Mitteilungen
der Gesellschaft
für Didaktik
der Mathematik

91

Juli 2011

Inhalt

ISSN 0722-7817

Liebe Mitglieder der GDM,

Ehrenmitglied Arnold Kirsch

Die GDM kann Personen die Ehrenmitgliedschaft in der GDM angetragen werden, „die sich um die Mathematikdidaktik oder die Gesellschaft für Didaktik der Mathematik verdient gemacht haben". Am 6. Mai in diesem Jahr hat die GDM Arnold Kirsch zum neuen Ehrenmitglied ernannt. In diesen Mitteilungen findet sich eine ausführliche Würdigung Arnold Kirschs.

Arnold Kirsch hat diese Ehrenmitgliedschaft mit großer Freude und Ergriffenheit entgegengenommen. Anlässlich dieser Ehrenmitgliedschaft gab es eine kleine Feier im Hause Kirsch, die für mich – wieder einmal – ein Zeichen dafür war, mit welcher Dankbarkeit und Freude auch anerkannte Wissenschaftler, die in ihrem Leben viele Ehrungen, Würdigungen und Anerkennungen erfahren haben, derartige Gesten der Ehre zu würdigen wissen.

Die Bücher und Arbeiten von Herrn Kirsch haben mir – insbesondere in der Zeit, als ich 1986 von der Schule zurück an die Universität gegangen bin – eine bisher unbekannte Art und Weise des Umgehens mit Mathematik gezeigt. Dies betraf insbesondere das „intellektuell ehrliche" Arbeiten mit Tabellen, Operatoren und graphischen Darstellungen. Weiterhin hat mir das Buch „Mathematik wirklich verstehen" gezeigt, dass Mathematik auch anders sein kann, als ich sie bisher kannte, dass mathematische Begriffe viel stärker inhaltlich hinterfragt werden können (oder müssen), als mir das etwa aus dem Mathematikstudium oder dem Schulunterricht bekannt war.

Arnold Kirsch war jemand, der das Gespräch mit Vielen suchte. Er bekräftigte Nachwuchswissenschaftler in ihrem Tun (in ebenfalls intellektuell ehrlicher Weise, d. h. wenn er auch selbst davon überzeugt war) und stand stets in engem Kontakt zu Kolleginnen und Kollegen in der Mathematik und der Mathematikdidaktik. So hat er häufig in handschriftlichen persönlichen Briefen zu Aufsätzen und Büchern anderer Stellung genommen. Dies war ermunternd und konstruktiv unterstützend, er fand dabei aber auch stets den richtigen Ton für kritische Anmerkungen. Die GDM wünscht Arnold Kirsch alles Gute und Gesundheit für die kommenden Jahre.

Alt und neu – Kassenführung der GDM

Mit der Jahrestagung in Freiburg hat sich im Vorstand der GDM eine Veränderung ergeben. Karel Tschacher, der sechs Jahren lang der Kassenführer der GDM war, musste auf der Jahres-

Gesellschaft für Didaktik der Mathematik e. V.

Vorstand

1. Vorsitzender:
Prof. Dr. Hans-Georg Weigand
Universität Würzburg, Didaktik der Mathematik
Am Hubland, 97074 Würzburg
Tel. 0931 . 888-5091 (Sekretariat)
Fax. 0931 . 888-5089
weigand@mathematik.uni-wuerzburg.de

2. Vorsitzender:
Prof. Dr. Rudolf vom Hofe
Universität Bielefeld, Fakultät für Mathematik – IDM,
Postfach 100131, 33501 Bielefeld
Tel. 0521 . 106-5063
vomhofe@math.uni-bielefeld.de

Kassenführer:
Prof. Dr. Christine Bescherer
Pädagogische Hochschule Ludwigsburg
Institut für Mathematik und Informatik
Reuteallee 46
71634 Ludwigsburg
Tel. 07141 . 140-385
Fax. 07141 . 140-435
bescherer@ph-ludwigsburg.de

Schriftführerin:
Prof. Dr. Katja Lengnink
Universität Siegen, FB Mathematik, Emmy-Noether-Campus, Walter-Flex-Straße 3, 57068 Siegen
Tel. 0271 . 740-3633
0271 . 740-3582 (Sekretariat)
Fax. 0271 . 740-3583
katja@hartung-lengnink.de

Verantwortlich für die Mitteilungen der GDM:
Prof. Dr. Thomas Jahnke
Am Neuen Palais 10, 14469 Potsdam
Tel. 0331 . 9771470
0331 . 9771499 (Sekretariat)
Fax 0331 . 9771469
jahnke@uni-potsdam.de
Bankverbindung:
Vereinigte Raiffeisenbanken Heroldsberg
Kto-Nr. 305 87 00
BLZ 770 694 61
IBAN DE05 7706 9461 0003 0587 00
BIC GENODEF1GBF

Homepage der GDM:
www.mathematik.de/gdm

Impressum
Verleger: GDM
Herausgeber: Prof. Dr. Thomas Jahnke (Anschrift s. o.)
Gestaltung und Satz: Christoph Eyrich, Berlin
ceyrich@gmx.net
Umschlaggestaltung: Diana Fischer, Berlin
diana_fischer@gmx.net
Druck: Oktoberdruck AG, Berlin

Der Bezugspreis der GDM-*Mitteilungen* ist im Mitgliedsbeitrag der GDM enthalten.

tagung in Freiburg satzungsmäßig diese Tätigkeit niederlegen. Wir – die GDM – sind Karel Tschacher zu großem Dank verpflichtet. Wir danken für sein jahrelanges Engagement im Vorstand, für seine stets umsichtige Kassenführung und sein Gespür für gewinnbringende Geldanlagen, für seine klaren und deutlichen Meinungsäußerungen bei Diskussionen im Vorstand und für seine bestimmende Art und Weise, mit der er für richtig erkannte Schritte und Vorhaben umsetzte. Wir wünschen Karel Tschacher alles erdenklich Gute für die nächste Zeit. Wir – der Vorstand und die Mitglieder der GDM – freuen uns sehr, dass Christine Bescherer von der Pädagogischen Hochschule auf der Mitgliederversammlung in Freiburg als neue Kassenführerin gewählt wurde. Herzlichen Dank für die Übernahme dieser verantwortungsvolle und sicherlich nicht ganz einfachen Aufgabe. Wir wünschen ihr und uns für die Zukunft viele große schwarze Zahlen.

Qualitätspakt Lehre
Das BMBF unterstützt die Lehre an 111 Hochschulen ab dem Wintersemester 2011/12 aus Bundesmitteln und möchte damit zur Verbesserung der Studienbedingungen beitragen. Der Bund stellt für den Pakt bis 2020 insgesamt 2 Mrd. Euro zur Verfügung. Schön – und wichtig – ist es, dass in dem Unterstützungsfonds dieses Qualitätspakts auch zahlreiche Projekte zur Lehramtsausbildung gefördert werden. Ein Schwerpunkt dieses Programms ist die Studieneingangsphase, der sich die GDM bereits seit einigen Jahren in der Kommission Lehrerbildung und zukünftig auch in der Expertengruppe Mathematische Bildung am Übergang Schule/Hochschule intensiv widmet.

Feuerzangenbowle 2011
In dem Artikel „Er bleibt Partei – Thilo Sarrazin“ schreibt der Redakteur Stefan Klein in der Süddeutschen Zeitung vom 17. 5. 2011:

> So wie er hinter seinem Pult steht und doziert, Arme vor der Brust verschränkt, steifes Kreuz, das Kinn nach oben gereckt, der Kopf im Pendelmodus zwischen links und rechts, da könnte er auch einer dieser fürchterlichen Mathematiklehrer sein, die einen selbst im Alter manchmal noch in bösen Träumen verfolgen. 0,65 Mädchen pro Frau, 0,25 Töchter pro Professorin, Korrelationen, Proportionen, geometrische Reihen, Indizes, und jetzt kommen bestimmt gleich die binomischen Formeln. (S. 3).

Tja, was sagt man da? Bleibt eigentlich nur die Frage: Wo ging Stefan Klein zur Schule und welche(n) Mathematiklehrer hatte er?

Hans-Georg Weigand (1. Vorsitzender)

Angeblich wissen es die Eltern besser als die Fachleute für Schule

Peter Bender

1 *Grundsätzliches zu den Übergangsempfehlungen der Grundschule*

Unser (ach, so rückständiges) Bildungssystem hält zahlreiche Hindernisse bereit, mit denen vielen unserer hoffnungsvollen Sprösslinge der direkte (= gymnasiale) Weg zum Abitur (und weiter zu der in gewissen Kreisen unentbehrlichen Promotion) erschwert wird. Da wäre insbesondere der Umstand zu nennen, dass es überhaupt außer dem Gymnasium andere Schulformen gibt und dass manchen Eltern – wenn sie denn nicht von selbst darauf kommen – von Seiten der Lehrerschaft nahe gelegt wird, ihr Kind auf eine solche andere Schulform zu schicken! In einigen der 16 Bundesländer hatte bzw. hat dieses Nahelegen als sog. Grundschulempfehlung (GE) sogar einen (mehr oder weniger) verbindlichen Charakter. Infolge der Änderungen der politischen Verhältnisse in jüngerer Zeit im Saarland, in Baden-Württemberg und in Sachsen-Anhalt wurde bzw. wird jetzt dort die Verbindlichkeit abgeschafft. In Nordrhein-Westfalen und in Hamburg unterblieb die Einführung aus unterschiedlichen Gründen. Und so besteht sie demnächst nur noch in Bayern, Brandenburg, Sachsen und Thüringen. Es fällt der hohe Anteil der neuen und der „PISA-Sieger-"Bundesländer auf.

Was ist eigentlich dagegen einzuwenden, dass die Fachleute für Unterricht, Bildung und gesellschaftliche Erziehung eine fundierte Prognose über die günstigste Laufbahn eines Kindes bei Eintritt in die Sekundarstufe abgeben und dass, bei entgegenstehendem Elternwillen, diese Prognose als Entscheidungsgrundlage genommen wird? Zum einen gibt es allerlei Maßnahmen, die einen solchen Konfliktfall auflösen können, z. B. Probeunterricht sowie spätere Übergangsmöglichkeiten. Zum anderen wird ja der Weg zum Abitur auf den nicht-gymnasialen Schulformen nicht wirklich verbaut. Den wenigsten hauptberuflichen Akademikerinnen & Akademikern ist bekannt, dass z. B. im Jahr 2008 über 44 % der Studienberechtigungen in Deutschland nicht auf einem Gymnasium erworben wurden.

Im Gegensatz etwa zu Finnland hat in unserer Gesellschaft, geschürt durch verächtlich machende Urteile der einen & des anderen Angehörigen der politischen Klasse (inklusive politisch agierender Mitglieder des Bildungssystems, z. B. Hochschulpräsidenten), der Lehrerstand kein allzu hohes Ansehen. Auch und gerade in Teilen der zeitgenössischen universitären Pädagogik ist man über die mageren Ergebnisse des alltäglichen Schulunterrichts enttäuscht, bleibt dieser i. A. doch weit hinter den eigenen idealen Vorstellungen und Entwürfen zurück. Gerne hängt man dort einem naiven pädagogisch gewendeten Konstruktivismus an, auf dessen Basis die Lehrerschaft (und damit man selbst als deren Ausbilderinnen & Ausbilder) von der Verantwortung für diese Misserfolge frei gesprochen werden kann und man sich auch der Pflicht zur Prüfung der eigenen Vorstellungen und Entwürfe etwa auf Schulrealitätsbezug enthoben fühlen kann. Zugleich stellt man damit allerdings auch das Expertentum der Lehrerschaft für ihre zentralen Aufgaben „Unterricht", „Bildung" und „gesellschaftliche Erziehung" in Frage. Und von da ist es nur noch ein kleiner Schritt, ihr die Eignung für die Abgabe von Schullaufbahnprognosen abzusprechen.

Die Kehrseite dieser Medaille ist ein libertinäres Hochhalten des Elternwillens, bemerkenswerter Weise aus einer politischen Richtung kommend, die sonst eher zum Gängeln neigt. Aus deren Sicht böte sich die Verbindlichkeit der GE eigentlich sogar in besonderem Maße an, weil – bekanntlich – die „Freigabe … des Elternwahlrechts … zwangsläufig zulasten der Verstärkung des ohnehin extremen sozialen Bias" ginge (T&BM, S. 657).

Es ist eben das Wesen der GE als ein Instrument des gegliederten Schulsystems, das diese ins Visier der Kämpferinnen & Kämpfer für die Einheitsschule geraten lässt. Es ist interessant zu beobachten, wie die einer großen Lehrergewerkschaft Nahestehenden dabei mit den beiden Konflikten umgehen, (i) dass sie mit ihrer Kritik an der GE indirekt ihrer eigenen Klientel wesentliche Kompetenzen absprechen und

(ii) dass sie bereit sind, den von ihnen bemängelten „ohnehin extremen sozialen Bias“ beim Übergang auf die Sekundarstufe noch zu verstärken.
Dabei wird heutzutage auch in Sachen „GE“ nichts so heiß gegessen, wie es gekocht wird. Ich möchte nicht wissen, in wie vielen Elterngesprächen die Grundschullehrerin & der Grundschullehrer den massiv vorgetragenen Elternwünschen nachgibt und für den Sprössling eine Empfehlung für eine Schulform ausspricht, für die sie & er ihn nicht für geeignet hält. Ob man dem Kind damit einen Gefallen tut, steht zwar in Zweifel; aber als Lehrerin & Lehrer hat man seine Ruhe bis hin zur Vermeidung von juristischen Auseinandersetzungen. Und, wie gesagt, im (etwa nicht gelösten) Konfliktfall bestehen allerhand Möglichkeiten, wie der Elternwille doch noch durchgesetzt werden kann. Es ist heute wirklich nicht mehr wie vielleicht vor vierzig Jahren, als (wie kolportiert wird) ein Professor Schleicher seinen Einfluss bei der Behörde in Hamburg geltend machen musste, damit Söhnchen Andreas trotz verweigerter Empfehlung auf das Gymnasium gehen konnte.
Selbstverständlich steht „die“ sog. Bildungsforschung bereit, ihren Beitrag zur Klärung der Sinnfrage der GE zu leisten, indem sie diese Sinn- auf eine numerisch zu erledigende „Erfolgs“frage zurückführt. – Dazu sind mir kürzlich zwei Arbeiten untergekommen, die mir ein guter Freund zur Beurteilung zur Verfügung gestellt hat, der in einer Partei aktiv ist, die dem gegliederten Schulsystem, der Institution des Sitzenbleibens, der Verbindlichkeit der GE u. ä. eher ablehnend gegenübersteht:

> *Block, Rainer (2006a) (= Ba)*; dieses graue Papier wurde nach vordergründiger Beseitigung einiger Fehler noch „ordentlich“ publiziert als:
> *Block, Rainer (2006b) (= Bb),*
> *Tiedemann, Joachim & Elfriede Billmann-Mahecha (2010) (=T&BM).*

Ich werde mich neben T&BM fairerweise auf Bb konzentrieren, komme aber nicht umhin, auch Ba wenigstens zu streifen, weil man dadurch die Argumentation in Bb erst richtig versteht und weil ich befürchte, dass es die Version Ba ist, die kursiert und als Munition gegen die GE verwendet wird, nach dem Motto „wie Block (2006) gezeigt hat, ...“.
Einig sind sich Block und T&BM in der grundsätzlichen Ablehnung der GE, während sie sich in der konkreten Begründung eigentlich diametral gegenüber stehen. Für Block besteht die Fehlerhaftigkeit vor allem darin, dass zu viele Jugendliche für das Gymnasium empfohlen werden, die dann dort scheitern. Dagegen stützen T&BM ihre Kritik darauf, dass sie einige „erfolgreiche“ Gymnasiastinnen & Gymnasiasten (G&G) identifiziert haben, die trotz verweigerter Empfehlung an diese Schulform gegangen waren. – Der Eine stört sich also am Fehler 1. Art, die Anderen stören sich am Fehler 2. Art.
Etwas kurzschlüssig könnte man folgern: Gebt doch einfach keine GE ab; dann könnt ihr keine Fehler machen, weder der 1., noch der 2. Art! – Natürlich würden dann noch viel mehr Fehler geschehen, und zwar vor allem der 1. Art, halt nicht in Form einer falschen GE, sondern einer falschen Laufbahnentscheidung. – Das nächste Argument lautet dann natürlich (und in dessen Dienst steht ja die ganze Kritik an der GE): Schafft doch das gegliederte Schulsystem überhaupt ab; dann könnt ihr gar keine solche Fehler mehr machen. Ich will diese nicht empirisch zu beantwortende Frage nicht vertiefen, sondern nur feststellen, dass die Einheitsschule prinzipiell der (realistischen, organisierbaren, bezahlbaren) individuellen Förderung entgegensteht und dass dort Fehler der o. a. 1. und 2. Art bei der nach wie vor erforderlichen Differenzierung der Schülerinnen & Schüler (S&S) an der Tagesordnung wären.

2 *Die Studie von Block*

Gestützt auf die Daten von PISA 2000 betrachtet Block vier Populationen von 15-jährigen Jugendlichen: „Realschüler, die von einem Gymnasium gewechselt sind“ und „Hauptschüler, die einen Bildungsabstieg hinter sich haben“ in Deutschland und die beiden entsprechenden Gruppen in Nordrhein-Westfalen. In Ba rechnet er aus:

> das relative Risiko für Realschüler, einer falschen (zu hohen) Schulform zugewiesen zu werden, ist aufgrund einer unzutreffenden Grundschulempfehlung rund 24 Mal größer als aufgrund falscher (überhöhter) elterlicher Bildungsansprüche. (Ba, S. 2, S. 7)

Dabei stehen die „falschen elterlichen Bildungsansprüche“ für die Fälle, wo Kinder ohne gymnasiale GE auf das Gymnasium gehen und es wieder verlassen. Diese Identifizierung ist nur scheinbar plausibel, wie ich weiter unten diskutieren werde.
Für die drei anderen Populationen kommt der Autor auf ebenfalls beeindruckende Faktoren 8 bis 9, 20 und 15.

Die Zahl 24 entsteht aus dieser Vierfeldertafel (Ba, S. 7, Bb, S. 154; zum besseren Verständnis habe ich lediglich die Bezeichnungen noch etwas vereinfacht)

15-jährige R&R	GE für Gymn.		keine GE für Gymn.		
aus Gymnasium „abgestiegen“	862	(73,0%)	319	(27,0%)	1181
von Anfang an in Realschule	637	(10,2%)	5590	(89,8%)	6227
	1499		5909		7408

auf folgende Weise: Die angegebenen Prozentzahlen beziehen sich auf die rechte Randverteilung. Nun bildet der Autor die beiden Quotienten $\frac{73,9}{10,2} \approx 7,2$ und $\frac{27,0}{89,8} \approx 0,30$, dividiert diese noch einmal durcheinander und erhält so die Zahl 24, die er wie oben beschrieben interpretiert. Offenbar versteht er den ersten Quotienten als relatives Risiko für Realschülerinnen & Realschüler (R&R), *aufgrund einer GE für das Gymnasium* dieses zu besuchen und es dann wieder (aufgrund von Überforderung) zu verlassen, und den zweiten als relatives Risiko für R&R, *trotz einer fehlenden GE für das Gymnasium* dieses zu besuchen und es dann wieder (aufgrund von Überforderung) zu verlassen.

Die Zahl 24 lässt sich durchaus sinnvoll interpretieren, ist dann allerdings völlig belanglos: Sie entsteht ja auch als Quotient aus den waagrecht gebildeten Quotienten $\frac{73,0}{27,0} \approx 2,7$ sowie $\frac{10,2}{89,8} \approx 0,11$. Sie besagt dann: Unter den „Drop-Outs“ sind 2,7 Mal so viele *mit* gymnasialer GE als *ohne*; unter den Jugendlichen, die von Anfang an zur Realschule gehen, sind 9 Mal so viele *ohne* gymnasiale GE wie *mit* gymnasialer GE; die Zahl 24 ist das Produkt dieser beiden Faktoren, und insgesamt hat man berechnet: unter den „Drop-Outs“ ist das Verhältnis derer mit gymnasialer GE gegenüber denen ohne gymnasiale GE 24 Mal so hoch wie dieses Verhältnis bei den Jugendlichen, die von Anfang an zur Realschule gingen. – Das ist aber nichts Bemerkenswertes, insbesondere nicht der große inverse Quotient 9 der zweiten Zeile.

Allerdings ist der Quotient der ersten Zeile sinnlos, weil schon die Prozentzahlen in dieser Zeile sinnlos sind. Indem man sie so bildet und mit ihnen rechnet, unterliegt man einem *elementaren stochastischen Gedankenfehler, der base-rate-fallacy*. Was man braucht, ist

(i) die Population *aller* Jugendlichen *mit* GE für das Gymnasium, die dann auch hingehen, und davon den Anteil der „Drop-Outs“ sowie entsprechend

(ii) die Population *aller* Jugendlichen *ohne* GE für das Gymnasium, die es trotzdem besuchen, und davon ebenfalls den Anteil der „Drop-Outs“

(in T&BM werden jeweils die richtigen Populationen betrachtet und in Beziehung gesetzt). Bei den Tabellen in Ba und Bb müsste die zweite Zeile komplett ersetzt werden durch die entsprechenden Zahlen der sich am Gymnasium befindenden 15-Jährigen, und die Prozentzahlen müssten bezüglich der unteren Randverteilung gebildet werden:

15-jährige R&R	GE für Gymn.		keine GE für Gymn.	
aus Gymn. in Realsch. „abgestiegen“	862	*(5%)*	319	*(30%)*
immer am Gymnasium geblieben	*ca. 16000*	(95%)	*ca. 750*	(70%)

kursive Zahlen: fiktive Annahmen!

Ich kenne die Zahlen für die zweite Zeile nicht, sondern habe sie unter Anlehnung an T&BM grob geschätzt. Außerdem kommen mir die Zahlen in Ba und Bb insgesamt erheblich zu klein vor. Möglicherweise handelt es sich bei dem Datensatz nur um eine kleine Teilpopulation, vielleicht derjenigen Jugendlichen, bei denen bekannt ist, welche GE sie hatten. Mir geht es jetzt aber nur um (relative) Größenordnungen.

Jedenfalls erhält man nun sinnvolle Verhältnisse: der erste Quotient $\frac{5}{95} \approx 0,053$ ist das relative Risiko, *aufgrund einer GE für das Gymnasium* dieses zu besuchen und es dann wieder (aufgrund von Überforderung) zu verlassen, und der zweite $\frac{30}{70} \approx 0,457$ ist das relative Risiko, *trotz einer fehlenden GE für das Gymnasium* dieses zu besuchen und es dann wieder (aufgrund von Überforderung) zu verlassen. Der Quotient der beiden Quotienten lautet schließlich $0,1228 \approx \frac{1}{8}$. Das ist der Wert, den der Autor ermitteln wollte, und er ist eigentlich genau das Gegenteil von dem Wert $\frac{24}{1}$, den er ermittelt hat und auf den er seine zentrale Aussage stützt. Tatsächlich ist das Risiko des „Abstiegs“ für Jemanden, die & der *mit* gymnasialer GE auf das Gymnasium geht, nicht 24 Mal so hoch wie für Jemanden, die & der das *ohne* gymnasiale GE tut, sondern *im Gegenteil*: Wer *ohne* gymnasiale GE auf das Gymnasium geht, hat ein (größenordnungsmäßig!) 8 Mal so hohes „Abstiegs“-Risiko, wie wer das *mit* einer gymnasialen GE tut.

Wie gesagt, in der endgültigen Veröffentlichung hat der Autor seine fehlerhaften Berechnungen und die sehr weit gehenden falschen Aussagen eliminiert. Stattdessen schreibt er:

> Nicht beantwortet wird hingegen die Frage – und das soll in aller Deutlichkeit vorangeschickt werden, um möglichen Missver-

ständnissen vorzubeugen – ob die Eltern oder die Grundschullehrer letztlich besser wissen, welche weiterführende Schulform die geeignete für ein Kind ist. (Bb, S. 151)

Doch, die Frage wird beantwortet! Wenn man die Zahlen der G&G hinzunimmt, wird deutlich, dass – statistisch! – die Grundschullehrerinnen & -lehrer es viel besser wissen als die Eltern.
Aber außerdem kann Block tendenziell trotzdem nicht von der Beantwortung dieser Frage gemäß seiner einmal gefassten Überzeugung lassen: „Die Schulformabstiege sind weniger ein Problem übersteigerter elterlicher Bildungsansprüche als vielmehr ein Ausdruck der mangelnden prognostischen Zuverlässigkeit von Grundschulempfehlungen“ (Bb, S. 155) und „Die Schulformabsteiger weisen zum überwiegenden Teil Grundschulempfehlungen für die Schulformen auf, an denen sie letztlich gescheitert sind“ (Bb, S. 160), fast wortgleich noch einmal von dem zitierten Satz von S. 155 gefolgt. Offenbar hat Block seine base-rate-fallacy nicht überwunden. Dies zeigt sich auch daran, dass er nach wie vor seine Tabellen ohne die Grundgesamtheit aller G&G darstellt, die wenig sinnvollen Prozentzahlen zur rechten Randverteilung bildet und diese Prozentzahlen dann von oben nach unten vergleicht (jetzt lediglich, ohne den Doppelquotienten auszurechnen).
Block möchte die Zuverlässigkeit der GE quantifizieren. Dazu verweist er u. a. auf „Forderungen … in der medizinischen Forschung“, wonach „im Zusammenhang mit diagnostischen Tests für Krankheiten … erst dann von einem guten Diagnoseverfahren“ gesprochen werden soll, wenn bestimmte Parameter bestimmte Werte nicht unterschreiten, und zitiert dazu eine Arbeit von 1956 (Bb, S. 157). Er und wir wissen jedoch nicht, wie diese Forderungen zustande gekommen sind, ob sie sich in „der“ Medizin oder in Teilen durchgesetzt haben, ob sie heute noch gültig sind bzw. haltbar wären, vor allem aber, ob sie dem Instrument der GE gerecht werden. Immerhin: „Die Validität der Übergangsempfehlungen bewegt sich rein rechnerisch an der Akzeptanzgrenze“ (Bb, S. 159); aber „unserer Meinung nach ist es … letztlich nicht möglich, das … Instrument Grundschulempfehlung insgesamt auf seine Validität hin präzise zu prüfen“ (Bb, S. 160). – In meiner *Skepsis gegenüber der Numerokratie* stimme ich Block hier aus vollem Herzen zu.
Der Vollständigkeit halber sei erwähnt, dass ich Block ebenfalls folge, wenn er einen Großteil der Komplexität des Phänomens der Mobilität zwischen Schulformen (zu denen ja auch die Hauptschule und allerlei Spielarten der Gesamtschule gehören) sowie die Frage des Sitzenbleibens und überhaupt der Messung von Schulerfolg stark reduziert hat (s. aber die u.a. Diskussion von T&BM). Auch halte ich vereinfachte Sprechweisen wie der „ ‚richtige‘ Realschüler“ (Bb, S. 151) usw. für angemessen und hilfreich zum Zwecke der Les- und Verstehbarkeit.
Dem Umfang des Begriffs „übersteigerte Bildungsaspiration der Eltern“ (Bb, S. 151), der zentral für die Arbeit ist, liegt m. E. allerdings *ein weiterer schwerer Gedankenfehler* zugrunde.
Der Autor identifiziert

(i) die Population der Jugendlichen, die *ohne* gymnasiale GE aufs Gymnasium gehen und wieder zur Realschule zurückkehren, mit der Population derjenigen, die diesen Weg aufgrund einer „übersteigerten Bildungsaspiration der Eltern“ gehen, sowie
(ii) die Population der Jugendlichen, die *mit* gymnasialer GE aufs Gymnasium gehen und wieder zur Realschule zurückkehren, mit der Population derjenigen, die diesen Weg aufgrund von „unzutreffenden oder ‚falschen‘ Grundschulempfehlungen“ (Bb, S. 151) gehen,

und unterstellt, dass die beiden mit diesen Merkmalen („übersteigerte elterliche Bildungsaspirationen“ vs. „zu hohe GE“) gebildeten Populationen disjunkt wären und sein Zahlenwerk dieser Aufteilung entspräche.
Tatsächlich sind die beiden von ihm so beschriebenen Populationen alles andere als disjunkt. Vielmehr hat bei der überwiegenden Mehrzahl der „Drop-Outs“ *mit* gymnasialer GE diese GE selbstverständlich den elterlichen Bildungsansprüchen entsprochen, die man folglich ebenfalls als „übersteigert“ bezeichnen muss. D. h. so gut wie alle „Drop-Outs“ *mit* gymnasialer GE müssten ebenfalls der Population mit „übersteigerten elterliche Bildungsaspirationen“ zugeordnet werden. Mehr noch: Nicht wenige GEen für das Gymnasium entstehen auf Druck der Eltern bzw. infolge prophylaktischen Ausweichens vor einem solchen und müssten eigentlich sogar aus der Population mit „zu hoher GE“ herausgenommen werden, jedenfalls für den vom Autor angestellten Vergleich. Dieser würde, wenn man denn diesen Sachverhalt in Zahlen fassen könnte, noch ungünstiger für den Elternwillen ausfallen als so schon.

3 *Die Studie von Tiedemann & Billmann-Mahecha*

Wie Block stellen auch T&BM den Wert der GE in Frage, ebenfalls indem sie den Prognosewert des Elternwillens in einem günstigeren Licht erscheinen lassen (wollen). Während Block relativierend vorgeht und die Fehlerhaftigkeit der GE in den Vordergrund stellt, betonen T&BM, wie „erfolgreich“ doch die G&G sind, die keine GE für diese Schulform erhalten hatten. Wegen der relativen Betrachtungsweise ist es bei Block nicht ganz so wesentlich, was er unter „Erfolg“ bzw. „Versagen“ versteht (Wortwahl nach T&BM, S. 653). Man kann gut mit seinem bewusst stark reduzierten Begriff leben, nämlich dass es lediglich darauf ankommt, ob eine 15-jährige Realschülerin & ein 15-jähriger Realschüler schon einmal auf dem Gymnasium war (eigentlich: ob eine Gymnasiastin & ein Gymnasiast sich mit 15 Jahren immer noch auf dem Gymnasium befindet). – Bei T&BM dagegen, wo ja der absolute Erfolg der G&G ohne gymnasiale GE positiv dargestellt werden soll, kommt es sehr wohl darauf an, was mit „Erfolg“ und „Versagen“ gemeint sein soll.

Sie stellen die „Schullaufbahnempfehlungen und Schullaufbahn von niedersächsischen Grundschülern des Übertrittjahrgangs 2004/2005 bis zum Übergang in Klassenstufe 7“ übersichtlich in einer Tabelle dar, die ich im Folgenden auszugsweise und, um der Kompatibilität mit Blocks Tabelle willen, an der Hauptdiagonalen gespiegelt wiedergebe (S. 653):

15-jährige R&R	GE für Gymn.		GE für Realsch.		GE für Hauptsch.	
„Versagen“	1339	(5,0%)	1541	(29,8%)	59	(45,0%)
„Erfolg“	25660	(95,0%)	3625	(70,2%)	72	(55,0%)
(nur S&S mit vollst. Daten)	26999		5166		131	

„Da keine Noten für die Schülerinnen und Schüler vorliegen, wurde als Kriterium für ‚Erfolg‘ die Versetzung in die siebte Klassenstufe des Gymnasiums ohne Klassenwiederholung … herangezogen“ (S. 653). Die Aussage, dass die 131 S&S mit einer Hauptschul-GE „überwiegend erfolgreich“ (S. 654) sind, ist dann zwar definitionsgemäß numerisch zutreffend. Aber selbst bei diesem bescheidenen Verständnis von Erfolg haben nach zwei Jahren („Übergang in Klassenstufe 7“) bereits 45 % der S&S dieser Kategorie „versagt“, indem sie eine Klasse wiederholten oder in eine „niedrigere“ Schulform wechselten.

Um einschätzen zu können, ob die 72 verbliebenen S&S mit einer Hauptschul-GE wirklich nennenswert erfolgreich waren, müsste man ihre Noten kennen (ich bin überzeugt, dass sie in ihrer Gesamtheit deutlich unterdurchschnittlich waren). Weiterhin müsste man wissen, wieviel mehr als die Anderen sie für die Schule arbeiten mussten (für Mehrarbeit spricht nicht zuletzt, dass ihre Eltern – mit den Worten von Block – „übersteigerte Bildungsaspirationen“ hatten; s.a. T&BM, S. 656), bei wie vielen der „Erfolg“ bis zum 10. Schuljahr 2011 anhielt und wie viele letztlich bis 2013 auf dem direkten gymnasialen Weg zum Abitur gekommen sein werden.

Die Studie von Roswitha Urbanek (2006) zeigt, wie eine solche Untersuchung angelegt werden kann, auch wenn sie ebenfalls keine Noten und nicht den Arbeitsaufwand der S&S berücksichtigt. Sie hat für 32 (!) Schülerjahrgänge ihres Gymnasiums in Meinerzhagen Klassenbücher, Kurslisten, Abgangszeugnisse und Personaldaten ausgewertet und ohne Schnickschnack Statistiken zu *langfristigen* „Erfolgen“ angefertigt. Da fehlt es natürlich an der Repräsentativität. Anders als bei vielen statistischen Untersuchungen, wo sie wesentlich wäre, aber großzügig ignoriert wird, ist sie hier jedoch keine relevante Kategorie, und der Erkenntnisgewinn kommt aus dem Exemplarischen.

Die Zahlen und Zusammenhänge von T&BM stellen sich etwas freundlicher dar, wenn man R&R mit Hauptschul-GE (38,7 % „Versager“) sowie G&G mit Realschul-GE (29,8 % „Versager“) betrachtet. Aber das prinzipielle Dilemma und die genannten Zweifel bestehen auch bei diesen Populationen.

In ihrer Diskussion (S. 657) verlassen T&BM die wissenschaftliche und begeben sich auf die politische Ebene, indem sie für „einen substanziellen Anstieg des Bildungs-Outputs“ plädieren, in Frage stellen, ob „in unserem Bildungssystem alle Ressourcen ausgeschöpft“ werden und „auf beachtliche Quellen eines ungenutzten Bildungspotenzials“ verweisen, in der „Diskrepanz zwischen der GE“ und „den elterlichen Bildungsentscheidungen“ liegend, „wenngleich nicht alle betroffenen Schülerinnen und Schüler den Abschluss an der leistungsstärkeren Schulform erzielen werden.“

Dieses Plädoyer wirft Fragen auf bzw. stößt auf Einwände:

(i) Sollen zusätzlich zu den bereits jetzt durch die abweichende Elternentscheidung über die GE hinaus erschlossenen Bildungsressourcen weitere erschlossen werden, indem sich noch mehr Eltern über die GE hinwegsetzen (womit der „Versager“-Anteil vermutlich überproportional erhöht würde)?

