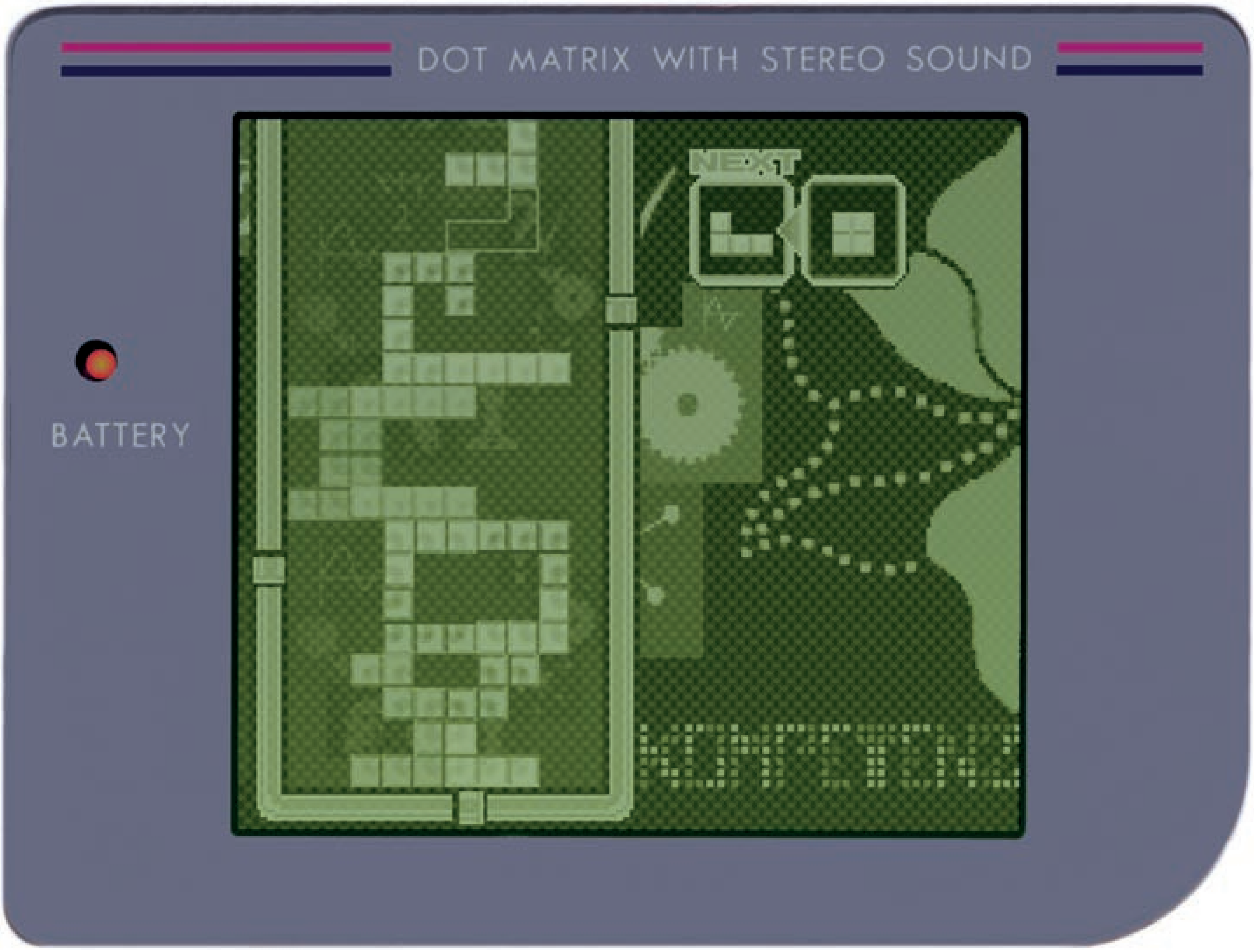
MITTEILUNGEN

DER GESELLSCHAFT FÜR DIDAKTIK DER MATHEMATIK

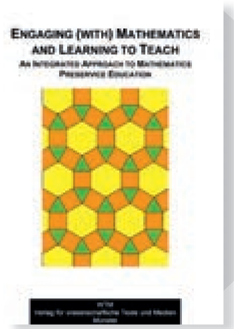


GDM

104

Februar 2018

Neuerscheinungen im WTM-Verlag 2017



Povey, H.: **Engaging (with) Mathematics and Learning to Teach. An Integrated Approach to Mathematics Preservice Education.** Münster WTM-Verlag 2017. Ca. 150 Seiten, DIN A5, davon ca. 40 farbig.

978-3-95987-051-1 Print 26,90 €

978-3-95987-052-8 E-Book 19,90 €

Daniela Aßmus: **Mathematische Begabung im frühen Grundschulalter unter besonderer Berücksichtigung kognitiver Merkmale.** Münster WTM-Verlag 2017. Ca. 410 Seiten, DIN A5.

978-3-95987-065-8 Print 44,90 €

978-3-95987-066-5 E-Book 28,90 €

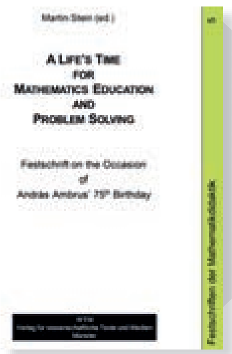
Erscheint Mitte Dezmeber 2017

G. A. Kurtzmann: **Entwicklung eines internetgestützten einjährigen Lehrerfortbildungskurses für Primarstufenlehrpersonen (igeL) „Daten, Häufigkeit und Wahrscheinlichkeit“.** Münster WTM-Verlag 2017. Ca. 360 Seiten, DIN A5.

Band 5 der Reihe „Hochschulschriften zur Mathematik-Didaktik“ .

978-3-95987-039-9 Print 38,90 €

978-3-95987-040-5 E-Book 24,90 €



Stein, M. (ed.): **A Life’s Time for Mathematics Education and Problem Solving. Festschrift on the Occasion of András Ambrus’ 75th Birthday.** Münster WTM-Verlag 2017. Ca. 480 Seiten, DIN A5.

978-3-95987-063-4 Print 43,90 €

978-3-95987-064-1 E-Book 27,90 €

Morska, J. & Rogerson, A. (Editors): **The Mathematics Education for the Future Project – Proceedings of the 14th International Conference. Challenges in Mathematics Education for the Next Decade.** Sep. 10–15, 2017, Hotel Annabella, Balatonfüred, Hungary. Münster WTM-Verlag 2017. Ca. 380 Seiten, DIN A5.

978-3-95987-045-0 Print 37,90 €

978-3-95987-046-7 E-Book 24,90 €

M. Beyerl, J. Fritz, A. Kuzle, M. Ohlendorf, B. Rott (Hrsg.): Mathe**matische Problemlösekompetenzen fördern. Tagungsband der Herbsttagung des GDM-Arbeitskreises Problemlösen in Braunschweig 2016.** Münster WTM-Verlag 2017. Ca. 180 Seiten, DIN A5.

978-3-95987-061-0 Print 24,90 €

978-3-95987-062-7 E-Book 17,90 €

C. Schreiber, S. Ladel, & R. Rink (Hrsg.): **Digitale Medien im Mathematikunterricht der Primarstufe – Ein Handbuch für die Lehrerausbildung.** Münster WTM-Verlag 2017. DIN A5. Ca. 180 Seiten, davon viele farbig.

978-3-95987-024-5 Print 32,90 €

978-3-95987-025-2 E-Book 22,90 €

Julian Krumsdorf: **Beispielgebundenes Beweisen.** Münster WTM-Verlag 2017. Ca. 380 Seiten, DIN A4.

978-3-95987-053-5 Print 44,90 €

978-3-95987-054-2 E-Book 27,90 €

WTM
Verlag für wissenschaftliche Texte und Medien
Münster

Editorial: Lasse redn

Liebe Lesende,

in Ihren werten Händen halten Sie mit Heft 104 die letzte Ausgabe, mit deren Herausgabe ich offiziell betraut bin. Als ich mein erstes Heft übernahm (Nr. 94, da mein Vorgänger Thomas Jahnke dankenswerterweise Heft 93 als „Brückenheft“ noch herausgeberisch betreut hatte), war ein Anliegen des damaligen ersten Vorsitzenden, durch Wiedereinführung von „Rubriken“ etwas mehr Struktur ins Heft zu bringen (womit mir Thomas Jahnke mit Heft 93 allerdings zuvor gekommen war). Die neu eingeführte Rubrik „Magazin“ sorgte alsbald für Diskussionen, genauer: Ab Heft 97 wurde sie in zwei Rubriken „Magazin“ und „Diskussion“ aufgeteilt.

Worüber und in welchem Umfang „redn“ bzw. schreiben die Mitglieder der GDM, wenn man sie lässt?[1] Beginnen wir mit nüchternen Zahlen: In diesen beiden Rubriken erschienen in den letzten zehn Heften 65 Aufsätze, 32 im Magazin und 33 ausdrücklich als Diskussionsbeiträge gekennzeichnet. Im Schnitt erscheinen in diesen Rubriken zusammen zwischen vier und acht Aufsätze pro Heft, mit zwei deutlichen Ausreißern (Heft 94 nach unten, Heft 100 nach oben, vgl. Abb. 1).

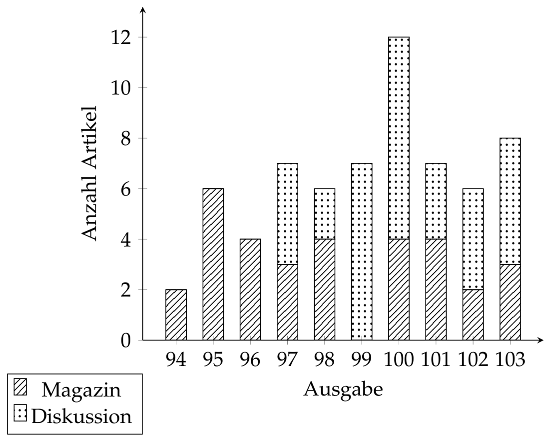


Abbildung 1. Artikel nach Ausgabe und Teilrubrik

Abbildung 2. „Themen-Cloud“ der Rubriken

Kommen wir zum Inhalt: Eine grobe Kategorisierung (Kollegen Mayring habe ich unbehelligt gelassen) ergibt mit deutlichem Abstand drei „Mega-Themen“: Geschichtliches, Stoffdidaktik und zentrale Reifeprüfungen reißen jeweils die Marke von zehn Artikeln im Berichtszeitraum. PISA, Papierfalten, Geometriedidaktik und mathematische Bildung bringen es jeweils auf gerade mal einen Aufsatz (vgl. Abb. 2). Wenn ich mir das so anschaue, könnte da recht rasch der Vorwurf der „selection bias“ aufkommen, den ich insofern ausräumen kann, als während meiner gesamten Zeit als Schriftführer gerade einmal drei Aufsätze abgelehnt wurden (davon zwei mathematische Beweise, ein allzu unsachlicher Diskussionsbeitrag). Nicht ausgerechnet habe ich den Anteil von Aufsätzen, für die emeritierte und pensionierte GDM-Mitglieder in diesen beiden Rubriken verantwortlich sind, er dürfte allerdings jenseits der 50 %-Grenze liegen[2]. Das ist vielleicht auch nicht weiter überraschend: Wer noch etwas werden möchte, wird seine Gedanken bevorzugt in peer-reviewten Organen kundtun, wer in Arbeitskreisen aktiv ist, findet sich in der Rubrik „Arbeitskreise“ ohnehin repräsentiert, das aktuelle offizielle Tagesgeschäft der GDM ist unter „Aktivitäten“ repräsentiert.

Jedenfalls erscheint es nur konsequent, das aktuelle Heft dann auch gleich mit einem Diskussionsbeitrag meines geschätzten Klagenfurter Kollegen Willi Dörfler zu eröffnen, dem ich in Vertretung des ersten Vorsitzenden Anno 2012 dessen Grußwort zur Emeritierung vorlesen durfte, die in meinem ersten MGDM-Heft abgedruckt ist. Im aktuellen Beitrag wird von Willi Dörfler noch einmal Öl in das nicht erst seit den im letzten Heft thematischen „Brandbrief“ lodernde Themenfeld „Kompetenzorientierung – Anwendungsorientierung – Zentrale Prüfungen“ gegossen[3], ein Thema, [weiter auf S. 4]

[1] Etwa 10 % der Artikel in diesen Rubriken wurden von mir aktiv eingeworben, einen habe ich selbst verfasst, ich gehe davon aus, dass das die Stichprobe nicht maßgeblich verzerrt.

[2] Zum Vergleich: Bei unseren männlichen Mitgliedern liegt das Median-Alter seit einigen Jahren konstant bei 65. Auch das räumt natürlich den Verdacht nicht gänzlich aus, der aktuelle Schriftführer könnte nicht vielleicht doch die berüchtigten „alten weißen Männer“ bevorzugen.

[3] Der Beitrag beruht allerdings auf einem Vortrag, der im Rahmen des ICME-13, also Prä-Brandbrief, gehalten wurde.

ISSN 0722-7817

Inhalt

1 Editorial: Lasse redn
4 Vorwort des ersten Vorsitzenden

Diskussion

6 *Willi Dörfler*
Mathematics without formulas?
8 *Horst Hischer*
„Digitale Bildung" — ein Bildungskonzept?
18 *Thomas Jahnke*
Von Dilettantinnen und Methodisten – Paralipomena zu mathematikdidaktischen Dissertationen
21 *Wolfgang Kühnel, Dieter Remus und Sebastian Walcher*
Zu den KMK-Standards im Fach Mathematik – Exemplarische Analyse einer Beispielaufgabe für ein bundesweites Zentralabitur

Aktivitäten

28 Mathematik in Schule und Hochschule – wie groß ist die Lücke und wie gehen wir mit ihr um?
30 Sieben Fragen an Tagungsteilnehmerinnen und -teilnehmer
48 Fachdidaktische Expertise für Förder-Lehrkräfte im inklusiven Fachunterricht
48 GDM-Nachwuchskonferenz 2017 in Essen
51 Premiere in Essen: Die GDM-Nachwuchskonferenz – ein Interview
53 Einladung zur Mitgliederversammlung der GDM – Universität Paderborn, 8. 3. 2017
53 Angebote der GDM-Nachwuchsvertretung im Rahmen der gemeinsamen Jahrestagung GDMV
55 GDM Nachwuchskonferenz 2018 in Münster
56 Landesverband GDM Schweiz – Jahresbericht 2017

Arbeitskreise

58 *Renate Motzer*
Arbeitskreis: Frauen und Mathematik
61 *Elke Binner, Marcus Nührenbörger, Christof Schreiber und Sebastian Wartha*
Arbeitskreis: Grundschule
63 *Cornelia Niederdrenk-Felgner*
Arbeitskreis: HochschulMathematikDidaktik
66 *Ann-Katrin Brüning, Katja Lengnink und Jürgen Roth*
Arbeitskreis: Lehr-Lern-Labore Mathematik
67 *Henrike Allmendinger und David Kollosche*
Arbeitskreis: Mathematik und Bildung
68 *Guido Pinkernell und Florian Schacht*
Arbeitskreis: Mathematikunterricht und Digitale Werkzeuge
70 *Benjamin Rott und Ana Kuzle*
Arbeitskreis: Problemlösen
72 *Anke Lindmeier*
Arbeitskreis: Psychologie und Mathematikdidaktik
76 *Philipp Ullmann*
Arbeitskreis: Stochastik
79 *Gabriella Ambrus*
Arbeitskreis: Ungarn

Tagungsberichte

81 *Gabriele Kaiser*
ISTRON-Gruppe
83 *Astrid Beckmann*
MACAS – Mathematics And Its Connections to the Arts and Sciences

Rezensionen

84 Markus Helmerich und Katja Lengnink: Einführung Mathematik Primarstufe – Geometrie
Rezensiert von Albrecht Beutelspacher
86 Neuerscheinungen im Jahr 2017
Zusammengestellt von Martin Stein und R. Weiland

Personalia

88 *Martin Winter*
Nachruf auf Antje Hoffmann

88 Die GDM/Impressum

[Fortsetzung von S. 1] dem noch ein weiterer Diskussionsbeitrag und unter „Aktivitäten" auch zwölf Interviews gewidmet sind, die im Rahmen einer von der gemeinsamen Kommission „Übergang Schule – Hochschule" initiierten Tagung zum Zentralabitur geführt wurden.

Bevor ich Ihnen eine gewohnt anregende und kontroverse Lektüre wünsche, nutze ich die Gelegenheit, mich bei einigen der vielen Personen stellvertretend zu bedanken, die mich im Rahmen meiner Schriftführung unterstützt haben. Neben den Autoren sei dabei namentlich vor allem Christoph Eyrich als Setzer und Layouter gedankt, den ich glücklicherweise von Herrn Jahnke erben durfte. Was die Adressverwaltung und das Handling der Versandrückläufer angeht habe ich neben der mich vor Ort gut unterstützenden Institutssekretärin Susanne Rauchenwald vor allem Frau Roswitha Jahnke (Geschäftsführerin des DMV) in Berlin zu danken. Nicht zuletzt möchte ich mich bei meinem Vorgänger Thomas Jahnke bedanken, der über weite Strecken noch die Rubrik „Rezensionen" betreut und nicht selten auch mit ebensolchen persönlich versorgt (und manche(n) rezensierte(n) Autor(in) und bisweilen auch den Herausgeber etwas besorgt) hat, auch er darf natürlich mit einem wie immer lesens- und bedenkenswerten Beitrag im Heft nicht fehlen, von dessen Lektüre ich Sie nun nicht weiter abhalten möchte.

Andreas Vohns

Vorwort des ersten Vorsitzenden

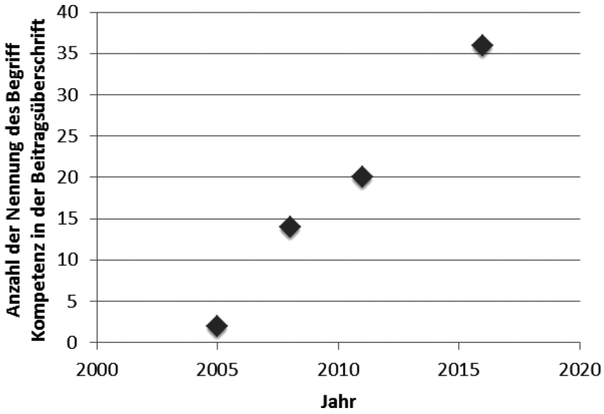
Liebe GDM-Mitglieder,

Fähigkeiten und Fertigkeiten zu besitzen, um Problemstellungen in der Mathematik lösen zu können und das auch zu wollen: Das klingt ohne zusätzliche Überlegungen nach einem sinnvollen Ziel für Schülerinnen und Schüler jeglicher Schulformen. Kürzt man den ersten Halbsatz als Kompetenz ab so wie es im ersten Zugang Wolfgang Klafki und dann insbesondere auch Franz Weinert vorgegeben haben, so wird ein Begriff daraus, der seit Beginn des Jahrhunderts in der Mathematikdidaktik, der Schuladministration und der Schulpraxis genannt, ausdifferenziert oder schlicht verwendet wurde. Kritische Stimmen zur Orientierung des Schulunterrichts an mathematischen Kompetenzen gab es von Anfang an, zum Teil bezogen auf Inhalt, zum Teil bezogen auf den mit der Kompetenzorientierung einher gehenden Wunsch, diese Kompetenzen bei Schülerinnen und Schülern in ihrer Güte zu messen.

Auf zwei Tagungen wurde und wird nun eine Art Zwischenfazit hinsichtlich der Entwicklung des Mathematikunterrichts nach Einführung der Bildungsstandards gezogen und damit auch auf die inhaltliche Kritik an der Kompetenzorientierung, die momentan deutlich hörbar ist, reagiert. Bei der einen Tagung mit dem Titel „Kompetenzorientierung und Studierfähigkeit – Ergebnisse, Kontroversen und Schlussfolgerungen" (tinyurl.com/yc7g8le9), die vom Zentrum für internationale Vergleichsstudien, dem IPN, dem IQB und der Zeitschrift schulmanagement veranstaltet wurde, ging es Ende vergangenen Jahres in Berlin zwar um die Kompetenzorientierung generell, faktisch war die Tagung allerdings sehr stark mathematisch geprägt. Die zweite, vom IQB für eingeladene Personen geplante Tagung mit dem Titel „Förderung mathematischer Kompetenzen – Rückblick und Ausblick" wird im März mit einem spezifischen Fokus auf die Mathematik wiederum in Berlin stattfinden.

Eine Randbemerkung auf der zuerst genannten Tagung, der Befürworter wie Gegner der Kompetenzorientierung zugestimmt haben, betraf die mitunter als inflationär empfundene Verwendung des Kompetenzbegriffs. Rein quantitativ ist eine Vermehrung des Kompetenzbegriffs vermutlich in allen Fachdidaktiken und der Erziehungswissenschaft und gewiss in der Mathematikdidaktik zu verzeichnen. Bei einer Zählung von vier Jahrestagungen seit 2005 sieht man einen Anstieg der Nennungen des Begriffs Kompetenz in den Überschriften der Beiträge.

Ob allein die Formulierung von Kompetenzen in nationalen Bildungsstandards den Mathematikunterricht substantiell beeinflussen kann, positiv oder negativ, kann zumindest hinterfragt werden. So ist noch aus den Zeiten der traditionellen Lehrpläne deren geringer Einfluss auf die Planung von Lehrkräften bekannt und auch aktuell wird immer wieder die noch mangelnde Durchsetzung



Ob man die Anzahl von 36 Nennungen bei rund 650 Überschriften bei der Tagung 2016 in Heidelberg als zu hoch empfindet, mag dahin gestellt sein, sie ist schlicht auch ein Ausdruck der Kompetenzformulierung in den Bildungsstandards und damit der Schaffung eines Standardbegriffs zum Lehren und Lernen von Mathematik. Qualitativ wurde in der Diskussion auf der Tagung der Kompetenzbegriff als „Vernebelungsstrategie“ (Heike Schmoll, FAZ) oder als zu umfassend das gesamte menschliche Fühlen und Handeln betreffend (Roland Reichenbach, Universität Zürich) kritisiert. Dass ein alternativer Begriff wie Bildung auch nicht einfacher zu fassen sei und es nicht auf den Begriff selbst ankomme, sondern auf das unter diesen Begriff subsumierte Konzept wurde der Kritik entgegnet (z. B. Petra Stanat, IQB). Tatsächlich kann ein Begriff ja nicht allein förderlich oder hemmend für die Entwicklung des Mathematikunterrichts sein, sondern nur dessen konkrete und für den Schulunterricht wirksame Ausgestaltung.

der Idee der Kompetenzen in der Breite berichtet. Dennoch war die Wirkung der Kompetenzorientierung Thema der Tagung in Berlin, wobei hier mit empirischen Erkenntnissen auf die Kritik an der Kompetenzorientierung reagiert werden sollte. Mit Blick auf diverse Großstudien in verschiedenen Bundesländern seit TIMSS wurde konstatiert, dass der Mathematikunterricht der gymnasialen Oberstufe seit TIMSS nachweislich seine Ziele nicht erreiche (Olaf Köller, IPN). Das sei aber eben auch schon in der TIMS-Studie offensichtlich gewesen, die vor jeglicher Kompetenzorientierung lag. Im Gegensatz zum Fach Englisch, bei dem im Anschluss an die Einführung kompetenzorientierter Bildungsstandards (aber auch der Ausbreitung von youtube und Co) die Leistungen von Schülerinnen und Schülern erheblich gestiegen sind, sei im Fach Mathematik das Bild diffuser und weder eine positive noch eine negative Wirkung der Kompetenzorientierung auszumachen. Auch mit Blick auf die nicht eindeutigen Ergebnisse, gab es in der Diskussion ein Plädoyer dafür mehr Aufwand in Veränderungsprozesse anstatt in reine Messung von Kompetenzen zu investieren (Roland Reichenbach, Universität Zürich).

Tatsächlich wurde Frage der möglichen Entwicklung von kompetenzorientierten Bildungsstandards bei dieser Tagung nur ein geringer Raum zugesprochen. Zwar wurde erwähnt, dass gut ein Jahrzehnt nach Einführung kompetenzorientierter Bildungsstandards diese auch inhaltlich auf den Prüfstand gestellt werden sollten (Thomas Riecke-Baulecke, IQSH), eine Diskussion über mögliche Ansatzpunkt zu einer Weiterentwicklung war allerdings nicht Bestandteil des Tagungskonzepts. Tatsächlich wäre aber eine konstruktive Revision der Formulierung der kompetenzorientierten Bildungsstandards ein sinnvoller Weg, der die manchmal holzschnittartige Diskussion um die Kompetenzorientierung bereichern könnte. So wäre die Energie sicher geeigneter in eine Fortentwicklung der bestehenden Bildungsstandards eingesetzt als in pauschalisierender Kritik und in deren ebenso pauschalen Abwehr. Ansatzpunkte dazu mag die oben genannte Tagung mit dem Titel "Förderung mathematischer Kompetenzen - Rückblick und Ausblickßein, bei der Vertreterinnen und Vertreter von GDM, DMV und MNU von möglichen Inhaltskatalogen über die immer wieder diskussionsträchtige Formulierung von Beispielaufgaben bis hin zu Digitalisierung oder Aus- und Fortbildung verschiedene Aspekte einer zukünftigen Entwicklung von kompetenzorientierter Bildungsstandards erörtern werden.

Ganz unabhängig davon wird der Begriff der Kompetenzen bzw. der Kompetenzorientierung vor, während und nach dieser oder weiterer Tagungen sicher in der Diskussion bleiben, was bei geeigneter Diskussionskultur auch notwendig und sinnvoll ist. Einen kleinen Eindruck erhalten Sie in diesem Heft, in dem ein Wiederabdruck von Interviews aus den Mitteilungen der DMV, in dem es um den Übergang von der Schule zur Hochschule geht. Obwohl in den Interviews direkt nach der Kompetenzorientierung gefragt wurde, wurde der Begriff der Kompetenz nicht inflationär, sondern mit drei bis vier Nennung recht sparsam verwendet. Nur ein Maximum mit 8 Nennungen in einem Interviews sticht dabei heraus, schätzen Sie vorher, welcher Beitrag das sein mag.

Andreas Eichler
(1. Vorsitzender der GDM)

Mathematics without formulas?[1]

Willi Dörfler

Introduction

Beyond the trivial observation that signs of many kinds play a central role in all mathematical activities I will give a more far reaching motivation and justification for the *relevance of semiotic theories within mathematics education.* This has to do with a widespread tendency – at least in my view – in school mathematics to marginalize mathematical operations and calculations be they arithmetical, algebraic or geometric. I will first describe the main features of that tendency and then try to point out arguments against it deriving from semiotic positions proposed by Peirce and Wittgenstein. This will also show the relevance of theories and theoretical positions for the practice of mathematical education which without such sound foundations is in danger to go astray and to follow ideological fashions.

Meaning of signs

One central task in teaching mathematics at all levels is to offer the learners the opportunity to develop and construct meaning and understanding for the respective mathematics and especially for the signs and symbols used therein. Now there is the orthodox and classic view that signs gain their meaning from the objects they stand for, which they designate. From this designation and reference also the rules for the manipulation of the signs and symbols derive and are thereby also justified. For school mathematics this conviction leads to two different ways of methodological approaches to develop meaning in mathematics education. One is of an empiricist character and the other of an idealistic one. Thereby I do not assert that all of mathematics teaching falls into one of these two categories or a combination of them. Yet, I see a strong emphasis in school on basic orientations which can be subsumed under these labels and which is to the detriment of what one could call "formal" mathematics.

Empiricist foundation

The empiricist orientation intends to convey meaning in mathematics via what one can call every day applications. The use of mathematics for describing practical and non-mathematical situations and processes and for solving the respective problems is the focus of teaching and learning and foremost of the tasks presented to the learners. In a way, one wants to import meaning into mathematics from outside of mathematics thereby possibly confounding meaning and relevance. Without those references to concrete objects the signs and symbols of mathematics (like the numerals of arithmetic or the letters of algebra) and the operations with them are said to be meaningless.

Looking at the tasks posed one can realize some other features characteristic for this approach. In many of them very little to none calculations are needed for solving the task or those can be delegated to a computer. The emphasis in the tasks is on the one hand on the process of model building and on the other hand on a variety of completely non-mathematical questions. These are concerned with economical, ecological, social or humanistic aspects or with questions from the respective context (like say biology, physics, technology, etc.). The students are urged to discuss those aspects but mostly in a way divorced from mathematics or not in need of mathematics. For sure, there are also discussions about the role played by mathematics and about the appropriateness of mathematical modelling. But for all that usually little knowledge of the mathematics is a prerequisite and calculations mostly can be avoided more or less completely.

Also more comprehensive projects are staged in the same vein which necessitate cooperation of several students. All that is not bad in itself and of course much is to be learned in this way, yet very little about mathematics itself, its notions and operations. One must also take into account the strict time constraints of school teaching to see that such an approach with a lot of discussion and group work leaves little room for anything else. *Mathematics so to say is dissolved into its applications.*

Discussing modelling

The situation is in my view even exacerbated by the phenomenon that there can be observed a further shift beyond the one described so far (from doing mathematics to using and applying it): many

[1] Manuskript eines im Rahmen des Thematic Afternoon auf dem ICME-13 in Hamburg gehaltenen Vortrags.

tasks demand not just to carry out and justify a modelling process but to focus on discussing that process itself. That again is a shift from doing to discussing or to simply talking. One even finds test items of this quality. This goes under headings like: awareness, responsibility, consciousness, ability for rational judgment. There is apparently the pedagogical conviction that one can sensibly talk about mathematics and its ramifications without having experiences with doing mathematics. And one finds the outspoken opinion that the students in school should not learn mathematics as such and its operations but learn rather about mathematics, its uses in society and the appropriateness thereof.

Ideas instead of calculations

This shift from mathematics proper to the meta-level of talk about mathematics is also significant with the second tendency which I will discuss now rather shortly. It shows itself in notions like "fundamental" ideas among which one finds: number, measure, approximation, linearity, probability, function. And similar to what we found in the empiricist context again here is a strong negligence and even disregard for the role to be played by the various mathematical sign systems and notations. The mathematical signs and symbols function only to express ideas and the latter come first, it is said; and the situation is compared to music composition where purportedly the music comes first and the score only in the hindsight denotes and communicates the former. The students must therefore be acquainted with the ideas first which can only be done in a rather loose and imprecise way.

The mathematical notations are downplayed as secondary. To understand the "big" ideas no routine or experience with mathematical operations is needed, it is assumed, and the ideas as such convey a deeper understanding of mathematics as it is possible to be attained by carrying out typical mathematical operations like solving equations, calculating an integral or devising a proof.

Truncation of mathematics

Both positions could be seen as avoiding or marginalizing the use of and the manipulation of mathematical formulas possibly in a trial to make mathematics more palatable and less frightening. But, the "formula" and its formal uses is one of the great inventions of mathematics. Thus those tendencies lead to a far reaching truncation of mathematics in the school. That this really is a kind of threat is borne out by the views of two very prominent philosophers who have devoted much of their thinking to mathematics and mathematical reasoning.

Charles Sanders Peirce

I will start with the American philosopher, logician and mathematician Charles Sanders Peirce (1839-1914) and his notions of *diagram and diagrammatical reasoning*. Of course what follows is only a very rough sketch! In Peirce diagrams are among others arithmetic and algebraic terms and formulas, equations, geometric figures, graphics, formulas of all kind, for short all relevant mathematical inscriptions or sign systems. And for all systems of (mathematical) diagrams there are rules for their manipulation which is a general form of calculation. The main assertion by Peirce now is that mathematical thinking of all kinds from simple calculations to complex proofs essentially consists in the manipulation and transformation and in the invention of diagrams which latter thereby do not express anything which is outside of the diagrams. In a pointed way Peirce says that mathematical reasoning occurs on the paper where the diagrams are written. Convincing examples show that this diagrammatic reasoning is wholly self-contained and that it lends to mathematics a great autonomy based on the structure of the diagrams and the respective operation rules. *Understanding mathematics then can and even must be equated with diagrammatic experience and fluency in diagrammatic reasoning which to a great extent is based on formulas including those of a geometric character.*

Here one realizes the gulf between the views of Peirce and the tendencies sketched above! This becomes very transparent when one looks at a draft by Peirce for a text book of elementary arithmetic which bases the learning of it on diagrammatic activities like ways of moving forth and back in the number sequence. Peirce also says that mathematical development in general and in the individual as well is constituted by the invention, construction or acquisition of systems of diagrams. To learn mathematics depends on learning diagrams and the operations with them. This also holds for the applications of mathematics where diagrams are used as signs (i.e. models) for structures outside of mathematics.

Ludwig Wittgenstein

The Austrian philosopher Ludwig Wittgenstein (1889–1951) even was more radical with regard to the central role of signs for mathematics and mathematical activities. Thereby he is concerned with mathematics proper or "pure" mathematics. Yet he says that mathematics derives importance and relevance from its every day applications but does not receive meaning from outside. *The meaning of the mathematical signs and symbols resides in their use* *within mathematics, i.e. in the manifold operations with them in calculations of all sorts and especially in proofs.* For making this view more transparent Wittgenstein has proposed the notion of a language game or more specifically for mathematics that of a sign game. In a game like chess the meaning of the figures is determined by the rules of the game and likewise the meaning of the mathematical symbols is tantamount to the operation rules and all of their consequences. Thus he says that in a mathematical argument one cannot appeal to the meaning of the terms since this meaning is only developed within mathematics. A simple conclusion would then be that learning mathematics consists in genuinely and progressively taking part in the respective sign games. More specifically, learning arithmetic means learning to calculate and solve arithmetic problems of all sort. Likewise this holds for algebra and any other part of (school) mathematics. To understand what a mathematical term means is equated with the ability to use it in a correct way, i.e. according to the respective rules for operation.

This is a strong argument for a kind of mathematical training which possibly is analogous to the training necessary for becoming a fairly good chess player: to understand chess simply consists in being able to play it well. Wittgenstein also proposes the view that the signs of mathematics do not designate given objects like numbers from which their meaning derives. Here again the analogy with chess might help: a figure of chess, say the queen, does not designate anything. Thus fundamental ideas do not by themselves elucidate the mathematical use of signs and possibly it is the other way round that the big ideas can only be understood from their instantiations within mathematics by formal models e.g. of linearity. Of course do have many mathematical sign games their genetic roots in practical problems. But they cannot be reduced to them and they always essentially transcend them. This becomes very clear already in the case of negative and of rational numbers.

Summarizing

To sum up: the positions taken by Peirce and Wittgenstein strongly oppose the current tendency to reduce or to neglect the role of symbolic mathematical activity. Even if the goal of school mathematics is rather the applications and a more general and superficial knowledge about some features of mathematics this goal will only be achievable when a genuine understanding of the mathematics involved is developed. And such an understanding according to Peirce and Wittgenstein presupposes familiarity with the mathematical diagrams and/or with the mathematical sign games. *In other words, there is no sensible mathematics without formulas.*

Willi Dörfler, Alpen-Adria-Universität Klagenfurt
Email: willi.doerfler@aau.at

„Digitale Bildung" — ein Bildungskonzept?

Horst Hischer

Kein Mensch lernt digital. Es gibt weder digitalen Unterricht noch digitale Bildung [. . .].
Ralf Lankau, 2017

Ausgangslage

„Digitalisierung" ist in aller Munde. So überboten sich in den Wochen vor der letzten Bundestagswahl viele Parteien mit oft dubios bleibenden Parolen zur Forcierung einer vorgeblich notwendigen „Digitalisierung", als deren – höflich formuliert: – bedenklichste hier *„Digital first. Bedenken second."* genannt sei.

Aber auch im Kontext von Bildung, Schule, Bildungspolitik und Didaktik finden wir – in den letzten Jahren zunehmend, nun auch bis in die tagespolitische Berichterstattung von Presse und Fernsehen hinein – Fokussierungen auf „Digitalisierung", die nun sogar Forderungen z. B. nach „Digitaler Bildung" und „Digitalem Lernen" nach sich ziehen. Und die *Gesellschaft für Didaktik der Mathematik* (GDM) hat im Juli 2017 ein Positionspapier veröffentlicht, bei dem es expressis verbis u. a. auch um „digitale Bildung" geht. [1]

Aber können denn „Bildung" und „Lernen" digital sein? Wurde das bei der Wortwahl sorgsam

[1] ojs.didaktik-der-mathematik.de/index.php/mgdm/article/view/59/205

bedacht, oder begegnen wir hier einem weiteren lockeren, quasi selbstredenden (?) Umgang mit Sprache, wie er wohl im Alltag und oft auch in der Presse üblich ist?

