

	Inhalt		
2	Vorwort des 1. Vorsitzenden	39	Ein Bericht über die GDM-Summerschool 2009: „Methoden der empirischen Forschung in der Mathematikdidaktik“ / Christina Drüke-Noe und Conny Walzebug
4	Einladung zur Mitgliederversammlung der GDM / Hans-Georg Weigand	42	Hochschulübergreifendes Doktoranden-seminar zur Didaktik der Mathematik / Gerald Wittmann
5	Probleme und Erfahrungen mit „Mindest-standards“ / Hans-Dieter Sill	43	Kurzbericht zur Tagung ‚Allgemeine Ma-thematik‘ / Katja Lengnink
12	Empfehlungen zur Evaluierung von For-schung und Entwicklung in der Fachdidak-tik / Arbeitskreis „Evaluation der Fachdi-daktiken“	44	Hans-Georg Weigand et al., Didaktik der Geometrie für die Sekundarstufe I / Rezen-siert von Wolfgang Kroll
15	Zum 100. Geburtstag von Herbert Mesch-kowski / Winfried Nilson	50	Timo Leuders et al., Magische Momente für Lehren und Lernen von Mathematik / Rezensiert von Herbert Henning
22	Grußwort anlässlich des Festkolloquiums in Kassel / Hans-Georg Weigand	51	Neustart von „Mathematik im Unterricht“ / Karl Josef Fuchs
23	Nachruf Prof. Dr. Norbert Knoche / Stephan Hußmann	52	Journal of Mathematical Modelling and Ap-plication / Maria Salett Biembengut
24	AK Frauen und Mathematik 9.–11. 10. 2009 / Laura Martignon	53	International Directory of Mathematics Educators / Alan Rogerson
26	AK Mathematikdidaktik und Mathematik-unterricht in Österreich 13. 11. 2009 / Edith Schneider	54	Tagungshinweise
28	AK Psychologie und Mathematikdidaktik 30.–31. 10. 2009 / Roland Rink	56	MGDM ab Heft 84 online
31	AK Vergleichsuntersuchungen im Mathe-matikunterricht 8.–9. 5. und 13.–14. 11. 2009 / Gabriele Kaiser und Timo Leuders	56	Beiträge zum Mathematikunterricht 2009
36	AK Vernetzungen im Mathematikunter-richt 9.–11. 10. 2009 / Astrid Brinkmann	56	Erratum

Gesellschaft für Didaktik der Mathematik e. V.

Vorstand

1. Vorsitzender:

Prof. Dr. Hans-Georg Weigand
Universität Würzburg, Didaktik der Mathematik
Am Hubland, 97074 Würzburg
Tel. 0931. 888-5091 (Sekretariat)
Fax. 0931. 888-5089
weigand@mathematik.uni-wuerzburg.de

2. Vorsitzender:

Prof. Dr. Rudolf vom Hofe
Universität Bielefeld, Fakultät für Mathematik – IDM,
Postfach 100131, 33501 Bielefeld
Tel. 0521. 106-5063
vomhofe@math.uni-bielefeld.de

Kassenführer:

ADir. Karel Tschacher
Universität Erlangen-Nürnberg, Mathematisches
Institut, Bismarckstraße 1½, 91054 Erlangen
Postanschrift: Postfach 3520, 91023 Erlangen
Tel. 09131. 85-22406
Fax. 09131. 85-22684
tschacher@mi.uni-erlangen.de

Schriftführerin:

Prof. Dr. Katja Lengnink
Universität Siegen, FB Mathematik, Emmy-Noether-
Campus, Walter-Flex-Straße 3, 57068 Siegen
Tel. 0271. 740-3633
0271. 740-3582 (Sekretariat)
Fax. 0271. 740-3583
katja@hartung-lengnink.de

Verantwortlich für die Mitteilungen der GDM:

Prof. Dr. Thomas Jahnke
Am Neuen Palais 10, 14469 Potsdam
Tel. 0331. 9771470
0331. 9771499 (Sekretariat)
Fax 0331. 9771469
jahnke@rz.uni-potsdam.de

Bankverbindung:

Vereinigte Raiffeisenbanken Heroldsberg
Kto-Nr. 305 87 00
BLZ 770 694 61
IBAN DE05 7706 9461 0003 0587 00
BIC GENODEF1GBF

Homepage der GDM:

www.mathematik.de/gdm

Impressum

Verleger: GDM

Herausgeber: Prof. Dr. Thomas Jahnke (Anschrift s. o.)

Gestaltung und Satz: Christoph Eyrich, Berlin
ceyrich@gmx.net

Umschlaggestaltung: Diana Fischer, Berlin
diana_fischer@gmx.net

Druck: Oktoberdruck AG, Berlin

Der Bezugspreis der GDM-Mitteilungen ist im
Mitgliedsbeitrag der GDM enthalten.

Liebe Mitglieder der GDM,

das Jahr 2009 hinterlässt (bei mir) im Hinblick auf Universität, Schule, Bildung, Lehrerbildung und Didaktik der Mathematik den Eindruck der Unsicherheit, Ungewissheit und des Zweifels. Das ist oder muss nicht negativ sein. Ungewissheit und Zweifel bergen stets die Möglichkeit und Chance für eine Neuorientierung oder zumindest für Korrekturen und Veränderungen. Doch dazu bedarf es eines Ziels, einer Richtung, einer Vision, einer Vision für eine neue oder andere Lehrerbildung, für einen neuen oder zumindest anderen Mathematikunterricht, für eine konstruktive Weiterentwicklung der Mathematikdidaktik. Wie ist es um unsere Visionen bestellt?

Das Jahr 2009 wird uns insbesondere durch den „Bildungsstreik“ in Erinnerung bleiben. Ein Streik, den wir – Universitätsdozenten – meist oder häufig mit zustimmendem Kopfnicken oder manchmal auch durch aktive Teilnahme an (studentischen) „Bildungsgipfeln“, -demonstrationen oder -diskussionen wohlwollend begleitet haben. Einige von uns – zumindest diejenigen, die noch in einer meist etwas verklärten Erinnerung an die „68er-Zeit“ schwelgen – sehen heute die „Enkel“ – endlich – dort angekommen, wo man selbst „damals“ war (oder vielleicht auch nur gerne gewesen wäre), in einer kritischen Haltung gegenüber dem Vorhandenen und einer bekennenden Bereitschaft für Überzeugung auf die Straße zu gehen bzw. im Hörsaal zu übernachten.

Es lässt sich aber auch fragen, warum es eigentlich erst des Protests der Studierenden bedurfte, um auf offensichtliche Missstände an den Universitäten (nicht nur bzgl. der Bologna-Reform) aufmerksam zu machen, um Änderungen – wie eben von der Kultusministerkonferenz beschlossenen – anzumahnen. Die Vorschläge von Bologna haben wir oder viele von uns zu Beginn des Jahrzehnts durchaus begrüßt und gut geheißt. Da war die Vision eines europäischen Bildungsraumes, von mehr Mobilität der Studierenden, von einer besseren Berufsvorbereitung, und da war auch die Hoffnung auf mehr Bildung in der Lehrerbildung. Das waren erstrebenswerte Ziele, die uns rückblickend allerdings auch daran erinnern, dass „damals“ – vor zehn Jahren – vieles nicht in Ordnung, sondern verbesserungswürdig war. Spätestens mit dem Beginn der Umsetzung der Reform an den Hochschulen sind dann aber Zweifel aufgekommen, insbesondere beim Anfertigen von telefonbuchstarken Modulbeschreibungen, beim Entsetzen über die ministeriellen Erfüllungsvorgaben (Bildung erfordert Arbeit – die jetzt „workload“ heißt – und zwar in Form von

genau 30 Leistungspunkten pro Semester, nicht 29 und nicht 31!) oder den in immer kürzeren Abständen wiederkehrenden Modulsitzungen. Heute schmerzt der Vorwurf, die Universitäten hätten die Reform nicht richtig umgesetzt und „handwerkliche Fehler“ begangen. Das mag ja sein, doch liegt das Problem wesentlich tiefer. Die Ursache ist in strukturellen Fehlvorgaben zu suchen, vor allem in dem (Irr-)Glauben eine Vereinheitlichung der (Aus-)bildung mit einer ausgeprägten Profilbildung der Universitäten in Einklang bringen zu können. Die Realität sieht heute – leider – so aus. Da ist etwa der Studienortwechsel – selbst innerhalb eines Bundeslandes – schwieriger geworden als früher und er geht stets mit einem durch eine Prüfungskommission abzuwickelnden Punkteanerkennungsverfahren einher. So können Visionen und gut gemeinte Reformansätze unter enggeschnürten organisatorischen Vorgaben sehr schnell in einem bürokratischen Korsett erstickt werden.

Doch – das zumindest ist ein Erfolg des „Bildungsstreiks“ – es hat ein Umdenken in Ansätzen begonnen. Bildung lässt sich nicht in einem sechssemestrigen stundenplantechnischen optimierten Vorlesungsbetrieb vermitteln. Bildung erfordert Zeit und Muße und Freiheiten und Selbstständigkeit und Selbsttätigkeit. Auch wenn – das haben wir nun schon oft genug gehört – das Humboldtsche Ideal einer freien Universität mit 40 % eines Jahrganges nicht in gleicher Weise zu erreichen ist wie mit 5 % eines Jahrgangs – so heißt das nicht, dass die Universität zu einer Schule werden darf, bzw. zu einer „Schule“ werden muss, wenn man den griechischen Ursprung des Wortes ernst nimmt und darunter „Muße“ verbindet. *Lehrerbildung* muss seinem Namen gerecht werden, *Lehrerbildung* ist nicht (nur) *Lehrerausbildung*. *Lehrerbildung* muss angehende Lehrerinnen und Lehrer für die kommenden 40 Jahre darauf vorbereiten, dass sie in der Lage sind, selbstständig in ihrem Beruf zu agieren, die Idee des lebenslangen Lernens aus der Universität mitzunehmen, und dass sie auch weiterhin eine wissenschaftlich forschende Grundhaltung einzunehmen vermögen. *Lehrerbildung* muss wissenschaftlich fundiert sein. Die Didaktik der Mathematik ist der Wissenschaft verpflichtet. Visionen werden (meist) durch wissenschaftliche Prozesse entwickelt oder zumindest vorbereitet. Visionen in der mathematischen Bildung entstehen durch in die Zukunft gerichtete Ideen. Ideen entstehen im wissenschaftlichen Diskurs oder müssen sich zumindest dem wissenschaftlichen Diskurs stellen.

Was aber schafft dem ganzen Menschenschlecht größeren Nutzen als die Wissenschaft? Keine Kunst, kein Handwerk, ja nicht einmal die Früchte selber, die durch die Erde hervorgebracht werden, auch nicht die Sonne, die viele für die Schöpferin des Lebens halten, ist nötiger als die Wissenschaft. (Philipp Melanchton, 1497–1560)

Unsere Jahrestagung 2010 in München ist – nach der Jahrestagung 2007 in Berlin – die zweite gemeinsame Tagung mit der DMV, der Deutschen Mathematiker-Vereinigung. Diese gemeinsame Tagung zeigt die enge Beziehung, die die Didaktik der Mathematik (wie es ja der Name auch schon ausdrückt) zur Mathematik als Fachwissenschaft hat und haben muss. Ungeachtet des weitreichenden interdisziplinären Charakters der Didaktik der Mathematik, der Notwendigkeit einer Kooperation mit Psychologie, Pädagogik und anderen Fachdidaktiken, ist die Mathematik die zentrale Bezugswissenschaft für die Didaktik der Mathematik. Die Kooperation von GDM und DMV erfordert deshalb über die Wertschätzung der jeweils spezifischen unterschiedlichen Aufgaben die Bereitschaft einer aktiven Zusammenarbeit bei gemeinsamen Arbeitsbereichen (insbesondere in der Lehrerbildung) sowie das Interesse bei der Ausgestaltung oder gar dem Aufsuchen von „Schnittstellenbereichen“. Diese Überlappungsgebiete sind vielfältig. Sie betreffen etwa die Eingangsphase an der Hochschule, die gerade in letzter Zeit wieder verstärkt seitens der Universitäten kritisiert wurde, indem bei Studienanfängern ein unzureichendes mathematisch-naturwissenschaftliches Wissen beklagt wird. In diesem Schnittbereich finden sich weiterhin die Ausbildung in der Bachelorphase und die Problematik des Übergangs von der Bachelor- zur Masterphase, aktuelle Wissensentwicklungen in den Teilbereichen der Mathematik (etwa Geometrie, Stochastik, Analysis), veränderte Sichtweisen des Lehrens und Lernens von Mathematik in diesen Bereichen und die Bedeutung neuer Technologien für den Erkenntnisgewinn in der Mathematik und für das (bessere) Verstehen von Mathematik.

Die Tagung in München eröffnet die Möglichkeit einer gemeinsamen Beschäftigung (auch) mit diesen Bereichen. Ich lade alle Mitglieder der GDM ein, sich aktiv an diesem Prozess der Grenzüberschreitung (wenn man die Begegnung von Mathematik mit ihrer Didaktik so nennen mag) zu beteiligen.

Hans-Georg Weigand (1. Vorsitzender)

Einladung zur Mitgliederversammlung der GDM – München, 10. 3. 2010

Hans-Georg Weigand

Beginn 17.30 Uhr

Ort Wird noch bekannt gegeben

Tagesordnung

Top 1: Bestätigung des Protokolls, Beschluss der Tagesordnung

Top 2: Verleihung des Förderpreises der Gesellschaft für Didaktik der Mathematik

Top 3: Bericht des Vorstands

Top 4: Bericht des Kassensführers bzw. des Kassensprüfers

Top 5: Entlastung des Vorstands

Top 6: Nachwuchsförderung – Summerschool 2009

Top 7: MATHEDUC (B. Wegner)

Top 8: Wahlen

2. Vorsitzender, Schriftführer, Beirat

Top 9: Journal für Mathematikdidaktik (JMD)

Top 10: ZDM, Mathematica Didactica

Top 11: Verschiedenes

Probleme und Erfahrungen mit „Mindeststandards“

Hans-Dieter Sill

1 Vorbemerkungen

Alexander Wynands hat in den Mitteilungen Nummer 87 der GDM zu einer Diskussion über die so genannten Mindeststandards aufgerufen und Ergebnisse einer Arbeitsgruppe sowie ergänzende Gedanken vorgestellt. Ich begrüße diesen Aufruf sehr, da die aktuellen mit den Bildungsstandards der KMK von 2003 und 2004 verbundenen Entwicklungen zentraler Planungsmittel die Arbeit aller Kollegen in der Lehreraus- und Fortbildung berühren sollten. Man kann sich nicht mehr hinter dem Argument verstecken, dass die Entwicklung von Lehrplänen kein wissenschaftliches Anliegen sei.

Die Mathematikdidaktik ist im Rahmen der Standard- und Kompetenzwelle wieder stärker ins Bewusstsein der Lehrer und der Öffentlichkeit gerückt. Die Publikation „Bildungsstandards Mathematik: konkret“, die viele gute Anregungen zum Mathematikunterricht enthält, wurde zum Beispiel in Mecklenburg-Vorpommern kostenlos an alle Schulen verteilt. Es sollten sich deshalb alle Didaktiker aufgerufen fühlen, an der beginnenden Diskussion zu Mindeststandards teilzunehmen, damit die Entwicklung dieser zentralen Orientierungen nicht wieder in einem sehr kleinen, nicht-öffentlichen Kreis erfolgt.

Ich hatte bereits in den gemeinsamen Mitteilungen der DMV und der GDM im Juni 2004 auf die Mängel der aktuellen Bildungsstandards und die Notwendigkeit einer Diskussion zu Mindeststandards hingewiesen und erste Gedanken und Vorschläge dazu unterbreitet¹.

Nach einem kurzen Rückblick auf die Geschichte der Standards, der das Verhältnis von Wissenschaft und Politik erhellen kann, möchte ich in diesem Beitrag die Überlegungen weiterführen, in dem ich mich mit der Denkweise von Bildungsforschern zu Mindeststandards auseinandersetze und über Ergebnisse von der Arbeit an „Mindest-

standards“ in Mecklenburg-Vorpommern berichte. Davon ausgehend möchte ich Vorschläge zur Erarbeitung und zum Umgang mit solchen Standards unterbreiten.

2 Zur Geschichte der Mindeststandards

Die Autoren der Klieme-Expertise (Klieme et al. 2003) empfehlen mit Verweis auf internationale Erfahrungen nachdrücklich, in den nationalen Bildungsstandards für Deutschland ein verbindliches Minimalniveau festzuschreiben. Diese Konzentration auf Mindeststandards sei für die Qualitätssicherung im Bildungswesen insbesondere für die Stützung leistungsschwächere Schüler von entscheidender Bedeutung.

Bei der Vorstellung der Expertise durch die damalige Bundesbildungsministerin Frau Bulmahn am 18. Februar 2003 hob diese hervor:

Die Festlegung von schulformübergreifenden Mindestkompetenzen, wie sie von den Autoren der Expertise vorgeschlagen werden, sei deshalb so wichtig, weil damit vor allem die unterdurchschnittlichen Schülerleistungen verbessert und allen Schülern unabhängig von ihrer Herkunft an jedem Ort der Republik ausnahmslos die gleichen Bildungschancen eröffnet würden.²

Angesichts dieser deutlichen Aussagen verwundert es doch sehr, dass danach von Mindeststandards überhaupt keine Rede mehr war und die Diskussion erst fünf Jahre später langsam wieder in Gang kommt. Die erfolgte Formulierung von „Regelstandards“ wird von Seiten der Politiker und des IQB u. a. damit begründet, dass man zur Festlegung von Mindeststandards zunächst empirische Daten braucht. Dies trifft zwar im Prinzip zu, doch 2002 gab es mit großen von Bildungsforschern durchgeführten Projekten wie LAU,

¹ Sill, H.-D. (2004): Bemerkungen zu den aktuellen Bildungsstandards. GDM-Mitteilungen Nr. 78, Juni 2004, S.72–75

² BMBF: Nationale Bildungsstandards sollen das deutsche Bildungssystem verbessern. Bundesministerium für Bildung und Forschung. Pressemitteilung vom 18. 2. 2003

MARKUS und QuaSUM sowie zahlreichen Vergleichsarbeiten in weiteren Bundesländern bereits hinreichend viele abgesicherte empirische Daten. Die vom Bundesbildungsministerium in Auftrag gegebene Expertise wurde, obwohl sie in der enorm kurzen Zeit von einem halben Jahr erstellt wurde, erst fertig, nachdem die Arbeitsgruppen der KMK für die Entwicklung der Bildungsstandards bereits längst mit der Arbeit angefangen hatten. Die Erarbeitung von Mindeststandards wäre in der extrem kurzen Zeit von 9 Monaten, in denen die Bildungsstandards für den mittleren Abschluss im Fach Mathematik entstanden, überhaupt nicht möglich gewesen.

In der Schweiz etwa wurde in Auswertung von PISA eine wissenschaftliche Kommission berufen, die in mehrjähriger Arbeit ein eigenes Kompetenzmodell entwickelt hat, das auch unter Berufung auf die Klieme-Expertise nun als ein Referenzsystem für die Entwicklung von Mindeststandards fungieren soll (Linneweber-Lammerskitten 2008). In den USA hat man fast 20 Jahre an der Entwicklung der Standards des NCTM gearbeitet. Mir bleibt unverständlich, weshalb sich die Autoren der Expertise aus unserer Gesellschaft so vehement für die Umsetzung der „KMK-Regelstandards“ in alle zentralen Pläne, Schulbücher, Fortbildungen und möglichst auch die universitäre Lehre einsetzen, zumal die Bildungsstandards im Fach Mathematik aus meiner Sicht mit zahlreichen, teilweise gravierenden Mängeln behaftet sind (Sill 2004, 2007). Selbst in einem speziellen Heft der Zeitschrift „lernchancen“ zu Mindeststandards behauptet Frau Reiss: „Man hat immer an Regelstandards gedacht ...“ (Heft 55, 2007, S. 4).

3 Zum Herangehen von Bildungsforschern an die Bestimmung von Mindeststandards

Die grundlegenden Denkweisen der Bildungsforscher am IQB sind mir bei einem Vortrag von Olaf Köller auf der Tagung der DGfE „Bildungsstandards und Kompetenzmodelle“ im März 2009 in Heidelberg, auf der er sich ausführlich zu Mindeststandards geäußert hat, noch einmal besonders deutlich geworden. Sie sind aus meiner Sicht u. a. durch folgende Merkmale gekennzeichnet:

- Es wird primär nur das betrachtet, was Schüler auf die von den Forschern ausgewählten Items antworten. Dahinter stehende Konstrukte wie spezielle Kenntnisse, Fähigkeiten, Fertigkeiten, Einstellungen sind nicht direkt beobachtbar und deshalb von geringem Interesse.

- Die Forscher postulieren die Existenz einer allgemeinen mathematischen Kompetenz (mathematische Fähigkeit, mathematical literacy), die auf einer eindimensionalen Skala darstellbar und durch eine Funktion in Abhängigkeit vom Erfüllungsgrad des Items modellierbar wäre. Das ist nebenbei bemerkt für mich das gleiche, als wenn der Wetterbericht verkünden würde: „Das Wetter in Deutschland hatte gestern den Wert 513, in Japan dagegen nur 420 bei einer Streuung von jeweils 100.“ Oder wenn man die Qualität aller Musikstücke auf der Welt mit einer einzigen eindimensionalen Skala messen und vergleichen würde.
 - Alle in Tests verwendeten Skalen müssen sich an der PISA-Skala orientieren, um die internationale Vergleichbarkeit der Ergebnisse zu sichern.
 - Die eindimensionale Skala (Kompetenzkontinuum) wird in „Kompetenzstufen“ eingeteilt, die auf der Grundlage der inhaltlichen Anforderungen der jeweils gut gelösten Aufgaben allgemein beschrieben werden (z. B. Rechnen auf Grundschulniveau).
 - Das Problem der Bestimmung von Mindeststandards besteht nur noch darin, einen geeigneten „Cutpoint“ auf der Skala festzulegen, woraus sich die Items ergeben, die den Mindeststandards entsprechen.
 - Die Schüler, die sich auf dem Kompetenzniveau der Mindeststandards befinden, haben erhebliche Defizite, sie sind die „Risikoschüler“.
- Dementsprechend definierte Herr Köller in seinem Vortrag:

Mindeststandards beschreiben Kompetenzniveau, bei denen die curricularen Vorgaben noch nicht erreicht werden, die vorhandenen Kompetenzen aber vermuten lassen, dass bei Unterstützungsmaßnahmen der erfolgreiche Übergang in die berufliche Erstausbildung gelingt ...

Damit wäre die Erfüllung von Mindeststandards, verbunden mit dem Etikett Risikoschüler, nicht einmal für die weitere Ausbildung ausreichend, also etwas Negatives, was A. Wynands in seinem Beitrag als abwertend und ausgrenzend bezeichnet.

Diese Herangehensweise der Bildungsforscher ist für die Bestimmung von Zielen des Mathematikunterrichts aus folgenden Gründen ungeeignet.

- Die eindimensionale Sichtweise hat den gleichen Wert wie die Mathematiknote auf dem Zeugnis eines Schülers. Für den konkreten Un-

terricht oder die selbstständige Behebung eigener Defizite ist sie kaum verwendbar. Lehrer und Schüler möchten schon sehr genau wissen, was sie in den einzelnen Themengebieten bei den jeweils konkreten Anforderungen zu erreichen haben.

Die oft kolportierte und als Kritik am Testen gedachte Allegorie vom Schwein, das vom Wiegen nicht fett wird, unterstützt noch die biologistische Sichtweise der Bildungsforscher. Das mathematische Können eines Schülers lässt sich nicht wie die Masse eines Tieres oder die Länge eines Grashalms mit einer einzigen Kenngröße in einem einzigen Messprozess erfassen.

- Bei der rein sozialnormorientierten Sichtweise und dem verwendeten Modell wird es immer Risikoschüler geben soviel sich Lehrer und Schüler auch anstrengen mögen, weil sich die Verteilung aus dem aktuellen Leistungsvermögen der Gesamtpopulation ergibt und nach der Normierung immer ein unteres Level übrig bleibt.
- Bei dieser Vorgehensweise wird das als Mindeststandards festgelegt, was die Mehrzahl der Probanden in den vorgelegten Testverfahren am besten gelöst hat. Ob dies für die Identitätsbildung, die Alltagsbewältigung, die Ausbildungsreife oder die Partizipation (s. u. Standpunkte der GFD) notwendig und hinreichend ist bleibt außen vor. Auf diesem Wege würden heute wenig beherrschte, anspruchsvolle Basiskompetenzen wie etwa Grundvorstellungen zu Variablen und Termen oder Kompetenzen im stochastischen Denken keine Berücksichtigung finden.
- Lehrer und Schüler brauchen eine absolute (kriteriumsorientierte) Normierung, bei deren Festlegung natürlich der aktuell erreichte Stand zu berücksichtigen ist.
- Das Kompetenzmodell der Bildungsforscher impliziert, dass alle, die sich auf den höheren Niveaustufen befinden, auch problemlos die Anforderungen der unteren Stufen bewältigen. Jeder Lehrer weiß, dass etwa Schüler die anspruchsvolle Modellierungen durchführen können, trotzdem Probleme bei elementaren Anforderungen etwa aus der Prozentrechnung, der räumlichen Geometrie oder bei einfachen Termumformungen ohne CAS haben können.
- Zentrale Zielvorgaben für den Unterricht müssen eine Herausforderung für Lehrer und Schüler darstellen, deren Erfüllung einen Wert für die Schule und das weitere Leben der Schüler hat.
- Ich kann wenig Sinn darin erkennen, alle Leistungserhebungen in Deutschland an der ein-

dimensionalen Skala der Pisa-Aufgaben zu normieren. Diese extrem technokratische Sicht ignoriert die lebendige Vielfalt des Mathematikunterrichts, der Lehrer und Schüler sowie das große Spektrum der unterschiedlichen Anforderungen an das mathematische Wissen und Können.

- Der niederländische Mathematikunterricht, auf dessen Konzept und Aufgabenstruktur sich wesentlich das PISA-Framework stützt, befindet sich in einer tiefen Krise (Krieg et al. 2008). Eine der Hauptursachen sind die Überbetonung des außermathematischen Modellierens, des Rechnereinsatzes und die Vernachlässigung des algebraischen Wissens und Könnens.

4 *Zu den Standpunkten der GFD zu Mindeststandards*

Die ebenfalls in den Mitteilungen Nr. 87 publizierten Standpunkte der Gesellschaft für Fachdidaktik (GFD), zu der ja auch die GDM gehört, enthalten eine völlig andere Sichtweise. Hier wird primär von inhaltlichen und gut strukturierten Betrachtungen ausgegangen. Es wird der wesentliche Gedanke der fachübergreifenden Festlegung von Zielen formuliert und an interessanten Beispielen verdeutlicht.

Herr Ralle betont in der Zeitschrift MNU ergänzend, dass Mindeststandards nur sinnvoll sind, wenn sie eine pädagogische Botschaft und eine bildungspolitische Herausforderung gleichermaßen in sich tragen (MNU 62/5, S. 259). Insgesamt unterstütze ich die Standpunkte der GFD und halte sie für eine gute Ausgangsbasis für weitere Überlegungen und Arbeiten.

5 *Zu den eigenen Ideen und Arbeitsergebnissen*

Der Anlass für unsere Arbeiten zum Problem der „Mindeststandards“ waren die für uns ernüchternden Ergebnisse aus den von uns geplanten und ausgewerteten Vergleichsarbeiten in den Jahren 1998-2002 in Mecklenburg-Vorpommern. Diese „Schockerlebnisse“ hatten sicher alle, die in diesen Jahren unvorbereitete Leistungserhebungen in ihren Ländern durchgeführt haben. Trotz Behinderungen durch staatliche Stellen (so durften wir das Wort „Mindeststandard“ in Papieren für Lehrer nicht verwenden) haben wir uns mit Gruppen von Lehrern an die Arbeit gemacht und unsere Ergebnisse auch allen Schulen im Land über Broschüren oder das Internet zur Verfügung gestellt.