(ii) T&BM begrüßen eine Steigerung der Realschulabschluss- und Abiturquote um 5% durch die von der GE abweichende Elternentscheidung. Sie rechnen nicht dagegen die persönlichen und familiären Katastrofen bei den „Versagerinnen & Versagern“ sowie die zusätzlichen privaten und öffentlichen Kosten, die vermieden würden, wenn diese Kinder gleich auf die adäquate Schulform kämen.

(iii) Wenn die Quoten „höherer“ Abschlüsse durch eine Erhöhung entsprechender S&S-Zahlen gesteigert werden sollen, warum soll das gerade auf der Basis des bekanntlich sehr fehleranfälligen und sozial besonders stark auslesenden Elternwillens geschehen? – Man könnte doch den Grundschullehrerinnen & -lehrern aufgeben, dass sie zunächst realistische GEen verfassen und dann noch die nächsten 10 % der nicht empfohlenen Kinder zusätzlich für die Realschule oder das Gymnasium benennen. Dieses Verfahren wäre weniger fehleranfällig und sozial auslesend und würde ebenfalls den Zweck der Ausschöpfung aller Bildungsressourcen verfolgen. (Ich schlage das nicht ernsthaft vor, sondern bringe nur die Argumentation von T&BM auf den Punkt.)

4 *Diskussion*

Gewiss gibt es heute absolut und relativ viel mehr Weiße- als Blaue-Kragen-Werktätige als etwa vor 60 Jahren, wird als Voraussetzung für viele Ausbildungsberufe, für die man damals mit einem Volksschulabschluss mit 14 Jahren gut geeignet war, heute der Realschulabschluss oder das Abitur gefordert und hat man mit diesen „höheren“ Abschlüssen einfach mehr Chancen als ohne sie. Aber auch ein ordentlicher Hauptschulabschluss wird in vielen Ausbildungsbetrieben nach wie vor estimiert, etwa weil die & der Auszubildende besser „passt“, hoffentlich keine „höheren“ Ambitionen hat und nicht das Klima beeinträchtigt bzw. nicht nach kurzer Zeit wieder weg ist.
In der ganzen Debatte um unser Schulsystem gewinne ich immer wieder den Eindruck, dass für manche Beteiligten der Mensch erst mit dem Abitur beginnt. Ich kann zwar akzeptieren, dass Block sowie T&BM um der besseren Lesbarkeit willen von „Erfolg“, „Versagen“, „Auf-“ und „Absteigen“ reden, und ich mache ja bei dieser Rede mit; aber wirklich wohl ist mir bei diesen Wörtern nicht, weil für mich Haupt- und Realschule nicht weniger wert oder „niedriger“ als das Gymnasium sind, sondern *andere* Bildungsgänge darstellen, zumal auch sie wirklich alle Laufbahnmöglichkeiten bis zum Studium offen halten.
Es besteht m.E. keine Notwendigkeit, noch die letzten 5% „unserer Bildungsressourcen“ in Form einer höheren Abiturquote „auszuschöpfen“, auch wenn die OECD und interessierte Kreise in Deutschland diese uns fortwährend einreden. Die zu gewärtigen negativen Begleiterscheinungen inklusive Kosten habe ich bereits angesprochen. Zu ergänzen wäre noch: eine weitere Absenkung des Niveaus und damit einhergehende Entwertung des Abiturs, Ausbreitung der scheinbaren Überqualifizierung für mancherlei Berufe sowie Überfüllung unserer Hochschulen mit Studierunfähigen.
Als studierter Grund- und Hauptschullehrer strebe ich nicht an, das Gymnasium gegen die „Anderen“ abzuschotten, sondern ich möchte der seit Jahren stattfindenden Abwertung der nicht-gymnasialen Bildungsgänge durch Schlechtreden und des Gymnasiums durch Niveausenkung entgegenwirken.
Leider ist die Debatte ideologisch überfrachtet, und zwar bis hin zu vielen quantitativen empirischen Arbeiten. Neben den diversen Durchgängen von TIMSS, PISA und IGLU habe ich einige kleinere Untersuchungen studiert und dabei zahlreiche Aussagen gefunden, die sich nicht aus dem analysierten Zahlenmaterial ableiten lassen, sondern der Überzeugung der Autorinnen & Autoren entspringen, aber wirken (sollen), als ob sie „empirisch belegt“ seien.
Der Kardinalfehler der *fehlenden Repräsentativität und Unabhängigkeit* der Stichprobe tritt eher in fachdidaktischen Studien zum Erfolg von unterrichtlichen Maßnahmen auf. Wenn man vier Klassen an einer Schule auswertet, hat man keine repräsentative Stichprobe mit N>100 unabhängigen Probandinnen & Probanden, und da nützt es auch wenig, mit SPSS irgendwelche Signifikanzniveaus auszurechnen. – Überhaupt ist *erkenntnistheoretisch kritisch*, wie gut die in der Praxis des produktiven Gewerbes entwickelten *Methoden* des Hypothesentests u. a. *für die Bildungsforschung geeignet* sind, zumal dort die tatsächliche Vorgehensweise infolge der regelmäßig erst nachträglich vorgenommenen Ermittlung des Signifikanzniveaus eine ganz andere ist. Auch die *mathematische und sachliche Korrektheit* so mancher raffinierten Methode steht durchaus *in Frage*. Allerdings entziehen sich die Statistik-Expertinnen & -Experten gerne dieser Befragung, indem sie die verwendete Methode, wenn überhaupt, nur schwer verständlich darstellen und die (relativen) Laiinnen & Laien nach dem Schibbolet-Prinzip (Jahnke 2010) aus dem Kreis der Wissenden ausschließen.
Entsprechend trifft man immer wieder auf Wörter und, tiefer gehend, Begriffe, die in gewissen Kreisen (Ökonometrie, Soziometrie, Psychometrie, „Bildungsforschung“) in einer gewissen Bedeutung gebraucht werden oder von Autorinnen & Autoren für einen gewissen Zweck definiert werden, aber von (mehr oder weniger) gebildeten Laiinnen & Laien insbesondere in der (Bildungs-) Politik in einer

natürlichen (oder auch missbräuchlichen) Weise anders verstanden werden. Dabei tun die Autorinnen & Autoren oft zu wenig, um dem falschen Verständnis entgegenzuwirken, sei es, dass sie die Problematik gar nicht erkennen, sei es, dass ihnen eine solche Popularisierung ihrer Ausführungen (aus Eitelkeit, zur Sicherung von Stellen, zur Stützung politischer Überzeugungen) durchaus recht ist, sei es, dass sie dem falschen Verständnis selbst unterliegen, sei dies das Ergebnis einer gesteuerten oder einer unkontrollierten Autosuggestion. Welche dieser Motive jeweils wirksam sind, lässt sich kaum feststellen. Aus wissenschaftstheoretischer Sicht sind sie alle nicht in Ordnung. Beispiele:

„*Chance*" bedeutet im Englischen einfach „Wahrscheinlichkeit". Indem er wörtlich ins Deutsche übernommen wird, erhält dieser Begriff eine soziale Konnotation. Es geht z. B. auf einmal nicht mehr nur um die Wahrscheinlichkeit, das Abitur zu erreichen, sondern um Chancen, die Jemand (die Gesellschaft, die bürgerliche Klasse) Jemandem (aus bildungsfernen Familien) gewährt oder vorenthält.

Besonders extrem kam mir der statistische (!) Nachweis der *kausalen Abhängigkeit* der Kriminalität von fehlendem Hauptschulabschluss durch Entorf & Sieger (2010) vor, der darin bestand auszurechnen, dass ein gewisser Parameter einen gewissen Schwellenwert überschreitet (s. dazu Bender 2011). In gewissen Zirkeln mag man solche Wörter abkürzend verwenden (vielleicht weil man mit der Kraft der Sprache etwas erreichen oder suggerieren will, was man aus der Sache selbst nicht herausholen kann), und ein Teil der Angehörigen dieser Zirkel versteht die Wörter bestimmt „richtig". Aber spätestens wenn man an die breite (Medien-) Öffentlichkeit geht, ist die Verwendung solcher Wörter nicht mehr angebracht, auch dann nicht, wenn man sie irgendwo im Text „erklärt", weil diese Erklärungen nicht nur regelmäßig nicht gelesen werden (selbst wenn sie – selten genug – verständlich sind), sondern gegen knappe Überschriften und reißerische Pressemeldungen überhaupt keine Chance zur Relativierung haben.

Ebenfalls missbraucht wird gerne die Rede von *Erfolg*. Natürlich kann man, völlig neutral, von den für ein Ereignis „günstigen" Ausfällen reden. Aber mit den Studien, die mir untergekommen sind, soll Politik gemacht werden, sei es von den Autorinnen & Autoren selbst, sei es von ihren Auftraggeberinnen & -gebern, sei es von Nutzerinnen & Nutzern in der Politik. Da sollte man schon genau hinschauen, was da unter Erfolg verstanden wird. Z. B. habe ich genau die Quellen, die Klemm (und vorher Tillmann) für seine Behauptung der Unwirksamkeit des Sitzenbleibens herangezogen hat, umgekehrt gelesen: Durch das Sitzenbleiben kommen viele S&S dauerhaft auf ausreichende Leistungen und erwerben Abschlüsse, die ihnen sonst vorenthalten geblieben wären (s. Bender 2010, S. 15).

Mit dem Erfolgsbegriff von T&BM habe ich mich oben auseinandergesetzt.

Neben (möglichen) ideologischen Gründen gibt es ganz simple ökonomische, praktische Gründe, warum Autorinnen & Autoren ihre Begrifflichkeit in einer ganz bestimmten Weise wählen, z. B. damit sie auf ihre Stichprobe passt. Es ist ja verständlich, dass man oft nicht den Aufwand leisten will (oder kann), für relevante Fragestellungen ein geeignetes Stichproben-Design zu entwickeln und dann die Daten zu erheben. Da bietet es sich an, Datensätze von statistischen Ämtern oder von PISA auszuwerten; und diese sind dann vielleicht nicht detailliert genug oder führen zu *unpassenden Stichproben*. Block übersieht, dass auch bei Eltern mit Kindern *mit* gymnasialer GE zumeist eine hohe Bildungsaspiration vorliegt, die man bei „Misserfolg" der Kinder konsequenter Weise „überhöht" nennen müsste. D.h. die entsprechende Population der Familien mit „überhöhter Bildungsaspiration" ist viel, viel größer als die von Block als solche angenommene und endet keineswegs da, wo die gymnasiale GE beginnt. Das war aber die Grenze, die anscheinend der PISA-Datensatz geliefert hat, und nun hätte Block bei allen Kindern *mit* gymnasialer GE die Bildungsaspiration der Eltern sowie das Zustandekommen dieser GE erheben müssen. Zugegeben, dieses Vorgehen ist praktisch nicht leistbar und würde natürlich auch wieder Probleme der Begrifflichkeit aufwerfen, aber es allein wäre der Fragestellung angemessen gewesen.

Zur *Datengewinnung* muss man oft auf *Selbstauskünfte* zurückgreifen. Wir alle wissen um deren Schwächen, und trotzdem werden sie, wenn sie einmal erhoben sind, gerne als „harte" Daten behandelt. Anzuerkennen ist hier auf jeden Fall die Primärforschungsleistung. Aber aus PISA weiß man z. B., dass nur 40 % aller 15-Jährigen in Deutschland den genauen Beruf ihres Vaters nennen können (und auch nur 70 % zutreffend antworten, wenn sie den Beruf *ungefähr* bezeichnen sollen). Mit Hilfe solcher weichen Daten werden dann Parameter wie „sozialer Gradient" oder „Wahrscheinlichkeit des Gymnasialbesuchs" berechnet, wo Deutschland bzw. Bayern (zunächst) schlecht abschneiden, die aber so empfindlich sind, dass einige Jahre später und/oder bei leichter Abwandlung der Definition die Reihenfolge ganz anders aussieht (was aber zu interessierten Kreisen, die sich

einmal – manchmal hämisch – ihre Meinung gebildet haben, dann oft nicht mehr durchdringt).
Bei Ökonometrikerinnen & -metrikern sind *Zeitreihen* beliebt. So haben (s. Bender 2010) Wößmann & Koautoren 36 internationale Vergleichstests aus den Jahren 1964 bis 2003 ausgewertet und „störungsfrei" bis 2090 (und darüber hinaus) fortgeschrieben, nach dem Motto „das geht immer so weiter". Die stochastische Qualität der vergangenen Studien wurde ganz gewiss nicht berücksichtigt. Wir kennen sie in den wenigsten Fällen (was gegen sie spricht). Z. B. weiß man jedenfalls von FIMSS und SIMSS, dass sie, nicht nur aus fachdidaktischer Sicht, wahrlich keine großen Würfe waren.
Wie absurd diese Fortschreibung von Zeitreihen sein kann, sieht man schön an folgendem Beispiel.
Viele Menschen in Deutschland haben Sorge vor der Überalterung unserer Gesellschaft, wie sie in folgenden Zahlen zum Ausdruck kommt: Während heute 100 Erwerbstätigen 34 Menschen über 65 Jahre gegenüberstehen, wird im Jahr 2050 dieses Verhältnis 100 : 65 lauten. – In ihrem Buch *Lügen mit Zahlen* (2010) (Besprechung im Wirtschaftsteil der Frankfurter Rundschau (FR) am 24. 1. 2011) „entkräften" die Autoren Bosbach & Korff diese Sorge mit der Begründung, dass im Jahre 1950 dieses Verhältnis 100 : 17 betragen hatte und dass bis heute ja auch eine Verdopplung stattgefunden hat, „ohne eine Katastrophe auszulösen".
Dieses Argument erinnert mich an den See, von dem ein Teil der Oberfläche mit Algen bedeckt ist. Die bedeckte Fläche verdoppelt sich jeden Tag. Wenn dann der See eines Tages halb bedeckt ist, ist das angeblich kein Anlass zur Sorge, denn die tägliche Verdopplung hat ja auch in der Vergangenheit stattgefunden, „ohne eine Katastrophe auszulösen". – Es mag ja sein, dass unsere Gesellschaft auch im Jahr 2050 mit der dann bestehenden Altenquote „fertig" wird; – aber bestimmt nicht deswegen, weil wir bis 2010 schon einmal eine Verdopplung der Quote hatten.
Zum Schluss noch eine besonders schöne und stinkende Sumpfblüte von *mangelhafter Datenerhebung*, durchgeführt von einer seriösen Institution mit politischem Einfluss, dem Deutschen Institut für Wirtschaftsforschung (DIW) zum Thema „Kinderarmut in Deutschland" (FR vom 7. 5. 2011: „Statistisches Schrumpfen"). Menschen „gelten als arm, wenn sie in Haushalten leben, die mit weniger als 50% des mittleren Einkommens zurechtkommen müssen". Diese Definition ist natürlich fragwürdig; denn bei einer Verzehnfachung oder auch Zehntelung des Einkommens aller Mitglieder einer Gesellschaft gelten genau dieselben Menschen wie vorher immer noch als arm. Und in der Tat kann man Kinderarmut in Deutschland nicht wirklich vergleichen mit Kinderarmut z. B. in Bangla Desh. Die OECD nimmt solche Vergleiche aber dennoch vor (mit den OECD-Ländern), u. a. gestützt auf die DIW-Daten, und stellt Deutschland seit vielen Jahren an den Pranger, weil seine Kinderarmutsquote immer ein paar Prozentpunkte über dem OECD-Durchschnitt von etwa 12 bis 13 % lag, insbesondere tat sie das auch im Wahlkampf kurz vor der Bundestagswahl in Deutschland 2009.
Inzwischen hat das DIW seine Daten revidiert (und zwar i. W. halbiert). 2004 betrug die Kinderarmutsquote in Deutschland tatsächlich 10 %, 2008 sogar nur 8 %. Die Änderung kam folgendermaßen zustande: Jedes Jahr werden 20 000 Menschen über ihre Lebenssituation befragt, und zwar immer dieselben (sozioökonomisches Panel SOEP). Wenn in einem Haushalt mit mehreren Erwachsenen eine Person keine Auskunft gibt, hat man früher ihr Einkommen einfach auf Null gesetzt. Inzwischen wird in solchen Fällen das Einkommen aufgrund gewisser Anhaltspunkte geschätzt, und schon haben viele Familien ein um so viel höheres Gesamteinkommen, dass sie nicht mehr arm sind, und die Kinderarmutsquote nimmt entsprechend ab.
Wann das DIW seine Erhebungsmethode geändert hat, geht aus dem Artikel in der FR nicht hervor. Bei der OECD ist diese Änderung erst nach 2009 angekommen. Dieses SOEP ist angeblich eine der besten Datengrundlagen für einschlägige Studien, z. B. auch zur Bildungsforschung, auch im internationalen Maßstab. Obwohl das DIW behauptet, dass die beschriebene Änderung der Datenerhebung außer auf die Kinderarmutsquote keine nennenswerten Auswirkungen hätte, so müssten m.E. dennoch zahlreiche Studien – vermutlich auch PISA – daraufhin überprüft werden, wie weit sich die Parameter ändern und ob so manche Interpretation und politische Aussage heute noch haltbar ist bzw. jemals zugetroffen hat.
Dieser Vorfall erinnert mich an die Erzählung von Heinrich Böll „Die Waage der Baleks". Da hat eine hochherrschaftliche Familie ein Messinstrument (eine Waage) gefälscht, über viele Jahre hinweg das Vertrauen der einfachen Menschen missbraucht, sie regelmäßig um einen Teil des ihnen zustehenden Entgelts betrogen und sich auch noch dazu berechtigt gesehen. Das DIW hat natürlich andere Motive (Ökonomie der Datenerhebung) als diese mit Arroganz gepaarte Geldgier der Baleks. – Für einen *handfesten Skandal* halte ich diesen Vorfall dennoch,

und man wundert sich, warum er in den Medien nicht hochgespielt wird. Vermutlich ist, unabhängig vom Wahrheitsgehalt, eine Aussage wie „die Kinderarmut in Deutschland ist relativ hoch" politisch korrekter als eine Aussage wie „die Kinderarmut in Deutschland ist relativ niedrig".

5 *Fazit*

Den politischen Überzeugungen „für die Einheitsschule", „gegen das Sitzenbleiben", „gegen die Verbindlichkeit der Grundschulempfehlung" und weiteren in der etablierten Erziehungswissenschaft herrschenden Meinungen (z. B. die Pädagogisierung des erkenntnistheoretischen Konstruktivismus) lässt sich im Grundsätzlichen ja durchaus etwas abgewinnen. Anzuerkennen ist darüber hinaus, dass die Vertreterinnen & Vertreter sich immer wieder um eine empirische Fundierung (in irgendeinem Sinn) dieser ihrer Überzeugungen bemühen. Allerdings erfüllen die zu diesem Zweck angestellten und veröffentlichten Untersuchungen wegen allerlei methodologischer, methodischer und erkenntnistheoretischer Mängel diesen Anspruch oft nicht. Solche Mängel würde man vermutlich jedes Jahr bei vielen tausenden „empirischen" Arbeiten (nicht nur) in der sog. Bildungsforschung finden. Man kann (und sollte) diese auf sich beruhen lassen. Wenn jedoch mit solchen Arbeiten Politik gemacht werden soll, ob von den Autorinnen & Autoren selbst oder von Anderen, dann ist eine kritische methodologische, methodische und erkenntnistheoretische Prüfung angezeigt.

Überhaupt gilt: Eigentlich darf man keiner Statistik glauben, die man nicht selbst gemacht (gefälscht) oder wenigstens auf Herz und Nieren geprüft hat. Schon gar nicht darf man sich auf Sätze verlassen wie „wie X&Y gezeigt haben, …".

Literatur

Bender, Peter (2010): Kosten- und Leistungsrechnung der Bertelsmann-Stiftung und der OECD für das deutsche Bildungssystem. In: Mitteilungen der GDM 89, 13–21, und in: Profil 2010, Heft 6, 10–21

Bender, Peter (2011): Endlich wissenschaftlich nachgewiesen: Die Hauptschule ist an Allem schuld. In: Mitteilungen der GDM 90, 4–6, und in: Profil 2011, Heft 3, 12–15

Block, Rainer (2006a) (= Ba): Schulrecht vor Elternrecht? Neue empirische Befunde zur Zuverlässigkeit von Übergangsempfehlungen der Grundschule. Universität Essen, Campus Essen, Fachbereich Bildungswissenschaften, Arbeitsgruppe Bildungsforschung/-planung: Manuskript

Block, Rainer (2006b) (= Bb): Grundschulempfehlung, elterliche Bildungsaspiration und Schullaufbahn. In: Die deutsche Schule 98, 149–161

Bosbach, Gerd & Jens Korff (2011): Lügen mit Zahlen. München: Heyne

Entorf, Horst & Philip Sieger (2010): Unzureichende Bildung: Folgekosten durch Kriminalität. Gütersloh: Bertelsmann-Stiftung

Jahnke, Thomas (2010): Kritik empirischer Unvernunft – zur sogenannten quantitativen empirischen Bildungsforschung in der Mathematikdidaktik. Potsdam: Manuskript, 10. 5.2011: http://www.math.uni-potsdam.de/prof/o_didaktik/aa/Publ/Jahnke_Empirikkritik.pdf

Tiedemann, Joachim & Elfriede Billmann-Mahecha (= T&BM) (2010): Wie erfolgreich sind Gymnasiasten ohne Gymnasialempfehlung? Die Kluft zwischen Schullaufbahnempfehlung und Schulformwahl der Eltern. In: Zeitschrift für Erziehungswissenschaft 13, 649–660

Urbanek, Roswitha (2006): Grundschulurteil – besser als sein Ruf. In: Landeselternschaft der Gymnasien in NRW 184, 22–24

Wie können wir die Kompetenzen künftiger Realschullehrkräfte steigern?

Renate Motzer

Im Zusammenhang mit dem schlechten Abschneiden von Haupt- und Realschullehrkräften bei TEDS-M wurde die Forderung erhoben, die Haupt- und Realschullehrkräfte sollten länger studieren und anschließend besser bezahlt werden. Diese Forderung, die sich auch in der Stellungnahme von DMV und GDM findet, wurde dort andeutungsweise verbunden mit inhaltlichen Wünschen an das Studium (vgl. *Mitteilungen der GDM* 89, Juli 2010).
Inhaltliche Ergänzungen können sicher die fachliche Qualität der Lehrpersonen steigern, dennoch habe ich so meine Bedenken, was ein längeres Studium und mehr Gehalt zu bewirken vermögen.
Klar, ein Jahr länger studieren müsste zu mehr fachlicher Tiefe führen und mehr Geld bringt mehr Ansehen und könnte damit mehr Studierende anlocken. Aber man muss sich vielleicht doch die Studierenden konkret anschauen. Es herrscht eine deutliche Kluft zwischen den Gymnasialstudierenden und den Realschulstudierenden, jedenfalls nach meinen Beobachtungen. Wem das gymnasiale Studium zu schwer ist, wechselt auf Realschule. Und wer es sich erst gar nicht zutraut, beginnt gleich mit Realschule. Mancher wählt Mathematik, weil er noch ein zweites Fach braucht (z. B. zum Fach Sport dazu). Etliche dieser Studierenden kommen mit großen Lücken bei uns an.
Es gibt erfreuliche Ausnahmen, Studierende, die bewusst Realschullehrkräfte werden wollen. Diese Studierenden waren meist selbst auf der Realschule, und es hat ihnen dort gut gefallen. Deswegen machen sie kein gymnasiales Studium. Aber das sind wenige.
Würden nun mehr, die gymnasiales Lehramt studieren, lieber Realschullehrer werden, wenn sie dort das gleiche verdienen würden und die gleichen Aufstiegschancen hätten? Ich denke, kaum jemand würde das tun. Wer Gymnasiallehrer werden will, schätzt das Altersspektrum von der 5. bis zur 12. Klasse. Er möchte gerne auch in der Oberstufe unterrichten, genauso wie er sich über den Kontakt mit jüngeren Schülerinnen und Schülern freut.
Jedenfalls sind das die Argumente, die ich in den Gesprächen mit Studierenden höre.
Und ein Jahr länger studieren? Dann müssten die Veranstaltungen aber wirklich passen. Noch eine fachliche Veranstaltung, die kaum verstanden wird und die man halt irgendwie bestehen muss, würde vermutlich nichts helfen. Man müsste wirklich Schulstoff behandeln und vertiefen.
Ich durfte im vergangenen Semester das Realschulpraktikum betreuen. Im Begleitseminar durfte ich einiges an „Nachhilfe“ leisten. Wie viel sich die Studierenden davon merken werden? In ihrer Schulzeit, wo sie sich viel länger mit diesen Themen beschäftigt haben, haben sie es sich nicht gemerkt.
Wenn wir Semesterklausuren und Staatsexamensklausuren korrigieren dürfen, merken wir, wie viel bzw. wenig bei den Studierenden angekommen ist, wie viel ihnen nicht bewusst ist.
Einige werden das Staatsexamen mit schlechten Noten vermutlich trotzdem bestehen und wenn die Anstellungssituation entsprechend ist, kommen sie doch unter.
Ich würde gerne etwas dafür tun, um die fachlichen und didaktischen Fähigkeiten der Realschulstudierenden zu verbessern. Aber was? Länger studieren lassen und mehr Geld anbieten scheint mir leider keine Lösung.

Die ontologische Bindung spezieller Größen

Hans Joachim Burscheid und Horst Struve

In seiner Besprechung von Bedürftig / Murawski „Philosophie der Mathematik“ (diese Mitteilungen 90–2011) regt Heinz Griesel an, eine Theorie der Anwendung von Mathematik – insbesondere der Elementarmathematik – auf der Grundlage des Größenbegriffs zu entwickeln. Wir zeigen im Folgenden, dass sich auch dann prinzipielle Probleme nicht werden umgehen lassen.

Herrn Professor Dr. Heinz Griesel
zum 80. Geburtstag gewidmet

Der allseits beeindruckende Vortrag „Eine Analyse der so genannten Schlussrechnung“ von Arnold Kirsch auf der Bundestagung 1968 in Frankfurt, der vermutlich Pate stand für die Monographie „Elementare Zahlen- und Größenbereiche“, führte dazu, dass sich etliche deutsche Mathematikdidaktiker intensiv mit dem Größenbegriff beschäftigten. In erster Linie wäre Heinz Griesel zu nennen. Seine Tätigkeit im Normenausschuss Technische Grundlagen im DIN war für ihn eine zusätzliche Veranlassung, nach einer Fassung des Größenbegriffs zu suchen, der auch die Belange der Physik berücksichtigt. Nachzulesen ist eine solche z. B. in [Griesel 1997 oder 2005]. Ein besonders wesentlicher Akzent des Größenbegriffs ist für Griesel, dass dieser fest in die Wirklichkeit (die WELT) eingebunden ist. In Anlehnung an eine Formulierung von Hans Freudenthal könnte man sagen: Größen haben eine starke ontologische Bindung. Die Frage, die wir uns stellen, lautet: Kann man eine verlässliche Aussage über die ontologische Bindung eines speziellen Größenbegriffs machen?
Bevor wir versuchen, eine Antwort auf diese Frage zu finden, seien zunächst die drei entscheidenden Begriffe angegeben, auf die Griesel sich stützt.

Definition 1. $W \neq \emptyset$ *heißt* Wertemenge $\Leftrightarrow$

$$\bigvee_{/} \Big(/ : W \times W \to \mathbb{R}^* \wedge \bigwedge_{x,y,z \in W} \big(x/y \times y/z = x/z \wedge (x/y = 1 \to x = y) \big) \Big),$$

wobei $\mathbb{R}^* := \mathbb{R} \setminus \{0\}$. x/y *heißt* Messquotient *der Werte* x *und* y.

Definition 2. g *heißt eine* Größe $\Leftrightarrow$

$$\bigvee_{T \neq \emptyset} \bigvee_{W} (W \text{ Wertemenge } \wedge g : T \to W).$$[1]

T *heißt* Träger(menge) *der Größe* g.

Definition 3. g *sei eine Größe mit Träger* T *und Wertemenge* W.
$E \neq \emptyset$ *heißt* Menge charakterisierender Träger *von* $g \Leftrightarrow$

$$\bigvee_{g_E} \bigvee_{\gamma} \Big(g_E : E \to W \wedge \gamma \subseteq E \times T \wedge \bigwedge_{e \in E} \bigwedge_{t \in T} \big(g(t) = g_E(e) \leftrightarrow e\gamma t \big) \Big).$$[2]

Da sich die gestellte Frage auf die Wirklichkeitsbezüge von Größen bezieht, stützen wir unsere Überlegung auf den Begriff der empirischen Theorie, da er es erlaubt, den empirischen vom theoretischen Anteil der Theorie sauber zu trennen. Als Beispiel behandeln wir den Längenbegriff. Dazu denken wir uns eine endliche Menge von Stäben, (geraden) Zeichenblattlinien o. ä. gegeben, denen wir eine Länge zuordnen wollen.
In [Burscheid/Struve 2009, Kap. III] haben wir unter „Zählzahlen als Maßzahlen“ formal dargestellt, was erforderlich ist, um den obigen Objekten Längenwerte zuzuordnen. Wir wollen den Formalismus hier nicht wiederholen. Dass

[1] Wir verzichten auf die Surjektivität der Abbildungen g und g_E, da sie für die gestellte Frage ohne Bedeutung ist.
[2] s. Anm. 1.

wir uns dort auf Maß*zahlen* und nicht auf Längenwerte – also Werte einer *Größe* – beziehen, hat auf den Formalismus keinen Einfluss. Auch die dort verwandten Zählzahlen durch die natürlichen Zahlen zu ersetzen ist ohne Relevanz. Wie man an der genannten Stelle nachlesen kann, bedarf es aber einer (empirischen) Vortheorie, die z. B. sicherstellt, dass kongruenten Stäben derselbe Längenwert zugeordnet wird. Dazu ist es erforderlich, einen theoretischen Begriff in die Theorie einzuführen. Ein weiterer ist erforderlich, um später durch das Aneinanderlegen von Stäben in der üblichen Form die Addition von Längen repräsentieren zu können. Da wir nur endlich viele Stäbe, Zeichenblattlinien o. ä. haben, dürfen wir annehmen, dass es ein Objekt e gibt, dessen *Kommensurabilitätsbereich* K_e – die Menge aller Stäbe, Zeichenblattlinien o. ä., die sich aus e ganzzahlig zusammensetzen lassen – alle vorgegebenen Objekte umfasst. In K_e entspricht dann das Aneinanderlegen der Stäbe der Addition ihrer Längen. Im Sinne einer partiellen Operation ist diese Addition assoziativ und kommutativ.

Ebenfalls a. a. O. haben wir mit der *Empirischen Theorie der inneren rationalen Verhältnisse* gezeigt, wie Brüche zur Beschreibung innerer Verhältnisse – also Verhältnisse zweier gleichartiger Größenwerte – dienen können. Die Theorie wurde innerhalb der *Empirischen Messtheorie mit rationaler Skala* entwickelt – ihre Modelle sind Modelle dieser Theorie. Zur Formulierung der *Empirischen Messtheorie* waren zwei theoretische Begriffe erforderlich. Einer stellt sicher, dass das Maß einer Teil-Ganzes-Beziehung, was der Bestimmung des inneren Verhältnisses der beiden Einzelmaße entspricht, ein eindeutig bestimmter Bruch ist.

Um auf eine formale Darstellung der *Empirischen Messtheorie* verzichten zu können, greifen wir auf eine auf diese Theorie bezogene systematische (d. h. nicht notwendig genetische) Lernsequenz, die *Lernsequenz über Bruchzahlen als Maßzahlen* zurück, um die erforderlichen Einsichten zusammenzustellen. Die *Empirische Messtheorie* – und damit auch die Lernsequenz – kennt zunächst nur Bruchzeichen. Erst die Theorie gibt ihnen die Bedeutung von Maßzahlen.

Damit das auf dem Anzahlbegriff beruhende Maß und das Messen von Ganzen in der *Empirischen Messtheorie* übereinstimmen, setzt man (in der Bezeichnungsweise von Griesel)

$$x/y = \frac{1}{n},$$

wenn sich ein Realisant von x aus n Realisanten von y zusammensetzen lässt.[3] Es folgt

$$z/x = \frac{k}{n} \quad (k < n)$$

wenn man k-viele Realisanten von y benötigt, um einen Realisanten von z zusammenzusetzen. Wegen der gewünschten Übereinstimmung setzt man $\frac{1}{1} = 1$ und erhält

$$\frac{n}{n} = 1 \quad \text{und} \quad \frac{n}{1} = n\,.$$

Man kann nun Erweitern und Kürzen einführen. Dies wird für den Übergang von den Brüchen zu Bruchzahlen (Klassen gleichwertiger Brüche) benötigt, da die übliche Definition

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \quad \Leftrightarrow \quad a \times d = b \times c$$

auf das Rechnen mit natürlichen Zahlen zurückführt und keinen inhaltlichen Bezug zur empirischen Theorie der Brüche hat. Sind unechte Brüche eingeführt, so erhält man

$$x/y = \frac{k}{n} \Leftrightarrow y/x = \frac{n}{k}\,.$$

In der *Empirischen Messtheorie mit rationaler Skala* wurde auf zwei verschiedene Weisen eine Multiplikation eingeführt. Die zweite – die *Verkettete Teil-Ganzes-Beziehung* – basiert auf der Gleichung

$$x/y \times y/z = x/z\,.$$

Diese Multiplikation ist als ein bezüglich der *Empirischen Messtheorie mit rationaler Skala* nichttheoretischer Begriff (nur) eine partielle Operation, die zudem nicht notwendig kommutativ ist. Will man diesen „Mangel“ beseitigen, so muss man die Multiplikation als einen bezüglich der *Empirischen Messtheorie* theoretischen Begriff einführen.

Und $x/y = \frac{1}{1} = 1$ bedeutet schließlich: ein Realisant von y ist ein Realisant von x, also $x = y$ (Gleichheit gemäß Anm. 3 im Sinne von Kongruenz).

Da die hier interessierende *Empirische Theorie der inneren rationalen Verhältnisse* innerhalb der *Empirischen Messtheorie* entwickelt wird, sind zu ihrer Formulierung keine weiteren theoretischen Begriffe erforderlich.

Kehren wir zurück zu dem Grieselschen Begriffssystem. Wie man dem Vorstehenden entnehmen kann, lässt sich die Menge $\mathbb{B}^*$ – die Menge der von 0 verschiedenen Bruchzahlen –

[3] Wir unterdrücken in der Bezeichnungsweise, dass x, y, z für Klassen kongruenter Stäbe, Zeichenblattlinien o. ä. stehen.

deren Repräsentanten (die Brüche) als Messquotienten beim quantitativen Vergleich der Längen der Stäbe, Zeichenblattlinien o. ä. auftreten, als Wertemenge auffassen.