Was also sollen oder können Termini wie „Digitale Bildung" *bedeuten*? Und: Sind solche Bezeichnungen im erziehungswissenschaftlichen Bereich als verfehlt zurückzuweisen?

Ludwig Wittgenstein schreibt in § 43 seiner 1953 posthum veröffentlichten *Philosophischen Untersuchungen*:

> Man kann für eine *große* Klasse von Fällen der Benützung des Wortes »Bedeutung« – wenn auch nicht für *alle* Fälle seiner Benützung – dieses Wort so erklären: Die Bedeutung eines Wortes ist sein Gebrauch in der Sprache.

So sei zunächst anhand einiger Zitate aufgezeigt, wie derzeit Termini wie „Digitalisierung" und z. B. „Digitale Bildung" im *Bildungskontext* gebraucht werden. Medienpädagogische Aspekte führen dann zu einem Vorschlag, welche didaktische Rolle eine „Digitalisierung" im Rahmen von Bildung und Allgemeinbildung spielen könnte und wohl auch sollte. Dazu ist es angebracht, vorab kurz die *informationstechnische Bedeutung* von „Digitalisierung" zu erläutern, um dann Fehlinterpretationen in den Zitaten verdeutlichen zu können.

Digitalisierung und digitale Welten

Zur Wortherkunft von „digital"

„Digital" geht auf das lateinische „digitus" für „Finger" zurück. Daher bedeutet „digital" wörtlich „die (oder den) Finger betreffend", und in diesem Sinn wird das Wort in der Medizin verwendet.

Weil uns nun Finger u. a. auch dem „Abzählen" von wohlunterschiedenen Gegenständen dienen, erfuhr „digital" *im informationstechnischen Kontext* diesbezüglich eine Konkretion: Und zwar tritt „digital" als Synonym zu „diskret" auf (von lat. „discretio" für „Unterscheidung"), demgemäß mit „diskret" der kontradiktorische Gegensatz zu „kontinuierlich" bzw. „stufenlos" (oder „zusammenhängend" bzw. hier auch „analog") gemeint ist. Ganz in diesem Sinn betrachtet man in der Mathematik eine *diskrete Topologie*, bei der nur „isolierte Punkte" vorliegen, wie z. B. in $\{1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4} - \mathbf{K}\}$.

Solch eine Identifizierung von „digital" und „diskret" im informationstechnischen Kontext verweist auf ein *weites Verständnis* von „digital" (und somit auch von „Digitalisierung"), wobei es daneben auch ein *enges Verständnis* gibt.

„Digitalisierung" im weiten Verständnis

Bei Messinstrumenten bilden die Strichmarkierungen der „Ableseskala" (als endliche Menge) eine diskrete (und somit eine digitale, s. o.), nicht-injektive *Darstellung eines Ausschnitts* der kontinuierlich (also analog) gedachten „Realität" – und zwar unabhängig davon, ob das Messinstrument digital oder analog misst. Bei „Messungen" wird oftmals eine (kontinuierlich gedachte!) physikalische „Größe" (wie z. B. Länge, Spannung, ...) diskret abgetastet (und zwar durch „Rasterung" oder „Sampling"), und die so erhaltenen „Abtastwerte" werden dann durch rundende „Quantisierung" auf endlich viele vorgegebene Werte einer numerischen Skala abgebildet.

„Digitalisierung" bezeichnet dann – als eine Diskretisierung, wohlgemerkt im informationstechnischen Kontext! – sowohl den Prozess als auch das Produkt einer wie oben beschriebenen, auf Messung basierenden Transformation eines Ausschnitts einer analog bzw. kontinuierlich gedachten Welt in einen neuen zu betrachtenden „Raum": nämlich einen Ausschnitt einer diskret (also nicht-analog bzw. nicht-kontinuierlich) gedachten Welt. Dieser neue, diskrete Raum kann als eine „digitale Welt" aufgefasst werden, die dann sowohl „digital betrachtet" als auch „digital bearbeitet" werden kann.

Eine solche Digitalisierung als Transformation von physikalischen Werten aus einer (gedachten) „analogen Welt" in Werte aus einer digitalen Welt nennt man in der Audio-Technik „A/D-Wandlung", wobei es auch Rücktransformationen von einer digitalen Welt in eine analoge Welt gibt, hier also eine „D/A-Wandlung", etwa beim Abhören einer Audio-CD über Lautsprecherboxen.

„Digitalisierung" im engen Verständnis

Im informationstechnischen Kontext tritt allerdings „Digitalisierung" auch und vor allem (!) in einem engen Verständnis auf: nämlich für den *Sonderfall diskreter binärer Darstellungen*, also bei Skalen mit *binären Werten*, oft basierend auf dem Dualsystem mit dem „Alphabet" {0, 1} („binär" bedeutet in diesem Kontext: zweier Werte fähig): Das führt zu „Welten aus Nullen und Einsen", quasi als „Arbeitsgrundlage" der Computer.

Aber: In einem etwas weiteren, aber dennoch engen Verständnis von „digital" gehören hierhin neben binären Darstellungen auch auf anderen Zahlsystemen basierende, so z. B. Digitaldarstellungen im Oktal- und im Hexagesimalsystem, letztere etwa bei der Kodierung von Farbwerten in „digitalen Farbräumen" über dem Alphabet {0, 1, 2, ..., 9, A, B, C, D, E, F}. Und beispielsweise der *genetische Code* basiert auf einer quaternären Darstellung über dem Alphabet {A, C, G, T}.

Ergänzend sei nur angemerkt, dass „Digitalisierung" bei dem erwähnten Fall aus der Audiotechnik sowohl im weiten als auch im engen Verständnis auftritt.

Probleme und Fragen

Im Kontext von Bildung und Pädagogik sei in Bezug auf Transformationen von digitalen in analoge Welten (und umgekehrt) auf mögliche, insbesondere z. B. philosophische, psychologische oder auch neurologische Probleme hingewiesen – dies mit Blick auf wohl noch erforderliche analytisch-konstruktive Untersuchungen: Was bedeutet es für das Individuum, wenn die Welt zunehmend (oder gar überwiegend?) mittels neuartiger informationstechnischer Systeme digital (diskret) „wahrgenommen" wird? (Man beachte: „Wahrnehmen" bedeutet „etwas für wahr nehmen", nicht aber schon, dass es wahr ist!)

Aber rhetorisch sei gefragt: Ist das etwas Neues? Immerhin „beruht" alles irdische Leben per DNA auf dem Digitalen.

Dazu passend lässt sich fragen: Sehen wir mit unseren Augen eigentlich analog oder diskret (digital)? Denn die Netzhaut des Auges besteht aus endlich vielen Sehzellen. – Und denken wir angesichts endlicher vieler Synapsen im Gehirn analog oder diskret?

Der klassische Kinofilm besteht nicht-kontinuierlich (also digital im weiten Verständnis) aus Einzelbildern, die jeweils ein analoges Bild eines Ausschnitts der „realen" Welt darzustellen scheinen. Der klassische Kinofilm wäre damit zugleich digital und analog. Im Gegensatz dazu könnte ein heutiger digital aufgenommener Videofilm ggf. als „volldigital" angesehen werden, denn er besteht wie der klassische Film aus einer digitalen Anreihung von Einzelbildern, wobei diese Einzelbilder (genannt „frames") digitale Darstellungen je eines Ausschnitts der „realen" Welt sind.

Das führt zu folgender Frage: Sind die durch Belichtung eines lichtempfindlichen Films entstandenen Negative oder Positive eigentlich analoge Darstellungen der Realität, oder sind diese Darstellungen eher digital bzw. diskret? Wegen der Körnigkeit des Filmmaterials könnte man geneigt sein, sie als digital anzusehen, wenn auch nicht als digital im engen Verständnis.

Ergänzend sei gefragt: Was ist eigentlich eine „Digitaluhr"? Gibt es mechanisch funktionierende „Analoguhren"? Funktioniert eine Sanduhr analog oder digital? . . . ?

Die mit diesen Fragen auftretenden Probleme legen es nahe, die weiteren Betrachtungen möglichst auf ein *enges Verständnis* von „Digitalisierung" und „digital" zu fokussieren, weil es im vorliegenden Kontext vorrangig um die Bedeutung und Verwendung derartiger informationstechnischer Systeme geht.

Aktueller Gebrauch von „Digitalisierung" und „digital" im Kontext von „Bildung"

Einsatz digitaler Medien im Unterricht

Im September 2017 veröffentlichte die Bertelsmann-Stiftung den „Monitor Digitale Bildung", und hier liest man auf der Startseite, die zu einem 64 Seiten umfassenden PDF-Dokument führt: [2]

> Der „Monitor Digitale Bildung" [. . .] schafft erstmals eine umfassende und repräsentative empirische Datenbasis zum Stand des digitalisierten Lernens in den vier Bildungssektoren in Deutschland – Schule, Ausbildung, Hochschule und Weiterbildung.

Und weiter heißt es a. a. O.:

> Die Digitalisierung ist auch in den Schulen angekommen. Für den sinnvollen Einsatz im Unterricht fehlen aber vielerorts noch ausgereifte didaktische Konzepte.

Hier wird „digitale Bildung" auf den pädagogisch befremdlichen Terminus „digitalisiertes Lernen" reduziert, womit offenbar der *Einsatz* entsprechender, aktuell oft so genannter „digitaler Werkzeuge" bzw. „digitaler Medien" gemeint ist.

Ebenso wirbt die „Gesellschaft für digitale Bildung" mit dem Eingangs-Slogan *„Gemeinsam stark für die digitale Bildung"* unter der Überschrift *„Wir begleiten Sie auf dem Weg zur Tablet-Klasse"* für geeignete Ausstattungen der Schulen und bietet dazu technische Unterstützung an.[3] Unter der weiteren Überschrift *„Über uns"* werden dann Ziele und Leistungen u. a. wie folgt skizziert:

> Als Gesellschaft für digitale Bildung verstehen wir uns als Wegbereiter des modernen Unterrichts. Unser Ziel ist es, mit dem Thema „digitale Bildung" in aller Munde zu sein und einen intensiven Austausch zwischen allen Interessengruppen von der Politik über die Schulträger bis hin zu den Eltern, Lehrern und Schülern zu fördern. Ob Kindergarten, Grundschule oder Universität – der digitale Wandel hat begonnen.

Doch wer oder was „wandelt" sich hier „digital"?

Das „Netzwerk Digitale Bildung" zeigt auf seiner Startseite u. a. folgendes Textfenster:[4]

[2] www.bertelsmann-stiftung.de/de/publikationen/publikation/did/monitor-digitale-bildung-9/
[3] www.gfdb.de
[4] www.netzwerk-digitale-bildung.de

> Wie kommen Digitale Bildungslösungen in die Schulen? Wir bieten einen Überblick über verschiedene Ansätze und bieten Verantwortlichen Unterstützung an.

Was aber sind „Bildungslösungen"? Und wie kann oder soll bei der dargestellten Bedeutung von „digital" eine Lösung digital (also diskret) sein?

Unabhängig davon geht es auch hier wieder um den *Einsatz* digitaler Medien (s. o.), wie man auf derselben Seite an späterer Stelle unter der Überschrift *„Eine Schule wird digital"* liest:

> Bundesweit herrscht Aufbruchsstimmung in Sachen Digitale Bildung. Immer mehr Schulen statten ihre Klassenräume mit modernster Technik für die digitale Zusammenarbeit aus.

Hier wird „Digitale Bildung" auf die Ausstattung der Schulen *„mit modernster Technik"* und auf deren Einsatz im Unterricht reduziert. Ferner: Was soll wohl *„digitale Zusammenarbeit"* bedeuten?

Im „Netzwerk Digitale Bildung" (s. o.) wird betont, dass von der *„Vereinigung der Bayrischen Wirtschaft"* ein *„Aktionsrat Bildung"* ins Leben gerufen worden sei, und unter der dubiosen Überschrift *„Lernen muss digitaler werden"* wird dann auf ein Gutachten dieses Aktionsrates mit dem Titel *„Bildung 2030 – veränderte Welt. Fragen an die Bildungspolitik"* verwiesen, in dem *„mehr moderne Technik im Unterricht"* gefordert wird.[5]

Zwar wird (auch hier) nicht konkretisiert, was denn „Digitale Bildung" substantiell ausmacht oder ausmachen soll, aber da es expressis verbis um *„mehr moderne Technik im Unterricht"* geht, wird – aus der Perspektive und Interessenlage der Wirtschaft – wiederum (nur) der *Einsatz* entsprechender Technik im Unterricht gemeint sein.

Eine solche, vorrangig ökonomisch orientierte Auffassung von „Bildung" wird besonders deutlich an plakativen Feststellungen und Forderungen, wie sie im „Digitalen Bildungspakt" unter der Überschrift „Was wir in Zukunft brauchen?" blumig formuliert werden:[6]

> Die Digitalisierung als vierte industrielle Revolution transformiert unsere Wirtschaft und die Gesellschaft. [. . .]
> Innovative Start-ups, Großunternehmen, Mittelstand und die öffentliche Verwaltung benötigen gut ausgebildete Mitarbeiter mit herausragenden digitalen Kompetenzen, um im beschleunigten globalen Wettbewerb zu bestehen. Dann wird die heute erfolgreiche Volkswirtschaft Deutschland zur erfolgreichen digitalen Volkswirtschaft.
> Wir alle wissen: Bildung ist die Grundlage für eine erfolgreiche Gesellschaft, doch Deutschland hinkt im weltweiten Vergleich bei der digitalen Bildung hinterher. Deshalb brauchen wir jetzt einen Pakt für digitale Bildung [. . .].

Das wirkt im Kontext von Pädagogik, Didaktik und Bildungstheorie wiederum befremdlich oder gar abstoßend. Denn was sollen *„digitale Kompetenzen"* sein? Und welches merkwürdige Verständnis von „Bildung" liegt hier vor? Wo bleiben wichtige individuelle Aspekte von „Bildung" wie „Verantwortung" und „Selbstbestimmung"?

In der Website „News4Teachers – DAS BILDUNGSMAGAZIN" wird eine dpa-Pressemeldung zitiert,[7] in der in Bezug auf den o. g. *Digitalpakt* u. a. mitgeteilt wird, dass *„die Länder vom kommenden Jahr an vom Bund fünf Milliarden Euro bekommen, um die Klassenzimmer mit digitaler Technik auszustatten"*, und bis *„Ende des Jahres solle die nötige Bund-Länder-Vereinbarung erarbeitet werden. Dann soll der Digitalpakt unterrichtsreif sein."* Auch hier geht es also vor allem um die technische *Ausstattung der Schulen*. Abschließend sei angemerkt, dass in SPIEGEL ONLINE am 14. September 2017 ein „Bildungsbarometer" mit der Überschrift *„Deutsche für mehr Digitalunterricht an Grundschulen"* erschien,[8] wo u. a. mitgeteilt wird, dass die meisten Deutschen dafür plädieren würden, *„an Schulen stärker auf Digitalisierung zu setzen"*.

Die Ausführungen lassen vermuten, dass mit „Digitalisierung" ein Paket aus drei Bereichen gemeint ist: *„mindestens 30 Prozent der Unterrichtszeit für das selbständige Arbeiten am Computer"*, Vermittlung von *„Digital- und Medienkompetenzen"* (bereits in der Grundschule) und vor allem eine *„entsprechende Ausstattung der* Schulen. *So sprechen sich 80 Prozent dafür aus, dass der Bund alle Schulen mit Breitbandinternetzugang, WLAN und Computern ausstattet"*.

Dabei bleibt unklar, was die Befragten unter *„Digital- und Medienkompetenzen"* verstanden haben (ist das denn selbstredend?), sodass diese Befragung nicht sehr aussagekräftig ist. Und inhaltliche

[5] www.netzwerk-digitale-bildung.de/news/lernen-muss-digitaler-werden/
[6] http://digitaler-bildungspakt.de
[7] www.news4teachers.de/2017/08/digitales-klassenzimmer-bildungsminister-tullner-will-konzept-vorlegen/ (dpa-Pressemeldung vom 15. 8. 2017)
[8] www.spiegel.de/lebenundlernen/schule/ifo-bildungsbarometer-die-meisten-deutschen-finden-digitalisierung-positiv-a-1167615.html

Aspekte, die einen „Digitalunterricht" ausmachen könnten, fehlen völlig. Doch was hat das – immerhin in einem „Bildungsbarometer"! – noch mit „Bildung" zu tun?

Vor allem: Angesichts der eingangs skizzierten Bedeutung von „digital" würde „Digitalunterricht" einen verheerenden Beigeschmack bekommen: ein nicht zusammenhängender, also diskreter, aus isolierten Inseln bestehender Unterricht!?

„Digitalisierung" als Thema im Unterricht

Einen recht zaghaften Übergang zu auch anderen Aspekten im Kontext von „Digitalisierung und Bildung" (also nicht nur bezüglich „Digitaler Bildung") findet man z. B. in Verlautbarungen des Bundesministeriums für Forschung und Bildung (BMFB), die über den sehr einseitigen Aspekt von Einsatz und Ausstattung etwas hinausweisen.

So liest man auf einer 2017 veröffentlichten Seite mit der Überschrift „Bildung digital" u. a., dass der *„Einsatz digitaler Medien [...] kein Selbstzweck"* sei, sondern *„immer nur ein Mittel, um leichter, besser und erfolgreicher zu lernen"*. [9] Das wird dann wie folgt konkretisiert (a. a. O., vgl. auch die ausführliche Darstellung in (BMBF 2016)):

> Zu guter Bildung im 21. Jahrhundert gehören IT-Kenntnisse und der souveräne Umgang mit Technik und Risiken digitaler Kommunikation ebenso wie das Lernen mittels der vielen neuen Möglichkeiten digitaler Medien.

Und weiter heißt es näher erläuternd (a. a. O.):

> Damit die Bürgerinnen und Bürger digitale Medien verantwortungsbewusst nutzen können, bedarf es einer spezifischen „Digitalen Bildung". [...] Das Ziel digitaler Bildung ist deshalb im Kern kein anderes als das von Bildung allgemein: Sie soll Menschen befähigen, sich als selbstbestimmte Persönlichkeiten in einer sich beständig verändernden Gesellschaft zurechtzufinden und verantwortungsvoll ihre eigenen Lebensentwürfe zu verfolgen.

Hier werden mit „Verantwortungsbewusstsein" und „Selbstbestimmtheit" immerhin über den bloßen Einsatz digitaler Medien hinausgehende Aspekte einer „digitalen Bildung" angedeutet!

Erfreulich konkret wird das dann in einer Mitteilung der Bundeszentrale für politische Bildung mit einem Hinweis auf eine gemeinsam mit der Kultusministerkonferenz der Länder (KMK) veranstaltete Fachtagung am 15. November 2017 in Berlin zum Thema *„Digitale Welt als Thema in Schule und Unterricht"*. Hier liest man u. a.:[10]

> Für die „Bildung in der digitalen Welt" gewinnt neben „Lernen mit digitalen Medien" das „Lernen über digitale Medien" immer größere Bedeutung. Denn Medien sind längst nicht mehr nur Werkzeuge, sondern „digitale Akteure". Im Kontext der Digitalisierung treffen Maschinen immer mehr eigenständige Entscheidungen.
> Der mit der Digitalisierung einhergehende soziale und kulturelle Wandel der Gesellschaft stellt auch für die Schule eine Herausforderung dar und wird sie verändern. Dabei stellen sich Fragen: Wie und mit welcher Schwerpunktsetzung soll Lernen über digitale Medien in der Schule möglich werden? Wie können Digitalisierungsprozesse und ihre Auswirkungen in der Schule thematisiert werden? Welche Erfordernisse ergeben sich aus der Digitalisierung für die Aus- und Fortbildung von Lehrerinnen und Lehrern?

Bereits im Februar 2016 fand in Schloss Dagstuhl im Saarland ein von der Gesellschaft für Informatik (GI) veranstaltetes Seminar zum Thema „Bildung in der digitalen vernetzten Welt" statt, dessen Ergebnisse am 7. März 2016 in der „Dagstuhl-Erlärung" publiziert wurden. Hier wird *„Digitale Bildung"* immerhin nur als Kurzform für *„Bildung in der digitalen vernetzten Welt"* verwendet:[11]

> 1. Bildung in der digitalen vernetzten Welt (kurz: Digitale Bildung) muss aus technologischer, gesellschaftlich-kultureller und anwendungsbezogener Perspektive in den Blick genommen werden.

Durch die Trias *„technologisch, gesellschaftlich-kulturell, anwendungsbezogen"* wird hier deutlich Abschied genommen von den bisher dargestellten verkürzten Sichtweisen, die eine „digitale Bildung" nur im Kontext des *Einsatzes* entsprechender Geräte im Unterricht als Lernhilfen verorten: Vielmehr wird hier gefordert, dass etwas (noch zu Konkretisierendes) *in den Blick genommen* werden müsse, also damit zum *Unterrichtsthema* wird!

Unter der Überschrift „Digitale Kultur und Bildung" werden dann Zielsetzungen und Begründungen knapp formuliert, z. B. (a. a. O.):

> [...] Ohne Verständnis der grundlegenden Konzepte der digitalen vernetzten Welt können Bil-

9 https://www.bmbf.de/de/bildung-digital-3406.html
10 www.bpb.de/lernen/digitale-bildung/medienpaedagogik/257449/digitale-welt-als-thema-in-schule-und-unterricht
11 https://www.gi.de/aktuelles/meldungen/detailansicht/article/dagstuhl-erklaerung-bildung-in-der-digitalen-vernetzten-welt.html

> dungsprozesse heute nicht zukunftsfähig gestaltet werden.

Das passt zum Tenor des am 12. 11. 2015 publizierten, lesenswerten „Digital-Manifests“, auf das hier aus Platzgründen nicht eingegangen werden kann.[12] Und weiter heißt es in dieser Dagstuhl-Erklärung u. a. (a. a. O.):

> Kernaufgaben der Allgemeinbildung wie Förderung von Verantwortungsbewusstsein, Urteilsfähigkeit, Kreativität, Selbstbestimmtheit, Partizipation und Befähigung zur Teilnahme am Arbeitsleben stellen sich unter den veränderten Bedingungen neu. [. . .]
> Fragen nach der Digitalen Bildung betreffen auch die Nutzung von digitalen Medien als Werkzeug für das Lernen und die Schulinfrastruktur. [. . .]

Es sollte aufhorchen lassen, dass die *„Nutzung von digitalen Medien als Werkzeug für das Lernen“* hier mittels „auch“ erst zum Schluss genannt wird, also nicht – wie sonst – im Vordergrund steht!

Sodann folgen Grundsatzpositionen unter der Überschrift „Perspektiven der Digitalen Bildung“, die hier nur auszugsweise zitiert seien (a. a. O.):

> Um den Bildungsauftrag zu erfüllen und eine nachhaltige und strukturell verankerte Bildung für die digitale vernetzte Welt zu gewährleisten, müssen in der Schule daher die Erscheinungsformen der Digitalisierung unter verschiedenen Perspektiven betrachtet werden. Jede Erscheinungsform hat sowohl technologische, gesellschaftlich-kulturelle als auch anwendungsbezogene Aspekte, die sich gegenseitig beeinflussen. Daher kann nur deren gemeinsame didaktische Bearbeitung zu einer fundierten und nachhaltigen Bildung in der digitalen vernetzten Welt führen.
> Diese umfassende Betrachtungsweise geht über die bisher oftmals praktizierte, isolierte Betrachtung einzelner Aspekte hinaus. [. . .]

Die Trias dieser drei erneut genannten Perspektiven wird in der Dagstuhl-Erklärung sowohl textlich als auch graphisch dargestellt, hier genüge die textliche Version (a. a. O.):

- Die technologische Perspektive hinterfragt und bewertet die Funktionsweise der Systeme, die die digitale vernetzte Welt ausmachen. [. . .]
- Die gesellschaftlich-kulturelle Perspektive untersucht die Wechselwirkungen der digitalen vernetzten Welt mit Individuen und der Gesellschaft. [. . .]
- Die anwendungsbezogene Perspektive fokussiert auf die zielgerichtete Auswahl von Systemen und deren effektive und effiziente Nutzung zur Umsetzung individueller und kooperativer Vorhaben. Sie geht Fragen nach, wie und warum Werkzeuge ausgewählt und genutzt werden. [. . .]

Medialitätsbewusstsein als Bildungsziel

Der Terminus „Digitale Bildung“ ist zwar, wie manch anderer im Bildungsbereich, nicht glücklich gewählt (man denke an „Bildungsstandards“ und „Kompetenzen“), er wird aber wohl in Verlautbarungen der Presse, der Wirtschaft und generell in der Öffentlichkeit kaum auszurotten sein, so dass mit Blick auf Wittgenstein eigendynamisch neue, fachlich so nicht angedachte, quasi volkstümliche „Bedeutungen des Wortes“ in je gruppenbezogenen Sichtweisen entstehen bzw. schon entstanden sind.

Im Kontext von Wissenschaft ist „Digitale Bildung“ jedoch allenfalls zitierend in Anführungszeichen zu verwenden, nicht aber als wissenschaftlicher Terminus, denn „Bildung“ kann – wie skizziert – nicht „digital“ sein.

So schreibt (Lankau 2017, 25):

> *Unterricht* ist sprachlogisch an Lehrende und Lernende gebunden. Fehlt ein Part, so sind es mediengebundene Selbstlernphasen. *Bildung* ist notwendig an ein Subjekt und an ein menschliches Bewusstsein gebunden. Bildung ist weder Speicherformat noch Objekt oder messbare Größe, sondern Merkmal einer Persönlichkeit. Der vom Subjekt losgelöste Bildungsbegriff (also die digitale Bildung) hingegen ist charakteristisch für eine Definition, die sich aus der industriellen Produktion und dem Qualitätsmanagement ableitet. Die Umdeutung des Bildungsbegriffs dient alleine der Kommerzialisierung und Privatisierung öffentlicher Einrichtungen.

Insbesondere ist zu vermeiden, im wissenschaftlichen Kontext beispielsweise von „digitalem Lernen“, „digitalisiertem Lernen“, „digitalen Bildungslösungen“, „Digitalunterricht“ u. s. w. zu sprechen.

Wohl aber ist es durchaus sinnvoll, etwa von *„Digitalisierung und Bildung“* zu sprechen, wenn damit ein zu bearbeitendes didaktisches Spannungsfeld benannt wird, wie es z. B. gleichnamig im Titel

[12] www.spektrum.de/alias/dachzeile/das-digital-manifest/1376149 (Näheres dort.)

des 2017 von Silke Ladel et al. herausgegebenen Sammelbandes erscheint. Ähnlich passend findet man es in einer Einladung der GEW zu einer Tagung mit der Überschrift *„Bildung in der digitalen Welt“* (siehe GEW 2017).

Jenseits jeglicher Wortklauberei ist jedoch vor allem wichtig, was jeweils inhaltlich mit dem gemeint ist, was die verfehlte Bezeichnung „Digitale Bildung“ betrifft: Hier ist nochmals zu betonen, dass man erst dann einem mit „Digitalisierung und Bildung“ benannten Themenkreis sowohl in der Wissenschaft als auch in der Schulpraxis gerecht werden kann, wenn berücksichtigt wird, was „Bildung“ und „Allgemeinbildung“ im bildungstheoretischen Verständnis ausmacht (und das sollte auch für die Bildungspolitik gelten). Überblicksartige Darstellungen zu „Bildung“ und „Allgemeinbildung“ finden sich beispielsweise in der „Enzyklopädie“ von www.madipedia.de.

Didaktische Konzepte bezüglich „Digitalisierung und Bildung“ dürfen sich also *nicht nur* auf den *Einsatz digitaler Medien im Unterricht* mit Blick auf ein gewünschtes effektiveres Lernen beziehen. Warum? Und was sonst?

In den letzten Jahren trifft man in mathematikdidaktischen Publikationen bezüglich der Rolle des Computers und der Möglichkeiten seiner Verwendung im Unterricht zunehmend auf die Bezeichnung „digitale Werkzeuge“, und das hat sogar zur Umbenennung des früheren GDM-Arbeitskreises „Mathematikunterricht und Informatik“ geführt. Diese Umbenennung ist angesichts der Tatsache, dass hier seit Langem im Wesentlichen die *Möglichkeiten zur Verwendung des Computers* im Fokus standen, zwar nachvollziehbar, jedoch drohen bei einer Beschränkung auf diese (durchaus wichtige) Schwerpunktbildung andere Aspekte ins Abseits zu geraten.

Dabei ist zu beachten, dass solche „digitalen Werkzeuge“ aus höherer Warte gesehen *Medien* sind, genauer: *technische Medien*, speziell „Neue Medien“ (groß geschrieben, weil sie zeitlos „neu“ sind und „neu“ hier also kein Adjektiv ist). Dieser Terminus „Neue Medien“ enthält bereits immanent einen *Bildungsanspruch*, der weit über den nur instrumentellen Einsatz als „Lernhilfe“ hinausweist (siehe dazu die ausführliche Analyse in [Hischer 2016, Kapitel 3]).

Neue Medien sollten nämlich aus der *Perspektive von Allgemeinbildung* in ihrer „medialen Rolle“ *nicht nur Werkzeug* sein, sondern sie müssen *auch Unterrichtsgegenstand* werden und dabei einer kritischen Betrachtung unterzogen werden, weil wir mittels Medien „wahrnehmen“ (worin sich eine allgemeine Eigenschaft von Medien zeigt).

Das verweist auf einen Zusammenhang von „Medien“ und „Bildung“, der dann auch zu einer „Medienbildung“ führen sollte. Wagner propagiert dazu wohlbegründet *„Medialitätsbewusstsein als Bildungsziel“*, vgl. (Wagner 2016, 25):

> Das naive Vertrauen in unsere unmittelbare Wahrnehmung ist im Alltag sinnvoll, um unsere Handlungsfähigkeit sicherzustellen. Der reflektierte Umgang mit Medien erfordert jedoch Medialitätsbewusstsein, da wir hier mit Konstruktionen von Wirklichkeit konfrontiert werden, die über unsere Wahrnehmungsmöglichkeiten hinausgehen bzw. sich grundsätzlich davon unterscheiden. Die Vermittlung von Medialitätsbewusstsein zielt auf die Einsicht, dass Medien nie Wirklichkeit, sondern nur jeweils medienspezifisch konstruierte und inszenierte Wirklichkeitsausschnitte liefern. Dabei geht es nicht um Abweichungen der „Medienrealität“ von der „Realität“, sondern um die jeweils spezifischen medialen Zugänge zur „Realität“.

Wagners Feststellung, dass *„Medien nie Wirklichkeit, sondern nur jeweils medienspezifisch konstruierte und inszenierte Wirklichkeitsausschnitte liefern“*, verdient im Kontext des Einsatzes digitaler Werkzeuge ganz besonders pädagogische Beachtung – sowohl im Unterricht als auch darüber hinaus im Alltag und im Beruf. Wagner bezieht sich hier u. a. auf Empfehlungen des Wissenschaftsrats, wo auch „Medialität“ definiert wird (vgl. [Wissenschaftsrat 2007, 76]):

> Medialitätsforschung reflektiert ihre Gegenstände im Hinblick auf deren Medialität, d. h. sie fragt nach dem konstitutiven Anteil der Medien an der Generierung, Speicherung und Übermittlung von Information und Wissen, sie fragt – anders formuliert – danach, wie Medien dazu beitragen, das mit zu schaffen, was sie bloß zu vermitteln scheinen.

Das alles passt vorzüglich zur *Trias der Dagstuhl-Erklärung* mit den drei dort so genannten „Perspektiven“, wie sie ähnlich und allgemeiner im Konzept einer auch auf den Mathematikunterricht bezogenen „Medienbildung“ vorliegen. Dort wird zwischen den drei die *Medienpädagogik* konstituierenden Schwerpunkten *Medienmethodik* (früher „Mediendidaktik“ genannt), *Medienkunde* und *Medienreflexion* unterschieden, siehe (Hischer 2013) und (Hischer 2016):

> **Medienmethodik** befasst sich mit den *Funktionen und Wirkungen von Medien in Lehr- und Lernprozessen* mit dem Ziel der *Förderung des Lernens durch geeignete* Gestaltung und methodisch wirksame Verwendung von Medien als *„Lernumgebungen“*.

Hier erscheint also „Medium“ als methodisch und situativ begründetes und so fungierendes *Unterrichtsmittel*. Damit werden zunächst – wie üblich –

Medien im engeren Sinn erfasst, zu denen „digitale Werkzeuge“ als „Neue Medien“ gehören. Zugleich werden hier aber mit Bezug auf die bei Wagner erwähnte „Medialität“ darüber hinaus *Medien im weiteren* Sinn erfasst, wozu dann z. B. auch die Lehrpersonen selber gehören – und sogar die Mathematik erweist sich aufgrund ihrer besonderen Sichtweise auf die Welt als ein Medium!

> **Medienkunde** betrifft – gemäß den Möglichkeiten der jeweiligen Unterrichtsfächer – die Vermittlung von Kenntnissen über (ggf. auch technische) *Grundlagen und Grundstrukturen* allgemeinbildungsrelevanter Medien unter Einschluss ihrer historischen Entwicklung. Hierzu gehört auch eine angemessene Vermittlung von *Fähigkeiten und Fertigkeiten im Umgang* mit solchen Medien zwecks Erwerbs praktischer Erfahrungen.

Hier steht also *nicht* mehr nur der (im Sinne von *Medienmethodik*) unterrichtsmethodisch begründete Einsatz von Medien zwecks Verbesserung oder Erleichterung des Erreichens bestimmter Unterrichtsziele im Fokus, sondern die Aufmerksamkeit gilt dem *vertiefenden Verständnis* der Medien und einem *pragmatischen Umgang* mit ihnen. Und dieses Verständnis schließt z. B. bei Neuen Medien grundlegende Einsichten in deren Funktionsweise und ihre Grenzen ein, womit insbesondere auch die MINT-Fächer gefragt sind.

> **Medienreflexion** soll zu einer *reflektierten* bzw. *reflektierenden und kritischen Haltung* gegenüber (allgemeinbildungsrelevanten) Medien und zu einem verantwortungsvollen Umgang mit ihnen anleiten.

Auch dieser Aspekt ist *medienpädagogisch bedeutsam*, denn er geht einerseits über den „nur“ unterrichtsmethodisch bedingten *Einsatz* von Medien im Sinne medienmethodischer Aspekte weit hinaus, andererseits auch weit hinaus über „nur“ medienkundliche Aspekte des Kennenlernens und Handhabens etwa technischer Medien und des Erkundens und Verstehens ihrer mathematisch-informaischen Funktionsweise:

> Denn bei der *Medienreflexion* liegt die Betonung auf einer *kritischen Reflexion* der Bedeutung von Medien für das Individuum und die Gesellschaft (so etwa bezüglich ihrer *Möglichkeiten zur „Wahrnehmung“*), was zugleich – wie skizziert – *verantwortungsethische Aspekte* einschließt.

Die nachfolgende Abbildung symbolisiert alles zusammenfassend. Zugleich wird die *bisherige* schwerpunktmäßige *Bedeutung Neuer Medien in der Mathematikdidaktik* kritisch betont: Damit ist gemeint, dass Neue Medien in Bezug auf den Mathematikunterricht seit den 1970er Jahren vor allem im *medienmethodischen* Kontext (also bezüglich des „Computereinsatzes“) thematisiert wurden, dass jedoch medienkundliche Aspekte nur eine nachgeordnete Rolle spielten und dass schließlich medienreflektierende Aspekte fast gar nicht auftraten.

Eine vertiefende Betrachtung zeigt, dass es (zumindest) *zwei didaktische Perspektiven* gibt, unter denen (auch Neue) Medien erscheinen: ihre *fachdidaktischen* und ihre *medienpädagogischen* Rollen:

- **fachdidaktische Rollen**: Medien als *Unterrichtsmittel* oder *Unterrichtsthema*.
- **medienpädagogische Rollen**: Medien in *medienmethodischer*, *medienkundlicher* oder *medienreflektierender Sicht*.

