscheint in diesem Jahr bei Franzbecker eine Sammlung von Texten, die von Teilnehmerinnen und Teilnehmern des Arbeitskreises erstellt wurden.
Die Bandbreite der Überlegungen reicht von Vorschlägen zum Einsatz der Semiotik in der Ausbildung von Lehramtsstudierenden über erkenntnistheoretische Überlegungen zur Mathematik und Mathematikdidaktik bis hin zu einer detaillierten Aufgabenanalyse mit Mitteln der Linguistik.

2 *Termine*

Ein Treffen des Arbeitskreises findet während der Jahrestagung der GDM 2011 (Pädagogischen Hochschule Freiburg) statt. Den Termin setzen die Veranstalter der Jahrestagung fest.
Die nächste Herbsttagung ist für die Zeit vom 28. bis 30. September 2011 in Augsburg geplant.

Kontakt:
Gert Kadunz
Institut für Didaktik der Mathematik
Alpen-Adria Universität Klagenfurt
Universitätsstraße 65–67
9020 Klagenfurt
E-Mail: gert.kadunz@uni-klu.ac.at
Internet: http://www.uni-klu.ac.at/~kadunz/semiotik/

Arbeitskreis ‚Vergleichsuntersuchungen im Mathematikunterricht'

Freiburg, 29.–30. 10. 2010

Gabriele Kaiser und Timo Leuders

Die diesjährige Herbsttagung des Arbeitskreises fand am 29. und 30.10.2010 am Institut für mathematische Bildung an der Pädagogischen Hochschule in Freiburg statt.
Als einen inhaltlich und methodisch besonderen Schwerpunkt hatte der Arbeitskreis sich für diese Tagung einen besonderen Fokus gewählt: „Erkenntnisgewinn durch Integration quantitativer und qualitativer Methoden in der empirischen mathematikdidaktischen Forschung."
Ziel der Tagung war es, nicht nur aktuelle Forschungsergebnisse im Umfeld von Vergleichsuntersuchungen und empirischer Bildungsforschung vorzustellen und zu diskutieren, sondern insbesondere Fragen des Forschungsdesigns und damit vertieft Fragen der grundsätzliche Anlage mathematikdidaktischer Forschung zu thematisieren.
Als externen Gast und Experten für methodenintegrative Forschungsansätze konnten wir Prof. Dr. Udo Kelle (Helmut-Schmidt-Universität Hamburg) gewinnen. Er ist national wie international bekannt für seine methodenanalytischen und programmatischen Schriften zur Integration von Forschungsmethoden. Udo Kelle hat diese Ansätze im Laufe seiner Studien in der Medizin, Psychologie und Soziologie kennengelernt und in seiner 2008 erschienenen Habilitationsschrift zur „Integration qualitativer und quantitativer Methoden empirischer Sozialforschung" (Verlag für Sozialwissenschaften), die man allen methodenreflexiven Mathematikdidaktikerinnen und -didaktikern zur Lektüre empfehlen kann, zusammengeführt.

Udo Kelle eröffnete die Tagung mit einem methodenkritischen *tour d'horizon*, in dem anhand von Projekten aus der Sozial- und Biografieforschung den Nutzen methodenintegrativer Ansätze hervorhob. Für die Diskussion der weiteren Beiträge fungierte Herr Kelle dankenswerterweise als erster kritischer Diskutant.

Timo Leuders, Lars Holzäpfel, Carola Bernack (Pädagogische Hochschule Freiburg) stellten für die methodenbezogene Diskussion einen Zwischenstand aus dem BMBF-Projekt FORMAT (Mit-Projektleiter. A. Renkl, Universität Freiburg) vor: ‚Forschungstagebücher als Instrument der Veränderung von Mathematikbildern von Lehramtsstudierenden. Qualitative und quantitative Ansätzen zur Entwicklung von Instrumenten zur Erfassung von Mathematikbildern'. Der Arbeitskreis debattierte an diesem Beispiel vor allem über den Nutzen einer quantifizierenden Erfassung von Beliefs und die noch nicht ausgeschöpften Möglichkeiten der qualitativen Analyse der im Projekt entstehenden Forschungshefte. Insbesondere wurden die Möglichkeiten und Grenzen eines experimentellen Designs zur Sprache gebracht.

Dominik Matt (Pädagogische Hochschule Freiburg) berichtete über eine Teilstudie des DFG-Projektes HEUREKO zur Erfassung von Kompetenzen des Repräsentationswechsels bei Funktionen (T. Leuders, M. Wirtz, R. Bruder): ‚Qualitative Itemanalyse zur Optimierung der Validität eines mehrdimensionalen Kompetenzmodells'. Hieran wurde der Nutzen qualitativer ‚kognitiver' Analysen zur Validierung und Optimierung eines psychometrischen Kompetenzmodells diskutiert. Allgemein wurde auch die Notwendigkeit solider qualitativ gestützter Theorien über kognitive Prozesse als Grundlage für eine Kompetenzmessung hervorgehoben.