5.1 Zu unseren theoretischen Grundlagen

Im Unterschied zu dem Kompetenzmodell der Bildungsstandards unterscheiden wir konsequent zwischen dem (objektiven) Anforderungsniveau einer Aufgabe, das sich durch genaue Analyse der notwendigen Tätigkeiten zum Erfassen und Bearbeiten der Aufgabenstellung ergibt, und dem (subjektiven) Schwierigkeitsgrad einer Aufgabe, der nur empirisch feststellbar ist und immer nur in Bezug auf eine bestimmte Schülerpopulation und ihren vorhergehenden Unterricht gilt. Ebenfalls im Unterschied zu den gegenwärtig dominierenden pauschalen Forderungen und Betrachtungen zu den Lernergebnissen verfolgen wir den Ansatz einer Orientierung an Qualitätsparametern der im Unterricht anzueignenden psychischen Dispositionen. So kann zum Beispiel die Qualität eines Bestandteils des Wissens eines Schülers (z. B. seine Kenntnisse zum Begriff Körper) gekennzeichnet werden durch den Grad ihrer Allgemeinheit, Systemhaftigkeit, Anschaulichkeit, Dauerhaftigkeit, Sinnhaftigkeit und Disponibilität. Als einen wesentlichen Qualitätsparameter betrachten wir den Grad der Verfestigung bzw. Verfügbarkeit der psychischen Dispositionen. Wir unterscheiden zwischen Gedächtnisinhalten eines Schülers, über die er in der Regel jederzeit verfügen kann und solchen, die ihm nicht unmittelbar bewusst sind, die aber durch eine Reaktivierung im semantischen bzw. episodischen Gedächtnis wieder in Erinnerung gerufen werden können. Dementsprechend unterscheiden wir drei Beherrschungsgrade, die wir als *sicheres, reaktivierbares bzw. exemplarisches Wissen und Können* bezeichnen. Bei der Festlegung des Beherrschungsgrades beziehen wir uns nicht auf die gesamte Population sondern auf jeden einzelnen Schüler. Wir bezeichnen Elemente seines Wissens und Könnens dann als sicher angeeignet, wenn er ohne weitere Vorbereitung entsprechende Anforderungen zu mindestens $66\frac{2}{3}\%$ erfüllt, das heißt er löst jeweils zwei von drei Aufgaben richtig. Unter dieser Voraussetzung würde die mittlere Erfüllungsquote der Gesamtpopulation bei etwa 80 % liegen. Eine genauere Darstellung dieses Kompetenzebenenmodells findet man in Sill/Sikora 2007, S. 123 ff. Wir haben uns in Abgrenzung von Bezeichnungen wie Grundlegendes Wissen und Können (Projekte in Thüringen) oder Basiswissen (Projekte in Bayern) für den Terminus „Sicheres Wissen und Können“ entschieden, um den intendierten Qualitätsparameter zu betonen.

5.2 Zu Ergebnissen der Zusammenarbeit mit Lehrerinnen und Lehrern

Die von uns in den letzten Jahren in Zusammenarbeit mit Lehrerinnen und Lehrern entwickelten Materialien zu Zielen und Aufgaben zum sicheren Wissen und Können zu Themenbereichen aus den Klassenstufen 5 bis 12 sind im Spannungsverhältnis zwischen den sozialnormorientierten Betrachtungen zu Ergebnissen eigener landesweiter Vergleichsarbeiten und kriteriumsorientierten Überlegungen zu Anforderungen in der beruflichen Ausbildung, im Studium und im Alltag entstanden. Das sichere Wissen und Können beinhaltet deshalb nicht nur Anforderungen auf der Niveaustufe I der Bildungsstandards sondern auch Anforderungen auf höheren Niveaustufen. Auf ausdrücklichen Wunsch aller beteiligten Lehrerinnen und Lehrer wurde das ihnen seit langem vertraute Begriffspaar „Wissen und Können“ an Stelle des Begriffes „Kompetenz“ verwendet, dessen Gebrauch zudem den Nachteil hat, nur Fähigkeiten und Fertigkeiten zu erfassen und damit Ziele im Bereich der Aneignung von Wissen zu vernachlässigen.

An dieser Stelle möchte ich anregen, uns von dem Begriff „kompetenzorientierter Mathematikunterricht“ zu verabschieden, der noch einen Grad inhaltsleerer ist als bisherige Bezeichnungen wie problemorientierter, anwendungsorientierter oder lebensverbundener Unterricht. Lehrer mögen das Wort Kompetenz und die zahlreichen damit gekoppelten Wortverbindungen und Modelle oft nicht mehr hören. Kompetent zu sein bedeutet im eigentlichen Sinne, etwas auf Anhieb, ohne Vorbereitung und mit hoher Qualität tun zu können, dies würde eigentlich nur dem Sinn der Mindeststandards entsprechen.

Bisher haben wir mit wechselnden Gruppen von Lehrern Broschüren zu folgenden Themen erarbeitet: Arbeiten mit Größen, Rechnen mit Zahlen (einschließlich Prozentrechnung und sinnvolle Genauigkeit), ebene Geometrie, räumliche Geometrie und alle Themen der Klassen 10 bis 12 der gymnasialen Oberstufe (zu allen Beherrschungsgraden, d. h. zu allen Zielen). Die entsprechenden Vorschläge sind auf der Internetplattform www.mathe-mv.de (unter Planungsvorschläge für die Oberstufe sowie Unterrichtspraxis / Jahrgangsübergreifend für die Sek. I) zu finden. Gegenwärtig arbeiten wir an der Bestimmung des sicheren Wissens und Könnens im Arbeiten mit Variablen, Termen und Gleichungen. Geplant sind noch Arbeiten zu Funktionen, zur Stochastik und zum Lösen von Problemen, insbesondere Sachaufgaben.

Bei den Arbeiten zeigte sich u. a.:

- In selbstverständlicher Weise wurde die Problematik nicht als eindimensionales Ganzes in Angriff genommen, sondern gruppiert nach mehreren größeren Wissens- und Könnenskomplexen, die wiederum in einzelne Untergruppen aufgeteilt worden und jeweils gesondert betrachtet wurden. Es scheint nicht sinnvoll, wie es etwa in der von Herrn Wynands genannten Arbeitsgruppe erfolgt ist, Aufgabenkataloge zu allen Themen parallel zu bewerten.
- Bei den Arbeiten zeigte sich weiterhin eine fruchtbare Wechselwirkung zwischen der verbalen Formulierung der Ziele und ihrer Konkretisierung durch Aufgaben. Nur die alleinige Betrachtung von Zielkatalogen hat sich nicht als sinnvoll erwiesen, genauso wenig wie die alleinige Formulierung von Aufgaben.
- Obwohl die aktuellen Erfüllungsquoten der Aufgaben ein wesentlicher Ausgangspunkt der Überlegungen ist, reicht es nicht aus, dabei stehen zu bleiben. Neben Überlegungen zu den (aus unserer Sicht) bestehenden Anforderungen späterer Bildungs- und Lebenswege waren oft semantische und sachlogische Analysen erforderlich, um die Einordnung in die kognitive Struktur der Lernenden zu untersuchen. Ergebnisse unserer sachlogischen Analysen sind ebenfalls in den Broschüren enthalten. Das sichere Wissen und Können sollte nach unserer Auffassung eine in sich relativ geschlossene Substruktur der mathematischen Bildung sein, die mit benachbarten Strukturen zu anderen Bildungsbereichen fest verbunden ist.
- Die Diskussionen zu den „tiefsten“ Ebenen mathematischen Wissens und Könnens führten auch immer zu didaktische Grundproblemen wie den Aspekten des Bruchbegriffs, den Komponenten des räumlichen Vorstellungsvermögens oder den Methoden zum Lösen von Prozentaufgaben. Die entsprechenden Standpunkte haben wir in die Broschüren aufgenommen, um auch entsprechende Diskussionen in den Fachschaften auszulösen.
- Die genauen Analysen der Anforderungen führten uns zu einer stark ausdifferenzierten und sehr konkreten Formulierung der Ziele, die weit über den gegenwärtigen Umfang und Konkretisierungsgrad der Bildungsstandards hinausgeht.
- Um eine zielgerichtete Diagnose der Probleme der Schüler durchführen zu können, wurde bei der Entwicklung der Aufgaben darauf geachtet, in jeder einzelnen Teilaufgabe nur jeweils eine Komponente der Anforderungen zu erfassen. Um die entwickelten Aufgaben als Testaufgaben

verwenden zu können, wurden zu jedem Anforderungsbereich gleichwertige Items in den Anzahlen 3, 6, 9, ... entwickelt (entsprechend der Zielsetzung mindestens 2 von 3 Aufgaben lösen zu können).

- Als ein Hauptproblem in den Diskussionen mit den Lehrerinnen und Lehrern stellte sich die Notwendigkeit einer Beschränkung im Umfang und Niveau der Anforderungen heraus. Die Mehrzahl der Beteiligten war zunächst bestrebt, viel mehr als sicher zu beherrschen anzusehen, als sich dann nach längeren Diskussionen vor allem in Auswertung der empirischen Daten zur aktuellen Ausbildung dieser Dispositionen mit dem notwendigen Beherrschungsgrad als machbar erwies.
- Immer wieder drängte sich in den Diskussionen die Frage auf, ob denn das, was nicht mehr in den Zielangaben zum sicheren Wissen und Können enthalten ist, im Unterricht keine oder nur noch eine sehr geringe Rolle spielen soll. Daraus ergab sich die Notwendigkeit, zusammen mit der Formulierung dieser Mindestanforderungen ein didaktisches Unterrichtskonzept zu erarbeiten, das etwa in folgender Weise umrissen werden kann.
- Bei der Erstaneignung und Erstfestigung spielt die Ausweisung des sicheren Wissens und Könnens nur eine untergeordnete Rolle. Es sollten keine Einschränkungen bei den entsprechenden Zielen und Inhalten des Unterrichts in diesen Phasen vorgenommen werden.
- Sicheres Wissen und Können wird neben entsprechenden Schwerpunktsetzungen in den weiteren Festigungsphasen vor allem durch kontinuierliche und langfristig geplante Phasen der expliziten Wiederholung (z. B. in Form Täglicher Übungen) ausgebildet. In diesen Phasen sollte eine Beschränkung ausschließlich auf das sichere Wissen und Können erfolgen.

6 Vorschläge zur Erarbeitung und zum Umgang mit „Mindeststandards“

6.1 Zur Erarbeitung von Mindeststandards

Die Bestimmung von Zielen und Aufgaben zu Anforderungen, die von allen Schulabsolventen mit Sicherheit und ohne Vorbereitung beherrscht werden sollen, muss als eine anspruchsvolle wissenschaftliche Arbeit aufgefasst werden, die nicht allein durch Auswertung von Tests oder von einer Untergruppe des Arbeitskreises „Vergleichsuntersuchungen“ durch die Bewertung von Aufgabenkatalogen und Ziellisten geleistet werden kann.

Dazu ist die Mitarbeit aller entsprechenden Arbeitskreise der GDM erforderlich. Als Beispiel sei auf die Initiative des Arbeitskreises Stochastik verwiesen, der bereits 2002 im Ergebnis mehrjähriger Arbeit einen Katalog von Mindestanforderungen an die stochastische Allgemeinbildung formuliert hat. Dies ist allerdings auch nur ein erster Schritt, die Ziele müssten noch weiter konkretisiert und Aufgaben dazu entwickelt werden. Zur Koordinierung der Arbeiten wäre es sinnvoll, eine Expertengruppe zu konstituieren, zu der neben Didaktikern auch erfahrene Mitglieder von Lehrplankommissionen sowie erfahrene Schulbuchautoren und auch Bildungsforscher gehören. Dazu müssten die entsprechenden Rahmenbedingungen für ein langfristiges Forschungsprojekt geschaffen werden.

Als empirische Grundlage sollten nicht die Ergebnisse von zentralen Abschlussprüfungen bzw. den nun kontinuierlich durchgeführten zentralen Leistungserhebungen verwendet werden. Zur Beschreibung des aktuellen Niveaus bei unvorbereiteten Leistungserhebungen liegen zahlreiche Ergebnisse aus Großprojekten wie MARKUS, LAU, QuaSUM, PALMA und den ersten Leistungserhebungen in vielen Bundesländern vor, die ohnehin einer didaktischen Aufbereitung bedürfen.

Im Rahmen dieser Arbeit muss auch eine Abstimmung mit den Forderungen nachfolgender Bildungseinrichtungen wie Berufsschulen, Fachhochschulen und Universitäten erfolgen. In den entsprechenden Anforderungskatalogen dieser Einrichtungen an die Absolventen der allgemein bildenden Schulen ist in der Regel immer nur von Mindestanforderungen die Rede wie etwa in dem jüngsten Papier der IHK Braunschweig. In den von diesen Einrichtungen verwendeten Berufseingangstests geht man dann aber oft sehr weit über die in der Schule überhaupt erreichbaren Anforderungen an das jederzeit abrufbare Wissen und Können hinaus. Um das viel weitergehende reaktivierbare Wissen und Können der Schulabsolventen zu überprüfen, müssten ganz andere Testmethoden verwendet werden, indem zum Beispiel eine vorherige zielgerichtete Reaktivierung der jeweiligen Wissens- und Könnenselemente erfolgt.

6.2 Zum Überprüfen der Mindeststandards

Die Diskussion zu Mindeststandards ist untrennbar mit der Frage der Überprüfung der Standards

verbunden. Wenn das IQB Mindeststandards entwickelt, werden diese mit Sicherheit auch für zentrale Testverfahren eingesetzt. Wir haben in Sill & Sikora 2007 Vorschläge für einen sinnvollen Einsatz von Leistungserhebungen (als Oberbegriff für alle Verfahren zur Ermittlung von Schülerleistungen von der mündlichen Leistungskontrolle bis zu einem internationalen Test) unterbreitet, das in der Betrachtung von 12 grundlegenden Merkmalen von Leistungserhebungen und sechs unterschiedlichen Funktionen solcher Erhebungen besteht. Davon ausgehend haben wir die aktuellen Leistungserhebungen analysiert und sind u. a. zu dem Ergebnis gekommen, dass mit der aktuellen Welle bundesweiter Vergleichsarbeiten die beabsichtigten Funktionen der Diagnostik von Schülerleistungen und der darauf aufbauenden Verbesserung der Qualität des Mathematikunterrichts aus mindestens folgenden zwei Gründen nicht erfüllt werden können: Bei der Bewertung der Ergebnisse der Arbeiten werden die Bedingungen, unter denen diese entstanden sind, wie etwa die Art der Vorbereitung auf die Arbeit, die zeitlichen und inhaltlichen Schwerpunkte des vorhergehenden Unterrichts, die konkrete Situation in der Klasse nicht oder nur in Ansätzen berücksichtigt. Das Paradigma psychologischer Testverfahren, unter dem die gegenwärtigen Vergleichsarbeiten entwickelt und ausgewertet werden, nämlich die Unkenntnis der Probanden über die Items ist unter den schulischen Bedingungen der Durchführung dieser Vergleichsarbeiten nicht erfüllbar und aus pädagogischen Gründen auch nicht zu erfüllen. Es ist ein pädagogisches Grundprinzip, dass bei einer Leistungserhebung in der Schule, die direkt oder indirekt der Bewertung von Schülern und Lehrern dient, diese über die konkreten Anforderungen in dieser Erhebung vorher informiert werden, um sich zielgerichtet darauf vorbereiten zu können. Die Ergebnisse dieser Vergleichsarbeiten wie auch die von zentralen Prüfungen sind zur Bewertung der Arbeit der Lehrer und zur Einschätzung der Schülerleistungen in der Regel wenig geeignet. Weiterhin wird mit den Vergleichsarbeiten eine Grundanforderung an jegliche Evaluationsstudien nicht erfüllt, nämlich die Partizipation der an der Erhebung beteiligten Personen, also der Lehrer und Schüler. Nur wenn jemand auch bereit ist, sich evaluieren zu lassen, wird er auch aus den Ergebnissen der Evaluation Schlussfolgerungen für die Veränderung seines Handelns ableiten.³

³ Wottawa, H.; Thierau, H. (1998): Lehrbuch Evaluation. 2. Aufl. Bern: Huber, 1998

Dies trifft erst recht für das Handeln von Lehren zu, für das es keine objektiven Beurteilungsmethoden gibt.

Es ist deshalb a priori ausgeschlossen, die Erfüllung von „Mindeststandards“ im Sinne von jederzeit verfügbarem mathematischem Wissen und Können durch regelmäßige zentrale Testarbeiten zu überprüfen. Die Praxis solcher Messverfahren würde nach kurzer Zeit zu einer zielgerichteten kurzfristigen Vorbereitung auf die entsprechenden Anforderungen der Arbeiten führen, was dem Anliegen der jederzeitigen Verfügbarkeit widerspricht.

Eine Überprüfung der Erfüllung dieser Anforderungen ist nur in Eigenverantwortung der Lehrer bzw. Fachkollegien bezogen auf den einzelnen Schüler und mit seinem Einverständnis möglich. Dazu müssen den Lehrern zentral entwickelte, kriteriumsorientierte Messverfahren zur Verfügung gestellt werden, die sie nach eigener Entscheidung im Unterricht einsetzen können.

Zur Sicherung dieser Qualifikationen können die Schüler in höherem Maße eigenverantwortlich beitragen, wenn ihnen die entsprechenden Anforderungen in geeigneter Form zum Selbstlernen bzw. unterstütztem Selbstlernen zugänglich gemacht werden. Dadurch wäre eine bedeutende Entlastung der Arbeit der Lehrer möglich.

Die entsprechenden Ziele und Aufgaben müssen nicht wie die gegenwärtigen Aufgaben der Testarbeiten geheim gehalten werden, sondern können publiziert und damit auch zum Beispiel alle Nachhilfeeinrichtungen zur Verfügung stehen.

6.3 Zu Konsequenzen für den Unterricht

Die Implementation von Mindeststandards in diesem Sinne erfordert eine Veränderung der Unterrichtsgestaltung bei der Mehrzahl der Lehrerinnen und Lehrer. Es müssen kontinuierlich Unterrichtsphasen zur Wiederholung bzw. Reaktivierung der entsprechenden Qualifikationen unabhängig vom laufenden Stoff eingeplant werden. Dazu ist eine Abstimmung auf Schulebene erforderlich.

Zur Ausbildung und Überprüfung von Mindeststandards sollte eine Zusammenarbeit mit den Schülern angestrebt werden. Dazu könnte z. B. eine Vereinbarung zwischen Lehrern und Schülern geschlossen werden, in der sich etwa die Lehrer verpflichten, nach einem an der Schule beschlossenen Gesamtkonzept kontinuierlich vor allem im Rahmen Täglicher Übungen das sichere Wissen und Können zu festigen und die Ergebnisse von an der Schule geplanten unvorbereiteten Überprüfungen dieses Wissens und Könnens für je-

den Schüler individuell auszuwerten. Die Schüler könnten sich verpflichten, die Aufgabenstellungen in den Täglichen Übungen konzentriert zu bearbeiten, sich unvorbereiteten und unangekündigten Überprüfungen des sicheren Wissens und Könnens zu unterziehen und bei in den Überprüfungen auftretenden Defiziten diese eigenverantwortlich unter Nutzung des öffentlich bereitgestellten Übungsmaterials zu beheben.

7 Abschließende Bemerkungen

Ein so gestalteter Umgang mit Mindeststandards könnte dazu führen,

- dass alle Schüler regelmäßig Erfolgserlebnisse im Fach Mathematik haben,
- dass Lehrerinnen und Lehrer öfter eine Befriedigung über ihre erfolgreiche Arbeit erleben,
- dass sich das Lernen von Mathematik nicht immer nur an den Defiziten sondern auch an dem orientiert, was die Schüler können,
- dass die Nachhilfeeinrichtungen eine vom laufenden Stoff unabhängige wichtige Aufgabe erhalten,
- dass die nachfolgenden Bildungseinrichtungen genau wissen, worauf sie sich verlassen und was sie auch nur testen können sowie was erst nach einer entsprechenden Reaktivierung aus Sicht ihrer Anforderungen verfügbar ist und
- dass die Didaktik bei Lehrern und Bildungspolitikern stärker als eigenständige und für ihre Arbeit unverzichtbare Disziplin angesehen wird.

Literatur

- Klieme, E.; Avenarius, H.; Blum, W.; Döbrich, P.; Gruber, H.; Prenzel, M.; Reiss, K.; Rost, J.; Tenorth, H.; Vollmer, H. (2003): Expertise zur Entwicklung nationaler Bildungsstandards. Bonn, 2003
- Neubrand, M.; Neubrand, J. (2007). Geometrie: Was sollen Hauptschülerinnen und -schüler wissen? Beispiele für die Vernetzung praxisorientierten Grundwissens. In: *Lernchancen* 55, S. 28-33
- Krieg, A.; Verhulst, F.; Walcher, S. (2008): „Lieva Maria“: Niederländische Studenten beschwerten sich über den Mathematikunterricht. In: *Mitteilungen der DMV* 16/2008, S. 22-24
- Linneweber-Lammerskitten, H. (2008): Das Kompetenzmodell HarMoS Mathematik. In: *Beiträge MU*, 2008
- Sill, H.-D. (2007): PISA und die Bildungsstandards. In: *Pisa & Co. Kritik eines Programms/Hrsg.: Thomas Jahnke, Wolfram Meyerhöfer*. 2. erw. Aufl. Hildesheim: Franzbecker, 2007. S. 391-431
- Sill, H.-D.; Sikora, Ch. (2007): Leistungserhebungen im Mathematikunterricht. Theoretische und empirische Studien. Hildesheim: Franzbecker.

Empfehlungen zur Evaluierung von Forschung und Entwicklung in der Fachdidaktik

Arbeitskreis „Evaluation der Fachdidaktiken“

Einordnung

In zunehmendem Maße wird im Rahmen von internen und externen Begutachtungen oder von leistungsbezogenen Mittelzuweisungen die Effektivität und Produktivität einer Arbeitsgruppe oder eines Wissenschaftlers bzw. einer Wissenschaftlerin ermittelt. Die Aktivitäten in der Fachdidaktik sind sowohl forschungs- als auch praxisorientiert und erfordern zusätzliche Kriterien.

Der folgende Katalog stellt zentrale und bedeutende Gesichtspunkte zur Bewertung der Qualität und Leistungsfähigkeit fachdidaktischer Forschung und Entwicklung zusammen. Die Gewichtung und Operationalisierung der Kriterien erfolgt in der konkreten Anwendung der Kriterien vor dem Hintergrund des jeweiligen Verwendungskontextes.

Für die Aktivitäten 2a „Publikationen“ und 2b „Drittmittleinwerbung“ liegen eigenständige Hinweise vor, welche eine genauere Beurteilung ermöglichen sollen. In einer Anlage werden die für die verschiedenen fachdidaktischen Fachgebiete relevanten Zeitschriften aufgeführt.

A. Bereiche von Forschung und Entwicklung in der Fachdidaktik

1. Gesamtkonzept und Profilbildung
 - a. Relevanz und Originalität der Arbeitsschwerpunkte
 - b. Disziplinäre und interdisziplinäre Vernetzung
 - c. Vernetzung im nationalen und internationalen wissenschaftlichen Kontext
 - d. Internationale wissenschaftliche Anschlussfähigkeit
 - e. Verhältnis von Forschung, Entwicklung und Transfer
 - f. Veröffentlichungsstrategien
2. Qualität und Produktivität der wissenschaftlichen Arbeit
 - a. Publikationen

- b. Drittmittleinwerbung
 - c. Relevanz der Forschungs- und Entwicklungsergebnisse
 - d. Beiträge zur Entwicklung von Unterricht in Schule und Hochschule
 - e. Relevanz der Transfer-, Service- und Beratungsleistungen, insbesondere hinsichtlich Schule, Lehrerfortbildungen und Öffentlichkeit
 - f. Repräsentanz auf national und international wichtigen Tagungen
 - g. Funktionen in Gremien von Publikationsorganen
 - h. Funktionen in Wissenschaftsorganisationen
 - i. Preise und Auszeichnungen
3. Nachwuchsförderung
 - a. Stellenwert der Nachwuchsförderung
 - b. Zahl der Promotionen und Habilitationen/„post-doc“ Aktivitäten
 - c. Rufe bzw. Stellenangebote an Nachwuchswissenschaftler/innen

B. Einschätzung der fachdidaktischen Aktivitäten „Publikationen“ und „Drittmittleinwerbung“

Aktivitäten in den Bereichen „Publikationen“ und „Drittmittleinwerbung“ zeichnen sich in der Fachdidaktik durch zwei Besonderheiten aus:

- Publikationen der Fachdidaktik können an den Zielgruppen „Forschung“ sowie „LehrerInnen und Unterricht“ ausgerichtet sein. Dies ist u. U. nicht unmittelbar aus den Bezeichnungen der Publikationsorgane erkennbar, so dass eine entsprechende Beschreibung ausgewählter Organe der Fachdidaktik in der Anlage besonders ausgewiesen ist.
- Bei der Drittmittleinwerbung in der Fachdidaktik sind die Personalmittel für Qualifikationsstellen besonders zu gewichten. Sie sind im Verhältnis zur Gesamtsumme der forschungswirksamen Finanzmittel, welche die Nachhaltigkeit in der Fachdidaktik in der Regel bestimmen.

1. Bei den Publikationen werden zwei Gesichtspunkte beachtet. Zunächst werden die Publikationstätigkeiten aufgeführt. Hier ist im Wesentlichen zu unterscheiden, ob eine alleinige Autorenschaft oder eine Mit-Autorenschaft vorliegt. Anschließend erfolgt eine Beschreibung von Herausgeberschaftsaktivitäten.

A. Beschreibung von Publikationstätigkeiten

- (1) Zeitschriften
 - a. Autor/in
 - b. Herausgeberschaft von Themenheften
- (2) Monografien
 - a. Alleiniger/e Autor/in
 - b. Mitautor/in
- (3) Sammelband
 - a. Alleiniger/e Autor/in
 - b. Mitautor/in
- (4) Tagungsbände
 - a. Alleiniger/e Autor/in
 - b. Mitautor/in
- (5) Schulbücher
 - a. Beiträge
- (6) Sonstige Lehr-/Lernmaterialien

B. Beschreibung von Herausgeberschaften

- (1) „Editor-in-Chief“
 - (2) Mitglied im „Editorial Board“
2. Einwerbung von Drittmitteln
In dem nachfolgenden Raster werden die unterschiedlichen Finanzierungsquellen ohne qualitative Gewichtung aufgezeigt. Besonders zu gewichten sind die eingeworbenen Stellenmonate für Qualifikationsstellen.

		federführende Antragsstellung	Teilnahme	Personalmittel gesamt	Personalmittel Qualifikationsstellen	Sachmittel	Gesamtsumme
DFG	Einzelprojekt						
	Graduiertenkolleg						
	Forschungsverbund						
EU-Mittel							
Bundesmittel							
Landesmittel							
Mittel von Stiftungen							
sonstige Mittel (u. a. für Kongresse)							

Anlage

Beschreibung von Publikationsorganen der Fachdidaktik

Die nachfolgende Matrix führt Kriterien auf, anhand derer die fachdidaktischen Fachgebiete die für sie jeweils relevanten Zeitschriften beschreiben.

Beispiele für Kategorien Publikationsorgan	Zielgruppe „Forschung“	Zielgruppe „Lehrer/Unterricht“	international	national	Peer-Review-Verfahren	Herausgeberprüfung
1 Zeitschriften						
2 Monografien						
3 Sammelbände						
4 Buchreihen						
5 Tagungsbände						
6 Schulbücher						
7 Sonst. Lehr-/Lernmaterialien						

Mitglieder des Arbeitskreises „Evaluation der Fachdidaktiken“ der Gesellschaft für Fachdidaktik (GFD): Prof. Dr. Horst Bayrhuber, Prof. Dr. Ingo Eilks, Prof. Dr. Michael Hemmer, Prof. Dr. Gabriele Kaiser, Prof. Dr. Rüdiger Tiemann, Prof. Dr. Johannes Vollmer und Prof. Dr. Herbert Zwergel.