Sowohl diese fachdidaktischen Rollen als auch die medienpädagogischen Rollen sind jeweils *nicht trennscharf*. Sie sollen Wagners Forderung von *„Medialitätsbewusstsein als Bildungsziel* theoretisch und praktisch *begleitend* beschreiben helfen. Dazu sei erläuternd bzw. z. T. wiederholend ergänzt:

1. *Medialität* bezieht sich auf den konstitutiven Anteil der Medien an der Generierung, Speicherung und Übermittlung von Information und Wissen.
2. *Medialitätsbewusstsein* soll die Aufmerksamkeit auf Medien als *Werkzeugen zur Weltaneignung* lenken, durch die unsere Zugänge zur Welt erweitert und verändert werden.
3. Die Vermittlung von Medialitätsbewusstsein zielt auf die Einsicht, dass Medien *nie Wirklichkeit*, sondern nur jeweils *medienspezifisch konstruierte und inszenierte Wirklichkeitsausschnitte* liefern.
4. Medien sollten auch dann als Gegenstand von Medialitätsbewusstsein in den Blick genommen

werden, wenn sie in Lehr- und Lernzusammenhängen nur als didaktische Mittler eingesetzt werden.
5. Die Vermittlung von Medialitätsbewusstsein betrifft alle Formen der Mediennutzung und -anwendung und ist im schulischen Kontext *für alle Fächer relevant*.
6. Mit der Forderung nach Vermittlung von Medialitätsbewusstsein wird kein *Auftrag von außen an Schule und Unterricht* herangetragen.

Ein pragmatischer Einstieg in ein solches Bildungskonzept könnte z. B. darin bestehen, dass zunächst „übliche" technische Medien (wie Neue Medien) *medienpädagogisch* als *Unterrichtsmittel* eingesetzt werden (z. B. Funktionenplotter), um dann *medienkundlich* zum *Unterrichtsgegenstand* zu werden – und dann aber auch ggf. *medienreflektierend*.

Mit Blick auf *Medialitätsbewusstsein* als einem übergeordneten Ziel sollte dabei ein situativ entstehendes Nachdenklichsein bei den Schülerinnen und Schülern ernst genommen werden – bzw. ist dafür sogar provozierend *Raum* zu geben, damit eine solche Nachdenklichkeit erst entstehen kann.

Eine solche „Unterrichtskultur" kann dann eine Keimzelle für künftige weitere Akzentuierungen des Unterrichts im Sinne von Medienbildung unter immanentem Einschluss der Entwicklung von Medialitätsbewusstsein werden. Ein Beispiel möge dies exemplarisch andeuten, mehr dazu in (Hischer 2016).

Ein Beispiel

Funktionenplottern kommt beim Einsatz digitaler Medien im Mathematikunterricht große Bedeutung zu. Sie stehen seit Ende der 1980er Jahre in immer leistungsfähigerer Form zur Verfügung, sei es als eigenständige Werkzeuge, als Beigabe zu CAS, als Anwendung von Tabellenkalkulationssystemen oder von manchen Geometrieprogrammen oder in kombinierten Werkzeugen wie z. B. GeoGebra.

Doch warum sollten Funktionenplotter als mittlerweile selbstverständliche Werkzeuge im Rahmen der hier skizzierten medienpädagogischen Aspekte und im Kontext von „Medialitätsbewusstsein" überhaupt erwähnenswert sein? Was gibt es hierzu im Mathematikunterricht über den pragmatischen Einsatz hinaus zu erkunden und zu reflektieren, so dass es noch (oder sogar gerade!?) in den Mathematikunterricht hineingehört?

So sollte im Unterricht (hoffentlich) die Frage entstehen bzw. zumindest provoziert werden, wie denn ein Funktionenplotter eigentlich das macht, was man dann sieht. Wie „arbeitet" er?

Zunächst wird man erkennen, dass zwischen *termbasierten* (etwa bei einem CAS) und *punktbasierten* (bei Tabellenkalkulationsystemen) Funktionenplottern zu unterscheiden ist. Letztere interpolieren „irgendwie" (was die Hersteller nicht verraten) die eingegebenen Punktkoordinaten, und erstere setzen einen Funktionsterm voraus. Solche termbasierten Plotter seien nun betrachtet:

So lässt sich plausibel vermuten, dass der Funktionenplotter (als Programm) zu dem angegebenen Term und dem gewünschten Ausschnitt des Koordinatensystems rechnerintern eine Wertetabelle anlegt und daraus dann Koordinaten für endlich viele „Bildschirmpunkte" errechnet, die als „Pixel" einen Ausschnitt des Funktionsgraphen zeigen, den man „Funktionsplot" nennt.

Eine solche Betrachtung bietet die Gelegenheit, die für eine Digitalisierung typischen – auch hier auftretenden – Prozesse wie „Rasterung" (bzw. „Abtastung" oder „Sampling") und „Quantisierung" in ihren Grundprinzipien zu erörtern, was dann auch die prinzipielle Arbeitsweise etwa von Scannern und anderen digitalisierenden Instrumenten verständlich machen kann.

Das wäre also – neben einer verständigen, sachbezogenen Handhabung von Funktionenplottern – ein weiterer wichtiger Aspekt der *Medienkunde*.

Aber was sehen wir eigentlich auf dem Bildschirm? Ist es *der* (?) Funktionsgraph zu dem eingegebenen Funktionsterm? Was ist eigentlich ein Funktionsgraph? Ist denn ein händisch gezeichnetes Bild nicht etwa auch ein Funktionsgraph? Kann denn eine Funktion zu einem vorgegebenen Koordinaenausschnitt verschiedene Graphen haben?

Es bedarf also einer Definition, und in der Mathematik ist der *Funktionsgraph* zu einer Funktion f die Menge aller Paare $\big(x, f(x)\big)$ – also so bezeichneten „Punkten" – mit x aus einem gegebenen *Definitionsbereich*.

Schon sehen wir, dass sowohl jedes händisch gezeichnete Bild als auch jeder Funktionsplot nicht schon ein Funktionsgraph einer gegebenen Funktion ist, sondern dass dies nur (unterschiedliche) *Darstellungen* eines solchen sind. Das sollte dazu führen, den althergebrachten Terminus „Schaubild" wiederbelebend für das zu nehmen, was wir sehen und was beim Funktionenplotter stets aus endlich vielen (!) „Punkten" besteht.

Erkenntnis: Einen *Funktionsgraphen* können wir eigentlich *nur denken* („vorstellen") und ihn uns mit Hilfe von „Schaubildern" (auf unterschiedliche Weise und in unterschiedlicher „Qualität") *nur veranschaulichen*, also *darstellen*.

Ein Schaubild ist also *eine* Darstellung *des* (nur gedachten) Funktionsgraphen – wir müssen also zwischen *Darstellung* und *Vorstellung* unterscheiden!

So zeigt sich, dass medienkundliche und medienreflektierende Betrachtungen von Funktionenplottern zu *vertieften mathematischen Einsichten* führen können. Und in Bezug auf „Medialitätsbewusstsein" sei ergänzt, dass Funktionenplotter durch *Aliasing* auch *falsche Bilder* (also kein Schaubild, oder doch?) liefern können, vgl. (Hischer 2016, 152 ff.) – können wir Neuen Medien trauen?

Das alles kann und muss dann zu *„reflektierter bzw. reflektierender, kritischer Haltung gegenüber Medien und zu verantwortungsvollem Umgang mit ihnen"* führen und so einen Beitrag zur Medienreflexion liefern.

Fazit

Mathematik findet „eigentlich" grundsätzlich immer im Kopf statt; Papier, Bleistift, Zirkel, Lineal, Computer, Bildschirm usw. liefern dabei nur *„medienspezifisch konstruierte und inszenierte Wirklichkeitsausschnitte"* und zugleich Visualisierungen und also nur „Darstellungen" der eigentlich nur gedachten bzw. denkbaren mathematischen Situationen, die wir uns subjektiv „vorstellen".

Neue Medien bieten nun besondere Möglichkeiten, dieses deutlich werden zu lassen, indem *Prozesse der Digitalisierung* nicht nur unter medienmethodischen Aspekten des Einsatzes „digitaler Werkzeuge" als „moderne" Lernhilfe von den Schülerinnen und Schülern wahrgenommen werden (können).

Die vielfältigen Bemühungen und Vorschläge seitens der Didaktik der Mathematik, sinnvolle Möglichkeiten des Einsatzes Neuer Medien im Unterricht zu erörtern, werden damit aber keinesfalls abgewertet, sie sind jedoch für sich genommen noch nicht ausreichend angesichts der mit der „Digitalisierung" vieler Lebensbereiche verbundenen Möglichkeiten und Probleme im Sinne von *Allgemeinbildung* (vgl. madipedia.de), nämlich einer

> *Bildung für alle,*
> *Bildung im Medium des Allgemeinen,*
> *Bildung in allen Grunddimensionen menschlicher Interessen und Fähigkeiten.*

Wenn der Bereich *„Digitalisierung und Bildung"* dem mit dieser Bezeichnung verbundenen Anspruch gerecht werden will, sind *neben medienmethodischen* Aspekten notwendig *auch medienkundliche* und *medienreflektierende* zu berücksichtigen, um so zugleich die durch „Medialitätsbewusstsein als Bildungsziel" charakterisierte Forderung anpeilen und vor allem auch erreichen zu können.

Die verfehlte Bezeichnung „digitale Bildung" ist im wissenschaftlichen Kontext zu vermeiden. Sollte man jedoch davon nicht ablassen können, so darf sie inhaltlich nicht auf den *Einsatz* digitaler Medien reduziert werden.

Literatur

BMBF (2016) (Bundesministerium für Bildung und Forschung, Referat Digitaler Wandel in der Bildung): *Bildungsoffensive für die digitale Wissensgesellschaft.* Berlin: Oktober 2016. www.bmbf.de/pub/Bildungsoffensive_fuer_die_digitale_Wissensgesellschaft.pdf

GEW (2017) (Gewerkschaft Erziehung und Wissenschaft): SCHULE 4.0. BILDUNG IN DER DIGITALEN WELT. https://sae23945a5d80fda4.jimcontent.com/download/version/1508495755/module/11219786598/name/GEW_-_P%C3%A4Wo_2017.pdf

Hischer, Horst (2013): Zum Einfluss der Informatik auf die Mathematikdidaktik. Weiterhin nur Computereinsatz und noch immer keine Medienbildung? In: *Mitteilungen der Gesellschaft für Didaktik der Mathematik*, Heft 95, Juli 2013, 15–24.

— (2016): *Mathematik – Medien – Bildung. Medialitätsbewusstsein als Bildungsziel: Theorie und Beispie*le. Wiesbaden: Springer Spektrum.

Ladel, Silke & Knopf, Julia & Weinberger, Armin (Hrsg.) (2017): *Digitalisierung und Bildung*. Wiesbaden: Springer Spektrum.

Lankau, Ralf (2017): *Kein Mensch lernt digital*. Weinheim/Basel: Beltz.

Wagner, Wolf-Rüdiger (2016): Medialitätsbewusstsein als Ziel von Medienbildung. In: *Mitteilungen der Gesellschaft für Didaktik der Mathematik*, Heft 10, Februar 2016, 24–30.

Wissenschaftsrat (2007): *Empfehlungen zur Weiterentwicklung der Kommunikations- und Medienwissenschaften in Deutschland.* Oldenburg, 25. Mai 2007. www.wissenschaftsrat.de/download/archiv/7901-07.pdf

Alle angegebenen Web-Links waren am 18. 11. 2017 gültig.

Horst Hischer, Universität des Saarlandes
Email: hischer@math.uni-sb.de

Von Dilettantinnen und Methodisten

Paralipomena zu mathematikdidaktischen Dissertationen

Thomas Jahnke

Gegenstand und Notwendigkeit der Wissenschafts-Philosophie

In Zeiten volatiler und diversifizierter Forschungsrichtungen in der Mathematikdidaktik wird es notwendig und dringlich, grundsätzliche Fragen an diese Disziplin zu stellen, wie sie etwa Peter Janich in einem Interview mit der Oberhessischen Presse am 13. April 2016 zur Charakterisierung der Wissenschafts-Philosophie aufwirft:

> Sie reflektiert auf das, was Wissenschaftler tun. Sie analysiert deren Sprache und Methoden und fragt nachträglich: Erfüllen die Ergebnisse die erhobenen Geltungsansprüche? Die Wissenschaftsphilosophie hat vor allem Fragen zu klären wie „Was ist Wissenschaft?", „Was zeichnet die Geltung ihrer Aussagen in verschiedenen Fächern aus?", „Was bedeuten ihre Erkenntnisse für das Bild von Mensch und Welt?"

Der Begriff Geltung ist allerdings naturwissenschaftlich, wenn nicht gar mathematisch konnotiert und grenzt tendenziell geisteswissenschaftliche Forschung(sergebnisse) thesenhaften Charakters aus, die wohl Ursprung und Grund der Bezeichnung ‚Verteidigung' im Rahmen eines Promotionsverfahrens waren. Solcher Ausgrenzung wollen wir uns hier nicht anschließen.

‚Dilettant'

> Ein **Dilettant** (italienisch *dilettare* aus lateinisch *delectare* „sich erfreuen", „ergötzen") ist ein Liebhaber einer Kunst oder Wissenschaft, der sich ohne schulmäßige Ausbildung und nicht berufsmäßig damit beschäftigt. Als Amateur oder Laie übt er eine Sache um ihrer selbst willen aus, also aus Interesse, Vergnügen oder Leidenschaft und unterscheidet sich somit von einem Fachmann. Dabei kann er vollendete Kenntnisse und Fertigkeiten erlangt haben; solange er die Tätigkeit nicht beruflich bzw. für seinen Lebensunterhalt ausübt oder eine anerkannte einschlägige Ausbildung absolviert hat, gilt er als Dilettant. (Freie Enzyklopädie WIKIPEDIA)
>
> Der Begriff wurde 1774 eingedeutscht und hatte rd. für ein Jh. diese positive Bedeutung, dann erhielt er den Nebensinn des ‚Halbwissers'. – **Dilettantismus**, die Art solcher Beschäftigung mit dem Hang zur Ungründlichkeit. (Brockhaus Enzyklopädie in 24 Bänden, 1988).

Ein bekanntes Beispiel ist etwa der Mediziner Carl Gustav Carus (*3. Januar 1789 in Leipzig; †28. Juli 1869 in Dresden), der als Maler-Dilettant – von hohem Niveau – bezeichnet wird. Als begriffliches Gegenüber zu ‚dilettantisch' könnte man in den folgenden Thesen ‚fachkundig' setzen.

Vorweg: da meine Überlegungen systematischer Natur sind, nenne ich weder Namen noch Ausnahmen. Ferner sind diese Überlegungen in gewissem Sinne nicht ‚jugendfrei', da die hoffnungsfrohen Aspirantinnen und Aspiranten die Verhältnisse, in die sie hineinwachsen, kaum beeinflussen können, in der Regel wohl nicht einmal überschauen.

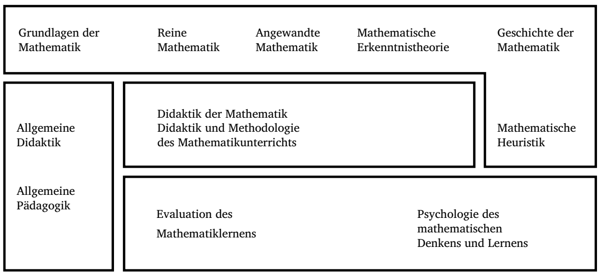
These 1: Die Promovendin und der Promovend in der Mathematikdidaktik sind in der Regel auf diesem Gebiet Dilettanten

Lehramtsstudienordnungen sehen für die Didaktik der Mathematik 8 bis 10 Semesterwochenstunden vor. Es ist kaum denkbar, dass man in anderen Disziplinen wie etwa Mathematik, Physik, Jura, Theologie oder Germanistik nach einem Studium dieses zeitlichen Umfangs promovieren kann. In der Mathematikdidaktik geschieht das. Der Dilettantismus solcher grund-losen Forschung wird möglicherweise sogar noch durch die rigiden Zeitvorgaben eines Dissertationsstipendiums o. ä. erzwungen. Gegenüber (den Ergebnissen von) Dissertationen, die einschließlich ihres Vorlaufs in weniger als fünf bis sechs Jahren erarbeitet und abgeschlossen wurden, sollte man daher eher misstrauisch sein.

In den Anfängen der Mathematikdidaktik als akademischer Disziplin charakterisierte Heinz Griesel sie folgendermaßen:

> Didaktik der Mathematik ist die Wissenschaft von der Entwicklung praktikabler Kurse für das Lernen im Bereich Mathematik sowie der praktischen Durchführung und empirischen Überprüfung der Kurse einschließlich der Überlegungen zur Zielsetzung der Kurse und der Stoffauswahl. (Zitiert nach Wittmann 1981, S. 1).

Laut Wittmann (1981, S. 1) sahen Kaufman und Steiner (1969) die ‚Stellung' der Mathematikdidaktik ‚im Feld etablierter Wissenschaften' so:



Wie in diesem Tableau zu sehen, war die Mathematik Fundament und wesentlicher Anker der Mathematikdidaktik in ihren ersten Jahrzehnten, angereichert durch Rückgriffe auf Pädagogik und Psychologie. Die Gegenstände, die Breite, die Sichtweisen mathematikdidaktischer Untersuchungen haben seither wesentlich zugenommen. Diverse Wissenschaften, Theorien und Methoden (s. u.!) wurden und werden herangezogen, für die ich hier nur eine kleine Auswahl – in der Regel findet sich schon in jeder einzelnen Dissertation weit mehr Angaben – einige namhafte und einige weniger bekannte Autorinnen und Autoren als ‚wissenschaftliche Helferinnen und Helfer' nenne, denen ich in jüngsten Arbeiten begegnet bin:

> Adorno, Bernfeld, Bernstein, Foucault, Habermas, Heinrich, Kant, Luhmann, Minksi, Oevermann, Popper, Schnotz, Schopenhauer, Weber, Ziem.

These 2:
Die Promovendin und der Promovend in der Mathematikdidaktik sind in der Regel Dilettanten in den herangezogenen „Hilfswissenschaften"

Sie haben die in ihrer Dissertation herangezogenen und inkorporierten Hilfswissenschaften in der Regel nicht studiert, mögen eine ihnen entlehnte ‚Hilfs'-theorie verstanden und sinnig eingesetzt haben, ohne aber deren Umfeld tatsächlich zu kennen und beurteilen zu können. Mutatis mutandis und mit einer nicht unproblematischen Assoziation zu einer medizinische Technik kann man dazu ‚hilfsweise' anmerken:

> So groß der Segen der Schlüssellochchirurgie für den Patienten auch ist, die Arbeit des Arztes erleichtert sie nicht. Das gilt auch für die Anfang der 1990er Jahre etablierte Laparoskopie, also die minimalinvasive Bauchoperation. Denn der Chirurg erfasst nicht mehr das ganze Operationsfeld, sondern nur noch einen kreisförmigen, flächig wirkenden Ausschnitt. Zudem fehlt ihm nun die Möglichkeit, unter Geweben verborgene Strukturen zu ertasten, sei es, um sich zu orientieren, sei es, um sie nicht zu verletzen. (Quelle: Peter Karl Weber www.spektrum.de/magazin/den-tunnelblickerweitern/828902)

Warum wird der Schlüssellochblick solcher Forschung nicht erkannt und in seiner Beschränktheit diskutiert? Die ausbleibende Kritik an den schriftlichen Folgen der zweiten These könnte durch eine dritte evoziert sein.

These 3:
Die Gutachterin und der Gutachter in der Mathematikdidaktik sind in der Regel ebenfalls Dilettanten in den herangezogenen „Hilfswissenschaften"

Die Hinzuziehung einer in den Hilfswissenschaften fachkundigen Gutachterin ist risikoreich, sie könnte die Schlüssellochperspektive kritisieren, beanstanden oder gar verwerfen und so das Promotionsverfahren gefährden. Dies lässt sich einfach und ‚fachintern' durch die Wahl von Jurorinnen umgehen, die den herangezogenen „Hilfswissenschaften" noch ferner stehen als die Promovendin und ihre Betreuerin, dies aber kaum bekunden werden, sondern möglicherweise im Gegenteil, ihren Mangel an Fachkunde hinter lobenden Beurteilungen verbergen.

Andeutung misslicher Folgen des Forschungsdilettantismus

Mögliche Konsequenzen solcher Dissertations- und Forschungspraktiken sind sowohl für die Disziplin als auch für die involvierten Personen gravierend.

- Die wünschenswerte trans- und interdisziplinäre Anreicherung der Mathematikdidaktik gerät zu einer dilettantischen Adaption von Standby-Theorien, deren Lebensdauer und Gebrauchswert für die Mathematikdidaktik kaum über die vorgelegte Inauguralarbeit hinausreicht und mit ihrer Begutachtung (zumeist großes Lob des ‚innovativen Vorgehens') ihr Ende findet.
- Statt eines vielfältigen und vielseitigen disziplinären Corpus mathematikdidaktischer Theorien und Metatheorien, die sich aufeinander beziehen (oder zumindest voneinander wissen) und eine disziplinäre Geschichtlichkeit generieren, transportieren und perpetuieren, entsteht eine Halde von Halb-Theorien, die vorwiegend nur sich selbst kennen, um darauf wieder vergessen zu werden.
- Der Schlüssellochblick ermöglicht lokalen Tiefgang, der sich aber widerspruchslos mit einer globalen Ahnungslosigkeit paaren kann, was sowohl für die Forschung wie für die Lehre eine schlechte, ja verheerende Grundlage wäre.

- Eine Professorenschaft, wie sie (der erklärte Nicht-Akademiker) Michel Houellebecq in seinem Roman ‚Unterwerfung' imaginiert, deren Mitglieder in ihrer Dissertation vor Jahren oder Jahrzehnten einmal eine seinerzeit interessante oder abseitige Spezialthematik behandelten und so eine Theorienische besetzten, der wenig Substantielles folgte, scheint vorstellbar.

Diese Momente bestärken sich gegenseitig.

Methodismus

In und wegen seiner Orientierungslosigkeit bedient sich der Dilettant gern einer Methode. Um es vorsätzlich übertrieben zu formulieren: in jeder zweiten Dissertation in der Mathematikdidaktik der letzten zwei, drei Jahrzehnte wird eine neue Methode nebst einer beeindruckenden Terminologie in diese Disziplin ‚eingeführt', gern aus dem Vorrat angelsächsischer Pädagogik oder Psychologie, ausgewalzt und dem staunenden Publikum vorbuchstabiert und demonstriert. Wenig später ist von der Methode jenseits der Dissertation keine Rede mehr; sie hatte möglicherweise im deutschen oder dem fachlichen Sprachraum einen Neuigkeitswert und war gut zum Promovieren, aber ‚das war's dann auch'.

Der Dreisprung (1) Forschungsfrage, (2) Methode und (3) Ergebnisse entwirft ein naives, mechanisches Zerrbild von dem, was Forschung eigentlich sein kann und soll. Was ist oder soll eine Methode? Allgemein lässt sich diese Frage wohl nur mit Hilfe der Wissenschaftsphilosophie bearbeiten. Aber lokal und auf die Disziplin bezogen ließe sich doch auch in der einzelnen Arbeit und deren fachlicher Einbettung nach dem Status der benutzten Methode fragen. Ist sie

- ein Korsett des Denkens
- eine Denkschablone
- eine Denkgerüst
- einer Formel vergleichbar
- vorgeformtes Denken oder gar
- vorgeformte Erkenntnis?

Möglicherweise wird die Methode auch durch ihr Resultat legitimiert. Jedenfalls soll eine Methode Sicherheit geben, hilfreich sein und in nahezu auto-mechanischer Weise ergebnisfördernd. Für Hardcore-Methodiker und -Methodistinnen, die ein solches Denkkorsett für den essentiellen Garanten von Wissenschaftlichkeit halten, schließt und versiegelt sich der Zirkel dann mit:

These 4:
Nur Dilettanten sind echte Wissenschaftler

Man will seine Ergebnisse mit einer Methode gleichsam dingfest machen. Man scheint dem eigenen, freien Denken nicht mehr zu trauen; wissenschaftlich scheint nur noch das 'Methodisch-Kontrollierte' (Gadamer) zu sein: mit der Methode gebiert es Erkenntnisse, die ohne sie gar nicht formulierbar scheinen und ohne sie haltlos und seltsam erratisch in sich zusammensacken.

Nicht-hinterfragte Methodisierung drängt zu

- Begriffs- und Argumentations‚sekten'
- Bereichsabschottung
- Kleinräumigkeit
- leeren Begriffen und Aussagen (Beispiel: intermediäres Niveau)
- Beliebigkeit und Affirmation

und lässt vermissen:

- Kritisches Potential
- Bewusstsein des Ganzen und
- eigenes Denken.

Vielleicht will man in der Mathematikdidaktik Glanz, Härte und Sicherheit in der Art und Geltung naturwissenschaftlicher Erkenntnisse methodisch herbeiforschen, ohne zu bemerken, dass dabei die Grundlagen geisteswissenschaftlicher Forschung zerbröseln, man sie achtlos und dem Zeitgeist folgend zur Disposition stellt:

> Ich glaube nicht, dass es irgendeine relevante Wahrheit [...] gibt, die nicht auch mit dem Risiko verbunden wäre, dass sie falsch sein kann, dass sie daneben gelingen kann; und ein Denken, das nicht diesem Risiko sich aussetzt, und eine Wissenschaft, die nicht diesem Risiko sich aussetzt, von der würde ich sagen, dass sie von vornherein eigentlich ganz leer ist und hinter dem Begriff von Wissenschaft, den man einmal gehabt hat, weit und im regressiven Sinn einer angestelltenhaften Technik gänzlich zurückbleibt.
>
> (Th. W. Adorno: *Einleitung in die Soziologie*. Suhrkamp Verlag. Frankfurt 1993, S. 131/2)

Thomas Jahnke, Universität Potsdam
Email: jahnke@uni-potsdam.de

Zu den KMK-Standards im Fach Mathematik

Exemplarische Analyse einer Beispielaufgabe für ein bundesweites Zentralabitur

Wolfgang Kühnel, Dieter Remus und Sebastian Walcher

1 Einleitung

Die Unterrichts- und Prüfungskultur im Fach Mathematik in der Sekundarstufe II der weiterführenden Schulen in Deutschland hat sich in den letzten Jahren grundlegend gewandelt. Manifestiert wird dies insbesondere durch eine Fokussierung auf Kompetenzorientierung in den gemeinsamen Standards, welche die KMK im Jahre 2012 beschlossen hat. Von einer Reihe von Lehrenden an Schulen und Hochschulen wird auch Kritik an der Reform und ihren Folgen geäußert. Hier soll es aber nicht um eine Kritik an den Bildungsstandards gehen, sondern um eine solche an deren Auswirkungen auf Abituraufgaben. Zu Details konkreter Aufgaben scheint die didaktische Fachliteratur eher etwas mager zu sein, selbst vor dem Hintergrund des geplanten (deutschen) bundeseinheitlichen Zentralabiturs. Die dennoch in Gang gekommene Diskussion über Abituraufgaben erweist sich dabei auch deshalb zum Teil als schwierig, weil schon die Vorgehensweise strittig sein kann. So wurde einer ausführlichen Kritik einiger Jahrgänge von Hamburger Abituraufgaben [3] u. a. entgegengehalten, die Auswahl der Aufgaben sei willkürlich und nicht repräsentativ (siehe [4]). Dass bei Untersuchungen dieser Art mit Blick auf den Umfang eine Auswahl getroffen werden muss, ist in der Tat ein Problem. Betrachtet man darüber hinaus alle 16 Länder (mit insgesamt ca. 100 Aufgaben pro Jahrgang), so ist eine Untersuchung sämtlicher Abituraufgaben über mehrere Jahre hinweg nicht realistisch, was den Arbeitsaufwand betrifft; zudem wäre ein allfälliges Resultat wegen des Umfangs nicht in einer Zeitschrift publizierbar.

Es stellt sich also das Problem, wo und wie überhaupt Kritik ansetzen kann, so dass sie als Ausgangspunkt für eine zielführende Diskussion dienen kann. Zudem ist auch zu unterscheiden zwischen grundlegenden Änderungen sowie der Art ihrer Umsetzung in Prüfungsaufgaben einzelner Länder.

Das Dilemma lässt sich nach Ansicht der Autoren so umgehen: Es gibt im Zusammenhang mit den KMK-Standards Beispielaufgaben [6, 7], welche vom Institut zur Qualitätsentwicklung im Bildungswesen (IQB) entworfen und publiziert wurden und die Umsetzung der neuen Regelungen exemplarisch illustrieren sollen. Eine Betrachtung und Kritik dieser „Vorzeigeaufgaben" erscheint somit legitim, über den Einzelfall hinaus verallgemeinerbar, und bietet eine sinnvolle Grundlage für die Einschätzung der Reformziele, unabhängig von eventuellen Problemen bei der Umsetzung in Curricula oder Prüfungsaufgaben einzelner Länder. Wir betrachten im Folgenden ausführlich eine solche Aufgabe vor dem Hintergrund der KMK-Standards und der dort festgelegten Kompetenzen und leiten daraus einige grundsätzliche Kritikpunkte ab.

2 Die Aufgabe

2.1 *Kurze Beschreibung*

Es gibt eine (und nur eine) Analysis-Aufgabe in der Mustersammlung des IQB, welche erstens „erhöhtes Niveau" aufweist und zweitens mit wissenschaftlichem Taschenrechner (WTR) und Formelsammlung zu bearbeiten ist. Sie gehört zum „Teil B" (225 Minuten Bearbeitungszeit), dem ein hilfsmittelfreier Teil (Bearbeitungszeit 45 Minuten) voranzustellen ist. Die betrachtete Aufgabe ist unter [7] als Prüfungsteil B, Analysis, Aufgabe 1 (WTR) allgemein zugänglich; sie ist ihrerseits in Teilaufgaben 1a)–j) und 2a)–d) gegliedert. Sie deckt im Teil B die Analysis ab (neben analytischer Geometrie und Stochastik) mit 50 von 100 Bewertungseinheiten (BE) insgesamt. Also ist dafür rechnerisch eine Bearbeitungszeit von 112,5 Minuten vorgesehen. Für den Prüfungsteil A gibt es 20 Bewertungseinheiten. (In NRW ist in Leistungskursen im „Teil B" die gesamte Arbeitszeit 210 Minuten, aber mit einem graphikfähigen Taschenrechner.)

Die Teilaufgabe 1 ist zunächst eine klassische Kurvendiskussion einer ganzrationalen Funktion, deren Graph einer beigefügten Abbildung zu entnehmen ist (also eine jener heute gering geschätzten „Schema-F-Aufgaben" der Vergangenheit [5], die als Motivation für den Einsatz der gegenwärtigen Aufgabentypen angeführt werden). In Teil c wird der Graph verschoben, und es soll der Funktionsterm zu diesem verschobenen Graphen angegeben (nicht aber ausgerechnet) werden. In Teil d soll die Punktsymmetrie des verschobenen Graphen bezüglich des Ursprungs sowie die Punktsymmetrie des ursprünglichen Graphen begründet werden. In Teil e ist ein bestimmtes Integral für f auszurechnen, in Teil f soll ein weiteres bestimmtes Integral ohne Benutzung der (aus e bereits bekannten) Stammfunktion mit Symmetriebetrachtungen bestimmt werden. Die Teile g–j schließlich behandeln eine Funktionenschar.

Die Teilaufgabe 2 beruht auf einem Anwendungsproblem, das in der Literatur wohlbekannt ist; siehe [13] sowie [11], [14], wo der Modellierungsaspekt näher diskutiert wird. Hintergrund ist die Tatsache, dass der Schwerpunkt einer teilweise gefüllten Getränkedose genau dann am tiefsten liegt, wenn er auf Höhe des Flüssigkeitsspiegels liegt. Die Höhe des Schwerpunkts über dem Dosenboden wird als Funktion der Höhe des Flüssigkeitsspiegels durch eine gebrochen-rationale Funktion h angegeben. Dabei ist ohne Kommentar ein bestimmtes Massenverhältnis zwischen Flüssigkeit und leerer Dose unterstellt, andernfalls würde die Funktion von diesem Parameter abhängen [11]. Gegeben sind weiterhin die expliziten Koordinaten des Tiefpunktes. In den Aufgabenteilen a und b sollen nur Informationen aus dem Graphen abgelesen werden; dabei ist auch nach der Besonderheit der Situation gefragt, in welcher sich der Schwerpunkt auf seiner geringsten Höhe befindet (man erinnere sich an die Angabe des Tiefpunktes). Bei Teil c ist erstmals eine Rechnung auszuführen. In Teil d schließlich ist eine andere Dose (ein anderer Funktionsterm mit zwei Parametern) zu betrachten. Die Bestimmung der Parameter führt auf ein sehr einfaches lineares Gleichungssystem mit zwei Unbekannten.

Der Aufgabentext

1. Gegeben ist die Funktion f mit $f(x) = \frac{1}{4}x^3 - 3x^2 + 9x - 5$ und Definitionsmenge $\mathbb{R}$. Abbildung 1 zeigt den Graphen G_f von f.

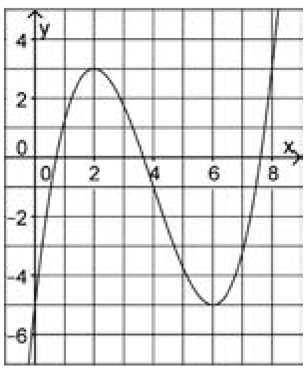


Abbildung 1

a. (5 BE) Bestimmen Sie rechnerisch die Koordinaten und die Art der Extrempunkte von G_f.
b. (4 BE) Betrachtet wird die Gleichung $f(x) = c$ mit $c \in \mathbb{R}$. Ermitteln Sie mithilfe von Abbildung 1 die Anzahl der Lösungen dieser Gleichung in Abhängigkeit von c.

Durch Verschiebung von G_f um 4 in negative x-Richtung und um 1 in positive y-Richtung entsteht der Graph einer Funktion g.

c. (2 BE) Geben Sie einen Term von g an, an dem man diese Verschiebung erkennen kann.
d. (3 BE) Ein vereinfachter Term von g ist $g(x) = \frac{1}{4}x^3 - 3x$. Begründen Sie mithilfe der Funktion g, dass der Graph von f symmetrisch bezüglich des Punkts $(4|-1)$ ist.
e. (3 BE) Bestätigen Sie rechnerisch, dass $\int_1^5 f(x)dx = 5$ gilt.
f. (5 BE) Bestimmen Sie ohne Verwendung einer Stammfunktion den Wert des Integrals $\int_5^7 f(x)dx$ und veranschaulichen Sie Ihr Vorgehen durch geeignete Eintragungen in Abbildung 1.

Die Funktion f gehört zur Schar der in $\mathbb{R}$ definierten Funktionen f_a mit $f_a(x) = \frac{1}{4}x^3 - 3x^2 + ax - 5$ und $a \in \mathbb{R}$. Der Graph von f_a wird mit G_a bezeichnet.

g. (3 BE) Bestimmen Sie die Koordinaten des Wendepunkts von G_a.
h. (2 BE) Die Wendepunkte aller Graphen G_a liegen auf einer zur y-Achse parallelen Geraden. Begründen Sie, dass man dies am Term von f_a erkennen kann.
i. (5 BE) Ermitteln Sie die Koordinaten des Punkts, durch den alle Graphen der Schar verlaufen. Bestimmen Sie den Wert von a so, dass sich die Graphen G_a und G_3 in diesem Punkt senkrecht schneiden.
j. (4 BE) Untersuchen Sie rechnerisch, für welche Werte von a der Graph G_a keinen Punkt besitzt, in dem die Tangente parallel zur x-Achse verläuft.

2. Eine vertikal stehende Getränkedose hat die Form eines geraden Zylinders. Die Lage des gemeinsamen Schwerpunkts S von Dose und enthaltener Flüssigkeit hängt von der Füllhöhe der Flüssigkeit über dem Dosenboden ab. Ist die Dose vollständig gefüllt, so beträgt die Füllhöhe 15 cm (vgl. Abbildung 2).