Andreas Schulz (Pädagogische Hochschule Freiburg) präsentierte aus dem Umfeld seiner abgeschlossenen Dissertation (‚Ergebnisorientierung als Chance für den Mathematikunterricht – Innovationsprozesse qualitativ und quantitativ erfassen.') die methodologischen Ergebnisse aus seiner Arbeit. Diese beziehen sich nicht nur auf den Nutzen methodenintegrativer Designs in sozialwissenschaftlichen Forschungsprojekten, sondern auch auf eine erkenntnistheoretische Reflexion der Beschreibung qualitativer und quantitativer Ansätze. Hierbei entwickelte und diskutierte der Vortragende ein integratives methodologisches Rahmenkonzept. Im Anschluss an den Vortrag wurden insbesondere die Chancen und Herausforderungen bei der Grundlegung und Optimierung eines Forschungsdesigns im Forschungsprozess diskutiert und die Bedeutung des flexiblen Heranziehens von qualitativen und quantitativen Methoden zur gegenseitigen Stützung und Förderung des Erkenntnisprozesses diskutiert.

Christine Pauli (Universität Zürich) berichtete über Teilstudien im Rahmen eines großen Projektes der Erfassung von Unterrichtsqualität mittels Erfassung über Video. In diesem Projekt gebot sich der methodenintegrative Ansatz, da das Konstrukt der Unterrichtsqualität, insbesondere unter Berücksichtigung der didaktischen Kommunikation die solide Konstruktion und Prüfung von Instrumenten zur niedrig- und hochinferenten Erfassung von Unterrichtsqualität vonnöten machten. Im Anschluss an den Vortrag wurden viele Einzelfragen zur Anlage eines solchen Designs erörtert.

Angelika Bikner-Ahsbahs (Universität Bremen) rundete die Tagung ab, indem sie aus ihrer laufenden Arbeit an der Frage der Vernetzung von Theorien (zusammen mit Tommy Dreyfus und Ivy Kidron, Israel) berichtete und dies mit Beispielen aus verschiedenen Forschungsprojekten belegte. Eine ausführlichere Präsentation wird Angelika Bikner-Ahsbahs in ihrem Hauptvortrag im Rahmen der GDM-Jahrestagung 2011 in Freiburg geben.

Die Diskussion über Konsequenzen des Konzeptes der Theorievernetzung für qualitative und quantitative Forschung schloss Udo Kelle mit dem Statement ab, dass die Vernetzung vor allem dann gelinge, wenn die Forscher(innen) sich nicht nur auf theoretischer Ebene vernetzen, sondern *gemeinsam* an demselben Gegenstand forschen.

Der Arbeitskreis wird sich das nächste Mal im Rahmen der GDM-Jahrestagung und in seiner Frühjahrssitzung 13./14. 5. 2011 am in Soest treffen

Bericht: Timo Leuders

Die ISTRON-Gruppe Forschung und Praxis vernetzen!

Katja Maaß und Gilbert Greefrath

Inzwischen bestehen kaum noch Zweifel: Modellierungen und Realitätsbezüge sollten in den Mathematikunterricht integriert werden. Diese helfen den Schülerinnen und Schülern, die Bedeutung von Mathematik zu erkennen, Mathematik in ihrem Leben anzuwenden und Problemlösekompetenzen zu entwickeln. Die nationalen Bildungsstandards spiegeln diese Bedeutung wieder, indem sie „Modellieren“ als eine von sechs wesentlichen allgemeinen mathematischen Kompetenzen nennen. Auch im Schulalltag finden Modellierungen allmählich Einzug und immer mehr Lehrende bemühen sich um eine Implementierung in ihren Unterricht. Doch ist dies für Lehrende, die sich bisher nicht mit Modelleirungen im Mathematikunterricht beschäftigt haben, nicht immer leicht. Das ist der Punkt, an dem ISTRON ansetzt - und das inzwischen seit fast 20 Jahren.
Seit 1991 gibt es eine deutschsprachige ISTRON-Gruppe, die sich dem Ziel widmet, Modellierungen und Realitätsbezüge in den Mathematikunterricht zu integrieren. Diese deutschsprachige Gruppe ist Teil einer internationalen Gruppe, die sich im Jahr 1990 mit dem Ziel konstituiert hat, durch Koordination und Initiierung von Innovationen – insbesondere auch auf europäischer Ebene – zur Verbesserung des Mathematikunterrichts beizutragen. Diese internationale Gruppe besteht aus acht Mathematikern und Mathematikdidaktikern aus Europa und den USA, darunter als deutsches Mitglied Werner Blum aus Kassel. Der Name ISTRON stammt von dem Gründungsort der internationalen Gruppe, einer Bucht auf Kreta.
Die deutschsprachige Sektion von ISTRON veranstaltet jährliche Tagungen und gibt eine Schriftenreihe, bestehend aus mittlerweile 15 Bänden, mit Materialien für einen realitätsbezogenen Mathematikunterricht heraus, um speziell die Lehrenden bei der Implementierung von Modellierungen zu unterstützen. Ziel, sowohl der Tagungen als auch der Schriftreihe, ist es Themen zu wählen, die die Lehrerinnen und Lehrer ansprechen und für den Unterricht nutzbar sind.
Die Schriftenreihe der ISTRON-Gruppe ist im Verlag Franzbecker erschienen. Auf der Homepage der ISTRON-Gruppe (www.istron-gruppe.de) gibt es eine Datenbank, in der in den mittlerweile mehr als 150 Beiträgen aus den ISTRON-Bänden nach Autor, Band oder Stichwort gesucht werden kann – eine einfache Recherchemöglichkeit für Lehrende, die häufig ganz gezielt nach bestimmten Themen zum realitätsbezogenen Mathematikunterricht suchen.
Auch der Lehrertag der ISTRON-Tagungen wird jeweils gezielt nach den Bedürfnissen der Lehrenden ausgerichtet. Lokale Organisatoren aus dem Kreis der ISTRON-Gruppe nutzen lokale Netzwerke, um gezielt Lehrende einzuladen. So fand z. B. die Tagung im Herbst 2009 in Wien statt und wurde von Hans Humenberger organisiert. Die Hauptvorträge beim überwiegend von Gymnasiallehrkräften gut besuchten Lehrertag wurden von der Kollegin Regina Bruder aus Darmstadt und dem Kollegen Hans-Wolfgang Henn aus Dortmund gehalten.
Regina Bruder betrachtete das Thema Verpackungsoptimierung unter dem Aspekt eines langfristigen Kompetenzaufbaus im mathematischen Modellieren. Im Vortrag wurden auf unterschiedlichem Niveau mathematisch bearbeitbare Fragestellungen aus dem Verpackungsbereich unter Berücksichtigung des langfristigen Kompetenzaufbaus im mathematischen Modellieren betrachtet. Auch der reale Hintergrund dieses Themas mit aktuellen Verpackungsverordnungen und Materialverwertungsaspekten (grüner Punkt) wurde diskutiert.