Stand: 10. 11. 2009

Zum 100. Geburtstag von Herbert Meschkowski

Winfried Nilson

2009 war der 100. Geburtstag von Prof. Dr. Herbert Meschkowski. Ich nehme das zum Anlass, um an diesen Mann zu erinnern.

Meschkowski wurde im Moabit in einfachen Verhältnissen geboren. Sein Vater war Gefangenenaufseher im Untersuchungsgefängnis Moabit, die kleine Wohnung der Eltern lag in einem Hinterhaus über einen Kuhstall. In seinen Memoiren, die er für seine Familienangehörigen, Freunde und einige Mitarbeiter geschrieben hat, schildert M. seine Kinder- und Jugendzeit mit launigen Worten. Auf Ausführungen aus seinen Memoiren genauer einzugehen, ist hier noch verfrüht.

Mir geht es schließlich darum, an die Bedeutung zu erinnern, die Meschkowski im Laufe seines Lebens gewonnen hat, als Hochschullehrer, schließlich als Professor für Mathematik an der Pädagogischen Hochschule in Berlin und vor allem als Autor vieler Bücher, die er im Laufe seines Lebens geschrieben hat. Die Breite der Thematik, die er dabei anspricht, ist allerdings ohne einen Rückblick auf seine frühe Entwicklung kaum zu verstehen.

Das Abitur bestand M. bereits mit 18 Jahren, die Benotungen der Fächer entsprachen jedoch nicht seinen Erwartungen. Die Neigung zur Mathematik war schon deutlich zu erkennen; die Jahresarbeit (mit der man seinerzeit die Prüfungsleistungen für das Abitur in einem Fach nachweisen konnte) befasste sich mit Kurven höherer Ordnung und der Berechnung von Flächeninhalten und Bogenlängen. Sie wurde mit „sehr gut“ bewertet.

Die Entscheidung, welche Fächer er studieren würde, fiel ihm nicht so leicht, wie es nach dem Ergebnis seines Abiturs scheinen mochte. Sicher kam Mathematik in die engere Wahl, doch sein Interesse für Religion, angeregt durch Erfahrungen in der kirchlichen Jugendarbeit, sowie seine Vorliebe zur Literatur machten auch Theologie und Germanistik zu möglichen Studienfächern. Doch „ein Amt in der Kirche wollte ich nicht“ und für Germanistik war das große Lateinum erforderlich. „Vielleicht hat dies den Ausschlag für den Sieg meiner mathematischen Interessen über die literarischen gegeben“, schieb M. in seinen Memoiren. Schließlich konnte man sich Literatur

auch dann ernsthaft aneignen, wenn man nicht Germanistik studiert hatte.

Danach war die Entscheidung für die Mathematik klar und als Nebenfach wurde Physik gewählt (obwohl auch hier Religion als Möglichkeit zunächst erwogen wurde). M. studierte an der damaligen Friedrich-Wilhelms-Universität u. a. bei den namhaften Mathematikern Erhard Schmidt und Ludwig Bieberbach. Er schloss sein Studium 1931 mit einem glänzenden Staatsexamen bei dem Analytiker Hamel ab, der damals an der Technischen Hochschule Charlottenburg tätig war. Der Schwerpunktbereich war dabei die Funktionentheorie.

In den Memoiren macht M. seine Wertschätzung der beiden erstgenannten Hochschullehrer deutlich. Beide waren ausgezeichnete Mathematiker und Erhard Schmidt war bei den Studenten äußerst beliebt. Die mathematischen Bereiche, die Vorlieben seiner Lehrer waren, beeinflussten später M.s eigene Arbeiten sehr wesentlich. Das galt insbesondere für die funktionentheoretischen Vorlesungen von Bieberbach. Leider wurde Bieberbach später ein überzeugter Anhänger der Nazis, was die Studenten in seinen Veranstaltungen deutlich zu spüren bekamen.

In den späteren Semestern M.s spielte der Privatdozent Georg Feigl eine wichtige Rolle. Auch er beeinflusste M. mit seinen Vorlesungen („Unendliche Reihen“, „Nichteuklidische Geometrie“) erheblich. Feigls Fähigkeiten als Didaktiker hebt M. hervor: „Er war ein besonders wichtiger Hochschullehrer für viele Anfänger“ und „manche Anfänger haben es Feigl zu verdanken, dass sie nicht an der Mathematik verzweifelten.“

Dass auch Religion und Philosophie während M.s Studium eine Rolle spielten, war bei den oben angegebenen Vorlieben nahezu eine Selbstverständlichkeit. Später werde ich darauf zurückkommen. Die an das Studium anschließende Lehrtätigkeit begann M. als Referendar (1932–1934) unter Anleitung des bekannten Schulmathematikers Dreetz und des späteren Kollegen der Pädagogischen Hochschule Roland Sprague. Nach seiner Assessorprüfung (1934) fand M. zunächst keine passende Stelle am Gymnasium. Deshalb übernahm er in einem Heilerziehungsheim im Evangelischen Jo-

hannesstift eine Klasse für schwer erziehbare Kinder; eine Arbeit, die er zwei Jahre lang fortsetzte. M. hatte zunächst Sorge, ob er dieser Aufgabe gewachsen war, doch Aussagen der Kinder zeigten, dass er offenbar den richtigen Stil fand, mit den Kindern umzugehen. Für sein späteres Leben war diese Zeit von größter Bedeutung; lernte er doch dort in der Erzieherin Magdalena Meitz seine spätere Frau kennen. 1935 verlobten sie sich und die Kinder kommentierten diese Verlobung mit den Worten „Der beste Lehrer hat sich mit der besten Erzieherin verlobt.“ Kann man ein schöneres Lob von seinen Zöglingen bekommen? Die Heirat fand 1936 statt. Die erste Tochter kam 1938 zur Welt, drei weitere Kinder wurden in der schweren Kriegszeit geboren.

Im Herbst 1936 bekam M. endlich eine (volle) Stelle als Mathematiklehrer an einem Gymnasium in Berlin-Pankow, womit die bis dahin schwierige finanzielle Situation endlich beendet wurde. In dieser Zeit war der Terror der Nazis schon in vollem Gange. M. verschloss sich allen Versuchen von seiten überzeugter „Parteigenossen“, in die Partei einzutreten. Dennoch wurde er 1939 noch Studienrat an diesem Gymnasium.

Die Kriegsjahre überstand M. dank glücklicher Umstände unbeschadet, und das galt auch für seine Familie. Bereits Ende 1938 hatte sich M. dafür entschieden, eine Ausbildung zum Meteorologen zu machen. Tatsächlich konnte er in den Kriegsjahren überwiegend als Meteorologe im Dienste der Wehrmacht arbeiten. Das ersparte ihm die Berufung an die Front. Er konnte sogar eine Zeit lang in Berlin arbeiten und bei seiner Familie sein. Erst als die Familie in einen kleinen Ort bei Stralsund evakuiert wurde, hatte dies ein Ende. Dennoch hatte er auch dann noch Kontakt zu ihr, da er in Dänemark stationiert wurde. In den letzten Kriegstagen wurde es dann schwierig, einer Gefangenennahme zu entgehen. Dennoch schaffte es M., wobei seine Entschlusskraft und seine Risikobereitschaft eine wichtige Rolle spielten. Wie er diese Zeit überstand und schließlich seine Familie wiederfand, gleicht einer Odyssee, die M. in seinen Memoiren ausführlich beschreibt.

Im Juli 1945 war M. wieder in Berlin und seine Familie kam dann bald nach. In seinem Beruf als Mathematiklehrer am Gymnasium konnte er zunächst nicht wieder einsteigen. Da kam ihm sein Interesse an Religion zu Hilfe. Er verabredete sich mit dem späteren Kirchenrat Lokies und bekam eine Stelle in der Kirchlichen Erziehungskammer, bei der er nicht nur Religionsunterricht gab, sondern auch beim Aufbau des kirchlichen Religionsunterrichts und bei der Ausbildung von Kateche-

ten mitwirkte. Die Bezahlung war für damalige Verhältnisse ausreichend, auch für eine Familie mit 4 Kindern.

Der richtige Neuanfang aber ergab sich im Herbst 1948 durch seine Berufung an die damals noch in Ostberlin befindliche Pädagogische Hochschule. Die Übersiedlung dieser Bildungsstätte nach Westberlin war Ostern 1949. Zuerst war M. Dozent an der PH Berlin, schließlich ab 1959 a.o. Professor und 1962 wurde er Ordentlicher Professor für das Fach Mathematik. Diesen Weg gilt es nun ausführlicher zu beschreiben.

M.s erster Wunsch war es, die Doktorwürde zu erlangen. Dies war ein durchaus steiniger Weg für ihn, da er wegen seines Spezialgebietes „Funktionentheorie“ nur den an der FU Berlin tätigen Professor Alexander Dinghas als Doktorvater wählen konnte. Wie ihm dieser Professor das Leben während der Doktorprüfung schwer machte, beschreibt M. ausführlich in den Memoiren. Er vermutete, dass Dinghas einerseits befürchtete, in ihm einen Konkurrenten zu bekommen; andererseits stammte das Thema von M.s Doktorarbeit aus einem Bereich (Theorie der konformen Abbildungen), der Dinghas nicht vertraut war. Tatsächlich gab dieser die vorgelegte Arbeit zur Beurteilung an Bieberbach weiter. Dass beide Punkte keine günstigen Voraussetzungen für eine faire Beurteilung durch Dinghas waren, versteht sich von selbst. Obwohl die erste Beurteilung der vorgelegten Arbeit durch Bieberbach niederschmetternd war, zögerte M. nicht, es weiter zu versuchen. Hatte er doch selbst schon geahnt, dass nicht alle seiner Deduktionen einwandfrei waren. So machte er sich daran, diese Schwächen in der Arbeit zu beheben. Für einen Familienvater, der gerade eine neue Stellung als Hochschullehrer angenommen hatte, keine leichte Aufgabe. Doch allen Widerständen zum Trotz: Am 1. Juli 1950 konnte M. aufatmen. Er hatte die Doktorprüfung bestanden. Seine Doktorarbeit „Über die konforme Abbildung gewisser Bereiche von unendlich hohem Zusammenhang“ wurde auf Betreiben Bieberbachs sogar in die „Mathematischen Annalen“ aufgenommen. Erwähnt sei noch, dass Roland Sprague wenige Tage später ebenfalls die Doktorprüfung bestanden hat. So waren die beiden PH-Dozenten die beiden ersten Doktoren im Fach Mathematik an der Freien Universität Berlin.

In der nachfolgenden Zeit ging es um die Frage, ob die PH in die FU eingegliedert werden sollte. Dazu kam es nicht – beide Institutionen waren dagegen. Die Lehrgewerkschaft, die an der Pädagogischen Hochschule stark vertreten war, hatte langfristig das Ziel, die PH zu einer wissen-

schaftlichen Hochschule zu machen. M. schreibt dazu in seinen Memoiren: „Das Schlimme war nur, dass man dieses Ziel nicht auf langem Wege durch Verbesserung der Qualifikation der an der PH Lehrenden zu erreichen versuchte, sondern einfach durch Änderung der Gesetze und Schaffung neuer rechtlicher Gegebenheiten.“ Damit war seine Grundhaltung in diesem Punkte klar. Es war ihm ein Graus, dass es 1952 an der PH Hochschuldozenten gab, die als Professoren verbeamtet wurden, obwohl er keinen sachlichen Grund erkennen konnte, warum der eine Professor wurde und der andere nur Oberstudienrat. Nach fachlicher Qualifikation wurde nicht gefragt.

Es war klar, dass M. den Weg beschreiten würde, der aus seiner Sicht notwendig war, um den Professorentitel zu Recht zu tragen. So bemühte er sich um die Habilitation. Die entscheidende Arbeit dafür behandelte einige neue Sätze aus der Theorie der Kernfunktionen. Diese Arbeit legte M. wieder Bieberbach vor, der sie positiv beurteilte. Damit war die Habilitation fast sicher. Das war 1953. Doch zu den „Habitationsleistungen“ gehörten noch ein Vortrag mit anschließendem Kolloquium vor der Fakultät und eine öffentliche Probevorlesung. Auch wenn Dinghas wieder dabei war, bestand M. auch diesen Teil der Habilitation. Das war 1954.

Von jetzt an konnte M. auch Vorlesungen an der FU halten. Dass er dabei im wesentlichen über seine Forschungsergebnisse sprechen wollte, war klar. Doch gab es einmal mehr Schwierigkeiten mit Dinghas, der die Meinung vertrat, dass diese Themen mit seinen eigenen Vorlesungen kollidierten. So musste M. an der FU auf andere Themenbereiche ausweichen.

Vielleicht war das der Grund, dass M. an der PH eine Vorlesung über Hilbertsche Räume angeboten hat, obwohl das an einer Hochschule, die Lehrer für Grund- und Realschulen auszubilden hatte, sicher deutlich überzogen war. Denn die Hilbertschen Räume spielten in der Theorie der konformen Abbildungen eine wichtige Rolle. Und möglicherweise hätte Dinghas auch dagegen opponiert, wenn M. Vorlesungen aus diesem Bereich der Funktionentheorie an der FU hätte halten wollen.

Schon zu Beginn der fünfziger Jahre hatte M. mit wissenschaftlichen Veröffentlichungen begonnen. Sein erstes Büchlein war ein Band über Nicht-euklidische Geometrie, basierend auf dem Poincaréschen Modell, auf das er später auch an der PH zurückgriff. Es erschien 1954 bei Vieweg. Zwei Jahre später kam beim gleichen Verlag „Wandlungen des Mathematischen Denkens“ heraus, ein

Buch, das er durch Vorlesungen an der PH vorbereitet hatte. Es behandelt Grundlagenfragen der Mathematik. M. spricht von einer „zusammengefassten Geschichte der mathematischen Ideen.“ Es wurde ein voller Erfolg: vier Auflagen und Übersetzungen ins Englische, Italienische und sogar ins Japanische. Dies alles geschah zu einer Zeit, als M. noch Oberstudienrat an der PH und Privatdozent an der FU war, und das trotz seiner Promotion und Habilitation.

Es dauerte bis zum Jahr 1959, dass M. zum apl. Professor an der FU ernannt wurde. Im gleichen Jahr erschien das Buch „Differenzgleichungen“, in dem er die Bedeutung dieser Gleichungen in der Analysis behandelt.

1961 erschien ein Buch, auf das M. sicher besonders stolz war: „Das Christentum im Jahrhundert der Naturwissenschaften“. Ein Zitat aus den Memoiren macht das deutlich:

Ich habe Albert Schweitzer, Bultmann und Tillich gelesen und mir Gedanken gemacht über die Möglichkeiten und Grenzen menschlicher Erkenntnis. Dabei habe ich immer daran festgehalten, dass man nur durch absolute Redlichkeit weiterkommen kann. Man muss dem Beispiel der Mathematiker und Naturwissenschaftler auch beim Nachdenken über theologische Fragen folgen. Es gilt nicht das, was man wahr haben möchte. Es gilt nur die radikale Wahrhaftigkeit, zu der man in den exakten Wissenschaften von der Sache her gezwungen wird. In der Theologie gilt allzu oft das „was man brauchen kann“.

Dass M. mit einer solchen Haltung Schwierigkeiten bei Verlagen bekommen würde, die viele „theologische Leser“ hatten, lag auf der Hand. Schließlich gelang der dritte Anlauf, und das auch nur, weil Ernst Reinhardt den mathematischen Teil in dem Buch deutlich gekürzt hatte. Dieses Buch bescherte M. viele Kontakte. Insbesondere wurde er zu Vorträgen eingeladen, bei denen es zu Diskussionen kam, die die unterschiedliche Haltung der Hörer zu der dargelegten Thematik verdeutlichten.

Im Jahre 1962 erschien das Buch „Hilbertsche Räume mit Kernfunktionen“ in der sogenannten „Gelben Reihe“ des Julius-Springer-Verlages. Es handelte sich um einen Ausbau seiner Habilitationsschrift, und M. war sehr erfreut, dass seine Forschungsergebnisse in diese berühmte Reihe aufgenommen wurden. Der Absatz dieses Buches hielt sich zwar in engen Grenzen, doch war das bei der schwierigen Thematik kein Wunder.

In den Jahren 1962–64 wurde M. zum (ersten) Rektor der PH gewählt. Er wurde damit Nachfolger des langjährigen Direktors Wilhelm Richter, der als engagierter Pädagoge der Hochschule einen starken erziehungswissenschaftlichen Schwerpunkt gegeben hatte. Für die weitere Entwicklung der PH zu einer wissenschaftlichen Hochschule war es bedeutsam, dass in ihr auch die Fachwissenschaften qualitativ hochwertig vertreten waren; hierauf legte M. in seiner Amtszeit besonderen Nachdruck. Dazu gehörte auch, dass die Kybernetik (später: Informatik) in den Fächerkanon einbezogen wurde.

Dass M. bei solchem Engagement für die Fachwissenschaften in Schwierigkeiten mit den Vertretern der sogenannten Grundwissenschaften (Philosophie, Pädagogik, Psychologie und Soziologie) kommen musste, war klar. Die Aussagen in diesen Disziplinen waren nicht von der Sicherheit wie die in den Wahlfächern, schon gar nicht wie die in der Mathematik. Zwar konnte man verstehen, dass die Vertreter der Grundwissenschaften geltend machten, dass die „Problematik der Menschenbildung für den künftigen Lehrer wichtiger war als die Anhäufung von Wissensstoff“, doch wehrte sich M. dagegen, als sie versuchten, das zunächst bestehende Gleichgewicht zwischen Grundwissenschaften und Fachwissenschaften zu Gunsten der ersteren zu verschieben. Tatsächlich wurde dieses Gleichgewicht in der Zeit, in der der „Berufspädagoge“ Schwarzlose Rektor war, in diese Richtung verändert. Spannungen zwischen den Vertretern der Grundwissenschaften und denen der Fachwissenschaften waren so vorprogrammiert.

Ende der sechziger Jahre verstärkten sich die Bemühungen im Berliner Senat, möglichst viele Professoren für die PH zu bekommen, damit ihr der Rang einer „Wissenschaftlichen Hochschule“ zubilligt werden konnte. Und so kam es 1971 zu einem Gesetz, das vorsah, alle Akademischen Räte und Oberräte an der PH zu Professoren zu machen. Dass dies dem Grundanliegen M.s, wonach der Professorentitel nur dann verliehen werden sollte, wenn der Betreffende sich wenigstens durch die Promotion in seiner Wissenschaft qualifiziert hatte, widersprach, war klar.

Dazu eine persönliche Bemerkung meinerseits: Auch ich habe von diesem Gesetz profitiert und bin so „Professor“ geworden. Ich kann mich gut daran erinnern, wie M. darauf reagierte. Er sagte zu mir „Auch Sie sind ja jetzt Professor.“ Das war nur eine Feststellung. Dem guten persönlichen Verhältnis zwischen M. und mir hat das keinen Abbruch getan. Sicher hätte M. es gerne gese-

hen, wenn ich noch promoviert hätte. Doch seine Themen (Funktionentheorie, Analysis) standen zu sehr im Widerspruch zu meinen Schwerpunktbereichen (Zahlentheorie, Algebra). Und meine Bemühungen, einen Doktorvater zu finden, der sich mit meinen speziellen Themen aus der Zahlentheorie auskannte, verliefen im Sande.

Kehren wir zurück zu M.s Verdiensten! Und da zunächst zu seinen Büchern, die er primär für die Studenten der Mathematik an der PH (und der FU) geschrieben hat. Das Bibliographische Institut in Mannheim hatte eine Reihe von Taschenbüchern herausgebracht, die als Arbeitshilfen für die Studenten gedacht waren und im Preis sehr niedrig lagen. Für diese Reihe hat M. mehrere Bändchen geschrieben, die in den Kreisen der Mathematikstudenten großes Interesse erweckten. Denn es sprach sich schnell herum, dass die Darstellungsweise M.s in seinen Büchern für die Studenten der Mathematik in der Regel verständlicher war als in den meisten anderen Fachbüchern. Hier seien nur einige von M.s Taschenbüchern genannt, für die anderen sei auf das Werkverzeichnis am Ende dieses Artikels verwiesen. Das erste Büchlein von M., das in dieser Reihe erschien, war „Unendliche Reihen“. Diese Thematik baute M. weiter aus, indem er Anwendungen der Reihenlehre in der Physik in einem weiteren Band behandelte. Ein „Bestseller“ wurde die „Einführung in die moderne Mathematik“, das in vielen Vorlesungen als Grundlage für Skripten benutzt wurde. Es wurde ins Englische, Spanische und Türkische übersetzt. Schließlich seien noch das „Mathematiker Lexikon“ und das „Mathematische Begriffswörterbuch“ genannt. Dieses Wörterbuch, das nur gelingen konnte, weil viele seiner Mitarbeiter Teilgebiete bearbeiteten. Das war für Studenten eine preiswerte Alternative zu dem großen zweibändigen – und sehr teuren – Werk von Naas-Schmidt.

Diese Bücher erschienen alle in den sechziger Jahren. Ich will jedoch darüber nicht vergessen, auf die Geschehnisse an der Pädagogischen Hochschule in dieser Zeit einzugehen. Im Vordergrund stand die Entwicklung der Didaktik, insbesondere die der Fachdidaktiken. Ein erster Anstoß dazu war von dem Pädagogen Paul Heimann ausgegangen. M.s Verdienst in diesem Prozess ist darin zu sehen, dass nun auch die Bezüge der Fachdidaktik zu den entsprechenden Fachwissenschaften deutlich herausgestellt wurden. Das führte dazu, dass in den folgenden Jahren eine große Zahl von Fachdidaktikern zu Hochschullehrern berufen wurde. M. gewährte nun den in der Fachdidaktik tätigen Kollegen den für die Fortentwicklung

ihrer Disziplin erforderlichen Freiraum. Die intensive Zusammenarbeit der Mathematikdidaktiker mit M. wurde deutlich in der Veröffentlichung einer vierbändigen „Didaktik der Mathematik“ unter Einbeziehung der „Hochschuldidaktik“. M. war der Herausgeber dieses Werkes und arbeitete außer mit den Fachdidaktikern der PH auch mit anderen Didaktikern zusammen (mit denen er so manchen Ärger hatte).

In den sechziger Jahren begannen die Studenten an den Hochschulen gegen die alte „Ordinarienuniversität“ zu revoltieren. Sprüche wie „Hinter den Talaren steht der Muff von 1000 Jahren“ machten deutlich, was gemeint war. In der Tat war manches an den Universitäten verbesserungsbedürftig, nur ging der Stil, in dem die Studenten ihre Ziele zu erreichen versuchten, oft über das akzeptable Maß hinaus. Dass M. Störungen von studentischer Seite in seinen Vorlesungen nicht duldete, war verständlich. Doch solange die Veranstaltung wie vorgesehen stattfinden konnte, weil die Studenten zu Diskussionen mit dem Vortragenden nach der Vorlesung bereit waren, akzeptierte M. das noch. Aber Ende der sechziger Jahre verschärfte sich der Stil der Studenten an den Hochschulen. M. beschreibt ihr Verhalten in seinen Memoiren wie folgt: „An die Stelle sachlicher Diskussionen traten Streiks, Radauszenen, persönliche Verunglimpfungen, telefonischer Psycho-Terror gegen Angehörige und Gewaltakte in den Hochschulen.“ und er beschwert sich darüber, dass die Behörden solche Ausschreitungen zwar mit harten Worten verurteilten, aber kaum etwas gegen die „Rechtsbrecher“ unternahmen. Er schreibt weiter: „In den letzten Jahren meiner Lehrtätigkeit an den Hochschulen habe ich das Gelände der Universität und der PH nur mit großem Widerwillen betreten. Man hatte das Gefühl, in einen rechtlosen Raum einzutreten.“

1974 wurde M. emeritiert und er machte keinen Gebrauch von der Möglichkeit, seine Lehrtätigkeit weiter auszuüben.

Umso stärker widmete er sich nun seiner Tätigkeit als wissenschaftlicher Schriftsteller. Die Themen, die ihn vorher bereits beschäftigt hatten, traten jetzt in den Vordergrund seiner Arbeit: Grundlagenfragen, historische Themenkreise und die Frage nach den Möglichkeiten der Menschenbildung durch Mathematik und Naturwissenschaften. In dem 1976 erschienen Buch „Richtigkeit und Wahrheit in der Mathematik“ geht es ihm um die Frage, „ob man den Theoremen der Mathematik einen Wahrheitsgehalt zusprechen kann, der mehr ist als nur Richtigkeit (Widerspruchsfreiheit).“

„Mathematik ist die Theorie der formalen Systeme“ ist eine Formulierung, die man von M. oft gehört hat. Damit bleibt man aber bei Systemen, in denen man den Aussagen innerhalb eines solchen (von vorgegebenen Axiomen bestimmten) Systems nur Richtigkeit zusprechen kann, nicht Wahrheit.

Im letzten Kapitel aber geht M. über diese Auffassung hinaus. Er bezieht sich auf die Tatsache, dass mathematische Gesetze in der Physik Gültigkeit haben. Und die Physik beschreibt Realitäten. Physikalische Gesetze sind Aussagen über Realitäten und als solche wahr. So wagt M. schließlich die Feststellung: „Die richtigen Sätze einer mathematischen Disziplin sind wahr, weil es Aussagen über Realitäten sind.“

In den Jahren 1978–81 erscheinen drei Bände zur „Problemgeschichte der Mathematik“. Hier arbeitet er die wesentlichen Leitlinien der Geschichte der Mathematik bis in die Mitte des 20. Jahrhunderts heraus. Es ist ein nicht zu unterschätzendes Verdienst M.s, immer auf diesen Bereich hinzuweisen. Mit den „Wandlungen des mathematischen Denkens“ hatte es begonnen, mit den „Denkweisen großer Mathematiker“ (1961, weitere Auflagen 1967 und 1990) und dem Mathematiker-Lexikon (1968, weitere Auflagen 1973 und 1980) setzte es sich fort und erreichte nun den Höhepunkt in den genannten 3 Bänden.

Es versteht sich von selbst, dass M. stets auch Vorträge über die ihn beschäftigenden Probleme gehalten hat. Häufig war er auf Vortragsreisen, weil er Einladungen von den verschiedensten Seiten bekommen hatte. Während der Zeit als Emeritus konnte er diese Tätigkeit zunächst ausbauen, bis er durch Schwerhörigkeit daran gehindert wurde. Später kam noch ein Augenleiden dazu, so dass seine Frau ihm bei der Herstellung der Manuskripte helfen musste. Das Leid M.s verschärfte sich in den folgenden Jahren noch: 1981 stirbt völlig überraschend sein Sohn Helmut, und zwei Jahre später, wenige Tage nach M.s 74. Geburtstag, schließt seine Frau – seine geliebte „Mali“ – ihre Augen für immer. Bis zuletzt hatte sie ihm bei der Arbeit am Manuskript eines Buches geholfen, das unter dem Titel „Was wir wirklich wissen“ 1974 erschienen ist. M. versucht darin deutlich zu machen, dass sich aus der Beschäftigung mit den exakten Wissenschaften eine Geisteshaltung entwickeln kann, die hilfreich, vielleicht sogar notwendig ist für die Bewältigung der Aufgaben, vor denen die Menschheit steht. Heute scheint es, dass dieser Appell an die führenden Politiker von diesen gar nicht wahrgenommen worden ist.