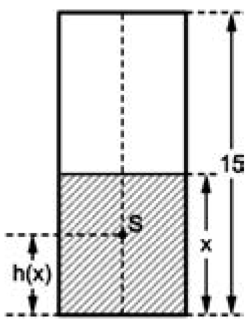


Abbildung 2

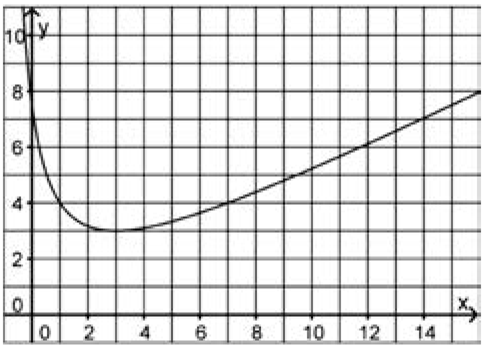


Abbildung 3

Abbildung 3 zeigt den Graphen G_h der Funktion h, die für $0 \leq x \leq 15$ die Höhe des Schwerpunkts S über dem Dosenboden in Zentimeter angibt; dabei ist x die Füllhöhe in Zentimetern. G_h hat den Tiefpunkt $(3|3)$.

a (2 BE) Ermitteln Sie grafisch die Füllhöhen, bei denen der Schwerpunkt auf halber Höhe der Dose liegt.

b (4 BE) Die zunächst leere Dose wird langsam mit Flüssigkeit gefüllt, bis die maximale Füllhöhe von 15 cm erreicht ist. Beschreiben Sie die Bewegung des Schwerpunkts S während des Füllvorgangs. Stellen Sie für den Moment, in dem sich der Schwerpunkt in seiner geringsten Höhe befindet, Dose, Füllhöhe und Schwerpunkt schematisch dar und beschreiben Sie die Besonderheit dieser Situation.

c (4 BE) Für die Funktion h gilt $h(x) = \frac{1}{2}x - \frac{1}{2} + \frac{8}{x+1}$. Bestimmen Sie rechnerisch die Füllhöhen, bei denen der Schwerpunkt 4 cm über dem Dosenboden liegt.

d (4 BE) Nun wird eine andere vertikal stehende Dose betrachtet, die ebenfalls die Form eines geraden Zylinders hat. Sowohl bei leerer als auch bei vollständig gefüllter Dose liegt der gemeinsame Schwerpunkt von Dose und enthaltener Flüssigkeit genau in der Mitte der Dose. Ist diese Dose vollständig gefüllt, so beträgt die Füllhöhe 11 cm. Die Höhe des Schwerpunkts wird durch eine Funktion k mit $k(x) = \frac{1}{2}x - s + \frac{t}{x+1}$ mit $s, t \in \mathbb{R}$ beschrieben. Bestimmen Sie die passenden Werte von s und t.

2.2 *Was von „traditionellen" Anforderungen bleibt*

Als „traditionelle" Aufgaben und ihre Anforderungen sollen hier jene Teile von Abituraufgaben bezeichnet werden, die schon Jahrzehnte vor der Einführung der Kompetenzorientierung gebräuchlich waren (Beispiel: Bestandteile der Kurvendiskussion, auch in einem Sachkontext, Integrale). Einige Beispiele solcher Aufgaben – auch zur Geometrie – wurden kürzlich von Hischer [2] publiziert.

Beide Teile der obigen Aufgabe behandeln Funktionen, die ganzrational (Teil 1) oder gebrochenrational (Teil 2) sind. Standardthemen der Differentialrechnung (Bestimmen von Ableitung bzw. Stammfunktion, Anwendung auf Extrema bzw. Flächenberechnung etc.) sind nur im ersten Teil zu absolvieren. Dass im zweiten Teil u. a. nicht nach der Ableitung gefragt wird, ist vermutlich auf die KMK-Richtlinien [8, 9] zurückzuführen, in deren Beschreibung der Leitideen explizit die (mindestens oder in der Regel zu behandelnden?) Funktionenklassen aufgeführt sind, wozu gebrochen-rationale Funktionen des Typs wie h nicht gehören. Die Quotientenregel wird konsequenterweise in den KMK-Standards [9] auch beim erhöhten Niveau nicht verlangt – siehe die Erläuterungen zur Leitidee L4 (Funktionaler Zusammenhang).

Eine „traditionelle" Anforderung ist auch in Teilaufgabe 1d) zu sehen, nämlich Schließen auf Punktsymmetrie des Graphen (bezüglich 0) für ganzrationale Funktionen, deren Gleichung nur ungerade Potenzen enthält. Des weiteren sind an mehreren Stellen der Teile 1 und 2 quadratische Gleichungen zu lösen, in 2c) ist eine quadratische Gleichung mittels einiger Umformungen zunächst aus einer Bruchgleichung herzuleiten. Schließlich stellt 2 d) eine einfache Steckbriefaufgabe (ein in der Schulpraxis gängiger Begriff) zu einem Ansatz mit zwei unbestimmten Koeffizienten dar.

Insgesamt fällt auf, dass die genannten Anforderungen „auf erhöhtem Niveau" vielfach eher dem Sek-I-Bereich zuzuordnen sind; typisch für „traditionelle" Sek II sind nur einige (eher leichte) Fragen aus Teilaufgabe 1 wie Extrema zu bestimmen und ein Polynom zu integrieren.

2.3 *Neue Anforderungen*

Andererseits sind in der Beispielaufgabe Fragen enthalten, welche (jedenfalls in der vorliegenden Form) früher wohl nicht gestellt worden wären. Dies betrifft zum einen „Argumentation mit Bezug auf den Graphen": So soll in Teil 1b) an der Skizze „ermittelt" werden, wie viele Lösungen die Gleichung $f(x) = c$ mit variablem c hat. Man soll also nachsehen, wie oft der Graph eine horizontale Gerade in bestimmter Höhe schneidet. In 2a) und 2b) sollen wieder Lösungen von Gleichungen an Hand des Graphen bestimmt werden, und der Graph ist als bildliche Darstellung des Füllvorgangs zu interpretieren. Insgesamt erfordern diese Fragen aber nicht mehr als die Kenntnis elementarer Fakten aus dem Unterricht der Mittelstufe über den Bezug von Funktionen zu ihren Graphen. Brunner diskutiert in einer kürzlich erschienenen Arbeit Aufgaben ähnlichen Typs zu Funktionsgraphen in österreichischen Maturaprüfungen und zweifelt an ([1], S. 24), „inwieweit man mit Aufgabenformaten wie dem angeführten von Lernenden erworbenes 'mathematisches Denken' zu entwickeln und zu überprüfen imstande ist.“ In Teil 1c) soll der Funktionsterm für einen verschobenen Graphen angegeben werden. Diese Aufgabe könnte Schwierigkeiten bereiten, wenn man sie zum ersten Mal sieht; auch ist nicht jede Formelsammlung dafür gerüstet. Für die Argumentation in 1d) (die ohne vorheriges Training nicht einfach wäre) benötigt man Wissen, wie sich Symmetrie unter Translationen verhält. Dies und die Flächentreue von Translationen und Punktspiegelungen (sowie die Interpretation des bestimmten Integrals als signierte Fläche) ist auch für die Lösung von 1f) vonnöten.

2.4 *Anspruchsniveau*

Das Anspruchsniveau der Aufgabe muss vor dem Hintergrund beurteilt werden, dass sie ausdrücklich „auf erhöhtem Niveau“ gestellt wird, also in der Nachfolge der früheren Leistungskurse.

Wie bereits angemerkt, sind die „traditionellen“ Teilaufgaben eher einfach, und auch die Argumentation an Hand des Graphen bei den neueren Teilen ist nicht als schwierig zu bezeichnen. Es wird klar, dass auf Kalkülfertigkeiten wenig Wert gelegt wird. Aufgabenteile wie 1d) und 1f) sind anspruchsvoller. Eine genaue Einschätzung ihres Anspruchsniveaus hängt jedoch sehr stark davon ab, ob und wie solche und ähnliche Aufgaben in der Vorbereitung behandelt wurden: Geht man von entsprechendem Training aus, so scheint uns das (zumal mit dem Anspruch „erhöhten Niveaus“) durchaus machbar zu sein. Bei Teilaufgabe 1f) fällt zudem auf, dass die Schwierigkeit künstlich geschaffen wurde, denn schlichtes Ausrechnen mittels der in der vorangehenden Teilaufgabe bestimmten Stammfunktion wäre weniger aufwendig. Die Stammfunktion wird nicht „zur Kontrolle“ angegeben, wie in vielen Prüfungen üblich. Insofern könnte man einwenden, dass eine Lösung von Teil 1f) auf diese Weise auch jenen möglich ist, die Teil 1d) nicht bearbeiten konnten. Wie groß der Anteil solcher Personen unter den Prüflingen ist, und ob es ggf. angemessen wäre, in einer Abituraufgabe mit „erhöhtem Niveau“ eine solche Ausweichmöglichkeit zu bieten, sei dahingestellt.

Der mathematische Anspruch von Teilaufgabe 2 wurde stark herabgesetzt, und jegliche Modellierung im klassischen Sinn des Wortes entfällt gänzlich, obwohl diese Kompetenz im Erwartungshorizont ausdrücklich genannt wird, s. unten. Anzumerken ist, dass ein Vorgänger dieser Teilaufgabe im bayerischen Zentralabitur 2013 gestellt wurde, mit anderen (und aus mathematischer Sicht höheren) Anforderungen; unter anderem war das Minimum der Funktion h mittels Differentialrechnung explizit zu bestimmen.

Es stellt sich die Frage, in welcher Hinsicht die gesamte Aufgabe ein „erhöhtes Niveau“ repräsentiert und ob der Teil 2 überhaupt zur Analysis gehört, da keine Infinitesimalrechnung vorkommt, sondern nur Themen aus der Sekundarstufe I. Teil 2 mit 14 Punkten hätten Neuntklässler auch lösen können, die Teile 1b), 1c), 1d) mit 9 Punkten auch. Das hätte nach dem gängigen Bewertungsschema zum rechnerischen Bestehen dieses Aufgabenteils gereicht. Mutatis mutandis ist auch für die betrachtete Aufgabe Brunners Kritik an kompetenzorientierten Reifeprüfungsaufgaben in Österreich zuzustimmen: „Die neuen Beispiele werden jedenfalls den eingangs angeführten theoretischen Ansprüchen nicht gerecht.“ (Brunner [1], S. 26.)

An der Formulierung und Schwerpunktsetzung dieser Aufgabe wird auch ein weiterer Mangel manifest: Diese neuen bzw. aus dem bisherigen Zentralabitur der Bundesländer übernommenen Aufgabenformate und Anforderungen wurden entwickelt, ohne Rücksicht auf das benötigte Wissen und Können etwa in MINT-Fächern zum Studienbeginn zu nehmen, und das trotz der allgemeinen Lippenbekenntnisse zur Wichtigkeit dieser Fächer. Da die Prüfungsanforderungen im Abitur bekanntlich normativ auch auf den Unterricht wirken, fehlen dann vielen Erstsemestern in einer Physikvorlesung oder im Mathematikkurs für Ingenieure gewisse mathematische Kenntnisse, die die Hochschulen einfach erwarten. Die Forderung, die Studenten „dort abzuholen, wo sie stehen“, ist wegen der ständigen Änderungen im Schulbereich problematisch, s. auch [12].

3 Kompetenzen

3.1 *Hintergrund und Überblick*

Wir zitieren zunächst aus der Webseite [6] des IQB, zur Klärung der Zielsetzung, mit der die Aufgabe (neben anderen) veröffentlicht wurde:

> Die vorliegende Aufgabensammlung soll insbesondere Lehrkräften sowie Schülerinnen und Schülern hinsichtlich der Gestaltung und der zu erwartenden Anforderungen der Aufgaben des gemeinsamen Abituraufgabenpools der Länder Orientierung bieten. (....) Die Auswahl der Aufgabenarten sowie die Aufgaben selbst zeigen exemplarisch, wie die Bildungsstandards für das Fach Mathematik in der Abiturprüfung umgesetzt werden können.

Wesentlich für die Bildungsstandards ist die Segmentierung der Themen und Anforderungen in ein Schema, das fünf „Leitideen“ (L1–L5) sowie sechs „allgemeine mathematische Kompetenzen“ (K1–K6) mit drei Anforderungsbereichen zu einem dreidimensionalen Kompetenzmodell vereint. Von einer umfassenderen Kritik an der Einteilung mathematischen Wissens und Könnens in Kompetenzen wird hier abgesehen; jedoch ist der Einfluss der Kompetenzorientierung auf die Stellung und Bewertung der Aufgaben relevant. Für die hier betrachtete Aufgabe sind folgende Kompetenzen ausweislich des Bewertungsschemas von besonderer Bedeutung:

- K1: Mathematisch argumentieren;
- K2: Probleme mathematisch lösen;
- K3: Mathematisch modellieren;
- K5: Mit symbolischen, formalen und technischen Elementen der Mathematik umgehen.

Vielfach sind die Beschreibungen der Kompetenzen und die Einteilung in Anforderungsbereiche diffus. So deutet das Wort „komplex" grundsätzlich auf den höchsten Anforderungsbereich III hin; bei (K2) geht es u. a. um „eine Strategie zur Lösung eines komplexeren Problems", in (K3) ist „eine komplexe Realsituation [zu] modellieren", für die höchste Anforderungsstufe in (K5) müssen die Schülerinnen und Schüler „komplexe Verfahren durchführen". Die Kompetenz K5 ist eine besondere Betrachtung wert: Dass dort so unterschiedliche Begriffe wie „symbolisch" und „technisch" in eine Schublade gesteckt werden, ist zumindest verwunderlich. Zudem werden bei (K5) (anders als etwa bei den sehr ambitionierten Formulierungen in (K2) und (K3)) die Ansprüche überschaubar gehalten:

> Diese Kompetenz beinhaltet in erster Linie das Ausführen von Operationen mit mathematischen Objekten wie Zahlen, Größen, Variablen, Termen, Gleichungen und Funktionen sowie Vektoren und geometrischen Objekten. Das Spektrum reicht hier von einfachen und überschaubaren Routineverfahren bis hin zu komplexen Verfahren einschließlich deren reflektierender Bewertung. Diese Kompetenz beinhaltet auch Faktenwissen und grundlegendes Regelwissen für ein zielgerichtetes und effizientes Bearbeiten von mathematischen Aufgabenstellungen, auch mit eingeführten Hilfsmitteln und digitalen Mathematikwerkzeugen.

Es ist durchaus konsequent, wenn ein Bundesland wie NRW in seinen Kernlehrplänen der Sek I [10] davon nur einen „Kompetenzbereich Medien und Werkzeuge nutzen" übrig lässt und – ganz nebenbei – die 5 Leitideen auf die 4 klassischen Themen Algebra, Funktionen, Geometrie, Stochastik sozusagen „eindampft" .

In der Fachdidaktik-Literatur findet sich andererseits zum Thema „formale Elemente der Mathematik" durchaus Respektables und Bedenkenswertes:

> Formale Fertigkeiten sind solche, die sich auf Handhabung von Sprache im weiteren Sinn (Umgangssprache, Diagramme, Schemata, Symbole, Zeichen. . .) beziehen und zwar derart, dass durch die ‚geregelte' Manipulation mit Sprachelementen unter (vorübergehender) Ausblendung von semantischen Bezügen inhaltliche Fragestellungen gelöst werden. Es geht hier also um die Förderung des algorithmischen, kalkülhaften Moments mathematischen Arbeitens (. . .)

Dieses Zitat stammt von Heinrich Winter, aus seiner Arbeit [15] über allgemeine Ziele des Mathematikunterrichts.

3.2 *Erwartungshorizonte und Zuordnung der Kompetenzen*

Den Aufgabenteilen sind in [7] Erwartungshorizonte sowie ein Kompetenz- und Anforderungsschema beigefügt. Zu den Erwartungshorizonten wird angemerkt, dass nicht alle Lösungen vollständig ausgeführt sind; sie sollen jedoch darstellen, „in welchem Umfang und in welcher Form eine Lösung erwartet wird". Den Verfassern erschließt sich jedoch in mehreren Teilaufgaben die Zuordnung der Kompetenzen nicht; auch wird Umfang und Form der erwarteten Lösung nicht in jedem Fall klar. Dies soll nun im Einzelnen dargestellt werden.

In Teil 1b) soll man (allein) anhand der Abbildung sehen, wieviele Lösungen die Gleichung $f(x) = c$ in Abhängigkeit von $c \in \mathbb{R}$ hat, also wie oft der Graph von f eine waagerechte Gerade in der Höhe c schneidet. Diesem leicht trainierbaren Vorgehen werden gleich drei Kompetenzen attestiert, jeweils im mittleren Anforderungsbereich II, darunter auch K1 (Mathematisch argumentieren) und K2 (Probleme mathematisch lösen). Welche Argumentation gefordert wird, ist der Modelllösung nicht zu entnehmen; sie listet nur das Ergebnis auf. Und welches Problem sollte hier gelöst werden? In Teil c) wird die naheliegende Gleichung $g(x) = f(x+4) + 1$ offenbar nicht erwartet, denn im Erwartungshorizont wird $f(x+4)$ als Summe von vier Termen geschrieben. Zu Teil d) ist zu begründen, warum der abgebildete Graph punktsymmetrisch zum Punkt $(4, -1)$ ist. Ein Beweis wäre die Verifikation der Identität $g(x) = -g(-x)$, also $f(4+x) + 1 = -f(4-x) - 1$, aber der Operator „begründen" ist bekanntlich schwächer als „beweisen". Jedenfalls wird der Aufgabenteil sowohl bezüglich der Kompetenz K1 (Mathematisch argumentieren) als auch bezüglich Kompetenz K2 (Probleme mathematisch lösen) in die höchste Stufe III eingeordnet. Das beinhaltet laut KMK-Standards „Beweise und anspruchsvolle Argumentationen nutzen, erläutern oder entwickeln" sowie „eine Strategie zur Lösung eines komplexeren Problems, z. B. zur Verallgemeinerung einer Schlussfolgerung, durch Anwendung mehrerer Heurismen oder zur Beurteilung verschiedener Lösungswege, entwickeln und anwenden". Es ist nicht leicht nachzuvollziehen, wie dies bei dem geschilderten Aufgabenteil der Fall sein soll. Realistisch ist zudem die Annahme, dass ähnliche Aufgaben im Vorfeld einer Prüfung behandelt werden; dieses Faktum scheint bei der Einstufung keine Berücksichtigung zu finden.

Die Punktsymmetrie ist dann in Teil f) zu nutzen für die Bestimmung eines Integrals, das ohne Verwendung der (bereits bekannten) Stammfunktion gefunden werden soll. Im Erwartungshorizont ist nur eine Skizze (mit zwei gleichen Flächen) und eine darauf bezogene Formel zu finden; ob für die Lösung detailliertere oder stringentere Argumente (etwa die Erwähnung der Flächentreue von Punktspiegelungen) gefordert sind, bleibt im Nebel. Wieder sind drei Kompetenzen zugeordnet, davon zwei (dieselben wie bei Teil d)) im höchsten Anforderungsbereich III. Bemerkenswert ist hier die weitgehende Beliebigkeit in der Bewertung, welche die Modelllösung zuzulassen scheint.

Auch Teil j) bekommt bei einer Kompetenz, nämlich K5 (Mit symbolischen, formalen und technischen Elementen der Mathematik umgehen) den höchsten Anforderungsbereich attestiert. Neben der Kenntnis des Faktums, dass eine waagerechte Tangente genau bei einer verschwindenden Ableitung vorliegt, geht es nur darum, eine quadratische Gleichung mit einem Parameter a zu lösen (eine Routine-Formel, auch in der Formelsammlung zu finden) und dann zu entscheiden, für welche Parameter der Radikand $16 - 4a/3$ negativ ist und somit keine reelle Lösung existiert. Eine lineare Ungleichung gilt offenbar schon als schwierig im Abitur auf erhöhtem Niveau.

In den Teilaufgaben 2a)–c) erscheint die Zuordnung der Anforderungsbereiche insgesamt hoch. Es werden zu ihrer Begründung jedoch vor allem die „weichen“ Kompetenzbereiche K4 (Mathematische Darstellungen verwenden) und K6 (Mathematisch kommunizieren) genannt, womit eine Bewertung auf „traditioneller“ Grundlage schwierig wird. Die Herleitung und Lösung der quadratischen Gleichung aus einer Bruchgleichung in Teil 2c) wird zum mittleren Anforderungsbereich bei Kompetenz K5 gerechnet. Teil 2d) hingegen wird dem höchsten Anforderungsbereich bei der Kompetenz K3 (Mathematisch modellieren) zugeordnet. Diese Aufgabe läuft auf ein einfaches System von zwei linearen Gleichungen mit zwei Unbekannten hinaus, ist also als Routine in Klasse 8 oder 9 anzusehen. Sie entspricht jedoch laut [7] dem höchsten Anforderungsbereich; insbesondere wird bei K3 (Mathematisch modellieren) das höchste Niveau postuliert. Sieht man in den Bildungsstandards [9] nach, so ist auf diesem Niveau „eine komplexe Realsituation [zu] modellieren, wobei Variablen und Bedingungen festgelegt werden müssen“, oder es sind „mathematische Modelle im Kontext einer Realsituation [zu] überprüfen, vergleichen und [zu] bewerten“. Ersteres trifft bei der vorgelegten Aufgabe sicher nicht zu, und bezüglich Letzterem mag zwar ein mathematisches Modell im Kontext einer Realsituation gegeben sein, aber davon wird nichts überprüft, verglichen oder bewertet. Betrachtet man den mittleren Anforderungsbereich, so könnte man eine der genannten Kompetenzen zu K3 („ein mathematisches Modell an veränderte Umstände anpassen“), für geeigneter halten. Auffällig ist auch, dass Kompetenz K5 mit mittlerem Anforderungsbereich erscheint; die Lösung eines simplen linearen Gleichungssystems scheint damit überbewertet. Für weitere Anmerkungen zur Modellierung und zu den mathematischen Anforderungen der ursprünglichen Aufgabenstellung zum Schwerpunkt einer gefüllten Dose siehe auch [14]. In [11] ist darüber hinaus ein Vorschlag zu einer diesbezüglichen Aufgabe auf einem wirklich erhöhten Niveau formuliert, der auch das Massenverhältnis zwischen Flüssigkeit und leerer Dose berücksichtigt. Dass dieser Teil 2 zur Dose in der jetzigen Version laut [7] insgesamt gleich fünf Kompetenzen abprüft (obwohl keine wirkliche Analysis mit Infinitesimalrechnung drinsteckt), könnte man als Argument eher *gegen* als *für* die Kompetenzorientierung im Fach Mathematik anführen.

Diese kurzen Anmerkungen sollen deutlich machen, dass die Auslegung der vorformulierten Kompetenzen sowie deren Zuordnung zu Aufgabenteilen selbst dann zu wünschen übrig ließen, wenn man dem Ansatz grundsätzlich positiv gegenüber stünde. Wir finden das jedenfalls nicht überzeugend.

4 Fazit

Unabhängig von der Frage nach der Qualität der Aufgabe selbst kann man wohl festhalten: Diese Zuordnung einzelner Leitideen, Kompetenzen und Anforderungsbereiche im Erwartungshorizont zu einzelnen Aufgabenteilen folgt, wie im vorigen Abschnitt erläutert, keinem klar erkennbaren Prinzip, das sich durch konsequente Bezugnahme auf die jeweiligen Beschreibungen in den Bildungsstandards ergeben würde. Vielmehr scheint es uns, dass man zu gewissem Verlegenheitslösungen dabei greift, die den (bürokratisch vorgeschriebenen) Zwang zu solchen Zuordnungen widerspiegeln. Es ist immer undankbar, eine „Schubladen-Zuordnung“ vorzunehmen, wenn die Schubladen nicht richtig passen. Dieser Teil könnte einfach entbehrlich sein, denn welcher Verlust wäre nach einer Abschaffung zu beklagen? Eine gewisse Vielfalt wäre allein schon durch die Themen (Analysis, Geometrie, lineare Algebra, Wahrscheinlichkeitsrechnung) gegeben. Darüber hinaus gäbe es die Möglichkeit, das mathematische Argumentieren durch kleinere Beweise abzuprüfen (zumindest beim Leistungskurs), das mathematische Kommunizieren könnte durch verlangte sprachlich korrekte Erläuterungen realisiert werden, von den Prüflingen wird ohnehin nicht modelliert, kalkülmäßiges Rechnen ist immer mit dabei, irgendwelche Probleme sind immer mathematisch zu lösen, und der Taschenrechner wird auch eingesetzt. Schließlich werden im Normalfall bei solchen Aufgaben einfachere und schwierigere Aufgabenteile immer dabei sein. So gesehen könnte man die Anforderungsbereiche durch die zugeordneten Punkte ersetzen (die den Prüflingen bekannt sind) statt eine sozusagen „juristische" Schwierigkeit mit Anforderungsbereichen zu deklarieren. Zwar hatte man schon 1982 drei „Niveaus" in Aufgabenteilen (Routine, Transfer, Neues) [2], aber diese wurden einzelnen Schritten beim Lösen der Aufgaben zugeordnet und nicht zusätzlich noch abstrakten Kompetenzen. Zudem schien es damals keine Punkte zur Bewertung einzelner Teile gegeben zu haben. Inzwischen neigt man wohl dazu, die bürokratischen Vorgaben zu übertreiben. Vereinfachung wäre wünschenswert. Dieses „juristische Element" betrifft auch und besonders den Unterschied zwischen grundlegendem und erhöhtem Niveau, der bereits in den KMK-Bildungsstandards nur ziemlich unscharf definiert ist und im Hamburger Abitur schon vor Jahren weiter verwischt wurde: Wiederholt stimmten so viele Aufgabenteile bei beiden Niveaus wörtlich überein, dass diese zum Bestehen bereits ausreichten [3]. Das Kompetenzraster stand dem offensichtlich nicht entgegen.

Die diskutierte Aufgabe zeigt letztlich, dass in der Praxis das Kompetenzraster es nicht vermag, eine Vergleichbarkeit der Prüfungsanforderungen und Bewertungsmaßstäbe sicherzustellen. Das war aber ein erklärtes Ziel des IQB bei der Entwicklung eines bundesweiten Aufgaben-Pools, und gerade in Bezug auf diese Zielsetzung erscheint den Autoren ein Scheitern absehbar.

Literatur

[1] M. Brunner: *Schlechte Diagramme.* Mitteilungen der GDM **103**, 22–26 (2017).
[2] H. Hischer: *Abitur im Wandel der Zeiten: 1962 und 1982 – ein subjektiver Rückblick.* Mitteilungen der GDM **98**, 28–35 (2015)
[3] T. Jahnke, H.P. Klein, W. Kühnel, T. Sonar, W. Spindler: *Die Hamburger Abituraufgaben im Fach Mathematik. Entwicklung von 2005 bis 2013.* Mitteilungen der DMV **22**(2), 115–121 (2014).
[4] G. Kaiser, A. Busse: *Diskussion II.* ibid. **22**(2), 121–122 (2014).
[5] W. Löding, W. Blum. Leserbrief zu [3]. ibid. **22**(3), 134–135 (2014)
[6] IQB Bildungsstandards – Aufgabensammlung Mathematik. https://www.iqb.hu-berlin.de/bista/abi/mathematik
[7] IQB Bildungsstandards – Aufgabensammlung, Aufgaben für das Fach Mathematik zum erhöhten Anforderungsniveau. https://www.iqb.hu-berlin.de/bista/abi/mathematik/aufgaben_erhoeht
[8] KMK: *Bildungsstandards im Fach Mathematik für den Mittleren Schulabschluss.* Wolters Kluwer, München (2004). https://www.kmk.org/fileadmin/Dateien/veroeffentlichungen_beschluesse/2003/2003_12_04-Bildungsstandards-Mathe-Mittleren-SA.pdf
[9] KMK: *Bildungsstandards im Fach Mathematik für die Allgemeine Hochschulreife* (2012). https://www.kmk.org/fileadmin/Dateien/veroeffentlichungen_beschluesse/2012/2012_10_18-Bildungsstandards-Mathe-Abi.pdf
[10] https://www.schulentwicklung.nrw.de/lehrplaene/lehrplannavigator-s-i/gymnasium-g8/mathematik-g8/kernlehrplan-mathematik/index.html
[11] http://www.igt.uni-stuttgart.de/LstDiffgeo/Kuehnel/NeueDose.pdf
[12] W. Kühnel, S. Walcher: *Die Lücke in Mathematik zwischen Schule und Hochschule – Anspruch und Wirklichkeit von Bildungsreformen.* Mitteilungen der DMV **25**(3)
[13] D. Meschede: *Gerthsen Physik.* Springer, Heidelberg (2010).
[14] S. Walcher: *Der Zustand „zeitgemäßer" Schulmathematik – Exemplarisch dargestellt anhand einer Abitur-Musteraufgabe des Instituts zur Qualitätsentwicklung im Bildungswesen (IQB).* Journal für Didaktik der Naturwissenschaften und der Mathematik (P/S) **1**, 10–13 (2017).
[15] H. Winter: *Allgemeine Lernziele für den Mathematikunterricht?* ZDM **3**, 106–116 (1975).

Wolfgang Kühnel, Universität Stuttgart
wolfgang.kuehnel@igt.uni-stuttgart.de

Dieter Remus, Universität Paderborn
remus@math.uni-paderborn.de

Sebastian Walcher, RWTH Aachen
walcher@matha.rwth-aachen.de

Mathematik in Schule und Hochschule – Wie groß ist die Lücke und wie gehen wir mit ihr um?

Bärbel Barzel, Rolf Biehler und Gilbert Greefrath
(GDM-Vertreter in der Mathematik-Kommission Übergang Schule–Hochschule)

Die Lücke im Fach Mathematik zwischen dem, was die Schule leisten kann, und dem, was die Hochschulen vor allem in den MINT-Fächern von ihren Studienanfängerinnen und -anfängern erwarten, ist inzwischen in aller Munde und wird vielfältig diskutiert. Zwar wurden die Bildungsstandards in allen Bundesländern umgesetzt und der vom IQB (Institut für Qualitätsentwicklung im Bildungswesen) erarbeitete gemeinsame Abituraufgabenpool der Länder kam in 2017 erstmalig zum Einsatz, aber trotz dieser wichtigen Schritte zur Qualitätssicherung von Seiten der Schule, bleibt die Problematik virulent.

Vor diesem Hintergrund fand vom 29. bis 31. Mai 2017 in Münster die dritte Fachtagung der Mathematik-Kommission Übergang Schule–Hochschule (www.mathematik-schule-hochschule.de) der drei Verbände DMV (Deutsche Mathematiker-Vereinigung), GDM (Gesellschaft für Didaktik der Mathematik) und MNU (Verband zur Förderung des MINT-Unterrichts) statt. Ziel der Tagung war es, die Diskussion um die Lücke zwischen Schule und Hochschule sachlich und konstruktiv, offen und kontrovers zu führen und gemeinsam Lösungswege anzudenken. Personen aus den drei Gruppen aus den drei Gruppen Schule/Ministerien, Mathematikdidaktik und Fachmathematik waren paritätisch an der Tagung beteiligt und es waren bewusst auch Autorinnen und Autoren von kritischen Beiträgen gegen die Bildungsstandards eingeladen. Die insgesamt 58 Teilnehmenden waren sich einig, dass es die Lücke gibt, dass diese tendenziell immer größer wird und an den Hochschulen als großes Problem wahrgenommen wird.

Die Tagung war langfristig geplant, erhielt aber eine zusätzliche Aktualität durch verschiedene kontroverse öffentliche Verlautbarungen im Vorfeld der Tagung, die die veranstaltende Kommission auch zu einer eigenen Stellungnahme veranlasst hatte (Beides auf der Webseite der Kommission: www.mathematik-schule-hochschule.de). Auf der Tagung waren Vertreterinnen und Vertreter aller Unterzeichnergruppen anwesend.

In den intensiven Diskussionen zu den Vorträgen und in den Arbeitsgruppen wurden verschiedene Gründe für die Lücke genannt. Veränderte strukturelle Rahmenbedingungen sind ein Ursachenkomplex. Dazu gehört zum einen die immer größere Heterogenität der Studienanfänger – die Studierendenquote wächst ständig und ist aus vielerlei Gründen aktuell mit über 50 % eines Jahrgangs so hoch wie noch nie. Zum anderen werden die deutliche Senkung der Stundenzahlen im Fach Mathematik und die Abschaffung von Leistungskursen in einigen Bundesländern als Probleme genannt. Gerade die Anpassung der Stundenanzahl nach oben wäre sicher ein wichtiger Schritt zur Problemlösung. Dennoch bleibt die Frage nach wei-

58 Teilnehmende aus Schule, Hochschule und Bildungsadministration diskutierten die „Lücke“ (Foto: Corinna Hertleif)

Tagungsprogramm (Auszug)

29. 5.	13:00	Begrüßungsrunde Wolfram Koepf (Sprecher der Kommission)
	13:30	Vortrag und Diskussion Rolf Biehler (Universität Paderborn) Die Schnittstelle Schule-Hochschule – Übersicht und Fokus
	14:45	Mindestanforderungen – Was können Studienanfänger wirklich? Moderation: Henning Körner, Hubert Langlatz, Volker Bach Impulsvorträge: Ulf-Hermann Krüger (Niedersächsische Landesschulbehörde), Heiko Knospe (TH Köln)
30. 5.	9:15	Vortrag und Diskussion Sebastian Walcher (RWTH Aachen) Eine qualitative Beschreibung der Lücke
	10:30	Abitur- und Klausuraufgaben. Wie unterscheiden sich Prüfungsaufgaben an Schule und Hochschule? Moderation: Bärbel Barzel, Stefan Burghardt, Gilbert Greefrath Impulsvortrag: Bärbel Barzel (Universität Duisburg-Essen) und Gilbert Greefrath (Universität Münster)
	14:45	Projekt-, Vor- und Brückenkurse. Welche Unterstützungsangebote gibt es vor und zu Studienbeginn? Moderation und Impuls: Regina Bruder (Universität Darmstadt), Matthias Lippert (Röntgen-Gymnasium Remscheid-Lennep), Reinhard Hochmuth (Leibniz-Universität Hannover)
31. 5.	9:00	Anfängervorlesungen. Welche Optimierungsmöglichkeiten gibt es an der Hochschule? Moderation: Max Hoffmann, Wolfram Koepf, Jürg Kramer Impulsvorträge: Daniel Grieser (Universität Oldenburg), Wolfram Koepf (Universität Kassel)
	12:15	Fazit und Abschluss „Wie gehen wir zukünftig mit der Lücke um?“ Moderation: Bärbel Barzel

teren Ursachen und vor allem nach Lösungswegen offen.

Genau hier setzte die Tagung an und widmete sich in vier Blöcken den Themen „Mindestanforderungen“, „Abitur- und Klausuraufgaben“, „Projekt-, Vor- und Brückenkursen“ und „Anfängervorlesungen“. Die Themen waren bewusst so angelegt, dass Lösungsansätze sowohl aus Sicht der Schule als auch aus Sicht der Hochschule entwickelt werden konnten. Die Themenblöcke begannen jeweils mit kurzen, auch kontroversen Impulsvorträgen und endeten in einer aktiven Phase gemeinsamen Arbeitens. Zu Beginn der Tagung gab Rolf Biehler in einem Einführungsvortrag einen Überblick über Aktivitäten und Probleme an der Schnittstelle zwischen Schule und Hochschule.

In den Arbeitsgruppen wurden beispielsweise Abituraufgaben und erste Aufgaben auf Übungsblättern oder Klausuren an der Hochschule vergleichend analysiert. Dabei wurde eine unterschiedliche Herangehensweise beim Design von Aufgaben, z. B. hinsichtlich der Verwendung verschiedener Darstellungsarten, deutlich. Die Frage nach speziellen Anfängervorlesungen für Lehramtsstudierende wurde ebenfalls kritisch diskutiert und blieb kontrovers.

Zum Thema Projekt-, Vor- und Brückenkurse gibt es bereits viele Modellprojekte, die im Rahmen der Tagung nicht nur kurz vorgestellt, sondern in der aktiven Arbeitsphase auch vergleichend beurteilt und diskutiert wurden. Es wurde einmal mehr deutlich, dass sich die Ausweitung dieser Projekte positiv auswirken würde:

- Hochschulübergreifende, gemeinsam angebotene Programme (z. B. Vertiefungskurs Mathematik für die Schulen) könnten eine große Breitenwirkung zeigen.
- Ein Orientierungsstudium, Vorsemester oder spezielle Studiengänge, die einen langsameren Studieneinstieg ermöglichen, könnten hilfreich sein. Hier sind vor allem rechtliche Fragen zu klären, damit es beispielsweise nicht zu einem Wegfall der BAFöG-Berechtigung kommt.