Hans-Wolfgang Henn beschrieb die Erscheinung des Regenbogens mit Hilfe eines mathematischen Modells. Dabei handelt es sich um ein sehr gutes Beispiel für den Modellierungskreislauf: (1) von der realen Situation zum Realmodell, (2) Mathematisierung, (3) Arbeit am mathematischen Modell mit Hilfe einer dynamischen Geometriesoftware, (4) Rückübersetzung in die Realität mit Vorhersage für die zur Diskussion stehende Situation und (5) die Validierung des Modells durch das „experimentum crucis".
Zusätzlich zu den Hauptvorträgen gab es zwei Workshopschienen und eine Reihe von Sektionsvorträgen. Die Workshops beschäftigten sich beispielsweise mit Aspekten einer Aufgabenkultur im realitätsbezogenen Mathematikunterricht, methodischen Aspekten und konkreten Modellierungskontexten. In den Sektionsvorträgen wurden Erfahrungen aus Unterrichts- und Forschungsprojekten zum Modellieren vorgestellt.
Im Herbst 2010 wurde die zweitägige ISTRON-Tagung von Gabriele Kaiser in Kooperation mit dem Landesinstitut für Lehrerbildung und Schulentwicklung in Hamburg organsiert. Neben Parallelvorträgen und Workshops gab es Hauptvorträge von Werner Blum, Katja Maaß sowie Gilbert Greefrath und Jens Weitendorf. Der Vortrag von Katja Maaß beschäftigte sich damit, in welchen Situationen und auf welche Weise man im Zeitalter des Computers Mathematik noch anwenden kann. Im Vortrag von Gilbert Greefrath und Jens Weitendorf werden die Besonderheiten eines realitätsbezogenen Mathematikunterrichts mit digitalen Werkzeugen diskutiert. Zum Abschluss der Tagung sprach Werner Blum zum Thema „Mathematisches Modellieren - ein Standard auch für die Unterrichtspraxis?".
Doch bei ISTRON geht es nicht nur um die Implementierung von Modellieren im Schulalltag. Charakteristisch für ISTRON – im Sinne der Vernetzung, die auch im Logo ausgedrückt wird – ist die Vernetzung von Forschung und Praxis. Daher gibt es auf jeder Tagung auch einen ISTRON-internen Teil, bei dem neueste Forschungsergebnisse ausgetauscht, wesentliche Fragen diskutiert und Projekte vorgestellt werden.
2009 stellte Katja Maaß Informationen zu den Projekten Primas, einem internationalen Projekt zum forschenden Lernen, und COMPASS, einem neuen EU-Projekt zu interdisziplinären Sachkontexten, vor. Regina Bruder und Ulrich Böhm von der TU Darmstadt beschäftigten sich im Rahmen eines Impulsvortrags mit der Frage, welche Kompetenzen Lehrkräfte haben müssen, um Modellierungsaufgaben im Unterricht adäquat behandeln zu können. Hierzu wurden erste Ergebnisse vorgetragen und innerhalb der ISTRON-Gruppe diskutiert. 2010 wurden andere Aspekte beleuchtet: Dazu gehörten eine rege Diskussion über Anforderungen im Modellieren in der Oberstufe sowie – ganz im Sinne des vernetzenden Denkens – eine Diskussion über Zusammenhänge zwischen Modellierungen, Statistik und Computereinsatz. Dazu hielten Joachim Engel und Markus Vogel einen Vortrag.

Mehr Informationen zu ISTRON finden Sie auf der Homepage von ISTRON (www.istron-gruppe.de), die neben den Informationen zur Schriftenreihe auch Informationen zu den Tagungen enthält. Die Homepage wird von Hans-Stefan-Siller (hans-stefan.siller@sbg.ac.at) betreut.