Betrachtet man eine Menge gegebener Kreise als Trägermenge T, die Menge ihrer Mittelpunktsehnen als Menge E charakterisierender Träger und versteht man $e\gamma t$ als „e ist Mittelpunktsehne des Kreises t", so ist die Abbildung g, die jedem Kreis die Länge einer Mittelpunktsehne zuordnet, eine Größe (die Länge der Kreisdurchmesser) gemäß der Grieselschen Definition. Setzt man im vorliegenden Beispiel $T = E$ und versteht die Relation γ als Identität, so ist die Abbildung, die jedem Stab seine Länge zuordnet, ebenfalls eine Größe.

Schränkt man die Messquotienten auf Bruchzahlen ein, was für die Belange des Unterrichts bis Klasse 10 zulässig sein dürfte, so ist die ontologische Bindung des Begriffs *Länge* deutlich ausgeprägt, wenn auch schon eine mehrstufige Konstruktion empirischer Theorien und ein dreimaliger Rückgriff auf theoretische Begriffe erforderlich sind. Ähnlich dürfte es sich bei anderen nicht zusammengesetzten Größen – wir nennen sie *atomar* – wie Gewichte, Flüssigkeitsmaße o. ä. verhalten. Dies wäre im Einzelfall zu prüfen.

Die einfachsten zusammengesetzten Größen der Physik, die sich aus zwei atomaren Größen zusammensetzen, wie z. B. Geschwindigkeit, können unter den gleichen Einschränkungen, wie wir sie für Längen vorgenommen haben, im Rahmen der *Empirischen Theorie der äußeren rationalen Verhältnisse* (ebenfalls a. a. O.) behandelt werden, die sich auch innerhalb der *Empirischen Messtheorie mit rationaler Skala* entwickeln lässt. Allerdings ist ein weiterer theoretischer Begriff erforderlich, da zwei Maße unterschiedlicher Qualitäten miteinander zu verbinden sind.

Zusammenfassend dürfen wir festhalten, dass auch Begriffe, die ausschließlich in der Wirklichkeit verwurzelt scheinen, nicht ohne theoretische Elemente entwickelt und damit auch nicht verstanden werden können. Darin spiegelt sich, was Hans Niels Jahnke mit Bezug auf Bernard Balzano formuliert, dass „er die 'Größenartigkeit' eines Gegenstandsbereichs nicht als zu setzende apriorische Voraussetzung versteht, sondern als zu entwickelnde und zu erklärende Folge eines Theoretisierungsprozesses" [Jahnke 1981, S. 212]. Dies ist insbesondere dann von Bedeutung, wenn man davon ausgeht, dass Schüler Mathematik im Rahmen empirischer Theorien erlernen.

Literatur

Burscheid, H. J., Struve H., 2009: Mathematikdidaktik in Rekonstruktionen. Verlag Franzbecker, Hildesheim – Berlin.

Griesel, H., 1997: Zur didaktisch orientierten Sachanalyse des Begriffs Größe. Journal für Mathematikdidaktik 18, 259–284.

Griesel, H., 2005: Modelle und Modellieren. In: Henn, H.-W., Kaiser, G. (Hrsg.), Mathematikunterricht im Spannungsfeld von Evolution und Evaluation. div verlag franzbecker.

Jahnke, H. N., 1981: Zahlen und Größen – Historische und didaktische Bemerkungen. Mathematische Semesterberichte 28, 202–229.

Eckpunkte zu einem genetischen, anwendungsorientierten Aufbau des Zahlensystems

Antworten auf die Frage nach der ontologischen Bindung

Heinz Griesel

Für die Widmung der Arbeit „*Die ontologische Bindung spezieller Größen*" zu meinem 80. Geburtstag möchte ich mich bei den Autoren, den Kollegen Burscheid und Struve, sehr herzlich bedanken und gleichzeitig mit Respekt herausstellen, dass die Auffassung der in der Schule zu lehrenden *Elementarmathematik als empirische Theorie* auf Burscheid und Struve zurückgeht.

Die ontologische Bindung der Größen

Wenn eine Elementarmathematik auf der Basis des Größenbegriffs, wie ich sie vertrete, als empirische Theorie angesehen werden soll, dann stellen Burscheid und Struve zurecht die Frage, in welcher Weise diese Theorie, insbesondere auch der *anwendungsorientierte Aufbau des Zahlensystems* als Bestandteil dieser Theorie, ontologisch an die Wirklichkeit angebunden ist. Die Antwort lautet:
Die Größen des täglichen Lebens *Anzahl, Länge, Flächeninhalt, Volumen, Masse* und *Zeitdauer* sowie *Geld* sind dadurch an die Wirklichkeit ontologisch angebunden, dass sich die *Träger dieser Größen* aktiv und erfolgreich in Sachen und Sachverhalte der Lebenswirklichkeit hineininterpretieren lassen und dass die Träger dann als in die Wirklichkeit *eingebettet* aufgefasst werden können. Sie *haben* dann *Teil an der Wirklichkeit*.
Das sei kurz näher ausgeführt:
Die Größe *Anzahl* hat *nichtleere endliche Mengen* als Träger. Diese lassen sich mühelos z. B. in Ansammlungen von Gegenständen oder Lebewesen hineininterpretieren.
Die Größe *Länge* hat *Strecken* als Träger. Diese lassen sich z. B. als Kanten oder Mittellinien von Stäben oder Körpern auffassen.
Die Größe *Flächeninhalt* hat *Polygone* als Träger. Diese lassen sich z. B. als Rechtecke in Äcker, Grundstücke, Zimmerflächen, Wandflächen usw. hineininterpretieren.
Die Größen *Volumen* und *Masse* haben *Körper* als Träger, die z. B. als Gegenstände der Umwelt aufgefasst werden können.
Die Größe *Zeitdauer* hat *Vorgänge* als Träger, die in Abläufe der Wirklichkeit hineingesehen werden können.
Die Größe *Geld* hat *Mengen von Geldstücken oder –scheinen* als Träger, die als Bestandteile der Wirtschaftswirklichkeit aufgefasst werden können.

Äquivalenzrelation und Werteskala

Zwischen den Trägern einer Größe kann man eine Äquivalenzrelation $\sim$ einführen.
Diese Äquivalenzrelation ist die *Gleichmächtigkeit* für nichtleere endliche Mengen, die *Kongruenz* für Strecken, die *Zerlegungsgleichheit* für Polygone, die (letztlich empirisch überprüfbare) *Volumengleichheit* für Körper, die an einer Balkenwaage feststellbare *Massegleichheit* für Körper und die mithilfe reproduzierbarer periodischer Vorgänge feststellbare *Zeitdauergleichheit* von Vorgängen.
Für jede dieser Größen lässt sich dann eine Werteskala w mit Werten in der Wertemenge W einführen. Eine solche Werteskala ordnet jedem Träger τ einen Wert zu, und zwar so, dass gilt: $w(\tau) = w(\tau') \Leftrightarrow \tau \sim \tau'$ für alle Träger τ, τ' der Größe.
Ein Beispiel für eine solche Werteskala ist: Jedem Träger τ wird die Äquivalenzklasse, in der τ liegt, zugeordnet, also: $w(\tau) = \{\tau'; \tau \sim \tau'\}$

Präzisierung des Begriffs Größe; Zahlen als Vergleichsergebnisse des Messens

Definition. Eine Skala heißt Größe, falls in der Wertemenge W der Skala eine Verknüpfung / mit Werten in der Menge IR der von Null verschiedenen reellen Zahlen eingeführt ist, so dass gilt:*

(1) $(x/y)\cdot(y/z) = x/z$ *für alle* $x, y, z \in W$
(2) *Wenn* $x/y = 1$, *dann* $x = y$ *für alle* $x, y \in W$

Der Quotient / heißt *Messquotient*. In $x/y = \mu$ wird x mit y *gemessen*. Das Ergebnis ist die Zahl μ. In Bedingung (1) werden die Messungen x/y und y/z miteinander zur Messung x/z *verkettet*. Die Ergebnisse *multiplizieren* sich. Die obige Definition stellt den Zusammenhang der Begriffe *Größe, Größenwert, Zahl, Messung, Verkettung von Messungen, Multiplikation* klar.
Messen ist multiplikatives Vergleichen von Werten einer Skala. Zahlen sind nach dieser Auffassung universal einsetzbare Instrumente zur Angabe der *Vergleichsergebnisse des Messens*. Sie sind vom Menschen erfundene gedankliche Konstrukte, mit deren Hilfe die Werte einer Skala multiplikativ verglichen werden können.
Die obige Definition des Begriffs *Größe* und die anschließenden Überlegungen bilden den Orientierungsrahmen für die folgenden Gedankengänge dieser Arbeit. Keineswegs darf auf diese Definition aufgebaut werden. Das ist schon deswegen unmöglich, weil in der Definition die reellen Zahlen als bekannt vorausgesetzt werden, während doch gerade in einem genetischen Prozess diese Zahlen erst eingeführt werden sollen. Die Definition dient nur als Hilfe und Motivation.
Im Folgenden seien x, y, z, w sowie e (eventuell mit Indizes oder Strichen versehen) Variable für Größenwerte.

Ontologische Bindung einer Messung; genetischer Aufbau des Zahlensystems

Wichtig ist die These:
Eine Messung x/y ist genau dann *ontologisch an die Wirklichkeit gebunden*, falls x/y mit Hilfe der in die Wirklichkeit eingebetteten Träger von x und y definiert ist.
Bei einem genetischen, anwendungsorientierten Aufbau des Zahlensystems, wie er im Schulunterricht üblich ist, werden der Reihe nach Zahlenarten, nämlich *natürliche Zahlen, Bruchzahlen (= positive rationale Zahlen), rationale Zahlen, reelle Zahlen* erfunden und der Messquotient x/y jeweils mit Hilfe der Träger der oben besprochenen Größen erklärt.
Ist x/y eine natürliche Zahl, so ist x/y nur eine *partielle* Verknüpfung, d. h. nicht für alle x, y der betreffenden Größe definiert. Deswegen erfand man die rationalen Zahlen. Doch auch da bleibt x/y eine partielle Verknüpfung. Ist z. B. $x =$ Länge der Diagonale eines Quadrates und $y =$ Länge einer Seite dieses Quadrates, so ist bekanntlich x/y keine rationale Zahl. Es mussten die reellen Zahlen erfunden werden, um x/y zu einer vollständigen Verknüpfung zu machen.
Im Folgenden soll der genetische Aufbau des Zahlensystems in einigen Grundzügen verfolgt und dabei vor allem die ontologische Bindung der Messung verfolgt werden.

Natürliche Zahlen

Die natürlichen Zahlen wurden für den einfachsten Fall des Messens erfunden, nämlich für den Fall, dass die Träger äquivalent sind. Die exakte Definition lautet:

Definition. $x/y = n \Leftrightarrow$ *Es gibt Träger* $\tau_1, \tau_2, \ldots \tau_n$ *mit* $y = w(\tau_1) = w(\tau_2) = \ldots = w(\tau_n)$ *und* $x = w(\tau_1 \circ \ldots \circ \tau_n)$.

n sei dabei eine von null verschiedene natürliche Zahl. Die äquivalenten Träger $\tau_1, \tau_2, \ldots \tau_n$ werden durch Auszählen bestimmt.
Die Verknüpfung $\tau_1 \circ \tau_2$ zwischen Trägern τ_1 und τ_2 wird schon lange in der *Repräsentationstheorie des Messens* verwendet und dort concatenate (zuammenfügen) genannt.
$\circ$ bedeutet bei der Größe *Anzahl* die mengentheoretische Vereinigung disjunkter Mengen. Bei der Größe *Zeitdauer* ist $\circ$ das Hintereinanderschalten von Trägern (in diesem Falle von Vorgängen) zu einem Gesamtvorgang.
Bei den anderen Größen stelle man sich im Zusammenhang mit $\circ$ das Zusammenfügen der Träger zu eine neuen Träger vor.
Da die Träger in die Realität eingebettet sind, ist auch das Zusammenfügen $\circ$ in die Realität eingebettet und damit ontologisch gebunden. Später werden wir sehen, dass das Zusammenfügen auch die Grundlage für die ontologische Bindung der Addition ist.
Statt $x/y = n$ schreiben wir im Folgenden auch: $x = n \cdot y$.

Bruchzahlen

Wir führen zunächst eine Äquivalenzrelation $\sim$ zwischen Paaren natürlicher Zahlen ein:

$$
\begin{aligned}
&(n, m) \sim (p, q) \\
&\quad \Leftrightarrow \forall x, y(\exists z(x = n\cdot z \text{ und } y = m\cdot z) \\
&\qquad \Leftrightarrow \exists z'(x = p\cdot z' \text{ und } y = q\cdot z'))
\end{aligned}
$$

Diese Äquivalenzrelation ist letztlich mit Hilfe der Träger der Größen definiert, denn $x = n\cdot z$, $y = m \cdot z$, $x = p \cdot z'$ und $y = q \cdot z'$ sind im Abschnitt *Natürliche Zahlen* mit Hilfe von Trägern definiert worden. $\sim$ ist also ontologisch gebunden.

Die Bruchzahl $\frac{m}{n}$ ist dann diejenige Äquivalenzklasse dieser Äquivalenzrelation, in der das Zahlenpaar (m, n) liegt. Es gilt dann:

Definition. $x/y = \frac{m}{n} \Leftrightarrow \exists z(x = m \cdot z \text{ und } y = n \cdot z)$

Beispiel: $x/y = \frac{2}{3}$, y = Flächeninhalt eines Kreises, z = Flächeninhalt eines Kreisdrittels, x = Flächeninhalt der Zusammenfügung zweier Kreisdrittel
Dann lässt sich die *Regel über das Erweitern und Kürzen* beweisen:

Satz. $\frac{m \cdot p}{n \cdot p} = \frac{m}{n}$ *für* $m, n, p \in IN*$

Beweis.

$$\begin{aligned} x/y = \frac{m \cdot p}{n \cdot p} &\Leftrightarrow \exists z(x = m \cdot p \cdot z \text{ und } y = n \cdot p \cdot z) \\ &\qquad \text{Sei } z' = p \cdot z \\ &\Leftrightarrow \exists z'(x = m \cdot z' \text{ und } y = n \cdot z') \\ &\Leftrightarrow x/y = \frac{m}{n} \end{aligned}$$

Daraus folgt die Behauptung.

Für den Zusammenhang mit den natürlichen Zahlen gilt:

Satz. $\frac{m}{1} = m$ *für alle* $m \in IN*$

Beweis.

$$\begin{aligned} x/y = \frac{m}{1} &\Leftrightarrow \exists z(x = m \cdot z \text{ und } y = 1 \cdot z) \\ &\Leftrightarrow x = m \cdot y) \\ &\Leftrightarrow x/y = m \end{aligned}$$

Daraus folgt die Behauptung.

Multiplikation

Nach Bedingung (1) der Definition des Begriffs *Größe* besteht ein enger Zusammenhang zwischen der Multiplikation und dem Verketten von Messungen.
Die Multiplikation von Zahlen ist über das Verketten von Messungen ontologisch an die Wirklichkeit gebunden.
Dann muss in einem anwendungsorientierten Aufbau des Zahlensystems die Multiplikation aber auch mit Hilfe des Verkettens von Messungen eingeführt werden.
Das *Verketten von Messungen ist auch die einheitliche, für alle Zahlenarten gültige* Grundvorstellung, *welche der Schüler mit der Multiplikation verbinden sollte.* Für die einzelnen Zahlenarten kann diese dann noch im einzelnen spezifiziert werden.

Aus Platzgründen überspringen wir die Betrachtung der Multiplikation für natürliche Zahlen. Sie würde zu dem Ergebnis führen, dass dabei gleichmächtige Mengen eine Rolle spielen (vgl. Griesel 1971, S. 186 ff). Wir betrachten die Definition der Multiplikation von Bruchzahlen und die Herleitung der Bruchrechenregeln für die Multiplikation:

Definition. Wenn $x/y = \frac{m}{n}$ *und* $y/z = \frac{p}{q}$*, dann sei* $\frac{m}{n} \cdot \frac{p}{q} = x/z$.

Da das Verketten von Messungen trivialerweise assoziativ ist, folgt, dass auch die Multiplikation von Bruchzahlen assoziativ ist.
Dann lassen sich die Regeln über die Multiplikation von Bruchzahlen beweisen:

Satz 1. $\frac{m}{k} \cdot \frac{k}{n} = \frac{m}{n}$

Beweis.

$$\begin{aligned} x/y = \frac{m}{k} &\Leftrightarrow \exists w(x = m \cdot w \text{ und } y = k \cdot w) \\ y/z = \frac{k}{n} &\Leftrightarrow \exists w(y = k \cdot w \text{ und } z = n \cdot w) \\ \textit{Daraus folgt:} &\quad \exists w(x = m \cdot w \text{ und } z = n \cdot w) \\ \textit{Sowie:} &\quad x/z = \frac{m}{n} \end{aligned}$$

Daraus folgt die Behauptung.

Satz 2. $\frac{m}{n} \cdot \frac{p}{q} = \frac{m \cdot p}{n \cdot q}$

Beweis. $\frac{m}{n} \cdot \frac{p}{q} = \frac{m \cdot p}{n \cdot p} \cdot \frac{n \cdot p}{n \cdot q} = \frac{m \cdot p}{n \cdot q}$
(Satz 1 wurde angewandt)

Aus Satz 1 und Satz 2 folgt, dass die Definition der Multiplikation über das Verketten von Messungen unabhängig von der Wahl der Messungen ist.
Aus Satz 2 folgt auch, dass die Multiplikation von Bruchzahlen kommutativ ist, da im Zähler und Nenner das Kommutativgesetz für natürliche Zahlen angewendet werden kann.
Das kann allerdings auch aus der *Ähnlichkeitsinvarianz* der Messquotienten gefolgert werden.

Die Ähnlichkeitsinvarianz von Messungen und deren Konsequenzen

Eine wichtige Eigenschaft von Messungen in Geometrie und Physik ist die sog. Ähnlichkeitsinvarianz. Was ist das?
Betrachten wir dazu ein Polygon und darin zwei Strecken τ_1 und τ_2. Das Verhältnis $w(\tau_1)/w(\tau_2)$ der Längen $w(\tau_1)$ und $w(\tau_2)$ ist dann ein Messquotient. Wird nun das Po-

lygon ähnlich vergrößert, so gehen die Strecken τ_1 und τ_2 in die Strecken τ_1' bzw. τ_2' über. Das Verhältnis der Streckenlängen bleibt jedoch gleich, d. h. es gilt: $w(\tau_1)/w(\tau_2) = w(\tau_1')/w(\tau_2')$.
Diese *Ähnlichkeitsinvarianz von Messungen* ist Voraussetzung für die Brauchbarkeit von Bauzeichnungen und Landkarten.
Auch die Ähnlichkeit kann mit Hilfe von Messquotienten ausgedrückt werden, im obigen Beispiel durch: $w(\tau_1)/w(\tau_1') = w(\tau_2)/w(\tau_2')$.

Definition. Die Messungen x/y und x'/y' sind ähnlichkeitsinvariant, falls gilt:
$x/x' = y/y' \Leftrightarrow x/y = x'/y'$.

Die Bedingung für die Ähnlichkeitsinvarianz kann man sich formal leicht merken: Die Innenglieder x' und y dürfen vertauscht werden.
Die Voraussetzung der Ähnlichkeitsinvarianz der Messungen hat einschneidende Konsequenzen. Es gilt:

Satz. Wenn Messungen ähnlichkeitsinvariant sind, dann gilt:
(1) Die Verkettung ergebnisgleicher Messungen ist ergebnisgleich, d. h. es gilt: Wenn $x/y = x'/y'$ und $y/z = y'/z'$, dann $x/z = x'/z'$.
(2) Die mit Hilfe der Verkettung von Messungen definierte Multiplikation ist kommutativ.

Eine wichtige Folgerung aus Behauptung (1) ist, dass die Definition der Multiplikation mit Hilfe der Verkettung von Messungen unabhängig von den verwendeten Messungen ist.

Beweis. Zu (1):
Sei $x/y = x'/y'$ und $y/z = y'/z'$, dann folgt wegen der Ähnlichkeitsinvarianz der Messungen: $x/x' = y/y'$ und $y/y' = z/z'$. Daraus folgt: $x/x' = z/z'$ Wegen der Ähnlichkeitsinvarianz der Messungen folgt: $x/z = x'/z'$
Zu (2):
Sei $x/y = \lambda$ und $y/z = \mu$, dann ist $\lambda \cdot \mu = x/z$. Sei $y'/z = \lambda$, dann folgt: $x/y = y'/z$.
Wegen der vorausgesetzten Ähnlichkeitsinvarianz der Messungen folgt: $x/y' = y/z = \mu$.
Also folgt: $x/z = (x/y') \cdot (y'/z) = \mu \cdot \lambda$. Also gilt: $\lambda \cdot \mu = \mu \cdot \lambda$.

Auch die Umkehrungen der Behauptungen (1) und (2) des obigen Satzes sind gültig.

Addition

Im Gegensatz zur Multiplikation ist die Addition $+$ von Zahlen nicht unmittelbar ontologisch an die Wirklichkeit gebunden, wohl die Addition $\oplus$ von Größenwerten. Diese ist mit Hilfe des Zusammenfügens $\circ$ erklärt:

Definition. Ist $x = w(\tau)$ und $y = w(\tau')$, dann sei $x \oplus y = w(\tau \circ \tau')$.

Diese Definition ist unabhängig von der Wahl der Träger τ und τ'. Man mache sich nämlich an den Trägern der obigen Größen klar: Die Zusammenfügung äquivalente Träger ist wieder äquivalent.
Damit keine Missverständnisse aufkommen, werden die Addition $+$ von Zahlen und die Addition $\oplus$ von Größenwerten mit verschiedenen Symbolen bezeichnet.
Die Addition von Zahlen wird auf die Addition von Größenwerten zurückgeführt:

Definition. Wenn $z = x \oplus y$ und $x/e = \mu_1, y/e = \mu_2, z/e = \mu_3$, dann sei $\mu_1 + \mu_2 = \mu_3$.

Diese Definition ist unabhängig von der Wahl der Größenwerte x, y, z, e.
Kurzformulierung: Wenn $\mu_1 e \oplus \mu_2 e = \mu_3 e$, dann: $\mu_1 + \mu_2 = \mu_3$.
Die einheitliche *Grundvorstellung* der Addition ist also das Zusammenfügen von Trägern.
Diese obige Definition der Addition gilt auch z. B. für Bruchzahlen.
Dann kann man die *Regel über die Addition gleichnamiger Brüche* herleiten.

Satz. $\frac{m}{n} + \frac{p}{n} = \frac{m+p}{n}$ *für alle* $m, n, p \in IN*$

Beweis. $\frac{m}{n} \cdot e \oplus \frac{p}{n} \cdot e = m \cdot \frac{1}{n} e \oplus p \cdot \frac{1}{n} e = \frac{m+p}{n} e$.
Daraus folgt die Behauptung.

Eine Größe, in welcher die Addition $\oplus$ von Größenwerten mit Hilfe des Zusammenfügens $\circ$ der Träger eingeführt ist, heißt auch *extensiv bezüglich* $\circ$.

Negative Zahlen

Für die Einführung der negativen Zahlen ist folgender Satz von Bedeutung:

Satz. Eine Größe, deren Messquotient seine Werte in der Menge IR annimmt, ist Produktgröße einer Größe, deren Messquotient seine Werte in der Menge IR^+ annimmt und der zweiwertigen Richtungsgröße, deren Messquotient seine Werte in der Menge $\{+1, -1\}$ annimmt.*

Man beachte auch, dass die Gruppe $(IR*, \cdot)$ das direkte Produkt der Gruppen $(IR^+, \cdot)$ und $(\{+1, -1\}, \cdot)$ ist. Letztere ist die zyklische Gruppe der Ordnung 2.

Zur Einführung der negativen Zahlen eignet sich z. B. die Größe *der Veränderungen der Werte einer vorgegebenen Größe G* (z. B. Veränderungen von Kontoständen oder von Flughöhen).
Diese Größe ist *extensiv* mit dem Hintereinanderschalten $\circ$ der Veränderungen als Zusammenfügen (concatenate). Bei den Veränderungen kann man den Betrag der Veränderung und die Richtung (Zunahme oder Abnahme) unterscheiden. Diese Veränderungen müssen multiplikativ verglichen werden. (Das ist ja Messen.) Man muss dann bei dem Vergleich die Richtung der Veränderungen vergleichen und die Beträge. Beim Vergleich der Richtungen führt man dann -1 als Wert des Messquotienten ein, falls die Richtungen verschieden sind (wobei -1 als das vom neutralen Element 1 verschiedene Element der zyklischen Gruppe der Ordnung 2 aufgefasst werden kann).
Die Einführung der Addition erfolgt dann über das Hintereinanderschalten (Zusammenfügen) $\circ$ von Veränderungen.
Wie beweist man in diesem Zusammenhang die Vorzeichenregeln der Multiplikation?
Dabei muss beachtet werden, dass die Multiplikation mit Hilfe der Verkettung von Messungen zu definieren ist.
Der Beweis der Vorzeichenregeln ergibt sich aus der folgenden Tabelle:
r und r' seien die beiden Werte der Richtungsgröße. Diese Werte können die Variablen x,y,z annehmen. Das sind insgesamt 8 Möglichkeiten, die in den Spalten 1, 2 und 3 notiert sind.
In die Spalten 4. 5 und 6 sind dann die Werte der jeweiligen Messquotienten eingetragen.

x	y	z	x/y	y/z	x/z
r	r	r	$+1$	$+1$	$+1$
r	r	r'	$+1$	-1	-1
r	r'	r	-1	-1	$+1$
r	r'	r'	-1	$+1$	-1
r'	r	r	-1	$+1$	-1
r'	r	r'	-1	-1	$+1$
r'	r'	r	$+1$	-1	-1
r'	r'	r'	$+1$	$+1$	$+1$

Die Zahl in der letzten Spalte ist laut Definition der Multiplikation das Produkt der Zahlen der 4. und 5. Spalte.
Man liest die Vorzeichenregeln der Multiplikation ab, z. B. in Zeile 3: $(-1) \cdot (-1) = +1$. Das ist keine Überraschung, denn die Vorzeichenregeln gelten schon in der Gruppe $(\{+1, -1\}, \cdot)$.
Dadurch, dass alle 8 Möglichkeiten der Verteilung der Werte r und r' auf die Variablen x,y und z durchgespielt werden, wird durch die Tabelle auch die Unabhängigkeit der Definition der Multiplikation von der Wahl der Werte nachgewiesen.

Reelle Zahlen

Die positiven reellen Zahlen kann man folgendermaßen einführen:
Der Messquotient x/y wird als irrational bezeichnet, falls es kein $m, n \in IN*$ gibt mit $\exists z(m \cdot z = x$ und $n \cdot z = y)$.
Die folgende Menge definiert dann eine reelle Zahl, die dem Messquotienten x/y als Vergleichsergebnis zugeordnet wird: $x/y = \{\frac{m}{n}; m, n \in IN*$ und $\exists z(m \cdot z \leq x$ und $n \cdot z = y)\}$.
Eine solche Menge kann auch durch einen unendlichen Dezimalbruch beschrieben werden. Auf Einzelheiten wird hier nicht eingegangen.

Rückblick

Die Einführung der neuen Zahlen und deren Verknüpfungen Multiplikation und Addition erfolgte in enger Anbindung an die Wirklichkeit. Man hätte diese Verknüpfungen auch losgelöst von der Wirklichkeit, die Addition von natürlichen Zahlen z. B. durch Weiterzählen einführen können. Das widerspricht jedoch dem Prinzip vom modellierenden Herauslösen aus Umweltbezügen.
Dieses didaktische Prinzip lautet:
Prinzip vom modellierenden Herauslösen aus Umweltbezügen: Für das gelenkte Lernen von Mathematik ist es günstig, wenn die vom Schüler aufzubauenden Begriffe von ihm selbst durch aktive Auseinandersetzung mit Umweltbezügen im Zusammenhang mit einem konstruktiven Hineininterpretieren in die Umwelt gebildet werden.
Es handelt sich um eine Weiterentwicklung eines Prinzips, das ursprünglich auf W. Oehl zurückgeht (vgl. Griesel 1976, insbesondere auch S. 68).
Die Arbeit hat nur wenige Eckpunkte für einen anwendungsorientierten Aufbau des Zahlensystems behandelt. Vieles musste aus Platzgründen unerwähnt bleiben. Nicht besprochen wurde insbesondere die Bedeutung der Existenz der 4. Proportionale in einer Proportion.

Beziehung zum Strukturalismus

Bei den Überlegungen dieser Arbeit wurde kein Bezug auf die Begrifflichkeit des wissenschaftstheoretischen Strukturalismus von Sneed, Stegmüller, Balzer, Moulinez genommen. Insbesondere wurde nicht untersucht, ob ein jeweils eingeführter Begriff in Bezug auf die Theorie *theoretisch* oder *nicht-theoretisch* ist. Auch wurde nicht von den *intendierten Anwendungen* gesprochen. Man sollte sich ohnehin fragen, ob diese Begrifflichkeit in diesem Zusammenhang zusätzliche Einsichten liefert und ob sie überhaupt ein in allen Belangen geeignetes Hilfsmittel darstellt, um das Problem der ontologischen Bindung zu bearbeiten. Doch stehe ich allen Überlegungen, die diese Begrifflichkeit verwenden, aufgeschlossen gegenüber.

Literatur

Burscheid H. J., Struve H., 2009: Mathematikdidaktik in Rekonstuktionen. Verlag Franzbecker, Hildesheim, Berlin

Burscheid H. J., Struve H., 2011: Die ontologische Bindung spezieller Größen. Mitteilungen der Gesellschaft für Didaktik der Mathematik, dieses Heft 91.

Griesel H., 1971: Die Neue Mathematik für Lehrer und Studenten, Band 1 (2. Auflage), Schroedel Verlag, Hannover

Griesel H., 1976: Das Prinzip von der Herauslösung eines Begriffs aus Umweltbezügen. In: Winter H., Wittmann E. (Hrsg.) Beiträge zur Mathematikdidaktik, Festschrift für Wilhelm Oehl, Schroedel Verlag, Hannover, S. 61–71

Griesel H., 1996 a: Proportionalität als Relation zwischen Größen. In: Beiträge zum Mathematikunterricht S. 146–149, Verlag Franzbecker, Hildesheim

Griesel H., 1996 b: Grundvorstellungen zu Größen. In: Mathematik lehren, Heft Oktober S. 15–19, Verlag Friedrich Velber

Griesel H., 1997: Zur didaktisch orientierten Sachanalyse des Begriffs Größe. Journal für Mathematikdidaktik 18, 259–284

Griesel H., 1998: Messen als zentrale Idee. In: Beiträge zum Mathematikunterricht S. 236–238, Verlag Franzbecker, Hildesheim

Griesel H., 2003: Messen und Aufbau des Zahlensystems. In: Hefendehl-Hebecker L., Hußmann St. (Hrsg.) Mathematik zwischen Fachorientierung und Empirie, Festschrift für Norbert Knoche, S. 53–64, Verlag Franzbecker, Hildesheim

Griesel H., 2005: Modelle und Modellieren. In: Henn H.-W., Kaiser G. (Hrsg.) Mathematik im Spannungsfeld von Evolution und Evaluation, Festschrift für Werner Blum, Verlag Franzbecker, Hildesheim

Griesel H., 2006: Quantitative Messsyteme; ein Beitrag zu den Grundsatzfragen: Was ist quantitatives Messen? Wie hängen einerseits Messen und andererseits die Zahlen und deren Rechenoperationen zusammen? NATG im DIN, NA 152-01-56 AA N45, 11 Seiten

Griesel H., 2007: Reform of the Construction of the Number System with Reference to Gottlob Frege. In: Mathematics Education, ZDM, Vol 39, 1–2, March, S. 31–38, Springer Verlag, Heidelberg

Kira – Kinder rechnen anders

Sabrina Hunke und Christoph Selter

Das von der Deutsche Telekom Stiftung geförderte Projekt *Kinder rechnen anders* (KIRA) an der TU Dortmund entwickelt und evaluiert am Beispiel der Grundschule Materialien, die die Studierenden in die Lage versetzen sollen, Denkwege von Kindern besser zu verstehen, damit sie auf diese individuell eingehen können. Die Materialien können dabei insbesondere zur *Information*, *Illustration* und eigenen *Exploration* im Rahmen von mathematikdidaktischen Veranstaltungen eingesetzt werden.
In diesem Zusammenhang verfolgt das Projekt KIRA Ziele in drei Kompetenzbereichen:

- *Einstellungen*: Erhöhung der Sensibilität für die Andersartigkeit und Vernünftigkeit mathematischer Denkweisen von Kindern, der Bereitschaft, sich auch auf unverständliche Denkwege einzulassen (Kompetenzorientierung: Kinder denken vernünftig, wenngleich anders!) sowie Entwicklung einer neuen Einstellung Fehlern gegenüber (Fehler als integrale Bestandteile des Lernprozesses: Mit Fehlern muss gerechnet werden!)
- *Wissen*: Ausbau der Beurteilungs- und Handlungsbasis durch den Erwerb von inhaltsbezogenem Hintergrundwissen (Rechenstrategien, Fehlermuster, ...) zu Vorgehensweisen von Schülerinnen und Schülern bei zentralen Inhalten der Grundschularithmetik als unverzichtbare Hilfe für die Vorbereitung, Durchführung und Auswertung von Unterricht

- *Können*: Erwerb von Verfahren, um das mathematische Denken der eigenen Schülerinnen und Schüler systematisch und authentisch zu erheben.

Mit Beginn des Projekts im Januar 2008 wurden zunächst Materialien in Form von Videos und Schülerdokumenten schwerpunktmäßig für die mathematikdidaktischen Veranstaltungen an der TU Dortmund produziert. Insbesondere die Großveranstaltungen „Grundlegende Ideen der Mathematikdidaktik" (2./3. Semester) und „Mathematik der Klassen 1–6" (3. Semester) konnten von dem neuen Material profitieren, indem die Theorie mit Praxisbeispielen untermauert und daher mit mehr Relevanz für die spätere Berufspraxis versehen wurde.

Im Seminar „Mathematische Lehr- und Lernprozesse" (4./5. Semester) konnten die Materialien insbesondere dazu genutzt werden, um diagnostische Kompetenzen bei den Studierenden anzubahnen. Hier ging es einerseits um die Erarbeitung von Wissen z. B. über typische Schülerfehler oder -strategien sowie von Können z.B. durch selbstständige Analyse von Kinderdokumenten oder auch die Vorbereitung und Auswertung eigener diagnostischer Gespräche mit Kindern. Insbesondere die Weiterentwicklung der KIRA-Materialien zur Planung, Durchführung und Auswertung eigener diagnostischer Interviews hat dazu beitragen können, dass die Studierenden qualitativ hochwertigere Seminarberichte erstellen, was sich letztlich auch auf die Qualität von Bachelor- und Masterarbeiten auswirkt.