Nach dem Tod seiner Frau hatte M. ein Erlebnis, das er in seinen Memoiren beschreibt:

Ich schliefe erst gegen Mitternacht ein. Zwischen 1 und 2 Uhr wurde ich durch eine Berührung am Oberarm geweckt. Ich drehte mich um, war hellwach und sah an meinem Bett eine Frauengestalt stehen. Der Raum war ja nicht ganz dunkel, weil das Licht der Straßenlaternen ihn matt erleuchtete. Aber von dieser Gestalt ging ein eigenes Licht aus. Sie lächelte mich freundlich an, und ich erkannte Mali, so etwa, wie sie im vierzigsten Lebensjahr ausgesehen hatte. Sie trug das „gute“ blaue Seidenkleid, das sie zur standesamtlichen Trauung angeschafft und noch viele Jahre getragen hatte. Ihre blonden, etwas wirren Haare leuchteten, und sie sah mich unentwegt gütig an. Sie stand so dicht an meinem Bett, dass ich sie greifen konnte, und ich versuchte es. Da war aber die Gestalt verschwunden, und es blieb nur der halbdunkle Raum übrig.

Vielleicht hat M. diese Erfahrung dabei geholfen, den Tod seiner Frau zu überwinden. Er war überzeugt davon, dass dieses Erlebnis kein Traum war. Auch ob es eine Begegnung mit dem „Jenseits“ war, das wollte er nicht behaupten. Hier zeigte sich seine Grundhaltung, erst dann etwas als Realität anzusehen, wenn es als solche bewiesen ist. Wer M. ein Jahr nach dem Tode seiner Frau begegnete, merkte schnell, dass er keinen gebrochenen Mann vor sich hatte. Allen Widrigkeiten zum Trotz fand er Mittel und Wege, seine Arbeit fortzusetzen. So will ich noch zwei Bücher erwähnen, die deutlich machen, dass er sich in späteren Jahren mit Fragen beschäftigte, die weit über sein Fach hinaus reichten: „Jeder nach seiner Façon“ mit dem Untertitel „Berliner Geistesleben“ (1986) und „Von Humboldt bis Einstein“, Untertitel: „Berlin als Weltzentrum der exakten Wissenschaften“ (1989). Ich brauche auf diese Bücher nicht genauer einzugehen, da die Untertitel genügend Aussagekraft haben. Wohl aber muss ich noch auf einen Mathematiker verweisen, der für M. im Zentrum seiner Arbeit stand: Georg Cantor, der Begründer der Mengenlehre. 1967 erschien das Buch „Probleme des Unendlichen, Werk und Leben Georg Cantors“ bei Vieweg, dem eine etwas ergänzte und anders gestaltete 2. Auflage beim Bibliographischen Institut folgte. In beiden Büchern waren Briefwechsel Cantors mit seinen Zeitgenossen aufgenommen. Den Schlusspunkt dieser Arbeiten wollte M. mit

einem Buch setzen, in das möglichst viele Briefe Cantors und seiner Briefpartner aufgenommen werden sollten. Er bat mich um Mitarbeit. Er übernahm das Einleitungskapitel „Georg Cantor als Briefschreiber“ und überließ mir die Aufgabe, die Briefe zusammenzustellen und zu kommentieren. Das Buch erschien im Jahre 1991 im Springer-Verlag. Doch dieses Erscheinen hat Meschkowski nicht mehr erlebt.

Schließen möchte ich diesen Artikel mit einem Dankeswort an meinen Lehrer und Förderer, das ich dem Buch voranstellte:

Am 23. 3. 1990, in der Schlussphase der Arbeit an diesem Buch, verstarb

Prof. Dr. Herbert Meschkowski.

Unter den großen Mathematikern war es Georg Cantor, der Meschkowski am meisten fasziniert hat. Mit der Herausgabe einer Auswahl seiner Briefe rundet und vollendet sich das Lebenswerk von Herbert Meschkowski.

In Verehrung und Dankbarkeit

Winfried Nilson

Literaturverzeichnis

Selbstständige Veröffentlichungen

- [1] *Nichteuklidische Geometrie*. Braunschweig 1954 (4. Aufl. 1971)
engl. Ausgabe: *Non euclidian geometry*, New York 1964
- [2] *Wandlungen des mathematischen Denkens. Eine Einführung in die Grundlagenprobleme der Mathematik*, Braunschweig 1956 (5. Aufl. 1985)
italienische Ausgabe: *Mutamenti nel pensiero matematico*, Torino 1963
engl. Ausgabe: *Evolution of mathematical thought*, San Francisco 1965
japanische Ausgabe: Tokyo 1977
- [3] *Differenzgleichungen*, Göttingen 1959
- [4] *Ungelöste und unlösbare Probleme der Geometrie*, Braunschweig 1960, (2. Aufl. Mannheim 1975)
engl. Ausgabe: *Unsolved and unsolvable problems in geometry*, Edinburgh 1966
- [5] *Das Christentum im Zeitalter der Naturwissenschaften*, München 1961
- [6] *Denkweisen großer Mathematiker. Ein Weg zur Geschichte der Mathematik*, Braunschweig 1961 (3. stark erweiterte Aufl. 1990)
engl. Ausgabe: *Ways of thought of great mathematicians*. San Francisco 1964
japanische Ausgabe, Tokyo 1972
- [7] *Hilbertsche Räume mit Kernfunktionen*, Berlin-Göttingen-Heidelberg 1962
- [8] *Unendliche Reihen*, Mannheim 1962
- [9] *Reihenentwicklungen in der mathematische Physik*, Mannheim 1963 (2. Aufl. 1964)
engl. Ausgabe: *Series expansions for mathematical physicists*, Edinburgh 1968
- [10] *Einführung in die moderne Mathematik*, Mannheim 1964 (4. Aufl. 1971)

- spanische Ausgabe: *Introducción a la matemática moderna*, Madrid 1967
 engl. Ausgabe: *Introduction to modern mathematics*, London 1968
 türkische Ausgabe
- [11] *Mathematik als Bildungsgrundlage*, Braunschweig 1965, 2. Aufl. unter dem Titel *Mathematik als Grundlage. Ein Plädoyer für ein rationales Bildungskonzept*, München 1973
- [12] *Mathematisches Begriffswörterbuch*, Mannheim 1965 (2. Aufl. 1976)
- [13] *Grundlagen der euklidischen Geometrie*, Mannheim 1965 (2. Aufl. 1974)
- [14] *Probleme des Unendlichen. Werk und Leben Georg Cantors*, Braunschweig 1967
- [15] *Wahrscheinlichkeitsrechnung*, Mannheim 1968
- [16] *Aufgabensammlung zur Einführung in die moderne Mathematik* (zus. mit G. Leßner), Mannheim 1969
- [17] *Mathematiker-Lexikon*, Mannheim 1969 (2. Aufl. 1973)
- [18] *Mathematik*, Berlin-Darmstadt-Wien 1969
- [19] *Zahlen (Mathematik für Physiker 1)*, Mannheim 1969
- [20] *Funktionen (Mathematik für Physiker 2)*, Mannheim 1969
- [21] *Elementare Wahrscheinlichkeitsrechnung und Statistik (Mathematik für Physiker 3)*, Mannheim 1972
- [22] *Mehrsprachenwörterbuch mathematischer Begriffe*, Mannheim 1972
- [23] *100 Jahre Mengenlehre*, München 1973
- [24] *Theorie der Punktmengen* (zus. mit I. Ahrens), Mannheim 1974
- [25] *Richtigkeit und Wahrheit in der Mathematik*, Mannheim 1976 (2. Aufl. Zürich 1978)
- [26] *Problemgeschichte der neueren Mathematik (1800-1950)*, Zürich 1968
- [27] *Mathematik und Realität, Vorträge und Aufsätze*, Mannheim 1979
- [28] *Jeder nach seiner Façon, Berliner Geistesleben 1700-1810*, München-Zürich 1986
- [29] *Von Humboldt bis Einstein (Berlin als Weltzentrum der exakten Wissenschaften)*, München-Zürich 1989

Herausgebertätigkeit

- [1] *Wissenschaft und Bildung*. Vorträge der Berliner Hochschultage vom Januar 1963, Weinheim 1963
- [2] *Funktion und Modell, Bildungsfragen im Zeitalter der Automation*, Weinheim 1965
- [3] *Handbuch für die Mathematik*, Mannheim 1967 (2. Aufl. 1972)
- [4] *Mathematik-Duden für Lehrer*, Mannheim 1969
- [5] *Mathematik in der Orientierungsstufe*, München 1971
- [6] *Grundlagen der modernen Mathematik*, Darmstadt 1972
- [7] *Existenzprobleme in der modernen Mathematik*, Der Mathematikunterricht, Heft IV, 1971
- [8] *Didaktik des mathematischen Unterrichts*, 4 Bände, Stuttgart 1972-1974
- [9] *Aufgaben zur modernen Schulmathematik mit Lösungen*, Duden-Übungsbücher, 2 Bde. Mannheim 1970-1972
- [10] *Das Problem des Unendlichen. Mathematische und philosophische Texte von Bolzano, Gutberlet, Cantor und Dedekind*, München 1974
- [11] *Nichteuklidische Geometrie*, Der Mathematikunterricht, Heft II, 1975
- [12] *Lust an der Erkenntnis. Moderne Mathematik*, Serie Piper, München 1991
- [13] *Georg Cantor, Briefe*, (zus. mit W. Nilson), Berlin-Heidelberg-New York-London-Paris-Tokyo-Hong Kong-Barcelona-Budapest

Grußwort anlässlich des Festkolloquiums in Kassel

Hans-Georg Weigand



Sehr geehrter Herr Vizepräsident, Herr Dekan, Herr Ministerialrat, lieber Bernd, sehr geehrte Kolleginnen und Kollegen, meine sehr geehrte Damen und Herren, Ich möchte im Namen des Vorstandes der Gesellschaft für Didaktik der Mathematik (GDM) und

aller Mitglieder die herzlichsten Glückwünsche zum Geburtstag überbringen. Der Dank der GDM gebührt Bernd Wollring für sein Engagement in der GDM und in der Mathematikdidaktik überhaupt.

Bernd Wollring

- ist seit 1974 Mitglied der GDM, also bereits seit 35 Jahren.
- war von 1996 bis 2002 im Beirat der GDM
- war von 1999 bis 2003 Herausgeber des JMD
- war Leiter des Arbeitskreises Grundschule und war und ist regelmäßiges Mitglied in den Arbeitskreisen Psychologie und Stochastik und
- er ist augenblicklich ein wichtiges Mitglied in der AK „Lehrerbildung“, die gerade zu den KMK-Standards die Perspektiven für die Lehrerbildung der GDM, DMV und MNU erarbeitet hat.

Wir – Bernd Wollring und ich – kennen uns schon viele Jahre. Ich könnte also viele Eigenschaften von B.W. aufzählen. Ich stelle zwei Eigenschaften von ihm heraus, die ich – wohl auch andere – an ihm so sehr schätzen.

Zum *Einen* ist das die Freude an der ästhetischen, der schönen Seite der Mathematik. Das gilt *einerseits* für die abstrakte formale – nur von Insidern als „schön“ bezeichnete – Seite der Mathematik. Der Jubilar war – wie ich – immer der Meinung, dass ein tiefergehendes Studium der Mathematik – auch oder insbesondere ein Studium etwa in komplexer Funktionentheorie, Funktionalanalysis, Differentialgleichungen, Statistik, also ein Studium der Inhalte, die weit über Mathematikunterricht hinausgehen – menschenbildend und

wichtig für den Lehrer/die Lehrerin und das sinnvermittelnde Unterrichten von Mathematik ist, vielleicht nicht einmal nur *sein kann*.

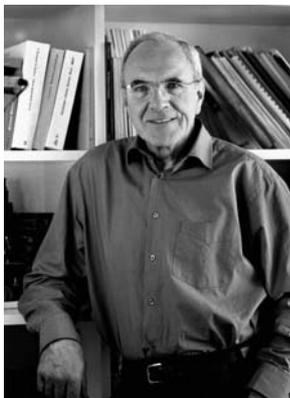
Andererseits findet sich die Schönheit der Mathematik aber auch – und jetzt dem umgangssprachlichen Sinn näher kommen – in der Welt der Origamifiguren, der platonischen und archimedischen Körper, am besten in glänzender Folie mit leuchtenden Farben in entsprechender Größe real produziert, oder in Tangram-Figuren mit Kurzgeschichten garniert oder in Mustern auf Autofelgen. Für diese letzte Leidenschaft wurde unser Jubilar sogar einmal auf einer Reise nach Prag von der Polizei gestellt. Verdacht: Reifendiebstahl. In dieser Eigenschaft Bernd Wollrings, also seiner Liebe zur Geometrie, spiegeln sich im Mathematikunterricht anzustrebende und auszubildende Fähigkeiten und Einstellungen wider, die jenseits eines durch standardisierte Tests überprüfbaren Wissens liegen und die trotzdem – oder gerade deshalb – zu den wichtigsten Zielen des aktuellen und zukünftigen MU zählen.

Die zweite Eigenschaft, die ich an Bernd Wollring schätze, ist die begründet optimistische Sicht der Zukunft des Mathematikunterrichts und der Mathematikdidaktik. Hierzu hat er stets konstruktiv Ideen beigetragen. Ohne Visionen keine Perspektiven für der Zukunft. Dies zeigte sich jetzt gerade wieder in den von der GDM erarbeiteten Perspektiven der Lehrerbildung. Bernd Wollring war und ist immer der festen Überzeugung, dass theoretisch für richtig erkannte Prinzipien durch konstruktive – realistische – Vorschläge langfristig in der Praxis verwirklicht werden können. Dafür engagiert er sich in der Lehreraus- und vor allem auch -fortbildung. Lebenslanges Leben ist für ihn ein Grundprinzip. Er versteht es, Teilnehmer und Teilnehmerinnen seiner Veranstaltungen zu begeistern. Hier gilt die altbekannte Regel in Reinform: Nur wer selbst von etwas begeistert ist, kann auch andere begeistern.

Wir wünschen Bernd Wollring, dass er weiterhin produktiv und konstruktiv ist. Wir wünschen Zeit, Muße, Energie und Gesundheit für das, was in den nächsten Jahren noch ansteht.

Nachruf Prof. Dr. Norbert Knoche

Stephan Hußmann



Am 3. Oktober 2009 wurde Norbert Knoche nach schwerer Krankheit im Alter von 71 Jahren aus seinem Leben gerissen. Die Nachricht von seinem Tod hat alle erschüttert, die ihn kannten und die mit ihm – vielfach über Jahrzehnte – intensiv und produktiv zusammengearbeitet

haben. Mit ihm verliert die Gesellschaft für Didaktik der Mathematik ein Mitglied, das in fachlicher wie in menschlicher Hinsicht prägend war. Norbert Knoche wurde 8. 7. 1938 in Dortmund geboren. Im Alter von 21 Jahren begann er ein Studium der Mathematik und Physik an der Universität Münster, an das er 1967 sowohl ein Referendariat für das Lehramt am Gymnasium als auch eine Promotion bei Prof. Dr. H. Behnke über den Satz von Osgood-Hartogs in Polynomringen anschloss. Im ereignisreichen Jahr 1968 legte er die Prüfungen sowohl zum zweiten Staatsexamen als auch zur Promotion ab.

Es folgte eine intensive Zeit der aktiven Tätigkeit im gymnasialen Schuldienst, in der Norbert Knoche schnell als engagierter und ideenreicher Lehrer bekannt wurde. Schon nach zwei Jahren als Studienassessor wurde er zum Studienrat ernannt und sogleich zum Fachleiter für Mathematik berufen. Parallel zu seiner Arbeit im Schuldienst arbeitete er am Seminar für Didaktik der Mathematik an der Universität Münster und beendete dort 1971 seine Habilitation in der Didaktik der Mathematik. Im selben Jahr wurde er zum Wissenschaftlichen Rat und dann zum Professor an der Pädagogischen Hochschule Dortmund berufen. Nur ein Jahr später folgte der Ruf auf einen Lehrstuhl für Didaktik der Mathematik an der Universität-Gesamthochschule in Essen, wo er auch 31 Jahre später seine aktive universitäre Laufbahn beendete.

Begleitend zu dieser Arbeit entfaltete Norbert Knoche eine einflussreiche Publikationstätigkeit. Sie umfasste Aspekte der fachlichen Konzeption des Mathematikunterrichts zu einem breiten Themenspektrum wie auch Fragen zur empirischen Erforschung des Mathematikunterrichts. Seine Werke, insbesondere zur Analysis und zur empirischen Pädagogik, beeinflussten die Lehramtsausbildung nachhaltig. Nicht zuletzt fanden seine Erfahrungen Ausdruck in seiner Herausgeber-tätigkeit von mathematikdidaktischen Zeitschriften und Buchreihen.

Norbert Knoche war ein begeisterter Tennisspieler, er liebte gute Musik, war Mitglied eines Kirchenchores, reiste gerne zu den schönen Flecken der Erde und hatte in jüngster Zeit auch die Astronomie für sich entdeckt. Seine beste und wohl unschätzbarste Partnerin, sowohl in der privaten Ausgestaltung seines Lebens als auch in der inhaltlichen Auseinandersetzung mit der Mathematikdidaktik, war seine Frau Ingrid. Mit ihr teilte er sich seine geliebten Kinder, Ines und Claudia. Er wäre sicherlich auch ein fantastischer Großvater geworden. Dies hat ihm das Schicksal jedoch leider vorenthalten. Nur etwas über einen Monat nach seinem Tod erblickte seine Enkelin das Licht der Welt.

Norbert Knoche war ein großartiger Mensch, ein fürsorglicher Kollege und Freund, ein bedeutender Fachdidaktiker und vor allem ein liebevoller Ehemann und Vater. Die Zeit mit ihm hat jeden von uns bereichert, auch wenn sie viel zu kurz war. Er war ein Mensch mit Visionen und doch voller Bedacht. Für seine Umwelt war er Ruhepol, Ansprechpartner und Ratgeber, für den es keine Situation gab, in der er seine Hilfe, seine Unterstützung versagt hätte. Er sah in allem die Perspektive und die Kraft und förderte damit bei anderen und sich selbst Unglaubliches zu Tage. Norbert, wir vermissen Dich. Das Loch, das Dein Fortgang hinterlassen hat, müssen wir nun Tag für Tag mit den schönen Erinnerungen an Dich füllen, von denen Du uns reichliche geschenkt hast.

Arbeitskreis ‚Frauen und Mathematik‘

9.–11. Oktober 2009

Laura Martignon



Dieses Jahr hat der Arbeitskreis Frauen und Mathematik sein 20-jähriges Jubiläum gefeiert. Die Herbsttagung wurde bereits bei Treffen des Arbeitskreises während der Bundestagung der GDM in Oldenburg geplant und konzipiert. Es war wichtig ein neues Format zu versuchen: nicht mehr die konventionellen Vorträge mit anschließender Diskussion sondern moderierte Aktivitäten von zwei oder gar drei Wissenschaftler/Innen zu einem Themenkomplex. Das Programm der Tagung illustriert die neue Planung. Wichtig war auch eine Note der Feierlichkeit einzuführen: Am ersten Tag hat der Arbeitskreis im Bacchussaal des Schlosses Ludwigsburg getagt. Ebenso wichtig war es die Gründerinnen des Arbeitskreises dabei zu haben: Gabriele Kaiser, Cornelia Niederdrenk Felgner und Kristine Keitel, die an der allerersten Tagung des Arbeitskreises in Berlin anwesend und aktiv, saßen am 9.10. zusammen vor dem Arbeitskreis und erzählten, wie er damals gegründet wurde. Sie erzählten auch, wie der Kreis bald wachsen konnte: Das Bild unten zeigt der Arbeitskreis nach den ersten zwei Jahren bereits konsolidiert als große Gruppe von Wissenschaftler/Innen aus Deutschland und Österreich.

Wegen der Feierlichkeit hatte man auch geplant, Wissenschaftler/Innen aus anderen Ländern einzuladen sowie auch Wissenschaftlerinnen aus anderen Wissenschaftsgebieten, die eine interdiszi-

plinäre Diskussion zu Genderfragen einbringen sollten. Es kamen Fulvia Furinghetti aus Italien und Gila Hanna aus Canada und eröffneten die Tagung mit historischen Präsentationen moderiert von Gabriele Kaiser. Frau Kerstin Palm, eine Biologin und Genderspezialistin präsentierte eine exzellente Kritik mancher Tendenzen der modernen Biowissenschaften und der Psychologie, empirische Resultate zu Geschlechterunterschieden zu veröffentlichen, die oft weder signifikant noch zuverlässig sind. Die Philosophin Anke Thyen moderierte die Präsentation von Kerstin Palm. Der Arbeitskreis fand diese Einheit besonders wichtig und interessant. Am Abend wurde im Restaurant Signora Moro weiter zu dem Thema diskutiert. Wie aus dem Programm ersichtlich sprach auch Renate Tobies, moderiert von Irene Pieper-Seier auch über ein historisches Thema, nämlich über die Unterrichtsreformen in Mathematik und Naturwissenschaften und Mädchenschulreform. Die internationalen Fortschritte der Gender Equity waren auch Thema einer sehr animierten Diskussion.

Der geschlechtersensitive Mathematikunterricht wurde in einer Einheit thematisiert, bei der Andrea Blunck das BMBF Projekt zur Etablierung von speziellen Veranstaltungen zu Mathematik und Gender für Lehramtskandidat/Innen eindrucksvoll präsentierte.



Im Schloss Ludwigsburg: Vortrag von Fulvia Furinghetti

Auch Inge Schwank präsentierte mit ihrer Doktorandin Corinna Wübling eine spannende Einheit zu Denkparadigmen in Mathematik.

Am letzten Tag war es dann möglich, Kristine Keitel zu einer spontanen Präsentation der beeindruckenden Resultate der Gleichstellung an der Freien Universität zu gewinnen.

Ein Highlight der Tagung war die Führung durch das Barockschloss Ludwigsburg.

Die nächste Herbsttagung im Jahr 2010 wird in Hamburg stattfinden.

Arbeitskreis ‚Mathematikdidaktik und Mathematikunterricht in Österreich‘

Herbsttagung 2009

Edith Schneider

Die Herbsttagung 2009 des AK „Mathematikdidaktik und -unterricht in Österreich“ fand am 13. November 2009 an der Universität Salzburg statt. An der Tagung nahmen Fachdidaktiker(innen) der Universitäten Graz, Klagenfurt, Linz, Salzburg, Wien und der Technischen Universität Wien teil, sodass alle Universitäten, an denen die Mathematikdidaktik institutionell verankert ist, vertreten waren.

Im Mittelpunkt des ersten Teils der Tagung standen traditionsgemäß Berichte aus der Arbeit von für die österreichische Mathematikdidaktik relevanten Kommissionen sowie der Austausch über aktuelle Veranstaltungen und institutionelle Entwicklungen:

Der jährlich stattfindende *Fachdidaktiktag Mathematik* im Rahmen der IMST/MNI-Herbsttagung fand dieses Jahr an der Pädagogischen Hochschule Kärnten in Klagenfurt statt. Koordiniert und organisiert wurde diese Veranstaltung von E. Schneider (AECC-Mathematik, Universität Klagenfurt) und H. Wiltsche (PH Kärnten). Zielgruppe des Fachdidaktiktages sind Mathematikdidaktiker(innen) an Universitäten und Pädagogischen Hochschulen, fachbezogene Bildungsmanager(innen) und Arbeitsgemeinschaftsleiter(innen) Mathematik an allgemein- und berufsbildenden Schulen. Der Fokus der Veranstaltung lag der Zielgruppe entsprechend auf Kurzvorstellungen von Institutionen und Einrichtungen in Österreich, die sich mit Mathematikdidaktik beschäftigen, sowie auf einen Einblick in wissenschaftliche Theorien und Praktiken der Wissenschaftsdisziplin Mathematikdidaktik (Vortrag S. Prediger). Im Rahmen der diesjährigen Tagung der Österreichischen Mathematischen Gesellschaft (ÖMG) in Graz wurde eine Sektion mit dem Schwerpunkt „Didaktik der Mathematik und Popularisierung der Mathematik“ und ein Lehrer(innen)tag angeboten sowie Schüler(innen)preise für Fachbereichsarbeiten verliehen.

Von Seiten des Bundesministeriums für Unterricht, Kunst und Kultur (bm:ukk) besteht der

Wunsch nach einer universitären Weiterbildungsreihe für Lehrende im Bereich der Mathematikdidaktik an Pädagogischen Hochschulen. Eine erste Veranstaltung zum Thema „Standards Mathematik für die 4. und 8. Schulstufe“ fand 2009 statt (Organisation: Universität Klagenfurt, W. Peschek). Für 2010 hat sich die Universität Linz (Organisation: J. Maaß) bereit erklärt, eine Veranstaltung zum Thema Modellieren anzubieten.

Weiters wurde aus der Arbeit der ÖMG-Didaktikkommission berichtet, über den Stand von Nachbesetzungen bzw. geplanten Stellenausschreibungen im Bereich Didaktik der Mathematik an den verschiedenen österreichischen Universitäten informiert sowie auf Tagungen mit mathematikdidaktischen Bezug an österreichischen Universitäten (u. a. 12. Internationale Schulmathematik-Tagung und 6th European Summer University on the History and Epistemology in Mathematics Education an der TU Wien) und auf Publikationsprojekte zu Standards hingewiesen.

Im zweiten Teil der Tagung wurden aktuelle, die österreichische Mathematikdidaktik (mit)betreffende Entwicklungen und Themen vorgestellt bzw. diskutiert.

„Zur Wirkung der Lehrer(innen)bildung“ – gemeinsames Forschungsthema der österreichischen Mathematikdidaktik

Auf Initiative von Jürgen Maaß gab es im September 2009 ein Treffen von Mathematikdidaktiker(innen) an der Universität Linz zur Diskussion eines möglichen gemeinsamen Forschungsthemas der österreichischen Mathematikdidaktik. Als ein solches mögliches Thema wurde „Wirkungen der Lehrer(innen)bildung“ identifiziert. In einem ersten Schritt werden die einzelnen Standorte mögliche Beiträge zu einem solchen gemeinsamen Thema überlegen und vorhandene Kapazitäten klären.

Vorstellung der Forschungsplattform „Theorie und Praxis der Fachdidaktiken“ der Universität Wien

Im Rahmen eines fächerübergreifenden Projekts (elf verschiedene Fakultäten) werden einige einschlägige fachdidaktische Lehrveranstaltungen nach dem Bild von Fachdidaktik, das sie den Studierenden vermitteln, untersucht. Gemeinsamkeiten und Unterschiede sollen aufgezeigt werden. U. a. sollten dabei Diplomarbeiten entstehen. Von Seiten der Mathematikdidaktik der Universität Wien ist St. Götz an diesem Projekt beteiligt.

Standards – Baselinetestungen

Im Frühjahr 2009 wurden Baseline-Testungen zu den Standards Mathematik für die 8. Schulstufe vom Bundesinstitut für Bildungsforschung und innovative Entwicklungen (bifie) in Salzburg durchgeführt. Im September wurde das geplante Vorgehen bei der Auswertung der Daten sowie erste Ergebnisse vorgestellt. Die Befürchtung der österreichischen Fachdidaktik, dass die Auswertung ähnlich wie bei PISA nach dem Raschmodell mit all seiner Problematik und seinen Schwierigkeiten der inhaltlichen Interpretation der sich ergebenden Punkte und Punktedifferenzen scheint sich zu bestätigen. Die Mathematikdidaktik bemüht sich darum, Zugang zu den Lösungshäufigkeiten zu erhalten, um die Ergebnisse entlang des vorliegenden Kompetenzmodells (48 mathematische Kompetenzen) auswerten und interpretieren zu können. Ob bzw. in welchem Ausmaß das bifie diesem Wunsch nachkommt, ist noch unklar.