Haben Sie Interesse bei ISTRON mitzumachen?
Über Ihr Interesse freuen wir uns!
Bitte schreiben Sie uns: istron@ph-freiburg.de

MCG: International Group for Mathematical Creativity and Giftedness

Hartwig Meißner

Ausgelöst durch weltweit schlechte Testergebnisse für den Mathematikunterricht und die Analyse möglicher Ursachen fand 1999 in Münster die erste Internationale Konferenz über Kreativität im Mathematikunterricht statt. Auf Folgekonferenzen traf sich ein immer größer werdender Kreis von interessierten Fachleuten und auch auf den großen internationalen Kongressen über Mathematikunterricht bekam das Thema Kreativität im Mathematikunterricht immer mehr Gewicht. Bei den ICMEs (Tokyo 2000, Kopenhagen 2004, Mexico 2008) fanden Workshops und Arbeitskreise statt, bei ICMI-EARCOME 3 (Shanghai 2005) stand das Thema *Foundations and Creativity* im Mittelpunkt und CIEAEM 61 (Montreal 2009) hatte für einen der fünf Themenbereiche *Creativity in Mathematical Activities* gewählt.
In diesem Jahr nun, auf der *Sixth International Conference on Creativity in Mathematics Education and the Education of Gifted Students* in Riga, haben die Experten offiziell eine neue Gesellschaft gegründet, die *International Group for Mathematical Creativity and Giftedness.* Das Ziel der Gesellschaft ist die Förderung von Kreativität beim Mathematiklernen und beim mathematischen Problemlösen, für alle Altersgruppen und für alle Schüler unabhängig von deren mathematischer Begabung.
Membership is open to persons involved in active research in furtherance of the Group's aims, or who are professionally interested in the results of such research. Interested individuals from around the globe are invited to join the Group.

Die Gesellschaft wird geleitet von Hartwig Meißner (President), Linda Sheffield USA (Vice-President), Emiliya Velikova Bulgarien (Secretary) und Dace Bonka Lettland (Treasurer).
Dem Wissenschaftlichen Beirat gehören an:
Francisco Bellot-Rosado (Spanien)
Goetz Krummheuer (Deutschland)
Jong Sool Choi (Südkorea)
Roza Leikin (Israel)
Andrejs Cibulis (Lettland)
Vince Matsko (USA)
Ansie Harding (Südafrika)
Demetra Pitta-Pantazi (Zypern)
Romualdas Kasuba (Littauen)
Peter Taylor (Australien)
Boris Koichu (Israel)
Andreas Ulovec (Österreich).

Weiterführende Informationen kann man im Internet finden unter http://www.igmcg.org oder http://wwwmath.uni-muenster.de/didaktik/u/meissne/WWW/creativity.htm.

Three Initiatives in Mathematics Education

Alan Rogerson

1 *Mathematics Education into the 21st Century Project*

We are moving ahead with the planning for our 11th Conference of the Mathematics Education into the 21st Century Project to be held at Rhodes University, Grahamstown, South Africa from Sep 11–17, 2011. We hope you will be able to join us there!
There is an updated version of the Conference First Announcement and Call for Papers at http://math.unipa.it/~grim/21project.htm with all the information about the conference.
There will be a LARGE conference in Grahamstown at exactly the same time as ours which means that all local Guest House accommodation is likely to get booked up before our conference dates.
If you are planning to come we advise you to make accommodation arrangements as soon as possible. Fortunately some of the Rhodes University Residences accommodation (economic and pleasant rooms) WILL always be available for booking. So this is a fall-back for anyone booking late, even if it may not be your first preference for accommodation (eg: toilet and shower facilities in the Residences are shared not en suite).
Please see the webpages below for all details of private Guest House and Rhodes Residences accommodation.

- http://www.ru.ac.za/conferences/grahamstownaccommodation/
- http://www.grahamstownaccommodation.co.za
- http://www.grahamstown.co.za/category.php?cid=1

Accommodation must be booked privately and separately by participants, and is *not* included in the conference registration fee.

2 *The International Directory of Mathematics Educators*

Peter Gates at Nottingham University created and maintained for many years the International Directory of Mathematics Educators to help mathematics educators keep in touch world wide and to know who was working in various countries. The Directory consists of one Main File, containing all individual names in alphabetical order, and also files listing individuals country by country. The Directory has now moved to a new home http://www.DirectoryMathsEd.net where it will be maintained and updated in future by Alan Rogerson.
How do names get on the Directory? In general names are not solicited or nominated. Every entry is made only by the individual concerned, and on a voluntary basis. The Directory is OPEN in the sense there are no criteria or requirements for entry other than a personal involvement in maths education, which could cover other areas than school or university teaching. So it is basically up to each individual to nominate themselves.
The website is receiving many hits, so is clearly serving a purpose, but not many new entries have been submitted in the past 5 months.
We warmly invite people who are not yet on the list to enter, and for those on the list to encourage their colleagues to join us, so the Directory can hopefully expand and serve a wider audience world-wide. Please suggest to your international contacts that they also send in their entries to me, whether or not their country is represented yet, several new countries have been added recently.
If you would like to be included in The Directory please send me at alan@rogerson.pol.pl your complete entry in standard format, and I will cut and paste it into the Directory so your entry will be „owned“ by you.
The standard format in the Directory consists of the following items, all in one continuous line, separated by commas and spaces:
surname or family name, given name(s), email address, postal address(es), telephone number(s) (and URL(s) if you wish)
Please follow this example in its formatting:
Gates, Peter, peter.gates@nottingham.ac.uk, Centre for the Study of Mathematics Education, School of Education, University of Nottingham, Jubilee Campus, Nottingham NG8 1BB, UK, (+44) (0) 115 951 4432, Fax: (+44) (0) 115 846 6600, http://www.nottingham.ac.uk/education/staff/pgates/htm
Notice that personal titles (or career details) are not included.