Neben dem Einsatz von KIRA-Materialien in Lehrveranstaltungen an der TU Dortmund ist vor allem die KIRA-Website (www.kira.tu-dortmund.de) zum Kernstück des Projekts geworden. Auf mehr als 40 Themenseiten zur Grundschulmathematik (z. B. *Prozessbezogene Kompetenzen*, *Stützpunktvorstellungen*, *Schriftliche Subtraktion*) stehen neben theoretischen Hintergrundinformationen und Literaturempfehlungen speziell für das Projekt erstellte Schülerdokumente und passwortgeschützte Videos zur Verfügung. Darüber hinaus findet man in dem Bereich „Beispiele" auch einige öffentlich zugängliche Videos wie bspw. den KIRA-Film oder das KIRA-Quiz. Somit ist die Website vielseitig einsetzbar, z. B.

- zur Vorbereitung auf Übungen und Seminarsitzungen,
- als Informationspool zur Prüfungsvorbereitung,
- zum Selbststudium im Rahmen von Bachelor- und Masterarbeiten (Wie führt man Interviews? Wie betreibt man Diagnose?),
- als wertvoller Literaturpool, denn wesentliche Literatur wird Studierenden der TU Dortmund zum Download bereitgestellt,
- zur Vorbereitung erster eigener Unterrichtsexperimente. Hier sensibilisiert KIRA die Studierenden im Hinblick darauf, welche Strategien, Schwierigkeiten sowie typische Fehlermuster zu erwarten sind,
- als Möglichkeit, zentrale Ergebnisse sehr guter Bachelor- oder Masterarbeiten für andere Studierende sichtbar zu machen, und diese sehr guten Leistungen damit auch nachdrücklich zu würdigen.
- als Möglichkeit die interessierte Öffentlichkeit (z. B. Eltern) über zeitgemäßen Mathematikunterricht zu informieren.

Nicht zuletzt aufgrund der Publizität der KIRA-Arbeit werden die im Projekt entwickelten Materialen mittlerweile von nahezu 50 anderen Hochschulen und Institutionen der Lehreraus- und Fortbildung über die Projektwebsite genutzt. Auf Anfrage stellen wir diesen Institutionen ein Passwort zum Abruf des Video-Materials zur Verfügung. Somit ermöglicht die Website eine Nutzung der KIRA-Materialien über die TU Dortmund und die Projektlaufzeit hinaus.

Zur weiteren Verstetigung des Projekts ist aktuell außerdem eine DVD in Arbeit, die die KIRA-Materialien auch unabhängig von der Website zugänglich machen soll. Diese DVD soll im Rahmen der KIRA-Abschlusstagung präsentiert und übergeben werden.

Die Abschlusstagung wird am 7. 12. 2011 von 11–16 Uhr an der TU Dortmund stattfinden. Neben der Übergabe der DVD soll auch über das KIRA-Projekt informiert werden und ein Erfahrungsaustausch zur Nutzung der KIRA-Materialien stattfinden.

Weitere Informationen zum Projekt allgemein und zur Abschlusstagung speziell finden sich auf der Projektwebsite www.kira.tu-dortmund.de.

Guttenberg lässt grüßen

Erich Ch. Wittmann

Im Verlag Cornelsen ist 2008 das Bändchen *Gute Aufgaben Mathematik* mit 30 Beiträgen verschiedener Autorinnen und Autoren erschienen. Als ich es seinerzeit durchgeblättert habe, bin ich aus dem Staunen nicht mehr heraus gekommen. Bereits bei dem Beitrag 2 „Von vertauschten Ziffern zum Neunereinmaleins und zurück“ stutzte ich. Gerhard Müller und ich haben dieses Thema im „Handbuch produktiver Rechenübungen“ (Band 1, S. 100) behandelt und zwar im gleichen Kontext. Ein Verweis auf diese Quelle fehlt. Der Beitrag 13 behandelt „Baupläne für den Soma-Würfel“. Auch dieses Thema war mir bestens bekannt, nämlich als Mitherausgeber des wunderbaren Materials „Schauen und Bauen 2: Spiele mit dem Soma-Würfel“ von Ueli Hirt und Sandra Luginbühl. Obwohl der Bezug zu diesem Material ebenso offensichtlich ist, fehlt auch hier jede Literaturangabe.
Im Beitrag „Muster erforschen mit ANNA-Zahlen“ wird eine Lernumgebung zur schriftlichen Subtraktion dargestellt, die wir im ZAHLENBUCH (Band 4, S. 102 der allgemeinen Ausgabe, S. 106 der Bayernausgabe) ausführlich ausgearbeitet und in den zugehörigen Lehrerbänden eingehend analysiert haben (allgemeine Ausgabe S. 196–197). Literaturhinweis? Fehlanzeige.
Auch im Beitrag 20 „Muster erforschen mit Umkehrzahlen“ wird übergangen, dass dieses Thema bereits im „Handbuch produktiver Rechenübungen“ (Band 2, S. 33 und 38) bearbeitet wurde.
Der nachfolgende Beitrag 21 „Forscheraufgabe: Entdeckerpäckchen“ fügt dem Topos „Übernahme“ eine neue Nuance hinzu. Im „Handbuch produktiver Rechenübungen“ (Band 1, S. 180) wird im Zusammenhang mit einer Theorie des produktiven Übens der Übungstyp „operativ strukturiert/reflektiv“ beschrieben, der im ersten ZAHLENBUCH in Form von „Päckchen mit Pfiff“ umgesetzt wurde, die in der zweiten Auflage des ZAHLENBUCHs in „Schöne Päckchen“ umbenannt wurde. Diese originelle Leistung wird von der Autorin missachtet. Sie wählt für dieses Übungsformat einen anderen Namen, „Entdeckerpäckchen“, und schon hat sie sich diese Übungsform einverleibt. Dass damit das Format „Schöne Päckchen?“ verloren geht, scheint sie nicht zu stören.
Im Beitrag 23 „Speisekarte – eine Verbindung zum Fach Deutsch“ stoßen wir ebenfalls auf ein Thema, das im „Handbuch produktiver Rechenübungen“ (Band 1, S. 143) behandelt wurde. Im Literaturverzeichnis findet sich aber nur ein Hinweis auf das „Handbuch für den Mathematikunterricht“ von Radatz/Schipper/Dröge/Ebeling.
Dass es auch anders geht, zeigen die Beiträge 9 „Rechenfertigkeitstraining mit Eltern als Rechentrainern“ und 18 „Muster erforschen mit AHA-Zahlen“, in denen ordnungsgemäß auf die Quellen verwiesen wird.
Ich habe den Herausgeber auf die fehlenden Literaturverweise angesprochen und vorgeschlagen, sie bei weiteren Auflagen nachzutragen. Er hat sich dazu nicht eindeutig geäußert.
Das hier genannte Bändchen ist sicherlich ein extremes Beispiel für Übernahmen ohne Literaturhinweise. Es ist aber keineswegs ein Einzelfall. Die Einstellung, die sich hier zeigt, findet man in der Mathematikdidaktik in mehr oder weniger subtiler Form leider allzu häufig. Auch in der Lehrerfortbildung wird nach dem, was ich sehe und höre, nur selten ordnungsgemäß zitiert. Hier schmücken sich viele mit fremden Federn. Bei Profis kann man das nicht mit Naivität entschuldigen.
Die einzige Entschuldigung, die man in gewissem Maße noch gelten lassen könnte, wäre die Annahme der Autorinnen und Autoren, bei den verwendeten Mustern und Strukturen handele es sich um allgemein bekannte Dinge, die Freigut seien und die daher jeder für seine Zwecke verwenden dürfe: „Es muss doch wohl recht sein, tun’s doch so viele“ (Goethe, Reineke Fuchs. Achter Gesang). Ich weiß sehr wohl, dass in der Rekreationsmathematik viele Muster und Strukturen sozusagen Folklore sind und dass manche auch in der Didaktik vereinzelt aufgegriffen wurden, z.B. auch das Thema von Renate Motzer mit den zweistelligen Umkehrzahlen. Eine Übertragung in den heutigen Kontext der Mathematikdidaktik ist aber keineswegs eine triviale Sache. Um ein Beispiel zu nennen: Im „Handbuch produktiver Rechenübungen“ (Band 2, S. 128–131) beziehen wir uns auf ein Muster, das der indische Mathematiklehrer Kaprekar entdeckt hat und das zwei englische Kollegen für eine Übung im Vermu-

ten benutzt haben (Jansson, L. C. & Beardslee, E. E., Conjecturing with Kaprekar, Mathematics Teaching 61 (1972), 31–39). Dieses Thema aber als Lernumgebung für eine produktive Übung der schriftlichen Subtraktion zu bearbeiten, in den bildungsphilosophischen Kontext einzubetten und einen grundschulgemäßen Beweis für das Muster zu entwickeln, ist eine Leistung, die erst einmal erbracht werden muss. Wenn solche didaktischen Ausarbeitungen so einfach wären, könnten andere Kolleginnen und Kollegen solche Lernumgebungen selbst entwickeln und müssten nicht in einem solchen Ausmaß Leistungen anderer usurpieren, wie es z. B. in dem o. g. Bändchen der Fall ist. Die Nutzung der ANNA- und NANA-Zahlen – letztere heißen natürlich anderswo MIMI-Zahlen – für eine produktive Übung der schriftlichen Subtraktion ist in der Rekreationsmathematik meines Wissens nicht bekannt.

Das Kopieren geistiger Leistungen auf der Ebene von Schulbüchern ist ein eigenes Problem, von dem wir als ZAHLENBUCH-Autoren auch ein Lied singen können. Ein Vergleich der Werke, die vor dem ZAHLENBUCH erschienen sind, mit den Werken, die danach erschienen sind, erfordert keine Detektivkünste um herauszufinden, wer da wo abgekupfert hat. Den Vogel hat hier auch ein „Werk" des Cornelsen-Verlags abgeschossen. So wurde z. B. die Seite „Zahlen in der Umwelt" aus dem Band 1 des ZAHLENBUCHS mit allen Zahlenangaben übernommen, einschließlich des Bochumer Autokennzeichens unserer Redakteurin.

Uwe Jensen: Wozu Mathe in den Wirtschaftswissenschaften?

Rezensiert von Andreas Vohns

Mathematische Lehrveranstaltungen für Wirtschaftswissenschaftler(innen) stehen nicht unbedingt in dem Ruf, sich diesseits oder jenseits des Katheters größerer Begeisterung zu erfreuen. Mathematische Fachbereiche „halten" sich für diese und ähnliche „Serviceveranstaltungen" teils eigenes Personal, teils werden auch Didaktiker(innen) dafür „abgestellt". Studierende der Wirtschaftswissenschaften sind zu einem nicht unerheblichen Teil mehr als glücklich, wenn dieser Kelch durch Leistungsnachweis bescheinigt an ihnen vorübergegangen ist. Die Frage: „Wozu Mathe in den Wirtschaftswissenschaften?", mag sich manch einer stellen, öffentlich wird sie meinem Eindruck nach eher selten verhandelt. Mir persönlich ist sie vor einigen Jahren indirekt von einem Angehörigen eines wirtschaftswissenschaftlichen Instituts einmal recht zynisch beantwortet worden: Man müsse einmal dringend mit unserem Dekanat reden, man habe festgestellt, dass sich die Bestehensquoten seit einem Dozentenwechsel erheblich erhöht hätten. Das könnte schließlich nicht angehen, man habe auch so schon genug mit den großen Anfänger(innen)zahlen zu tun und müsste sich wenigstens auf den Siebeffekt der Mathematikvorlesungen verlassen können.

Schaut man sich gängige Lehrbücher zum Thema „Mathematik in den Wirtschaftswissenschaften" an, so trifft man auf ein relativ kanonisiertes Angebot mathematischer Inhalte, die in entsprechenden Lehrveranstaltungen typischerweise behandelt werden – zugegebenermaßen mit gewissen Unterschieden hinsichtlich der dabei angepeilten Strenge und Abstraktheit der Darstellung. In nicht wenigen der Bücher ist ein recht ausgeprägter Hang zu einer weitgehend technischen Darstellung nicht zu übersehen, hier hat man sich scheint's – vermutlich durchaus marktgängig – damit abgefunden, bei unseren künftigen Wirtschaftern und Wirtschafterinnen auf ein „instrumental understanding" mathematischer Methoden und Modelle in den Wirtschaftswissenschaften zu setzen, wo man überhaupt mehr als eine „Aufgabendidaktik" verfolgt, Klausurtrainingsbücher und Beispielsammlungen sind in diesem Marktsegment Legion.

Von Toeplitz wissen wir, dass Tradition und Kanonisierung aus sinnvollen, ja spannenden Forschungs-, Lehr- und Lerngegenständen verstaubte und sinnentleerte „Requisiten" machen können, bei denen die Frage: „Warum so?" bzw. „Warum überhaupt?" ins Vergessen geraten ist. Insofern ist ein Buch, das sich dezidiert der Frage des Wozu der Mathematik in den Wirtschaftswissenschaften widmet, in jedem Fall lobenswert, aber: Ist das vorliegende Buch auch lesenswert, und: Wenn ja, für wen?

Zielgruppe und Form

Jensen hat seinem bewusst kleinen (im Seitenformat wie im Umfang der Seiten) Buch den Untertitel „Eine Einführung für Studienanfänger" gegeben, erschienen ist es in der Reihe „Studienbücher Wirtschaftsmathematik", dem Klappentext dürfen wir entnehmen, dass sich Jensen (bzw. sein Verlag) unter seinen Leser(inne)n sehr wohl auch Schüler(innen) der Sekundarstufe II und „Mathematik-Lehrende an Schulen und Hochschulen" vorstellen kann, was es potentiell auch für die Leserschaft der GDM-Mitteilungen interessant machen könnte. In vielen Punkten scheint mir Jensens Buch einem Sachbuch bzw. einem populärwissenschaftlichen Buch näher zu stehen, als klassischen Studienbüchern. Ein wenig gewöhnungsbedürftig ist vor allem der Schreibstil, der mich mit seiner Imitation gesprochener Sprache und der permanenten direkten Anrede der Leser(innen) zum Teil sogar eher an die Kriminalromane von Wolf Haas erinnert hat (Kleine Kostprobe: „Sie sagen, dass Ihre Oma wirklich wichtig für die Auswahl Ihrer Schokoladensorte ist. Das glaube ich gerne, aber für die Aufnahme in das Modell reicht das trotzdem nicht" (S. 13), da fehlt eigentlich nur noch „Du" statt „Sie", die Mundart und ein gelegentlich eingeworfenes „Aber jetzt pass auf!"). Mit seinem hemdsärmeligen Ton läuft Jensen vermutlich Gefahr, jedenfalls unter den Mathematik-

Lehrenden, den einen oder die andere Leser(in) zu vergraulen, welche(r) dies für übertriebene Anbiederung hält – was angesichts der von ihm dargestellten Inhalte durchaus einen Verlust darstellen könnte.

Anspruch und Zielsetzung

Passend zur Frage nach dem Wozu der Mathematik in den Wirtschaftswissenschaften beginnt Jensen sein Buch mit einem Kapitel „Wozu dieses Buch?" – beinahe hätte ich das Buch schon dort auf die Seite gelegt, beginnt es doch mit einer der in den letzten Mitteilungen von Meyerhöfer sehr treffend bezeichneten „Kaskade des Jammerns" zuzuordnenden Empörung des Hochschullehrenden, dass höchstens 10 % der Studienanfänger(innen) über einigermaßen sichere schulmathematische Grundlagen verfügten. Allerdings ist Jensens Jammern einigermaßen differenziert, es fehle vor allem am „grundlegenden Verständnis mathematischer Zusammenhänge, also an einem Gefühl dafür, warum Formeln so sind, wie sie sind, wie man Ergebnisse interpretiert und – ganz schwer für viele – wie man Alltagsprobleme mathematisch darstellt" (S. 3). Stimmt diese Einschätzung, dann ist der von mir eingangs geschilderte, von allen Seiten stillschweigende akzeptierte Kontrakt, von Wirtschaftswissenschaftler(inne)n in Mathematikvorlesungen gerade kein Verstehen zu verlangen, das über hinreichende operative Beherrschung zum Prüfungszeitpunkt hinaus geht, eine hoch problematische Fortschreibung schulischen Nicht-Verstehens, ein gänzlich kontraproduktives „dort abholen wo die Studierenden stehen".

Es ehrt Jensen, für das mangelnde Verstehen von Mathematik auch weder die Studienanfänger(innen) noch deren Lehrer(innen) pauschal verantwortlich zu machen. Er stellt die Probleme eher als Teil der Wechselwirkungen ungünstiger Rahmenbedingungen dar: Zu wenig gute wirtschaftsmathematische Inhalte in Schulbüchern einerseits, zu wenig wirtschaftsmathematische Inhalte in der Ausbildung der Lehrer(innen) andererseits, als dass diese sich selbstbewusst trauen könnten, solche aus eigenem Antrieb in den Unterricht einzubringen. Zu wenig Reflexion über den Sinn und Zweck von Modellen im Mathematikunterricht ganz allgemeinen und schließlich zu wenig Motivation, sich mit Mathematik zu beschäftigen auf Seiten derer, die sich für Wirtschafts- und Sozialwissenschaften interessieren, aber die Rolle der Mathematik in diesen Fächern erheblich unterschätzen.

Tatsächlich verortet Jensen das Problem vor allem in dem, was wir Didaktiker(innen) „Aufgabenkultur" nennen, an der er kaum ein gutes Haar lässt: Schulische Anwendungsbeispiele zeichneten sich entweder durch „praxisfernen Mathematik-Turnhallenmief" aus oder aber stammten, dort wo dies nicht zutrifft, überwiegend aus „anderen Disziplinen wie der Physik". Wo sie denn doch einmal Wirtschaftliches und gleichermaßen Relevantes behandelten, ginge es nahezu ausschließlich um „Anwendungen zur Kapitalverzinsung", bei denen „einsatzminimierende schlaue SchülerInnen denken: Dafür gibt es an der Uni und in der Bank doch bestimmt gute Software und gute Rechner" (S.5). Herkömmliche populärwissenschaftliche Bücher zur Mathematik lässt Jensen auch nicht als Ausrede gelten, diese neigten zu sehr dazu, alle Menschen in „Mathe-Fans umwandeln" (S. 4) zu wollen – unabhängig davon, wie viel und welche Mathematik diese Menschen denn später tatsächlich aktiv einsetzen würden. Daraus folgert Jensen für sein Buch: „In diesem Buch soll [...] keine Begeisterung für Mathematik an sich erzeugt werden. [...] Hier sollen wirklich nur die einsatzminimierenden Schülerinnen und Schüler rechtzeitig informiert und gewarnt werden, dass es sich lohnt, Mathematik nicht zu ignorieren" (S. 7).

Realisierung und Inhalte

Jensen präsentiert in seinem Buch nahezu ausschließlich mathematische Modelle aus dem Bereich der Betriebswirtschaftslehre, volkswirtschaftliche Anwendungen kommen nur am Rande vor. Dabei ist Jensen stets bemüht, die wirtschaftswissenschaftlichen Modelle als Antworten auf Fragen aus der betriebswirtschaftlichen Praxis darzustellen. Tatsächlich gelingt es Jensen dabei über weite Strecken, solche Ausschnitte der Wirtschaftswissenschaften zu präsentieren, bei denen übliche „Requisiten" der Schulmathematik und der einführenden Mathematikvorlesungen für Wirtschaftswissenschaftler(innen)[1] nachvollziehbar als nützliche, wenn nicht unabdingbare Hilfsmittel erscheinen. Besonders gelungen scheint mir dies in den eng miteinander verwobenen Kapiteln 2–4

[1] Gleichungen, Funktionen allgemein, bestimmte Funktionstypen (linear, exponentiell, logarithmisch), Differentialrechnung, Vektoren und Matrizen, ja sogar das gefürchtete Summenzeichen

„Modelle und Funktionen – Warum einfache Funktionen – Wie Funktionen das Verständnis erleichtern". Der Autor erläutert dort die Bedeutung funktionaler Modellierung für die Betriebswirtschaftslehre, sowie deren Wahrheits- und Geltungsanspruch, mit Seitenblicken auf Popper (vulgo: aus keiner noch so umfangreichen Beobachtung können allgemeine Gesetze abgeleitet werden) und Box/Draper (vulgo: alle Modelle sind falsch, aber manche nützlich). In diesen Kapitel gelingt es Jensen vorzüglich, sowohl den Nutzen der Mathematik für die wirtschaftswissenschaftliche Durchdringung als auch den Nutzen einer wirtschaftswissenschaftlichen Durchdringung für eine reflektierte betriebswirtschaftliche Praxis herauszuarbeiten – wobei die beiden angesprochenen Ebenen der „Nützlichkeit" allerdings von Jensen nicht strikt getrennt werden.

Was den Nutzen der Mathematisierung für die wirtschaftswissenschaftliche Durchdringung anbelangt, legt Jensen besonderen Wert legt darauf, dass für mathematische Modelle kein Zusammenhang „umso komplizierter desto besser" formuliert werden kann und arbeitet nachvollziehbar heraus, wie gerade einfache, übersichtliche mathematische Modelle überhaupt erst ein Nachdenken und Kommunizieren über komplexe, unübersichtliche wirtschaftliche Phänomene ermöglichen. Das Kapitel „Änderungen von Funktionswerten" ist Wasser auf die Mühlen all derjenigen, die sich in der Didaktik der Analysis für eine Betonung des Aspekts der lokalen Änderungsrate stark machen. Jensen versäumt es dabei auch nicht, auf das Problem kontinuierlicher Begriffsbildungen in tendenziell eher diskret gedachten Situationen einzugehen (Inwiefern kann man die Grenzkosten als zusätzliche Kosten für die nächste produzierte Einheit interpretieren? Inwiefern „gibt" es überhaupt eine Ableitung bei Kostenfunktionen?).

Die in den Kapiteln „Mathe hilft beim Aufräumen" und „Wie verschieden sind Hamburg und Bremen" dargestellten Anwendungen der Vektorrechnung dürften auch vielen Mathematiklehrenden ohne engerem Bezug zu den Wirtschafts- und Sozialwissenschaften wenig vertraut sein, mit dem vorgestellten Hadamard-Produkt mag auch ein gewisses Verständnis für Schüler(innen) und Studierende aufkommen, die bei Vektoren gerne zeilenweise multiplizieren würden – für Jensen stellt eben diese Art des Multiplizierens eine für wirtschaftswissenschaftliche Kontexte dem Skalarprodukt mindestens ebenbürtige Multiplikationsart dar. Etwas weniger haben mich persönlich Jensens Versuche überzeugt, Werbung für die allgemeinen Vorteile einer Darstellung mathematischer Sachverhalte durch Gleichungen (Kapitel 5) und für die Schreibökonomie bestimmter Darstellungsmittel (insbes. Summenzeichen, Kapitel 9) zu machen. Die Formeldichte nimmt in diesen Abschnitten notgedrungen erheblich zu und es wirkt ein wenig kontraproduktiv, dass bei Gleichungen als Beispiel dann ausgerechnet auf die (eingangs als noch am ehesten in der Schulpraxis anzutreffende) Kapitalverzinsung zurückgegriffen wird. An dieser Stelle rächt sich m. E., dass Jensen nicht immer sauber zwischen dem Wert der Mathematik für eine wirtschaftswissenschaftliche Modellierung und der Bedeutung wirtschaftswissenschaftlicher Modelle für die ökonomische Praxis trennt. Während die in diesem Kapitel dargestellten Konzepte des „Nettogegenwartswerts" und der Diskontierung in der betriebswirtschaftlichen Praxis hohe unmittelbarer Relevanz haben[2], ist der Charakter ihrer Anwendung in mikroökonomischen Theorien doch grundsätzlich anderer Natur.

Wenn Jensen hier einleitet, in dem er behauptet: „In der Arbeits- und Bildungsökonomie wird ökonomisch begründet, ob es sich für jemanden wie Sie lohnt, ein Studium aufzunehmen, statt nach dem Abitur sofort ins Berufsleben einzusteigen" (S. 41), dann ist die direkte persönliche Ansprache in diesem Fall zumindest missverständlich. Mikroökonomie als Teil volkswirtschaftlicher Ökonomik interessiert sich eben gerade nicht für das *individuelle* Handeln einzelner Akteure, sie bietet „keine Theorie *für* die Gestaltung des persönlichen ökonomischen Handelns, sondern eine Theorie *über* das durchschnittliche Verhalten großer Gruppen".[3] Diese Unterscheidung ist für die Frage, welche Bedeutung man den Modellen der Mikroökonomie und der Rolle, die Mathematik bei ihrer Ausarbeitung spielen kann, wohl kaum unerheblich. Die Darstellung von Jensen suggeriert hier eine handlungsorientierende Funktion, dann ist man aber schnell bei Fragen, inwiefern etwa das vorgestellte bildungsökonomische Modell (allgemein, wie im erst Recht im konkreten Einzelfall) überhaupt sinnvoll auf realen Daten basierbar ist und nicht doch eher ein Gedankenexperiment, bei dem

[2] Wobei die Frage der Passung des Modells auf die Realität in diesem Fall jedenfalls teilweise schlicht durch normative Setzung (so und nicht anders *ist* eben abzuzinsen) entschieden wird.

[3] Hedtke, Reinhold (2010): Von der Betriebswirtschaftslehre lernen? Handlungsorientierung und Pluralismus in der ökonomischen Bildung. In: Gesellschaft – Wirtschaft – Politik, Heft 3 (Jg. 59), S. 357.

die Mathematisierung zudem verdächtig in die Nähe dessen rückt, was Freudenthal abschätzig als „rhetorische Mathematik“ bezeichnet hat. Etwas mutwillig angehängt wirkt zudem das vorletzte Kapitel „Wo fehlt’s denn bei Ihnen?“, in dem Jensen typische Studierendenschwierigkeiten und -fehler samt Auflösung versammelt hat. Hier dürfte Leser(inne)n entweder ein beruhigtes: „Wie dumm sind die denn?“ oder ein beruhigtes: „Die also auch!“ herausrutschen. Die Auswahl der Beispiele ist allerdings derart kursorisch, dass auch das bemühte Erklären, warum diese Fehler überhaupt Fehler darstellen und wie und warum es denn anders richtig ginge, das Kapitel nicht etwa im Sinne eines kurzen Crash-Kurses noch wirklich retten könnte.

Zudem, eher eine Kleinigkeit, hätte es in einem Buch, das seine potentiellen Leser(innen) bei allem Mathematischen sehr stark an der Hand führt und für die Vorteile mathematischer Darstellungen wirbt, vermutlich auch nicht geschadet, etwas eingehender auf einige zumindest gegenüber schulmathematischen Konventionen differierende Schreibweisen in den Wirtschaftswissenschaften einzugehen. Das für alle Leser(innen) der Unterschied zwischen der vermutlich eher gewohnten Schreibweise und dem im Buch verwendeten eine Trivialität darstellt,[4] ist zumindest für den angepeilten Kreis der tendenziell Mathematik reserviert gegenüberstehenden Schüler(innen) wohl eher fraglich.

Jensen beschließt sein Buch mit einem kurzen Ausblick (Kapitel 12), was an Mathematik in den Wirtschaftswissenschaften in seinem Buch bislang alles noch gar nicht behandelt wurde; hier und an anderen Stellen gibt er auch explizit Lesehinweise, wo man sich über die behandelte und nicht behandelte Mathematik näher informieren kann.

Fazit

Lesenswert ist Jensens Buch allemal für all diejenigen, die der Einseitigkeit technisch-naturwissenschaftlicher Anwendungen in ihrem Unterricht vorbeugen wollen, sei es an allgemeinbildenden Schulen oder als Lehrer(innen)bildner(innen) an Hochschulen, z. T. wohl auch für diejenigen, die sich an Wirtschaftsgymnasien bzw. höheren Handelsschulen oder in der Mathematik für Wirtschaftswissenschaftler(innen) an Hochschulen auf einzelne, kurzweilig dargestellte Beispiele zur Illustration der Stärken (bedingt auch der Grenzen) dort verhandelter Mathematik einlassen wollen. An der ein oder anderen Stelle würde man sich evtl. einen etwas selbstkritischeren bzw. realistischeren Blick auf den Wert der vorgestellten Modelle für praktisches Handeln wünschen, bzw. zumindest den Hinweis darauf, dass an wirtschaftswissenschaftliche Modelle auch andere Bedeutungsvorstellungen heranzutragen sind. Den Vorwurf des z. T. zu unkritischen bzw. unsauberen Umgangs mit Sinn und Bedeutung mathematischer (wie allgemein wissenschaftlicher) Modelle für „die Realität“ und das individuelle Handeln dürfte sich das Buch allerdings unglücklicherweise mit vielen im Rahmen der Fachdidaktik entstandenen Arbeiten zum Modellieren teilen; Jensens Buch gehört da schon eher zu den reflektierteren Arbeiten.

Inwiefern sein Text als Motivationshilfe für diejenigen dienen kann, denen (z. T. wohl weit weniger reflektierte) Universitätsvorlesungen zur Mathematik für Wirtschaftswissenschaftler(innen) unmittelbar bevorstehen, deren Inhalte wohl teilweise auch deutlich den von Jensen dargestellten Bereich verlassen dürften, muss eher offen bleiben – nur dürfte dieser Leser(innen)kreis sich wohl ehedem wenig mit demjenigen der Mitteilungen der GDM überschneiden.

Uwe Jensen, *Wozu Mathe in den Wirtschaftswissenschaften? Eine Einführung für Studienanfänger.* Wiesbaden: Vieweg + Teubner 2011, 146 S., brosch., 19,95 Euro.

[4] x^N: Index nach oben geschrieben (nicht: Potenz!) und x in der Wirtschaftswissenschaft als üblicher Variablenname für Mengen, y als Variablenname für Einkommen (wird im Buch an anderer Stelle zumindest kurz erwähnt), nicht wie in der Schulmathematik gewohnt x für die unabhängige Variable und y für die abhängige.

Lach- und Sachgeschichten (nicht nur) für Mathematiker

Christian H. Hesse: Warum Mathematik glücklich macht – 151 verblüffende Geschichten

Rezensiert von Herbert Henning

‚Was macht Menschen glücklich?‘ Natürlich die Liebe und die Liebe zur Musik und anderen schönen Künsten. Der Mathematiker und Belletrist Christian Hesse, der sich als Wahrscheinlichkeitstheoretiker ebenso wie als begnadeter Schachspieler einen Namen gemacht hat, tritt in seinem bei C. H. Beck erschienenen Buch mit 151 verblüffenden Geschichten zum Staunen, Schmunzeln und Knobeln den Beweis dafür an, dass (neben Liebe und Musik) auch Mathematik glücklich machen kann. Der Titel des unterhaltsam wie informativen Buches ‚Warum Mathematik glücklich macht‘ ist Programm. Der Autor beschreibt in seinen kurzen Geschichten, die oft etwas Anekdotisches haben, die Mathematik als ein „Abenteuer im Kopf“ und einen Teil unserer Kultur, die sich über einen langen Zeitraum als eine (Geistes)-Wissenschaft etabliert hat. Und er zeigt, wie Mathematik als eine Art ‚Ratgeber‘ für (fast) alle Dinge des Lebens, für Phänomene der Natur und Technik und viele Erscheinungen in und um uns herum sein kann. Dabei verblüfft den neugierigen Leser das ungemein breites Spektrum der Fragen, die Christian Hesse nicht ohne hintergründigen Humor und teilweise verblüffenden Erkenntnissen so beantwortet, dass nicht nur der mathematisch vor gebildete Leser diese Zusammenhänge versteht. Nach dem Lesen der mathematischen Lach- und Sachgeschichten zu den 10 Themenschwerpunkten des Buches (Alltagsweltliches, Spiel und Zauber, Sprache und Literatur, gesunder Menschenverstand, Geschichte und Geschichten, Philosophisches und Psychologisches, Wissenschaft und Technik, Menschen, Tiere, Sensationen, Kunst, Kultur, Kommunikation und Alles Mögliche) weiß man, warum der Tiger Streifen und ein Dalmatiner Punkte hat, warum eine Heizung heizt, ein Flieger fliegt und Sonnenblumen ganz besonders schön sind. Christian Hesse ermutigt seine Leser, zu diesem etwas anderen Buch über Mathematik zu greifen, denn „selbst bei schwachem Fleiß und mittlerer Ausdauer ist es mit geringen mathematischen Kenntnissen und gesundem Menschenverstand jedem zugänglich.“ Christian Hesse bietet querbeet durch die Mathematik ein Kaleidoskop an interessanten Fragen und Problemen, die zwar schon oft gestellt, aber selten so erfrischend anders beantwortet wurden: „Warum haben Heuschreckenarten Lebenszyklen, deren Längen immer Primzahlen sind?“ oder „Wie kann man unter drei Personen einen Kuchen neidfrei aufteilen?“ Die pittoresken Geschichten, oft abgeleitet aus Original-Zeitungsmeldungen, Zitaten aus Verordnungen und Vorschriften, Gebrauchsanweisungen oder Äußerungen berühmter Mathematiker, Naturwissenschaftler und Politiker schlagen eine „Brücke“ zwischen Mathematik und dem Rest der Welt. „Mathematik ist genauso verrückt, so witzig und aberwitzig wie das Leben“, postuliert Christian Hesse und warnt den Leser mit der Feststellung: „Man wird nach Lektüre dieses Buches über Mathematik nie wieder so denken wie zuvor!“ Christian Hesse bringt sein Anliegen mit diesem Buch auf den Punkt, wenn er feststellt: „Bei den hier versammelten Lesestücken in Feiertagslänge geht es nicht darum, komplexe Zusammenhänge zu umschiffen. Es geht darum, sie durch Umformulieren auf Augenhöhe zu bringen und Schweres unschwer leichter zu sagen. Nicht Kleinkunst habe ich im Sinn sondern tiefer gehängte Hochkultur …“ (Seite 9). Das Anliegen des Autors war es, ein lebendiges Bild von Mathematik zu zeichnen, etwas von der Faszination der Mathematik und auch ihrer Schönheit zu vermitteln und auch davon, dass Mathematik durchaus auch unterhaltsam voller Emotionen sein kann. Auf der Seite 324 findet man als 151. Lach- und Sachgeschichte eine sehr schöne Charakterisierung des Buches als ‚Seinsort‘. Es ist, so der Autor, „ein Punkt auf der Grenzlinie zwischen Mathematik und dem Rest der Welt.“ Als ‚Seinsform‘ eine Art Grenzgänger zwischen diesen beiden Lebenswirklichkeiten („Fremdenführer für eine Entdeckungsreise in die Wunderwelt des Denkens mit Strukturen“). Christian Hesse resümiert den Inhalt seines Buches mit „weltverbesserungsmathematischen“ Erklärungen, was Mathematik (auch) sein kann: „Mathematik macht müde Geister munter!, Mathematik sprüht vor Ideen!, Mathematik ist anders als alles andere!, Mathematik ist ein Schönheitsinstitut für den Kopf!, Mathematik ist Freude an allen Tagen!, Mathematik sorgt für den Durchblick! und Mathematik ist eine Ideenwerkstatt!“ Was hier so klingt wie Erich Kästner ist ein Ergebnis moderner Informationstechnik, nämlich sieben automatisch regenerierte Slogans der Software *Sloganizer*, wenn das Wort ‚Mathematik‘ eingegeben wird. Dieses Buch von Christian Hesse ist intelligent und witzig geschrieben, Und das findet man sooft nicht!