Die Tagungsteilnehmenden sehen eine Chance, dass derartige Projekte letzten Endes auch die Abbruchquoten an den Hochschulen positiv beeinflussen könnten.

Bei allen vier Themenblöcken zeigten sich der Wunsch und die Notwendigkeit zu einem weiteren intensiveren Austausch und einer größeren Kooperation, wie es auch in Abbildung 1 zum Ausdruck kommt.

Abbildung 1. Kooperationen als weitere Schritte zum Umgang mit der Lücke

Kommunikation zwischen den verschiedenen Akteuren ist erforderlich. Deshalb zählt zu den wichtigsten nächsten Schritten,

- auf eine Ausschärfung der Bildungsstandards hinzuwirken. Schon einige wenige Konkretisierungen könnten hier dazu beitragen, dass die Lücke geringer ausfällt.
- die Schnittstellenaktivitäten fortzusetzen. Hier sollte konkret an gemeinsamen Anforderungen gearbeitet werden, stärker nach Evidenz gesucht werden, um die Diskussion noch weiter zu versachlichen und last but not least:
- Eine positive Kultur hinsichtlich Mathematik sollte aufgebaut werden. „Mathe ist cool" und nicht nur Problemfach. Die Diskussion geht weiter, konkret in vielfältigen Angeboten auf der gemeinsamen Jahrestagung von GDM und DMV vom 5.–9. März 2018 in Paderborn.

Für all diese Diskussionen steht die Kommission als Akteurin und Ansprechpartnerin gerne zur Verfügung. Wir hoffen, dass wir auf weiteren Arbeitstreffen eine solch konstruktive Arbeitsatmosphäre wie auf dieser Tagung erreichen, um in Kooperation die Situation der Studierenden zu verbessern.

Zu der Tagung wird ein Heft der Zeitschrift *Der Mathematikunterricht* erscheinen, in dem Ausarbeitungen der beiden Vorträge von Biehler und Walcher und Ergebnisse der Arbeitsgruppen zu den vier Themenblöcken nachzulesen sein werden. Um die Vielfalt der Positionen zu dokumentieren, werden im Folgenden die Stellungnahmen von Tagungsteilnehmenden wieder abgedruckt, die die DMV-Mitteilungen zur Stellungnahme aus den Tagungsteilnehmenden ausgewählt hatten.

Bärbel Barzel, Universität Duisburg-Essen
Email: baerbel.barzel@uni-due.de

Rolf Biehler, Universität Paderborn
Email: rolf.biehler@upb.de

Gilbert Greefrath, Universität Münster
Email: greefrath@uni-muenster.de

Sieben Fragen an Tagungsteilnehmerinnen und -teilnehmer

Um ein breites Meinungsbild zu gewinnen und eine sachliche Diskussion unter ihren Lesern zu initiieren, haben die Mitteilungen der Deutschen Mathematiker-Vereinigung *die folgenden Fragen gestellt: 1. Woher kommt die Mathematik-Lücke zwischen Schule und Hochschule? 2. Wie sollte der Mathematikunterricht idealerweise verändert werden? 3. Welche konkreten Schritte halten Sie für vordringlich? 4. Welche Rolle spielt die Kompetenzorientierung? 5. Was haben Sie von der Tagung Neues mitgenommen? 6. Fast jeder hat eine Meinung zum Matheunterricht, aber wenige haben sich so intensiv mit den Fakten beschäftigt wie Sie. Welche Tatsachen werden gerne übersehen? 7. Wie haben Sie am besten gelernt?*

Volker Bach

1. Woher kommt die Mathematik-Lücke zwischen Schule und Hochschule?

Die Lücke hat viele Ursachen: Die wichtigsten sind meines Erachtens erstens der stetig steigende Anteil der Studierenden an den Schulabsolventen. Dabei ist die Dominanz des Abiturs als primäre Studienzugangsberechtigung deutlich zurückgegangen und die Heterogenität der Gruppe der Studienanfänger hat sich entsprechend deutlich erhöht. Dass die mathematisch begabten Studierenden nun einen kleineren Teil der Studienanfänger darstellen, ist offenkundig.

Zweitens ist die Verringerung der Stundenzahl beim Mathematikunterricht bis zum Schulabschluss zu nennen. Dies ist in den vergangenen Jahren direkt, also durch Abschaffung von Leistungskursen oder durch Verlagerung auf andere Schulabschlüsse mit weniger Mathematikunterricht erfolgt.

Weniger wichtige, aber viel diskutierte Faktoren sind beispielsweise Kompetenzorientierung, der Einsatz von Taschenrechnern und Computeralgebrasystemen und weiterhin die Anwendungsorientierung auf Biegen und Brechen.

2. Wie sollte der Mathematikunterricht idealerweise verändert werden?

Zunächst habe ich durch meine eigenen Kinder die Beobachtung gemacht, dass die Qualität des Mathematikunterrichts in erster Linie von der Lehrkraft abhängt. Zum Glück hatten meine Kinder sehr gute und engagierte Mathematiklehrerinnen und -lehrer. Insofern gilt es, gute Lehrerinnen und Lehrer für den Schuldienst zu gewinnen und die dafür notwendigen Weichen zu stellen. Ich bezweifle, dass die vielfach von Politikern geforderte Verstärkung der Didaktikausbildung hier einen entscheidenden Beitrag leisten kann. Wirkungsvoller wäre eine Erhöhung beziehungsweise Wiederherstellung der gesellschaftlichen Reputation und der Attraktivität des Lehrerberufs, etwa durch Festhalten an der Verbeamtung als Regelfall. Die Lehramtsstudiengänge sollten vor allem die begabten Studienanfänger anziehen!

Selbstredend sind auch kleine Klassen und Lerngruppen zu nennen. Mogelpackungen, wie das nordrhein-westfälische Inklusionsmodell, schaden allen.

Dann sind in den vergangenen Jahren konkret deduktive und abstrakte Elemente aus dem Schulunterricht verbannt oder auf dem Altar des Anwendungsbezugs geopfert worden, die wiederhergestellt werden müssen. Beispielsweise beobachte ich Schwächen beim händischen, vor allem überschlägigen Rechnen und in der elementaren Mengenlehre. Der Unterricht sollte vom Modellierungszwang befreit werden und wieder mehr rein mathematische Aufgaben stellen, bei denen nur eine Zahl oder Lösung bestimmt werden soll, ohne dass sie einen Bezug zur realen Welt haben muss.

Dieser letztere Wechsel bringt dann hoffentlich auch eine Abwendung von extrem textlastigen Mathematikaufgaben mit sich. Vor dem Hintergrund des großen Migrantenanteils unter den Schülerinnen und Schülern und deren später signifikant höheren Studienabbrecherquoten ist diese Abkehr dringend geboten!

3. Welche konkreten Schritte halten Sie für vordringlich?

Als zentraler Punkt ist hier die Erhöhung der Stundenzahl des Mathematikunterrichts zu nennen. Dem Argument, dass dies nur auf Kosten anderer Fächer möglich ist, muss man entgegnen, dass Mathematik und Deutsch die einzigen Schulfächer sind, die von der ersten Klasse bis zum Schulabschluss durchgängig unterrichtet werden. Dies spiegelt einerseits ihre Bedeutung wider. Andererseits bedeutet das auch für diese beiden Fächer, dass entstandene Defizite sich am Ende der Schullaufbahn unversehens zu einem irreparablen Schaden auftürmen, der nicht durch Schnellkurse zur Studienvorbereitung „weggezaubert" werden kann – für diese Fächer gilt deshalb ganz besonders: Was Hänschen nicht lernt, lernt Hans nimmermehr!

Es ist mir aber auch ein Anliegen, herauszustellen, dass die Bildungspolitik in Deutschland keineswegs in Lethargie erstarrt ist: Das Zentralabitur in Mathematik wird mittelfristig kommen, und ich hoffe sehr, dass sich die bundesweite Verbindlichkeit zur Umsetzung der etwa in den KMK-Bildungsstandards getroffenen Vorgaben weiter erhöht. Vordringlich erscheint mir also hier, dass die Länder Mut fassen oder weiterhin zeigen, den eingeschlagenen Weg zum Zentralabitur zu gehen. Denn bei allen Nachteilen, die das mit sich bringt, wie etwa dem *Teaching to the Test*, erscheint mir der Gewinn durch das damit eingerichtete Benchmark deutlich zu überwiegen.

4. Welche Rolle spielt die Kompetenzorientierung?

Die Kompetenzorientierung ist eine gut gemeinte, aber schlecht ausgeführte oder zumindest schlecht kommunizierte Sache, denn sie mischt verschiedene logische Ebenen und führt damit ungewollt zu einer Aufweichung der festgelegten Standards durch größere Interpretationsspielräume. Ich halte dieses Problem aber für reparabel. Ich habe diesen Punkt bereits letztes Jahr in „Kompetenzorientierung und Mindestanforderungen", *Mitteilungen der DMV* 24-1 (2016), 30–33, ausführlich dargelegt.

5. Was haben Sie von der Tagung Neues mitgenommen?

Mich hat vor allem die große Übereinstimmung zwischen den Tagungsteilnehmern in den Befunden beeindruckt – eine positive und hoffnungsvoll stimmende Überraschung. Ich denke, dass die meisten Kontroversen letztendlich vor allem semantischer und nicht inhaltlicher Natur sind.

Eine konkrete Perle: Das von Professor Krieg skizzierte Modell zur Gestaltung einer gestreckten Studieneingangsphase in den Ingenieurwissenschaften, das die RWTH jetzt einführt, ist sehr elegant und hat für mich nur den Makel, dass ich nicht selbst auf diese naheliegende Idee gekommen bin.

6. Fast jeder hat eine Meinung zum Matheunterricht, aber wenige haben sich so intensiv mit den Fakten beschäftigt wie Sie. Welche Tatsachen werden gerne übersehen?

Eine mathematische Begabung ist relativ selten, die meisten Menschen haben keine Freude an der Mathematik und werden diese auch nie haben.

Gleichwohl ist die Bedeutung des Fachs Mathematik unbestritten, auch bei jenen, denen sie nur lästig ist. Meiner Wahrnehmung nach gehen allzuviele Unterrichtsansätze – auch mein eigener – davon aus, dass man nur „das Feuer entzünden" und Begeisterung, die vermeintlich in jedem schlummert, wecken müsse. Befreit man sich davon, kann man nüchterner an die Sache gehen.

7. Wie haben Sie am besten gelernt?

Wichtig ist für mich, beim Lernen in einen kritischen inneren Dialog zu treten: Warum mache ich jetzt diesen Schritt? Was ist das eigentliche Ziel? Diese Frage ist zu schwierig, aber was wäre die einfachste, nicht triviale Frage in diesem Zusammenhang? Kann man (wenigstens) letztere beantworten? Und so weiter.

Sätze und ihre Beweise versteht man am besten, wenn man sie selbst macht: Ich schaue mir einen Satz – zum Beispiel in einem Lehrbuch – an, aber nicht den Beweis dazu. Dann versuche ich ihn selbst zu beweisen und „spicke" ab und zu, wenn ich selbst nicht weiterkomme. So werden komplizierte technische Beweiskonstruktionen klarer, und man lernt die zentralen Punkte von der „Kosmetik" zu trennen.

Volker Bach war 2013–14 Vizepräsident und 2015–16 Präsident der DMV. Er gehört der gemeinsamen Mathematik-Kommission zum Übergang Schule–Hochschule von DMV, GDM und MNU seit ihrer Gründung im Juni 2011 an.

Volker Bach, Technische Universität Braunschweig
Email: v.bach@tu-bs.de

Andreas Eichler

1. Woher kommt die Mathematik-Lücke zwischen Schule und Hochschule?

Diese Lücke basiert auf der Diskrepanz zu dem, was Schule bezogen auf Mathematik momentan leistet beziehungsweise leisten kann und dem, was Hochschule fordert. Das heißt, eine Lücke entsteht beidseitig, eine Verständigung, und zwar eine veränderbare, sich fortschreibende Verständigung, wäre sinnvoll. Ich vermute, dass das bestehende Problem nicht einseitig gelöst werden kann.

2. Wie sollte der Mathematikunterricht idealerweise verändert werden?

In sehr wenigen Sätzen lässt sich das nur grob skizzieren, es ist aber aus meiner Sicht in der jüngst veröffentlichten gemeinsamen Stellungnahme von DMV, GDM und MNU sinnvoll beschrieben: Mathematikunterricht sollte mehr Stunden beanspruchen dürfen – insbesondere in der Sekundarstufe I, wo beispielsweise die Bruchrechnung und der Beginn der Schulalgebra liegen –, und es sollte zwischen Mathematik als Teil der Allgemeinbildung (Grundkurs/Leistungskurs) und Mathematik als tragfähiger Vorbereitung zum MINT-Studium (Leistungskurs) unterschieden werden.

3. Welche konkreten Schritte halten Sie für vordringlich?

Die oben genannten. Ich denke, dass Deutsch, eine führende Fremdsprache, momentan Englisch, und Mathematik in der Primarstufe und der Sekundarstufe I eine Sonderstellung haben sollten, die sich in den vorgegebenen Stundentafeln deutlich widerspiegelt. Später, in der Sekundarstufe II, kann eine bewusste Weichenstellung durch die Schülerinnen und Schüler erfolgen.

4. Welche Rolle spielt die Kompetenzorientierung?

Die derzeitigen Bildungsstandards sind kompetenzorientiert. Darauf bezogen folge ich wiederum der genannten Stellungnahme: Ein bundesweit einheitlicher Rahmen durch Bildungsstandards, also ein Katalog verbindlicher Ziele, ist sinnvoll, selbst wenn Teile der konkreten Ausformulierung kritisch gesehen werden können. Aber selbst wenn man die Ausformulierung kompetenzorientierter Standards bis hin zur Vermittlung derselben im Mathematikunterricht kritisieren kann, so wird man doch kaum kritisieren wollen, dass man mathematische Kompetenzen fördern möchte – was sollte man sonst fördern? Hier existiert zurzeit eine merkwürdige Scheindebatte als Ausdruck einer in Teilen sicher berechtigten Unzufriedenheit. Viel wichtiger, als die Unzufriedenheit möglichst oft zu äußern, wäre für mich ein durchdachter alternativer Plan, der sich an den Erfordernissen der heutigen Schülerschaft und nicht nur an einem „wir machen es wie früher" orientiert.

5. Was haben Sie von der Tagung Neues mitgenommen?

Es werden manchmal unterschiedliche Sprachen gesprochen. Es gibt Prämissen. Mathematiker denken in der fachlichen Logik, Didaktiker aus der Logik des Lernens von Mathematik, Schulpraktiker nehmen zusätzlich die tatsächlichen Bedingungen der Schule wahr, Vertreter der Länder bringen zudem politische Überlegungen ins Spiel. In dieser Gemengelage wirkten auf der Tagung Beiträge, die einseitig auf einer Perspektive verharrten, unfertig, unbeholfen, ärmlich. Versuche, die Perspektiven zu vereinen, schienen mir dagegen deutlich zielführender.

6. Fast jeder hat eine Meinung zum Mathematikunterricht, aber wenige haben sich so intensiv mit den Fakten beschäftigt, wie Sie. Welche Tatsachen werden gerne übersehen?

Werden wirklich Tatsachen übersehen? Ich habe das Gefühl, dass es einen regen Austausch zum Mathematikunterricht gibt. In diesem Austausch würde ich mir wünschen, dass Tatsachen nicht mit Überzeugungen verwechselt werden. Wenn man so will, ist es eine mitunter übersehene Tatsache, dass die Schulrealität in unserem universitären Anspruch wissenschaftlich fundiert betrachtet werden muss. Alles andere wäre unserer Zunft unwürdig. Dazu ist eine vielleicht auch manchmal verschüttete Grundannahme, dass der Mathematikunterricht (natürlich) auf einer soliden fachlichen Basis beruhen muss, (natürlich) alle empirischen Erkenntnisse zum Lehren und Lernen nutzen sollte und dann in der Praxis (natürlich) auch die lokalen Verhältnisse beachtet.

7. Wie haben Sie am besten gelernt?

Meiner Erinnerung nach war das unterschiedlich. Aus früheren Jahren habe ich Lehrkräfte/Mentoren in Erinnerung, die motivierten und dadurch zum guten Lernen anstifteten. Ebenso gab es für mich Sinn schaffende Fragestellungen, die zum mathematischen Tun und damit zum Lernen geführt haben. Und sicher gehörte auch eine gewisse Übung zum Lernen dazu. Nur meine ($n = 1$) zum Teil vermutlich brüchigen Erinnerungen würde ich aber nie auf die Allgemeinheit übertragen wollen. Hier halte ich es für günstiger, statt der eigenen Überzeugung besser gesicherte Erkenntnisse anzuerkennen, die möglichst auf einer besseren Datenlage beruhen.

Von 1997 bis 2001 habe ich als Lehrer für Mathematik am Gymnasium gearbeitet. Seit 2000 arbeite ich im Bereich Mathematikdidaktik an verschiedenen Hochschulen, zunächst an der TU Braunschweig, wo ich 2004 eine Promotion abgeschlossen habe. Seit 2006 hatte bzw. habe ich Professuren für Mathematikdidaktik an den Universitäten/Hochschulen Münster, Freiburg und Kassel inne. Seit 2017 bin ich 1. Vorsitzender der Gesellschaft für Didaktik der Mathematik (GDM).

Andreas Eichler, Universität Kassel
Email: eichler@mathematik.uni-kassel.de

Gilbert Greefrath

1. Woher kommt die Mathematik-Lücke zwischen Schule und Hochschule?

Eine Mathematik-Lücke zwischen Schule und Hochschule wird in vielen Studienfächern mit substanziellem Mathematikanteil – übrigens auch und vielleicht sogar besonders an Fachhochschulen – wahrgenommen. Auf eine solche Lücke ist schon vor langer Zeit, beispielsweise in den 1970er und 1980er Jahren, hingewiesen worden. Vermutlich ist die Lücke seitdem aber größer geworden. Der Mathematikunterricht an den Schulen hat sich in den letzten Jahren und Jahrzehnten nämlich deutlich verändert. So wird in den Schulen nun stärker die Nützlichkeit von Mathematik im Alltag in den Vordergrund gestellt als noch vor 20 Jahren und Grundvorstellungen mathematischer Inhalte stehen mehr im Mittelpunkt. Auch neue mathematische Inhalte sind hinzugekommen und andere Inhalte sind weggefallen. Gleichzeitig haben sich die Rahmenbedingungen beispielsweise in Bezug auf Grund- und Leistungskurse sowie Wochenstunden oder G8/G9 verändert. Diese Veränderungen haben vermutlich zur Vergrößerung der Unterschiede zwischen der Schulausbildung im Fach Mathematik und den Erwartungen der Hochschulen geführt.

2. Wie sollte der Mathematikunterricht idealerweise verändert werden?

Der ideale Mathematikunterricht ist für alle Schülerinnen und Schüler nützlich. Das heißt, er gibt die grundlegenden Einblicke in Mathematik und ihre Anwendungen für diejenigen Schülerinnen und Schüler, die später weniger Mathematik benötigen werden, und gleichzeitig ist der Mathematikunterricht eine gute Vorbereitung auf ein mathematikhaltiges Studium oder eine entsprechende

Ausbildung. Insbesondere diese Anschlussfähigkeit muss auch in die Entwicklung des idealen Mathematikunterrichts einfließen. Hierzu ist vermutlich mehr Zeit für Mathematik in der Schule erforderlich.

3. Welche konkreten Schritte halten Sie für vordringlich?

Wichtig erscheint mir, gegenseitige Schuldzuweisungen zu vermeiden und konstruktiv zu denken. Die Tagung der gemeinsamen Kommission Ende Mai in Münster hat sicher auch dazu beigetragen. Ich denke, es sind Aktivitäten auf allen Ebenen erforderlich. Eine Weiterentwicklung der Bildungsstandards und eine Vereinheitlichung der Abiturprüfungen auf der oberen Ebene müsste von einer Umsetzung der neuen Rahmenbedingungen in den Ländern bis zu konkreten Fortbildungsmaßnahmen in den Schulen begleitet werden. Auch eine detaillierte Beschreibung der Erwartungen der Hochschulen im Vergleich zu den Inhalten in den Lehrplänen wäre für diese Maßnahmen hilfreich. Parallel dazu müsste überlegt werden, wie in den Schulen mehr Zeit für Mathematik geschaffen werden kann.

4. Welche Rolle spielt die Kompetenzorientierung?

Kompetenzorientierung kann leicht missverstanden werden. Sie bedeutet jedenfalls nicht, dass auf mathematische Inhalte zugunsten allgemeiner Fähigkeiten verzichtet werden sollte. Die Fokussierung auf Kompetenzen hat in den vergangenen zehn bis 15 Jahren Selbstverständliches stärker betont, was offenbar ein wenig in Vergessenheit geraten war. Es geht dabei darum, dass man zum mathematischen Arbeiten nicht nur mathematisches Wissen benötigt und mathematische Methoden ausführen können soll, sondern auch in der Lage sein muss, mit dem Wissen und den Methoden mathematische Probleme zu lösen oder mathematische Argumentationen zu erstellen. Dies wurde als *Problemlösen und Argumentieren* in die Bildungsstandards aufgenommen. Dazu kommen weitere wichtige allgemeine Kompetenzen, die neben den unverzichtbaren mathematischen Inhalten in den Bildungsstandards stehen. Daher spricht man von Kompetenzorientierung, die – im positiven Sinn verstanden – wichtige Impulse für die Entwicklung des Mathematikunterrichts gibt. Wichtiger erscheint mir aber die Tatsache, dass es nun in Deutschland Bildungsstandards für alle Schulstufen gibt. Die wirkliche Chance, Bildungsstandards für ganz Deutschland und nicht in jedem Bundesland einzeln weiterzuentwickeln, sollte unbedingt genutzt werden.

5. Was haben Sie von der Tagung Neues mitgenommen?

Ich habe mit Freude aufgenommen, dass sehr viele Kolleginnen und Kollegen sich intensiv mit der Frage beschäftigen, wie man Mathematikunterricht effektiver und besser gestalten und die Lücke zwischen Schule und Hochschule verringern kann, denn wir werden diese Probleme nur lösen können, wenn Schulen, Ministerien und Hochschulen zusammen an Lösungen arbeiten. Ich sehe es auch sehr positiv, dass drei große Mathematik-Fachverbände an diesen Fragen gemeinsam arbeiten.

6. Fast jeder hat eine Meinung zum Matheunterricht, aber wenige haben sich so intensiv mit den Fakten beschäftigt wie Sie. Welche Tatsachen werden gerne übersehen?

Ich denke es wird häufig übersehen, wie komplex und heterogen das Schulsystem ist. Selbst großangelegte empirische Untersuchungen können nur einige Aspekte des Mathematikunterrichts untersuchen. Dennoch sollte man natürlich Ergebnisse wissenschaftlicher Untersuchungen nicht ignorieren, sondern im Gegenteil genauer die untersuchten Fragestellungen und Ergebnisse anschauen. Außerdem wird gern übersehen, dass gewünschte Veränderungen im Schulsystem nicht einfach dadurch erreicht werden können, dass man nur bestimmte Vorgaben wie Lehrpläne verändert. Hier ist intensive Arbeit erforderlich, um solche Vorgaben zu implementieren und in den alltäglichen Unterricht einfließen zu lassen.

7. Wie haben Sie am besten gelernt?

Eine sehr wichtige Rolle hat bei mir die Freude an Mathematik gespielt. Wenn ich Freude am Mathematiklernen hatte, dann war ich auch bereit, an schwierigen Problemen lange zu arbeiten, um schließlich Erfolg zu haben. Diese Freude an Mathematik konnte ich auch deshalb entwickeln, weil ich Lehrer hatte, die begeistert ihr Fach vermittelt haben. Dies scheint mir, neben vielem anderen, auch ein sehr wichtiger Aspekt zu sein.

Professor für Didaktik der Mathematik mit dem Schwerpunkt Sekundarstufen an der Westfälischen Wilhelms-Universität Münster. Seit 2011 stellvertretender Sprecher der Mathematik-Kommission Übergang Schule–Hochschule von DMV, GDM und MNU. Forschungsschwerpunkte: Mathematisches Modellieren, Übergang Schule–Hochschule und Einsatz digitaler Werkzeuge im Mathematikunterricht.

Gilbert Greefrath, Westfälische Wilhelms-Universität Münster
Email: g.greefrath@uni-muenster.de

Rainer Heinrich

1. Woher kommt die Mathematik-Lücke zwischen Schule und Hochschule?

Hier sehe ich ein ganzes Ursachengefüge. Zum einen haben sich die Rahmenbedingungen der zum Abitur führenden Schulen insgesamt verändert, die Herausforderungen sind größer geworden. Der Anteil von Schülern, die die Allgemeine Hochschulreife anstreben, hat sich deutlich erhöht. Hier spielen rechtliche Entscheidungen, die dem Elternwillen einen hohen Stellenwert einräumen, eine große Rolle. Außerdem hat sich die Heterogenität der Schülerschaft deutlich erhöht, das betrifft sowohl den deutlichen Anstieg von Schülern mit Migrationshintergrund, als auch mit sonderpädagogischem Förderbedarf. Damit steht jeder Lehrer vor der Herausforderung, alle Schüler mithilfe von Differenzierungsmaßnahmen individuell zu fördern, was aber objektiv an Grenzen stößt. Hinzu kommt, dass gerade im MINT-Bereich in vielen Ländern Probleme bestehen, den Unterricht fachgerecht abzudecken. Auch in den nächsten Jahren wird ein Teil des Mathematikunterrichts durch fachfremd unterrichtende Lehrer oder Seiteneinsteiger abgedeckt werden müssen. Es gibt zwar für diese Kollegen eine Reihe von Fort- oder Weiterbildungsangeboten, doch dauert es naturgemäß eine Zeit, bis diese ergebniseffizient wirken. Zum anderen spielt die digitale Welt, die Nutzung von Medien und die Reizüberflutung, eine große Rolle. So ändert sich das Leseverhalten der Schüler drastisch. Texte zu lesen und zu verstehen sowie Konzentrationsfähigkeit sind auch für die Beschäftigung mit Mathematik eine unabdingbare Voraussetzung. Unter Berücksichtigung dieser Umstände wird es eine Lücke auch zukünftig geben.

2. Wie sollte der Mathematikunterricht idealerweise verändert werden?

Die Mathematik-Ausbildung in den Anfangssemestern der Hochschulen muss vor allem die Grundlagen für die höheren Semester erbringen, deshalb spielen andere Aspekte, wie etwa Anwendungen, eine geringere Rolle. Die Schule hat einen allgemeinen Bildungsauftrag. Hier geht es um die Vermittlung anwendbaren Wissens, um den Erwerb von Kompetenzen sowie um die Werteorientierung. Dazu muss auch der Unterricht im Fach Mathematik beitragen. Wenn die Anschlussfähigkeit verbessert werden soll, muss man kritisch prüfen, wo im Unterricht Schwerpunktverlagerungen auf Basiswissen und Basiskompetenzen unter den oben genannten Umständen möglich sind. Reserven sehe ich hier vor allem beim Übungskonzept im Mathematikunterricht. Von Seiten der Hochschulen muss versucht werden, die Studierenden dort abzuholen, wo sie am Ende der Schulzeit stehen.

3. Welche konkreten Schritte halten Sie für vordringlich?

Ganz wichtig ist, dass Vertreter der Schulen und Hochschulen ohne Vorurteile aufeinander zugehen und miteinander sprechen. Auch gegenseitige Hospitationen könnten dazu beitragen, die Perspektive und die Rahmenbedingungen der jeweils anderen Seite besser zu verstehen. Ergänzende fächerverbindende Grundkurse oder Zusatzangebote für interessierte Schüler wären auch eine Möglichkeit, die Schule und Hochschule gemeinsam leisten könnten. Ganz wichtig ist mir aber eine Erhöhung des Stellenwertes der Lehrerausbildung, insbesondere der fachdidaktischen Ausbildung. Hier wird der Grundstein gelegt, die oben genannten immer größer werdenden Herausforderungen zu meistern.

4. Welche Rolle spielt die Kompetenzorientierung?

Die Kritik an der Kompetenzorientierung halte ich für überzogen. Oder anders: Was wäre ein Mathematikunterricht, der sich nur auf Wissen beschränkt? Ohne dass dieses Wissen angewandt werden kann, ist es nutzlos. Genau auf diese Anwendbarkeit zielt letztlich die Kompetenzorientierung. Mathematikunterricht muss auch einen Beitrag liefern zum Problemlösen, zum Verständnis von Zusammenhängen und zum kritischen Vernunftgebrauch. Und wenn man sich die Bildungsstandards ansieht, wird sofort deutlich, dass es keine inhaltsleeren Kompetenzen gibt, sondern diese immer mit konkreten mathematischen Gegenständen verknüpft sind.

5. Was haben Sie von der Tagung Neues mitgenommen?

Die Tagung war insgesamt sehr interessant, im Übrigen fand ich das Programm wirklich sehr überlegt zusammengestellt. Als Vertreter der Schulseite habe ich aber auch stärker Positionen der Hochschulen verstanden. Und es wurde deutlich, dass Schule, Fachwissenschaft und Fachdidaktik jeweils ihre Hausaufgaben erledigen müssen.

6. Fast jeder hat eine Meinung zum Matheunterricht, aber wenige haben sich so intensiv mit den Fakten beschäftigt wie Sie. Welche Tatsachen werden gerne übersehen?

Positionen zu einem guten Mathematikunterricht gibt es viele. Viele unterscheiden sich auch, das ist normal. Letztlich hängt aber alles ganz entscheidend vom Unterricht des einzelnen Lehrers ab. Deshalb bewirken die Lehrerausbildung und die Bemühungen, viele „gute" Lehrer – nicht nur in Mathematik – zu gewinnen, am Ende mehr, als es Vorgaben in Standards, Lehrplänen oder Prüfungen tun.

7. Wie haben Sie am besten gelernt?

Erfolgreiches Lernen ist von vielen Faktoren abhängig, da spielt zuerst das Lebensalter eine Rolle, vor allem aber die Motivation. Ich hatte zum Beispiel das Glück, dass es meinen Mathelehrern immer gelungen ist, mich für das Fach zu begeistern. Der Wunsch, Mathematiklehrer zu werden, resultierte dabei vielleicht weniger aus dem Unterricht oder gar der Liebe zu Termen. Vielmehr fand ich die Beschäftigung mit Knobelaufgaben und den Mathematikolympiaden viel spannender. Und das hat sich dann auch irgendwie auf die Leistungen im Unterricht ausgewirkt.

14 Jahre Lehrer, die meiste Zeit am Pestalozzi-Gymnasium Dresden, sowie Fachberater für Mathematik in Sachsen; 1992–2002 Leiter der Aufgabenauswahlkommission für die Abiturprüfung Mathematik in Sachsen; 2002–2008 Referent für Mathematik und Naturwissenschaften im Sächsischen Staatsministerium für Kultus; seit 2008 Leiter des Referates Gymnasien im Sächsischen Staatsministerium für Kultus; Autor/Herausgeber von Schulbüchern sowie zahlreiche Veröffentlichungen in Zeitschriften.

Rainer Heinrich, Sächsisches Staatsministerium für Kultus, Referat 45: Gymnasien, Abendgymnasien, Kollegs
Email: rainer.heinrich@smk.sachsen.de

Wolfram Koepf

1. Woher kommt die Mathematik-Lücke zwischen Schule und Hochschule?

Diese Lücke gab es schon immer, sie wird seit langer Zeit beschrieben und immer wieder diskutiert. Sie hat natürlich in erster Linie mit dem eher konkreten Mathematikverständnis in der Schule und dem abstrakteren Mathematikverständnis an der Hochschule zu tun, übrigens auch in Ingenieurstudiengängen. Die Lücke hat sich in den letzten Jahren aber vergrößert durch Kürzungen der Stundentafeln, die Umstellung von G9 auf G8 sowie die teilweise Abschaffung von Leistungskursen. Inhalte wurden aus den Lehrplänen gestrichen, andere kamen hinzu. Dies muss nun an den Hochschulen kompensiert werden. Inzwischen studiert zudem über die Hälfte eines Jahrgangs, so dass die Heterogenität der Studienanfänger ungleich größer ist als früher. Ein weiteres Problem ist, dass das Wissen aus der Sekundarstufe I bei vielen Abiturienten im Laufe der Oberstufe zu diffundieren scheint.

2. Wie sollte der Mathematikunterricht idealerweise verändert werden?

Die höheren Studierendenquoten mag man beklagen, aber sie sind politisch gewollt und man wird dies nicht ändern können. Daher kommt es darauf an, die Nachhaltigkeit des Mathematikunterrichts zu verbessern. Da wir uns immer wieder darüber beklagen, dass die Themen der Sekundarstufe I wie etwa Potenzrechnung, Termumformungen und Logarithmengesetze bei den Studienanfängern nicht ausreichend vorhanden sind, sollten diese in der Oberstufe beständig geübt und auch im Abitur abgefragt werden. Dieser Idealzustand ist zwar in den Bildungsstandards so vorgesehen, wird aber in der Praxis oft nicht erreicht.

3. Welche konkreten Schritte halten Sie für vordringlich?

Ich würde mir wünschen, dass die Anforderungen an das Abitur länderübergreifend einheitlicher wären. Dies soll ja der bundesweite Aufgabenpool, der in diesem Jahr zum ersten Mal zum Einsatz kam, erreichen. Leider erleben wir aber weiterhin, dass sich einzelne Länder diesem Prozess entziehen. Außerdem kann es prinzipiell weiterhin so sein, dass jedes Bundesland andere Abituraufgaben auswählt. Auf diese Weise kann der immer wieder beschworene Vorteil der Länderhoheit, dass sich nämlich durch Konkurrenz die besten Ideen durchsetzen sollen, überhaupt nicht erreicht werden.

4. Welche Rolle spielt die Kompetenzorientierung?

Die Kompetenzorientierung an sich hat meines Erachtens mit diesen Prozessen gar nichts zu tun. Allerdings wird die Kompetenzorientierung nicht immer optimal umgesetzt. Es sollte eben einen guten Mix aus innermathematischen Themen und Anwendungen im Unterricht geben. Wenn dann beispielsweise Abituraufgaben zu geringe mathematische Fähigkeiten abverlangen, so gibt dies einen falschen Hinweis auch für zukünftigen Unterricht.

5. Was haben Sie von der Tagung Neues mitgenommen?

Wir haben als Kommission ja erstmalig versucht, das Thema der Lücke gemeinsam mit Schulpraktikern, Mathematikdidaktikern und Fachmathematikern aller Couleur zu diskutieren. Dabei war es uns besonders wichtig, auch Fachmathematiker einzuladen, die sich explizit gegen die moderne mathematische Fachdidaktik positioniert haben. Für mich war es daher sehr bedeutsam zu sehen, dass diese Diskussionen gelingen können und dass alle Beteiligten erkennen, dass die gemeinsamen Positionen deutlich überwiegen. Mein Ziel ist es, diese Grabenkämpfe zu überwinden. Diesem Ziel sind wir nähergekommen.

6. Fast jeder hat eine Meinung zum Matheunterricht, aber wenige haben sich so intensiv mit den Fakten beschäftigt wie Sie. Welche Tatsachen werden gerne übersehen?

Ich glaube, es wird immer gerne übersehen, dass der schulische Mathematikunterricht auch dann gut sein kann, wenn er anders ist als früher. Wir können heute nicht mehr mit Rechenschieber und Logarithmentafel unterrichten, was ich in der Schule noch gelernt habe, weil Taschenrechner deren Aufgabe übernehmen. Es geht also darum, den Taschenrechner intelligent in den Unterricht zu integrieren, so dass das händische Rechnen nicht zu kurz kommt. Auch Geometrie spielt eine geringere Rolle, dafür wird mehr Stochastik betrieben. Die sichtbare Lücke führt viel zu häufig zu dem Gefühl des „früher war alles besser". Ich bin überzeugt, dass dies ein Irrglaube ist.