If you are already on the list, would you be kind enough to verify that all your details are currently correct and your email addresses and URLs actually work, and if not could you send me your complete updated version as above? Quite a few of the entries are quite old now and some of you might well have had several promotions since your entry was added!
Looking forward to getting more entries, and thanks to all of you for your patience and cooperation.
Vive Le Directoir! … as they say,

3 *Our European Union Comenius Continuation Project: DQME II (Developing Quality in Mathematics Education) (2007–2010) and the International DQME3 Project (2010–)*

Margaret and I were the Polish partners for the EU funded DQMEII, which followed on from the original DQME I project (2004–2007) which produced lots of materials and new ideas for learning and teaching mathematics in the classroom. Please look at the Project Webpage http://www.dqme2.eu for further information (in 10 languages) on the History and Development of the two DQME projects.
DQMEII formally ended in October 2010 but has been followed by a new world-wide project – DQME3. The first DQME3 planning meeting was held at the end of June this year in Ciechocinek, Poland and was attended by 11 leading mathematics educators from 8 countries and three continents. A detailed pro-active plan of action was produced as part of the Report of that meeting.
Please email if you want to work with DQME3 in future, and your name will be added to the growing list of 100+ people from all over the world who are supporting the ideas, methods and materials developed during the 6 years of the two EU DQME projects. I will also send you the DQME3 Foundation Documents and Final Report of the Ciechocinek meeting. We look forward to cooperating with you in implementing all its pro-active recommendations worldwide.
Another DQME3 meeting is planned during the Sep 11–17, 2011 South African Conference of the Maths Education into the 21st Century Project. Please see http://math.unipa.it/~grim/21project.htm for the finalised Conference First Announcement and Call for Papers.
It may also be possible to hold an interim DQME3 meeting, or meetings, before then. Please email if you would like to suggest such a meeting in your country. We are also following up various grant/funding possibilities to support DQME3, please let us know if your country or your National EU Comenius Committee can assist you/us in this future work.

Protokoll der Mitgliederversammlung der Gesellschaft für Didaktik der Mathematik (GDM) am Dienstag, den 9. 3. 2010 in München

Katja Lengnink

Beginn: 17.15 Uhr
Ort: Hauptgebäude der LMU, Raum A-218

Tagesordnung

TOP 1: Bestätigung des Protokolls, Beschluss der Tagesordnung
Das Protokoll der Mitgliederversammlung in Oldenburg wird ohne Änderungen angenommen und die Tagesordnung genehmigt.

TOP 2: Bericht des Vorstands
Hans-Georg Weigand berichtet über die Arbeit des Vorstandes im letzten Jahr.

a. Intensivierung der Kontakte zu den anderen Gesellschaften:
   Die Kontakte zur *GFD (Gesellschaft für Fachdidaktik)* konnten im letzten Jahr ausgebaut werden. So konnten Sigrid Blömeke, Gabriele Kaiser und Regina Bruder gewonnen werden, auf der letztjährigen GFD-Fachtagung vorzutragen. Auch im Jahr 2011 wird es wieder eine solche Tagung geben, auf der interessierte MathematikdidaktikerInnen aufgefordert sind, ihre Forschungsergebnisse zu präsentieren.
   In der Zusammenarbeit geht es aber auch um Themen, die für alle Fachdidaktiken relevant sind – z. B. Standards für Lehrerbildung.
   Auch die Zusammenarbeit mit der DMV (Deutschen Mathematiker Vereinigung) und der MNU (Gesellschaft zur Förderung des Mathematisch-Naturwissenschaftlichen Unterrichts) konnten intensiviert werden, was sich in mehreren gemeinsamen Stellungnahmen ausdrückt.
b. Interne Aktivitäten in der GDM:
   Nachwuchsförderung: Die GDM hat die Summerschool für den Mathematikdidaktischen Nachwuchs mit dem Thema „Methoden der empirischen Forschung in der Mathematikdidaktik“ gefördert. Herzlichen Dank für die Organisation an Andreas Eichler und Gerald Wittmann. Es haben 30 DoktorandInnen teilgenommen.
   Zudem wurde von Rudolf vom Hofe ein Treffen zur Vorbereitung von DFG-Anträgen initiiert und mit 6 Teilnehmern durchgeführt. Herzlichen Dank dafür.
   Im letzten Jahr wurden Wissenschaftlerinnen auf Nachwuchsstellen durch GDM-Mittel Reisekostenzuschüsse gewährt.
   Das DoktorandInnenkolloquium wird 2010 in Bielefeld stattfinden (Dank an Rudolf vom Hofe), die Summerschool wird 2011 Kiel sein (Dank an Aiso Heinze).
c. Die GDM-Ehrenmitgliedschaft wurde im letzten Jahr an Prof. Dr. Werner Walsch verliehen. Herzlichen Glückwunsch!