Neue Reifeprüfung im Fach Mathematik („Zentralmatura“) – aktueller Stand

Das BM für Unterricht, Kunst und Kultur (bm:ukk) hat die Einführung einer vollzentralen standardisierten schriftlichen Reifeprüfung in den Fächern Mathematik, Deutsch und Fremdsprachen für Allgemeinbildende Höhere Schulen (Gymnasien) gesetzlich verankert (erster Zentralmaturatermin 2014). Das Österreichische Kompetenzzentrum für Mathematikdidaktik (AECC-M) in Klagenfurt wurde mit der Konzeption und Erprobung einer solchen standardbasierten (kompetenz-

orientierten) zentralen schriftlichen Reifeprüfung im Fach Mathematik betraut (Projektleiter: W. Peschek). Bislang wurde ein Konzept für die Gestaltung einer solchen Zentralmatura sowie für Inhalte/Kompetenzen (inkl. prototypischer Aufgaben), die sinnvoll standardisierbar sind (d. h. allen Maturant(inn)en zugemutet werden können/müssen, längerfristig verfügbare Fähigkeiten (= Kompetenzen) ansprechen und in einem zentralen schriftlichen Test überprüfbar sind), entwickelt. Die Pilotierung der Aufgaben sowie der vollzentralen schriftlichen Zentralmatura soll im Rahmen eines Schulversuchs erfolgen (Beginn Frühjahr 2010; zentrale schriftliche Reifeprüfung 2012). An diesem Schulversuch werden ca. 20 Schulen österreichweit teilnehmen, die von der Arbeitsgruppe Zentralmatura individuell betreut werden. Parallel dazu werden an diesen Schulen Pilottests durchgeführt, die die Grundlage für die Betreuungsarbeit bilden. 51 Schulen haben sich für diesen Schulversuch beworben, die Auswahl der ca. 20 Pilotschulen wird vom bifie Wien und dem AECC-M getroffen.

Für Berufsbildende Höhere Schulen ist als erster Zentralmaturatermin das Frühjahr 2015 vorgesehen. Das Konzept soll mit dem Zentralmaturakonzept für die Allgemeinbildenden Höheren Schulen kompatibel sein. Die Entwicklungsarbeiten dazu laufen gerade an.

Nachwuchsförderung

Durch die Einführung eines (6-semestrigen) PhD-Studiums in Österreich ab dem Studienjahr 2009/10 (anstelle des bisherigen 4-semestrigen Doktoratsstudiums) ist die Idee von berufsbegleitenden Doktoratsstudien, wie sie in den letzten Jahren von Lehrer(inne)n genutzt wurden, neu zu diskutieren (Ist der zeitliche Aufwand zumutbar? Sind die Qualitätsanforderungen noch sinnvoll machbar? Etc.). Auch für die Organisationsform eines Doktoratsstudiums im Bereich Didaktik der Mathematik könnten sich Alternativen anbieten (z. B. Lehrveranstaltungen an verschiedenen Universitäten; österreichweiter einheitlicher Studienplan). Für Dezember 2009 ist dazu ein Treffen von Vertreter(inne)n aller österreichischer Universitäten mit einem Doktoratsstudium aus Didaktik der Mathematik geplant.

Arbeitskreis ‚Psychologie und Mathematikdidaktik‘

Rauischholzhausen, 30.–31. 10. 2009

Roland Rink

Auch in diesem Jahr hatten wir das Glück, unsere Tagung bei bestem Herbstwetter durchführen zu können. Die annähernd 30 Teilnehmerinnen und Teilnehmer diskutierten intensiv über aktuelle mathematikdidaktische Themen und über die Forschungsvorhaben von Herrn Juskowiak, Frau Lange, Frau Lindmeier und Herrn Wagner. Diese Diskussionen wurden von den Vortragenden durchweg als bereichernd für den weiteren Forschungsprozess empfunden.

Wir bedanken uns an dieser Stelle nochmals für die interessanten Vorträge.

Steffen Juskowiak, TU Braunschweig: Zur Erkundung selbstreflektorischer Aktivitäten beim Bearbeiten mathematischer Probleme

Probleme lösen zu lernen gilt seit längerem als ein wichtiges und weithin anerkanntes Ziel von Mathematikunterricht. In der einschlägigen Literatur findet man verschiedene Maßnahmen und Methoden aufgeführt, die zur Fortentwicklung der Problemlösefähigkeit beitragen können. Zu ihnen zählt auch Selbstreflexion, also das Nachdenken des Problembearbeiters über sein Getanes.

Dieses Nachdenken kann an verschiedenen Stellen eines Denkablaufs vorkommen. In mathematikdidaktischen Arbeiten und Unternehmungen hat man sich bislang insbesondere mit Selbstreflexion nach dem Vorliegen einer Lösung befasst, man denke z. B. an die Problemlösephase ‚Rückblick‘ im Modell von Polya. Weniger beachtet und untersucht sind in diesem Rahmen hingegen Selbstreflexionsphänomene bei noch nicht erreichtem Ziel, also während des Suchens nach einer Lösung. Literaturanalysen machen deutlich, dass unser Wissen in diesem Bereich noch sehr lückenhaft ausfällt.

Wenn es aber gelingt, mehr Details darüber in Erfahrung zu bringen, kann dies einem besseren Verständnis von Problemlösen und Problemlösefähigkeit dienlich sein und möglicherweise Anknüpfungspunkte für eine gezielte didaktische

Einflussnahme zur Förderung der Problemlösefähigkeit liefern.

In meinem in der Anfangsphase befindlichen Forschungs- und Qualifizierungsvorhaben geht es entsprechend um Anreicherung unseres Wissens über derartige Selbstreflexionsmomente und -vorgänge beim Bearbeiten mathematischer Probleme. Dazu soll mit älteren Lernenden aus dem Sekundarstufenbereich eine qualitativ ausgerichtete empirische Erkundungsstudie durchgeführt werden, mit deren Hilfe solche selbstreflektorischen Aktivitäten identifiziert und hinsichtlich bestimmter Kriterien charakterisiert und bewertet werden sollen. Dafür wurde ein methodisches Vorgehen entwickelt, das bereits in einer Vorstudie mit Lehramtstudierenden seine Erprobung fand.

Im Vortrag wurden ausgehend von Befunden aus der Literatur Ziel und Methodologie meines Forschungs- und Qualifizierungsvorhabens näher erläutert und Befunde aus der Vorstudie vorgestellt.

In der Diskussion während bzw. nach dem Vortrag hat sich gezeigt, dass das Promotionsvorhaben in der geplanten Form durchführbar ist, jedoch bedingt durch die gewählte Untersuchungsmethode erheblichen Auswertungsaufwand mit sich bringen wird. Unabhängig davon wurde der von mir entwickelte Arbeitsbegriff sowie das Kategoriensystem zur Bewertung bzw. Charakterisierung von Selbstreflexionsszenen als guter Ausgangspunkt zur genauen Untersuchung des Phänomens der Selbstreflexion auch hinsichtlich möglicher späterer didaktischer Einflussnahmen bewertet.

Diemut Lange, Universität Hannover: Studie zur Interaktion verschieden begabter Fünftklässler
Interaktionsstudien, die dem Prozess-Produkt-Paradigma folgen, versuchen zwischen Interaktionsprozessmaßen und Produktmaßen (Gruppenergebnis; Lernzuwachs etc.) Zusammenhänge

herzustellen. Inwiefern die untersuchten Prozessmaße geeignete Indikatoren für die Produktmaße darstellen, bleibt jedoch unklar.

Im Rahmen der Promotion wurden in einer ersten explorativen, hypothesengenerierenden Studie zum Interaktionsverhalten Paare verschieden begabter Fünftklässler Hannoveraner Gymnasien beim Lösen unterschiedlicher mathematischer Probleme beobachtet. Hierbei gewonnene Erkenntnisse zum Interaktionsverhalten und zur Untersuchungs- sowie Auswertungsmethodik wurden vor- und zur Diskussion gestellt.

Die sehr anregende Diskussion bestätigte die Relevanz der Forschungsfragen und ermutigte, begründete Hypothesen über das Zustandekommen von Produktmaßen wie dem Paarergebnis bei Problemlöseaufgaben aufzustellen. Auswertungsmethodisch bietet sich zunächst einmal die Rekonstruktion der Interaktions- und Problemlöseprozesse und daraufhin die Charakterisierung „relevanter“ Stellen im Prozess an.

Anke Lindmeier, LMU München: Modellierung und Messung fachspezifischer Wissens- und Kompetenzkomponenten von Lehrkräften

Im Vortrag wird ein dreigliedriges fachspezifisches Modell professionellen Wissens und professioneller Kompetenzen von Lehrkräften vorgestellt. Dieses verbindet und erweitert bisher gängige Konzepte fachspezifischer Lehrkompetenzen. Dabei werden neben fachlichem und fachdidaktischem Basiswissen sowohl reflexionsbezogene als auch aktionsbezogene Komponenten beschrieben.

Zur empirischen Überprüfung des Modells erscheinen herkömmliche Paper&Pencil-Aufgabenformate nur bedingt geeignet. Es werden deswegen videobasierte Formate zur Messung dieser Kompetenzkomponenten vorgestellt. So sollen Kompetenzen zur spontanen Nutzung von Basiswissen in lehrbezogenen Situationen näherungsweise erfassbar werden.

Thema des hier berichteten Promotionsprojekts ist die exemplarische Umsetzung der neuentwickelten Formate in einer explorativen Studie mit Mathematiklehrkräften (und Studierenden) für die Sekundarstufe I. Erste Ergebnisse wurden im Vortrag ebenfalls berichtet.

In der Diskussion wurde deutlich, dass durch das Promotionsvorhaben eine neuartige und interessante Perspektive in die Forschung zur Lehrerkognition eingebracht wird, die eine differenziertere Betrachtung der kognitiven Ressourcen von Lehrkräften ermöglicht. In Folgeprojekten könnten z.B. die komplexen Zusammenhänge zwischen

Erfahrung von Lehrkräften und aktionsbezogenen sowie reflektiven Kompetenzen untersucht werden. Studien auf breiterer Basis als die vorgestellte Machbarkeitsstudie sind ebenfalls wünschenswert.

Daniel Wagner, IPN Kiel: Mathematische Kompetenz beim Übergang Schule-Hochschule

Übergänge im Bildungssystem stellen markante Bruchstellen im Leben eines Lernenden dar. Dabei nimmt die Aufnahme eines Hochschulstudiums nach der Schulzeit nicht zuletzt aufgrund gravierender Veränderungen des sozialen Umfeldes und der Lernkultur eine Sonderstellung ein. Insbesondere bei Studiengängen mit hohen Mathematikanteilen treten dazu noch häufig große Schwierigkeiten in den mathematischen Kompetenzanforderungen auf, was sich nicht zuletzt in hohen Studienabbruchquoten zeigt. Die wenigen empirischen Studien zu Ursachen für einen Studienabbruch beziehen sich aber weitgehend auf allgemeine Personenmerkmale wie etwa Motivation und Selbstregulation und sind nicht nach Studiengängen differenziert.

Studien zur mathematischen Kompetenz von Studierenden in den ersten Semestern existieren nur für einzelne Teilbereiche der höheren Mathematik. Zur besseren Beschreibung dieser Kompetenz soll dabei die Entwicklung eines Kompetenzstrukturmodells dienen, welches auf der Analyse verschiedener Theorien zum „Advanced Mathematical Thinking“ basiert und die gemeinsamen Inhalte der Oberstufe und des ersten Studiensemesters (v. a. im Bereich der Analysis) umfasst.

Zusammen mit dem theoretischen Hintergrund wurden im Vortrag Überlegungen zu einem solchen Kompetenzmodell vorgestellt. Darüber hinaus wurde ein Ausblick für dessen Rolle als Grundlage zur Analyse von wesentlichen Unterschieden in den Kompetenzanforderungen beim Mathematiklernen in der Schule und der Hochschule erläutert.

Zunächst stellte die Diskussionsrunde am Ende des Vortrags die Aktualität und Bedeutung des Forschungsfeldes, in welchem sich das Promotionsvorhaben bewegt, positiv heraus. Des Weiteren wurden diverse neue Perspektiven hinsichtlich der Struktur des angestrebten Kompetenzmodells aufgezeigt. Vorrangig ging es dabei um die Frage, wie die im Vortrag dargestellten Unterschiede in den Kompetenzanforderungen zwischen Sekundarstufe II und erstem Studiensemester im Fach Mathematik in die Kompetenzstruktur einzuordnen sind. Dabei wurde deutlich, dass Ursachen

für Schwierigkeiten von Studienanfängerinnen und Studienanfängern nicht nur hinsichtlich der individuellen Kompetenz sondern auch durch die veränderten Bedingungen des Lehrens und Lernens an Hochschulen gegeben sind. Somit sind im Anschluss an dieses Projekt Studien wünschenswert, die diesen Aspekt berücksichtigen.

Aufgrund der Rückmeldungen der Vortragenden wird wieder einmal deutlich, wie wichtig der kompetente „Blick von außen“ für ein Forschungsvorhaben ist. Daher sind wir froh, auch im Jahr 2010 (vom 8. 10. bis zum 9. 10.) einen Raum für die Präsentation von neuen interessanten Forschungsprojekten bieten zu können.

Arbeitskreis ‚Vergleichsuntersuchungen im Mathematikunterricht‘

Soest, 8.–9. 5. und 13.–14. 11. 2009

Gabriele Kaiser und Timo Leuders

Der Arbeitskreis Vergleichsuntersuchungen im Mathematikunterricht beschäftigte sich auf seiner Frühjahrstagung 2009 schwerpunktmäßig mit dem Thema Mindeststandards. Zudem berichtete Katja Eilerts über ein abgeschlossenes Dissertationsprojekt.

Katja Eilerts: Eine Untersuchung der Entwicklung und Implementierung von Standards und Kompetenzen im Rahmen der Neuorientierung in der Lehrerbildung an der Universität Paderborn am Beispiel des Fachs Mathematik

Vor dem Hintergrund des Modells SPEE „Standards-Profil-Entwicklung-Evaluation“ zur Neuorientierung der Lehrerbildung an der Universität Paderborn wurde 2005 eine Projektgruppe KEM (Kompetenzentwicklung und -messung) etabliert, die die Auswirkung der Kompetenzorientierung auf die Lehrerbildung systematisch untersucht. Der Beitrag geht der Frage nach, ob die eingeleitete Reform der Kompetenzorientierung in der Lehrerbildung im Fach Mathematik im Rahmen der universitären Ausbildung die erwarteten und positiven Auswirkungen erzielt.

Das Untersuchungsmodell ist, unter Bezugnahme auf das theoretische Rahmenmodell von MT 21, mehrebenenanalytisch angelegt. Es unterscheidet verschiedene Ebenen, die sich gegenseitig beeinflussen: Auf der Makroebene wird erhoben, wie die konzeptionell-inhaltliche Ausrichtung der Lehrerbildung an Standards auf der Ebene der modularisierten Studienstruktur erreicht wird. Auf der Mesoebene der Lehrerbildner stellt sich die Frage, inwieweit die Kompetenzorientierung in die Ausbildung implementiert wird. Auf der Mikroebene (N= 515 Studienanfänger) wird mit der Methode der Regression in einem entwickelten Wirkungsmodell analysiert, welchen Einfluss die erklärenden Prädiktorvariablen: Interesse, Persönlichkeitsmerkmale, Vorwissen, Lern- und Arbeitsverhalten und Lehr-Lernumgebung als Pro-

gnosevariable für den Erwerb von Kompetenzen haben.

Es konnte gezeigt werden, dass für ausgewählte Fachveranstaltungen aus verschiedenen Modulen die konzeptionell-inhaltliche Ausrichtung der Lehrerbildung an Standards auf der Makroebene umgesetzt wurde und sich auf der Mesoebene auf eine Neuorientierung der Lehrerbildner und auf der Mikroebene auf die Einstellungen und Kompetenzen von Studienanfängern auswirkt hat. Die Ergebnisse der multiplen Regressionsanalysen auf der Mikroebene in Bezug auf das entwickelte Wirkungsmodell haben gezeigt, dass es bereits sehr breit gefächerte und differenzierte Teilbereiche enthält, die sich auf den Kompetenzerwerb auswirken, wie die erzielte Varianzaufklärung von ca. 69 % gezeigt hat.

Im weiteren Verlauf berichteten Andreas Pallack und Andreas Büchter über Mindeststandards im Rahmen der Zentralen Prüfungen 10 NRW und am Beispiel der Lernstandserhebungen NRW.

Am zweiten Tag fand ein Workshop zur Identifizierung inhaltlich valider Mindeststandards statt. Eine entsprechende Arbeitsgruppe bearbeitete das Thema im Rahmen eines Arbeitstreffens in Berlin im Sommer sowie auf der Herbsttagung des Arbeitskreises weiter (s. weiter unten).

Auf der Frühjahrstagung wurden Gabriele Kaiser als Vorsitzende des Arbeitskreises in ihrem Amt bestätigt und Timo Leuders als zweiter Vorsitzender gewählt.

Auf seiner Herbsttagung 2009 befasste sich der Arbeitskreis mit recht unterschiedlichen Themen, die alle äußerst aktuelle und brennende Themen der Diskussion zur empirischen Bildungsforschung in der Mathematikdidaktik aufgreifen, von der Diskussion zu möglichen Mindeststandards für den Mathematikunterricht über eine Studie aus dem Bereich der empirischen Bildungsforschung bis hin zu einer grundlegenden Kritik

der empirischen Bildungsforschung in der Mathematikunterricht. Deutlich wurde, dass prinzipielle Vorträge zum Selbstverständnis einer Disziplin immer nötig sind im Sinne einer Selbstvergewisserung des Fundaments der eigenen Arbeit und von daher regelmäßig in die Diskussionen des Arbeitskreises einfließen sollen. Folgende Vorträge bzw. Aspekte wurden im Detail diskutiert.

Christina Druke-Noe, Ulla Schmidt – Mindeststandards für den Mathematikunterricht in der Sekundarstufe

Auf der Herbsttagung 2008 des AK Vergleichsuntersuchungen führten die beiden Vorträge über die aktuelle „Normierung der Bildungsstandards für die Sekundarstufe I“ (Köller, Roppelt, Blum) sowie über die „Risikogruppe in Bayern – PALMA“ (vom Hofe) zu einer Diskussion um Mindeststandards und die sie bestimmenden Merkmale. Aus dem Anliegen, diese Diskussion zu intensivieren und fortzusetzen, bildete sich eine Unterarbeitsgruppe des Arbeitskreises, die im Verlaufe mehrerer Treffen weiter zur Frage von Mindeststandards arbeitete. Auf der Frühjahrstagung 2009 des Arbeitskreises stellte diese Gruppe erste Arbeitsergebnisse vor (vgl. Auszug aus den Erstversionen dieser Listen in den GDM-Mitteilungen Nr. 87 im Beitrag von A. Wynands) und setzte im weiteren Verlauf des Jahres ihre Arbeit weiter fort. Auf der Herbsttagung des AK Vergleichsuntersuchungen im November 2009 wurden weitere Ergebnisse vorgestellt und zur Diskussion gestellt. Der nachfolgende Bericht gibt den Zwischenstand der – bisher noch nicht abgeschlossenen – Arbeit wieder.

Rückblick auf Vortrag und Diskussion

In einem Vortrag stellen C. Druke-Noe und Ulla Schmidt stellvertretend für die Unterarbeitsgruppe Mindeststandards vor, welche weiteren Arbeitsergebnisse diese Gruppe zum Thema Mindeststandards inzwischen erarbeitet hat. Seit der letzten Sitzung des AK Vergleichsuntersuchungen im Mai 2009 wurde die dort vorgestellte Arbeitsdefinition von „Mindeststandards“ in folgender Weise leicht modifiziert:

Wer den ‚Mindeststandard erfüllt‘, besitzt basale mathematische Kenntnisse, die in einfachen Fällen für das Zurechtkommen in Alltagssituationen genügen, den Zugang zur beruflichen Ausbildung ermöglichen und bei der Ausübung einfacher beruflicher Tätigkeiten ausreichen. Wer ihn ‚nicht erfüllt‘, wird vermutlich nicht hinreichend in der Lage sein, in jenen Situationen ohne Hilfe zurecht-

zukommen. Diese Schülerinnen und Schüler haben besonderen Förderbedarf. Im Hinblick auf ihre Bildungs- und Berufschancen bilden diese Schülerinnen und Schüler die ‚Risikogruppe‘.

Im weiteren Vortrag wird an die im aktuellen Positionspapier der GFD genannten Bezugspunkte für Mindeststandards erinnert, in denen es heißt, dass diese Standards solche Kompetenzen umfassen sollen, die im Alltag handlungsrelevant sind, für eine verantwortliche Berufsausübung von Bedeutung sind, einen reflektierten Zugang zur Welt eröffnen und dazu befähigen, am gesellschaftlichen Diskurs teilzunehmen.

Die Unterarbeitsgruppe Mindeststandards hat bei ihren zwischenzeitlichen Arbeitstreffen für alle Leitideen jene aus der Bildungsstandards-Normierung vorhandenen Aufgaben gesichtet, die den Kompetenzstufen 1 und 2 zugeordnet sind, die also empirisch einfach sind. Dies ist bekanntlich eine notwendige, aber nicht hinreichende Bedingung für die Zugehörigkeit zu Mindeststandards. Anschließend wurde ein normativer Blick auf diese Aufgaben gerichtet und jeweils entschieden, ob eine Aufgabe mindeststandardrelevant ist oder nicht. Zu dieser Teilmenge von Aufgaben wurden leitideenweise die zugehörigen inhaltsbezogenen Kompetenzbeschreibungen erstellt. Weiter wurden inhaltsbezogene Kompetenzen ergänzt, die aus normativer Sicht zum Mindeststandard gehören, zu denen es aber noch keine normierten Aufgaben gibt. Hierzu wurden Aufgaben aus verschiedenen anderen Quellen ergänzend hinzugenommen.

Aus der Sicht der Unterarbeitsgruppe Mindeststandards bestehen für die weitere Arbeit eine Reihe offener Fragen. Diese sind:

- Inwieweit sind Mindeststandards fachbezogen bzw. fachübergreifend?
- Sollen Mindeststandards im Einzelnen auch für prozessbezogene Kompetenzen formuliert werden?
- Können/ sollen Mindeststandards für den HSA und für den MSA verschieden sein?
- Wie weit über die Vermittlung eines Mindeststandards geht der Bildungsauftrag der Hauptschule hinaus?
- Welche mathematischen Kompetenzen sind es tatsächlich, die „in einfachen Fällen für das Zurechtkommen in Alltagssituationen genügen, den Zugang zur beruflichen Ausbildung ermöglichen und bei der Ausübung einfacher beruflicher Tätigkeiten ausreichen“?
- Sind Schüler, die den Mindeststandard unter-

schreiten, tatsächlich „nicht hinreichend in der Lage, in solchen Situationen ohne Hilfe zu rechtekommen“, und in ihren Bildungs- und Berufschancen benachteiligt?

- Ist „Mindeststandard“ ein rein normatives Konstrukt oder ein normativ-empirisches Mischkonstrukt (mit „Anforderung ist tatsächlich machbar“ als notwendiges Kriterium)?
- Kann man „Mindeststandards“ eindimensional definieren oder muss/ sollte dies mehrdimensional geschehen (differenziert nach Leitideen und/ oder Kompetenzen)?

Abschließend werden im Vortrag die inzwischen ebenfalls überarbeiteten leitideenbezogen formulierten Listen mindeststandardrelevanter inhaltsbezogener Kompetenzbeschreibungen vorgestellt und anschließend im Plenum unter Einbeziehung der vorgenannten offenen Fragen sowie der überarbeiteten Arbeitsdefinition für Mindeststandards diskutiert. Die Diskussion mündet in den Vorschlag, Mindeststandards mehrdimensional zu formulieren, einzelnen Leitideen Vorbemerkungen zu prozessbezogenen Kompetenzen voranzustellen, zu jeder Leitidee die zentralen (fundamentalen oder übergeordneten) Ideen herauszuarbeiten, diese durch inhaltsbezogene Kompetenzbeschreibungen zu detaillieren und durch zugehörige Aufgaben zu illustrieren.

Als Desiderate werden das Fehlen eines Austausches mit Lehrkräften von Berufsschulen sowie einer Auseinandersetzung mit den Anforderungen der Industrie- und Handelskammer bzgl. der Inhalte von Einstellungsprüfungen formuliert. Die im Vortrag vorgestellten Zusammenstellungen der inhaltsbezogenen Kompetenzbeschreibungen zu den fünf Leitideen werden arbeitsteilig diskutiert und überarbeitet.

Ausblick

Aus der Sicht der Unterarbeitsgruppe steht im Weiteren eine Reihe weiterer Arbeitsschritte an. Diese sind:

- Die Entwicklung und Normierung von Aufgaben, die möglichst viele Facetten eines Mindeststandards illustrieren.
- Kooperation und Austausch mit anderen Gruppen, die ebenfalls an diesem Thema gearbeitet haben. Dies sind u. a. der AK Stochastik und der AK Geometrie der GDM. Weiterhin sollte der Blick nach Österreich und in die Schweiz gerichtet werden, wo Bildungsstandards ja bekanntlich als Mindest- (und nicht wie in Deutschland als Regel-)Standards eingeführt worden sind, und eine Abstimmung mit den Mindeststandards Grundschule erfolgen.

Als Vision für 2010 wird eine gemeinsame Arbeitstagung aller Gruppen, die aus verschiedenen Perspektiven an „Mindeststandards“ arbeiten, angeregt. Ziel wäre es, offene Fragen diskutieren und den gemeinsamen Kern der Arbeit als Basis für die Formulierung eines gemeinsamen Positionspapiers zu nutzen. Ein bildungspolitisches Ziel könnte dann sein, dass die Forderung „den Mindeststandard müssen alle erfüllen“ wirklich ernst genommen wird. Der Unterricht wäre dann entsprechend weiterzuentwickeln, dafür adäquate Unterstützungsmaßnahmen wie Fortbildungen wären anzubieten sowie intensive Förderaktivitäten zu konzipieren und zu realisieren, die eng an Ergebnisse von diagnostischen Tests und Vergleichsuntersuchungen angebunden sein könnten. Die Unterarbeitsgruppe Mindeststandards wird auf diesen Zwischenergebnissen und Überlegungen aufbauend bis zur GDM-Tagung 2010 weiterarbeiten und die bis dahin vorliegenden Ergebnisse beim Treffen des AK Vergleichsuntersuchungen vorstellen und zur Diskussion stellen. Weiterhin ist geplant, die inhaltliche Diskussion des Themas Mindeststandards auf der Frühjahrstagung 2010 des AK Vergleichsuntersuchungen fortzusetzen.

Thomas Jahnke: Kritik empirischer Unvernunft – zur so genannten quantitativen empirischen Bildungsforschung in der Mathematikdidaktik

Wie wollte sich ein einzelner schon gegen eine geradezu serielle Produktion von wissenschaftlichen Erkenntnissen behaupten, die wenigstens zum Teil gut finanziert und begutachtet und häufig unter einer Vielzahl von zum Teil bedeutenden Namen erschienen? Das scheint mir nahezu unmöglich.

Schon der Vortragstitel verweist auf ein Manko. Sollten nicht wissenschaftliche Erkenntnisse gleich in welchem Metier Ergebnis einer kritischen Auseinandersetzung mit der untersuchten Sache sein, die Kritik also der Untersuchung immanent und nicht etwas, was hier hinterher getragen wird oder werden muss? Es mag wohl einzelne Bedenken oder Gegenargumente gegen die auf solche Weise erarbeiteten Resultate geben, die die Involvierten vielleicht vergaßen oder vorsätzlich unberücksichtigt ließen, aber die ganze Untersuchung selbst sollte – so weit nur möglich – bereits Gegenpositionen durchdacht und widerlegt oder aus guten Gründen verworfen haben; eine Untersuchung wird wohl auch dadurch wissenschaftlich, dass sie sich selbst und ihren eigenen Methoden gegenüber kritisch ist und sich letzteren nicht willfährig oder fraglos erfolgsblind unterwirft. Das scheint mir bei der quantitativen

empirischen Bildungsforschung in ganz eigener Weise der Fall zu sein. Es liegt eine eigenartige Verkapselung von Erkenntnis und Interesse vor, die sich gegen jegliches Andersdenken verschlossen hat.

Ganze Bündel von Bedenken lassen sich aufführen:

- erkenntnistheoretische,
- methodologische und methodische,
- solche, die sich auf die Forschungspraktiken beziehen, etwa die Folgen aus der Globalisierung der Forschung bei gleichzeitig arbeitsteiligem Vorgehen der Experten,
- bildungspolitische und schließlich
- solche, die sich aus den gravierenden Folgen der Forschungsergebnisse auf die Lehrerinnen und Lehrer, die Schülerinnen und Schüler und Schulunterricht ergeben.