7. Wie haben Sie am besten gelernt?

Ich hatte beim Schulfach Mathematik die geringsten Probleme, weil sich mir die Inhalte, die ich im Unterricht verstanden hatte, automatisch eingeprägt haben. Wie gut dies geklappt hat, hing weit eher vom Schullehrer als von mir ab. Die beste Voraussetzung für den Schulerfolg ist es meines Erachtens immer, einen gut ausgebildeten und engagierten Lehrer zu haben, mit dem man gut klarkommt. Solche Lehrerinnen und Lehrer müssen wir an den Universitäten ausbilden!

Wolfram Koepf, Professor für Computeralgebra an der Uni Kassel, Mitglied des DMV-Präsidiums, seit 2012 als DMV-Vertreter Sprecher der Mathematik-Kommission Übergang Schule–Hochschule.

Wolfram Koepf, Universität Kassel
Email: koepf@mathematik.uni-kassel.de

Henning Körner

1. Woher kommt die Mathematik-Lücke zwischen Schule und Hochschule?

(a) Zunächst: Die Lücke gab es schon immer. Sie ist größer geworden, weil
– die Stundenzahl im Mathematikunterricht rückläufig ist (mindestens auf Leistungskursniveau),
– weil sich durch eine zunehmende Anzahl von Prüfungsfächern die Bedeutung des einzelnen Prüfungsfaches verringert,
– weil der gesetzte Standard der Hochschulen teilweise zeitunabhängig erscheint. (Sind händische Kalkülfertigkeiten unabhängig vom Vorhandensein von CAS und anderen digitalen Werkzeugen?)
(b) Bis zu 50 % eines Jahrgangs machen Abitur, ein zunehmend höherer Anteil mit nicht gymnasial erworbenem Hochschulzugang.
(c) Aus (b) folgt unmittelbar, dass allgemeinbildende Aspekte des Mathematikunterrichts stärkeres Gewicht vor (spezieller) Studienvorbereitung erlangen müssen (Bildungsauftrag). Beispiele:
– Stochastik (Umgang mit Daten und ihrer Darstellung in Medien, kritisches Lesen empirisch gefundener Befunde) ist hochgradig allgemeinbildend, für spezielle Studienvorbereitung in MINT-Fächern aber wohl eher vernachlässigbar – mindestens wenn man die inhaltliche Ausrichtung von Brückenkursen etc. als Maßstab nimmt.
– Der syntaktisch orientierte Anteil (Termumformungen, Gleichungen lösen) im Mathematikunterricht nimmt im Vergleich zu kontextgebundenen (sinnstiftenden) Anteilen mit zugehörigen Prozessen (Modellieren, Formalisieren, Argumentieren) ab. Neben diesem inhaltlichen Grund sind digitale Werkzeuge natürlich ein technologisch bedingter weiterer Grund.

2. Wie sollte der Mathematikunterricht idealerweise verändert werden?

(a) Realistische Aussage: Wenn sowohl breite vertiefte Allgemeinbildung und (spezielle) Studienvorbereitung erreicht werden sollen, und das auch in zunehmend inklusiv gestaltetem Mathematikunterricht, dann benötigt man zwangsläufig mehr Stunden in Mathematik, alles andere ist Augenwischerei. Dies lässt sich auch normativ rechtfertigen mit der Besonderheit und Einzigartigkeit von Mathematik (*Welt sui generis* und *Welt zur Beschreibung von Welt*), die eben nicht durch ein anderes Fach substituierbar ist. Das ist politisch aber wohl (leider) nicht durchzusetzen.

(b) Einerseits: nachhaltiges Trainieren von Grundfertigkeiten über Sek1 und Sek2 hinweg (vgl. 3(b)), anderseits: mehr echtes Modellieren (Mathematik und Welt) und Begründen/Beweisen (Mathematik als Welt), sodass Mathematik für alle Schüler als sinnvoller und bedeutungshaltiger Zugang zu Welt erscheint (vgl. 1(c)). Digitale Werkzeuge als unumgängliche, aber auch sinnvolle Kulturtechnik konstitutiv und durchgehend integrieren.

3. Welche konkreten Schritte halten Sie für vordringlich?

(a) Grundsätzlich: Leistungskurse (5-stündig), Grundkurse (3-stündig), vier Prüfungsfächer insgesamt.

(b) Verbindliche Fähigkeiten und Fertigkeiten (Kompetenzen) bezüglich Verfahren, Begriffen und Konzepten als Basiskompetenzen auf Grundlage der Bildungsstandards in Kooperation mit Abnehmern (Hochschulen) festlegen. Diese deutschlandweit zentral im Abitur abprüfen (ca. 25–30 % der schriftlichen Prüfung, vgl. Physikum bei Medizinern). Diese Prüfung sollte für alle Schüler sein; spezifisch für Grund- bzw. Leistungskurse. Dies ist verbindliche Bringschuld der Schule gegenüber Hochschulen und Orientierungsmaß für diese. Der übrige Teil der schriftlichen Prüfungen sollte dezentral – mit von Fachlehrkräften gestellten Aufgaben – gestaltet werden. Anmerkung: Der cosh-Katalog kann und will dies nicht leisten, weil er erklärtermaßen unabhängig von Bildungsstandards formuliert ist und entsprechend in Teilen weit über sie hinausgeht. Wenn die Hochschulen ihn zum Standard erklären, zementiert dies die Lücke, konkretisiert sie aber auch (vgl. Arbeit von IGEMA in Niedersachsen). Auf der anderen Seite muss Schule weit über diesen kalkülorientierten Katalog hinausgehen (siehe 1(c)).

(c) Wahlpflichtkurse, wenn institutionell vorgesehen, mit Mathematikorientierung in Sek1 anbieten. In Sek2 in Seminarfächern etc. weiterführende mathematische Inhalte auch mit Blick auf universitäre Mathematik anbieten. Also: mathematikaffinen Schülerinnen und Schülern von Klasse 7 an begleitend zum „Mainstream“ ein Angebot machen, das natürlich auch in Abitur und Zertifikaten eingebracht werden kann.

4. Welche Rolle spielt die Kompetenzorientierung?

Frei nach Kant: Inhalte ohne Kompetenzen sind leer, Kompetenzen ohne Inhalte dumm.

5. Was haben Sie von der Tagung Neues mitgenommen?

Wenig Neues, aber ich habe erlebt, dass es „aufeinander Zugehen“ gibt, aber leider auch „voneinander Wegbewegen“.

6. Fast jeder hat eine Meinung zum Matheunterricht, aber wenige haben sich so intensiv mit den Fakten beschäftigt wie Sie. Welche Tatsachen werden gerne übersehen?

(a) War früher Mathematik Säule eines Schwerpunkts (naturwissenschaftlich orientiertes Gymnasium), dem sprachlich orientierte Schwerpunkte gegenüberstanden, in denen Mathematik aber auch meist noch Prüfungsfach blieb, so ist Mathematik heute – mindestens in Wahrnehmung der Schülerinnen und Schüler und auch bezüglich der formalen Vorgaben – ein Fach unter vielen, das auch nicht unbedingt signifikant mehr Stunden hat als andere Fächer. (Sprachlich entlarvend: der Weg vom „Hauptfach“ über das „Kernfach“ zum „Langfach“)

(b) Auf Hochschulseite:

– (a) und 1(c)

– Der quantitative Umfang des gesamten gymnasialen Mathematikunterrichts im Gefüge von mindestens zehn weiteren zeitgleich auftretenden Fächern entspricht ungefähr dem Mathematikanteil von zwei bis drei Semestern eines Mathematik- oder Ingenieurstudiums.

7. Wie haben Sie am besten gelernt?

Fast durchgängig alleine, ich weiß aber um die Produktivität kooperativer Lernformen für andere Menschentypen.

Fachleiter Mathematik am Studienseminar Oldenburg für das Lehramt an Gymnasien, Lehrer an der Graf-Anton-Günther-Schule Oldenburg, Lehrbeauftragter an der Universität Oldenburg, Vertreter des MNU in der Mathematik-Kommission Übergang Schule–Hochschule, Herausgeber der Schulbuchreihe „Neue Wege“.

Henning Körner, Studienseminar Oldenburg für das Lehramt an Gymnasien
Email: hen.koerner@t-online.de

Aloys Krieg

1. Woher kommt die Mathematik-Lücke zwischen Schule und Hochschule?

Das Hauptproblem besteht darin, dass in der Mittelstufe zu viel Stoff zu schnell durchgenommen wird, sodass die Schüler die Begriffe nicht wirklich verinnerlichen und damit das Handwerkszeug nur unzureichend beherrschen.

2. Wie sollte der Mathematikunterricht idealerweise verändert werden?

Wir brauchen Wiederholungssequenzen. Die Schüler müssen auch in der Oberstufe noch die Prozentrechnung und elementare Geometrie beherrschen. Das funktioniert nur, wenn diese Bereiche auch Teile von Klausuren sind. Darüber hinaus stelle ich eine Überbetonung der Stochastik fest, weil beispielsweise Hypothesentests an keiner Hochschule vorausgesetzt werden.

3. Welche konkreten Schritte halten Sie für vordringlich?

Wir müssen den Lehrkräften die Zeit geben, die Wiederholungen in Unterricht und Prüfungen einzubinden.

4. Welche Rolle spielt die Kompetenzorientierung?

Man kann das, was wir wollen, auch in Termen von Kompetenzen formulieren. Unsäglich finde ich es allerdings, dass interessierte Kreise die Kompetenzorientierung als Nebelkerze zu nutzen versuchen, um Abstriche bei den Fachstandards zu begründen.

5. Was haben Sie von der Tagung Neues mitgenommen?

Mir wurde sehr deutlich, wie unterschiedlich Aufgaben aus dem gleichen Bereich in Schule und Hochschule formuliert werden. Hieran kann man anknüpfen, ohne Abstriche bei den Standards befürchten zu müssen.

6. Fast jeder hat eine Meinung zum Matheunterricht, aber wenige haben sich so intensiv mit den Fakten beschäftigt wie Sie. Welche Tatsachen werden gerne übersehen?

Ingenieure oder Wirtschaftswissenschaftler etwa benötigen ein sicheres Umgehen mit Mathematik oder vielleicht auch eher nur mit höherem Rechnen, wie Mathematiker es formulieren würden. Dazu müssen die Grundlagen in der Schule gelegt werden.

7. Wie haben Sie am besten gelernt?

Ich bin sicher nicht der Maßstab. Wir müssen stärker realisieren, was junge Leute heute anders als früher mitbringen und was wir Ihnen anbieten können, um sie erfolgreich zu einem Studienabschluss zu führen.

Nach Studium, Promotion und Habilitation in Münster leite ich seit 1993 den Lehrstuhl A für Mathematik an der RWTH Aachen. Dort bin ich mit der Ausbildung von Fachmathematikern und Lehramtsstudierenden betraut. Seit neun Jahren bin ich Prorektor für Lehre. In dieser Funktion gilt mein Hauptaugenmerk der Mathematikausbildung für Anwender, die ungefähr 80 % unserer Studierenden ausmachen.

Aloys Krieg, RWTH Aachen
Email: krieg@rwth-aachen.de

Wolfgang Kühnel

1. Woher kommt die Mathematik-Lücke zwischen Schule und Hochschule

Foto: Bildarchiv des MFO

Die Lücke hat zwei Komponenten: Zum einen, vergleichsweise harmlos, die Kluft zwischen den in den Bildungszielen genannten Inhalten und dem, was die Hochschulen – auch Fachhochschulen – erwarten (etwa laut cosh-Katalog). Zum anderen, und viel schlimmer, die Kluft zwischen Anspruch und Wirklichkeit, das heißt zwischen den postulierten Kompetenzen und dem, was in den Köpfen derer, die eine Hochschulzugangsberechtigung haben, tatsächlich ankommt. Dafür würde ich hauptsächlich die unerwünschten Nebenwirkungen der gutgemeinten Schulreformen der letzten 20 Jahre verantwortlich machen. Mehr Details dazu unter tinyurl.com/yb74a6st.

2. Wie sollte der Mathematikunterricht idealerweise verändert werden?

Dem altbekannten Kernproblem – die einen lieben Mathematik, die anderen hassen sie; die einen haben kaum Probleme, die anderen haben massive Probleme – kann man nicht mit einer Einheitsmathematik gerecht werden, und sei sie noch so kompetenz- und anwendungsorientiert. Wenn schon Grund- und Leistungskurse, dann müssen sie sich *erheblich* unterscheiden (in US-High-Schools gibt es das bereits: *Common-Core Mathematics Standards* [CCMS] versus *Science, Technology, Engineering and Mathematics* [STEM]) Ein „erhöhtes Niveau für alle“, das ist ein Widerspruch in sich und kann nur durch Etikettenschwindel erreicht werden.

3. Welche konkreten Schritte halten Sie für vordringlich?

Den bewussten Abschied von liebgewordenen Illusionen: Eine Erhöhung der Hochschulzugangsquote auf $100\,\% - \varepsilon$ kann nicht als Ziel oder gar als Selbstzweck angesehen werden. Ziel muss sein, studierfähige Abiturienten zu haben, und nicht, möglichst viele Abiturienten zu haben. Somit könnte man höhere Hürden gerade für G8-Gymnasien vertreten, aber nicht nur in Mathematik. Im Hinblick auf ein MINT-Studium sollte man die Formelsammlung nicht nur neben sich liegen haben, sondern auch benutzen können:*Was man nicht auswendig weiß, schlägt man nach, aber gekonnt.* Diese wichtige Fähigkeit ist offenbar unterbewertet. (Die Abiturienten 2017 in Brandenburg waren offensichtlich trotz ihrer „Kompetenzen“ nicht in der Lage, die Ableitung der ln-Funktion der Formelsammlung zu entnehmen, weil der ln angeblich „nicht dran war“.)

4. Welche Rolle spielt die Kompetenzorientierung?

Keine allzu rühmliche. Die Kompetenzdebatte verstellt den Blick auf die Mathematik. Durch nichts ist nachgewiesen, dass im Fach Mathematik die Kompetenzorientierung mit ihrer Umsetzung irgendeine Verbesserung gebracht hat gegenüber den vorherigen Bildungszielen mit deren Umsetzung. Es nützt nichts, im Wolkenkuckucksheim zahlreiche Bindestrich-Kompetenzen zu postulieren, wenn Studienanfänger dann in der Realität bereits vor Bruch- oder Wurzelgleichungen kapitulieren, weil die „nicht dran waren“. Angeblich sind doch die Kompetenzen unabhängig vom konkreten Stoff. Es wird noch nicht einmal von Befürwortern behauptet, die PISA-Sieger hätten diese Art der Kompetenzorientierung eingeführt – das haben sie nicht.

5. Was haben Sie von der Tagung Neues mitgenommen?

Dass die Lücke real existiert, das war schon länger eine Binsenweisheit. Mir war neu, wie selbstverständlich und unwidersprochen schon in den Eingangsstatements bei Eröffnung der Tagung gesagt wurde, diese Lücke würde auch noch ständig wachsen. Für mich ist verblüffend, dass Schulbehörden und die didaktische Fachwelt dem jahrelang passiv zugesehen und sich eher in der Kunst des Schönredens geübt haben. Warnsignale gab es schon länger.

6. Fast jeder hat eine Meinung zum Matheunterricht, aber wenige haben sich so intensiv mit den Fakten beschäftigt wie Sie. Welche Tatsachen werden gerne übersehen?

Als wichtiger Grund für schwache Ergebnisse in Eingangstests an Hochschulen wird von Didaktikern gerne die gesunkene Zahl der Unterrichtsstunden in Mathematik angeführt, die durch den Übergang von G9 zu G8 (aber nicht nur) verfügt wurde. Das klingt plausibel, vgl. die Liste von Stephanie Schiemann in den *Mitteilungen der DMV* 21-4 (2013), S. 231. Demgegenüber wird die von Psychologen dominierte „empirische Bildungswissenschaft“ nicht müde, Studien zu veröffentlichen, wonach die Mathematikleistungen von G8- und G9-Absolventen praktisch gleich sind. Dieser Widerspruch wird gerne übersehen, und er wirft kein gutes Licht auf diese Art Empirie und die geheim gehaltenen Testitems, die offenbar an der Lücke vorbei testen.

7. Wie haben Sie am besten gelernt?

In meiner eigenen Schulzeit habe ich, darin untypisch, viel aus Büchern gelernt, und zwar neben der Schule, im letzten Schuljahr auch in einer freiwilligen Mathematik-AG in der Schule.

Wolfgang Kühnel ist Professor für Differentialgeometrie am Fachbereich Mathematik der Universität Stuttgart. Er ist Autor der Lehrbücher *Differentialgeometrie* sowie *Matrizen und Lie-Gruppen*. www.igt.uni-stuttgart.de/LstDiffgeo/Kuehnel/

Wolfgang Kühnel, Universität Stuttgart
Email: kuehnel@mathematik.uni-stuttgart.de

Frank Loose

1. Woher kommt die Mathematik-Lücke zwischen Schule und Hochschule?

Bei Studierenden, die einen Studiengang der Mathematik aufnehmen, resultiert die Lücke schon daraus, dass die für die Mathematik so charakteristische Strenge und Schönheit ihrer klaren Begriffsbildungen und ihrer lückenlosen Beweise in der Schule kaum auftritt, im Studium dann aber schon sehr früh zum Vorschein kommt.

Es ist zwar schon lange her, aber ich erinnere mich noch gut an die ersten Übungen zu meinen Vorlesungen Analysis 1 und Lineare Algebra 1 an der RWTH Aachen Ende der 70er Jahre, die mich richtig ins Schwitzen brachten, obwohl ich in der Schule ein echter Crack war. Das ist eine Herausforderung des Mathematikstudiums, die es wahrscheinlich immer geben wird, obwohl man sie natürlich auch etwas mildern könnte. Gegenwärtig wird aber von allen Beteiligten gleichermaßen – neu eingeschriebenen Studierenden, Lehrerinnen und Lehrern, Vertretern der Bildungsadministration und Hochschullehrern in Fachdidaktik und im Fach – eine Lücke konstatiert, die sich vor allem bei Studierenden auftut, die Mathematik lediglich als ein Service-Fach studieren, wie etwa die vielen angehenden Ingenieure, Wirtschafts- oder Naturwissenschaftler. Bei ihnen sind es nicht die neuen abstrakten Strukturen oder das Verständnis schwieriger Beweise (die in diesen Service-Vorlesungen gar nicht vorkommen), die Probleme bereiten, sondern vor allem die fehlende Sicherheit im Umgang mit wichtigen Techniken wie etwa dem Bruchrechnen, dem Umgang mit Potenzen oder Termumformungen in der Algebra, um nur einige zu nennen. Das scheint vor allem daran zu liegen, dass es in den Schulen in den letzten Jahren einfach zu kurze Übungszeiten dafür gab, was nun mühsam durch Vor- bzw. Brückenkurse und vorlesungsbegleitende Unterstützungsmaßnahmen aufgeholt werden muss, wenn dies überhaupt gelingt.

2. Wie sollte der Mathematik-Unterricht idealerweise verändert werden?

Wer kennt schon das Ideal? Da sollte man vielleicht hier und da auch etwas demütig sein und nicht glauben, dass man alleine „die Wahrheit mit Löffeln gegessen hat“. Am Ende ist es eine wohl balancierte Mischung aus verschiedenen Elementen. Ich versuche es mal: Ein guter Unterricht hat ohne jeden Zweifel Teile, wo Schüler selbstständig etwas entdecken, wo sie beispielsweise Argumentationsketten finden, bis hin zu kleinen Beweisen, die ihnen große Freude bereiten können. Er hat aber auch Elemente, wo eine neu eingeführte Technik, wie etwa das Differenzieren von Funktionen, immer wieder an auch schwierigeren Funktionen geübt werden muss. Ich muss gestehen, dass ich in der Schule auch Freude an der Beherrschung solcher Techniken empfunden habe. Es muss also nicht immer „eine große Sache“ sein. Zu einem guten Unterricht gehört aber vor allem auch eine gut ausgebildete Lehrkraft mit einer unzweifelhaft soliden fachlichen Ausbildung. Wie soll man denn beispielsweise eine größere fachdidaktische Herausforderung meistern, wenn man fachlich nicht sicher ist? Ich finde es beispielsweise auch sehr wichtig, dass die Lehrkraft eine klare, saubere mathematische Sprache beherrscht, die nicht zu Mehrdeutigkeiten führt. Dann bin ich auch der Meinung, dass nicht jeder neue Unterrichtsstoff unbedingt selbst entdeckt werden muss. Eine blitzsaubere und fachdidaktisch wunderbar vorbereitete Erklärung eines schwierigen Sachverhalts von einer im Idealfall auch noch begeisternden Lehrkraft ist doch einer schwammigen Erklärung eines Schülers, der das Problem vielleicht als einziger richtig gelöst hat, vorzuziehen. Andererseits müssen gut ausgebildete Lehrerinnen und Lehrer natürlich auch mit alternativen Lehr- und Lehrformen vertraut sein, sie sollten sich mit wesentlichen fachdidaktischen Methoden befasst haben und sich mit den wunderbaren Möglichkeiten, die sich durch den Einsatz digitaler Medien ergeben, auskennen. Und einiges mehr. Daraus entsteht dann der Mix, der zum größten Erfolg führt.

3. Welche konkreten Schritte halten Sie für vordringlich?

Ich finde zunächst die Kommunikation zwischen den Verantwortlichen in Schule, Bildungsadministration und Hochschule sehr wichtig. Da sind wir gegenwärtig, glaube ich, auf einem guten Weg. Man muss sich einfach auch in die Argumente der jeweils anderen Seite eindenken lernen. Es hilft schon, Vorschläge zu machen, die eventuell von allen getragen werden können. Gegenwärtig scheint es mir vor allem darum zu gehen, dass die Übungszeiten für die verschiedenen Themen in der Schule wieder erhöht werden müssen. Dazu muss man eventuell auch über eine Erhöhung der Stundenzahl in Mathematik nachdenken. Ein weiterer Vorschlag wäre, zu überdenken, ob nicht bereits doch schon in der Schule eine gewisse Spezialisierung, etwa durch die Einführung von Leistungskursen oder verwandten Strukturen, zugelassen werden soll. Bedenkt man, wie viele Abiturienten nach der Schule ein mathematik-affines Fach studieren, so könnte hier vielleicht doch schon ein Fortschritt bei der Verkleinerung der Lücke erzielt werden. Vielleicht muss man die Bildungspläne an der einen oder anderen Stelle auch inhaltlich wieder konkreter machen. Aber das möchte ich hier nur als Möglichkeiten andeuten, die diskutiert werden sollten. Im vertrauensvollen Miteinander wird man vorankommen.

4. Welche Rolle spielt die Kompetenzorientierung?

Die Kompetenzorientierung bekommt es gegenwärtig ein bisschen zu heftig ab, finde ich. Ich habe Kollegen, die ich im Übrigen sehr schätze, die rote Pusteln bekommen, wenn sie das Wort *Kompetenz* auch nur aus der Entfernung hören. Es mag ja sein, dass man es mit den Kompetenzen im Anschluss an den ersten PISA-Schock hier und da übertrieben hat. Aber dass nun die Kompetenzorientierung an allem schuld sein soll – so einfach ist es wohl nicht. Was ist denn dagegen zu sagen, wenn Schülerinnen und Schüler beispielsweise *argumentieren und beweisen* können, wenn sie *mathematisch kommunizieren* und wenn sie *mathematisch modellieren* können? Es geht doch hier alleine um den Mix, den Zaubertrank, von dem ich unter Frage 2 geschrieben habe. Ich breche hier also eine Lanze für die Kompetenzorientierung in dem Sinne, dass sie neben den anderen wichtigen Aspekten eines guten Unterrichts ihren festen Platz haben soll und ihn auch bekommen wird.

5. Was haben Sie von der Tagung Neues mitgenommen?

Ach wissen Sie: Ich bin ja in verschiedenen Communities unterwegs, die sich zum Teil sehr gegensätzlich in der Diskussion gegenüberzustehen scheinen. Die einen haben den *Brandbrief* unterschrieben, die anderen den *Gegenbrief*. Und ich habe sogar in beiden Communities gute Freunde, möchte ich sagen. Da habe ich, ehrlich gesagt, im Vorfeld ein wenig die Sorge gehabt, dass es da in Münster zu einem großen Showdown kommt. Denn die Gemeinsame Kommission hatte sehr bewusst Kolleginnen und Kollegen aller Couleur eingeladen und sie auch zu Wort kommen lassen. Was mich dann wirklich beeindruckt hat, ist, wie gemeinschaftlich, trotz grundsätzlicher Gegensätze, die sich keineswegs alle in Luft auflösten, miteinander umgegangen wurde. Das war für mich wirklich sehr ermutigend. Gemeinsam kann man, gerade jetzt wo wir bei der Bildungsadministration einen Fuß in die Tür bekommen können, einiges erreichen.

6. Fast jeder hat eine Meinung zum Matheunterricht, aber nur wenige haben sich so intensiv mit den Fakten beschäftigt wie Sie. Welche Tatsachen werden gerne übersehen?

Ob ich mich so viel mit den Fakten beschäftigt habe, weiß ich gar nicht. Ich kenne Kollegen, die sich viel intensiver mit den Fragen beschäftigt haben, die im Rahmen von PISA und ähnlichen Studien vorgelegt wurden. Ich denke, dass die wesentlichen Dinge alle auf dem Tisch liegen. Nun gilt es, sich zusammenzuraufen und die Lücke, wenn schon nicht zu schließen, doch so zu verkleinern, dass man sie mit einem selbstbewusstem Sprung überwinden kann.

7. Wie haben Sie am besten gelernt?

Auch das war ein Mix. Zunächst habe ich in der Regel intensiv versucht, mich allein mit den Problemen, etwa den Übungsaufgaben, auseinanderzusetzen. Wenn ich dann nicht zum Erfolg kam, so habe ich wenigstens versucht, die Probleme, bei denen ich nicht weiter kam, zu formulieren. Dann habe ich mich mit Kommilitonen und später mit Kollegen ausgetauscht und versucht, meine Probleme jetzt auch zu verbalisieren. In den meisten Fällen gab es nach diesem Austausch dann noch einmal „eine Phase der Einsamkeit“, die aber durchaus ein Glück sein konnte. Wahrscheinlich ist das aber individuell doch sehr verschieden. Ein bisschen „der einsame Wolf“ war ich hier und da schon und bin es wohl noch immer.

Fachbereich Mathematik der Universität Tübingen, Stv. Direktor der Tübingen School of Education (TüSE); Mitglied im Präsidium der DMV, Mitglied in der Gemeinsamen Kommission Lehrerbildung Mathematik der DMV, GDM und des MNU, stv. Mitglied in der Gemeinsamen Kommission Mathematik Übergang Schule–Hochschule der DMV, GDM und des MNU; Mitglied im Kernteam der AG cosh (Cooperation Schule Hochschule).

Frank Loose, Universität Tübingen
Email: frank.loose@uni-tuebingen.de

Stephanie Schiemann

1. Woher kommt die Mathematik-Lücke zwischen Schule und Hochschule?

Foto: Jörg Schiemann

Wesentlich ist die veränderte Schülerpopulation heutzutage mit allgemeiner und fachgebundener Hochschulreife (vgl. Schiemann, Die Vergleichbarkeit von Abiturquoten und -noten, *Mitteilungen der DMV* 23-3 (2015), S. 186–187). Die höchste Abiturientenquote hatte 2015 Hamburg mit 57,7% laut Bundesamt für Statistik. Es folgen die anderen Stadtstaaten: Bremen (49,4 %) und Berlin (48,8 %). Die wenigsten Abiturienten gibt es im Saarland (37,7 %), in Sachsen-Anhalt (34 %) und Bayern (31,6 %). 1970 lag die Abiturientenquote im Bundesdurchschnitt noch bei 10 %, 1980 bei 20 %. Ebenso gestiegen ist die Studierquote der Abiturienten: von 33 % im Jahr 2000 auf 55 % im Jahr 2016. Hinzu kommt auch, dass mit der Umwandlung in G8 einige Bundesländer Leistungskurse abgeschafft haben: In BW, BY, MV, SA, SH und TH gibt es in der Oberstufe nur noch 4-stündige gemeinsame Mathematikkurse für alle. Und da, wo es noch Leistungskurse gibt, sind – mit Ausnahme von BE, HB, HE, NW, RP und SA – die Wochenstunden von fünf auf vier reduziert worden (vgl. Schiemann, *Mitteilungen der DMV* 21-4 (2013), S. 226–232). Der deutliche Anstieg der Abiturienten- und Studierquote – auch durch berufliche Schulen – sowie die Reduktion des Mathematikunterrichts, sind für mich die wesentlichen Gründe für die Lücke. Bildungsstandards und Lehrpläne spielen meines Erachtens nur eine untergeordnete Rolle.

2. Wie sollte der Mathematikunterricht idealerweise verändert werden?

Grundsätzlich bräuchten wir wieder mehr Mathematikstunden sowohl in der Sekundarstufe I als auch in der Sekundarstufe II. In der Mittelstufe wird beispielsweise Mathematik in der 8. Klasse häufig nur 3-stündig unterrichtet. Dies könnte man bundeseinheitlich aufstocken. In der Oberstufe wäre die Wiedereinführung von 5-stündigen Leistungskursen wünschenswert und möglichst wieder G9.

3. Welche konkreten Schritte halten Sie für vordringlich?

Eine gute Idee wären begleitende Extra-Angebote an Regelschulen für MINT-Interessierte, die auffangen, was die üblichen Stundentafeln nicht mehr abdecken. Dies kann schulübergreifend gemeinsam mit Hochschulen aus der Region realisiert werden – entweder in der Woche, an Wochenenden oder in den Schulferien. Beispiele dafür gibt es schon. Auch das Angebot eines Vor-Semesters an den Hochschulen für bestimmte Studiengänge könnte sehr hilfreich sein. Zudem sind gut ausgebildete, motivierte und nicht fachfremde Mathematiklehrkräfte entscheidend. Hier könnte man Kampagnen starten und zum Beispiel Studienförderungen für Mathematik- und auch Physiklehramtsstudierende anbieten.

4. Welche Rolle spielt die Kompetenzorientierung?

Die Kompetenzen sind gebrandmarkt, aber eigentlich nichts Neues! Auch vor den Bildungsstandards hat man in den Mathematik-Lehrplänen schon über Problemlösen, Modellieren und Kommunizieren usw. gesprochen. Heute gibt es inhaltsbezogene Kompetenzen, sortiert nach den fünf Leitideen:

(L1) Zahl,
(L2) Messen,
(L3) Raum und Form,
(L4) Funktionaler Zusammenhang,
(L5) Daten und Zufall,

und sechs allgemeine, prozessbezogene Kompetenzen:

(K1) Mathematisch argumentieren,
(K2) Probleme mathematisch lösen,
(K3) Mathematisch modellieren,
(K4) Mathematische Darstellungen verwenden,
(K5) Mit symbolischen, formalen und technischen Elementen der Mathematik umgehen und
(K6) Kommunizieren.

> Die oben beschriebenen allgemeinen Kompetenzen werden von den Schülerinnen und Schülern in der Auseinandersetzung mit den mathematischen Inhalten erworben. (Bildungsstandards im Fach Mathematik für den Mittleren Schulabschluss 4. 12. 2003, Pkt. 3.1, S. 9.)

Im Mathematikunterricht selbst hat sich durch die neue Sortierung nach Kompetenzen in den Bildungsstandards wenig geändert. Der neue Fokus, auch auf die Prozesse zu schauen, macht sich vor allem in der Ausbildung im Lehramtsstudium und im Referendariat bemerkbar, weil die Unterrichtsvorbereitungen und die Stundenentwürfe heute anders aussehen als in den 90er Jahren.

5. Was haben Sie von der Tagung Neues mitgenommen?

Das gemeinsame Arbeiten an den Problemen oder Ideen suchen – ohne ständig Vorwürfe an die eine oder andere Seite zu machen – empfand ich als sehr angenehm und konstruktiv.

6. Fast jeder hat eine Meinung zum Matheunterricht, aber wenige haben sich so intensiv mit den Fakten beschäftigt wie Sie. Welche Tatsachen werden gerne übersehen?

Die Entwicklung, immer mehr jungen Menschen auch mit geringerem Bildungsniveau eine Hochschulreife zu attestieren, ist politisch gewollt. Eine Abiturientenquote von 70 % ist laut OECD erwünscht. Dies erreichen wir beim derzeitigen jährlichen Wachsen um einen Prozentpunkt in etwa 20 Jahren. Ähnlich wie bei der Umwandlung in Bachelor- und Master-Studiengänge wollten die Politiker damit erreichen, dass Deutschland international vergleichbarer wird. Unser dreigliedriges Schulsystem und die duale Berufsausbildung haben sich zwar etabliert und viele Anhänger im In- und Ausland, doch häufig stehen wir damit bei internationalen Vergleichen schlecht da, weil es eben nicht in das System passt. Durch unsere traditionell hochwertige berufliche Ausbildung benötigen wir nicht so viele Hochschulabsolventen wie andere Länder. Ich würde eine Abiturientenquote von etwa 30 % sehr begrüßen. Wir könnten uns da an Bayern orientieren.

7. Wie haben Sie am besten gelernt?

Ich persönlich habe am meisten aus der schulübergreifenden Talentförderung Mathematik gelernt. Dies war eine Begabtenförderung jenseits der Schule an der Universität Hamburg, die ich dann selbst als junge Lehrerin im Regierungsbezirk Lüneburg (Nord-Niedersachsen) aufgebaut habe. In der Schule habe ich im Matheunterricht häufig den Spaß, die Kreativität und die Individualität vermisst.

Quellen

Datenportal BMBF, www.datenportal.bmbf.de/2.5.73

Schiemann, Stephanie, *Mitteilungen der DMV* 23/2015, 186–187

Schiemann, Stephanie, *Mitteilungen der DMV* 21/2013, 226–232

https://tinyurl.com/statista-entwicklung-der-studi

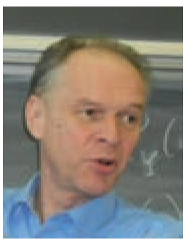
https://tinyurl.com/statista-schulabsolventen

Stephanie Schiemann ist Leiterin des Netzwerkbüros Schule–Hochschule der DMV an der Freien Universität Berlin und dort auch in die Lehramtsausbildung eingebunden. Seit 2010 ist sie verantwortlich für „Mathe im Advent" und Mitbegründerin der gemeinnützigen GmbH *Mathe im Leben*, die diesen seit 2016 ausrichtet. Die Studienrätin hat 20 Jahre als Mathematik- und Sportlehrerin, als Schulbuchautorin und in der Lehrerfortbildung gearbeitet. Darüber hinaus hat sie zahlreiche Initiativen zur Talentförderung Mathematik in Hamburg und Niedersachsen aufgebaut.

Stephanie Schiemann, Netzwerkbüro Schule–Hochschule der DMV
Email: schiemann@math.fu-berlin.de

Sebastian Walcher

1. Woher kommt die Mathematik-Lücke zwischen Schule und Hochschule?



Man sollte spezifizieren: Lücke bei mathematik-affinen Studiengängen. Bei Jura etwa sehe ich keine Lücke. Schulzeitverkürzung und reduzierte Stundentafeln haben in den vergangenen Jahren eine quantitative Vergrößerung der Lücke verursacht. Darüber hinaus sehe ich aber durch veränderte Schwerpunktsetzungen (vgl. z. B. 3. unten) auch eine qualitative Komponente.

2. Wie sollte der Mathematikunterricht idealerweise verändert werden?

Ein gar nicht so unrealistischer Ansatz wäre, wieder eine stärkere Staffelung nach Motivation und Leistung einzuführen: „Erhöhtes Niveau für alle" – wie in einigen Ländern praktiziert – ist problematisch, ebenso die in anderen Ländern zu beobachtende geringe Differenz zwischen Grund- und Leistungskursanforderungen. Dies benachteiligt vor allem diejenigen, die mehr könnten und wollen. Folglich leidet die allgemeine Studienvorbereitung für MINT und andere betroffene Fächer.