Christian Hesse, *Warum Mathematik glücklich macht – 151 verblüffende Geschichten.* Verlag C.H. Beck, München, 2010, ISBN 978-3-406-60608-3

Arbeitskreis Geometrie

Marktbreit, 10.–12. 9. 2010

Matthias Ludwig

Peter Collignon, Jan Wörler, Reinhard Oldenburg, Michael Schneider, Michael Gieding, Andreas Filler, Christian van Randenborgh, Oliver Labs, Heinz Schumann, Ingmar Lehmann, Hans Georg Weigand, Klaus Peter Wolff, Markus Ruppert, Dörte Haftendorn, Eva- Maria Plackner, Reinhard Schmidt, Hans Jürgen Elschenbroich, Hartmut Müller-Sommer, Herr Haftendorn, Gaby Heintz, Karlhorst Meyer, Jürgen Steinwandel, Hans Walser, Katja Krüger, Stefan Kaufmann, Sandra Gerhard, Simon Knoblauch, Swetlana Nordheimer, Georg Feidenheimer, Matthias Ludwig, es fehlt Olaf Knapp.

Am zweiten Septemberwochenende vom 10. 9.–12. 9. 2010, das sonniger nicht sein konnte, traf sich der Arbeitskreis Geometrie zu seiner 29. Herbsttagung bereits zum vierten Mal im beschaulichen Weinstädtchen Marktbreit an der Spitze des Maindreiecks in Unterfranken. Ob es daran lag, oder am Tagungsthema, oder sogar am Hauptvortragenden, dass so viele Teilnehmer kamen, konnten wir nicht genau klären. Auf jeden Fall trafen sich mehr als 30 Mitglieder des Arbeitskreises Geometrie um über „Werkzeuge im Geometrieunterricht“ zu debattieren und zu diskutieren. Dieses Tagungsthema stand unter dem Langzeitmotto „Ziele und Visionen 2020“, welches auf der GDM 2010 in München ausgegeben wurde. Diese und die nächsten neun Herbsttagungen sollen dazu dienen, die Geometrie als besonders wertvolle mathematische Disziplin für die Schule hervorzuheben.
Gerade weil im aktuellen Mathematikunterricht der Anteil der Geometrie so rückläufig ist, will der AK Geometrie hier entgegen wirken.
Der Tagungsband „Basiskompetenzen in der Geometrie“ der Herbsttagung 2009 wurde rechtzeitig fertig und konnte an die Vorjahresteilnehmer verteilt werden. Somit hat der AK Geometrie schon seinen dritten Tagungsband in Folge erscheinen lassen können. Ein weiteres Highlight war die interaktive Ausstellung von Jan Wörler und Markus Ruppert, in der sie die derzeitigen technischen Strömungen der digitalen 3D-Welt darstellten.
Besonders erfreulich auf dieser Tagung war, dass unter den mehr als 30 Teilnehmern sehr viele Nachwuchswissenschaftler anwesend waren und auch vorgetragen haben. So kann der Arbeitskreis in dieser Hinsicht beruhigt in die Zukunft blicken. 2011 wird die 30. Herbsttagung vom 9. 9.–11. 9. 2011 stattfinden. Dieses Jubiläum soll besonders gefeiert werden.
Die Geometrietagung wurde am Freitagabend durch einen Vortrag des GDM Vorsitzenden Hans-Georg Weigand eröffnet. Weigand sprach darüber, ob *neue Werkzeuge auch ein neues Denken erfordern*. Im dem Vortrag wurden zunächst derartige Hoffnungen an einigen exemplarisch ausgewählten Werkzeugen rückblickend analysiert und bewertet. Anschließend wurde der Frage nachgegangen, welche Bedeutung zukünftig – vor allem digitale – Werkzeuge für den Mathematikunterricht, für das Verständnis mathematischer Inhalte, für das Lehren und Lernen und schließlich auch für die weitere Entwicklung der Mathematikdidaktik haben könnte. Er konnte damit anhand von Thesen – zumindest einige – Leitlinien und Leitfragen für die Tagung aufzuzeigen.
Die reguläre Vortragsreihe begann dann mit Hans Walser. ‚Mit einfachen Mitteln tiefe Einsichten gewinnen‘ das ist sein Motto. Für ihn ist der *Baustein das Werkzeug*. Es wurden exemplarisch gegebene Formen wie Quadrat, gleichseitiges Dreieck, gleichschenkliges Trapez als „Werkzeuge“ eingesetzt. Als Werk-Plattformen wurden regelmäßige Raster verwendet. Einem regulären Sechseck werden Quadrate und gleichschenklige Trapeze aufgesetzt. Es erschienen die Fibonacci Zahlen und der goldene Schnitt. Ein passendes Gelenkmodell führt zum Kehrwert einer Zahl.
Von der PH Heidelberg kamen diesmal zwei Beiträge zunächst berichtete Michael Gieding über *Ein Wiki für die Lehrveranstaltung „Einführung in die Geometrie“*. In seinem Beitrag schil-

derte er erste Erfahrungen bei der Nutzung von Web 2.0 Technologien.
Passend dazu stellten Georg Feidenheimer und Simon Knoblauch den *Einsatz des Classroompresenters in einer Geometrieübung an der PH-Heidelberg* vor. Sie beschrieben ebenfalls erste Erfahrungen, die sie beim Einsatz des CP in einer Geometrieübung gemacht haben. Besonders interessant waren aber die Ausblicke für den Einsatz im Geometrieunterricht der Schule.
Die Nutzung von Computerwerkzeugen wurde in verschiedene Richtungen diskutiert. So ging Andreas Filler in seinem Beitrag *Problemorientierte Aufgaben in der Geometrie – mit oder ohne Computer?* der Frage nach, inwiefern Computernutzung die Kreativität von Schülern beim Lösen geometrischer Aufgaben anregt oder ob dynamische Geometriesoftware, indem sie zusätzliche Lösungsmöglichkeiten zur Verfügung stellt, problemorientiertes Denken eher verhindert.
Ingmar Lehmann von der HU Berlin spricht in seinem Vortrag *Dreiecke im Dreieck – Vermutungen und Entdeckungen* von DGS als Wundertüte. Bei ihm lässt sich Dynamische Geometriesoftware mit Vorteil in der Schule einzusetzen, da sich so Vermutungen leichter aufstellen und erhärten lassen. Er hatte den Satz von Morley behandelt und sich im Nachhinein gefragt, welche Figur entstehen, wenn anstelle der Winkel jede Seite eines beliebigen Dreiecks gedrittelt wird. Es drängten sich gleich mehrere Vermutungen und einige Verallgemeinerungen über Schnittfiguren im Dreieck auf.
Oliver Labs von der Universität Saarbrücken berichtete über die *Visualisierung von Termen durch die Software „Surfer“*. Er zeigte auf wie durch die Benutzung der Software „Surfer“ die Schüler Terme in natürlicher Weise verstehen können.
Olaf Knapp aus Konstanz berichtete über die *Voraussetzungen für die Nutzung von DRGS im Unterricht*. Knapp meint, wenn Dynamische Raumgeometrie-Systeme (DRGS) im Schulunterricht eingesetzt werden sollen, müssen diese bestimmten, schulspezifischen Anforderungen genügen. Günstig wäre es beispielsweise, wenn diese „intuitiv“ wären. Was aber ist intuitiv? Im Vortrag wurden neben allgemeinen Überlegungen konkrete Beispiele gegeben, die vorgenannten Fragen didaktisch gewinnbringend zu beantworten.
Die beiden Würzburger Markus Ruppert und Jan Wörler sprachen über *die Zukunft der Raumgeometrie: Raumgeometriesoftware und ihre Schnittstellen zum Menschen*. Im Vortrag wurde versucht, einen Prognose zu geben, welche technischen Geräte für den Raumgeometrieunterricht der Zukunft eine Rolle spielen werden. Vor diesem Hintergrund wurden technische Strömungen der Gegenwart (zum Beispiel Multitouch, Headtracking, 3D-Shutter-Technik, Augmented Reality) aufgegriffen und ihre Relevanz für den „Raumgeometrieunterrichts der Zukunft“ herausgearbeitet werden.
Matthias Ludwig setzte mit seinem Beitrag über *Hands on Werkzeuge* im Geometrieunterricht ein Gegenpol zur virtualisierten Welt im Geometrieunterricht. Ludwig zeigt an einigen selbst zu bauenden Werkzeugen, wo Hand anzulegen ist, um Geometrie persönlich erlebbar zu machen. Die Messgeräte dienen der Vermessung von Dingen, zu denen die Schülerinnen und Schüler eine persönliche Bindung haben. Somit werden grundlegende Ideen der Geometrie begreifbar und verständlich.
Swetlana Nordheimer von der HU Berlin sieht den Werkzeugbegriff wieder aus einem anderen Blickwinkel. Sie verwendet die *Geometrie als Anschauungswerkzeug für „gemeine“ Bruchrechnung*. Die Bruchrechnung illustriert eine von Vollrath beschriebene Paradoxie des Verstehens: „Strenge Überlegungen kann man nur verstehen, wenn man bereits anschauliche Vorstellungen davon hat. Angemessene anschauliche Vorstellungen können sich nur aus strengen Betrachtungen entwickeln.“ Im diesem Licht kann Geometrie als „strenge deduktive Wissenschaft“ und als „Lehre vom Anschauungsraum“ zum „Anschauungswerkzeug“ im Unterricht der Bruchrechnung werden.
Die Tagung wurde mit einem Beitrag von Jürgen Steinwandel von der PH Weingarten abgeschlossen. Steinwandel berichtete über *Die Strukturerfassung regulärer und halbregulärer Körper. Ein Vergleich von 3D-User-Interfaces, Bild und Realmodell*. Im Vortrag wurde der aktuelle Stand einer wissenschaftlichen Arbeit vorgestellt, in der untersucht wird, welche Auswirkungen drei unterschiedlichen Arbeitsumgebungen (Bild, Modell bzw. interaktive Animationen) auf das Erkennen räumlicher Strukturen haben. Es konnte gezeigt werden, dass das Modell in fast allen Leistungsgruppen den anderen beiden Repräsentationsformen überlegen ist.

Arbeitskreis Geometrie

GDM-Tagung 2011

Reinhard Oldenburg

Beim Treffen des AK Geometrie standen turnusgemäß Sprecherwahlen an. Der bisherige Sprecher Matthias Ludwig hat sich wieder zur Wahl gestellt, während Reingard Oldenburg nicht mehr zur Wahl angetreten ist. Andreas Filler hat sich bereit erklärt, diese Aufgabe zu übernehmen. Das neue Sprecherduo Ludwig & Filler wurde einstimmig gewählt.
Angesichts der kommenden Bildungsstandards für das Abitur wurde über die Schwerpunktsetzung eines künftigen Kurses zu analytischer Geometrie und linearer Algebra diskutiert. Als schwierig erwies sich dabei, in begrenzter Zeit sowohl den Anwendungen, die vor allem lineare Algebra fordern, als auch der Raumgeometrie, die in der Kontinuität der Mittelstufengeometrie steht, gerecht zu werden. Konsens war aber, dass die geometrische Sicht zumindest soweit verfolgt werden muss, wie sie Metaphern (z. B.: Abstand) liefert, die auch in nichtgeometrischen Anwendungen wichtig sind. Für Stochastik und Analysis liegen Empfehlungen zu den Bildungsstandards vor. Reinhard Oldenburg hat Erfahrungen aus der Arbeitsgruppe, die letztere entwickelt hat, berichtet. Man kann für Analysis und auch für Geometrie in der Oberstufe ein gewisses didaktisches Vakuum feststellen: Es fehlt an klaren, konsensfähigen Zielen und Konzepten zu deren Erreichung.
Für die Geometrie wurde beschlossen, eine Arbeitsgruppe einzusetzen, die über das Steuerelement „Aufgaben“ versuchen soll, Einfluss auf den Prozess zu nehmen. Mitglieder sind Andreas Filler, Matthias Ludwig, Stefan Kaufmann und Reinhard Oldenburg.

Die Herbsttagung 2011 des Arbeitskreises wird vom 9. 9.–11. 9. 2011 in Marktbreit bei Würzburg stattfinden. Das diesjährige Tagungsthema lautet *Vernetzungen und Anwendungen im Geometrieunterricht*. Die ausführliche Einladung zu dieser Herbsttagung findet sich in diesen Mitteilungen auf Seite 35 oder unter www.ak-geometrie.de.

Herbsttagung 2011 des Arbeitskreises Geometrie

Andreas Filler und Matthias Ludwig

Die 30. Herbsttagung des Arbeitskreises Geometrie findet von Freitag, den 9. 9., bis Sonntag, den 11. 9. 2011, in der AWO-Akademie in Marktbreit statt.
Auf der Herbsttagung 2010 des Arbeitskreises Geometrie wurde das Thema „Werkzeuge im Geometrieunterricht“ erörtert. Hierbei hat sich herauskristallisiert, dass es durchaus wieder lohneswert erscheint, zeitgemäße stoffdidaktische Ideen für den Geometrieunterricht zu formulieren. Diese Idee fand auch auf der Sitzung des Arbeitskreises auf der GDM 2011 in Freiburg Zuspruch; allerdings sollten die Ideen aus der Perspektive der Vernetzung und der Anwendung entwickelt werden. Das Motto der diesjährigen Tagung in Marktbreit ist deshalb *Vernetzungen und Anwendungen im Geometrieunterricht*.
Besonders im Bereich der Vernetzungen und Anwendungen scheinen besondere Möglichkeiten für den Geometrieunterricht zu liegen. Klassische, aber neu gedachte innermathematische Vernetzungen z.B. von Geometrie und Algebra oder diskreter Mathematik, aber auch außermathematische Vernetzungen z. B. von Geometrie und Architektur oder Kunst können zum Thema gemacht werden. Anwendungen der Geometrie in der Vermessungstechnik, im Sport und in den Medien sind einer mathematikdidaktischen Betrachtung wert und sollten für einen zeitgemäßen Unterricht aufbereitet werden.
Uns ist klar, dass die Begriffe Vernetzung und Anwendung schwer voneinander abzugrenzen sind und dass es je nach Sichtweise immer Inhalte und Themen gibt, die sich unter beiden Begriffen wiederfinden. Wir wollen daher beide Begriffe gleichberechtigt nebeneinander stehen lassen.
Der Arbeitskreis Geometrie hat auf Grund seiner Mitgliederstruktur seinen Arbeitsschwerpunkt bisher im Sekundarstufenbereich. Bisher gab es durchaus einen anregenden Austausch mit Unterrichtsideen und Forschungen aus dem Primarbereich, der allerdings nur sehr punktuell stattfand. Um diesen Austausch zu fördern und zu verstetigen, wollen wir dieses Jahr die Tagung ganz bewusst für alle Jahrgangsstufen und Schularten offen halten und vor allem Kolleginnen und Kollegen aus dem Primarbereich ansprechen, ihre Ideen im September 2011 in Marktbreit vorzustellen.
Wir freuen uns sehr, dass wir für diese Jubiläumsherbsttagung als Eröffnungsvortragenden Herr Univ. Prof. Dr. Georg Glaeser von der Universität für angewandte Kunst aus Wien gewinnen konnten. Herr Glaeser ist Geometer und Fotograf und u. a. bekannt durch seine Bücher „Geometrie und Ihre Anwendungen“, „Bilder der Mathematik“ oder „Der mathematische Werkzeugkasten“. Herr Glaeser wird mit seinem Vortrag angewandte Geometrie in der Realität beschreiben.
Diese Tagung lebt natürlich von den aktiven Beiträgen der Teilnehmer. Auch dieses Jahr rufen wir alle auf diesem Gebiet Lehrenden und Forschen auf, sich mit Vorträgen an der Tagung zu beteiligen. Details dazu finden Sie auf der Webseite des Arbeitskreises Geometrie (www.ak-geometrie.de).
Wie auch im letzten Jahr sollen ausführliche Kurzfassungen (mehrere Seiten; z. B. 8) rechtzeitig (15. 8. 2011) an Herrn Ludwig (ludwig@math.uni-frankfurt.de) oder Herrn Oldenburg (oldenbur@math.uni-frankfurt.de) geschickt werden, um sie vor Tagungsbeginn auf die Tagungshomepage zu stellen und auf diese bewährte Weise eine tiefere Diskussion zu ermöglichen. Aus den – nach der Tagung überarbeiteten und aufeinander abgestimmten – Beiträgen soll wieder ein Tagungsband erstellt werden.
Alle interessierten Kolleginnen und Kollegen aus Schule und Hochschule sind eingeladen, an der Herbsttagung 2011 in Marktbreit teilzunehmen und u. U. mit einem Beitrag die Diskussion zu bereichern.

Arbeitskreis Grundschule

Tabarz, 5.–7. 11. 2010

Simone Reinhold

Der Arbeitskreis Grundschule tagte vom 5. 11. bis 7. 11. 2010 zum Rahmenthema „Übergänge – entwerfen, gestalten und bewerten“. Unter den etwa 120 Teilnehmerinnen und Teilnehmern der Tagung waren auch Lehrerinnen und Lehrer vertreten.
Sebastian Wartha (Karlsruhe), Hedwig Gasteiger (München), Dorothea Dornheim (Bamberg), Hans Wielpütz (Köln) und Erich Ch. Wittmann (Dortmund) konnten als Referenten für die Plenarvorträge des Tagungswochenendes in Tabarz gewonnen werden.

Sebastian Wartha eröffnete die Tagung mit einem Beitrag zum Thema „Probleme am Übergang: Besondere Schwierigkeiten in der Sekundarstufe bei verschleppten Problemen aus dem Primarbereich“. Ausgehend von der Frage, inwieweit Probleme in der Sekundarstufe I auf Defizite in den Inhaltsbereichen des Mathematikunterrichts der Grundschule zurückgeführt werden können, umriss der Referent ein weites Problemfeld: Zu klären sei dabei zunächst, welcher Gestalt die Defizite sind, wie sie diagnostiziert und aufgearbeitet werden können bzw. welche Rolle dabei „Übersetzungen“ zukommt. Qualitative Analysen des Referenten, die auf der Grundlage des Konzepts von Grundvorstellungen von vom Hofe (2004) durchgeführt wurden, führten u.a. zu der Erkenntnis, dass der Einsatz von Veranschaulichungen bei älteren Schülern mitunter größere Probleme bereitet als das Anwenden von Rechengesetzen. Herausgestellt wurde ferner, dass eine produktorientierte Diagnostik nicht aussagekräftig genug ist, um etwa verschleppte Probleme aus der Primarstufe aufzuspüren und problematische Konzepte (Rechentricks u. ä.) aufzudecken, die sich in der Grundschule evtl. noch als tragfähig erwiesen haben. So wurde aus kompetenzorientierter Perspektive in den weiteren Ausführungen ein Schwerpunkt auf die Diagnose und Förderung von Grundvorstellungen gelegt. Mithilfe anschaulicher Beispiele aus seiner praktischen Arbeit entfaltete der Referent ein Konzept zum Aufbau von Grundvorstellungen, das auf die Verinnerlichung von Handlungen, die Ausbildung von „mentalen Werkzeugen“, abzielt und sich als inhaltsspezifisches Konstrukt versteht: Ausgehend von Handlungen am geeigneten Material mit Versprachlichung (1. Phase) erfolgen hier Beschreibungen der Materialhandlung mit Sicht auf das Material (2. Phase). Auf höherer Ebene (3. Phase) können diese Beschreibungen der Materialhandlung schließlich ohne Sicht auf das Material erfolgen und in ein Üben, Verfestigen und Vernetzen (4. Phase) münden. Individuelle Variationen oder Rückschritte sind dabei möglich und oft auch nötig.
Abschließend erhob Sebastian Wartha u. a. die Forderung nach einer Kompetenzstärkung von Lehrkräften in Bezug auf die Diagnose sowie auf inhaltliche und methodische Aspekte in der Beobachtung von Schülerinnen und Schülern. Weiterführende Aufgabe der Forschung sei es, die Wirksamkeit von Präventions- und Fördermaßnahmen zu untersuchen und diagnostische Grundlagen für die Analyse und Dokumentation zu entwickeln.

Hedwig Gasteiger lenkte mit ihrem Vortrag „Mathematiklernen im Übergang zwischen Kindergarten und Grundschule – Herausforderungen und Chancen“ den Blick auf die Forschung im vorschulischen Bereich und wies einleitend auf die verstärkte Diskussion um elementare mathematische Bildung nach der Veröffentlichung der Ergebnisse internationaler Vergleichsstudien hin. Fachliche Bildung, Beobachtung und Dokumentation werden nunmehr als klare Aufgaben der Bildungsarbeit im vorschulischen Bereich angesehen, was sich auch in einem verstärkten Fachbezug in den gegenwärtigen Bildungsplänen für den Elementarbereich zeigt.
Neben Ergebnissen aus der Säuglingsforschung zur Entwicklung früher mathematischer Kompetenzen umriss die Referentin exemplarisch das breite Angebot an Materialien zur frühen mathematischen Bildung und verwies auf verschiedene Lehrgänge (z. B. „Zahlenland“, Friedrich 2006), Trainingsprogramme („Mengen, Zahlen, Zählen“, Krajewski u. a. 2007), Ideensammlungen (z. B. „Mathekings“, Hoenisch und Niggemeyer 2004 oder „Minis entdecken Mathematik“, Benz 2010) oder konzeptionelle Vorschläge (z. B. Frühförderung Mathe 2000, Wittmann und Müller 2009). Dabei hob die Referentin positiv hervor, dass die Bedeutung mathematischer Bildung und der Einfluss vorschulischer Erziehung bzw. individueller Vor-

kenntnisse auf spätere schulische Leistungen inzwischen allgemein anerkannt sind, verwies aber auch auf noch ausstehende Evaluationen der bestehenden Konzepte. Gefahren stellen zudem Inkohärenzen dar, womit sich die Forderung nach fachlicher Richtigkeit der Angebote und einer Kontinuität im mathematischen Lernen ergab. Zudem formulierte die Referentin den Anspruch, dass fundierte Konzeptionen für die elementare mathematische Bildung den Grundideen aktiv-entdeckenden und konstruktiven Lernens folgen und damit nicht nur Inhalte vermitteln, sondern eine Vernetzung von Wissen sowie eine Schulung des mathematischen Denkens und der Argumentations- und Problemlösefähigkeit anstreben sollten. Natürliche Lernsituationen in Alltag und Spiel bieten sich hier an.
Auf Seiten der Erzieherinnen, mit denen sie während ihrer referierten Untersuchungen zusammen arbeiten konnte, stellte die Referentin besonders großen Bedarf im Hinblick auf Instrumente zur Kompetenzdiagnostik fest. So wurde die Ausbildung von Fachkompetenzen (Wissen um Fachinhalte und um die mathematische Entwicklung von Kindern) und von Handlungskompetenzen (pädagogisch-didaktische Handlungskompetenz und Förderkompetenz) bei Erziehenden als dringend notwendig dargestellt. Chancen ergeben sich durch die Ausbildung dieser Fach- und Handlungskompetenzen bei Erziehenden für alle Kinder, insbesondere aber sicher für sog. „Risikokinder" (Grüßing 2009).

Dorothea Dornheim referierte zum Thema „Entwicklung und Vorhersage numerischer Kompetenzen im Kindergarten- und Grundschulalter". Als psychologische Quellen für die Entwicklung von Zahlkompetenzen führte die Referentin zunächst u.a. die Fähigkeit, Quantitäten analog zu repräsentieren (analogue magnitude representation), und die Fähigkeit, kleine Anzahlen bis hin zu drei Elementen präzise auf einen Blick zu erfassen (parallel individuation), an. In einer eigenen diesbezüglichen Studie ging die Referentin von der Annahme aus, dass die Fähigkeit von kleinen dreieinhalb bis fünfjährigen Kindern, mit Plättchen addieren und subtrahieren zu können, ein erstes kardinales Zahlenverständnis impliziert. Angeboten wurden Aufgaben, in denen Anzahlen (verdeckt) reproduziert oder addiert bzw. (mit Abzählinstruktion) ergänzt werden sollten. Dabei stellte sich heraus, dass die Kinder unterschiedliche Strategien einsetzten und auch jüngere Kinder bereits auf eine Zählstrategie auf Kardinalprinzip-Niveau zurückgreifen konnten.

Diese Befunde stellte die Referentin in einen Zusammenhang zu Befunden aus ihrer aktuellen Arbeit. Dabei ging es in einer Längsschnittuntersuchung um die zentrale Frage, ob Zahlenkompetenzen im Vorschulalter oder ob allgemeine Denkfähigkeiten die stärkeren Vorhersagevariablen für die Rechenleistungen im Grundschulalter darstellen. In einem Modell der Komponenten von Zahlenkompetenzen, das dieser Untersuchung zugrunde lag, wirkten Aspekte einer verbalen Komponente (Ordinalzahlaspekt, Zählen und Abzählen) zusammen mit einer komplexen Komponente (Teil-Ganzes) und einer räumlich-visuellen Komponente (Anzahl- und Kardinalzahlaspekt). In der Analyse der vorliegenden Daten bestätigte sich die Hypothese, dass das zahlenbezogene Vorwissen im Vorschulalter der wichtigste Vorhersagefaktor der späteren Rechenleistung im Grundschulalter ist. Zahlenvorwissen, Piaget-Aufgaben oder Zahlsymbol-Vorwissen bringen hingegen keinen weiteren Beitrag zur Varianz-Aufklärung mit sich. Auch der direkte Beitrag räumlicher Kompetenzen fällt gering aus, wohingegen ein direkter Beitrag des sprachlich-phonologischen Arbeitsgedächtnisses auf die Rechenleistung am Ende des zweiten Schuljahres nachgewiesen werden kann. Allgemeine Denkfähigkeiten hängen in geringerem Maße mit der späteren Rechenleistung zusammen und leisten zusätzlich nur einen kleinen Beitrag zur Vorhersage.
Abschließend betonte die Referentin die hohe Relevanz früher Zahlenkompetenzen und verwies auf geschlechtsspezifische Unterschiede zu Ungunsten der Mädchen. Daraus ergab sich die Forderung an die Praxis nach früher Diagnostik und Förderung.

Hans Wielpütz widmete sich mit seinem Vortrag „Lehrerinnen und Lehrer unterrichten anders – Zur beruflichen Entwicklung nach der Ausbildung" dem Übergang aus der zweiten Ausbildungsphase in den Berufsalltag. Vor dem Hintergrund seiner Beobachtungen im Rahmen der Schulinspektion stellte sich der Referent der Frage, wie Lehrerinnen und Lehrer sich im alltäglichen Unterrichtsgeschehen nach dem Abschluss ihrer Ausbildung einrichten. Bereits im Referendariat lassen sich demnach Diskrepanzen an verschiedenen Stellen ausmachen: Vermeintlich gesichertes Wissen aus dem Studium wird von Forderungen aus Haupt-bzw. Fachseminaren überlagert, die mitunter auch noch unterschiedliche Erwartungen erfüllt sehen möchten. Ein frappierendes Missverhältnis zwischen der Qualität von „Vorführstunden" und dem Ausbildungsalltag auszubildender Kolleginnen und Kollegen geht damit nach

Darstellung des Referenten oft einher. Auch Diskrepanzen zwischen dem unterrichtlichen Handeln von Lehrerinnen und Lehrern vor bzw. nach ihrem Examen wurden konstatiert („Privatisiertheit von Unterricht“).
Mit einem Blick auf die Stärken von Schulen stellte der Referent gestützt auf Befunde aus den Erziehungswissenschaften fest, dass viele Schulen ihre Hauptaufgabe auf der sozialen und emotionalen Ebene sehen und eine besondere Qualität des pädagogischen Umgangs wertschätzen. Eine fachdidaktische Orientierung mit einem entsprechenden Bemühen um Weiterbildung und methodischer Qualifikation wird von diesen sozial-emotionalen Zielen häufig überlagert.
Abschließend bemängelte der Referent die aus seiner Sicht nach wie vor defizitäre erziehungswissenschaftliche Analyse pädagogischer Arbeit. Er bemängelte fehlendes gesichertes Wissen über die Wirkung von Lehrerbildung, stellte damit die Reformdebatte über die Lehrerbildung in Frage und erhob die Forderung nach einer Gestaltung der Lehrerbildung als Kontinuum.

Den Abschluss der Tagung gestaltete Erich Ch. Wittmann mit einem Vortrag zum Thema „Grundsätzliche Überlegungen zur mathematischen Frühförderung“. Im Zentrum standen dabei die Darstellung von verschiedenen Angeboten aus dem Bereich der mathematischen Frühförderung und ihre kritische Bewertung von einem mathematikdidaktischen Standpunkt aus, der sich am „wohl verstandenen“ Fach orientiert.
Wichtigstes Kriterium für die Beurteilung von Konzepten zur mathematischen Frühförderung ist nach den Ausführungen des Referenten die Anschlussfähigkeit zur Arbeit in der Grundschule. Um klären zu können, wie eine mathematisch fundierte Frühförderung gestaltet sein sollte, wurde die Mathematik als „Wissenschaft von den Mustern“ charakterisiert. Ein tragfähiges Konzept zur Frühförderung müsse hier einen besonderen Schwerpunkt setzen, der sich auch in den Bildungsstandards widerspiegelt. Im weiteren Verlauf seiner Ausführungen stellte der Referent Schwierigkeiten bei der Implementierung einer genuinen mathematisch fundierten Frühförderung heraus. Vielen Erzieherinnen sei der Zugang über die mathematische Fundierung zunächst fremd. Dennoch sei es über entsprechend ausgearbeitete Konzepte für die Aus- und Fortbildung von Erzieherinnen möglich, ein Bewusstsein dafür zu generieren, dass die Arbeit an mathematischen Angeboten die Motivation bereits in sich trage (vgl. Wittmann und Müller 2009). Eine Akzeptanz für die Angebote lasse sich unter anderem auch erreichen, wenn die konzeptionell verankerten Angebote einen Spielcharakter aufweisen, zumal das Lernen im Spiel Kindern im Vorschulalter besonders entspricht. So hob der Referent u.a. Beispiele wie die „Spielgaben“ aus der Arbeit Fröbels hervor und erhob die Forderung nach einer besonderen Akzentuierung geometrischer Angebote in der Frühförderung.

Während der Tagung in Tabarz kamen zudem sieben Arbeitsgruppen innerhalb des Arbeitskreises Grundschule zusammen. Hier bot sich Zeit, in kleinerem Rahmen laufende oder geplante Forschungsvorhaben bzw. aktuelle fachdidaktische Themen zur Diskussion zu stellen:

- Kommunikation und Kooperation (Koordination: Birgit Brandt und Marcus Nührenbörger, Frankfurt und Dortmund)
- Lernen und Forschen mit Neuen Medien in der Primarstufe (Koordination: Silke Ladel und Christof Schreiber, Karlsruhe und Frankfurt)
- Daten, Zufall und Wahrscheinlichkeit (Koordination: Bernd Neubert, Gießen)
- Arithmetik (Koordination: Thomas Rottmann, Bielefeld)
- Geometrie (Koordination: Carla Merschmeyer-Brüwer und Simone Reinhold, Braunschweig)
- Lehrerbildung in der Primarstufe (Koordination: Joost Klep, Gießen)
- Sachrechnen (Koordination: Dagmar Bönig, Bremen)

In der Arbeitsgruppe „Kommunikation und Kooperation“ stellte Daniela Götze (Dortmund) das Projekt „Kira“ (Kinder rechnen anders; geleitet von Christoph Selter, Dortmund) vor. Gegenstand des Workshops war die Frage, wie angehende Lehrkräfte bereits im Studium ihre eigenen Erfahrungen zur Rolle des Lehrer-Schüler-Gesprächs kritisch reflektieren und für eine lernförderliche Kommunikation sensibilisiert werden können. Im Kira-Projekt wurden hierzu Materialien (Videos, Kinderdokumente, Analysefragen etc.) entwickelt, die Studierenden eine veränderte Haltung im Gespräch mit Kindern aufzeigen und sie die große Chance der Kommunikation unter Kindern erkennen lassen sollen. Nachdem die Materialien im Arbeitskreis von den Teilnehmern erprobt werden konnten, wurde über ihre Eignung angeregt diskutiert.
Um das Treffen des AK Grundschule der GDM in Tabarz sowie die Zeit dort gut zu nutzen, tagte die Arbeitsgruppe „Lernen und Forschen mit Neuen Medien in der Primarstufe“ bereits am Freitag. Jeder Teilnehmer hielt einen Kurzvortrag. Anschließend wurde ausgiebig disku-

tiert und Rückmeldung gegeben. Vortragende waren

- Felix Krawehl (Hamburg): „Ein Rahmen für mathematik-didaktische Evaluation von Unterrichtssoftware“,
- Silke Ladel (Karlsruhe): „Finger-Symbol-Sets zur Verbesserung des Zahl- und Operationsverständnisses“,
- Hartwig Meissner (Münster): „Projekt Taschenrechner (TIM): Kopfrechentraining und Entwicklung von Zahlgefühl“,
- Alexandra Merkel (Frankfurt): „WiLM@ – wiki-basierte Lernumgebung zum kooperativen Lernen mit Neuen Medien im Mathematikunterricht“ und
- Christoph Schreiber (Frankfurt): „Neue Medien in allen Phasen der Lehrerbildung“.

Die Arbeitsgruppe bereitete zudem ihre Weiterarbeit auf der GDM-Tagung 2011 in Freiburg vor (Treffen der Arbeitsgruppe, Sektion). Geplant ist neben einem weiteren Treffen im Frühjahr 2011 auch eine gemeinsame Veröffentlichung. Das Protokoll des Freitags-Treffens ging allen Mitgliedern der Arbeitsgruppe (E-Mail-Verteiler) zu.
Am Samstag wurden die Projekte der AG in Form von Plakaten, teilweise mit der Möglichkeit zur aktiven Erprobung diverser Medien in Form eines „Marktplatzes“ vorgestellt. Dadurch war genügend Zeit für intensive Gespräche. Die Rückmeldungen hierzu waren sehr positiv. Eine kurze Zusammenfassung über die verschiedenen Stände gab ein Flyer.
Die Arbeitsgruppe wird auch 2011 in Tabarz wieder tagen. Interessenten sollten sich möglichst bereits vorab melden, um in die Verteilerliste aufgenommen zu werden und alle Informationen zu erhalten.