Ein letzter Kritikpunkt, der ganz pragmatisch sich um die Spezifika der empirischen Erkenntnisform und -praxis gar nicht kümmert, bezieht sich auf deren Resultate: sie sind – gerade angesichts des zuweilen großen finanziellen und personellen Aufwands – dürftig.

Das vollständige Vortragsskript kann beim Autor per Mail (jahnke@uni-potsdam.de) angefordert werden.

Christina Collet: Förderung von Problemlösekompetenzen in Verbindung mit Selbstregulation – Wirkungsanalysen von Lehrerfortbildungen

Im Vortrag wurden ausgewählte Ergebnisse der Dissertation von Christina Collet zur Förderung von Problemlösekompetenzen in Verbindung mit Selbstregulation im regulären Mathematikunterricht der 7. und 8. Klassenstufe vorgestellt. Die Studie basiert auf Daten, die im Rahmen des von der DFG geförderten Schwerpunktprogramms BIQUA im Darmstädter Projekt unter der Leitung von Prof. Bruder, Dr. Komorek und Prof. Schmitz erhoben wurden. Die 49 fortgebildeten Lehrkräfte sollten das Unterrichtskonzept zum Fördern von Problemlösekompetenzen in Verbindung mit Selbstregulation über die Dauer eines Schuljahres in ihrem Mathematikunterricht umsetzen. Schwerpunkt des Vortrages bildeten die Wirkungsanalysen zu den durchgeführten Lehrerfortbildungen. Wirkungsanalysen von Lehrerfortbildungen, die unterschiedliche Ebenen berücksichtigen und sowohl Effekte bei den Lehrkräften als auch bei den Schülern analysieren, sind in der fachdidaktischen Literatur selten. Im Vortrag wurden die in der Studie eingesetzten Instrumente auf Lehrerseite (Repertory Grid Befragung, Stun-

denberichte, Arbeitsprodukte, Befragung) und auf Schülerseite (Leistungstest, Befragung) vorgestellt. Die Ergebnisse zu den Instrumenten zeigen, dass das Unterrichtskonzept im regulären Mathematikunterricht bei den Lehrkräften auf Akzeptanz stieß, Aspekte des Konzeptes von den Lehrkräften in den Unterricht integriert wurden und damit messbare Lerneffekte bei den Schülern hinsichtlich ihrer Problemlösefähigkeiten erzielt werden konnten. Auf der Basis der Schülerstichprobe sprechen die Ergebnisse der Follow-up-Untersuchung ein Jahr nach Projektende dafür, dass die Problemlösekompetenzen nachhaltig gefördert wurden.

Mehrebenenanalytisch wurde mit HLM untersucht, welche Zusammenhänge zwischen einer bewussten Vermittlung von Heuristiken im Mathematikunterricht und den heuristischen Vorgehensweisen, die die Schüler im Test eingesetzt haben, bestehen. Hierzu wurde die in den Stundenberichtsdaten von 38 Lehrkräften dokumentierte Thematisierung von Heuristiken als Prädiktor für die Entwicklung der Problemlösefähigkeiten der Schüler herangezogen. Es konnte empirisch bestätigt werden, dass die bewusste Vermittlung von heuristischen Vorgehensweisen unter Kontrolle der Lernvoraussetzungen der Schüler und der Kontextbedingungen der Klassen einen Effekt auf die Anwendung von heuristischen Vorgehensweisen im Post-Test hat.

In der Diskussion des Vortrages wurden die Grenzen der Studie angesprochen. Diese liegen in der Umsetzung des Designs der Studie mit der schulform- und klassenstufenspezifischen Unterschiedlichkeit der Teilnehmer. Die Besonderheiten der Feldstudie sind insbesondere in der Vielfalt der eingesetzten Instrumente bei den Lehrkräften und Schülern zu sehen, die differenzierte Wirkungsanalysen ermöglichte.

Die Instrumente der Studie sind unter www.mathematik.tu-darmstadt.de/fbereiche/didaktik/research/projekte.php verfügbar.

Collet, C. (2009): Problemlösekompetenzen in Verbindung mit Selbstregulation fördern. Wirkungsanalysen von Lehrerfortbildungen. Empirische Studien zur Didaktik der Mathematik, Band 2 (Hrsg. Krummheuer, G. & Heinze, A.). Münster: Waxmann.

Abschließend gedachte der Arbeitskreis noch seiner langjährigen in diesem Jahr verstorbenen Mitglieder, Prof. Dr. Norbert Knoche, der seit der Gründung des Arbeitskreises zweiter Vorsitzender des Arbeitskreises war, und Dr. Alexander Jordan, der an der Arbeit des Arbeitskreises über viele Jahre hinweg maßgeblich beteiligt war.

Die Frühjahrssitzung des Arbeitskreises wird stattfinden vom 28.–29. Mai 2010 an der Universität Bielefeld und sich u. a. mit der Weiterführung der Diskussion um Mindeststandards beschäftigen.

Im Herbst 2010 wird der Arbeitskreis in Freiburg tagen. Der Termin wird noch bekannt gegeben. Zum Themenschwerpunkt „Erkenntnisgewinn durch Integration quantitativer und qualitativer

Methoden in der empirischen mathematikdidaktischen Forschung“ wird Udo Kelle als Gast erwartet.

Interessenten bzw. Interessentinnen an der Arbeit des Arbeitskreises melden sich bitte bei der Leitung des Arbeitskreises Prof. Dr. Gabriele Kaiser (gabriele.kaiser@uni-hamburg.de) bzw. Prof. Dr. Timo Leuders (leuders@ph-freiburg.de).

Arbeitskreis ‚Vernetzungen im Mathematikunterricht‘

Dortmund, 23.–24. 10. 2009

Astrid Brinkmann

Die erste Tagung des neu gegründeten Arbeitskreises „Vernetzungen im Mathematikunterricht“ fand vom 23. bis 24. Oktober 2009 in Dortmund statt und wurde von Astrid Brinkmann organisiert. Die Teilnehmer brachten sehr vielfältige Interessen und Erwartungen an den Arbeitskreis ein. Den Vorträgen und weiteren kleineren Beiträgen zum Lehren und Lernen von Vernetzungen schlossen sich intensive und äußerst konstruktive Diskussionen an.

Ein Anliegen auf der Tagung war es, die *Zielsetzung und Aktivitäten des Arbeitskreises* zu präzisieren.

Im Arbeitskreis „Vernetzungen im Mathematikunterricht“ der GDM wird eine sehr alte und ganz zentrale Forderung an das Lernen von Mathematik neu aufgenommen: Mathematische Kenntnisse und Fähigkeiten sollen nicht isoliert voneinander, sinnlos und beziehungslos nebeneinander gelehrt und gelernt werden, sondern in ihrer Wechselbeziehung zueinander, eben vernetzt.

Viel berechtigte Kritik am Mathematikunterricht bezieht sich auf eine leider weit verbreitete Unterrichtsgestaltung, in der jeweils für einige Wochen ein oder zwei Typen von Algorithmen für die nächste Leistungsüberprüfung eintrainiert und dann oft vergessen werden.

Inhaltlich geht es in unserem Arbeitskreis darum, innermathematische Beziehungen zwischen den in der Schule üblicherweise nebeneinander unterrichteten Teilgebieten aufzuzeigen und ins Bewusstsein der Lehrenden zu rücken. Beim Erwerb zentraler Kompetenzen wie z. B. Modellieren und Problemlösen sollen möglichst viele Gebiete der Schulmathematik vernetzt werden, um einen reichhaltigen Vorrat an Werkzeugen und Problemlösetechniken zu erhalten. Es geht aber auch um Einsicht in das Ganze der Mathematik, den vollständigen und vernetzten Weg von einer Fragestellung, über Daten suchen, Fragen präzisieren, Modellieren, Berechnen, Interpretieren und Visualisieren. Annahmen, Modelle, Berechnungsergebnisse sowie deren Interpretation und

Visualisierung sollen miteinander in Beziehung gesetzt werden. SchülerInnen sollen an vielen Beispielen lernen, dass Mathematik weit mehr ist als das Ausrechnen von Zahlen mit Hilfe vorgegebener Formeln. Nicht zuletzt ist Vernetzung selbst eine Leitidee und damit Unterrichtsthema und eben Inhalt unseres Arbeitskreises. Das betrifft sowohl Methoden zum Erkennen und Lernen von Zusammenhängen und Vernetzungen, wie Mind Mapping, Concept Mapping oder Lernlandkarten, als auch System Dynamics als Schlüssel zur Modellierung und zum Verständnis von vernetzten Problemen unserer Welt, insbesondere aus Umwelt, Natur und Ökonomie.

Methodisch wirkt der Anspruch „vernetztes Lernen“ zunächst wie eine weitere schwer erfüllbare Forderung der Mathematikdidaktik an die ohnehin schon überforderten MathematiklehrerInnen. Tatsächlich zeigen aber Unterrichtserfahrungen, die wir gesammelt haben und vermitteln wollen, dass gerade die Bemühungen um vernetzten Mathematikunterricht entlastend und motivierend wirken – wer vernetzend unterrichtet, macht es den Lernenden und sich selbst leichter! Sozial „vernetzend“ ist auch ein Anspruch an uns selbst, vielfältige Ideen und Vorschläge zum Mathematikunterricht in kooperativer und kollegialer Form aufzunehmen und die entsprechenden Personen als Mitdiskutierende und Mitarbeitende einzubeziehen und soweit gewünscht in den Arbeitskreis zu integrieren.

Das Vortragsprogramm der Tagung bestand aus folgenden Beiträgen:

Swetlana Nordheimer (Berlin): „Was hat Mathematik mit Broccoli zu tun?“

Abstract: Heutige Mathematik als eine vernetzungsreiche Wissenschaftsdisziplin ist vor allem in der Gestalt von mathematischen Texten oder mit anderen Worten durch ihren Publikationsraum zugänglich. Mathematische Texte werden beispielsweise in der ZMATH-Datenbank erfasst und klassifiziert. Diese thematische Klassifikati-

on hat eine Broccoli-ähnliche Baumstruktur und führt zur feinen Ausdifferenzierung der Mathematik in Bereiche und Unterbereiche. Mathematische Texte, die sich auf mehrere thematische Bereiche beziehen, vernetzen diese Bereiche. Darüber hinaus vernetzen sie Personen, die an diesen Texten gearbeitet haben. Somit können mathematische Texte als Vernetzungen sowohl auf der thematischen, wie auch auf der sozialen Ebene der Mathematik gesehen werden. Daraus ergibt sich als Konsequenzen für Förderung von Vernetzungen im Mathematikunterricht stärker soziale Ebene und eigene Textproduktion zu berücksichtigen. Die vernetzende Funktion der Texte könnte im Mathematikunterricht durch die von den Schülern produzierten Aufgaben übernommen werden. Wie das im Unterricht realisiert werden kann, wird am Beispiel von Unterrichtsmaterialien zum Thema „Pythagoras-Baum oder Broccoli“ veranschaulicht. Abschließend wird über eine schulische Erprobung der Materialien in Kombination mit der Methode der Kapitelübergreifenden Rückschau berichtet.

Günther Ossimitz (Klagenfurt): „Entwicklung vernetzten Denkens“

Abstract: Es werden vier Dimensionen systemischen Denkens diskutiert:

1. Denken in vernetzten Strukturen (Vernetztes Denken): Hier geht es um das Verstehen und Darstellen von indirekten Beziehungen, Wirkungsnetzen und Rückkoppelungen in Systemen.
2. Denken in zeitlichen Dynamiken (Dynamisches Denken): Hierbei geht es um das generelle Verstehen und Modellieren von zeitlichen Dynamiken, insbesondere durch eine Unterscheidung von Bestands- und Flussgrößen. Schwingungen, Zeitverzögerungen und alle Formen von Wachstumsprozessen fallen unter diese Dimension systemischen Denkens.
3. Denken in Modellen: Hier geht es um das bewusste Einsetzen von Modellen beim Entwickeln von Systemen, um Fragen einer quantitativen vs. qualitativen Modellierung; um spezifische Modellannahmen und die Möglichkeiten zur mathematischen Simulation von Systemen.
4. Systemgerechtes Handeln als vierte Dimension systemischen Denkens beschäftigt sich mit dem Finden des richtigen Hebelpunktes, dem richtigen Timing und der richtigen Dosierung von Systeminterventionen.

Michael Bürker (Freiburg): „Vernetzung als Prinzip fachsystematischer Erweiterung und Vertiefung“

Abstract: Im Vortrag wird Vernetzung als Erweiterung der Schulmathematik erläutert. Es sollen vor allem Analysis und Geometrie miteinander vernetzt werden: Es geht darum, die affinen Abbildungen als „Vernetzungswerkzeug“ zu benutzen. Einerseits soll die Lorentztransformation mit ihrer Hilfe abbildungsgeometrisch gedeutet werden (Vernetzung mit der Physik), andererseits stehen wichtige Funktionstypen mit Fixkurven affiner Abbildungen in Verbindung, Fixkurven im Sinne einer Verallgemeinerung von Fixgeraden. Dabei treten die Schaubilder von Potenzfunktionen als Fixkurven von Euleraffinitäten, die Schaubilder von Exponentialfunktionen als Fixkurven von Schubparallelstreckungen auf. Beide Funktionstypen stehen in Verbindung mit in der Schule weit verbreiteten Anwendungen, z. B. bei Wachstums- und Zerfallsprozessen oder in der Finanzmathematik bei der Tilgung eines Darlehens. Diese Anwendungen können auf diese Weise abbildungsgeometrisch visualisiert werden.

Günther Ossimitz (Klagenfurt) mit Ergänzungen von Michael Bürker (Freiburg): „Modellierung von Zeit“

Abstract: Empirische Untersuchungen haben gezeigt, dass Menschen beim Verstehen von Zeitprozessen große Probleme haben. Bei der „Alpenhotel-Aufgabe“ müssen Versuchspersonen aus der Zahl der ankommenden und der abreisenden Gäste erschließen, wann die meisten Gäste im Hotel waren. Die meisten Versuchspersonen setzen dabei das Maximum an neu ankommenden Gästen mit dem Maximum an im Hotel nächtigenden Gästen gleich. Im Hintergrund steht eine Verwechslung von Bestandsgrößen (Anzahl der Gäste im Hotel) und zugehörigen Zu- und Abflüssen (Ankünfte und Abreisen von Gästen), mit der sich der Bestand verändert.

Eine explizite Unterscheidung von Bestands- und Flussgrößen ist erforderlich, um solche Fehler zu vermeiden. Die Unterscheidung von Beständen und Flüssen gelingt ganz elementar, wenn der zeitliche Prozess so modelliert wird, dass man explizit Zeitpunkte und Zeitintervalle unterscheidet, wie wir das aus unserem Alltag kennen. Dann ist es ganz elementar möglich, die zeitpunktbezogenen Größen als Bestände und die zeitintervallbezogenen Veränderungen der Bestände als Flussgrößen zu identifizieren. Jüngste Untersuchungen von Ossimitz haben ergeben, dass eine Unterscheidung von zeitpunktbezogenen vs. zeitintervallbezogenen Größen entscheidend hilft, den Unter-

schied zwischen Beständen und Flüssen zu verstehen.

Bei der Modellierung von Zeitprozessen mittels Differenzialgleichungen erfolgt hingegen eine Infinitesimalisierung der Zeitintervalle, so dass letztlich sowohl Bestände als auch Flüsse auf Zeitpunkte bezogen vorliegen. Dies ermöglicht es, höhere Ableitungen von Beständen zu bilden (wie etwa im physikalischen Kontext von Ort – Geschwindigkeit – Beschleunigung). Gleichzeitig wird aber durch zeitpunktbezogene Veränderungen in Form von momentanen Änderungsraten der Unterschied zwischen Bestands- und Flussgrößen viel schwerer zu fassen, weil das einfache Kriterium Bestand= Zeitpunktbezogen, Fluss = Zeitintervallbezogen fehlt.

Ergänzung: Allerdings gibt es auch dynamische Prozesse, bei denen eine Modellierung sowohl mit diskreten Zeitschritten als auch mit momentanen Änderungsraten mit schulmathematischen Methoden gleichermaßen möglich und sinnvoll ist (siehe z. B. „Über die gute Modellierbarkeit bestimmter Wachstumsprozesse“ [Math. Semesterberichte 2007, 54, S. 39–52]).

Jürgen Maaß (Linz): „Vernetzungen im Mathematikunterricht – Hindernisse im Schulalltag“
Ausgehend von nachstehend zitierter Verordnung werden einige Thesen zu Vernetzung von Wissen aufgestellt und diskutiert:

Verordnung des Bundesministers für Unterricht und Kunst vom 24. Juni 1974 über die Leistungsbeurteilung in Pflichtschulen sowie mittleren und höheren Schulen (Leistungsbeurteilungsverordnung)

BGBI. Nr. 371/1974, zuletzt geändert durch BGBI. II Nr. 35/1997

§ 7 Schularbeiten

(5) Die bei einer Schularbeit zu prüfenden Lehrstoffgebiete sind den Schülern mindestens eine Woche vor der Schularbeit, in lehrgangsmäßigen Berufsschulen mindestens zwei Unterrichtstage vor der Schularbeit, bekanntzugeben. Für Schularbeiten in der Unterrichtssprache und den Lebenden Fremdsprachen gilt dies nur, wenn besondere Arbeitsformen oder besondere Stoffkenntnisse

dies erforderlich machen. Andere behandelte Lehrstoffgebiete dürfen nur dann Gegenstand einer Schularbeit sein, wenn sie für die Beherrschung der Bildungs- und Lehraufgaben der in der betreffenden Schularbeit behandelten Lehrstoffgebiete Voraussetzung sind. Der in den letzten beiden Unterrichtsstunden des betreffenden Unterrichtsgegenstandes vor einer Schularbeit, in Berufsschulen am letzten Unterrichtstag vor einer Schularbeit, behandelte neue Lehrstoff darf nicht Gegenstand der Schularbeit sein.

Übliche Praxis in Mathematik: Ein Stoffgebiet wird Thema für ein paar Wochen, einige Algorithmen werden geübt und in der Schularbeit abgefragt.

Das steht im deutlichen Gegensatz zur Intention „Vernetzung“ des Wissens.

Wenn LehrerInnen wollen, können Sie in der Zeit vor der Schularbeit die Vernetzung im Unterricht herstellen und damit zum legalen Thema der Schularbeit machen – tun sie das? Sehr selten ...

Im Zeichen von Standards und zentralen Aufgabenstellungen für das Abitur sind Vernetzungen auch kein Wunschthema, oder?

Der Arbeitskreis wird eine Schriftenreihe „Materialien für einen vernetzenden Mathematikunterricht“ herausgeben. Band 1 der Reihe, mit einem inhaltlich breit gefächerten Spektrum an Beiträgen, wird voraussichtlich im Frühjahr 2010 erscheinen. Herausgeber sind Astrid Brinkmann, Jürgen Maaß und Hans-Stefan Siller.

Als Sprecher des Arbeitskreises wurden Astrid Brinkmann (1. Sprecherin) und Michael Bürker (2. Sprecher) gewählt.

Auf der GDM-Tagung 2010 in München wird das nächste Treffen des Arbeitskreises stattfinden – Interessierte sind als weitere Mitglieder herzlich willkommen. Die nächste Tagung des Arbeitskreises ist für April 2010 in Linz geplant und wird von Jürgen Maaß organisiert werden.

Weitere Informationen zum Arbeitskreis können im Internet unter der Adresse www.math-edu.de/Vernetzungen.html abgerufen werden.

Ein Bericht über die GDM-Sommerschule 2009: „Methoden der empirischen Forschung in der Mathematikdidaktik“

Christina Drücke-Noe und Conny Walzebug

Diese spannende Frage aus einem abschließenden persönlichen Rückblick von Birgit Gysin trifft den Kern der diesjährigen GDM-Sommerschule. Jede Doktorandin und jeder Doktorand steht vor der Aufgabe, zunächst geeignete Forschungsfragen zu formulieren und anschließend die zu deren Beantwortung passende Forschungsmethodik – ob qualitativ oder quantitativ – zu wählen und umzusetzen. Die Sommerschule bot hierbei große Unterstützung, indem sie den Austausch mit den eingeladenen Expertinnen und Experten sowie mit den anderen Doktorandinnen und Doktoranden ermöglichte und nicht zuletzt das gegenseitige Kennenlernen förderte.

Unter der Leitung von Prof. Andreas Eichler (PH Freiburg) und Prof. Gerald Wittmann (PH Schwäbisch-Gmünd) sowie Birgit Gysin (PH Ludwigsburg) fand in der Reinhardswaldschule in Kassel vom 14. bis 18. September 2009 die GDM-Sommerschule statt, an der 30 Doktorandinnen und Doktoranden aus den verschiedensten Ecken Deutschlands – und sogar aus Österreich – teilnahmen und die Gelegenheit hatten, ihre Dissertationsvorhaben vorzustellen und inhaltliche sowie methodische Fragen zu diesen zu stellen. Als Expertinnen und Experten nahmen Prof. Detlef Leutner (Universität Duisburg-Essen), Prof. Christian Beck (Universität Mainz), Prof. Stefan Krauss (Universität Regensburg), Dr. Christine Pauli (Universität Zürich), Prof. Stephan Hußmann (TU Dortmund) und Prof. Angelika Bikner-Ahsbahr (Universität Bremen) teil. In einer Mischung aus Vorträgen und Workshops gewährten sie einen sehr guten Einblick in die einer Forschungsmethode zugrundeliegende Theorie, skizzierten ihre Vorbereitung und Durchführung sowie ihre Möglichkeiten und Grenzen. Übungen in Workshops vertieften das Verständnis für den jeweiligen An-

„Wie mach' ich's nur, wie pack' ich's an?
Die passende Forschungsmethodik – wie komm' ich an sie ran?“

satz und abschließende offene Diskussionen stützten die kontinuierliche Verknüpfung theoretischer und praktischer Elemente.

Die Inhalte im Einzelnen

Der erste Tag stand ganz im Zeichen der quantitativen empirischen Bildungsforschung. Prof. Leutner trug eine „Einführung in die Empirische Forschungsmethodik“ vor, legte deren grundlegenden Konzepte dar, beschrieb die Struktur wissenschaftlicher Beobachtungen, machte Ausführungen zu messtheoretischen Aspekten, Skalenniveaus und Gütekriterien und schloss mit Überlegungen zur Prüfung von Ursache-Wirkungshypothesen. Einen besonderen Beitrag leistete Prof. Leutner übrigens mit seinen pointierten Ausführungen zur Bedeutung der „Randomisierung – Rufzeichen, Rufzeichen, Rufzeichen“, und dieser Begriff sollte im Laufe der Woche in weiteren Vorträgen und bei informellen Gesprächen zum geflügelten Wort der GDM-Sommerschule avancieren. In einem zweiten Vortrag, der ebenso wie der erste durch Diskussionsphasen ergänzt wurde, stellte Prof. Leutner Überlegungen zu „Tests im Spannungsfeld von Individualdiagnostik und Bildungsmonitoring“ vor. Er diskutierte Testmodelle, positionierte Lernstandserhebungen zwischen Individualdiagnostik und Bildungsmonitoring, beschrieb den Prozess von der Testentwicklung über die -durchführung bis hin -auswertung und endete mit einem Ausblick auf Kompetenzmodelle.

Am zweiten Tag rückten qualitative Forschungsmethoden in den Mittelpunkt. Prof. Wittmann begann mit einem Workshop zur Anwendung sequentieller Interpretationsverfahren. Zunächst

wurden auf theoretischer Ebene Grundfragen zur Transkription erörtert und verschiedene Transkriptions- und Interpretationstypen vorgestellt. Als potentielle Forschungsziele dienten exemplarisch die Interaktionsforschung sowie die Erforschung von Schülerkonzepten. Anhand exemplarischer Transkriptionsauszüge wurde geübt, den idealtypischen Verlauf einer sequentiellen Interaktionsanalyse sowie den idealtypischen Verlauf einer Analyse von Schülerinterviews umzusetzen. Die zweite Hälfte des Tages gestaltete Prof. Beck. In seinem Vortrag führte er in die interpretative Videoanalyse ein, stellte verschiedene Dokumentationsvarianten für Videos vor und ging auf Fragen zu Segmentierungs-, Konfigurations-, Sequenzierungs- sowie Konstellationsanalysen ein. Auch bei diesem qualitativen Ansatz wurde überlegt, mit welchen Maßnahmen die Erfüllung der Gütekriterien sichergestellt werden kann. Diese Ausführungen wurden anhand von Interaktionsanalysen, die eine Teilnehmerin der Summerschool im Rahmen ihres Dissertationsvorhabens ausführt, diskutiert. An diesem praktischen Beispiel wurde u. a. überlegt, inwieweit die Art des vorliegenden Transkripts für die Beantwortung der Fragestellung geeignet ist, ob Bild oder Text bei der Deutung Vorrang haben und welche Aspekte bei der Auswahl von Standbildern zu beachten sind. Nicht nur die Vorteile dieser Analysemethoden wurden diskutiert, sondern es wurden auch offene Schwierigkeiten bei der gleichzeitigen Darstellung und Analyse von Transkript und Bild angesprochen. Der Aspekt der Weiterentwicklung bestehender Videoanalyseverfahren war insofern besonders spannend, weil Prof. Beck hierbei alle Teilnehmerinnen und Teilnehmer ein Stück weit an seiner aktuellen Forschungsarbeit teilhaben ließ und alle somit einen direkten Einblick in diese spannende Entwicklungsarbeit erhielten. Den dritten Tag gestaltete weitgehend Prof. Krauss und machte Ablauf und Schritte „Von der Fragestellung zum Untersuchungsinstrument“ bewusst. Die vorgestellten exemplifizierenden Beispiele entstammten dem quantitativ ausgerichteten Forschungsprojekt COACTIV, standen aber stellvertretend für Herangehensweisen, die auf qualitative Fragestellungen übertragbar sind. Zunächst wurde vorgestellt, wie eine Konzeptualisierung und anschließende Operationalisierung einer Fragestellung erfolgen kann, d. h. was man mit welchen Methoden erheben kann. Überlegungen zur Konstruktvalidierung, zu Gütekriterien und zur Randomisierung schlugen einen Bogen zum Beitrag von Prof. Leutner, ebenso Ausführungen zur Konzeptualisierung und zur Messdefinition,

die im Sinne des wissenschaftlichen Arbeitens offenzulegen sind. Im Workshop bestand die Gelegenheit, selbst die Konzeptualisierung einer Fragestellung durchzuführen und die Ergebnisse zu diskutieren.



Es schloss sich ein Vortrag von Prof. Hußmann an, in dem dieser „Projekte in der mathematikdidaktischen Forschung“ vorstellte und Hinweise gab, wie man einen Antrag auf Forschungsförderung stellt, welche Institutionen hierfür in Frage kommen und welche Elemente ein Forschungsantrag enthalten sollte. In einer praktischen Arbeitsphase bestand die Gelegenheit, in kleineren Gruppen die Formulierung eines Antrages auf Forschungsförderung zu simulieren und dabei den Weg von der Fragestellung zum Ziel aufzuzeigen.