3. Welche konkreten Schritte halten Sie für vordringlich?

Ich nenne nur einen: Kalkül und Geläufigkeit mit Kalkül ist nicht „doof", sondern wesentlicher Bestandteil der Mathematik und zudem unverzichtbar in allen echten Anwendungen der Mathematik. Dies muss sich zentral im Mathematikunterricht wiederfinden.

4. Welche Rolle spielt die Kompetenzorientierung?

Mir bereitet diese in mehr als einer Hinsicht große Probleme. Da steht eine Idealvorstellung im Raum – natürlich ist keiner gegen kompetenten Umgang von Schülerinnen und Schülern mit Mathematik –, andererseits sehe ich eine wenig gelungene und auch aus anderen Motiven gespeiste Umsetzung im KMK-Katalog, und schließlich haben einige Lehrplangestalter und Verantwortliche für Prüfungen das Ganze zum Anlass genommen, mathematische Inhalte zu entfernen. Als allgemeinen Kommentar zur Rolle der Kompetenzorientierung im Übergang Schule–Hochschule empfehle ich: Volker Bach, Kompetenzorientierung und Mindestanforderungen, *Mitteilungen der DMV* 24-1 (2016). Ich stimme diesem Beitrag nicht hundertprozentig zu, halte ihn aber für sehr beachtenswert.

5. Was haben Sie von der Tagung Neues mitgenommen?

Im Gegensatz zu früheren Diskussionen in anderen Veranstaltungen erschien mir die Bereitschaft zum Verstehen und zur Verständigung größer. Gleichzeitig wurde mir bewusst, wie groß die Verständigungsprobleme trotz allem noch sind.

6. Fast jeder hat eine Meinung zum Matheunterricht, aber wenige haben sich so intensiv mit den Fakten beschäftigt wie Sie. Welche Tatsachen werden gerne übersehen?

Ich will das nur aus Hochschullehrer-Sicht beantworten: Der weitaus größte Teil der Studentinnen und Studenten beispielsweise im MINT-Bereich wird nicht Mathematik oder Lehramt Mathematik studieren, sondern andere Fächer. In diesen Fächern, und ich denke dabei nicht an Mathematik-Vorlesungen, wird ab dem ersten Tag mathematisches Wissen und Können vorausgesetzt, das die Schulen nicht (mehr) liefern.

7. Wie haben Sie am besten gelernt?

Wie jemand (in der Schule) gelernt hat, der später mal Mathematiker geworden ist, ist meines Erachtens nicht verallgemeinerungsfähig.

Professor für Mathematik an der RWTH Aachen. Relevante weitere Information in diesem Zusammenhang: Lehre für Studierende der Mathematik (inkl. Lehramt), Servicelehre für Studierende der Biologie und der Informatik.

Sebastian Walcher, RWTH Aachen
Email: walcher@matha.rwth-aachen.de

Timo Weidl

Vorbemerkung: Bildung ist Ländersache. Es gibt übergreifende Trends, bei deren detaillierter Analyse man aber schnell wieder bei den jeweiligen lokalen Gegebenheiten anlangt. Allgemeine Aussagen sind somit immer irgendwo unpassend oder gar fehlerhaft.

1. Woher kommt die Mathematik-Lücke zwischen Schule und Hochschule?

Die Lücke ergibt sich zunächst aus den verschiedenen Blickwinkeln auf unser Fach in der Schule und an der Universität, was sich dann zum Beispiel in unterschiedlichen Darstellungsformen äußert. Ich halte die Bewältigung dieses notwendigen Bruchs – als auch den Umgang mit dem zweiten Bruch für junge Lehrer beim Wechsel vom Studium zurück an die Schule – für einen wichtigen Teil des Reifeprozesses und der Persönlichkeitsentwicklung. Die Schule muss ihre Absolventen vor allem in der Kursstufe dazu befähigen, den Schritt von der Schule zur Universität erfolgreich zu gehen. Eine Verknappung der fachlichen Inhalte und vor allem eine Kürzung von Übungs- und Wiederholungsphasen führen aktuell dazu, dass selbst notwendiges Basiswissen nicht mehr ausreichend verinnerlicht wird. Dafür sind zum Teil die Verkürzung der Unterrichtszeit aber auch die Setzung umstrittener Schwerpunkte verantwortlich. Aspekte der Studierfähigkeit für WiMINT treten bei der Planung und Umsetzung der Bildungspläne in den Hintergrund, stattdessen werden gekünstelte Anwendungsaufgaben gerechnet, die manchmal sowohl der Methodik der Mathematik als auch der Art und Weise ihrer tatsächlicher Anwendung widersprechen. Dafür kommen aber so grundlegende mathematische Begriffe wie Ungleichung oder Menge in einigen Bundesländern bis zum Abitur überhaupt nicht mehr vor. Dann muss man sich nicht wundern, dass die Lücke wächst.

2. Wie sollte der Mathematikunterricht idealerweise verändert werden?

Veränderungen sollten grundsätzlich in kleinen Schritten und kontrolliert erfolgen. Bildung ist ein

Kulturgut, und *die* eine Zauberformel, die alle Probleme sofort löst, gibt es sowieso nicht. Damit Unterricht gut sein kann, muss er zunächst stattfinden und von fachbezogen ausgebildetem Personal gehalten werden. Wochenlange Ausfälle selbst in der Kursstufe gefährden Abiturnote und Studierfähigkeit. Der Mathematikunterricht soll in der Schule eine ausgewogene Balance von fachbezogener Allgemeinbildung und mathematischer Alphabetisierung zur Ausbildungs- und Studierbefähigung vermitteln. Wichtig ist dabei, neben dem Erwecken eines grundsätzlichen Interesses für das Fach, die Vermittlung und Einübung gewisser grundlegender Denk- und Rechentechniken nicht zu vernachlässigen. Diese Fähigkeiten müssen langfristig auf stetig wachsendem Niveau wiederholt und gesichert werden. Dies kann später im Rahmen eines Vor- oder Brückenkurses nicht so einfach nachgeholt werden. Idealerweise werden die Wiederholungseffekte im Schulunterricht auch durch die Nutzung der Mathematik in den anderen naturwissenschaftlichen Schulfächern erreicht. Dabei wird zudem das Anwendungspotenzial der Mathematik sachgerecht demonstriert.

3. Welche Rolle spielt die Kompetenzorientierung?

Dass reines Wissen ohne die Befähigung selbiges anzuwenden, nur totes Wissen ist, wurde mir schon in der Grundschule beigebracht. Wenn man Kompetenz als Fachwissen verbunden mit der Fähigkeit zu dessen Nutzung versteht, dann haben wir kein Problem. Leider hat dieser elementare Sachverhalt in den letzten Jahren eine Art der Formalisierung in dreidimensionalen Kompetenzrastern und Schlimmeres erlebt, was die Zielrichtung und Qualität des Schulunterrichts zunehmend von den Gegebenheiten und Anforderungen des Fachs abkoppelt. Aufgaben werden nicht mehr in Bezug auf ihren fachlichen Gehalt sowie ihre intellektuelle Herausforderung und Wirksamkeit diskutiert, sondern es interessieren die zu setzenden Kreuze bei K1 bis K6.

In einem Versuch der Selbstverwissenschaftlichung hat sich ein Teil der Fachdidaktik Mathematik dabei bewusst vom Mutterfach abgekoppelt. Ein typischer Indikator dafür ist, dass etwa 40 der 50 Unterzeichner der Antwort auf den Brandbrief über keinen einzigen Publikationseintrag im MathSciNet verfügen. In diesem Klima werden manchmal Schwerpunkte der eigenen didaktischen Forschung leichtfertig zu Lasten klassischer mathematischer Inhalte auf den Schulunterricht projiziert. Dies gibt den bildungspolitischen Entscheidungsträgern dann den bequemen Freiraum, den Mathematikunterricht zu „entfrachten“ und zu „modernisieren“. Der Übergang von der Wissens- zur Kompetenzmessung liefert die Möglichkeit, den dabei entstehenden Schaden teilweise zu vernebeln. Dieser Schaden ist aber tatsächlich vorhanden und wird erst beim Übergang zur Universität sichtbar. Ich halte also weniger die Idee der Kompetenzorientierung an sich, sondern ihre konkrete Umsetzung und die damit einhergehende Bindung von Ressourcen und Aufmerksamkeit, weg von den wirklich wichtigen Dingen, für mitverantwortlich.

4. Welche konkreten Schritte halten Sie für notwendig?

– eine klare Einbeziehung der Frage der Studierfähigkeit in die Gestaltung der Bildungspläne; konkret: sachgerechte Anwendungen statt Pseudomodellierung; mehr Geometrie in der Mittelstufe. Manche Aspekte der Stochastik in der Kursstufe sind hingegen besser an der Universität aufgehoben. Bildungspläne müssen einem ständigen öffentlichen Diskurs unterliegen, bei dem sowohl die Didaktik als auch die Fachwissenschaft eine zentrale Rolle spielen.
– eine überzeugende Ausarbeitung von Curricula, mit einer zeitnahen Anbindung mathematischer Inhalte an den Unterricht in den Naturwissenschaften sowie stetige Wiederholung von Basiswissen auf wachsendem Niveau. Die Bildungspläne allein sind dafür nicht geeignet, sie müssen durch fachübergreifend abgestimmte und detaillierte Lehrpläne ergänzt werden.
– ein Überdenken und eine Neuordnung der Schwerpunkte in Fort- und Weiterbildung. Die Nutzung von GTR/CAS ist nicht die zentrale Herausforderung an den Mathematikunterricht in Deutschland.
– Das IQB ist zur Absicherung der Qualität der zentralen Abituraufgaben durch einen fachbezogenen Beirat hochrangiger Fachwissenschaftler zu unterstützen.
– Die besagte Lücke kann nur im engen Austausch auf Augenhöhe zwischen Schulen und Universitäten zu einer hoffentlich begehbaren Brücke umgestaltet werden.
– An den Universitäten müssen wir uns vor allem auch in den Grundvorlesungen der Ingenieur- und Naturwissenschaften mit dem realen Sachstand der mathematischen Schulausbildung auseinandersetzen und gegebenenfalls darauf reagieren.
– Kontroverse Fragen wie Sinn und Umsetzung der Kompetenzorientierung müssen im öffentlichen Raum diskutiert werden. Wenn die Fachdidaktik den Anspruch hat, eine Wissenschaft zu sein, dann muss sie diese Diskussion mit dem Fach aufnehmen.

– Mittelfristig muss die Fachdidaktik wieder verstärkt von beiden Komponenten, dem Fach und der Didaktik, geprägt werden.

5. Fast jeder hat eine Meinung zum Mathematikunterricht, aber wenige haben sich so intensiv mit den Fakten beschäftigt wie Sie. Welche Tatsachen werden gerne übersehen?

Bildung ist ein schöpferischer Prozess mit vielen Beteiligten. Veränderungen in diesem Bereich sind langfristig und anstrengend: Sie stehen in Wechselwirkung mit den Überzeugungen und Interessen unterschiedlichster Personenkreise. Somit wird jede anfängliche Sachfrage bald auch zum Gegenstand einer bildungspolitischen Auseinandersetzung. Die Mitwirkung bei bildungspolitischen Prozessen erfordert Ausdauer und stetige Einsatzbereitschaft. Man muss bereit sein, seine Meinung ständig zu hinterfragen und auch mögliche Teillösungen pragmatisch aufzugreifen. Der ganz große Wurf gelingt selten und einmalige Strohfeuer verlöschen schnell und diskreditieren häufig noch das ursprüngliche Anliegen.

6. Was haben Sie von der Tagung konkret mitgenommen?

Erstens: Es gibt die Lücke und sie wird größer. Das wird inzwischen von allen Seiten anerkannt und wohl auch ernst genommen. Zweitens: Trotz teilweise sehr unterschiedlicher Ansichten gibt es eine gemeinsame Basis für pragmatische Schritte und Maßnahmen. Mit gemeinsamen Initiativen von Lehrern und Dozenten (cosh), der Ermöglichung eines Studieneinstiegs mit unterschiedlicher Geschwindigkeit (MINT-Kolleg) oder Strukturen für leistungsdifferenzierten Unterricht mit dem Schwerpunkt Studierfähigkeit (Vertiefungskurs Mathematik) können wir aus Baden-Württemberg funktionierende Modelle in die Diskussion einbringen. Drittens: Der grundsätzliche Diskurs muss weitergeführt werden und die Entwicklung muss in überschaubaren Zeiträumen beobachtet und ausgewertet werden.

7. Wie haben Sie am besten gelernt?

Ich hatte das Glück, in und neben der Schule eine sorgfältig strukturierte Förderung im Bereich Mathematik vorzufinden. Neben der Durchführung von Wettbewerben wurde mit den interessierten Schülern regelmäßig (!) fachlich gearbeitet. Dabei standen sowohl handwerkliche und heuristische als auch schöpferische Aspekte der voruniversitären Mathematik im Vordergrund. Ich bin den damals beteiligten Lehrern und Dozenten, insbesondere aber Herrn Dr. Helmut König, zu Dank verpflichtet.

1993 Diplom in Physik an der Staatlichen Universität St. Petersburg; 1996 Promotion in Mathematik an der KTH Stockholm; 1999 Habilitation an der Universität Regensburg. Lektor an der University of Sussex at Brighton, Dozent an der KTH Stockholm. Seit 2002 Lehrstuhl für Analysis und Mathematische Physik an der Universität Stuttgart. Aktiv in der Begabtenförderung Mathematik und der Lehramtsausbildung. Wissenschaftliche Begleitung der Bildungsplankommission Mathematik und des Vertiefungskurses Mathematik an den allgemeinbildenden Gymnasien in Baden-Württemberg.

Timo Weidl, Universität Stuttgart
Email: weidl@mathematik.uni-stuttgart.de

Zuerst in: *Mitteilungen der Deutschen Mathematiker-Vereinigung* 25-2 (2017), S. 91–105.
Abdruck mit freundlicher Genehmigung der Autorinnen und Autoren und der DMV.

Fachdidaktische Expertise für Förder-Lehrkräfte im inklusiven Fachunterricht

Stellungnahme der Gemeinsamen Kommission Lehrerbildung der DMV, GDM und MNU sowie des Symposiums Deutschdidaktik e. V. und des Deutschen Germanistenverbands zum Pflichtanteil Mathematik und Deutsch im Lehramtsstudium Sonderpädagogik vom 11. 7. 2017

Die derzeit neu zu etablierenden inklusiven Schulen werden verstanden als „Schule[n] der Vielfalt“, in denen Regelschullehrkräfte mit intensiver fachinhaltlicher und fachdidaktischer Ausbildung gemeinsam mit sonderpädagogisch qualifizierten Lehrkräften in multiprofessionellen Teams zusammenarbeiten sollen (KMK 2015a). Dazu hat die Kultusministerkonferenz der Länder in ihren ländergemeinsamen inhaltlichen Anforderungen zu Recht festgelegt, dass alle Regelschullehrkräfte einen Mindestkanon an sonderpädagogischer Qualifikation brauchen (KMK 2015b), um in kompetente Kooperation mit den Förder-Lehrkräften mit sonderpädagogischer Qualifizierung treten zu können.

Dasselbe gilt jedoch auch umgekehrt: Um in multiprofessionellen Teams kooperativ arbeiten zu können, benötigen die Förder-Lehrkräfte eine grundlegende fachliche und fachdidaktische Expertise in beiden zwei zentralen Fächern Deutsch und Mathematik. Die Förder-Lehrkräfte werden in diesen Teams als die Expertinnen und Experten für das fachliche Lernen der Kinder und Jugendlichen mit sonderpädagogischen Förderbedarfen angesehen und schwerpunktmäßig in den Hauptfächern Deutsch und Mathematik eingesetzt, weil diese Fächer die zentralen Kulturtechniken vermitteln und Grundlagen für das weitere Lernen legen.

Dabei wird allerdings allzu leicht übersehen, dass die Förder-Lehrkräfte in den meisten Bundesländern nur in Mathematik *oder* Deutsch, nicht aber in beiden Hauptfächern fachdidaktisch ausgebildet werden. So verlassen in Nordrhein-Westfalen derzeit $1/3$ aller Förder-Lehrkräfte die Universitäten ohne Grundbildung im Fach Deutsch und sogar $2/3$ ohne Grundbildung im Fach Mathematik.

Da jedoch die fachdidaktische Qualifikation eine unabdingbare Voraussetzung für eine gemeinsame, fokussierte Förderung der schwächsten Lernenden bildet, fordern wir alle Bundesländer auf, dieses Problem mittelfristig zu lösen:

1. durch die Einführung eines *Pflichtanteils Mathematik/Mathematikdidaktik und Deutsch/Deutschdidaktik im sonderpädagogischen Lehramtsstudium*, der Aspekte durchgängiger Sprachbildung einschließt. Ein vergleichbarer Pflichtanteil im Grundschul-Lehramt wurde in fast allen Bundesländern auf *mindestens 20 Kreditpunkte* angesetzt, dies erscheint auch für das sonderpädagogische Lehramt für alle Studierenden als angemessener Umfang;
2. durch die Bereitstellung von entsprechenden personellen Ressourcen, die diese erweiterten Studienanteile an den Hochschulstandorten qualifiziert anbieten können.

Referenzen

[KMK (2015a)] Lehrerbildung für eine Schule der Vielfalt. Gemeinsame Empfehlung von Hochschulrektorenkonferenz und Kultusministerkonferenz (Beschluss der Kultusministerkonferenz vom 12. 3. 2015/Beschluss der Hochschulrektorenkonferenz vom 18. 3. 2015).

[KMK (2015b)] Ländergemeinsame inhaltliche Anforderungen für die Fachwissenschaften und Fachdidaktiken in der Lehrerbildung. Beschluss d. KMK v. 16. 10. 2008 i. d. F. v. 11. 6. 2015.

GDM-Nachwuchskonferenz 2017 in Essen

Ein Bericht aus Organisatorensicht

Bärbel Barzel, Raja Herold-Blasius, Julia Joklitschke, Marcel Klinger, Maximilian Pohl, Benjamin Rott und Anna Vogtländer

Im September 2017 haben sich 62 Teilnehmer*innen (40 weiblich und 22 männlich) von 33 verschiedenen Universitäten aus Deutschland, Österreich und der Schweiz zur GDM-Nachwuchskonferenz in Essen getroffen. Es war die erste ihrer Art, da erstmals Summerschool und Doktorandenkolloquium zusammengefasst wurden. Die Konferenz erstreckte sich über eine ganze Woche – von Montagnachmittag bis Freitagmittag. Aus Organisatorensicht berichten wir im Folgenden über die Veranstaltung.

Über fünf Tage hinweg wurde ein umfassendes Programm mit verschiedenen Elementen geboten.

1 Hauptvorträge

Am ersten Tag berichtete Timo Leuders, was innerhalb eines Promotionsprojekts (un)möglich ist und verdeutlichte verschiedene Wege, eine Promotion zu beschreiten. Bettina Rösken-Winter gab am Dienstag einen umfassenden Überblick über qualitative Forschungsmethoden und Detlev Leutner am Mittwoch über quantitative Ansätze. Am vierten Tag referierte Lieven Verschaffel zu Kriterien für Interventionsstudien, wobei auch darüber diskutiert wurde, ab wann eine Interventionsstudie denn eine Interventionsstudie sei. Am letzten Tag schloss Benjamin Rott mit einer Zusammenfassung und einem Überblick über verschiedene Mixed-Method-Ansätze.

In der abschließenden Evaluation zeigte sich, dass die genannten Hauptvorträge auf durchweg positive Resonanz stießen; die Einschätzungen zum Statement „Den Hauptvortrag würde ich für das nächste Jahr auch empfehlen." schwankten zwischen 3 (trifft zu) und 5 (trifft voll und ganz zu). Die Teilnehmer*innen betonten dabei, dass es wichtig sei, die Inhalte der Hauptvorträge sowie die Referent*innen in den Folgejahren zu variieren – immerhin möchten sie nicht die gleichen Vorträge von den gleichen Referent*innen erneut hören.

2 Workshops

Innerhalb der Woche wurden drei Zeitblöcke mit Workshops angeboten. In jedem Zeitblock für Workshops gab es jeweils vier inhaltlich verschiedene Angebote. Insgesamt konnten die Teilnehmer*innen also drei aus zwölf Workshops wählen. Konkret standen die folgenden Workshops zur Auswahl:

- Qualitative Workshops: (a) Qualitative Inhaltsanalyse und Grounded Theory (B. Barzel), (b) Argumentationstheoretische Analysen (R. Schwarzkopf) und (c) Rekonstruktion von Schülervorstellungen (Ch. Rütten);
- Quantitative Workshops: (a) Testentwicklung (S. Ufer), (b) Rasch-Skalierung (C. Gürer) und (c) Mixed-Methods-Designs (A. Schulz)
- Besondere Forschungsansätze: (a) Hermeneutik (B. Brandt), (b) Entwicklungsforschung (S. Hußmann) und (c) Epistemologisches Dreieck (E. Söbbeke)
- Übergreifende Kompetenzen: (a) Schreibworkshop I (A. Schüler), (b) Schreibworkshop II (A. Schüler) und (c) Supervision (M. Schindler).

Die Workshops wurden jeweils mit vier Items bewertet: (1) Der Workshop war für mich inhaltlich gewinnbringend, (2) Der Workshop war gut organisiert, (3) Der Workshop hat mir gefallen und (4) Den Workshop würde ich für das nächste Jahr auch empfehlen. Die Items wurden weitestgehend mit Werten von 3 (trifft zu) bis 5 (trifft voll und ganz zu) bewertet. Die Workshops wurden also zumeist als inhaltlich gewinnbringend und gut organisiert eingeschätzt, haben den Teilnehmer*innen gefallen und werden für das nächste Jahr empfohlen. Besonders positiv bewertet wurden die beiden Schreibworkshops. Hier scheint der Bedarf insbesondere für weiter fortgeschrittene Doktorand*innen groß zu sein.

3 Runde Tische

Bei einem Runden Tisch geht es darum, sein eigenes Forschungsprojekt vorzustellen und innerhalb von 60 Minuten umfassend mit anderen Doktorand*innen und mindestens einem Experten/einer Expertin zu diskutieren. Dieses intensive Beratungsangebot wurde von der Hälfte der Teilnehmer*innen angefragt, was das Organisationsteam vor eine große Herausforderung stellte – schließlich mussten die Runden Tische auch durch passende Expert*innen versorgt werden.

In der Evaluation wurde deutlich, dass dieses Format gut gefällt und zukünftig beibehalten werden sollte. Die meisten Teilnehmer*innen konnten neue Einblicke in verschiedene Theorien und Forschungsmethoden gewinnen und andere Projekte intensiv kennenlernen. Darüber hinaus fühlten sich die meisten Teilnehmer*innen gut beraten. Ob sich ein/e Teilnehmer*in gut beraten fühlt, hing maßgeblich z. B. davon ab, ob sich der/die Expert*in auf dem Gebiet auskennt. Außerdem wurde gefordert, dass mehr Expert*innen im Bereich der frühkindlichen Bildung und der Grundschule angeboten werden sollten.

4 Hausgruppen

Die Hausgruppen waren ein neues Format, mit dem ein expliziter Rahmen zur informellen Reflexion und zum thematischen Austausch in einer festen Gruppe gegeben werden sollte. Sie ermöglichten ein intensiveres Kennenlernen unter den Teilnehmer*innen. Damit konnte trotz der großen Gesamtgruppengröße ein „familiäres Miteinander" entstehen. Außerdem war hier der Raum gegeben, über Konferenzinhalte zu reflektieren und gleichzeitig den Organisatoren schon während der Konferenz Rückmeldung zu geben und unmittelbar Verbesserungen anzustoßen.

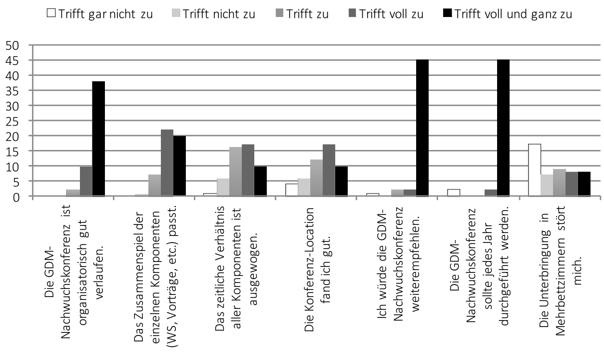


Abbildung 1. Auswertung der Evaluation „insgesamt“ (Angabe in absoluten Zahlen)

In der Evaluation wurde deutlich, dass die Hausgruppen positiv zur Gesamtstimmung beigetragen und die Teilnehmer*innen darin unterstützt wurden, neue Leute anderer Standorten mit ähnlichen Themen- und Problemfeldern intensiver kennenzulernen. Die Teilnehmer*innen machten zudem deutlich, dass sie neben den Personen ihrer eigenen Hausgruppe auch andere Personen gut kennengelernt haben. Insgesamt wurde das Ziel, den jeweiligen Tag zu reflektieren, weitestgehend erreicht. Schließlich hat den meisten Teilnehmer*innen das Format der Hausgruppen gefallen und sie empfehlen dieses Format auch für kommende Nachwuchskonferenzen.

Die Evaluation der gesamten Veranstaltung hat ergeben, dass die GDM-Nachwuchskonferenz insgesamt positiv bewertet wurde (siehe Abbildung 1). Eine deutliche Mehrheit der Teilnehmer*innen würde anderen Promovierenden die Teilnahme an der GDM-Nachwuchskonferenz empfehlen und eine jährliche Durchführung dieser Konferenzstruktur begrüßen.

Inhaltlich wurde das Zusammenspiel und das zeitliche Verhältnis der verschiedenen Module (Hauptvorträge, Workshops, runde Tische etc.) als ausgewogen wahrgenommen. Die verhältnismäßig negative Bewertung des Veranstaltungsorts (siehe Abbildung 1) ist vorwiegend auf die Unterbringung in Mehrbettzimmern und auf den schlechten Internetzugang vor Ort zurückzuführen. Neben diesen negativen Aspekten dürfen die positiven Aspekte nicht vernachlässigt werden. Zum einen war das Ambiente und die Randlage sehr gut geeignet für die Gruppenbildung. Der Ort war vom Essener Hauptbahnhof gut zu erreichen, jedoch abgelegen genug, damit man abends wirklich zusammenblieb. Zum anderen war der Veranstaltungsort aus finanzieller Sicht sehr günstig, so dass die auf die Teilnahmegebühr umgelegten Kosten stark verringert werden konnten.

Zur Finanzierung der Konferenz lässt sich Folgendes berichten: Die Durchführung der Nachwuchskonferenz hat knapp 21 000 Euro gekostet, wobei mehr als die Hälfte dieser Kosten für Unterkunft, Verpflegung und die Miete von Seminar- und Vortragsräumen benötigt wurde. Getragen wurden diese Kosten zu großen Teilen durch die Teilnahmegebühren und eine Bezuschussung durch die GDM. Zusätzlich hat das Interdisziplinäre Zentrum für Bildungsforschung (IZfB) der Universität Duisburg-Essen die Veranstaltung mit 4500 Euro unterstützt. Dieser Teil der Einnahmen wurde genutzt, um Reisekosten und Aufwandsentschädigungen in geringer Höhe für die Dozierenden zu finanzieren. Insgesamt fielen die durch die GDM getragenen Kosten in diesem Jahr geringer aus als erwartet.

Hinsichtlich des Freizeitprogramms wurde der Ausflug am Mittwoch – in der Mitte der Tagungswoche – sehr positiv bewertet. Wir haben das UNESCO-Weltkulturerbe „Zeche Zollverein“ besucht. Außerdem wurde der Zeitpunkt des Ausflugs in der Mitte der Tagung als angebracht wahrgenommen, um neue Kraft zu tanken. Neben dem Ausflug bot das Jugendhaus St. Altfrid ein Klavier für die abendliche Musikbegleitung und ein großes Gelände für sportliche Aktivitäten. Darüber hinaus nutzten einige Teilnehmer*innen den umliegenden Wald als Gelegenheit für ausgedehnte Spaziergänge oder zum Joggen.

Zu guter Letzt möchten wir uns bei allen eingeladenen Expert*innen ganz herzlich für Ihr Engagement und Ihre Kooperation bedanken, mit dem Sie zum Gelingen der Konferenz beigetragen haben. Auch der GDM gebührt unser Dank – ohne die finanzielle Unterstützung könnte eine solche Veranstaltung nicht so kostengünstig für die Teilnehmenden durchgeführt werden. Unser ganz besonderer Dank gilt Wilfried Herget. Er begleitete die gesamte Woche vor Ort und konnte das Organisationsteam mit seiner langjährigen Erfahrung als „critical friend“ und die Teilnehmer*innen mit seiner konstruktiven Beratungsbereitschaft umfassend unterstützen. Wir möchten uns an dieser Stelle für die gelungene Zusammenarbeit ganz herzlich bedanken.

Bärbel Barzel, Raja Herold-Blasius, Julia Joklitschke, Marcel Klinger, Maximilian Pohl, Anna Vogtländer
Universität Duisburg-Essen
Email: baerbel.barzel@uni-due.de, raja.herold-blasius@uni-due.de, julia.joklitschke@uni-due.de, marcel.klinger@uni-due.de, maximilian.pohl@stud.uni-due.de, anna.vogtlaender@uni-due.de
Benjamin Rott, Universität zu Köln
Email: benjamin.rott@uni-koeln.de

GDM-Nachwuchskonferenz 2017 in Essen

Ein Interview

Lukas Baumanns, Norbert Oleksik, Lara Vanflorep und Frederike Welsing

Auf dem Weg durch das Gelände des Essener Jugendhauses St. Altfrid der Beschilderung „GDM NWK 2017“ folgend, ist die Aufbruchsstimmung zu spüren. Mir kommen teils müde wirkende, teils in Gesprächen vertiefte Nachwuchswissenschaftler entgegen.

Als ich das Gebäude betrete, bemerke ich drei Personen, die auf einem roten Sofa sitzen und sich so anregend unterhalten, dass ich mich sofort einklinke.

Guten Tag, habe ich richtig verstanden, dass ihr zu den Glücklichen gehört, die die Gelegenheit hatten, an dem neuen Format der GDM-Nachwuchskonferenz teilnehmen zu können? Was charakterisiert denn überhaupt dieses neue Konzept?

Pauline: Hallo, Sie haben richtig gehört. Bisher gab es Season-Schools, die sich eher an „jüngere“ Promovierende richteten und das Doktorandenkolloquium für Promovierende, die weiter fortgeschritten waren. Die Zusammenlegung verknüpft nun die positiven Aspekte beider Formate. In *Hauptvorträgen* erhielten wir Einblicke in unterschiedliche Forschungsrichtungen und konnten entsprechende Methoden gezielt in unterschiedlichen *Workshops* vertiefen. Gleichzeitig gab es die Möglichkeit, an sogenannten *runden Tischen* unser Forschungsprojekt mit Experten und Doktoranden zu diskutieren. Diese Zusammenführung ist dem Organisationsteam hervorragend gelungen. Durch die gute Vorbereitung sowie die tolle Betreuung und Organisation vor Ort, war die Teilnahme für alle ein voller Erfolg. Daher möchte ich mich im Namen der Doktoranden herzlich beim Organisationsteam bedanken. Ebenso gilt der Dank der GDM, die dies überhaupt erst möglich gemacht hat.

Hannes: Tach auch, ich bin Hannes! Dat is absolut richtig – da muss ich voll und ganz zustimmen. Es war großartig, bekannte Gesichter wiederzusehen und neue kennenzulernen. Man konnte sich über den Fortschritt der Promotionsprojekte vonne anderen informieren und eigene Ideen zur Diskussion stellen. Besonders gut ham mir die *Hausgruppen* gefallen, die den Abschluss jeden Tages gebildet haben und in denen stets Raum für inhaltliche Diskussion und informelle Vernetzung zwischen den Teilnehmern geblieben ist. Außerdem isses toll gewesen in der *Zukunftswerkstatt*, die am letzten Nachmittag stattgefunden hat, Impulse für die Zukunft der GDM zu liefern.

Die Zukunftswerkstatt ist mir im Programm auch aufgefallen. Könnt ihr mir etwas mehr darüber erzählen?

Pauline: In der *Zukunftswerkstatt* haben wir uns Gedanken über die Zukunft der Forschung aber auch der GDM gemacht und diese diskutiert. Dadurch wurde deutlich, dass wir als Nachwuchs in der Zukunft eine bedeutende Rolle innerhalb der mathematikdidaktischen Forschung und der GDM einnehmen werden. Gleichzeitig wurde uns bewusst, welche Aspekte uns persönlich wichtig sind.

Ich finde interessant, dass du, Hannes, eher den informellen Austausch und das Vernetzen hervorhebst und du, Pauline, vor allem die inhaltliche Gestaltung ansprichst. Hieran sieht man, wie vielfältig die Erwartungen und Interessen der Teilnehmer sind. Habt ihr die Auswahl der Vortragsthemen und die Workshops sowie das nicht-wissenschaftliche Angebot als angemessen empfunden?

Hannes: Dat nicht-wissenschaftliche Angebot ermöglichte uns einen Austausch auf persönlicher Ebene. Besonders jut fand ich den Ausflug. Ich komme aus Essen und die Zeche Zollverein ist dat wohl bekannteste Wahrzeichen im Ruhrpott, dat ich natürlich auch schon et ein oder andere Mal besucht habe. Es war 'ne gute Gelegenheit, um mit den anderen über Themen zu sprechen, die über die Mathematikdidaktik hinausgehen.

Pauline: Einen Überblick über die Forschungsmethoden erhalten zu haben, hat mich im Hinblick auf mein Forschungsprojekt für einzelne Aspekte sensibilisiert, die ich unbedingt weiterverfolgen möchte. Workshops und runde Tische konnte ich so auswählen, dass sie meinem Forschungsinteresse entsprachen und ich Anregungen für meine weitere Arbeit erhalten habe. Da durch diese Flexibilität unterschiedlichste Bereiche abgedeckt werden konnten, hatte jeder Doktorand die Möglichkeit, ent-

Die Teilnehmerinnen und Teilnehmer der Nachwuchskonferenz am 20. 9. 2017 auf dem Gelände der Zeche Zollverein (Foto: Privat)

sprechend seines Forschungsinteresses, Forschungsstands und persönlichen Anliegens Workshops und runde Tische zu besuchen.

Prof. M. Piri: Da stimme ich Pauline vollkommen zu. Während der Konferenz wurden unterschiedliche Forschungsperspektiven diskutiert. Timo Leuders läutete die Konferenz mit seinem Vortrag „Was ist bei einem Promotionsprojekt (un)möglich?“ ein und gab erste Einblicke in verschiedene Forschungsrichtungen, die im weiteren Verlauf der Nachwuchskonferenz vertieft wurden. So fokussierte Lieven Verschaffel Interventionsstudien und deren Konzeption. In den darauffolgenden Tagen konnten die Doktoranden außerdem Inhalte zu qualitativen Forschungsmethoden bei Bettina Rösken-Winter sowie zu quantitativen Forschungsmethoden bei Detlev Leutner hören. Wie sich diese beiden Richtungen kombinieren lassen, zeigte Benjamin Rott in seinem Vortrag zu Mixed Methods.

Verstehe ich das also richtig, dass renommierte Wissenschaftler tatsächlich vor Ort waren? Welche Rolle nehmen denn die Experten eurer Meinung nach bei einer solchen Konferenz für Nachwuchswissenschaftler ein?

Pauline: Das stimmt – eine Nachwuchskonferenz wäre ohne die Teilnahme und das Engagement von Experten nicht möglich. Wir als Nachwuchswissenschaftler profitieren von den vielfältigen Erfahrungen der Experten. Wenn wir schon beim Thema sind, möchte ich die Gelegenheit nutzen und mich bei allen Experten bedanken, die während der Nachwuchskonferenz unterschiedliche Angebote gestaltet haben und uns vor und nach diesen für Gespräche zur Verfügung standen. Ganz besonderer Dank gilt Wilfried Herget, der die gesamte Woche mit uns verbracht hat und jederzeit ein offenes Ohr sowie vielfältige Impulse für uns bereithielt.

Prof. M. Piri: In den vergangenen Tagen haben wir als Experten unterschiedliche Rollen eingenommen. In Vorträgen, Workshops und den runden Tischen konnten wir den Nachwuchswissenschaftlern vielfältige inhaltliche und methodische Impulse geben. Insgesamt sehe ich uns in einer beratenden Funktion. Es ist allerdings unerlässlich, dass das Angebot der Experten von den Doktoranden angenommen wird, dass sie uns das nötige Vertrauen entgegenbringen, auf uns zukommen und Fragen stellen. Erst dann kann dieses Konzept eine gewinnbringende Symbiose darstellen.