Die Arbeitsgruppe „Daten, Zufall und Wahrscheinlichkeit“ tagte mit ca. 15 Teilnehmern. Den Rahmen bildete ein Forschungsthema zur Wahrscheinlichkeit. Judith Stanja (Duisburg – Essen) stellte das Projekt „Elementares Stochastisches Sehen“ vor. Im ersten Teil erläuterte sie das Anliegen des Projekts und die geplante Vorgehensweise. Die Erkenntnisse aus einer Staatsexamensarbeit mit dem Titel „Wie verstehen Kinder Vorhersagen?“ unterstützten das Verständnis für die theoretischen Aussagen. Grundlage für die Diskussions- und Arbeitsphase im zweiten Teil waren die für eine Interventionsstudie entwickelten Unterrichtsmaterialien. Dies führte zu einer angeregten Diskussion unter den Teilnehmerinnen und Teilnehmern, die auch als Anregung für die weitere Arbeit von Frau Stanja diente. Die gegenwärtige Aktualität des Themas für die Schulpraxis spricht für die Weiterführung der Arbeitsgruppe auch im Jahr 2011. Allerdings gibt es noch keine konkreten Vorschläge und Angebote. Anregungen und Beiträge sind herzlich willkommen. Interessenten wenden Sie sich bitte an Bernd.Neubert@math.uni-giessen.de.

In der Arbeitsgruppe „Arithmetik“ stellte Axel Schulz (Bielefeld) sein Dissertationsprojekt zum Thema „Fachdidaktische Kompetenzen von Grundschullehrerinnen – normative Analyse und deskriptive Befunde“ vor. Es wurde ausgeführt, dass fachdidaktische Kompetenzen von Lehrerinnen und Lehrern seit einigen Jahren im Fokus der nationalen und internationalen mathematikdidaktischen Forschung stehen (z. B. MT21 und COACTIV). Während die meisten dieser Studien neben fachdidaktischen vor allem fachmathematische Kompetenzen von Lehrkräften der Sekundarstufe analysieren, sind konkret inhaltsbezogene fachdidaktische Kompetenzen von Lehrkräften der Primarstufe weitgehend unerforscht.
Ziel des vorgestellten Dissertationsprojekts ist der Versuch einer Beschreibung und Erfassung fachdidaktischer Kompetenzen von Grundschullehrkräften. Dabei liegt der inhaltliche Fokus auf der Prävention von und der Intervention bei problematischen arithmetischen Lernverläufen im Mathematikunterricht.
Am Beispiel der Entwicklung des Stellenwertverständnisses im Grundschulalter und an der Darstellung besonderer Hürden in diesem Entwicklungsprozess, wurden Kriterien für die Beschreibung fachdidaktischer Kompetenzen abgeleitet. Die leitende Hypothese dabei ist: Erst wenn eine Lehrkraft Einsichten und Kenntnisse in Bezug auf diesen inhaltsspezifischen Entwicklungsprozess und auf mögliche Probleme im Lernprozess hat, ist sie in der Lage, zielgerichtet und begründet zu diagnostizieren und zu intervenieren. Anhand eines Beispielitems aus dem entwickelten Interviewleitfaden zur Erfassung der fachdidaktischen Kompetenz und der Darstellung von Interviewsequenzen wurden Möglichkeiten und Grenzen der qualitativen Auswertung diskutiert.
Die Arbeitsgruppe „Arithmetik“ wird künftig von Elisabeth Rathgeb-Schnierer (Weingarten) koordiniert.

Die Arbeitsgruppe „Geometrie“ trat nach einjähriger Pause erneut zusammen. Die Sitzung wurde gestaltet von Bianca Beutler (Braunschweig), die einen Einblick in ihr aktuelles Dissertationsprojekt gewährte. Zum Thema „Vorschulkinder integrieren Mengen- und Zahlenwissen bei der Bearbeitung von Aufgaben zur mentalen Rotation“ zeigte sie zunächst auf, wie ihre breit angelegte Arbeit an der Schnitt-

stelle von Arithmetik und Geometrie im vorschulischen Bereich aufgestellt ist. Im Vortrag wurde anschließend exemplarisch herausgearbeitet, wie Vorschulkinder mit Aufgaben zur mentalen Rotation zweidimensionaler Darstellungen von abstrakten Quadratkonfigurationen umgehen. Das Interesse lag dabei vor allem auf der Frage, ob und wie die Kinder bei der Lösung dieser Aufgaben bereits Anzahlen hinzuziehen. In Frage gestellt und angeregt diskutiert wurde auch, ob es bereits erste Hinweise auf die Anwendung der arithmetischen Kategorie des Prinzips des Um-eins-mehr/weniger-Werdens, des Kardinalzahlaspekts oder der Teil-Ganzes-Beziehung gibt.
Während der Herbsttagung 2011 soll die Arbeit der Arbeitsgruppe „Geometrie“ fortgeführt und u. a. mit einem Beitrag von Theresa Deutscher (Dortmund) gestaltet werden.

Auch die Arbeitsgruppe „Lehrerbildung in der Primarstufe“ trat erneut zusammen und wird ihre Arbeit auf der Herbsttagung 2011 fortsetzen.
Die Diskussion um Teilkompetenzen beim Modellieren stand im Mittelpunkt der Sitzung der Arbeitsgruppe „Sachrechnen“, in die Silke Ruwisch mit einem kurzen Input einführte. Gemeinsam wurde versucht zunächst Teilkompetenzen ausfindig zu machen und den unterschiedlichen Phasen des Modellbildungsprozesses zuzuordnen. Anhand von ausgewählten Beispielaufgaben wurde abschließend erörtert, wie sich diese Teilkompetenzen im Unterricht der Grundschule gezielt anbahnen, ausbilden und fördern lassen.
Auf der Herbsttagung 2010 wurde turnusgemäß ein neuer Sprecherrat gewählt. Der Arbeitskreis dankte den ausscheidenden Mitgliedern des Sprecherrats Maike Grüßing (Kiel) und Klaus-Ulrich Guder (Lüneburg) für ihr Engagement in den vergangenen vier Jahren. Christiane Benz (Karlsruhe) und Simone Reinhold (Braunschweig) wurden in ihrem Amt bestätigt und werden künftig von den neu gewählten Mitgliedern Thomas Rottmann (Bielefeld) und Bernadette Thöne (Bremen) im Sprecherrat unterstützt.

Die nächste Herbsttagung des Arbeitskreises Grundschule zum Thema „Medien und Material“ findet vom 4. 11. bis 6. 11. 2011 in Tabarz statt. In den Arbeitsgruppen dieser Tagung sollen auch Nachwuchswissenschaftlerinnen und -wissenschaftler wieder die Gelegenheit bekommen, ihre laufenden Projekte vorzustellen. Angedacht ist zudem eine dem Tagungsthema entsprechende Sammlung und Ausstellung historischer Arbeitsmaterialien und Medien.
Weitere Informationen und Anregungen finden Sie auf der Internetseite des Arbeitskreises Grundschule unter http://www.leuphana.de/gdm_grundschule/.

Arbeitskreis HochschulMathematikDidaktik

Kassel, 10.–11. 12. 2010

Katja Eilerts, Christine Bescherer und Cornelia Niederdrenk-Felgner

Die erste Herbsttagung des neu gegründeten Arbeitskreises HochschulMathematikDidaktik fand vom 10. bis 11. Dezember 2010 an der Universität Kassel statt und wurde von Katja Eilerts organisiert. Durch seine drei gewählten Sprecherinnen sind verschiedene Hochschulformen vertreten: Prof. Dr. Christine Bescherer (Pädagogische Hochschule Ludwigsburg), Vertr.-Prof. Dr. Katja Eilerts (Universität Kassel) und Prof. Dr. Cornelia Niederdrenk-Felgner (Hochschule für Wirtschaft und Umwelt Nürtingen-Geislingen).

Gute Hochschullehre zeichnet sich dadurch aus, dass sie nicht nur an den Fachinhalten orientiert ist, sondern vor allem den Lernprozess der Studierenden im Blick hat. Für die Hochschullehre in Mathematik ergibt sich hier eine besondere Herausforderung, da das Fach für viele Studierende ein – oft wenig geliebter – Pflichtteil ihres Grundstudiums ist und zudem noch den Ruf hat, zum „Aussieben" benutzt zu werden. In der Schule werden zunehmend didaktisch-methodische Konzepte im Mathematikunterricht verwirklicht, die sich erheblich vom traditionellen Vorgehen unterscheiden. Wenn auch in der Hochschule ein individualisiertes, möglichst selbständiges Mathematiklernen umgesetzt werden soll, so erschweren neben dem grundsätzlichen Problem der Einführung „neuer" Lehr-/Lernformen in traditionelle Studiengänge auch die großen Teilnehmerzahlen in den einzelnen Vorlesungen eine Änderung traditioneller und erprobter Veranstaltungsformen.

Individuelle Förderung scheint im ersten Moment kaum bzw. nur mit großem Personalaufwand oder mit dem (zeitaufwändigen) Einsatz von E-Learning-Systemen möglich. Viele Mathematikdozentinnen und -dozenten haben jedoch über die Jahre *Best Practices* zur Gestaltung von Vorlesungen und Übungen mit Aktivierung von Studierenden mit oder ohne Nutzung digitaler Medien entwickelt. Der Arbeitskreis HochschulMathematikDidaktik bietet in seinen Treffen eine Plattform zum Austausch dieser Modelle. Daraus können dann wirkungsvolle Konzeptionen abgeleitet und an der nachhaltigen Verbesserung der Hochschullehre – aus didaktischer Sicht – gearbeitet werden. Hierbei ergeben sich zwei Tätigkeitsfelder: Zum Einen ist die Entwicklung von Konzepten zur Bewältigung des Alltags in der Hochschullehre im Bereich Mathematik ein aktuelles und sehr wichtiges Anliegen. Andererseits muss aber auch die Etablierung und Umsetzung von Forschungsaktivitäten in der Hochschulmathematikdidaktik vorangetrieben werden. In dem Forschungsbereich Hochschulmathematikdidaktik gibt es bisher vor allem einzelne Arbeiten in Form von Doktorarbeiten, aber nur einige wenige groß angelegte Forschungsprojekte.

Der Arbeitskreis verfolgt zwei Zielrichtungen:

- Austausch von Ideen und Erfahrungen zu innovativen Lehr-/Lernkonzepten aus der Praxis der Hochschulveranstaltungen in Mathematik und
- Vernetzung von Personen und Entwicklung einer fachdidaktischen Forschungscommunity, die sich mit Fragen, Untersuchungen und Projekten zum Mathematiklernen an der Hochschule befasst.

Für die Herbsttagung wurde das Thema „Vorlesungsstrukturen neu denken" ausgewählt. Ein Anliegen bei der Planung der Tagung war es, möglichst viel Zeit für Diskussionen in kleinen Gruppen zu lassen. Diese Diskussionen wurden durch vier kurze Impulsreferate initiiert und dann von den Referenten in jeweils zwei Gruppen begleitet. Die rund 30 Teilnehmerinnen und Teilnehmer nutzten diese Möglichkeit zum gegenseitigen Austausch und Kennenlernen ausgiebig und wünschten sich für weitere Tagungen ein ähnliches Vorgehen.

Den Auftakt der Herbsttagung bildete ein Grußwort von Reinhard Hochmuth, dem Leiter des Zentrums „Hochschuldidaktik Mathematik" in Kassel.

Die vier Impulsreferate werden im Folgenden in einer Kurzfassung vorgestellt.

Ole Bröker (AG Klaus Backhaus, Universität Münster): „INTUT – PRÄTUT – Individualisierung des Lernens in Massen-Studiengängen"

Ausgangsproblematik

Das betriebswirtschaftliche Studium an der Universität Münster ist, ähnlich zur Hochschulmathematik, geprägt von Massenveranstaltungen, in denen eine individuelle Betreuung der Studierenden kaum noch möglich ist. In manchen Pflichtveranstaltungen handelt es sich aus diesem Grund um Veranstaltungen mit ca. 300 bis 500 Studierenden je Semester. Mit traditionellen Mitteln ist individuelle und studierendenorientierte Betreuung kaum zu gewährleisten. Alternative Lehrkonzepte sind daher dringend notwendig!

Vor diesem Hintergrund hat das Institut für Anlagen und Systemtechnologien ein Konzept entwickelt, in dem neue Wege der Individualisierung des Studiums an einer Massenuniversität aufgezeigt werden. Mit dem neuen Lehrkonzept werden drei wesentliche Ziele angestrebt: Individualisierung, Interaktivität und Lernatmosphäre.

Eines der im Rahmen des ganzheitlichen Lehrkonzeptes neugestalteten Module betrifft das Angebot von Übungen, um theoretischen Vorlesungsstoff vertiefend anzuwenden. Angesichts der Größe einiger Veranstaltungen (ca. 500 Studierende) sind Gruppenübungen mit 20–30 Studierenden aus Gründen der Ressourcenknappheit nicht mehr durchführbar. Größere Gruppen dagegen weisen rein konsumtiven Charakter für die Studierenden auf und machen es unmöglich, auf spezifische Problemstellungen und individuelle Lerngeschwindigkeiten Rücksicht zu nehmen.

Gestaltung des neuen Übungskonzeptes

Jede Tutoriumseinheit besteht jeweils aus einer einwöchigen durch Tutoren betreuten Diskussion im Internet (INTUT) sowie den in der jeweiligen Folgewoche stattfindenden Präsenztutorien (PRÄTUT). Die für eine INTUT-Woche relevanten Aufgaben inklusive der vollständigen Musterlösungen werden spätestens zu Beginn der Woche über eine interaktive Online-Lernplattform – OpenUSS.de bereitgestellt. Zentraler Bestandteil des Veranstaltungsangebots ist das sogenannte virtuelle Diskussionsforum. Dort werden Fragestellungen und Probleme zu den Musterlösungen gesammelt, strukturiert und diskutiert. Das Diskussionsforum wird dabei werktäglich von wissenschaftlichen Mitarbeitern betreut. Aus Kapazitätsgründen und insbesondere Transparenzüberlegungen wird von den Studierenden gefordert, Fragen öffentlich und nicht anonym zu stellen. Grundsätzlich werden auch Antworten der Tutoren innerhalb des Diskussionsforums veröffentlicht. Erfordert die Fragestellung jedoch eine intensivere Aufbereitung durch die Tutoren, werden die Fragestellungen in der darauffolgenden Woche im Rahmen der PRÄTUT-Veranstaltung vertieft. Die Studierenden sind angehalten, den „Tutor der Woche" um die Vorstellung bzw. Vertiefung bestimmter Lösungen oder Erläuterungen in einem PRÄTUT aufzufordern. Im Falle der Durchführung eines PRÄTUT werden die zu behandelnden Themen vom Tutor zu Beginn der PRÄTUT-Woche mit Hilfe einer Massenmail bekannt gegeben, und es werden nur Fragen zugelassen, die zuvor auch im Rahmen des INTUT öffentlich gestellt werden.

Vorteile des neuen Übungskonzeptes

Im Rahmen des INTUT/PRÄTUT-Konzeptes werden die Studierenden zu einem regelmäßigen wöchentlichen Abarbeiten der einzelnen Aufgabenblöcke angehalten. Durch das Bereitstellen sämtlicher Musterlösungen und der Gewährung einer jeweils einwöchigen Bearbeitungszeit können sich die Studierenden inhaltlich und zeitlich individuell mit dem behandelten Stoff auseinandersetzen. Die Bearbeitung der Aufgaben kann weiterhin gemeinschaftlich in nicht-virtuellen Arbeitsgruppen erfolgen. Das INTUT ermöglicht den Studierenden darüber hinaus, ihre Fragen an die Gesamtheit aller Studierenden und den „Tutor der Woche" zu stellen. Die Hemmschwelle, Fragen zu stellen sinkt, da das Fragen im Online-Diskussionsforum als leichter empfunden wird als im Präsenztutorium. Die Kombination von INTUT und PRÄTUT garantiert zudem, dass alle Fragen der Studierenden geklärt werden. Da sämtliche Fragen und Antworten im INTUT allen zugänglich sind und die Präsenztutorien einen identischen Ablauf haben, wird weiterhin eine hohe Transparenz geschaffen. Gleichzeitig können – anders als in herkömmlichen Tutorien – die individuellen Probleme des einzelnen Studierenden gelöst werden.

Cornelia Niederdrenk-Felgner (Hochschule Nürtingen-Geislingen): „Mathematik an Fachhochschulen – In welchem Sinn und mit welchem Ziel?"

Wenn Mathematik als Lehrfach in einem betriebswirtschaftlichen oder finanzwirtschaftlichen Studiengang an einer Fachhochschule unterrichtet wird, so stellt sich die Frage, welche Rolle der Mathematik innerhalb des Fachstudiums zukommen kann. Sicherlich wird hier Mathematik nicht als eigenständige Disziplin, sondern vielmehr als Hilfswissenschaft vermittelt, die das Werkzeug für die Darstellung und Analyse betriebswirtschaftlicher Zusammenhänge zur Verfügung stellt.

Diese „Hilfs-Funktion" der Mathematik lässt sich in folgende Aspekte aufgliedern:

- Durch die mathematische Analyse der quantitativen Aspekte von Sachverhalten werden Gesetzmäßigkeiten, Strukturen und Ähnlichkeiten deutlich – ein Beispiel hierfür ist der gesamte Bereich der Renten- und Tilgungsrechnung, die im Wesentlichen auf der Formel für die geometrische Reihe beruht.
- Mathematisierung von Sachverhalten dient – wenn auch nicht für alle Studierenden sofort einsehbar – der leichteren Handhabbarkeit. Ein Beispiel dafür ist der Verzinsungsprozess in seiner multiplikativen Darstellung.
- Schließlich bringt die Verknüpfung der Anwendung mathematischer Verfahren mit der unterlegten Bedeutung des Sachzusammenhangs neue Erkenntnisse – ein Beispiel ist die Herleitung der Duration als Risikomaß mit Hilfe der Differentialrechnung.

Die Herausforderung einer Mathematikvorlesung in diesem Kontext besteht darin, eine Brücke zu bauen zwischen der Mathematik, wie sie auf der Schule unterrichtet wird, und der neuen Funktion von Mathematik als einem integralen Bestandteil des Fachstudiums, z.B. der Finanzwirtschaft. Dabei stellen sich insbesondere die folgenden Probleme:

- Die Vorkenntnisse der Studierenden im ersten Semester sind – bedingt durch die unterschiedlichen Bildungswege zur Fachhochschulreife – sehr inhomogen und vor allem in den Grundlagen der Algebra nur schwach vorhanden.
- Die Einstellungen gegenüber der Mathematik sind häufig eher negativ.
- Die Erfahrungen mit der Schulmathematik sind oftmals durch Misserfolge in der Schule geprägt.

Entsprechend unklar sind die Erwartungen, die die Studierenden an das Fach Mathematik innerhalb ihres Studiums stellen. Manchen geht es lediglich um das möglichst reibungslose Bestehen der Abschlussklausur. Andere wiederum fragen nach dem Sinn der Vorlesung und wollen wirklich wissen und verstehen, was an der Mathematik für ihr Studium relevant ist.

Auf Grund meiner inzwischen langjährigen Erfahrung mit den Mathematikvorlesungen unter diesen Bedingungen hat sich zunächst und vor allem meine eigene Haltung zu der zu vermittelnden Mathematik verändert. Zum Brückenbauen nutze ich vielfache Reflexionen auf der Metaebene, indem ich z. B. über Mathematik rede, den Sprachaspekt immer wieder betone und die mathematischen Methoden und Vorgehensweisen so oft wie möglich und insbesondere bei der Einführung mit den Fachinhalten verknüpfe.

In dem anschließenden fachdidaktischen Austausch wurden die folgenden Fragen diskutiert: Als was wollen wir Mathematik in diesem Kontext vermitteln? Wie halten wir die Balance von Theorie und Anwendung? Welche weiteren Ideen zum Brückenbauen gibt es? Und schließlich: Können wir eine nachhaltige mathematische Bildung unserer Studierenden erreichen – und wenn ja, wie?

Christine Bescherer (Pädagogische Hochschule Ludwigsburg) „Vor- und Nachbereitung von Vorlesungen durch differenzierte Arbeitsanregungen“

In dem BMBF-geförderten Projekt *Semiautomatische Analyse individueller Lernprozesse – Mathematik (SAiL-M)*, das im Rahmen des Förderprogramms „Hochschulforschung als Beitrag zur Professionalisierung der Hochschullehre - Zukunftswerkstatt Hochschullehre“ finanziert wird, werden hochschul- und mathematikdidaktische Vorstellungen in einem vielfältigen Maßnahmenbündel für Mathematikveranstaltungen am Studienbeginn umgesetzt. Dieses Bündel besteht aus Interventionen auf sehr unterschiedlichen Ebenen und unterschiedlicher Komplexität, die jeweils eine Qualitätsverbesserung des Mathematiklernens anzielen. SAiL-M ist ein Kooperationsprojekt der Pädagogischen Hochschulen Ludwigsburg, Schwäbisch Gmünd bzw. Karlsruhe,[1] Weingarten und der RWTH Aachen.

Zentrale Ziele sind die Erhöhung der aktiven Lernzeit der Studierenden, die Umsetzung eines prozessorientierten Mathematiklernens, eine Erhöhung der selbstbestimmten Motivation und Förderung von technischen Fertigkeiten. Das Letztere erfolgt mit Hilfe von computergestützten Werkzeugen, die auf Standardlösungen und -fehler automatisches Feedback geben und bei Nicht-Standardlösungen und -fehlern menschliches Feedback anfordern.

In dem Vortrag in Kassel wurden diese Werkzeuge nicht thematisiert, sondern es wurde ausführlich die enge Verzahnung von Inhalten der Übungen mit denen der Vorlesung vorgestellt. Dieses Vorgehen basiert auf verschiedenen mathematikdidaktischen und lerntheoretischen Überlegungen.

[1] Im Jahr 2010 ist das Teilprojekt zusammen mit dem Projektleiter Prof. Dr. Ulrich Kortenkamp von Schwäbisch Gmünd nach Karlsruhe umgezogen.

So gibt es Unterschiede, ob ein neuer Begriff – und die passende Vorstellung dazu – gelernt werden soll, ob (mathematisches) Problemlösen bzw. Regeln und Methoden gelernt werden sollen. In den Mathematikveranstaltungen der Module 1 und 2 für Lehramt Realschule werden die Aufgaben auf den Übungsblättern und die Inhalte bzw. Vorgehensweisen in der Vorlesung sorgfältig aufeinander abgestimmt.

So wird ein wichtiger Begriff (Beispiele: Stellenwertsystem, Systembruch, Teilermenge, Primzahl, Winkel, Flächeninhalt, Volumen, Kongruenz, Ähnlichkeit, Abbildung), der in der kommenden Vorlesung thematisiert wird, durch sogenannte „Erfahrungen" vorbereitet. Diese Aufgaben sollen von den Studierenden in Gruppen oder alleine vor der Vorlesung bearbeitet werden und sie ermöglichen erste Erfahrungen mit dem – noch undefinierten – Konzept zu machen bzw. „Verschüttetes" wieder zu entdecken. Danach wird in der Vorlesung genau auf diese Erfahrungen wieder eingegangen, sie werden gesammelt, verallgemeinert und formalisiert. Anschließend wird in den Übungen die Gelegenheit gegeben, das (neue) Konzept beim Problemlösen anzuwenden.

Ähnlich wird beim Lernen von Regeln – wie z. B. Umwandlung Dezimalzahl–Bruch, Teilbarkeitsregeln, Satz des Pythagoras, Umfangswinkelsatz – vorgegangen, nur dass hier die Studierenden alleine und nicht in Gruppen an den Aufgaben arbeiten sollen. Denn Fertigkeiten im Anwenden und im Umgang mit Regeln bedürfen der ständigen – eigenen – Übung. Dagegen wird beim Lernen von Methoden (z. B. vollständige Induktion, Intervallhalbierungsverfahren, Euklidischer Algorithmus, Grundkonstruktionen mit Zirkel und Lineal) in der Übungsgruppe der Bedarf für eine solche Methode geweckt, so dass die Studierenden die Erleichterung, die diese Methode schafft, auch als solche wahrnehmen.

Wie man sich leicht vorstellen kann, erfordert eine solche Verzahnung sehr viel Disziplin in der Vorlesung und Flexibilität, da nicht immer vorhersehbar ist, welche Erfahrungen die Studierenden gemacht haben. Über die Jahre ergibt sich hier jedoch auch eine gewisse Routine.

Für die Studierenden, die noch wenig Erfahrung im „aktiven" Mathematiklernen von der Schule mitbringen, ergibt sich ein Zwang zum Umdenken, was aber für zukünftige Mathematiklehrerinnen und -lehrer sehr wichtig ist. Um die Studierenden nicht zu überfordern, werden begleitend zur Vorlesung und zu den Übungen in Kleingruppen einige Unterstützungsmöglichkeiten angeboten. So werden alle Vorlesungen auf Video aufgezeichnet und in der Lernplattform – ebenso wie sämtliche Materialien – zur Verfügung gestellt. Es gibt sowohl real wie virtuell einen offenen Matheraum (Tutorensprechstunde), die beide immer genutzt werden können. Die Übungsgruppen sind so konzipiert, dass die Studierenden in Kleingruppen an den Erfahrungs- und Problemlöseaufgaben arbeiten und die Tutoren diese Arbeit begleiten, ohne die Lösungen zu verraten oder gar vorzurechnen. Die Studierenden haben freie Wahlmöglichkeiten, welche der Aufgaben auf der jeweiligen Arbeitsanregung (Übungsblatt) sie auswählen wollen, ob sie einmal oder mehrmals pro Woche in die Übungen gehen und noch einiges mehr.

Eine solche Anpassung einer klassischen Mathematikvorlesung mit Übungen an mathematikdidaktische Erkenntnisse erfordert im ersten Schritt etwas Aufwand, bewährt sich aber auf längere Sicht.

Christoph Ableitinger (AG Hefendehl-Hebeker, Universität Duisburg-Essen): „Mathematik besser verstehen – ein Begleitprogramm zu den Vorlesungen Analysis und Lineare Algebra im Studienfach Mathematik LA für Gymnasien (Telekom-Projekt)"

Im Mathematikstudium für das Lehramt an Gymnasien besteht Handlungsbedarf. Studierende zeigen vielfach große Studienunzufriedenheit, sie fühlen sich nicht bedarfsgerecht ausgebildet. Ihnen fehlen die Brücken zwischen Schul- und Universitätsmathematik und eine Sinngebung der meist auf formaler Ebene vermittelten Inhalte der ersten beiden Semester. Umgekehrt beklagen auch die Dozenten das heterogene fachliche Niveau der Studienanfänger. Sie sind mit der teilweise geringen Belastbarkeit der Studierenden in Bezug auf die Anforderungen eines Mathematikstudiums unzufrieden.

Das Projekt „Mathematik besser verstehen" will diesen Herausforderungen durch einen vielfältigen Maßnahmenkatalog begegnen. Charakteristisch für das Projekt ist, dass es möglichst wenig in den laufenden Lehrbetrieb eingreifen möchte. Es werden dazu Unterstützungsangebote entwickelt, die den Studierenden begleitend zu den Vorlesungen und Übungen zur Verfügung gestellt werden. Wir möchten dadurch einen Modellversuch starten, der ohne große finanzielle Aufwendungen und ohne strukturelle Veränderungen des Lehrbetriebs (die zwei wohl am häufigsten genannten Grenzen für Reformen) die Studienqualität anheben und die Abbrecherquoten senken soll.

Ein wesentliches Element dieser Begleitung ist die Bereitstellung von Veranschaulichungshilfen, Beispielen, Anleitungen zum Durcharbei-

ten der Vorlesungen und interaktiven Selbstdiagnosetests auf einer E-Learning-Plattform. Des Weiteren werden in den Kanon der Übungsaufgaben regelmäßig solche eingefügt, die einerseits das inhaltliche Verständnis vertiefen und andererseits Brücken zur Schulmathematik schlagen. Die Studierenden werden außerdem im schon etablierten Lern- und Diskussionszentrum LuDi bei der Arbeit an ihren Übungsaufgaben durch Projektmitarbeiter/innen betreut. Im Rahmen dieses Angebots engagiert sich auch eine pensionierte Gymnasiallehrerin ehrenamtlich.
Studierende müssen im Laufe ihres Studiums mathematiktypische Gewohnheiten erlernen, die meist nicht explizit formuliert werden. Dazu gehören beispielsweise das sachgemäße Formulieren mathematischer Texte, ein Gespür für die Ausführlichkeit eines Beweises, das Wechseln zwischen unterschiedlichen Darstellungsformen mathematischer Begriffe oder Aussagen u. v. m. Für diese Habitualisierung brauchen die Studierenden Vorbilder. Wir tragen dieser Tatsache dadurch Rechnung, indem wir entsprechend des Konzeptes des *Cognitive Apprenticeship* zu Beginn eines neuen Themas der Vorlesung paradigmatische Modellaufgaben vorstellen. Die Präsentation dieser Aufgaben ist ausführlicher als das herkömmliche Vorstellen einer Musterlösung zu einer der Übungsaufgaben. Es wird darüber hinaus versucht, mathematisches Know-How zu explizieren, implizites Wissen zu benennen, Lösungsstrategien zu klären und professionelles Handeln sichtbar zu machen. An dazu passenden Übungsaufgaben sollen die Studierenden dieses neue Wissen festigen und so nach und nach das für das Expertentum so charakteristische und notwendige Erfahrungswissen aufbauen.
Begleitend zur Entwicklung dieser Unterstützungsmaßnahmen wird das erste Studienjahr qualitativ beforscht. Durch eine gediegene Analyse der benötigten Anforderungen zur Lösung von Übungsaufgaben und verbunden damit durch eine Bewertung ihrer Komplexität soll ein Beitrag geleistet werden, die Ursachen der Diskontinuität zwischen Schul- und Hochschulmathematik zu klären. Umgekehrt ergibt sich die Hoffnung, mithilfe eines entsprechenden Analysewerkzeugs Defizite in Studierendenlösungen aufzudecken und zu benennen, um diesen im Lehrbetrieb adäquat begegnen zu können.

Alle interessierten Kolleginnen und Kollegen sind eingeladen an der nächsten Arbeitskreissitzung auf der GDM in Freiburg 2011 teilzunehmen und u. U. mit einem Beitrag die Diskussion zu bereichern. Weitere Informationen zum Arbeitskreis und die Ergebnisse der Diskussionen auf der Herbsttagung finden Sie unter: http://madipedia.de/index.php/Arbeitskreis_Hochschulmathematikdidaktik.
Es freuen sich auf Ihr Kommen Katja Eilerts, Christine Bescherer und Cornelia Niederdrenk-Felgner.

Arbeitskreis Psychologie und Mathematikdidaktik

Rauischholzhausen, Oktober 2010

Roland Rink

Wie in jedem Jahr treffen sich Mathematikdidaktikerinnen und -didaktiker aus dem ganzen Bundesgebiet im „Schloss Rauischholzhausen", dem Tagungshotel der Universität Gießen, um aktuelle psychologisch-fachdidaktische Themen zu diskutieren und fachliche und private Kontakte zu pflegen. Dabei kamen auch in diesem Herbst wieder Vertreterinnen und Vertreter aller Schulstufen, von der Vorschulpädagogik bis zur fachdidaktischen Hochschulbildung zusammen, eine Bereicherung für die Diskussionen, die daran erinnern, mal wieder über den „Tellerrand" hinaus zu schauen.
Wie durch den Titel des Arbeitskreises deutlich wird, sehen wir die Psychologie als wichtige Bezugsdisziplin an und waren daher sehr froh, dass auch Vertreter und Vertreterinnen dieser Fachrichtung an der Tagung teilgenommen haben und durch ihre „psychologische" Sicht auf mathematikdidaktische Themen einen Blick von außen auf die Themen ergänzten.
Über ihre aktuellen Forschungsprojekten referierten in diesem Jahr:

- Melanie Huth von der Goethe Universität Frankfurt,
- Lars Holzäpfel und Carola Bernack von der PH Freiburg,
- Stefanie Rach vom IPN in Kiel und
- Linnart Ebel und Fabian Labahn von der Leuphana Universität Lüneburg.

Frau Huth sprach über mathematische Kindergespräche, insbesondere das Zusammenspiel von Gestik und Lautsprache beim Ausdruck mathematischer Ideen.
Die theoretische Rahmung des Forschungsprojektes bildeten dabei Bezüge zur Multimodalität (vgl. Arzarello 2006) und der Semiotik (Zeichentheorie nach C. S. Peirce, vgl. u. a. Schreiber 2010) wie auch zu psychologisch geprägten Ansätzen aus der mathematischen Konzeptforschung (vgl. Vosniadou 2007).
Im Vortrag wurde von der Annahme eines komplexen Zusammenwirkens multimodaler Ausdrucksmodi (Lautsprache, Gestik, Darstellungen, Handlungen an Materialien, usw.) ausgegangen, die in der Auseinandersetzung von Grundschülern und Grundschülerinnen mit mathematischen Problemen genutzt werden, um Ideen und Vorstellungen zu äußern. Insbesondere die Relation von Gestik und Lautsprache, die als integratives Sprachsystems beschrieben werden (vgl. McNeill 1992), steht im Fokus ihrer Forschungsarbeit und soll genutzt werden, um die gemeinsame Auseinandersetzung der Kinder mit dem mathematischen Arrangement analysieren zu können. In Anlehnung an die Theorie von Goldin-Meadow (2003), die Mismatches – Gestik und Lautsprache drücken zeitgleich sich nicht-überschneidende Informationen aus – als besondere Lernmöglichkeiten und Hinweise auf ein Übergangsstadium im mathematischen Lernprozess des Sprechers bzw. der Sprecherin beschreibt, wurden insbesondere diese Stellen mithilfe der semiotisch orientieren Analyse herausgearbeitet (vgl. Huth 2010). Anhand der videobasierten und transkribierten Daten, in denen Zweitklässler und Zweitklässlerinnen sich mit Problemen aus den mathematischen Bereichen Geometrie, Größen und Kombinatorik beschäftigten, wurden ausgewählte Beispiele des Projektes und das qualitative Analyseverfahren vorgestellt.
In der anschließenden Diskussion, wurde u. a. die Nutzbarkeit der Theorie der Mismatches für die Analysearbeit diskutiert.
Insgesamt stellte sich die Diskussion als sehr intensiv, tiefgreifend und konstruktiv in Bezug auf inhaltliche und theoretische Fragen zum Dissertationsprojekt dar. Es eröffneten sich einige neue Perspektiven, die es in der weiteren Arbeit zu bedenken gilt.

Lars Holzäpfel und Carola Bernack berichteten über das Projekt FORMAT – „Forschende Mathematiklehrer": Forschungshefte als Instrument der selbstreflexiven fachlichen und fachdidaktischen Professionalisierung von Mathematiklehrerinnen und Mathematiklehrern.