TOP 3: Bericht des Kassenführers bzw. des Kassenprüfers
Die Kasse wurde am 1. und 2. 2. 2010 von Fritz Haselbeck geprüft.
Gegenstand der Prüfung waren der Anfangsbestand, Einnahmen- und Ausgabenbelege sowie der Jahresabschluss für das Rechnungsjahr 2009.
Die Eintragungen im Kassenjournal, die Kontoauszüge der Bank und die Rechnungsbelege wurden eingesehen, Habens- und Solldaten verglichen und die Verbuchung der Rechnungsbeträge geprüft. Die Einnahmen und Ausgaben sind lückenlos und zeitlich geordnet aufgezeichnet. Zu jedem Vorgang sind die Belege und Kontoauszüge vorhanden.
Dem Kassenführer wird eine sachlich einwandfreie und äußerst gewissenhafte Kassenführung bescheinigt. Der Mitgliederversammlung wird die Entlastung der Vorstandschaft empfohlen.

TOP 4: Entlastung des Vorstands
Fritz Haselbeck beantragt die Entlastung des Kassenführers und des Vorstandes. Die Entlastung wird mit 4 Enthaltungen und keiner Gegenstimme angenommen.

TOP 5: Journal für Mathematikdidaktik (JMD)
Das JMD ist mit Beginn 2010 zum Springer-Verlag gewechselt. Die Manuskriptlage ist gut, es wird jedoch weiterhin aufgefordert, interessante Arbeiten einzureichen.
Andrea Peter Koop scheidet mit sofortiger Wirkung aus dem Herausgebergremium aus. Nachgewählt wurde Petra Scherer.

TOP 6: Nachwuchsförderung – Summerschool
Der Dank der GDM für die Ausrichtung der Summerschool geht an Andreas Eichler und Gerald Wittmann. Die verfügbaren Plätze waren sehr schnell ausgebucht. Der Bedarf beim wissenschaftlichen Nachwuchs scheint groß zu sein.

TOP 7: GDM-Datenbank und Homepage (Madipedia) (U. Kortenkamp)
Die Datenbank soll neu gestaltet werden, um einen besseren Zugriff auf die Daten zu ermöglichen. Zudem wurde unter Madipedia eine Homepage mit MathematikdidaktikerInnen eingerichtet: http://madipedia.de.

TOP 8: MATHEDUC (B. Wegner)
Die Prozesse bei der Datenbank Matheduc werden weiter optimiert. Das Zentralblatt für Mathematik wurde einbezogen, 10 000 neue Daten eingepflegt. Es wird keine CD mehr produziert. Man kann nun auch als GDM-Mitglied auf die Datenbank von außen zugreifen. Wer sich in der Redaktion meldet, kann einen Usernamen und ein Password beantragen.
Zukunft: Im Moment keine Sorgen (kurzfristig). Frau Rufer-Henn ist Ansprechpartnerin.

TOP 9: DMV-Mitteilungen
Es steht zur Debatte, ob die DMV-Mitteilungen weiterhin an die GDM-Mitglieder ausgeliefert werden sollen. Es stehen folgende Alternativen zur Wahl:

a. Die DMV-Mitteilungen werden weiterhin auf Kosten der GDM an alle GDM-Mitglieder ausgeliefert.
b. Die DMV-Mitteilungen werden an diejenigen GDM-Mitglieder ausgeliefert, die das tatsächlich wollen.

Die Abstimmung ergab 29 Stimmen für Vorschlag A, 122 Stimmen für Vorschlag B und 6 Enthaltungen.
Ab 2011 werden damit die DMV-Verteilungen nur noch an diejenigen GDM-Mitglieder verschickt, die dies aktiv möchten. Sie melden sich bitte bei Karel Tschacher.

TOP 10: Wahlen
2. Vorsitzender: Hans-Georg Weigand schlägt Rudolf vom Hofe zur Wiederwahl für den zweiten Vorsitzenden vor. Rudolf vom Hofe wird mit 145 Ja-Stimmen, 5 Nein-Stimmen und 5 Enthaltungen gewählt (2 Stimmen ungültig). Er nimmt die Wahl an.
Schriftführer: Katja Lengnink wird von Hans-Georg zur Wiederwahl als Schriftführerin vorgeschlagen. Sie wird mit 145 Ja-Stimmen, 2 Nein-Stimmen und 10 Enthaltungen gewählt. Sie nimmt die Wahl an.
Für die Wahl zum Beirat vorgeschlagen wurden:
Andreas Vohns
Hans-Dieter Rinkens (stellt sich nicht zur Wahl)
Rudolf Sträßer
Maike Vollstedt
Andreas Eichler
Hans Jürgen Elschenbroich
Bärbel Barzel.
Die Abstimmung ergab folgende Stimmen: Vohns (51), Sträßer (102), Vollstedt (103), Eichler (94), Elschenbroich (64), Barzel (87)
Es wurden drei leere Stimmzettel abgegeben.
Gewählt sind: Maike Vollstedt, Rudolf Sträßer, Andreas Eichler und Bärbel Barzel.
Alle nehmen die Wahl an.