Dr. Christine Pauli stellte am vierten Tag Vorgehensweisen für eine „Videobasierte Unterrichtsanalyse“ vor und berichtete über notwendige Entscheidungen in einem videobasierten Forschungsdesign. Dazu gehören – neben anderen – Überlegungen zur repräsentativen oder kriterialen Auswahl einer Stichprobe, die Frage, ob Unterrichtsprozesse oder Einzelprozesse und deren Wirkungen untersucht werden sollen, eine Entscheidung für standardisierte oder zufällige Lerngegenstände, eine Festlegung, auf welcher Ebene (Lehrkraft, Klasse oder Land) Aussagen geplant sind und welchen Umfang die Erhebung haben soll. Je nach Zweck lassen sich reine Videostudien beispielsweise durch Schüler- und/ oder Lehrerbefragungen ergänzen. Zur Videoanalyse gab Dr. Pauli einen Überblick über quantifizierende Verfahren und unterschied beschreibende (meist niedrig inferent) von eher beurteilenden (meist hoch inferent) Auswertungen. Stellvertretend für ein interpretatives Verfahren der Videoanalyse wurde die Anwendung einer Kodieranweisung auf einen Videoausschnitt praktiziert und



so knüpfte auch dieser Workshop an Inhalte der Vortage an. Im zweiten Teil dieses Tages rückte Prof. Bikner-Ahsbahs die „Idealtypenbildung – ein Ansatz zur Theoriekonstruktion“ in den Fokus. In ihrem Vortrag stellte sie einen möglichen Weg zur Konstruktion mathematikdidaktischer Theorie vor und ging auf eine empirisch begründete Bildung von Idealtypen und deren Bedeutung für die Theoriekonstruktion ein. Auch dieser Vortrag wurde durch Workshopphasen bereichert, in denen eine Idealtypenbildung durch interpretative Analysen sozialer Interaktionen durchgeführt wurde.

An zwei Abenden fanden während der Summerschool teilnehmermoderierte Sektionen statt, in denen Einzelne in kleineren Runden ihre Dissertationsvorhaben präsentierten und spezielle Fragen zur Diskussion stellten. Zusätzlich berieten die eingeladenen Expertinnen und Experten in Einzelgesprächen bei individuellen Fragen.

Resümée

Der fünfte und letzte Tag stand ganz im Zeichen der Evaluation, der Rückschau und des Ausblicks. Dabei wurde deutlich, dass es bei dieser Summerschool sehr gut gelungen ist, ausgewogen unterschiedliche Forschungsparadigmen mit ihren jeweiligen Möglichkeiten und Grenzen aufzuzeigen. Inhaltlich dichte Vorträge und praktische Übungsphasen wechselten einander geschickt ab, und auch noch abends – nach einem langen und intensiven Tagesprogramm – wurden die Diskussionen in gemütlicher Runde fortgesetzt. Be-

sonders hilfreich waren der kollegiale und offene Austausch über Schwierigkeiten und die individuellen Tipps und Hilfen, die gegeben wurden. Uns allen hat diese Woche sehr geholfen, unsere eigenen Fragestellungen zu fokussieren (... obwohl sich natürlich wieder neue Fragen ergeben haben) und weitere Ideen für das eigene Dissertationsvorhaben mitzunehmen. Die Zeit wurde aber auch genutzt, um persönliche Kontakte zu knüpfen, die nach der Summerschool den universitätsübergreifenden Austausch erleichtern.

Stellvertretend für alle Doktorandinnen und Doktoranden bedanken wir uns bei den eingeladenen Expertinnen und Experten sowie bei Prof. Eichler, Prof. Wittmann und Birgit Gysin für das hervorragende Engagement und die tolle inhaltliche und organisatorische Begleitung dieser Summerschool. In diesem Sinne gilt ein besonderer Dank der GDM für eine hervorragende wissenschaftliche Nachwuchsförderung.

Das GDM-Doktorandenseminar 2010

Das nächste GDM-Seminar für Doktorandinnen und Doktoranden findet vom 29.09.- 01.10.2010 im Landesinstitut in Soest statt und wird von Prof. Rudolf vom Hofe (Universität Bielefeld) organisiert. Im Mittelpunkt steht der Austausch über die Dissertationsvorhaben der Teilnehmerinnen und Teilnehmer. In 2011 findet wieder eine GDM-Summerschool mit dem Schwerpunkt „Empirische Forschungsmethoden“ statt.

Nähere Informationen gibt es am 08.03.2010 beim Nachwuchstreffen auf der GDM-Tagung in München sowie unter <https://lists.ph-ludwigsburg.de/mailman/listinfo/gdm-doktoranden-lb>.

Hochschulübergreifendes Doktorandenseminar zur Didaktik der Mathematik

Gerald Wittmann

Bereits zum dritten Mal fand am 05./06. Oktober 2009 ein hochschulübergreifendes Doktorandenseminar zur Didaktik der Mathematik statt, nach Schwäbisch Gmünd und Ludwigsburg dieses Mal an der Pädagogischen Hochschule Weingarten. Beteiligt sind in dieser Arbeitsgruppe die Doktorandinnen und Doktoranden Josef Beck, Maria Fast, Birgit Gysin, Esther Henschen, Katja Peterßen, Charlotte Rechtsteiner-Merz, Stephanie Schuler, Jasmin Sprenger und Kathrin Winter, die an den Pädagogischen Hochschulen Ludwigsburg, Schwäbisch Gmünd oder Weingarten promovieren wollen, sowie Elisabeth Rathgeb-Schnierer, Silvia Wessolowski und Gerald Wittmann, die die Arbeiten betreuen.

Im Unterschied zu üblichen Doktorandenkolloquien zeichnen sich alle Dissertationsvorhaben durch eine große thematische und methodologische Nähe aus: Sie beziehen sich auf das Lehren und Lernen von Mathematik vom Vorschulbereich bis zur frühen Sekundarstufe I. Ferner überwiegen qualitative Methoden und Fallstudien-orientierte Forschungsdesigns. Dieser Umstand ermöglicht eine qualifizierte (auch gegenseitige) Beratung und eine intensive Diskussion. Die enge Vernetzung der Gruppe und die regelmäßigen Treffen ermöglichen es, den Fortschritt der jeweiligen Arbeiten wechselseitig zu verfolgen und auch jenseits allgemeiner Hinweise zu Forschungsdesign und -methoden gezielt Details zu diskutieren, da allen Beteiligten der Background der Arbeiten bekannt ist.

Die Treffen dienen aber nicht nur dem Vorankommen der jeweiligen Dissertationsvorhaben: Ein besonderes Anliegen ist vielmehr die Weckung des Methodenbewusstseins und die Weiterentwicklung der Methodenkompetenz, auch über die eigene Arbeit hinaus. Im Rahmen von Workshops sollen einzelne Aspekte qualitativer Forschung genauer betrachtet werden.

Als Referent für einen der Workshops konnte Prof. Dr. Christian Beck von der Universität Mainz gewonnen werden (die Finanzierung übernahm die GDM – hierfür herzlichen Dank von allen Beteiligten!). Ausgangspunkt des Workshops über Interpretative Videoanalyse war die Frage,

wie nicht-sprachliche Handlungen sinnvoll und gleichzeitig ökonomisch transkribiert und damit der Analyse und Interpretation zugänglich gemacht werden können – eine Frage, die sich insbesondere bei Themen aus der vorschulischen Bildung und dem Anfangsunterricht stellt. Angelehnt an die Filmanalyse wurden drei verschiedene Möglichkeiten der Transkription – Paraphrase, Screenshots und Storyboard – erarbeitet und miteinander verglichen; die Möglichkeiten und Grenzen wurden diskutiert und in der Interpretation auch unmittelbar erfahrbar gemacht. Einen anderen Workshop leitete Dr. Thomas Irion von der Pädagogischen Hochschule Weingarten. Er befasste sich – ausgehend von Transkripten der Teilnehmerinnen und Teilnehmer – mit der Entwicklung von Kategoriensystemen als Schritt hin zur Theoriebildung. Neben forschungspraktischen Aspekten wurden auch grundsätzliche Fragen angesprochen, etwa wann die Erhebung „multicodaler Daten“, d. h. der Einbezug des Videomaterials bei der Interpretation, sinnvoll ist oder wann auf eine Transkription ganz verzichtet werden kann und eine Analyse „direkt vom Video“ zulässig ist. Von diesen Workshops profitierten alle Beteiligten und gingen mit vielen Anregungen, aber auch kritischen Fragen und grundsätzlichen forschungsmethodischen Überlegungen an die eigene Arbeit zurück.

Diese Reihe von Doktorandenseminaren wird ihre Fortsetzung finden: Eine nächste Veranstaltung im März 2010 an der Pädagogischen Hochschule Ludwigsburg ist bereits organisiert.



Kurzbericht zur Tagung ,Allgemeine Mathematik‘

Katja Lengnink

Die diesjährige Tagung zur Allgemeinen Mathematik, Mathematik Verstehen – Philosophische und didaktische Perspektiven, fand vom 3. 12.– 5. 12. 09 erstmals in Siegen statt. Veranstaltet von Gregor Nickel (unserem Mathematikphilosophen), Rudolf Wille als Vater der Tagungsreihe und mir war die Tagung diesmal im Spannungsfeld von Philosophie, Geschichte und Didaktik der Mathematik angesiedelt. Es waren fast 100 Teilnehmer aus den unterschiedlichen Bereichen anwesend und aufgrund der angeregten Diskussionen war die Zeit wie immer viel zu kurz.

In zwei parallel laufenden Sektionen wurden wichtige Fragen zum Mathematikverstehen in den Blick genommen. Die Abstracts der Vorträge können Sie noch im Netz unter unserer Tagungshomepage (www.uni-siegen.de/fb6/didaktik/veranstaltungen/allgmath09/) herunterladen. Besonders interessant waren die Querverbindungen zwischen den eher philosophisch/geschicht-

lichen Zugängen und der Mathematikdidaktik. Diese wurden in den Hauptvorträgen für alle sichtbar (Herr Stegmaier und Herr Scholz für die Philosophie, Herr Wille und Herr Fischer für die Didaktik), aber auch in einer Zwischen- und einer Abschlussdiskussion, die von Matthias Wille und Susanne Prediger als Tagungsbeobachtern hervorragend strukturiert und pointiert wurden. Diese Diskussionen haben für mich den Kern des Erfolgs der Tagung dargestellt, denn sie haben dazu beigetragen, viele Sichtweisen zu bündeln und neue Fragen aufzuzeigen, denen noch nicht nachgegangen wurde.

Im Sommer kommenden Jahres wird ein Tagungsband zur Tagung erscheinen. Dann kann man hoffentlich die Lebendigkeit der Diskussion und die Atmosphäre ein bisschen nachvollziehen. Verstanden haben wir die Mathematik noch lange nicht, Grund genug, noch eine weitere Tagung zu planen.

Hans-Georg Weigand et al., Didaktik der Geometrie für die Sekundarstufe I

Rezensiert von Wolfgang Kroll

1 Einleitung

Es ist ein bekanntes Phänomen: Das chronisch kranke Kind erfährt von der Mutter mehr Zuwendung als das robuste. Ähnliches scheint für die (Schul-) Geometrie zu gelten. An Schriften, die sich mit ihrem Zustand beschäftigen, und an Vorschlägen, wie er zu verbessern sei, ist jedenfalls kein Mangel. Hinzu kommt, dass in den letzten Jahren ein didaktischer Paradigmenwechsel stattgefunden hat: Input ist out, Output ist in. Er fordert gleichfalls Tribut. Zukünftige Lehrer müssen auf die Bildungsstandards der KMK hin ausgebildet sowie mit den neuen Normen des Lehrens und Lernens vertraut gemacht werden, und gerade die Geometrie ist dank ihrer mathematischen Substanz hervorragend geeignet, Lernende in die Prinzipien der „neuen Unterrichtskultur“ einzuführen. So sind in kurzem zeitlichem Abstand gleich zwei Didaktiken der Geometrie in der Sekundarstufe I erschienen, die primär Lehramtskandidaten zur Zielgruppe haben: Ein Buch von Kadunz und Sträßner¹ sowie das hier zu besprechende. Bei beiden handelt es sich um Lehrbücher oder besser noch um „Studienbücher“ im eigentlichen Sinne des Wortes.

2 Konzeption des Buches

Das Acht-Autoren-Werk ist, obwohl „durch einen intensiven Austausch der Autoren entstanden“ (S. 9), keine Gemeinschaftsarbeit. Jeder der Autoren ist, wie es an der gleichen Stelle heißt, für sein Kapitel „federführend (und verantwortlich)“. Die ersten fünf Kapitel thematisieren dabei allgemeine, inhaltsübergreifende Fragestellungen:

- I. Ziele des Geometrieunterrichts (H.-G. Weigand)
- II. Beweisen und Argumentieren (G. Wittmann)

- III. Konstruieren (M. Ludwig und H.-G. Weigand)
- IV. Problemlösen (G. Wittmann)
- V. Begriffslernen und Begriffslehren (H.-G. Weigand).

Die folgenden fünf widmen sich dem Lehren und Lernen spezifischer Inhalte der Schulgeometrie:

- VI. Ebene Figuren und Körper (J. Roth und G. Wittmann)
- VII. Flächeninhalt und Volumen (S. Kuntze)
- VIII. Symmetrie und Kongruenz (B. Schmidt-Thieme und H.-G. Weigand)
- IX. Ähnlichkeit (R. Hölzl)
- X. Trigonometrie (A. Filler).

Ein elftes Kapitel über Geometrie und Geometrieunterricht von H.-G. Weigand schließt das Buch ab.

Eine systematische Darstellung des Stoffes liegt nicht in der Absicht des Buches. Vielmehr will es „auf aktuellen Erkenntnissen über das Lehren und Lernen von Geometrie auf[bauend] Grundlagen für die Entwicklung problemorientierter Lernumgebungen bereit[stellen]“ (S. 8).

Die Autoren setzen dabei die Kenntnis des Schulstoffes bei ihren Lesern weitgehend voraus. Sie betreiben und beschreiben gewissermaßen „Geometrie von einem höheren Standpunkt aus“. Was den Forschungsstand anlangt, erfolgt die „Grundlagenbereitstellung“ dabei im Wesentlichen referierend und weniger reflektierend. Beispiele für konkrete Lernsituationen werden meist nur grob skizziert. Sie sollen wohl paradigmatisch verstanden werden. Wie sich die Autoren den Transfer vorstellen, wird aber nicht besprochen.

Ein besonderes Strukturmerkmal des Textes sind „Kästen“, die in großer Zahl in allen Kapiteln vorkommen und fast alle mit „Beispiel“ überschrieben sind. Offensichtlich sind sie dazu gedacht, das zu Lernende in leicht fasslicher und übersichtlicher Form dem Nutzer nahezubringen.

¹ Didaktik der Geometrie in der Sekundarstufe I. Zweite Auflage. Franzbecker 2007

Trotz der immer gleich bleibenden Überschrift haben diese *Beispiele* aber durchaus unterschiedlichen Status. Einige von ihnen geben didaktische Statements lehrsatzartig wieder; andere exemplifizieren den Text durch Aufzählung oder beschreiben klassische Problemlösungen, letzteres häufig indem sie einfach Auszüge aus Schulbüchern reproduzieren. In wenigen Fällen werden sogar recht konkrete Unterrichtsvorschläge gemacht, zum Beispiel beim *Satz des Thales*, wo sich der Kasten sogar über mehrere Seiten hinzieht (S. 40ff).

In allen Kapiteln bemühen sich die Autoren darum, allgemeine Überlegungen zu konkretisieren, nicht nur um sie zu verdeutlichen, sondern vor allem auch, um ihre Praxistauglichkeit zu beweisen. Problematisiert wird selten. Gleich einer „Meisterlehre“ wird eher konstatiert als analysiert. Widerspruch brauchen sie dabei nicht zu fürchten. Mit ihren Auffassungen liegen sie voll im *Mainstream* der *Community*.

3 Kritik

3.1 *Vision und Tradition*

Dem Buch liegt, wie die Autoren in Anknüpfung an eine bekannte Arbeit von Graumann, Hölzl, Krainer, Neubrand und Struve schreiben, die „*Vision einer ‚Lebendigen Geometrie‘*“ (S. 8) zu Grunde. Ihre *Vision* scheint allerdings nicht weiter zu reichen als die derzeit gültigen Lehrpläne. Auf die didaktische Grundfrage „Was soll unterrichtet werden?“ antworten sie unter Berufung auf die oben genannte Arbeit mit den Überschriften der Kapitel VI bis X (S. 8) sowie – indirekt – mit den Bildungsstandards der KMK (S. 14) und dem Verweis auf die bekannten Winterschen drei „*Grunderfahrungen*“ (S.16). In passivischer Wendung sagt es der Autor des Lernzielkapitels so:

Ausgehend von den der Grunderfahrungen G_1 , G_2 und G_3 ... werden die folgenden drei allgemeinen Ziele als zentral und wichtig für den Geometrieunterricht angesehen:

- mit Hilfe der Geometrie die (Um-) Welt erschließen;
- Geometrie und die Grundlagen des wissenschaftlichen Denkens und Arbeitens kennen zu lernen;
- mit Geometrie Problemlösen lernen.

Vermutlich dürften dem alle Autoren des Buches zustimmen.

Ohne Zweifel dominiert in diesem Buch die zweite Zielsetzung. Am traditionellen Rahmen wird nicht gerüttelt. Er wird lediglich etwas „aufgeweicht“ durch aktivitätspädagogische Maximen, aber implizit und lokal bleibt es beim Alten.

„Wissenschaftliches Denken und Arbeiten“ werden weitgehend mit formal korrekter Handhabung scharfer Begriffe und der Anwendung symbolsprachlicher Ausdrucksweisen gleich gesetzt. Alles andere gilt als eine niedrigere Entwicklungsstufe, die überwunden werden muss. Dementsprechend wird die Problematik „*Fachsprache vs. Alltagssprache*“ nur vom Standpunkt der mathematischen Logik aus diskutiert und die Rolle, die die natürliche Sprache als unverzichtbares „*Medium des Denkens*“ spielt, nicht einmal am Rande erwähnt. Wie formale Stringenz und die Förderung problemlösenden Denkens, das sich dieses Buch ebenfalls zum Ziel gesetzt hat, zusammengehen sollen, wird jedoch nicht erörtert, obwohl der Zielkonflikt den Autoren nicht unbekannt gewesen sein dürfte. Denn in einer viel beachteten Expertise zum Mathematikunterricht in der gymnasialen Oberstufe, an der einer der Autoren mitgearbeitet hat, heißt es:

Die Betonung heuristischer Denk- und Arbeitsweisen relativiert die Bedeutung der formalen Fachsprache als Träger mathematischer Kommunikation. Zur Stärkung der natürlichen Sprache im Mathematikunterricht gehört auch die Philosophie von der „*Wiederentdeckung des Inhaltlichen in einer neuen Unterrichtskultur*“.²

Nun könnten die Autoren mit Recht für sich in Anspruch nehmen, dass sie sich dem Ziel formaler Korrektheit nur in behutsamer Weise näherten und der Begriff *Vision* sich allein auf die *Präsentation* der Inhalte beziehe. Das Neue sei vielmehr, wie sie die Umwelterschließung zum zentralen Dreh- und Angelpunkt des Buches gemacht hätten. Betrachtet man aber ihre Beispiele genauer, so wird man kaum mehr finden, als bereits die Schulbücher bieten. Da jedes Beispiel außerdem für sich allein steht, ist schwer zu beurteilen, inwiefern nun der *gesamte* Schulstoff wirklich „*lebendiger*“ wird. Wenn man in diesem Zusammenhang überhaupt von *visionär* sprechen wollte,

² Borneleit P., Danckwerts R., Henn H.-W., Weigand, H.-G.: Mathematikunterricht in der gymnasialen Oberstufe. In: Tenorth, H.-E. (Hrsg.): Kerncurriculum Oberstufe. Weinheim und Basel 2001, 26–54, hier S. 28

dann wäre es die Verwirklichung eines Konzeptes, das die Geometrie des Raumes *durchgängig* in den Unterricht integriert, so wie es den Autoren auch vorschwebt. Eine besondere Chance dafür sehen sie in der Entwicklung *Dynamischer Raumgeometrie-Software*, sind dann aber – wahrscheinlich auf Grund eigener Versuche – selber skeptisch, da das „Erlernen eines effektiven Einsatzes... auch räumliches Vorstellungs- und Orientierungsvermögen“ (S. 79) erfordert. Mit anderen Worten: Raumgeometrie muss zunächst möglichst *konkret und handgreiflich* betrieben werden, bevor man mit den zweidimensionalen Bildschirmprojektionen etwas anfangen kann. In der Tat gehen so auch die Autoren vor und beziehen, wo immer es möglich und sinnvoll ist, Raumgeometrisches mit ein. Doch die meisten Beispiele kennt man schon seit langem, und vor allem fehlt ein Stoffplan, der zeigt, wie die Raumgeometrie im Unterricht fest verortet werden kann. Insofern bleibt auch diese Vision praktisch nur ein Traum.

3.2 Die Sicht des Lehramtsstudenten

Betrachtet man das Buch aus der Perspektive dessen, der eine einschlägige Vorlesung besucht und sich gegebenenfalls auf eine Prüfung vorbereitet, dann fällt das Urteil etwas anders aus. So erfüllen die Kapitel I bis V sicher ihren Zweck, relevante Kategorien schlüssig und übersichtlich darzustellen. Studierende werden die Texte dankbar annehmen und getrost nach Hause tragen. Ob das aber auch in gleichem Maße für die Kapitel VI bis VIII gelten kann, halte ich für fraglich. In ihnen steht das „Wie“ so ausschließlich im Vordergrund, dass ein Anfänger sich kaum orientieren kann, er mag die Beispiele für sich genommen noch so stimmig finden. Einer, der die geometrischen Inhalte nur notdürftig kennt – und das wird man wohl der Mehrzahl der Studierenden unterstellen müssen – wird aus ihnen nach meiner Meinung nicht die „Grundlagen für die Entwicklung problemorientierter Lernumgebungen“ S. 8 – meine Hervorhebung) ablesen können, so wie es sich die Autoren vorstellen. Dass Transfer immer nur eine *Hoffnung* sein kann, wird sogar in diesem Buch ausdrücklich hervorgehoben (S. 23); dass er aber nur in „ähnlichen“ Situationen funktioniert und die Übertragung geübt werden muss, leider ignoriert. Lediglich in den Kapitel IX und X findet der Nutzer einen Leitfadens vor, an den er sich halten kann, und dort wird er es auch begrüßen, dass ihm zwei verschiedene Zugänge angeboten werden, um den Stoff zu erschließen.

3.3 Logik und Lebenswelt

Wie schon gesagt, tun die Autoren viel, um Bezüge zur Lebenswelt der Schüler herzustellen, nicht nur indem sie Alltagserfahrungen einbeziehen – besonders überzeugend in den einleitenden Paragraphen von Kapitel III – sondern auch, um sie, wie in Kapitel V, sorgfältig gegenüber mathematischem Denken abzugrenzen. Bei allem Verständnis aber, das die Autoren für die Lernprobleme der Schüler aufbringen, bleibt der Tenor dennoch unüberhörbar: Alltagslogik ist unscharf und fehlerträchtig; nur die mathematische Logik schafft Klarheit und erlaubt präzise Schlussfolgerungen. Um nun an dieser Stelle nicht missverstanden zu werden: Die Schüler sollen auch nach meiner Meinung lernen, (mathematisch) korrekt zu argumentieren. Aber der Lehrer sollte doch wenigstens erfahren, woher denn die oft beklagten „Fehlleistungen“ der Schüler rühren. Vielleicht sind es ja wirklich *Leistungen*. Im Alltag bestimmt nämlich sehr häufig erst der Kontext den Sinn einer Aussage. In dem Satz: „Wenn du nicht gehorchst, bekommst du kein Eis“ bezieht sich das Versprechen nicht auf den Fall des Ungehorsams, sondern auf das Gegenteil, und um eine versteckte Äquivalenz handelt es sich auch bei der Feststellung: „Wenn das Thermometer um 10 Uhr mehr als 25°C anzeigt, gibt es hitzefrei“; denn hierdurch wird *Hitzefreiheit* definiert. Solche „Wenn-dann-Sätze“ geistern in den Köpfen der Schüler herum, wenn sie mit den formal gleich gebauten geometrischen Sätzen konfrontiert werden, und deshalb ist es eigentlich kein Wunder, wenn sie Satz und Kehrsatz oder „notwendig“ und „hinreichend“ immer wieder verwechseln bzw. als gleichbedeutend ansehen. Es wäre gut, ihnen diese Zusammenhänge bewusst zu machen – am besten vielleicht, indem man sie selbst analoge Beispiele finden lässt – auch damit sie sich besser verstanden fühlen. Bei der hierarchischen Klassifizierung, die im Buch ausführlich diskutiert wird, liegt der Fall etwas anders. Im Alltag gilt, dass man (leicht zu beschaffende) Information nicht unterdrücken darf. Hätte zum Beispiel der *Spiegel* seinerzeit geschrieben: „Gerhard Richter hat für den Kölner Dom ein Fenster entworfen, das aus 11 500 Rechtecken besteht“, dann hätte man ihm wohl Irreführung oder gar Falschmeldung vorgeworfen. Ähnlich „alltagsgemäß“ reagiert aber auch ein Lehrer, wenn er die Antwort „gleichschenkliges Dreieck“ erhält, obwohl er (sic!) die Antwort „gleichseitiges Dreieck“ erwartet: Er korrigiert sie oder weist sie sogar zurück!

In diesem Zusammenhang bildet das Prinzip der *Beweisökonomie* noch einen weiteren wichtigen Ge-

sichtspunkt, der zu besprechen wäre. Bei einer hierarchischen Klassifikation kommen alle Eigenschaften, die etwa ein Rechteck besitzt, selbstverständlich auch dem Quadrat zu. Man braucht es nicht mehr (wie in diesem Buch S. 183) eigens zu betonen.

3.4 Die Gretchenfrage des Geometrieunterrichts

Wie halten es die Autoren mit den formalsprachlichen Ausdrucksweisen, auf die von Didaktikern schon immer großer Wert gelegt worden ist? Es fällt auf, dass sie in ihren Kapiteln stringent ein einheitliches Bezeichnungssystem zu praktizieren suchen. Andererseits scheinen sie aber auf Einheitlichkeit keinen allzu großen Wert zu legen. Denn allein für die Länge einer Strecke finden sich vier verschiedene Symbole: $d(A; B)$, \overline{AB} , $|AB|$, $|a|$. Darüber wird jedoch kein Wort verloren. Ebenso nimmt man als selbstverständlich an, dass jeder Leser sofort weiß, was mit $k_{[AB]}$ oder mit $m_{[AB]}$ gemeint ist. Der im Folgenden abgedruckte Ausschnitt einer Konstruktionsbeschreibung (S. 65) verrät jedoch, welches Ideal wohl den meisten der acht Autoren vorschwebt.

Konstruktionsschritte:

$K_1 = K(P, r_1), r_1 > |g, P|$

$K_1 \cap g = \{A, B\}$

$K(A, r_2) \cap K(B, r_2) = \{C, C'\}^8$

$r_2 > \frac{|AB|}{2}$

$PC \cap K(P, r_3) = \{D, E\}$

r_3 beliebig

$K(D, r_4) \cap K(E, r_4) = \{F, F'\}^9$

$r_4 > \frac{|DE|}{2}$

$h = PF$

⁸ C' ist in der Konstruktion nicht dargestellt.

⁹ F' ist in der Konstruktion nicht dargestellt.

Denn unmissverständlich heißt es dazu im Text (S. 66 – meine Hervorhebung):

Die Konstruktionsschritte werden hier in einer Weise beschrieben, die bereits stark formalisiert ist. In dieser Form wird sie sich erst bei fortgeschrittener Kenntnis im Umgang mit Konstruktionen aus zunächst stärker umgangssprachlich geprägten Beschreibungen ergeben.

Der Autor dieser Formulierung dürfte sich schwer tun zu beweisen, dass es einen „natürlichen“

Entwicklungsprozess gibt, der gewissermaßen zwangsläufig ins Paradies der Mengensprache führt. Hatte nicht schon die sogenannte „Neue Mathematik“ gelehrt, dass zahlreiche mathematische Dinge den Schülern einfach deshalb unzugänglich waren, weil sie im Verhau der symbolischen Bezeichnungen hängen geblieben sind? Auch in der Denkschrift der DMV von 1976 steht, dass Schulbuchautoren gut daran täten zu prüfen, ob neue Begriffe und Bezeichnungen das Verständnis wirklich erleichtern oder nicht etwa erschweren. Ebenso müssen sich die Autoren des Buches fragen lassen, wie sinnvoll es ist, eine Strecke als Punktmenge mit AB zu bezeichnen und diese stets genau von ihrer Länge zu unterscheiden.³ Im Prinzip ist eine solche Unterscheidung lebensfremd, da sie den Kontext auszuklamern sucht. Zu befürchten ist aber, dass die Studierenden die hinter einer solchen Konstruktionsbeschreibung liegende Ideologie ernst nehmen. In diesem Fall sind pädagogische Konflikte in ihrem späteren Unterricht vorprogrammiert. Übersieht der Lehrer entsprechende Schülerfehler, so handelt er zwar pädagogisch richtig, aber „mathematikdidaktisch inkonsequent“; oder er rügt sie – möglichenfalls in dem Bewusstsein „wissenschaftlicher Korrektheit“ – und wird so auf die Dauer gesehen die Aktivität und Kreativität der Schüler ersticken.