Verschiedene Studien haben gezeigt, dass ausgebildete Mathematiklehrkräfte ein eher statisches Bild von der Mathematik haben und daher oft einen eher am rezeptiven Kalküllernen orientierten Unterricht praktizieren. Die Referenten sehen eine Möglichkeit darin, bereits in der ersten Ausbildungsphase die Sicht von Lehramtsstudierenden auf die Mathematik als Disziplin und als Unterrichtsfach in Richtung eines angemessenen Bildes von Mathematik zu verändern, indem sie durch Forschungshefte gestützte, reflexive Problemlöseseminare anbieten. Diese wurden bereits mehrfach praktiziert (z.B. Lester et al. 1994, Berger 2005), jedoch ohne ihre Wirkung empirisch zu überprüfen. Im Rahmen des vom BMBF geförderten Projektes „FORMAT" stellen sie die Frage, welche Wirkungen durch Forschungshefte gestütztes Problemlösen auf die fachlich-reflexiven und fachdidaktischen Kompetenzen hat. Der Fokus liegt dabei auf der Veränderung des Mathematikbildes der Teilnehmerinnen und Teilnehmer.

Die Intervention besteht darin, Problemlöseprozesse in Forschungsheften zu dokumentieren (dabei erleben die Studierenden sich selbst als Mathematiktreibende) und Reflexionen (sowohl über den Problemlöseprozess als auch über das eigene Mathematikbild) anzuregen. Dabei soll sich das Mathematikbild hin zu einer Sicht auf Mathematik als Prozess verändern.

Im Vortrag wurde zuerst die im letzten Jahr durchgeführte Pilotstudie mit ersten Ergebnissen vorgestellt. Den Schwerpunkt bildete dann die Weiterentwicklung der eingesetzten und bereits etablierten Fragebogenskalen aufgrund zusätzlicher qualitativer Analysen von Reflexionen der Teilnehmerinnen und Teilnehmer zur Veränderung des Mathematikbildes. Hierbei zeigte sich, dass die Skala „Mathematik als Prozess" für diese Studie weiter ausdifferenziert werden kann. Deshalb wurden für die Hauptstudie Subskalen für dieses Konstrukt gebildet, die sich dort auch als konsistent erwiesen haben. Abschließend wurde die gerade durchgeführte Hauptstudie vorgestellt, die im Unterschied zur Pilotstudie in einem Kontrollgruppendesign stattfand.

In der Diskussion wurde insbesondere das Design der Hauptstudie fokussiert. Dabei konnten wichtige Aspekte reflektiert werden. Insgesamt zeigte sich die Komplexität des Projekts, und es wurde klar, dass eine Übersicht über die einzelnen Teilstudien notwendig ist, um das Gesamtvorhaben verstehen zu können. Aufgrund der großen Menge an Datenmaterial und der für die Lehramtsausbildung durchaus sehr relevanten Fragestellung wurde das Projekt als vielsprechend bewertet.

Stefanie Rach forscht derzeit am Übergang von der Schule in die Hochschule: Mathematisches Lehren und Lernen in der Studieneingangsphase.

Der Übergang von der Sekundarstufe II in das Studium ist gerade im Bereich der Mathematik mit großen Hürden verbunden. Entsprechend zeigen sich an den Hochschulen hohe Abbruchquoten in Studiengängen mit signifikanten Mathematikanteilen.

Im Vortrag wurde ein Projekt vorgestellt werden, das die Studieneingangsphase insbesondere im Hinblick auf die Qualität des mathematischen Lehrangebots und die Qualität der Nutzung dieses Lehrangebots durch die Studierenden untersucht. Dabei werden Methoden der Unterrichtsforschung für die Hochschullehre und insbesondere das Modell von Unterrichtsqualität von Reusser & Pauli (1999) zugrunde gelegt. Der Fokus wird hierbei auf die Einführung von Begriffen, insbesondere deren mentale Repräsentationen, und der Explizierung von Prozessen beim Beweisen gelegt. Das Projekt befindet sich in der Vorbereitungsphase, die Datenerhebung soll im Wintersemester 2010/11 beginnen.

In der Diskussion des Vortrages wurden neben einigen Verständnisfragen zum Projekt vor allem Herausforderungen des längsschnittlichen Designs erörtert. So ist es etwa schwierig, Studienabbrecher bei späteren Messzeitpunkten noch zu erreichen. Auch könnte das Lernangebot durch die Beobachtungen beeinflusst werden. Außerdem wurde diskutiert, was in diesem Rahmen unter mathematischer Kompetenz zu verstehen ist und welche mögliche Bedeutung das Vorwissen der Studierenden auf den Lernerfolg im ersten Semester besitzt.

Linnart Ebel und Fabian Labahn stellten ein Projekt vor, in dem es um die Bedeutung einer Förderung von Schätzkompetenz und Musterzerlegung im Kindergartenalter geht.

In dem Vortrag wurde der Frage nachgegangen, in welchem Rahmen sich die Kompetenzbereiche Schätzen und Musterzerlegung bereits im Kindergartenalter erfassen und fördern lassen. Den theoretischen Hintergrund bilden sowohl Befunde und Überlegungen aus dem mathematischen Anfangsunterricht als auch aus der differenziellen Entwicklungspsychologie, auf deren Basis die zwei Bereiche Schätzkompetenz und Teil-Ganzes-Schema als wichtige Prädiktoren von Schulleistungen im Bereich Mathematik aufgefasst werden. Diese Kompetenzen wurden im Rahmen einer Interventionsstudie im Prä- Posttestdesign mit Experimental-, Kontroll- und Wartekontrollgruppe (N=180, Alter 3;10–4;2 und 4;10–5;2 Jahre) unter Kontrolle kogniti-

ver Funktionen erhoben und systematisch gefördert. Es wurden Ergebnisse und inhaltliche Aussagekraft der Förderstudie diskutiert.
In der Diskussion ergaben sich viele interessante Impulse bezüglich der praktischen Ausgestaltung und Optimierung der Förderkonzeption. Insbesondere für die Schwierigkeit der Repräsentationswechsel im Programm Zahlbeziehungen wurden viele Anregungen gegeben.
Hervorzuheben sind die entstandenen hochschulübergreifenden Vernetzungen.

An dieser Stelle möchten wir uns noch einmal bei allen Vortragenden bedanken. Den Teilnehmerinnen und Teilnehmern danken wir sehr für das Interesse und die Beiträge, die die Tagung 2010 für uns alle so fruchtbar machte.

Die nächste Jahrestagung findet am 28. und 29. Oktober 2011 statt. Nähere Informationen finden Sie unter:
http://www2.leuphana.de/gdm_psychologie/

Arbeitskreis Vernetzungen im Mathematikunterricht

Berlin, 13.–14. Mai 2011

Astrid Brinkmann und Michael Bürker

Die dritte Tagung des Arbeitskreises „Vernetzungen im Mathematikunterricht“ fand in Berlin am 13. und 14. Mai 2011 statt. Sie wurde von Andreas Filler, Katharina Klembalski und Swetlana Nordheimer an der Humboldt-Universität organisiert. Erstmalig wurde in die Arbeitskreistagung auch eine Lehrerfortbildung integriert, an der rund fünfzig Lehrer/-innen und Fachleiter/-innen sowie Lehramtsstudierende teilgenommen haben.

Das Veranstaltungsprogramm war sehr reichhaltig. Sowohl im Rahmen der Lehrerfortbildung als auch während der arbeitskreisinternen Tagungszeiten sind jeweils zwei Parallelvorträge bzw. Workshops geboten worden. Am Abend des 13. Mai konnte man bei einem gemütlichen Abendessen in Köpenick diskutieren und Ideen austauschen.

Die gebotenen Vorträge bzw. Workshops waren: am Freitag, den 13. Mai (in den arbeitskreisinternen Sitzungen):

- Matthias Brandl (Passau): *Irrationale Zahlen vernetzt* (Vortrag),
- Sandra Gerhard (Frankfurt am Main): *Vernetzung von abstrakten Variablen mit konkretem Wissen – Eine Lernumgebung zur frühen Algebra* (Vortrag und Workshop),
- Katharina Klembalski (Berlin): *Welche Perspektiven über Mathematik eröffnen Primzahltests?* (Vortrag),
- Thomas Schiller (Linz): *Wie der „dumme“ Computer Muster in digitalen Bildern erkennen kann … Geradenerkennung als Thema in M/INF* (Vortrag),
- Ysette Weiss-Pidstrygach (Mainz): *Begriffsbildung mit tätigkeitstheoretischen Methoden* (Vortrag),
- Stefan Korntreff, Johannes Meister (Berlin): *Vernetzung an der Hauptschule – Ein deskriptiver Zustand oder eine normative Forderung?* (Vortrag)

und am Samstag, den 14. Mai (im Rahmen der Lehrerfortbildung):

- Wolfgang Riemer (Köln): *Mathe mit dem GPS – in der Straßenbahn, im Kreisverkehr und auf dem Nürburgring* (Vortrag),
- Robert Kramp (Berlin): *Lernvideos als sinnvolle Ergänzung des Mathematikunterrichts!?* (Vortrag),
- Herbert Henning, Benjamin John, Maik Osterland (Magdeburg): *„So wirft Dirk Nowitzki!“ – Rekonstruktion der Wurfparabel beim Basketball-Freiwurf* (Vortrag),
- Heidrun Rodner (Königs Wusterhausen): *„Pyramidenstumpf“ oder „Vernetzungen im Schulalltag“* (Vortrag),
- Thomas Borys (Karlsruhe): *Kryptologie integrativ im Mathematikunterricht* (Vortrag),
- Frauke Link (Dortmund): *Der Mathekoffer im Unterrichtsalltag* (Vortrag),
- Michael Bürker (Freiburg): *Die Finanzkrise als Impuls für eine Verstärkung finanzmathematischen Basiswissens* (Vortrag),
- Brigitte Leneke (Magdeburg): *Aufgaben variieren – produktiv Mathematik erfinden, vernetzen und erleben* (Vortrag),
- Christian Spannagel (Heidelberg): *Vernetzt gemeinsam lernen im Web 2.0* (Workshop) und
- Oliver Labs (Saarbrücken): *Zur Geometrie binomischer Formeln* (Vortrag).

Das vollständige Tagungsprogramm mit Abstracts zu den einzelnen Beiträgen ist auf der Internetseite zu den Tagungen des Arbeitskreises http://www.math-edu.de/Vernetzungen/Tagungen.html hinterlegt und kann unter http://www.math-edu.de/Vernetzungen/Tagungen/Tagungsprogramm_2011_Berlin.pdf heruntergeladen werden.

Die Vorträge im Rahmen der Lehrerfortbildung waren auch als Blockveranstaltung in das Seminar „Planung, Gestaltung und Analyse von Mathematikunterricht“ für Lehramtsstudierende der Humboldt-Universität integriert. Im Anschluss an die Vorträge fand eine Auswertungs- und Diskussionsrunde statt. Besonderen Anklang fanden dabei die Vorträge von Wolfgang Riemer über „Mathematik mit GPS“ und von Herbert Henning über „So wirft Dirk Nowitzki“. Sehr anregend und gut angekommen waren auch die Vorstellung des Mathekoffers durch Frauke Link, die Präsentation der Methode der Aufgabenvariation von

Brigitte Leneke sowie der Workshop „Vernetzt gemeinsam lernen im Web 2.0“ von Christian Spannagel.
Den Abschluss der Tagung bildete eine interne Runde mit folgenden Diskussionspunkten:

- Rückblick auf die Tagung:
  - Es war eine gelungene und bereichernde Tagung mit vielen anregenden Beiträgen.
  - Die Rückmeldungen seitens der Lehrer/-innen, die an der gebotenen Fortbildung teilgenommen haben, waren durchweg sehr positiv. Der Arbeitskreis hat sich daher vorgenommen, auch in Zukunft Lehrerfortbildungen im Rahmen seiner Tagungen zu bieten.
  - Im arbeitskreisinternen Tagungsteil konnten die Diskussionen aufgrund der parallelen Vortragsschienen nicht allzu breit geführt werden. Für die internen Sitzungen sollen daher zur nächsten Tagung keine Parallelveranstaltungen angesetzt werden. Deshalb wird für den internen Teil einerseits mehr Zeit eingeplant werden, andererseits weniger Beiträge zugelassen werden.
- Planung der nächsten Tagung: Die 4. Tagung des Arbeitskreises wird in Passau, voraussichtlich am 27. und 28. April 2012, stattfinden und von Matthias Brandl organisiert werden.
- Schriftenreihe „Mathe vernetzt – Anregungen und Materialien für einen vernetzenden Mathematikunterricht“ des Arbeitskreises, herausgegeben von Astrid Brinkmann:
  - Band 1 der Schriftenreihe ist erschienen (Verlag Aulis). Bandherausgeber sind: Astrid Brinkmann, Jürgen Maaß, Hans-Stefan Siller.
  - Für Band 2 (Bandherausgeber: Astrid Brinkmann, Jürgen Maaß, Hans-Stefan Siller, Matthias Brandl) stehen die Beiträge fest und werden nur noch teilweise überarbeitet.
  - Weitere Beiträge für die Folgebände sind willkommen. Informationen und Formatvorlage findet man unter: http://www.math-edu.de/Vernetzungen/Schriftenreihe.html.
  - Als weitere Bandherausgeber sind vorgesehen: Hans-Stefan Siller, Matthias Brandl und Michael Bürker für Band 3, und Matthias Brandl und Thomas Borys für Band 4.
  - Autoren, die einen Artikel für die Schriftenreihe anbieten möchten, wenden sich bitte an Astrid Brinkmann: astrid.brinkmann@math-edu.de.

Informationen zum Arbeitskreis können im Internet unter der Adresse www.math-edu.de/Vernetzungen.html abgerufen werden. Interessierte sind als weitere Mitglieder herzlich willkommen. Bitte wenden Sie sich ggf. an einen der beiden Sprecher des Arbeitskreises: Astrid Brinkmann (astrid.brinkmann@math-edu.de) oder Michael Bürker (michael.buerker@math.uni-freiburg.de)

Doktorandenkolloquium Bamberg–Nürnberg–Würzburg

Katrin Bochnik

Vom 28. bis 29. Januar 2011 fand zum dritten Mal das Doktorandenkolloquium der Mathematikdidaktiken der Universitäten Bamberg, Erlangen-Nürnberg und Würzburg im Kloster Bronnbach statt. Es kamen 17 Teilnehmer, darunter 11 Doktorandinnen und Doktoranden von Prof. Dr. Anna Susanne Steinweg, Bamberg; Prof. Dr. Hans-Georg Weigand, Würzburg; Prof. Dr. Thomas Weth, Nürnberg, sowie ein Habilitand und fünf an einer Promotion interessierte Personen, zusammen, um die laufenden Forschungsprojekte kritisch zu diskutieren.

In Form eines 30-minütigen Vortrags hatten die Doktorandinnen und Doktoranden die Möglichkeit, ihre Forschungsvorhaben und erste Forschungsergebnisse, je nach Stand der Untersuchung, vorzustellen. Daran anschließend folgten 30 Minuten Diskussion, die zu einer Hälfte mit den Doktoreltern und zur anderen Hälfte nur unter den Promovierenden stattfand. In der Diskussion wurde das jeweilige Forschungsvorhaben kritisch betrachtet und auf Schlüssigkeit geprüft. Durch die verschiedenen Rückmeldungen konnten die Vortragenden neue Sichtweisen auf ihr eigenes Vorhaben gewinnen. Daneben gab es in diesem Jahr erstmalig die Möglichkeit, einen Kurzvortrag mit einer anschließenden Diskussion zu halten. Promovierende, die noch ganz am Anfang ihrer Arbeit standen, konnten so ebenfalls Vortragspraxis und viele weitere Anregungen sammeln.

Als eine der Personen, die sich für eine Promotion interessiert und dieses Jahr zum ersten Mal in Bronnbach dabei war, habe ich das Arbeiten in der Gruppe, verbunden mit einer positiven und anregenden Atmosphäre, als sehr angenehm erlebt. Es war spannend, sich in die jeweiligen Themengebiete und die Arbeitsschritte des Vortragenden hineinzuversetzen und diese gedanklich nachzuvollziehen sowie eigene Anregungen zu formulieren. Die Vorträge haben mir gezeigt, wie man ein umfassendes Thema erfolgreich in der Kürze der Zeit auf die wesentlichen Punkte reduzieren kann. Der erste Teil der Diskussion, in der hauptsächlich die Doktoreltern zu Wort kamen, war für mich sehr beeindruckend, da durch drei Personen mit unterschiedlichen Forschungsschwerpunkten in kürzester Zeit sehr viele (und zum Teil auch sehr unterschiedliche) Gesichtspunkte eines Themas aufgedeckt und integriert wurden. Die Vortragenden konnten sichtlich von der anderen Perspektive, im Vergleich zu der ihrer Doktormutter oder ihres Doktorvaters, profitieren. Diese Diskussion machte mir außerdem deutlich, auf welche Punkte man bei einer Promotion besonders achten sollte – wertvolle Informationen und Anregungen für mich als Anfängerin. Im zweiten Teil der Diskussion wurde ein Austausch unter den Doktorandinnen und Doktoranden angeregt, der sich oft während des Essens oder der Abendgestaltung fortsetzte. Diese Gespräche beschränkten sich außerhalb der Diskussionen nicht nur auf die vorgestellten Themen, auch organisatorische Wege und Probleme einer Promotion sowie Finanzierungsmöglichkeiten wurden besprochen. Das Kennenlernen von Promovierenden, die sich gerade in derselben Situation befinden (oder diese aus jüngster Vergangenheit kennen), war eine große Bereicherung für mich. Es entstanden Kontakte, die einen Gedanken- und Informationsaustausch auch über das Kolloquium hinaus anregten. Es war zudem sehr interessant, weitere Professoren aus dem Fachgebiet der Mathematikdidaktik außerhalb des eigenen universitären Umfelds kennen zu lernen.

Daneben war die große Themenvielfalt von mathematikdidaktischen Fragestellungen der Grundschule bis zur Hochschule, vom Computereinsatz bis zum Einsatz historischer Zeichengeräte, von Analysen bestimmter Lernprozesse bis hin zu Überlegungen zur mathematischen Begabung eindrucksvoll und trug zur eigenen Horizonterweiterung bei.

Übersicht aller Vorträge im Einzelnen:

- Andreas Bauer (Universität Würzburg. Betreuer: Prof. Dr. Weigand)
  Argumentieren mit multiplen dynamischen Darstellungen
- Dr. Matthias Brandl (Habilitand, Akad. Rat an der Universität Erlangen-Nürnberg)
  Mathematische Begabung: Begriffsklärung und Förderung
- Deborah Dötschel (Universität Erlangen-Nürnberg. Betreuer: Prof. Dr. Weth)

Zum Verständnis des Unendlichkeitsbegriffs im Mathematikunterricht

- Jan Gehrke (Universität Würzburg. Betreuer: Prof. Dr. Weigand)
  Vorkurs Mathematik – Wie kann der Übergang zwischen Schule und Hochschule verbessert werden?
- Xenia Lamprecht (Universität Bamberg. Betreuerin: Prof. Dr. Steinweg)
  Zu Möglichkeiten der Unterstützung von arithmetischen Fähigkeiten durch Sachaufgaben
- Nam-Nguyen-Danh (Universität Würzburg. Betreuer: Prof. Dr. Weigand)
  A structural gap between abductive argumentation and proof – Toulmin's model analysis
- Robert Neumann (Universität Erlangen-Nürnberg. Betreuer: Prof. Dr. Weth)
  Verändert die Benutzung von CAS in der Schule die mathematischen Fähigkeiten?
- Barbara Ott (Universität Bamberg. Betreuerin: Prof. Dr. Steinweg)
  Skizzen in Geometrie und Sachrechnen
- Eva-Maria Plackner (Universität Bamberg. Betreuerin: Prof. Dr. Steinweg)
  Evaluation innovativer Leistungserhebungen und Möglichkeiten der Implementierung im Mathematikunterricht der Grundschule
- Christian van Randenborgh (Universität Würzburg. Betreuer: Prof. Dr. Weigand)
  Historische Zeichengeräte als Instrumente zur Wissensvermittlung im Mathematikunterricht
- Markus Ruppert (Universität Würzburg. Betreuer: Prof. Dr. Weigand)
  Analogiebildungsprozesse beim Lernen von Mathematik – Planung und Durchführung einer empirischen Studie
- Jan Wörler (Universität Würzburg. Betreuer: Prof. Dr. Weigand)
  Planung und Durchführung einer empirischen Untersuchung zur Modellierung von Kunstwerken im Mathematikunterricht

Das Doktorandenkolloquium bietet eine sehr gute Möglichkeit, um neben dem Vortragen weitere Kompetenzen wie das Moderieren, das Protokollieren, das Diskutieren, die kritische Reflexion und das Erstellen eines konstruktiven Feedbacks zu üben und zu erweitern. Die angenehme Atmosphäre lädt dazu ein, sich auszuprobieren, nicht zuletzt um diese Kompetenzen auf nationalen und internationalen Tagungen mit einem größeren Fachpublikum bereits sicherer anwenden zu können.

Zum Abschluss wurden bereits Terminvorschläge für das Jahr 2012 gesammelt – eine Fortsetzung des jährlichen Doktorandenkolloquiums ist geplant. Finanziell unterstützt wurde das Kolloquium von der GDM. Alle Beteiligten möchten sich deshalb an dieser Stelle ganz herzlich bedanken.

Grußwort der GDM anlässlich der feierlichen Eröffnung des Kompetenzzentrums „Hochschuldidaktik Mathematik“ an den Universitäten Paderborn und Kassel, Paderborn 20. 1. 2011

Hans-Georg Weigand und Rudolf Sträßer

Lehren an der Universität ist in den letzten Jahren nicht einfacher geworden. Da ist zum einen die hohe Zahl der Studierenden: 1910 gab es in Deutschland 80 000 Studenten, heute sind es – bei gleicher Einwohnerzahl – 25 Mal so viele. Aber die moderne Gesellschaft braucht akademisch ausgebildete Fachkräfte, und sie braucht insbesondere mehr Mathematiker.

Da sind zum anderen die komplexer werdenden Inhalte, insbesondere auch in der Mathematik. Heute führt die Komplexität und Vielgestaltigkeit des mathematischen Fachwissens zu einer immer stärkeren Aufteilung (oder Aufsplitterung) in verschiedene Studiengänge – was nicht von allen begrüßt wird.

Das Problem des Lehrens von Mathematik an der Hochschule liegt insbesondere auch darin, dass eine fachsystematische Darstellung eines Wissensgebietes ein Endprodukt einer langen Entwicklungslinie darstellt, diese Darstellung aber meist keine optimale Lehr- und Lernstruktur ist. Während Lehrende aufgrund ihrer Erfahrung mit einer Theorie eine reichhaltige Bedeutung verbinden, sind Lernende häufig insbesondere am Anfang des Studiums orientierungslos. Sie erkennen in der auf den Formalismus reduzierten Mathematik keine tragenden Ideen. Die Konsequenzen zeigen sich dann etwa in der Klage von Lehramtsstudierenden, dass sie das Fachwissen für ihren späteren Lehrberuf als bedeutungslos ansehen.

Nun hat die Mathematikdidaktik in den letzten Jahrzehnten zahlreiche neue Erkenntnisse über das Lehren und Lernen von Mathematik gewonnen. Beispielhaft sei nur die Unterscheidung von Begriffsdefinition (‘concept definition’) und Begriffsbild (‘concept image’) genannt, die die Orientierungslosigkeit des Lernenden bei einer Reduktion auf den mathematischen Formalismus erklären kann. Solche mathematikdidaktischen Erkenntnisse liefern auf diese Weise Erkenntnisse über das individuelle Lernen Einzelner, über Lernschwierigkeiten und über sinnvolle Curriculumentwicklungen, beziehen sich aber auch auf das Lernen in Institutionen wie den Mathematikunterricht der Schule und Hochschule. Nachholbedarf besteht in der mathematikdidaktischen Forschung insbesondere in der Hochschuldidaktik, und das obwohl die Probleme im Mathematikstudium seit langem bekannt sind: Hohe Abbrecherquoten in den Anfangssemestern, geringe Motivation der Lehramtsstudierenden aufgrund der vermeintlichen Praxisferne des Studiums, enttäuschende Examensergebnisse, etwa bei den zentralen Klausuren im bayerischen Staatsexamen.

Es ist deshalb von großer Bedeutung, die mathematikdidaktischen Erkenntnisse auch für die Hochschulmathematik fruchtbar werden zu lassen. Dies ist erkenntniserweiternd für die Didaktik, es ist gewinnbringend für die Fachwissenschaft, es ist aber vor allem wichtig für die Ausbildung unserer Studierenden im Fach Mathematik. Unterschiedliche wünschbare Begriffsbilder für die verschiedenen Zielgruppen der Hochschullehre könnten zum Beispiel zu Überlegungen für unterschiedliche Lernangebote führen, wie sie gegenwärtig an manchen Hochschulen versucht werden.

Allerdings kann eine auch noch so gründlich und sorgfältig aufbereitete Didaktik nicht dazu führen, dass alle bekannten Probleme gelöst werden. Wir glauben längst nicht mehr daran, dass es möglich ist, „allen alles zu lehren“, was einmal der Anspruch Comenius war. Doch Probleme in ihren Wirkungszusammenhängen zu erkennen und Strategien für deren Überwindung zu entwickeln, das ist eine zentrale Aufgabe der Didaktik und an diesem Punkt setzt auch das Kompetenzzentrum „Hochschuldidaktik Mathematik“ an den Universitäten Paderborn und Kassel an.

Die Gesellschaft für Didaktik der Mathematik begrüßt die Einrichtung dieses Zentrums sehr. Sie dankt allen, die dazu beigetragen haben, dass heute dieses Zentrum eröffnet werden kann, insbesondere der Volkswagenstiftung und der Mercartor Stiftung sowie den Initiatoren dieses Projekts, den Kollegen Rolf Biehler und Reinhard Hochmuth. Die Gesellschaft für Didaktik der Mathematik wünscht dem Zentrum viel Erfolg, und das ist durchaus auch eigennützig zu verstehen, denn wir erwarten uns davon auch eine Weiterentwicklung der Didaktik der Mathematik.

Jahrestagung der GDM

Eröffnungsrede des 1. Vorsitzenden der GDM

Hans-Georg Weigand

Sehr geehrter Herr Rektor Druwe, sehr geehrter Herr Regierungspräsident Würtenberger, liebe Kolleginnen und Kollegen von der PH Freiburg, liebe Kolleginnen und Kollegen von fern und nah, meine sehr geehrten Damen und Herren,

ich freue mich sehr, dass wir die Jahrestagung der GDM nach 1979 zum zweiten Mal hier in Freiburg durchführen können. Mein Dank gilt zunächst allen Mitarbeiterinnen und Mitarbeitern hier in Freiburg für die Organisation dieser Tagung. Angesichts der zahlreichen Helferinnen und Helfer, die auf der Homepage zu dieser Tagung aufgeführt sind, möchte ich hier keine einzelnen Personen hervorheben, sondern ich möchte vielmehr im Namen der GDM und aller Mitglieder dem gesamten Freiburg-Team danken, den beteiligten Professorinnen und Professoren, den Mitarbeitern, den Sekretärinnen und allen studentischen Helfern. Genz herzlichen Dank für die Vorbereitung und Durchführung dieser Tagung.
Für Grußworte ist es ja mitunter reizvoll, ein Zitat an den Anfang zu stellen. Will man dann auch noch einen aktuellen Bezug herstellen, so sind „runde" Geburtstage bekannter Persönlichkeiten immer eine ergiebige Quelle. Wenn man weiterhin an die gegenwärtige Situation an den Universitäten denkt, an die heute üblichen Zielvereinbarungen, die BA-MA-Struktur denkt, dann kommt einem – natürlich – immer wieder Wilhelm von Humboldt in den Sinn. Humboldt und seine Vorstellungen über die Universität, von der Freiheit der Lehre oder auch von der Einsamkeit und Freiheit des Forschers. Doch leider hat Humboldt in diesem Jahr keinen runden Geburtstag. Aber die Humboldt-Universität in Berlin feierte im letzten Jahr ihren 200. Geburtstag. Nun erwähne ich das nicht, um noch nachträglich zum Geburtstag zu gratulieren. Ich möchte vielmehr auf die Festrede eingehen, die anlässlich dieser Geburtstagsfeier im letzten Oktober gehalten wurde. Diese Laudatio hielt der Literaturwissenschaftler Hans-Ulrich Gumbrecht von der Stanford-University in den USA. Hans-Ulrich Gumbrecht nutzte die Gelegenheit der Festrede in Berlin, um an die Strukturbedingungen zu erinnern, die erst die Blütezeit deutscher Universitäten – im 19. und Anfang des 20. Jahrhunderts – sowohl in den Natur- als auch in den Geisteswissenschaften ermöglichten.
Ich beziehe mich aus zwei Gründen auf diese Rede. Zum einen, denke ich, dass die zentralen Thesen Gumbrechts auch für aktuelle Entwicklungen an den Universitäten und insbesondere für die Didaktik der Mathematik als einer universitären, wissenschaftlichen Disziplin wichtig sind oder sein können. Zum zweiten gehe ich auf diese Festrede ein – und Sie mögen mir diesen persönlichen Bezug nachsehen – da ich Hans-Ulrich Gumbrecht noch aus seiner Würzburger Studentenzeit kenne. Schon damals habe ich ihn in literarischen, durchaus als politisch verstandenen – damals hieß das noch basisdemokratischen – Diskussionszirkeln als jemand kennengelernt, der die klassische und aktuelle Literatur als Portfolio – das Wort kannten wir damals noch nicht – für eine richtungsweisende zukunftsorientierte Denkweise zu nutzen wusste.
Gumbrecht stellte nun in seiner Berliner Rede drei Faktoren für die positive Entwicklung der deutschen Universitäten im 19. und Anfang des 20. Jahrhunderts heraus.

1. Eine Berufungspolitik, die nicht auf Konsens, sondern auf produktiven Widerstand abzielte.
2. Der konsequente Verzicht auf Anwendungsorientierung, also die eigensinnige theoretische Grundlagenforschung als Ideal der Wissenschaft
3. Die leibliche Kopräsenz verschiedener Generationen

Ich sehe die Auseinandersetzung mit diesen drei Thesen für die Didaktik der Mathematik und die Gesellschaft für Didaktik der Mathematik als interessant und gewinnbringend an.
Der erste Punkt – produktiver Widerstand – ist lebensnotwendig für jede wissenschaftliche und bildungspolitische Organisation. Eine lebendige Gesellschaft benötigt Mitglieder, die anders denken, anders als es der sog. Mainstream üblicherweise fordert. Also Mitglieder, die vordenken und nicht nur nachdenken, die auch querdenken. Natürlich sind Querdenker nicht immer angenehm. Aber, der eigene Standpunkt wird nur oder vor allem in der konstruktiven

Auseinandersetzung mit anderen geschärft. Nur „Lena gegen Lena" ist schlichtweg langweilig. Nun ist der produktive Widerstand in der GDM nicht meine größte Sorge. Da gibt es genügend Mitglieder, die die erste These Gumbrechts mit Leben füllen. Und das ist ja auch gut so.

Die zweite These – konsequenter Verzicht auf Anwendungsorientierung – kann sicherlich kontrovers diskutiert und ambivalent gesehen werden. Sie kann euphorische Zustimmung erfahren oder auch ablehnend als romantisierende Weltferne abgetan werden. Aber: Ein konsequenter Verzicht auf Anwendungsorientierung in der theoretischen Grundlagenforschung bedeutet natürlich nicht Anwendungsfeindlichkeit. Ganz im Gegenteil kann eine sog. Anwendungsferne zu höchst praktischen Konsequenzen führen. Gumbrecht führte als Beispiele dafür auch die Medizin, Mathematik und Physik in Deutschland am Ende des 19. Jahrhunderts an.

Verzicht auf Anwendungsorientierung bedeutet zunächst Freiheit, Freiheit auch visionäre Ziele verfolgen zu können, visionären Ideen nachzugehen zu können. Und so ist ja auch in der Mathematikdidaktik das Erforschen der Grundlagen des Lernens von Mathematik und ein Ausloten der Facetten des Lernprozesses ein wichtiges erkenntnistheoretisches Ziel an sich. Das Akzeptieren derartiger nicht auf die unmittelbare Anwendung zielenden Forschungsrichtungen erfordert sicherlich Toleranz und Vertrauen darauf, dass sich *nur* das Gute, Wahre und Schöne langfristig durchsetzt.

Aber, die Mathematikdidaktik ist auch eine Ingenieurwissenschaft mit dem Ziel der Entwicklung und Evaluation von Lernsituationen. Der Blick auf das Ziel der Verbesserung des Lehrens und Lernens im realen Mathematikunterricht ist ein Regulativ, wohl *das* Regulativ, das vor Beliebigkeit in der Forschung schützt und an dem sich langfristig – nicht kurzfristig – mathematikdidaktische Forschung orientieren muss. Vielleicht lässt sich deshalb für die Mathematikdidaktik eine *visionäre Anwendungsorientierung* am ehesten als Ziel angeben.

Die dritte These Gumbrechts betrifft die leibliche Kopräsenz verschiedener Generationen. Bzgl. der jüngeren Generation oder Generationen, bei den Nachwuchswissenschaftlerinnen und -wissenschaftler hat sich in den letzten Jahren die Situation in der GDM erfreulicherweise erheblich verbessert. So konnten wir vor kurzem das eintausendste Mitglied aufnehmen. Doch es geht hier nicht nur um Anzahl, um Quantität, es geht auch um Qualität. Und da sehe ich bei den Jugendlichen heute insgesamt, nicht nur in der Mathematikdidaktik, äußerst positive Entwicklungen. Etwa, dass es noch niemals so viele Teilnehmer bei den Nachwuchswettbewerben wie „Jugend forscht" oder beim „Deutschen Zukunftspreis" gab oder dass sich das Potenzial von Studienanfängern in den letzten Jahren in vielen Aspekten erheblich verbessert hat, wenn ich etwa an die Vertrautheit mit neuen Technologien, an die sukzessive wachsenden Auslandserfahrungen oder die gestiegenen personalen Fähigkeiten denke. Das ist eine Basis, auf die auch die Mathematikdidaktik aufbauen kann.

Damit komme ich zur anderen Seite der leiblichen Kopräsenz verschiedener Generationen. Natürlich ist es gut und wichtig, dass diejenigen – nennen wir sie – fortgeschrittenen Alters sich in die aktuelle Diskussion um Themen der Mathematikdidaktik einbringen, dass sie etwa darauf hinweisen, wenn so genannte Neuerungen häufig lediglich Plagiate früherer Ideen sind. Und gegenwärtig sind ja Plagiats(nach)forschungen aktuell!

Wohl weiß ich aber auch, dass der Umgang mit dieser „fortgeschrittenen" Seite der Kopräsenz schwieriger ist als mit der anderen „jüngeren" Seite. Langjährige Erfahrung geht nicht immer mit der Eigenschaft einher, in der Vergangenheit erworbene Kenntnisse auf aktuelle Probleme übertragen zu können. Auch liegt es wohl in der Natur der Sache oder besser im Laufe der Zeit, dass – nennen wir es – persönliche Befindlichkeiten dem Alter näher liegen als der Jugend. Aber nochmals: Auf die Erfahrung der fortgeschrittenen Generationen kann keine Gesellschaft – auch im Sinne des produktiven Widerstandes – verzichten. Eine Rente mit 65 oder 67 gibt es in der Wissenschaft nicht.