TOP 11: ZDM, MU, Mathematica Didactica
ZDM
Gabriele Kaiser und Kristina Reiss berichten: Das Editorial Board des ZDM wurde im letzten Jahr noch internationaler aufgestellt: Rudolf Sträßer und Edith Schneider sind ausgeschieden, Kristina Reiss ist dafür als deutsche Vertreterin hinzugekommen. Jetzt sind im Editorial Board: Marcelo Borba, Guershon Harel, Berinderjeet Kaur, Frederick Leung, Kristina Reiss, Youshinori Shimizu, Bharat Sriraman, Gloria Stillman.
Bis Heft 3/2012 sind die Hefte geplant. Der Vertrag von Gabriele Kaiser als Editor in Chief läuft noch 2 Jahre. Die gedruckte Version des ZDM kostet derzeit für GDM-Mitglieder ca. 46 Euro.

MU (Hrsg.: Stefan Deschauer, Gerhard König, Henning Körner, Günther Schmidt)
Die Zeitschrift MU ist rein themenorientiert. Einzelbeiträge werden nicht publiziert. Pro Heft gibt es einen verantwortlichen Herausgeber, der sich selbständig die Autoren aussucht. Die Redaktion kann für ein komplettes Heft von potentiellen Herausgebern angesprochen werden.

Mathematica didactica (Hrsg.: Andreas Eichler, Wilfried Herget, Friedhelm Käpnick, Anselm Lambert und Gerald Wittmann)
Die Zeitschrift *Mathematica Didactica* publiziert freie Beiträge. Gerald Wittmann macht Wer-

bung für mehr Einreichungen. Es soll auch ein Publikationsorgan für den wissenschaftlichen Nachwuchs sein, z. B. für die Publikation von Fallstudien oder Teilauswertungen, die im Rahmen von Dissertationen entstehen.

TOP 12: Verschiedenes
Die GDM-Jahrestagung in Freiburg im Jahr 2011 wird unter dem Motto „Wir rechnen mit allen“ veranstaltet.

Es ist eine neue Publikationsreihe bei Vieweg-Teubner für Dissertationen und Habilitationen in der Didaktik der Mathematik eingerichtet worden. Ansprechpartner sind Gabriele Kaiser, Rita Borromeo Ferri und Werner Blum.

Protokoll: Katja Lengnink

Einladung zur Mitgliederversammlung der Gesellschaft für Didaktik der Mathematik (GDM) am Donnerstag, den 24. 2. 2011, in Freiburg

Hans-Georg Weigand

Zeit: 16.00–18.00 Uhr
Ort: PH Freiburg
Raum wird noch bekannt gegeben

Tagesordnung

TOP 1: Bestätigung des Protokolls, Beschluss der Tagesordnung
TOP 2: Bericht des Vorstands
TOP 3: Bericht des Kassenführers bzw. des Kassenprüfers
TOP 4: Entlastung des Vorstands
TOP 5: Wahlen
1. Vorsitzender,
Kassenführer,
Beirat
TOP 6: Nachwuchsförderung
TOP 7: MATHEDUC (B. Wegner)
TOP 8: Zeitschriften
a. Journal für Mathematikdidaktik (JMD) (Rolf Biehler)
b. ZDM (Gabriele Kaiser)
c. Mathematica Didactica (Gerald Wittmann) und Der Mathematikunterricht (Stefan Deschauer)
TOP 9: Verschiedenes

Zu dieser Mitgliederversammlung lade ich herzlich ein.

Info zum Förderpreis der GDM

Regelmäßig alle zwei Jahre vergibt die Gesellschaft für Didaktik der Mathematik den Förderpreis der GDM für eine herausragende Dissertation an eine jungen Mathematikdidaktikerin oder einen jungen Mathematikdidaktiker. Die Preisträgerinnen und Preisträger der GDM waren:

1989 Martin Stein
1991 Horst Struve
1994 Manfred Borovcnik
1996 Reinhard Hölzl
1998 Petra Scherer
2002 Katja Krüger
2004 Stephan Hußmann
2006 Andreas Eichler
2008 Marei Fetzer und Elke Söbbecke
2010 Sebastian Rezat

Auch im Herbst 2011 wird die Jury wieder eine herausragende Dissertation auswählen und fordert daher alle Mitglieder der GDM auf, potentielle Kandidatinnen und Kandidaten zu benennen. Vorschläge sollen zusammen mit einer ca. zweiseitigen Begründung und fünf Exemplaren der Arbeit an die Jury-Vorsitzende eingereicht werden *bis zum 1. August 2011*.

Die Entscheidung der Jury wird auf der GDM-Tagung 2012 in Weingarten bekannt gegeben werden.