3.5 Mängel und Merkwürdiges

Es gibt kein Buch ohne Fehler. Wenn ich die Fehler hier anführe, so nur, damit sie im Falle einer Neubearbeitung leichter ausgemerzt werden können.

- S. 40: Das Hypotenusendreieck ist nicht gleichseitig.
- S. 77: Die *Darstellende Geometrie* zeigt bekanntlich, wie man den Schnittpunkt einer Ebene mit einer Geraden oder die Schnittpunkte von zwei Kugeln konstruieren kann. In den beiden Abbildungen auf Seite 78 findet man den gesuchten Schnittpunkt sogar sehr einfach, indem man *direkt im Bild* die Raumdiagonale mit deren orthogonaler Projektion auf die Fläche schneidet.
- S. 79: Die Aussage: „Vier Kugeln mit verschiedenen Mittelpunkten schneiden sich in einem Punkt“ ist falsch.
- S. 144: Desgleichen die Aussage, dass die einzigen Körper, deren Oberfläche aus kongruenten gleichseitigen Dreiecken besteht, die platonischen Körper seien. Gegenbeispiel: Die dreiseitige Doppelpyramide.
- S. 169: Wenn man unter einer „doppelt so großen“ Figur wie üblich eine *lineare* Vergrößerung im Verhältnis 2:1 versteht, ist die Aussage falsch.
- S. 188: Die Identität ist keine Achsenspiegelung.
- S. 189: Hier fehlt eine Definition der räumlichen Punktspiegelung sowie die einer *orientierungstreuen Abbildung des Raumes*.

³ Das führt leicht zu Fehlern, wie es auch das „Beispiel“ auf Seite 132 zeigt, wo eine *Punktmenge* zum Radius eines Kreises gemacht wird.

- S. 211: Die Lage der Achsen könnte man deutlicher beschreiben, wobei hinzuzufügen wäre, dass die identische Abbildung mitgezählt wird.
- S. 212: Die Abbildung ist für einen Ungeübten kaum zu entschlüsseln.
- S. 213: Beim Schnitt einer Ebene mit einem Würfel entstehen keineswegs immer wie behauptet achsensymmetrische Figuren.
- S. 234: Nicht für jede Flächenhalbierende des Dreiecks gilt die Gleichgewichtsaussage, zum Beispiel nicht für die Parallelen zu einer Seite, die den Flächeninhalt halbieren.
- S. 269: Dass *Platon* nur Zirkel und Lineal für Konstruktionen zugelassen hätte, wird oft kolportiert, ist aber trotzdem falsch. Anders als im Buch behauptet, kann sich der Autor dabei auch nicht auf *Artmann* berufen.

Kein Fehler, sondern nur merkwürdig ist, welchen Aufwand manche Autoren zuweilen mit trivialen Dingen treiben, etwa indem eine „Verständnisgrundlage für Dreiecke“ kreiert wird (Kasten S. 131 f) oder wenn die Flächeninhaltsformel als Größengleichung eingeführt wird (S. 173). Desgleichen scheint mir auch die „Kopfgeometrie“ ein didaktischer Artefakt zu sein, der zwar gut gemeint ist, aber keine Chance haben dürfte, sich im Unterricht durchzusetzen. Als besonders kurios habe ich empfunden, dass in diesem Buch sogar definiert wird, was man unter einer „ebenen Figur“ zu verstehen habe, eine zusammenhängende Punktmenge nämlich, die ganz in einer Ebene liegt (S. 123). Einen Studenten dürfte das ins Grübeln bringen: Ist ein Punkt eine ebene Figur? Und eine Parallelschar? Bilden dann ein Viereck und das zu ihm disjunkte Spiegelbild wirklich eine Figur, wie an späterer Stelle behauptet (S. 189)? Noch fragwürdiger erscheint allerdings die Definition des „Körpers“ als eine nicht in einer Ebene liegende zusammenhängende Punktmenge (ebda.). Danach wäre die Helix ebenso ein Körper wie die Oberfläche einer Kugel. „Nichts definieren wollen, was in sich selbst so bekannt ist, dass man keine noch klareren Begriffe hat, um sie zu erklären“ lautet die erste Grundregel des Definierens bei *Pascal*! Die genannten Definitionen sind überflüssig. Sie leisten nichts.

Ein wenig seltsam mutet auch an, wie die Autoren bisweilen den Alltag in den Geometrieunterricht hereinzuholen suchen. So sollen zwei „Spaghetti“ die Diagonalen eines Vierecks repräsentieren (S. 136), während die Abbildung daneben zwei mit dem Lineal gezogene Striche auf Karopapier zeigt. Und an anderer Stelle wird die Präzisierungsbedürftigkeit intuitiver Flächeninhaltsvorstellungen mit der Bemerkung begründet,

dass „nicht jeder Tisch, für den man ‚zwei Tischdecken benötigt‘ ... genau doppelt so groß [ist] wie ein Tisch, für den eine Tischdecke ausreicht“ (S. 169).

Während die bis hierhin angeführten Dinge als Kleinigkeiten eingestuft werden könnten, halte ich die im Buch gegebene Darstellung der „Geometrie als kulturelle[n] Errungenschaft“ (S. 19 f) für fragwürdig in einem tieferen Sinne. Was dort steht, ist gewiss nicht falsch, doch wenn die Bedeutung der Geometrie resp. Mathematik bereits im Reflektieren ihrer Objekte und Tätigkeiten sowie ihrer spezifischen Denk- und Arbeitsweisen aufginge, dann könnte auch jede andere Wissenschaft die gleiche kulturelle Bedeutung für sich reklamieren. Dabei nimmt die Geometrie schon in der Ideenlehre *Platons* einen prominenten Platz ein, und mit der Rezeption der platonischen Philosophie in der Renaissance datiert schließlich die Mathematisierung der Naturwissenschaften, die heute unser Schicksal ist. „Das Buch der Natur ist in mathematischer Sprache geschrieben“ sagt 1632 *Galilei*, und am Ende des 19. Jahrhunderts der Naturforscher *Emil du Bois Reymond* sogar: „Die Geschichte der Naturwissenschaft ist die Geschichte der Menschheit“.⁴ Hiervon sollte m. E. im Text die Rede sein und nicht bloß davon, dass der *Satz des Pythagoras* kulturelles Allgemeingut ist und an ihm mathematische Denkweisen studiert werden können.⁵

3.6 Ausstattung und Sprache des Buches

In der Danksagung betonen die Autoren, dass sie sich wegen des vorgegebenen Umfangs des Buches auf die „Grundlagen der jeweiligen Themenbereiche beschränken“ mussten (S. 11), ja dass es nur als „Einführung“ in diese Grundlagen angesehen werden darf. Zugleich verweisen sie auf „Zusatzmaterialien“ im Internet (wo die Seiten zu den Kapiteln II und IV allerdings noch nicht fertig sind). Schaut man sich die dort eingestellten Aufgaben an, so können sie die hier vorgetragene Kritik jedoch nicht entkräften. Sie sind offenbar als mehr oder weniger punktuelle Übungsaufgaben zu einer Vorlesung konzipiert, die ein Dozent auf der *Grundlage des Buches* hält.

Zu begrüßen ist, dass die Texte im Buch durch viele Abbildungen illustriert werden. So weit es sich dabei aber um Reproduktionen von Fotos handelt, ist die Qualität leider durchweg schlecht.

⁴ Zitiert nach *H. Heuser*: Pythagoreische Mathematik und Naturwissenschaft. In: *Überblicke Mathematik*. Jahrbuch 1995, S. 68

⁵ Die bedeutsame Rolle, die die pythagoreische Lehre für *Platon* gespielt hat, bleibt hiervon unberührt.

Hier hat der Verlag am falschen Platz gespart. Das gilt leider auch für das Register. Viele Stichwörter zu Begriffen, die im Text vorkommen, sucht man dort vergeblich.

Mangelnde Sorgfalt muss man dem Verlag schließlich auch bei der redaktionellen Bearbeitung der Texte vorwerfen. Andernfalls würde man weniger häufig stereotype Wendungen wie zum Beispiel „es geht um“ lesen müssen. Vor allem aber hätte der Verlag darauf bestehen sollen, dass der unpersönliche, passivische Nominalstil, in

dem ein Großteil des Buches verfasst ist, durch weniger hermetische, transparentere Formulierungen ersetzt würde. Wissenschaftsjargon hin, Wissenschaftsjargon her: ein Buch, das die *Lehrkunst* im Titel führt und ein Lehrbuch sein will, sollte auch in eigener Sache „kommunikative Kompetenz“ beweisen.

Hans-Georg Weigand, Andreas Filler, Reinhard Hölzl, Sebastian Kuntze, Matthias Ludwig, Jürgen Roth, Barbara Schmidt-Theme und Gerald Wittmann: Didaktik der Geometrie für die Sekundarstufe I. Spektrum Akademischer Verlag Heidelberg 2009.

Timo Leuders et al., Magische Momente für Lehren und Lernen von Mathematik

Rezensiert von Herbert Henning

Das „Jahr der Mathematik 2008“ hat in vielfältiger Form Spuren hinterlassen. Im alltäglichen Mathematikunterricht haben Lehrerinnen und Lehrer neue Konzepte und Materialien wie die thematischen Boxen zur Wahrscheinlichkeitsrechnung, Funktionen, Geometrie und Gleichungen des „Mathe-Koffers“ für einen auf die Aktivierung der Schülerinnen und Schüler ausgerichteten Unterricht genutzt. In diesem Sinne ist das von Timo Leuders, Lisa Hefendehl-Hebecker und Hans-Georg Weigand herausgegebene *Mathe Magische Momente* als Sammlung von insgesamt 20 Beiträgen zum Lehren und Lernen von Mathematik in der Grundschule und den Sekundarstufen I und II des Gymnasiums (mit Blick auch auf andere Schulformen) ein Beispiel für die auf den konkreten Mathematikunterricht bezogene Umsetzung des Motto im Jahr der Mathematik „Alles was zählt – Mathematik erleben“. Wissenschaftler und Lehrer gemeinsam haben sich in ihren Beiträgen an Kernideen und den in den Bildungsstandards für den Mittleren Schulabschluss klassifizierten mathematischen Kompetenzen, wie Problemlösen, Modellbildung, Kommunizieren, Argumentieren und Leitideen (Zahl, Funktionale Betrachtungen, Strukturen in Ebene und Raum, Daten und Zufall) orientiert und zum Teil anhand eigener Unterrichtserfahrungen und Beschreibung von Verlauf und Ergebnissen mathematikdidaktischer Untersuchungen die einzelnen Themen zu einer Art „methodischen Leitfaden“ für die konkrete Umsetzung im Unterricht verarbeitet. Dabei gehen alle Autoren von einer einheitlichen Struktur der Beiträge (angereichert mit Bildern, Grafiken, Tabellen, Skizzen) aus:

1. So kann es aussehen ...
2. Was dahinter steckt ...
3. So kann man (sich) fortbilden
4. Zum Weiterdenken und -arbeiten ...

Gerade in (4) findet man über die Darstellung in dem beispielhaft anschaulich durch den Verlag ediertem Buch (mit farbigen Abbildungen und

Darstellungen) nicht nur Hinweise zu den Zusatzmaterialien auf der beiliegenden DVD sondern auch eine Übersicht über neueste weiterführende Literatur zum Thema. Alle Autoren legen in ihrer Themenbearbeitung Wert auf unterrichtspraktische Empfehlungen, wie Lernwerkstatt, Gruppenpuzzle, mathematische Experimente, Beispiele und Schüleraufgaben, Hinweise zur Gestaltung von Tafelbildern, Folien oder PowerPoint-Präsentationen. Oft werden Ausrisse aus Schülerarbeitsheften zur Illustration der Beispiele und Erläuterungen eingefügt.

Ohne die einzelnen Beiträge in ihrer Bedeutung zu werten – alle 20 Beiträge von Wissenschaftlern und Lehrern aus Deutschland, der Schweiz und Österreich ergeben wie ein Puzzle das „Bild“ von einem Mathematikunterricht, in dem die Herausbildung von Handlungskompetenz der Lehrerinnen und Lehrer bei der Planung, Durchführung und Analyse des Mathematikunterrichts in allen Schulstufen auf das, was in Sachen lernen von Mathematik beim Schüler passiert, fokussiert ist. Beispielhaft sind (Auswahl) die Beiträge von Bärbel Barzel (Mathematik mit allen Sinnen erfahren – auch in der Sekundarstufe), Wilfried Herget (Zufalls-Experimente beantworten echte Fragen), Stephan Hußmann (Mathematik selbst erfinden), Brigitte Leneke (Aufgaben variieren – Mathematik erfinden und erleben), Brigitte Lutz-Westphal (Moderne angewandte Mathematik für alle Altersstufen), Gudrun Stefan/Linda Hupf (Kinder unterrichten Kinder – wie Fünftklässler zu Lehrern von Grundschulern werden) und Jan Wörler/Hans-Georg Weigand („Und so weiter“- viele Facetten von Unendlichkeit erleben). Für den Unterrichtsalltag aber auch für Lehrerfort- und -weiterbildung ist dieses Buch eine wahre Fundgrube an Ideen zur Gestaltung des Unterrichts im Fach Mathematik.

Timo Leuders, Lisa Hefendehl-Hebecker und Hans-Georg Weigand. *Mathe Magische Momente*. 2009, Cornelsen Verlag Berlin. ISBN 978-3-06-001185-0
www.mathemagischemomente.de

Neustart von „Mathematik im Unterricht“

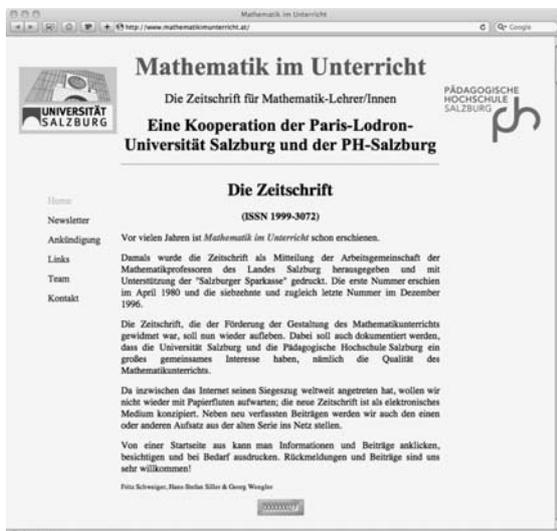
Karl Josef Fuchs

Anfang der 80er Jahre wurde die Zeitschrift *Mathematik im Unterricht* zur regionalen Fortbildung herausgegeben. Die Beiträge stammten von Mathematikprofessor(inn)en des Landes Salzburg und von Mitarbeiter(inne)n des Instituts für Didaktik der Naturwissenschaften der Universität Salzburg. Der inhaltliche Bogen reichte von Erfahrungen aus der Praxis für die Praxis einschließlich methodischer Betrachtungen und Anleitungen bis hin zu fachdidaktischen Beiträgen. Im Jahr 1993 erschien die (bisher) letzte Nummer (17) der Zeitschrift.

Fritz Schweiger und Hans-Stefan Siller initiierten 2008 einen Neustart der Zeitschrift als Online-Publikation (www.mathematikunterricht.at ISSN: 1999-3072) in Kooperation mit der Pädagogi-

schen Hochschule Salzburg. Das Erscheinen des dritten Heftes zum Thema Bildungsstandards in Österreich möchte ich zum Anlass nehmen, um auf die neue Zeitschrift aus Mathematik-Fachdidaktik hinzuweisen. Inhaltlich wollen wir der ursprünglichen Philosophie eines breiten Themenspektrums treu bleiben. Neu ist, dass wir Kolleg(inn)en als Gastherausgeber für einzelne Nummern einladen werden.

Wir hoffen, dass uns Fachdidaktiker(innen) Beiträge zur Konstruktion von Unterrichtsvorlagen, zur (empirischen) systematischen Untersuchung von Rahmenbedingungen des Mathematikunterrichts oder Beispiele für praktische Unterrichtsgestaltung zur Begutachtung und Veröffentlichung zusenden werden.



Mathematik im Unterricht	
Newsletter 3	ISSN: 1999-3072
	Oktober 2009
Inhaltsverzeichnis	
Stefan Götz und Jürgen Maaß (Hrsg.) Vorwort	1
Jürgen Maaß Politik und Standards	3
Stefan Götz und Jürgen Maaß Das österreichische Standards-Konzept in Bezug zu Lehrplan und Schulbüchern	27
Hans-Stefan Siller Testliems – Entstehung, Zweck und Rückmeldung	48
Hans-Stefan Siller und Karl Josef Fuchs Darstellen, Modellbildern	66
Fritz Schweiger Rechnen und Operieren	85
Stefan Götz und Eva Sattlberger „Warum?“ – Erschließen, Argumente und Begründungen im Standards-Modell	96
Jürgen Maaß, Franz Schoberlmeier und Franz Schöglhofer Nachdenken über den Inhaltsbereich „Variable, funktionale Abhängigkeiten“	122
Hans Humenberger Die österreichischen Standards M8 und der Inhaltsbereich Geometrische Figuren und Körper	141
Stefan Götz und Werner Peschek Festlegung von Bildungsstandards – aber was dann? – Versuch über ein Unterstützungssystem	162
Adressen der Autor(inn)en und Herausgeber	182

Journal of Mathematical Modelling and Application

Maria Salett Biembengut

Dear Colleagues, it is an honor to announce the first issue of the Journal of Mathematical Modelling and Application of the Reference Center for Mathematical Modelling in Teaching – CREMM. The first issue is online at www.furb.br/modelling. If you want to submit a paper, look at the information in this address.

Journal of Mathematical Modelling and Application

The Journal of Mathematical Modelling and Application is a publication of the Reference Center for Mathematical Modelling in Teaching (CREMM) linked to the Graduate Program in Education of Natural Sciences and Mathematics (PGE-CIM/FURB).

The System for Electronic Publishing Journals (SEER), adapted by the Open Journal Systems (OJS) is the base for this Journal. This free software, developed by the University of British Columbia Canada, aims to assist in the publishing of scientific journals in each of the stages of the process from the submission and evaluation of consultants by the publication and its online index.

Vol 1, No 1 (2009)

Table of Contents

Editorial

Introduction (Nelson Hein)

A Mathematical Approach to the Plato's Problem (Luiz Bevilacqua, Adilson J. V. Brandão, Rodney C. Bassanezi)

Mathematical Modeling and Knowledge Transference (Patricia Camarena Gallardo)

Transition Across Levels In The Process Of Learning: A Fuzzy Model (Michael Gr. Voskoglou)

Mathematical Modelling: Can It Be Taught And Learnt? (Werner Blum, Rita Borromeo Ferri)

Gender Aspects of Sense Making In Word Problem Solving (Torulf Palm, Peter Nyström)

Mathematics for Society, Industry and Innovation (Matti Heilio)

Mathematical Modeling: Cognitive, Pedagogical, Historical And Political Dimensions (Ubiratan D'Ambrosio)

International Directory of Mathematics Educators

Alan Rogerson

Dear friends,
Professor Peter Gates at Nottingham University created and maintained for many years the International Directory of Mathematics Educators to help mathematics educators keep in touch world wide and for them to know who was working in various countries. The Directory consists of one Main File, containing all individual names in alphabetical order, and also files listing individuals country by country. The Directory has now moved to a new home www.DirectoryMathsEd.net/ where it will be maintained and updated in future by Alan Rogerson.



How do names get on the Directory? In general names are not solicited or nominated. Every entry is made only by the individual concerned, and on a voluntary basis. The Directory is OPEN in the sense there are no strict criteria or requirements for entry, other than an interest and/or involvement in research/innovation in the teaching and learning of mathematics. So it is basically up to each individual to nominate themselves.

We warmly invite people who are not yet on the list to enter, and for those on the list to encourage their colleagues to join us, so the Directory can hopefully expand and serve a wider audience world-wide. Please suggest to your international contacts that they also send in their entries to

me, whether or not their country is represented yet, we can easily add new countries.

If you would like to be included in The Directory please send me at alan@rogerson.pol.pl your complete entry in standard format, and I will cut and paste it into the Directory so your entry will be “owned” by you.

The standard format in the Directory consists of the following items, all in one continuous line, separated by commas and spaces:

Surname or family name, given name(s), email address, postal address(es), telephone number(s) (and URL(s) if you wish)

Please follow this example in its formatting:

Gates, Peter, peter.gates@nottingham.ac.uk, Centre for the Study of Mathematics Education, School of Education, University of Nottingham, Jubilee Campus, Nottingham NG8 1BB, UK, (+44) (0) 115 951 4432, Fax: (+44) (0) 115 846 6600, <http://www.nottingham.ac.uk/education/staff/pgates/htm>

Notice that personal titles are not included. If you are already on the list, would you be kind enough to verify that all your details are currently correct and your email addresses and URLs actually work, and if not could you send me your complete updated version formatted exactly as above? Many of the entries are quite old now and some of you might well have had several promotions since your entry was added!

You may notice some minor inconsistencies in formatting on the Directory pages at present, especially extra line spaces. This is a small technical glitch caused by different default formats for different entries, and will be fixed later when the whole site is revamped.

Looking forward to getting more entries, and thanks to all of you for your patience and cooperation.

Vive Le Directoir! ... as they say!

Tagungshinweise

12. Internationale Tagung über Schulmathematik, TU Wien, 23.–26. Februar 2010
www.algebra.tuwien.ac.at/schulmathematik

6th European Summer University on the History and Epistemology of Mathematics, TU Wien, 19.–23. Juli 2010
www.algebra.tuwien.ac.at/esu6

The 15th International Seminar of Mathematics Education on Talented Children and Creativity Development. Woosuk Univ., Samrye, Korea; Feb. 19–20, 2010

First Announcement. The Korea Society of Mathematical Education (KSME) will host the 15th International Seminar of Mathematics Education on Talented Children and Creativity Development. February 19–20, 2010 (Fri.–Sat.), Woosuk Univ., Samrye-eup, Wanju-gun, Jeonbuk 565-701, Korea. Languages: English and Korean. For foreign participants, contact Prof. Young H. Choe ksme_ser_d@yahoo.co.kr. *Registration Fee:* US\$ 40.00

Call for Papers: Papers written in English, which are prepared in the format of journal articles and accepted for publication in RME (All manuscripts for RME will be submitted to two referees for reviews), will be published in: *Journal of the Korea Society of Mathematical Education Series D: RESEARCH IN MATHEMATICAL EDUCATION (RME)*, Volume 14, Number 1 (March, 2010)

Papers written in English, which are accepted for presentation at the Seminar but not accepted for RME, will be published in the Proceedings of the Seminar.

Submission of Papers: The deadline of applying for a paper presentation at the International Sessions of Oral Delivery or the Poster Session is *December 15, 2009*.

Please send us the title of the paper, the names of authors with affiliations, the abstracts not exceeding 100 words, key words, MESC Classification www.zentralblatt-math.org/matheduc/classification/ and AMS 2010 Mathematics Subject Classification www.ams.org/mathscinet/msc/msc2010.html. These are usually consist of

the first page of the article. As soon as we receive your application, we will send you the format file of the article. Submissions of the first pages and the full papers can be done by email at ksme_ser_d@yahoo.co.kr

The deadline for submission of full papers is *December 15, 2009*. All articles for RME will be submitted to two referees for blind reviewing before making the final decision.

The deadline for submission of the abstracts to the Poster Session is *December 15, 2009*. Abstracts of the posters will be published in the Proceedings of the Seminar.

If you submit the full article for the posters before *December 15, 2009*, they may appear in the special issues of RME if they are suitable for the journal articles. All articles for RME will be submitted to two referees for blind reviewing before making the final decision.

Transportation from Abroad Via Air: The city Wanju is located about 200 km south of Seoul, and Seoul has two international airports: Incheon Int'l Airport www.airport.kr/eng/airport/ and Gimpo Airport (formerly Kimpo Int'l Airport) http://gimpo.airport.co.kr/doc/www_eng/. Incheon Int'l Airport is the major airport in Korea and there are direct flights from most cities of the world. There are shuttle busses connecting Incheon Int'l Airport – Core Hotel in Jeonju. Gimpo Airport is the nearest airport to the center of Seoul. There are direct flights from many cities of East Asia. Following Airlines (Airports) have direct flights to Gimpo Airport.

- All Nippon Airways (Osaka-Kansai, Tokyo-Haneda)
- Asiana Airlines (Beijing, Shanghai-Hongqiao, Osaka-Kansai, Tokyo-Haneda)
- China Eastern Airlines (Shanghai-Hongqiao)
- Japan Airlines (Osaka-Kansai, Tokyo-Haneda)
- Korean Air (Beijing, Osaka-Kansai, Shanghai-Hongqiao, Tokyo-Haneda)
- Shanghai Airlines (Shanghai-Hongqiao)

Accommodations. Near-by cities Jeonju and Daejeon have many hotels and motels. The room rate varies from 40,000 Won to more than 300,000 Won per night (Exchange rate: US\$ 1 = 1,200 Won).

More information will be given in the Second Announcement. You could get more information at www.core-riviera.co.kr, <http://corehotel.co.kr>.

11th International Conference of The Mathematics Education into the 21st Century Project.

Turning Dreams into Reality: Transformations and Paradigm Shifts in Mathematics Education. September 10 (arrival) – 16, 2011. Rhodes University, Grahamstown, South Africa.

Preliminary Announcement and Call for Papers. The Mathematics Education into the 21st Century Project has just completed its tenth successful international conference in Dresden, Germany, following conferences in Egypt, Jordan, Poland, Australia, Sicily, Czech Republic, Malaysia and the USA. Our project was founded in 1986 and is dedicated to the planning, writing and disseminating of innovative ideas and materials in Mathematics, Statistics, Science and Computer Education. The next conference is planned for September 10–16, 2011 in Grahamstown, South Africa. The

chairman of the Local Organising Committee is Professor Marc Schafer of Rhodes University. The conference will open with an evening welcome reception on Sunday, Sep 10th and will close with lunch on Friday, Sep 16th. Major sponsors will include Autograph.

The title of the conference is “Turning Dreams into Reality: Transformations and Paradigm Shifts in Mathematics Education”. Paper proposals are now invited on all innovative aspects of mathematics, statistics, science and computer education. Our conferences are renowned for their friendly and productive working atmosphere. They are attended by innovative teachers and mathematics educators from all over the world, 44 countries were represented at our last conference for example.

There will be an additional full social programme for accompanying persons.

For ALL further conference details please email Alan Rogerson, Chairman of the International Programme Committee, at alan@rogerson.pol.pl.

MGDM ab Heft 84 online

Die Mitteilungen der Gesellschaft für Didaktik der Mathematik (MGDM) sind ab Heft 84 auch online verfügbar unter http://didaktik-der-mathematik.de/veroeffentlichungen_mitteilungen.html.

Hinweis

Diesem Heft liegt eine CD mit den „Beiträgen zum Mathematikunterricht 2009“ bei.

Erratum

Im letzten Heft 87 der GDM-Mitteilungen ist auf den Seiten 31–34 der Artikel „Begabtenförderung und Lehrerbildung im Mathematik“ von Frau Cynthia Hog-Angeloni und Herrn Wolfgang Metz-

ler erschienen. Durch eine redaktionelle Panne ist der Artikel im Inhaltsverzeichnis des Heftes nicht aufgeführt. Wir bitten dieses Versehen zu entschuldigen. Th. J.