Damit komme ich zum Schluss. Ich wünsche Ihnen allen, dass Sie auf dieser Tagung interessante Vorträge hören, an belebenden Arbeitsgruppen teilnehmen, neue Anregungen bei vielen Gesprächen bekommen, und wir am Ende der Woche mit neuen Perspektiven für die Didaktik der Mathematik und den zukünftigen Mathematikunterricht nach Hause fahren.

Die Tagung ist damit offiziell eröffnet.

Nachwuchstag der GDM Jahrestagung 2012 in Weingarten

Julia Cramer, Manuela Grahlmann, Alexander Meyer, Meike Plath, Stefanie Rach, Susanne Schnell, Imke Senftleben, Sandra Thom und Maike Vollstedt

Seit einigen Jahren organisiert die Vertretung des wissenschaftlichen Nachwuchses der GDM Veranstaltungen für den wissenschaftlichen Nachwuchs, die auf der Jahrestagung angeboten werden. Das Programm setzt sich u.a. zusammen aus Informationen rund um das Promovieren und zu Weiterbildungsangeboten, einem Beratungsangebot durch Expertinnen und Experten sowie der Möglichkeiten des informellen Kennenlernens innerhalb der Nachwuchsgruppe. Ergänzt wurde dieses Angebot auf der Jahrestagung 2010 in Freiburg durch verschiedene Workshops zu Methoden der empirischen Unterrichtsforschung, welche durch das Team vor Ort organisiert und durch das BMBF unterstützt wurden.

Bislang hat das Nachwuchsprogramm parallel zu den regulären Tagungsaktivitäten der GDM stattgefunden. Da dieses Angebot von den Doktorandinnen und Doktoranden erfreulicherweise sehr gut angenommen wird, lassen sich jedoch größere zeitliche Überschneidungen mit dem Tagungsprogramm der GDM nicht vermeiden. Dementsprechend wendeten sich mehrere Promovierende nach der Tagung an die Nachwuchsvertretung, die einerseits das wertvolle Angebot schätzten, andererseits jedoch die zeitliche Unvereinbarkeit bemängelten.

Inspiriert durch den YERME-DAY der CERME Tagung führen wir von der Nachwuchsvertretung daher in diesem Jahr vom 4.–5. 3. 2011 einen Nachwuchstag vor Beginn der Jahrestagung in Weingarten (5.–9. 3. 2011) durch, an dem ein Großteil des Programms abgedeckt werden soll. Angesprochen werden gezielt Doktorandinnen und Doktoranden, die sich am Anfang ihrer Promotionszeit befinden und möglicherweise ihren ersten Vortrag auf der Jahrestagung halten werden. Es sind verschiedene Workshop-Angebote angedacht, z. B. zu den Themen Literaturrecherche und -verwaltung, Postergestaltung, wissenschaftliches Schreiben sowie Arbeitsorganisation und Zeitmanagement. Gerne nehmen wir weitere Vorschläge für die inhaltliche Gestaltung der Workshops entgegen. Außerdem wird es die Möglichkeit geben, Probevorträge in einem geschützten Rahmen zu halten. Darüber hinaus ist Zeit und Raum für informellen Austausch und Vernetzung zwischen den Nachwuchswissenschaftlerinnen und -wissenschaftlern. Für alle diejenigen, die nicht am Nachwuchstag teilnehmen können, wird es im Rahmen der Tagung ein zusätzliches Nachwuchsforum geben und natürlich bleibt auch der Kneipenabend am Dienstag erhalten.

Aus organisatorischen Gründen wird in Weingarten die Teilnehmerzahl auf 30 Personen begrenzt sein. Um den zusätzlichen Mehraufwand der zusätzlichen Übernachtung etwas abzufedern, wird es für Mitglieder der GDM voraussichtlich eine pauschale finanzielle Unterstützung seitens der GDM geben. Für diese Unterstützung danken wir herzlich!

Genauere Informationen zum Programm und zur Anmeldung des Nachwuchstags der GDM Jahrestagung 2012 werden über den GDM Emailverteiler sowie den Emailverteiler des Nachwuchses bekannt gegeben, für den man sich auf folgender Seite eintragen kann: https://lists.ph-ludwigsburg.de/mailman/listinfo/gdm-doktoranden-lb.

Wir freuen uns auf einen regen Zuspruch zum Nachwuchstag!

Die Nachwuchsvertretung: Julia Cramer, Manuela Grahlmann, Alexander Meyer, Meike Plath, Stefanie Rach, Susanne Schnell, Imke Senftleben, Sandra Thom, Maike Vollstedt

Karel Tschacher als Kassenführer verabschiedet

Hans-Georg Weigand

Auf der Mitgliederversammlung der GDM am 24. Februar 2011 wurde Karel Tschacher nach sechsjähriger Tätigkeit als Kassenführer verabschiedet. Karel Tschacher wurde 2005 auf der Jahrestagung in Bielefeld in dieses Amt gewählt und scheidet nun satzungsgemäß aus. Die GDM und ihre Mitglieder sind Herrn Tschacher für die jahrelange gewissenhafte und sorgfältige Tätigkeit zu großem Dank verpflichtet. Er hat nicht nur die Kasse stets ordnungsgemäß geführt, er war auch immer darum bemüht, die Gelder der GDM durch geschickte Suche nach kurz- und langfristigen Anlagemöglichkeiten zu vermehren. Er hat sich weiterhin mit großer Geduld und großer Ausdauer der Pflege der Datenbank der GDM gewidmet und hat alle Nachfragen von Mitgliedern nach vergessenen Passwörtern stets umgehend beantwortet. Im Vorstand der GDM hat Karel Tschacher fortwährend konstruktiv mitgearbeitet und immer in der ihm eigenen Weise pointiert seine Meinung vertreten. Die GDM ist Karel Tschacher für seine geleistete Arbeit zu großem Dank verpflichtet.

Ehrenmitgliedschaft der GDM für Arnold Kirsch

Hans-Georg Weigand

Nach der Satzung der GDM kann Personen die Ehrenmitgliedschaft in der GDM angetragen werden, „die sich um die Mathematikdidaktik oder die Gesellschaft für Didaktik der Mathematik verdient gemacht haben". Die bisherigen Ehrenmitglieder der GDM sind Ursula Viet (verst.), Heinz Griesel, Heinrich Winter und Werner Walsch (verst). Der Vorstand der GDM hat nun Arnold Kirsch die Ehrenmitgliedschaft der GDM angetragen. Herr Kirsch hat dies mit großer Freude akzeptiert. Am 6. Mai haben der 1. und 2. Vorsitzende der GDM Arnold Kirsch in seinem Haus aufgesucht und im Rahmen einer kleinen Feier die Ehrenurkunde überreicht.
Prof. Dr. Arnold Kirsch studierte Mathematik und Physik in Göttingen und Bern, unterrichtete nach dem Referendariat 10 Jahre an Gymnasien in Soltau und Göttingen, war von 1963 bis 1966 als Studientrat i. H. (bei G. Pickert) an der Universität Gießen. Als Professor für Mathematik und Mathematikdidaktik war er dann bis 1971 an der PH Göttingen und schließlich bis zu seiner Emeritierung 1987 an der Universität Kassel.
Arnold Kirsch hat sich in mehrfacher Hinsicht um die Mathematikdidaktik verdient gemacht.

1. Eines der zentralen Arbeitsfelder von Arnold Kirsch ist die didaktisch orientierte mathematische Sachanalyse, durch die Studierende, Lehrerinnen und Lehrer einen tieferen Einblick in mathematische Inhalte, in die Inhalte des Mathematikunterrichts erhalten sollen. Prototypische Beispiele für seine scharfsinnige Sachanalysen sind:

- Eine Analyse der sogenannten Schlussrechnung (Kirsch 1969);
- Vorschläge zur Behandlung von Wachstumsprozessen und Exponentialfunktionen (Kirsch 1976a);
- Vorschläge zur Behandlung von natürlichen, negativen, rationalen, reellen Zahlen (etwa Kirsch 1966 oder 1970);
- Elementare Zahlen und Größenbereiche (Kirsch 1970);
- Vorschläge zur Differentialrechnung, Ableitungs- und Integralbegriff (etwa Kirsch 1976).

Durch diese Analysen hat Arnold Kirsch auf die unabdingbare Notwendigkeit hingewiesen, im Mathematikunterricht verwendete Begriffe vor allem und zu allererst fachlich mathematisch zu durchdringen und den mathematischen Kern der Begriffe offenzulegen. Diese Tiefen- oder Hintergrundsicht ist die Basis jeglichen didaktischen und methodischen Denkens. Didaktik, Methodik und Pädagogik müssen und können nur auf den Inhalten, dem Stoff aufbauen, sie muss – auch und zunächst – stoffdidaktisch orientiert sein. Natürlich, stoffdidaktische Überlegungen sind nicht alles beim Lernen von Mathematik, aber ohne stoffdidaktische Basis ist alles nichts.

2. Arnold Kirsch hat immer wieder Wert darauf gelegt, dass Beschäftigung mit Mathematik auf das Verständnis ausgerichtet sein muss, dass es darum gehen muss „Mathematik wirklich zu verstehen". Dies hat er nicht nur in seinem gleichnamigen programmatischen Buch (Kirsch 1987) theoretisch und an vielen Beispielen aufgezeigt, das hat er auch durch seine Mitarbeit an zahlreichen Schulbüchern unterrichtsnah umgesetzt. Er hat damit die Schulbucharbeit, das Lernen von Mathematik, den Mathematikunterricht nachhaltig geprägt und beeinflusst, nachhaltig hier als sinntragendes Wort und nicht als – heute oft verwendete – Worthülse gebrauchend. Dies gilt insbesondere für die Themenbereiche Funktionen und ihrer Darstellungen, für die Dreisatzrechnung oder Wachstumsprozesse. Arnold Kirsch war ein Vorbereiter und Wegbereiter eines verständnisorientier-

ten Mathematikunterrichts, den wir spätestens – spätestens seit den PISA-Untersuchungen zu Beginn des neuen Jahrhunderts – in allen Varianten – auch in vereinfachten oder falschen – von manchen Kanzeln und aus vielen Beichtstühlen als zentrale Neuerung einer kompetenzorientierten Mathematik verkündet oder angepriesen bekommen.

3. Arnold Kirsch hat immer wieder die zentralen Fragen des Mathematikunterrichts, die Grundfragen des Lehrens und Lernens von Mathematik, die Grundfragen der Mathematikdidaktik in den Mittelpunkt Ihres Denkens und Arbeitens gestellt. Als Beispiele dafür seien hier angefügt:
- Aspekte des Vereinfachens, insbesondere des „intellektuell ehrlichen“ Vereinfachens, etwa in seinem Hauptvortrag von 1976 auf der ICME-3 in Karlsruhe (Kirsch 1977);
- die Bedeutung des präformale Begründens und Beweisens (Kirsch 1979a);
- die Grundvorstellungen als Kern des Verstehens (1979b);
- die Ausbildung von zukünftiger Lehrkräfte (Kirsch 1980).

Arnold Kirsch hat sich aber auch in der *Wissenschaftsorganisation* in vielfältiger Weise für die Didaktik der Mathematik engagiert. Er war über viele Jahr Geschäftsführer und Mitherausgeber der Mathematisch-Physikalischen Semesterberichte, er war Herausgeber von Buchreichen, etwa der „Höhere Mathematik vom elementaren Standpunkt“, er war Mitglied im wissenschaftlichen Beirat des Instituts für Didaktik der Mathematik in Bielefeld (IDM), und er war im wissenschaftlichen Beirat des Deutschen Instituts für Fernstudien (DIFF). Schließlich und vor allem – und das gilt es hier natürlich hier besonders herauszustellen – im wissenschaftlichen Beirat der GDM, und er war Gründungsmitglied und erster Herausgeber des Journals für Mathematikdidaktik im Jahr 1980. Über die Probleme und Schwierigkeiten, die Vorarbeiten, die Diskussionen und Anfeindungen hat er zusammen mit Hans-Joachim Vollrath und Roland Fischer (2004) den für alle Herausgeber von wissenschaftlichen Zeitschriften höchst lesenswerten Artikel „Zur Entstehung des Journals – Erinnerungen der ersten Herausgeber“ im JMD geschrieben.

Literatur

Blum, W. (1992). Arnold Kirsch wurde 70 Jahre. Praxis der Mathematik 34, H. 1, 35–36

Griesel, H. (1982). Der Beitrag Arnold Kirschs zur Entwicklung der Didaktik der Mathematik in der Bundesrepublik Deutschland in den letzten 25 Jahren. Zentralblatt für Didaktik der Mathematik, H. 1, 3–8

Kirsch, A. (1966). Zur Behandlung der reellen Zahlen im Oberstufenunterricht. In: Schröder, H. Der Mathematikunterricht im Gymnasium, Hannover, 215–227

Kirsch, A. (1969). Eine Analyse der sogenannten Schlußrechnung, Mathematisch-physikalische Semesterberichte 16, 41–55

Kirsch, A. (1970). Elementare Zahlen- und Größenbereiche. Göttingen: Vandenhoeck & Ruprecht

Kirsch, A. (1976a). Vorschläge zur Behandlung von Wachstumsprozessen und Exponentialfunktionen im Mittelstufenunterricht, Didaktik der Mathematik 4, 257–284

Kirsch, A. (1976b). Eine „intellektuell ehrliche“ Einführung des Integralbegriffs in Grundkursen. Didaktik der Mathematik 4, 87–105

Kirsch, A. (1977). Aspekte des Vereinfachens im Mathematikunterricht. Didaktik der Mathematik 5, 87-101

Kirsch, A. (1979a). Beispiele für „prämathematische“ Beweise. In Dörfler W. u. R. Fischer. Beweisen im Mathematikunterricht. Wien: Hölder-Pichler-Tempsky, 261–274

Kirsch, A. (1979b). Ein Vorschlag zur visuellen Vermittlung einer Grundvorstellung vom Ableitungsbegriff. Der Mathematikunterricht 25, H. 3, 51–71

Kirsch, A. (1980). Zur Mathematikausbildung der zukünftigen Lehrer – im Hinblick auf die Praxis des Geometrieunterrichts. Journal für Mathematik-Didaktik 1, 229–256

Kirsch, A. (1987). Mathematik wirklich verstehen. Köln: Aulis Verlag Deubner & Co

Vollrath, H.-J., Fischer, R., Kirsch, A. (2004). Zur Entstehung des Journals – Erinnerungen der ersten Herausgeber, Journal für Mathematikdidaktik 25, H. 3/4, 183–190

Für Arnold Kirsch – Ehrenmitgliedschaft der GDM

Heinz Griesel

Lieber Arnold!
Du hast vor einiger Zeit festgestellt, dass unsere Freundschaft vor mehr als 50 Jahren begonnen hat. Daher freue ich mich sehr, dass wir jetzt gemeinsam Ehrenmitglieder der GDM sind.
Du hast diese Ehrenmitgliedschaft verdient, denn die GDM und die Didaktik der Mathematik in Deutschland verdanken Dir sehr viel. Ich will kurz nur drei Punkte herausstellen:
(1) Du warst der ständige Mahner, dass die Didaktik der Mathematik der Substanz der Mathematik verpflichtet sein sollte. Das hast Du in Publikationen, Vorträgen und Diskussionsbemerkungen immer wieder betont und damit einen Grundpfeiler für die Wissenschaftlichkeit der Didaktik der Mathematik errichtet.
(2) Du hast Lücken in den Grundlagen der Elementarmathematik erkannt und einige davon in didaktisch-orientierten Sachanalysen ausfüllen können.
Ich nenne die Klärung und Präzisierung des Begriffs *Proportionalität*. Diese Analysen haben einen nachhaltigen Einfluss auf die Lehrpläne der Bundesländer und die Curricula der Schulbücher gehabt.
Ich nenne weiter in diesem Zusammenhang Deine Beiträge zu einem anwendungsorientierten Aufbau des Zahlensystems. Du hast dazu auch ein Buch verfasst mit dem Titel *Elementare Zahlen- und Größenbereiche*. Dort führst Du den Begriff des *Größenbereichs* ein. Durch die Untersuchungen der internationalen *Neo*-Frege-*Bewegung* wissen wir heute, dass dieser Begriff mit dem des *Größengebietes* des großen Logikers Gottlob Frege übereinstimmt. Ich finde, das ist ein bemerkenswertes Ergebnis.
(3) Du gehörtest dem ersten Herausgebergremium des *Journals für Didaktik der Mathematik* an und hast einen großen Beitrag dazu geleistet, dass die ersten Arbeiten in dieser Zeitschrift wissenschaftliche Qualität besaßen und einen hohen Standard festlegten. Das war keine leichte Aufgabe bei der Gründung einer Zeitschrift, welche das Flagschiff für die wissenschaftliche Arbeit der Mitglieder der GDM sein sollte.
Zum Schluss möchte ich daran erinnern, dass Arnold Kirsch auch zum Kreis der *Göttinger Drei* gehörte. Weitere Mitglieder waren Helmut Freund und Gerhard Holland. Diese Drei, zunächst Studienräte, später Fachleiter für die Ausbildung der Referendare, trafen sich in den 50er und 60er Jahren, um Probleme der Weiterentwicklung und Verbesserung des Mathematikunterrichts wissenschaftlich zu bearbeiten. Geometrisierung der Analysis, Grundlegung der Geometrie unter Einbeziehung der Zahlen und der Algebra sowie die Integration der Strukturmathematik und der anschaulichen Topologie waren vorherrschende Themen. Manche Publikation, auch von Arnold Kirsch, ist daraus hervorgegangen, immer dicht an der Praxis des Unterrichts.
Wir im Didaktischen Seminar in Münster sprachen von den Göttinger Drei in Anlehnung an die Göttinger Sieben, welche 1837 gegen die Aufhebung der Verfassung im Königreich Hannover protestierten und deswegen entlassen wurden. (Die Brüder Grimm, der mit Gauß befreundete Physiker Weber und der Schwiegersohn von Gauß, der Orientalist Ewald gehörten dazu, Gauß selbst nicht.) Die Bezeichnung *Göttinger Drei* unterstreicht die Bedeutung, welche wir damals diesem Kreis zusprachen.
Die *Göttinger Drei* bildeten eine der Zellen, aus denen die neue Wissenschaft der *Didaktik der Mathematik* hervorging, nicht künstlich gezüchtet durch die Einführung von Stellen an Hochschulen, sondern organisch sich entwickelnd von der Basis aus an konkreten Problemen der Praxis des Mathematikunterrichts. (Weitere Zellen waren in Münster, Gießen, Freiburg, Darmstadt und Stuttgart sowie in der Kollegenschaft der Pädagogischen Hochschulen neben Einzelpersönlichkeiten überall im Lande zu finden.)
Helmut Freund, selbst zu den *Göttinger Drei* gehörend und leider früh an den Folgen eines Verkehrunfalls verstorben, hat einmal von Dir gesagt: „Ein fabelhafter Mensch." Das kann ich nur bestätigen.

Johannes Kühnel Preis für Prof. Dr. Dr. h.c. Heinrich Winter

Laudatio

Hans-Jürgen Elschenbroich

Hans-Jürgen Elschenbroich gratuliert Heinrich Winter

Heinrich Winter ist einer der bekanntesten und renommiertesten deutschen Mathematik-Didaktiker und hat an den PH Neuss, Dortmund und Aachen sowie an der RWTH Aachen eine große Zahl von Lehramtsstudenten aller Schulformen ausgebildet und geprägt.
Seine Beiträge zur Mathematikdidaktik sind ebenso umfangreich wie fundamental und betreffen ein außergewöhnlich breites Spektrum von der Grundschule bis zur Oberstufe und darüber hinaus. Ja man kann sagen, er war in Deutschland einer der Wegbereiter der Mathematikdidaktik überhaupt. Seine drei „Grunderfahrungen“ wurden zum Eckpfeiler der aktuellen Bildungsstandards.
Er konnte in seinen vielfältigen Aktivitäten auf soliden eigenen Schul-Erfahrungen aufbauen, denn er war zunächst als Lehrer an Volksschule, Realschule und Gymnasium tätig.
Ich möchte hier beispielhaft erwähnen:

- den „Kanon der Geometrie“, in einem Poster dargestellt, das von MNU zu seinem 80. Geburtstag neu aufgelegt worden ist,
- das Schulbuch „Winter/Ziegler: Neue Mathematik“ (Klasse 1 bis 10), welches seinerzeit wegweisend für die sogenannte ‚Neue Mathematik‘ war,
- die Zeitschrift ‚mathematik lehren‘, für die er bis 1988 in der Herausgeberrunde tätig war und danach noch einzelne Themenhefte herausgegeben hat.

Als erfahrener Volksschullehrer sah er die „Bedeutung des Übens im Mathematikunterricht“ und hat sich immer wieder in Artikeln und Büchern damit beschäftigt. Sein didaktisches Hauptwerk trägt denn auch den Titel „Entdeckendes Lernen im Mathematikunterricht. Einblicke in die Ideengeschichte und ihre pädagogische Bedeutung“.
Der 1985 unter seiner Federführung entstandene Mathematiklehrplan für die Grundschule in Nordrhein-Westfalen hatte bundesweit Wirkung und wird zurecht als ‚Jahrhundertlehrplan‘ gewürdigt. Heinrich Winter erstritt dabei die Umbenennung des Faches von ‚Rechenunterricht‘ in ‚Mathematikunterricht‘ und initiierte zahlreiche inhaltliche Bereicherungen.
Für seine Verdienste um den mathematischen Anfangsunterricht erhält er den neu geschaffenen Johannes Kühnel Preis.

Der Johannes Kühnel Preis wird vom Ernst Klett Verlag, Stuttgart, gestiftet und durch den Deutschen Verein zur Förderung des mathematischen und naturwissenschaftlichen Unterrichts e. V. verliehen.

Nachruf auf Prof. Dr. habil. Werner Walsch

Ehrenmitglied der Gesellschaft für Didaktik der Mathematik

Lothar Flade und Manfred Pruzina

Am 13. Januar 2011 starb kurz vor seinem 81. Geburtstag Herr Professor Dr. Werner Walsch in Halle, in der Stadt, in der er seit 1956 an der Martin-Luther-Universität Halle-Wittenberg geforscht und gelehrt hat und in welcher Generationen von Lehrerinnen und Lehrern ihr mathematikdidaktisches Rüstzeug bei ihm erworben haben. Wenn sich ehemalige Studierende an die Lehrveranstaltungen von Professor Walsch erinnern, so denken sie an Vorlesungen und Seminare, die sich durch ein hohes wissenschaftliches Niveau und einen engen Praxisbezug auszeichneten, an Lehrveranstaltungen, in denen sie ermutigt wurden, ihre berufliche Tätigkeit mit Engagement, fachlicher Souveränität, aber auch mit Humor und Gelassenheit, mit Geduld und Konsequenz auszuüben. Sie spürten in den Lehrveranstaltungen die hohe Wertschätzung des Lehrerberufs durch ihren Hochschullehrer.

Die Praxisnähe der Lehrveranstaltungen von Professor Walsch beruhen auch auf seinen eigenen Erfahrungen als Mathematiklehrer, denn neben seiner Arbeit als Hochschullehrer unterrichtete er über 10 Jahre in jeweils einer Klasse Mathematik. So erlebte er immer wieder unmittelbar die reale Schulpraxis und erprobte didaktisch-methodische Wege. Eine solche schulpraktische Tätigkeit erwartete er auch von seinen Mitarbeiterinnen und Mitarbeitern.

Werner Walsch beendete 1952 sein Studium an der Humboldt-Universität Berlin mit dem Staatsexamen für die Fächer Mathematik und Physik (Lehrbefähigung für die Klassen 5 bis 12). Betreut von Frau Professor Lilly Görke, verteidigte er 1956 seine Promotionsschrift zum Thema „Funktionsbegriff und seine unterrichtliche Behandlung“. Zehn Jahre später habilitierte er mit einer Arbeit zu Problemen des Beweisens im Mathematikunterricht und wurde 1970 zum ordentlichen Professor an der Martin-Luther-Universität Halle-Wittenberg berufen.

Der von ihm seit 1958 geleitete Wissenschaftsbereich entwickelte sich in der zweiten Hälfte des vorigen Jahrhunderts zu einem in Lehre und Forschung sehr leistungsfähigen Bereich, der weit über die Landesgrenzen hinaus bekannt und geschätzt wurde. Das beweisen nicht zuletzt die vielen Einladungen zu Gastvorträgen von Professor Walsch an Universitäten und Hochschuleinrichtungen, z. B. nach Budapest, Krakow, Mainz, Oberwolfach, Oldenburg, Poznan und Prag. 1984 hielt Professor Walsch einen Hauptvortrag auf der Tagung der GDM in Oldenburg. Mit der Wende erweiterten sich die Möglichkeiten. So reiste er u. a. zu wissenschaftlichen Vorträgen nach Frankreich, Österreich und in die Schweiz. 1992 war er für ein Semester Gastprofessor an der Universität Salzburg. Der von Professor Walsch geleitete Wissenschaftsbereich an der Universität Halle wurde von vielen Wissenschaftlern des In- und Auslandes besucht. Allein in den Jahren 1980 bis 1989 waren hier über 30 Wissenschaftler zu Gast, u. a. aus Bielefeld, Bonn, Budapest, Grenoble, Havanna, Kassel, Klagenfurt, Krakow, London, Moskau, Münster, Oldenburg, Oslo, Poznan, Riga, Saarbrücken und Sofia.

Zu dem hohen Ansehen des Bereichs Mathematikmethodik der Martin-Luther-Universität Halle-Wittenberg trugen auch die in den 80er Jahren durchgeführten Tagungen mit internationaler Beteiligung zu den Themen „Taschenrechner in der Schule“ (1983) und „Computer und Mathematikunterricht“ (1988) bei; Wissenschaftler aus der Bundesrepublik Deutschland sowie aus Frankreich, Österreich, Polen, der CSSR, der UdSSR und Ungarn nahmen daran teil. Auf der Tagung 1988 hielten allein aus der Bundesrepublik Deutschland zwölf Mathematikdidaktiker einen wissenschaftlichen Vortrag. Das war damals keineswegs Normalität in der DDR.

Als Hochschullehrer widmete sich Professor Walsch mit großem pädagogischem Geschick und Einfühlungsvermögen dem wissenschaftlichen Nachwuchs. Weit über 30 Promovenden wurden von ihm wissenschaftlich betreut und 10 junge Wissenschaftler bei der Anfertigung ihrer Habilitationsschrift beraten, darunter auch Wissenschaftler aus Polen und Ungarn, die in ihren Ländern zu anerkannten Mathematikdidaktikern gehören, wie Frau Maria Korcz, die in Poznan den Bereich Mathematikdidak-

tik leitet, und Andreas Ambrus (Mitglied der GDM), der viele Jahre an der Universität in Budapest lehrte.
Unter Leitung von Professor Walsch wurden an der Martin-Luther-Universität Halle-Wittenberg schwerpunktmäßig Themen bearbeitet:

- zur sprachlich-logischen Schulung im Mathematikunterricht,
- zum didaktisch-methodischen Einsatz von Unterrichtsmitteln im Mathematikunterricht,
- zum Einsatz von Taschenrechnern und Computern im Mathematikunterricht und
- zum Aufgabenlösungsprozess.

Die umfangreiche Forschungsarbeit von Professor Walsch ist in über 150 Veröffentlichungen dokumentiert, so z. B. in der Bundesrepublik Deutschland (1963, 1984, 1985, 1987, 1989, 1990, 1991); ebenso erschienen Beiträge in wissenschaftlichen Zeitschriften in Bulgarien (1980), Finnland (1985), Österreich (1979), Polen (1986, 1987), Rumänien (1968), der UdSSR (1982) und Ungarn (1985).
Zu seinen Buchveröffentlichungen gehören solche Standardwerke der Lehrerbildung wie

- Zum Beweisen im Mathematikunterricht (Berlin 1972),
- Zum logischen Denken im Mathematikunterricht; Mitherausgeber und Mitautor (Berlin 1975) und
- Methodik Mathematikunterricht; Mitherausgeber und Mitautor (Berlin 1975).

Stets legte Professor Walsch großen Wert auf eine Überführung von Forschungsergebnissen in die unmittelbare Schulpraxis, z. B. durch Lehrerfort- und Lehrerweiterbildung sowie als Autor und Herausgeber von Mathematiklehr- und Übungsbüchern.
So war er Herausgeber und Autor des Mathematiklehrbuchs Klasse 7 von 1985 und den zugehörigen Unterrichtshilfen, mit dem in der DDR – nach einer umfangreichen empirischen Untersuchung – der Taschenrechner im Mathematikunterricht eingeführt wurde. Nach 1990 hatte er als Mitherausgeber und Autor entscheidenden Anteil am Lehrwerk „Mathematik entdecken – verstehen – anwenden“ für die Schuljahrgänge 5 bis 12 des Gymnasiums. Der Titel „Mathematik entdecken – verstehen – anwenden“ charakterisiert seinen Anspruch an einen modernen Mathematikunterricht. Mit diesem Lehrbuchwerk sollte erreicht werden, dass Schülerinnen und Schüler

- möglichst selbstständig mathematische Zusammenhänge erkennen,
- Mathematik auf altersgemäßem Abstraktionsniveau erfassen und
- das angeeignete mathematische Wissen und Können beim Lösen inner- und außermathematischer Probleme sicher anwenden können.

Noch im hohen Alter war Professor Walsch aktiv als Autor tätig und wirkte mit bei der Erstellung der Schülerarbeitshefte „Standardtrainer Mathematik 5/6, 7/8 und 9/10“ (Berlin 2005, 2006, 2007).
Professor Walsch hat sich immer wieder in die Diskussion um einen guten Mathematikunterricht eingebracht. Während er in den sechziger Jahren vehement darauf aufmerksam machte, dass der Mathematiklehrgang zu wenig mathematische Grundlagen berücksichtigt, warnte er in den achtziger Jahren davor, den Schullehrgang zu sehr an die mathematische Fachsystematik anzulehnen und dabei zu wenig die Gesetzmäßigkeiten individueller Lernprozesse und die Entwicklung der Kinder und Jugendlichen zu beachten. Auf sein nachdrückliches Drängen wurden theoretische Überhöhungen, z. B. bei der unterrichtlichen Behandlung von Zahlbereichserweiterungen, abgebaut.
Für seine wissenschaftlichen Leistungen wurde Professor Walsch vielfach geehrt, u. a. durch die Berufung in den „Wissenschaftlichen Rat für Mathematik-Methodik“ der Akademie der Pädagogischen Wissenschaften in Berlin (1970 bis 1990) und zum Korrespondierenden Mitglied der Akademie der Pädagogischen Wissenschaften, durch die Ehrung mit dem Forschungspreis der Martin-Luther-Universität (1974), die Wahl in den Vorstand der Mathematischen Gesellschaft der DDR (1986 bis 1990), die Berufung zum Mitglied des Beirates beim Zentralblatt für Didaktik der Mathematik (1989 bis 1995), die Wahl als Jurymitglied zur Vergabe des Förderpreises der GDM und nicht zuletzt durch die Verleihung der Ehrenmitgliedschaft der Gesellschaft für Didaktik der Mathematik (2010). Über die Verleihung der Ehrenmitgliedschaft der GDM zu seinem 80. Geburtstag, den er noch im Kreise seiner Familie und seiner ehemaligen Mitarbeiterinnen und Mitarbeiter erleben durfte, hat er sich besonders gefreut.
Als wissenschaftlicher Leiter hat Werner Walsch Mitarbeiter, Promovenden und Diplomanden nicht nur wissenschaftliches Arbeiten gelehrt, sondern hat in starkem Maße die persönliche Entwicklung jedes Einzelnen durch sein Wirken, seinen einfühlsamen und fördernden Leitungsstil mitgeprägt. Er hat den Blick der Mitarbeiterinnen und Mitarbeiter für die Gestaltung von Unterricht, für Möglichkeiten und Grenzen mathematischer Allgemeinbildung unter konkreten schulischen Bedingungen geschärft und empirische Forschung sehr gefördert. Werner Walsch zeichnete große Bescheidenheit aus. Auf die Frage, welche Eigenschaften er seiner Mutter verdanke, meinte er,

es sei wohl ihr meist zurückhaltendes Wesen, mit dem sie dennoch schwierige Lebensphasen gemeistert hat. Werner Walsch konnte geduldig zuhören, mit ihm konnte man offen und ehrlich über schulpolitische Entwicklungen reden, und er hat auch in schwierigen Zeiten Vertrauen nie missbraucht. Vorschnelle Urteile waren ihm fremd. Mit Ruhe und Gelassenheit hat er als wissenschaftlicher Leiter den Meinungsbildungsprozess im Wissenschaftsbereich begleitet. Seine Mitarbeiter sahen in ihm nicht nur den Hochschullehrer, sondern auch den liebenswerten Menschen, der gern zur Gitarre fröhliche Lieder sang, der leidenschaftlich Skat spielte, der einen feinen Humor hatte, aber nie verletzend war, der sich rührend um seine Enkel kümmerte und bis zuletzt Lebensmut hatte, nicht klagte und der 2009 – schon durch seine schwere Krankheit gezeichnet – auf die Frage nach seinem Lebensmotto antwortete: „Fast in jedem Schicksal steckt auch ein Quäntchen Glück: Es hätte meist noch schlimmer kommen können."

Auch nach seinem Ausscheiden aus der Universität hielt Werner Walsch Kontakt zu seinen Mitarbeiterinnen und Mitarbeitern, die nach der Wende in der 2. Phase der Lehrerbildung, in der Schule als Schulleiterin bzw. Schulleiter eines Gymnasiums, in der Schulaufsicht als Dezernent für Gymnasien, im Landesinstitut für Lehrerfort- und Lehrerweiterbildung und Unterrichtsforschung oder im Kultusministerium von Sachsen-Anhalt tätig waren. Er nahm regen Anteil an der Schulpolitik des Landes und an den Veränderungen in der Lehrerbildung.

Mit großer Aufmerksamkeit und Wertschätzung verfolgte er Forschung und Lehre des Bereichs Mathematikdidaktik der Universität Halle unter Herrn Professor Wilfried Herget und Frau Professor Karin Richter.

Seine Schülerinnen und Schüler, Mitarbeiterinnen und Mitarbeiter trauern um einen hochgeschätzten Wissenschaftler, geachteten Hochschullehrer und verlässlichen Freund. Werner Walsch wird allen, die ihn kannten und das Glück hatten, mit ihm zu arbeiten, in Erinnerung bleiben als eine Persönlichkeit mit wissenschaftlicher Leidenschaft und menschlicher Größe, ein Vorbild für Kollegen und Studierende.