Die Jury:
Edith Schneider, Klagenfurt (Vorsitz)
Günter Krauthausen, Hamburg
Uwe Gellert, Berlin
Kristina Reiss, München
Heinz Steinbring, Essen

Geburtstage und Geburtstagswünsche der GDM

Liebe Kolleginnen und Kollegen,

ich darf mich mit diesen Glückwünschen noch einmal an alle wenden, die im Jahr 2010 einen „runden“ oder auch „halbrunden“ Geburtstag gefeiert haben und bereits in einem Alter sind, in dem im allgemeinen die Liste der Gratulierenden schon etwas länger ist. Wenn wir die „runden“ Geburtstage bei 60 und die „halbrunden“ bei 65 beginnen lassen, dann sind das immerhin 68 Mitglieder der GDM, die im Jahr 2010 diese Feier begehen konnten. Die GDM hat in den letzten Jahren im Allgemeinen nicht persönlich zum Geburtstag gratuliert. Die wenigen Ausnahmen und persönlich vorgebrachten oder mitgeteilten Wünsche betrafen wenige „sehr runde“ Geburtstage, die dann in diesen Fällen auch mit einer besonderen Ehrung der GDM – Antragen der Ehrenmitgliedschaft – verbunden waren.
Ich möchte mich nun bei all denjenigen entschuldigen, die 2010 (und evtl. auch davor) auf eine persönliche Gratulation der GDM – also des GDM-Vorstandes – gewartet haben und es vielleicht sonderbar fanden, dass diese nicht stattfand. Ich möchte um Verständnis dafür bitten, dass wir angesichts der mittlerweile erfreulich großen Anzahl an ‚runden‘ Geburtstagen sicherlich nicht allen persönlich gratulieren können.

Wie können wir das zukünftig machen? Dass wir keine automatisierte Gratulation verschicken, das sollte sich von selbst verstehen. Ich möchte aber auch keine Liste der ‚Geburtstagskinder‘ hier in den GDM-Mitteilungen veröffentlichen, da ich weiß, dass das nicht allen recht ist. Auch ist es sehr schwer, einige besondere Geburtstagskinder herauszugreifen, denn wo setzt man die Grenze. Also, kurzum, wir werden das Problem – vielen Dank bei denjenigen, die mich darauf hingewiesen haben – im Vorstand besprechen und sicherlich eine Lösung finden.

Mit freundlichen Grüßen Hans-Georg Weigand (1. Vorsitzender)

Brief an den Herausgeber

Ich habe es als belebend empfunden, als die *Mitteilungen* begannen, Buchbesprechungen zu veröffentlichen, sehe nun aber die Gefahr, dass die Autoren über das Ziel hinausschießen.
Das Beispiel, an dem ich dies festmache, ist die Besprechung von Weigand e. a. „Didaktik der Geometrie für die Sekundarstufe I“. Ob es erforderlich ist, „Mängel und Merkwürdiges“ (Kroll) – soweit der Autor sie selbst als Kleinigkeiten einstuft (S. 48, rechte Spalte oben) – in voller Breite vorzustellen, halte ich für fraglich, da die Besprechung ja nur von einem begrenzten Kollegenkreis gelesen wird, der von ihr kaum die Anschaffung des Buches abhängig machen dürfte. Es würde doch genügen, dergleichen dem Buchautor direkt mitzuteilen. Entsprechendes gilt für die Anmerkungen von Herrn Gallin. Auch ihm dürfte es nicht fremd sein, dass Computerzeichnungen nicht immer das zeigen, was sie zeigen sollen, und dass es bei 8 Autoren schwer sein dürfte, unterschiedliche Bezeichnungen gänzlich zu vermeiden. Um einer kollegialen Atmosphäre willen, sollte man sich in einem Verbandsorgan auf das Wesentliche beschränken.

Prof. em. Dr. H. J. Burscheid

Beitrittserklärung zur Gesellschaft für Didaktik der Mathematik e. V.

Hiermit beantrage ich die Aufnahme in die Gesellschaft für Didaktik der Mathematik e. V. (GDM).

Eintrittsdatum: ○ 1. Januar diesen Jahres oder
○ 1. Januar des folgenden Jahres (Zutreffendes bitte ankreuzen!)

Vorname, Name (mit Titel): ______________________________

Geburtsdatum: ______________ Geburtsort: ______________

○ Adresse privat (mit Tel.-Nr.) ______________________________

____

○ Adresse dienstlich (mit Tel.-Nr.): ______________________________

____

(Versandadresse bitte ankreuzen!)

e-mail: ______________

Im Mitgliederverzeichnis der GDM soll darüber hinaus folgendes erscheinen:

Studium und Prüfungen (Jahr, Ort): ______________________________

____

Berufliche Tätigkeiten (Jahr, Ort): ______________________________

____

____

Sonstiges (z. B. Ehrungen, Mitgliedschaften): ______________________________

____

Ich bin damit einverstanden, dass diese Daten für vereinsinterne Zwecke in einer elektronischen Datenverarbeitungsanlage gespeichert werden.

Ort, Datum: ______________ Unterschrift: ______________

(Bitte an die Schriftführerin z. B. im Fensterkuvert senden)

Prof. Dr. Katja Lengnink
– Schriftführerin der GDM –
Didaktik der Mathematik – FB 6
Universität Siegen
Walter-Flex-Str. 3
57068 Siegen

Tel: 0271 . 740 3633
Tel: 0271 . 740 3582 (Sekretariat)
Fax: 0271 . 740 3583
email: katja@hartung-lengnink.de