Vielen Dank, ich habe nun ein breites und vielfältiges Bild von der ersten GDM Nachwuchskonferenz erhalten. Eine abschließende Bitte: Welches Wort beschreibt aus eurer Sicht die vergangene Woche am besten?

Pauline: „Gewinnbringend".

Hannes: „Bekakeln" – so nennen wir es im Ruhrpott, wenn Dinge ausdiskutiert und besprochen werden, aber auch informell gequatscht wird.

Prof. M. Piri: „Wegweisend" – einerseits konnten wir als Experten dem Nachwuchs verschiedene Perspektiven und Wege aufzeigen, andererseits wurden die Wünsche und Visionen der „neuen Generation" deutlich.

Ich verabschiede mich von allen und wir bemerken erst jetzt, dass um uns herum bereits die Aufräumarbeiten abgeschlossen werden. Von der GDM Nachwuchskonferenz 2017 ist fast nichts mehr zu sehen, dennoch werden viele Eindrücke mit nach Hause genommen. Das Organisationsteam entfernt nun auch die Beschilderung, der ich jetzt gedankenversunken in entgegengesetzter Richtung folge und den Heimweg antrete.

Lukas Baumanns, Universität zu Köln
Email: lukas.baumanns@uni-koeln.de

Norbert Oleksik, Universität Würzburg
Email: norbert.oleksik@mathematik.uni-wuerzburg.de

Lara Vanflorep, Bergische Universität Wuppertal
Email: vanflorep@uni-wuppertal.de

Frederike Welsing, Bergische Universität Wuppertal
Email: welsing@uni-wuppertal.de

Einladung zur Mitgliederversammlung der GDM

Universität Paderborn, 8. 3. 2017

Ort: Universität Paderborn, Audimax
Beginn: 16:00 Uhr

Tagesordnung

- Top 1. Bestätigung des Protokolls, Beschluss der Tagesordnung
- Top 2. Bericht des Vorstands
- Top 3. Bericht der Kassenführerin bzw. des Kassenprüfers
- Top 4. Entlastung des Vorstands
- Top 5. Wahlen
  2. Vorsitzende/r, Schriftführer/in, Kassenprüfer/in, Beirat
- Top 6. GDM Jahrestagung 2019 in Regensburg
- Top 7. Zeitschriften
- Top 8. Verschiedenes

Andreas Vohns, Schriftführer der GDM

Angebote der GDM-Nachwuchsvertretung im Rahmen der gemeinsamen Jahrestagung GDMV

Andreas Frank, Johanna Goral und Mona-Lisa Maisano

Die Nachwuchsvertretung der GDM organisiert auch in Paderborn wieder verschiedene Programmpunkte für den wissenschaftlichen Nachwuchs.

Eröffnet wird das Nachwuchsprogramm mit dem *Nachwuchstag* am Sonntag, den 4. 3. 2018. Dieses Angebot ist vorwiegend an den Bedürfnissen der Doktorand*innen im ersten Jahr ihres Promotionsprojektes ausgerichtet. Hier besteht die Möglichkeit, andere Promovierende aus dem deutschsprachigen Raum kennenzulernen und dabei an drei Veranstaltungsformaten teilzunehmen:

- Wir bieten die Teilnahme an zwei von sechs verschiedenen *Workshops* an: Umgang mit Literatur, Vorträge halten, wissenschaftliches Schreiben, Selbstmanagement, Gestaltung wissenschaftlicher Poster, Zusammenarbeiten in MathEduc & Madipedia.
- *Moderierte Gesprächsrunden* in kleinem Rahmen ermöglichen es, sich über individuelle Fragen oder Probleme, die die Teilnehmenden aktuell beschäftigen, intensiv auszutauschen und Anregungen zu erhalten.
- Einige Teilnehmer*innen können einen *Probevortrag* in einem kleineren Kreis halten und Feedback von ihren Mitdoktorand*innen bekommen.

Während der Tagung bieten wir weitere Veranstaltungen für den wissenschaftlichen Nachwuchs an.

In der *Talkrunde* (Montag, 5. 3. 2018) berichten bereits promovierte Personen aus dem Post-Doc- oder Professorinnen- bzw. Professoren-Bereich aus ihrer eigenen Promotionszeit und ihrem anschließenden Werdegang. In Paderborn erzählen uns Prof. Dr. Kerstin Tiedemann (Universität Bielefeld) und Dr. Nils Krause (Lehrer am Georg-Cantor-Gymnasium in Halle/Saale) ihre Geschichten.

Im Rahmen des *Nachwuchsforums* (Dienstag, 6. 3. 2018) werden aktuelle Themen angesprochen und Informationen weitergegeben, die insbesondere für den wissenschaftlichen Nachwuchs interessant sind, wie beispielsweise das Angebot der GDM-Nachwuchskonferenz.

Der *Kneipenabend* (Dienstag, 6. 3. 2018) als soziales Ereignis dient dem gegenseitigen Kennenlernen der Promovierenden und Post-Docs. Manchmal gesellen sich auch Professor*innen dazu.

Bei der *Expertinnen- und Expertensprechstunde* steht das einzelne Promotionsprojekt im Vordergrund. Promovierende haben die Möglichkeit diese Form der Einzelberatung durch eine Expertin bzw. einen Experten zu nutzen, um offene Fragen zum eigenen Promotionsvorhaben mit dieser erfahrenen Person zu diskutieren. Bei Interesse versuchen Marcel Klinger (marcel.klinger@uni-due.de) oder Holger Wuschke (wuschke@math.uni-leipzig.de) einen Kontakt auch noch während der Tagung herzustellen.

Im *Workshop zur Supervision* (Donnerstag, 8. 3. 2018, 14:15–15:45 Uhr) von Jun.-Prof. Dr. Maike Schindler (Universität zu Köln) wird das Betreuungsverhältnis während einer Promotion in den Vordergrund gestellt. Für das Gelingen und die Qualität einer Doktorarbeit sind die Zusammenarbeit und Kommunikation von Betreuer*in und Doktorand*in essentiell. Tipps und Tricks zur Kommunikation und mögliche Betreuungsmodelle mit entsprechenden Strategien und Methoden werden diskutiert, um potentiellen Problemen vorbeugen zu können. Die Teilnehmerzahl ist bei diesem Workshop auf 20 Personen begrenzt; eine Anmeldung erfolgt per Mail unter dem Betreff „GDMV: Betreuung“ bei Jun.-Prof. Dr. Stefanie Rach (rach@math.upb.de).

Im Promotionsprozess rückt vor allem am Ende die Frage nach dem weiteren Karriereweg in den Vordergrund. Für eine wissenschaftliche Karriere sind das Publizieren von Forschungsergebnissen und das Einwerben von Forschungsmitteln essentiell. Um vor allem Post-Docs und erfahrene Promovierende in diesen Bereichen zu unterstützen, bieten wir zwei Workshops auf der GDMV-Tagung an:

- Ein *Workshop zum Schreiben von (DFG-)Forschungsanträgen* (Dienstag, 6. 3. 2018, 17:50–18:50 Uhr) findet mit Prof. Dr. Stefan Ufer (LMU München) statt. Sowohl organisatorische Hinweise als auch Tipps und Tricks für einen erfolgreichen Antragsprozess werden diskutiert. Eine Anmeldung erfolgt per Mail unter dem Betreff „GDMV: Antragsworkshop“ bei Jun.-Prof. Dr. Stefanie Rach (rach@math.upb.de).
- Ein *Workshop zum akademischen Schreiben* (Donnerstag, 8. 3. 2018, 14:15–15:45 Uhr) mit Prof Dr. Aiso Heinze (IPN Kiel) knüpft an den Workshop der letzten GDM-Tagung an und fokussiert in praktischen Übungen auf zentrale Bestandteile des Schreibprozesses und -produktes. Eine Anmeldung erfolgt per Mail unter dem Betreff „GDMV: Schreibworkshop“ bei Jun.-Prof. Dr. Stefanie Rach (rach@math.upb.de).

Aktuelle Informationen zur Nachwuchsvertretung und zum Programm während der GDMV 2018 finden sich unter madipedia.de/wiki/Nachwuchsvertretung_der_GDM.

Wir danken allen Expert*innen für ihr hohes Engagement und dem Organisations-Team vor Ort für seine unermüdliche Unterstützung!

Andreas Frank, Universität Regensburg
Email: andreas.frank@ur.de

Johanna Goral, Universität Potsdam
Email: johanna.goral@uni-potsdam.de

Mona-Lisa Maisano, Universität zu Köln
Email: mona-lisa.maisano@uni-koeln.de

GDM Nachwuchskonferenz 2018 in Münster

1. 10.–5. 10. 2018

Katharina Kirsten und Johanna Rellensmann

Im Jahr 2018 wird für Nachwuchswissenschaftler*innen aus dem Bereich der Mathematikdidaktik (insbesondere Doktorand*innen und Post-Docs) zum zweiten Mal die GDM Nachwuchskonferenz angeboten. Ausgerichtet und organisiert wird sie im kommenden Jahr von der Universität Münster (Arbeitsgruppen von G. Greefrath und S. Schukajlow).

Das Programm der Nachwuchskonferenz umfasst

1. *Hauptvorträge* durch Prof. Gabriele Kaiser, Prof. Philipp Mayring und Prof. Lieven Verschaffel, die Einblicke in verschiedene Felder der mathematikdidaktischen bzw. pädagogisch-psychologischen Forschung geben,
2. ein umfangreiches Angebot von einführenden und vertiefenden *Workshops*, die die Teilnehmer*innen entsprechend ihrer Interessen wählen können,
3. *runde Tische*, an denen die Teilnehmer*innen ihre Forschungsprojekte vorstellen und mit Expert*innen sowie den anderen Teilnehmer*innen diskutieren können und
4. *Einzelberatungen* durch einen Experten bzw. eine Expertin der Mathematikdidaktik.

Das Programm ist auf der Konferenz-Homepage einsehbar (s. u.). Neben dem inhaltlichen Programm wird außerdem für ein ansprechendes Freizeitprogramm gesorgt sein, das das gegenseitige Kennenlernen und Vernetzen unterstützt.

Alle Nachwuchswissenschaftler*innen der Mathematikdidaktik aus dem deutschsprachigen Raum sind herzlich zur Teilnahme an der GDM Nachwuchskonferenz eingeladen! Wir möchten insbesondere abgeordnete Lehrkräfte und Nachwuchswissenschaftler*innen von kleinen Fakultäten ermutigen, dieses Angebot der Weiterbildung, des Austausches und der Vernetzung wahrzunehmen.

Hier die zentralen Informationen:

Rahmendaten
Zeitraum: 1. 10.–5. 10. 2018
Unterkunft: Jugendburg Gemen (mit Mehrbettzimmern), Borken

Zielgruppe
Nachwuchswissenschaftler*innen (Doktorand*innen und Post-Docs) aus dem Bereich der Mathematikdidaktik
Maximale Teilnehmerzahl: 70

Kosten
Voraussichtlich: € 180 für GDM-Mitglieder, € 230 für Nicht-GDM-Mitglieder (Aktuelle Informationen zu den Kosten können der Konferenz-Homepage entnommen werden.)

Anmeldung
Ab dem 1. 3. 2018 unter
www.uni-muenster.de/IDMI/GDM-NWK-2018/
Anmeldeschluss: 31. 5. 2018

Kontakt
Die Konferenz-Homepage lautet:
www.uni-muenster.de/IDMI/GDM-NWK-2018/

Fragen zur GDM Nachwuchskonferenz 2018 können an die folgende E-Mailadresse gerichtet werden: nwk.2018@uni-muenster.de

Wir freuen uns, alle Teilnehmer*innen und Expert*innen der GDM Nachwuchskonferenz 2018 auf der Jugendburg Gemen zu begrüßen!

Katharina Kirsten, Universität Münster
Email: k.kirsten@uni-muenster.de

Johanna Rellensmann, Universität Münster
Email: johanna.rellensmann@uni-muenster.de

Landesverband GDM Schweiz – Jahresbericht 2017

Esther Brunner und Lis Reusser

Wintertagung

Der Jahresbericht der GDM Schweiz bezieht sich auf das Kalenderjahr 2017 und beginnt mit der Jahrestagung, die am 27.1.2017 an der Hochschule für Heilpädagogik (HfH) in Zürich stattfand. Es konnten zwei sehr interessante Referate sowie eine Reihe von Ateliers angeboten werden. Den ersten Vortrag am Vormittag hielt Prof. Dr. Andreas Obersteiner von der PH Freiburg. Er referierte zum Thema „Ist 4/9 grösser als 3/5? Die kognitiv-psychologische Perspektive in der Mathematikdidaktik am Beispiel der Bruchrechnung" und gab anhand von eigenen und fremden Forschungsarbeiten einen ausgezeichneten Überblick über den Stand der Forschung auf diesem Gebiet. Danach fand der erste Durchgang von insgesamt 9 Ateliers statt, die von Kolleginnen und Kollegen der GDM Schweiz bestritten wurden. Ein zweiter Durchgang folgte dann am Nachmittag. Der inhaltliche Teil der Tagung wurde mit einem Referat von dipl. math. Albert Gächter zum Thema „Turtle Graphik" abgeschlossen. In diesem Vortrag beleuchtete Albert Gächter insbesondere Möglichkeiten einer fächerverbindenden Arbeit zu Ansätzen aus Informatik und Mathematik und ermöglichte dank zahlreicher konkreter Beispiele einen spannenden Einblick in das Arbeiten auf allen Schulstufen.

Die nächste Jahrestagung im Januar 2018 wird an der PH in Bern stattfinden und dem Thema „Professionalisierung von Mathematiklehrpersonen und –dozierenden" gewidmet sein.

Mitgliederversammlung

Die Mitgliederversammlung fand anlässlich der Jahrestagung am 27. 1. 2017 statt. Das Protokoll der Mitgliederversammlung von 2016 wurde einstimmig genehmigt; der Jahresbericht 2016 der beiden Co-Präsidentinnen sowie die Rechnung 2016 inkl. Bericht der Revisoren wurden mit Applaus verdankt. Der Vorstand legte eine neue Tarifstruktur vor, die im Zuge des Wegfallens des ICME-Beitrags möglich wurde. Die neuen Mitgliederbeiträge sowie das von Gabriela Schürch vorgelegte Budget für 2017 wurden einstimmig genehmigt. Unter dem Traktandum Verschiedenes wurde u. a. auf die neue institutionelle Mitgliedschaft der GDM Schweiz bei der SMG (Schweizerische Mathematische Gesellschaft) hingewiesen. Der Wunsch, die Daten für die Anlässe jeweils gleich bei deren Festlegung an die Mitglieder zu versenden und auf der Webseite zu publizieren, wurde gern aufgenommen.

Weitere Anlässe: Fachdidaktische Diskussion

Auf die Durchführung einer fachdidaktischen Diskussion wurde in diesem Jahr aufgrund fehlender Nachfrage verzichtet.

Vorstandssitzungen und Geschäfte

Der Vorstand traf sich zwischen März und Dezember 2017 zu drei Sitzungen und beschäftigte sich mit zahlreichen Geschäften. Die erste Sitzung Mitte März stand im Zeichen des Rückblicks auf die Jahrestagung und die Mitgliederversammlung und diente der Festlegung des Jahresprogramms. Thematisiert wurden ferner Auswirkungen von institutionellen Mitgliedschaften auf unsere Finanzen. Berichtet wurden zudem Informationen aus der GDM und der Beiratssitzung. Herzliche Gratulationen gingen an Gabriela Schürch, die anlässlich der GDM 2017 in Potsdam in Abwesenheit als Rechnungsrevisorin gewählt wurde sowie Esther Brunner, die vom Beirat der GDM auf den 1. 1. 18 als neue Mitherausgeberin des JMD gewählt wurde.

Die zweite Vorstandssitzung im Juni befasste sich mit der Planung der Wintertagung 2018 sowie Überlegungen zu einer fachdidaktischen Diskussion zum Thema Informatik und Mathematik. Dabei kam der Vorstand zum Schluss, dass das Referat von Albert Gächter anlässlich der Jahrestagung genau dieses Thema schon sehr anschaulich beleuchtet hatte und dass Interessierte auf einen von der ETH und der PH Zürich veranstalteten Vortrag zu dieser Thematik verwiesen werden.

Nachdem Christof Weber anlässlich der Vorstandssitzung seinen Rücktritt aus dem Vorstand auf die nächste Jahrestagung bekannt gab, entschied sich während der Sommerpause auch Peter Flury, unser Aktuar, auf die nächste Wintertagung aus dem Vorstand zurückzutreten, um wieder mehr Zeit für interessante Projekte an der eigenen Institution zu haben. Deshalb befassten wir uns anlässlich der dritten Vorstandssitzung Ende Oktober mit den beiden Vakanzen und der Nachfolgeregelung, um den Mitgliedern anlässlich der nächsten Jahrestagung Vorschläge präsentieren zu können. Weiter ging es um die Detailplanung der Wintertagung. Ein zusätzliches wichtiges Thema war der zukünftige Umgang mit Verteilermail-Anfragen, die sich in den letzten Jahren massiv gehäuft hatten. Dabei beschloss der Vorstand, zukünftig nur noch Stellenausschreibungen und Hinweise auf Vorträge oder Ausstellungen, die von Mitgliedern organisiert werden, zu versenden, um eine Mailflut zu vermeiden. Notwendig ist dafür ein entsprechender Text, den die Mitglieder zur Verfügung stellen und mit ihrem Namen unterzeichnen. Hinweise auf kommerzielle Produkte werden nicht mehr versandt. Solche können im Rahmen der Jahrestagungen jeweils persönlich vorgestellt werden.

Weitere Sitzungen

Der Beirat der GDM tagte im Februar am Sonntag vor der GDM Jahrestagung in Potsdam und Ende Oktober in Frankfurt. An der zweiten Sitzung, die jeweils von 11–18 Uhr dauerte, nahm Esther Brunner teil. An der ersten war die GDM Schweiz nicht vertreten, da Esther Brunner anlässlich ihres Sabbaticals im Ausland weilte.

An den beiden Sitzungen der KOFADIS (Konferenz Fachdidaktiken Schweiz) konnte Lis Reusser in diesem Jahr nicht teilnehmen.

Dank

All den zahlreichen Kolleginnen und Kollegen, die in diesem Jahr aktiv zum Gelingen der Aktivitäten der GDM Schweiz beigetragen haben, danken wir sehr herzlich. Ein ganz besonderes Dankeschön geht an unsere Kolleginnen und Kollegen aus dem Vorstand und an Marianne Walt von der Arbeitsgruppe Mathematikdidaktik der SGL für die konstruktive Zusammenarbeit und Unterstützung.

Esther Brunner, Pädagogische Hochschule Thurgau, Kreuzlingen
Email: esther.brunner@phtg.ch

Lis Reusser, Pädagogische Hochschule Bern
Email: lis.reusser@phbern.ch

Arbeitskreis: Frauen und Mathematik

Herbsttagung in Münster, 13.–14. 10. 2017

Renate Motzer

Die 28. Herbsttagung des Arbeitskreises „Frauen und Mathematik" der GDM fand vom 13.–14. Oktober 2017 in Münster statt.

Die Tagung wurde von Ralf Benölken und seinem Team organisiert. Unter den 30 Teilnehmerinnen und Teilnehmern waren erfreulicherweise auch einige Männer.

Die Tagung begann am Freitag Mittag mit einer Posterpräsentation von Nachwuchswissenschaftlerinnen und -wissenschaftlern. Diese Poster zeigten Projekte aus der Mathematikdidaktik und Projekte, die in den Nachbarwissenschaften Physik und Informatik verortet sind. Sie sollen hier ausführlicher vorgestellt werden.

Unter dem Titel „Das mediale Bild von Frauen in MINT-Berufen" stellte die neugegründete Arbeitsgruppe „Gender in der Physik" um Prof.'in Cornelia Denz und Tim Ziesmann ihr Projekt vor. Es werden mittels inhaltsanalytischer Verfahren die Medienberichterstattung ausgewählter Onlineausgaben bedeutender Printmedien untersucht. Während Inhaltsanalysen zu Geschlechterfragen ebenso wie solche zu physikalischen Themen existieren, fehlt augenscheinlich die Synthese dieser beiden Forschungsgebiete zur Analyse von Geschlechterfragen in Karriereentwicklungen und Darstellungen der Physik. Neben der Häufigkeit der Berichterstattung liegt der Fokus dabei vor allem auf der Art und Weise der Darstellung: Wie werden MINT-Frauen medial dargestellt? Welche Rollenvorbilder werden den Lesern und Leserinnen präsentiert? Kommt es zur Reproduktion von Geschlechterstereotypen? Dies sind nur einige Beispiele für Fragestellungen, welchen im Rahmen des skizzierten Projektes nachgegangen wird. Inhaltlich geht das Projekt dabei über das Fachgebiet Physik hinaus und thematisiert im allgemeinen Kontext der MINT-Fächer auch Frauen in der Mathematik. Da zwischen den einzelnen Fachdisziplinen durchaus Parallelen bestehen, bietet die Forschung der Arbeitsgruppe zum Fachgebiet Physik auch zahlreiche Anknüpfungspunkte und Inspirationen für Geschlechterforschung der Mathematik.

Ein weiteres Projekt aus der Physik stellten Valerie Dahl, Prof.'in Cornelia Denz und Prof.'in Stefanie Ernst (Soziologin) mit dem Poster „Die Physikerinnen: Zwischen Gönnern und Gaffern – Frauen in Männerberufen und das „bystander experience" ihrer Kollegen" vor.

Frauen in der Physik sind nach wie vor unterrepräsentiert: Aktuelle Zahlen zeigen abermals, dass sich in den grundständigen Studiengängen der Fächergruppe Physik die Geschlechterverteilungen der Studierenden zwar annähern, es auf der Stufe der Habilitation bzw. der Professur nur noch sehr wenige Frauen gibt (Habilitationen $< 10\,\%$; Professuren im Mittel ca. $5\,\%$). Es soll ein Blick auf die Arbeitssituationen von Frauen in der Physik nach Abschluss des Studiums geworfen werden, analysiert anhand des Modells „Etablierte und Außenseiter" von Norbert Elias. bietet eine Möglichkeit, diese Arbeitssituation von Frauen in der Physik zu analysieren. Elias beobachtete soziale Segregation zwischen Alteingesessenen und Zugezogenen in einem englischen Vorort, die sich auf keinen der „üblichen" Faktoren sozialer Diskriminierung (Einkommen, Bildung, Beruf, Nationalität, etc.) zurückführen ließ. Daraufhin stellte er die These auf, dass die soziale Ausgrenzung der Zugezogenen durch die Alteingesessenen auf einer asymmetrischen Machtbeziehung beruhe. Machtmehrheit wird in der Etablierten-Außenseiter-Beziehung vor allem über „Lob- und Schimpfklatsch" hergestellt: Die Mitglieder der Etabliertengruppe übernehmen positive Aspekte einzelner Gruppenmitglieder für die gesamte Gruppe; vice versa werden negative Vorurteile über einzelne Mitglieder der Außenseitergruppe gleichermaßen auf alle ihre Mitglieder übertragen. Oftmals findet sich in der Etabliertengruppe ein deutlich höherer Gruppenzusammenhalt (Kohäsion) als in der Außenseitergruppe. Eine zentrale Gruppennorm der Etabliertengruppe ist zudem, den Mitgliedern der Außenseitergruppe keine Empathie entgegenzubringen, sonst drohen soziale Ächtung und der Verlust von Gruppenprivilegien („anomische Ansteckung" bei Elias). Daher stellt sich die Frage, ob die Etablierte-Außenseiter-Figuration auf die Machtbeziehungen zwischen Männern und Frauen allgemein einerseits und auf die Beziehungen zwischen Physikern und Physikerinnen im Speziellen andererseits übertragbar ist. Als besonders interessantes Untersuchungsinstrument – vor allem in Hinblick auf den oben bereits angesprochenen männlich geprägten fachkulturellen Habitus in der Physik – hat sich das sogenannte „bystander experience" herausgestellt, abgeleitet vom „bystander effect", sprich: der Grad der Wahrscheinlichkeit, mit der ein Individuum einem anderen in dessen Notsituation zu Hilfe kommt, sinkt, wenn andere passive „bystander“ (dt.: „Zuschauer“, „Umstehende“, überspitzt auch: „Gaffer“) in dieser kritischen Situation anwesend sind. Anhand empirischer Daten wird nun beispielhaft für die Physikerinnen überprüft, wie der „bystander effect“ die Arbeitssituation von Frauen in männlich dominierten Berufen beeinflusst und ob sich aufgrund des Erlebens von Diskriminierung von Frauen durch Männer Veränderungen im Beziehungsgefüge eines Kollegen- und Kolleginnenkreises feststellen lassen.

Das dritte Plakat trägt den Titel „Förderung des Interesses von jungen Frauen an der Informatik – Das Projekt Digital Me“ und stammt von Natalie Junghof, Inga Zeisberg, Cornelia Denz. In der Informatik ist der Anteil an Frauen weiterhin gering. Die Zahl der Frauen, die ein Informatikstudium abschließen und anschließend einen IT-Beruf in Deutschland ausüben, liegt im Bereich von 15 Prozent, niedriger als in der Physik und deutlich geringer als in der Mathematik mit über 30 Prozent.

Obwohl Mathematik und Informatik an zahlreichen Universitäten gelehrt werden, scheint Informatik überwiegend eine Domäne männlicher Interessenten zu sein. Daran haben eine Reihe von Maßnahmen, wie Angebote zur Studien- und Berufswahlorientierung, Mentoring-Programme und Frauenstudiengänge, nur wenig geändert. Es entsteht derzeit die paradoxe Situation, dass einerseits Informationstechnologien mit zunehmender Tendenz zum Bestandteil zahlreicher Lebensbereiche werden, die von Frauen und Männern gleichermaßen genutzt werden, und andererseits Entwicklungen von IT-Lösungen überwiegend aus männlicher Sichtweise entstehen. Um Mädchen für IT-Berufe zu begeistern, geht „Digital Me“, ein seit Oktober 2016 vom Bundesministerium für Bildung und Forschung im Nationalen Pakt „Komm, mach MINT.“ gefördertes Projekt, einen anderen Weg. Digital Me möchte Mädchen über das von ihnen meistgenutzte Medium Internet erreichen. In diesem interaktiven Projekt können sich Teilnehmerinnen im Alter von 15 bis 17 Jahren in einer virtuellen Welt mit einem selbst gewählten Avatar bewegen. Dabei begegnen sie weiblichen Vorbildern (Role Models) in Form von jungen Arbeitnehmerinnen aus dem IT-Bereich. Darüber hinaus werden die Teilnehmerinnen über innovative Ansätze spielerisch an eine Vielfalt von IT-Berufen herangeführt. Mit Hilfe von Aufgaben, die Schwierigkeitsstufen enthalten, lernen sie u. a. programmieren. Das multimediale Angebot integriert zusätzliche Informationen und Materialien für den Einsatz im Unterricht und spricht damit weitere Zielgruppen, wie Lehrkräfte, Eltern und IT-Unternehmen an. Durch eine partizipative und modern gestaltete Online-Plattform ergänzt Digital Me die bisherigen statischen Websites zur Berufswahlorientierung im IT-Bereich. Digital Me strebt mit dem Forschungsprojekt eine höhere Teilhabe von jungen Frauen in Berufen mit IT-Inhalten und Führungspositionen an.

Um 14:00 begann dann der Vortragsteil der Veranstaltung. Den Eröffnungsvortag hielt Renate Tobies (Universität Jena) über das Leben der Mathematikerin Thekla Freytag unter dem Titel „Die Mädchen werden beweisen, dass auch sie exakt und logisch denken können ...“. Thekla Freytag (1877–1932) begann einen Aufsatz über Mathematik und Naturwissenschaften in der Mädchenschulreform mit den Worten: „Die Mädchen werden ja beweisen, dass auch sie exakt und logisch denken können, dass auch sie scharf beobachten und selbständig experimentieren können, und so einen lebendigen Anspruch darstellen auf das, was ihnen jetzt noch vorenthalten wird.“ (In: *Die Lehrerin*, 28 (1911/12), S. 163) Sie hatte im Mai 1905 als erste Frau in Deutschland das Lehramtsexamen für höhere Schulen in den Fächern Mathematik, Physik, Botanik und Zoologie ablegen können. Zuvor hatte sie von Helene Lange eingerichtete gymnasiale Kurse in Berlin besucht, das Abitur 1898 extern abgelegt und seit dem Sommersemester 1898 in Berlin, München und Zürich studiert.

Bisher waren Frauen zu dem Lehramtsstaatsexamen per Gesetz nicht zugelassen. Als Thekla Freytag im Februar 1903 ein erstes Gesuch einreichte, zur Prüfung zugelassen zu werden, lehnte Kultusminister Konrad von Studt dies ab. Erst das zweite Gesuch war erfolgreich. Dass es dafür eines Kampfes bedurft hatte, wissen wir aus einem Brief, den Felix Klein 1909 an den Mathematiker Wilhelm Lorey richtete, der in Kleins Auftrage einen Aufsatz über Mädchen und Mathematik vorbereitete. Klein schrieb: „L. Hr. Kollege! Mir kam der Gedanke, dass Sie in Ihrem Aufsatze doch auch der Damen gedenken möchten, die jetzt den Oberlehrer in Mathematik abgelegt haben. Es ist dies vor allem Frl. Freytag (Mädchengymnasium Bonn), die vor drei Jahren als erste die ganzen Schwierigkeiten (in Berlin) durchgekämpft hat.“ Im Vortrag wurde gezeigt, dass Thekla Freytag (verheiratet Loeschcke) beteiligt war, Reformvorschläge für den mathematisch-naturwissenschaftlichen Unterricht an den Mädchenschulen auszuarbeiten, dass sie als Lehrerin erfolgreich unterrichtete (aus ihren Kursen in Bonn gingen zahlreiche Frauen hervor, die später in Mathematik promovierten), dass sie auch als verheiratete Frau mit Kindern Lehrtätigkeiten fortsetzte und wie sich ihr Weg insgesamt in die mathematisch-naturwissenschaftliche Unterrichtsreform und die Frauenbildungsreform einordnete. (Lit.: R. Tobies: "Thekla Freytag: *Die Mädchen werden beweisen, dass auch sie exakt und logisch denken können ...*", in: *Festschrift – Proceedings of the Scriba Memorial Meeting – History of Mathematics* (Nuncius Hamburgensis.

Beiträge zur Geschichte der Naturwissenschaften, Bd. 36), hrsg. v. Gudrun Wolfschmidt. Hamburg: tredition, 2017, S. 344–393)

Nach der Kaffeepause wurde der Rahmen der Zuhörerinnen und Zuhörer auf Studierende eines Seminars erweitert. Renate Motzer (Universität Augsburg) stellt in ihrem Vortrag „Mathematik und Gender" einige Ergebnisse zu Leistungsunterschieden von Mädchen und Jungen/Frauen und Männer im Bereich des räumlichen Vorstellungsvermögens vor. Dabei zeigte sich, dass die Unterschiede nicht immer so deutlich sind, wie man vielleicht vermutet hätte. Außerdem stellt sich die Frage, ob diese Unterschiede Einfluss auf das mathematische Leistungsvermögen insgesamt haben. Weiterhin wurden unterschiedliche Denkstile angesprochen, die die Zuhörerinnen und Zuhörer an sich selbst testen konnten. Schließlich wurden kleinere Studien mit Schülerinnen und Schülern vorgestellt. Zum Teil konnten unterschiedliche Denk- und Verhaltensweisen im Mathematikunterricht aufgezeigt werden. Zum Teil zeigten die Studien aber auch, dass in einzelnen Klassen die Mathematik-Leistungen von Mädchen besser sein können und daher allgemeine Ergebnisse nicht zu schnell auf konkrete Schülerinnen und Schüler übertragen werden sollten.

Die dritte Veranstaltung am Freitag Nachmittag trug den Titel „Frauenförderung oder ‚gender und diversity' in der Mathematik?". Diese Diskussion wurde vorbereitet von Nicola Oswald, Universität Wuppertal, Eva Kaufholz-Soldat, Universität Mainz und Jörn Steuding, Universität Würzburg. Alle drei stellten ihren mathematischen Lebenslauf und ihre Beobachtungen zu Gender-Fragen in ihrem Umfeld vor. Einige spezielle Fördermaßnahmen wurden vorgestellt und diskutiert. Man war sich darüber einig, dass aufgrund des niedrigen Anteils von Mathematikerinnen auf festen Stellen durchaus eine Förderungsnotwendigkeit von Frauen besteht. Es wurde die Frage diskutiert, inwieweit hier ein gender-Ansatz hilfreich sein kann. Eine der Beobachtungen ist dabei, dass sich durch Frauenförderungsprogramme oft ergibt, dass junge Doktoranden die regulären Assistentenstellen bekommen, weil Doktorandinnen über Förderprogramme finanziert werden können.

Am Samstag Vormittag durften wir einen Blick in ein anderes Land tun, nach Schweden. Elisabeth Mellroth von der Universität Karlstad berichtete unter dem Titel „From girls in the Swedish classroom to women choosing a math intensive future".

Nach Sofia Kowalewskaja gab es über 100 Jahre keine weitere Mathematik-Professorin in Schweden. Heutzutage sind es nur wenige. Die Situation in Schweden ist der in Deutschland nicht unähnlich. Mädchen haben in den meisten Fächern besser Noten als Jungen und bilden die Mehrheit der Studierenden. In Mathematik aber sind es immer noch mehr Männer. Mathematikstudierende gelten als klug und scheinen eher Nerds zu sein. Früher wurden die Jungen von der Gesellschaft als klüger angesehen, heute erscheinen sie oft eher als Messies und unkonzentrierter als Mädchen. Eine Studie von 2008 zeigte, dass Mädchen für sich in der Mathematik keine Berufsaussichten sahen und Mathematik ihnen langweilig erschien. Sie bevorzugen soziale Studiengänge. Als Unterschied zwischen schwedischen und deutschen Forschungsergebnissen ist der Referentin nur aufgefallen, dass in Deutschland mathematisch nichtbegabte Jungen eine andere (positivere) Einstellung zur Mathematik haben als mathematisch nicht begabte Mädchen. In Schweden gibt es diesen Unterschied nicht.

Elisabeth Mellroth stellte weiterhin eine eigene Studie vor, die sich mit 9 Frauen beschäftigt, die in Mathematik oder in den Naturwissenschaften (Physik und Chemie) erfolgreich arbeiten.

Im anschließenden Vortrag stellte Vera Körkel von der Universität Münster ihr Dissertationsprojekt „Mathematik in der Freizeit? Informelles Mathematiklernen im Vergleich mathematisch begabter Schülerinnen und Schüler" vor. Sie berichtete unter anderem von einem 6. Klässler, der sich selbstständig mit der Riemannschen Zeta-Funktion an der Stelle 3 beschäftigt hat, weil er im Internet davon gelesen hatte. Das mathematisch interessierte Mädchen, das sie uns vorstellte, häkelt gerne und entwirft sich ihre Häkelmuster selbst. Diese Art von mathematischen Mustern findet sich in ihrem Alltag. Da 70 % aller Lernprozesse außerhalb der Schule stattfinden und vieles unbewusst gelernt wird, ist es nicht unwichtig, welchen Beschäftigungen und Fragestellungen mathematisch begabte Kinder in ihrer Freizeit nachgehen und damit selbst ihre Begabung mehr oder weniger fördern.

Nach der Kaffepause ging es im Vortrag von Marcel Veber von der Universität Halle-Wittenberg um „Männlichkeit in einer weiblichen Institution? – Queere Gedanken zur Benachteiligung von Jungen in inklusiven Zeiten". In dem Vortag wird ausgehend von einer psychoanalytisch geprägten Sicht auf Männlichkeit und Weiblichkeit, die nicht rein an die biologische Kategorie „sex" gekoppelt sind, sowie ihrer spezifischen Bedeutung für die (schulische) Sozialisation die (strukturelle) Benachteiligung von jungenhaftem Verhalten in schulischen Settings herausgearbeitet. Aufbauend auf der Darstellung dieser Benachteiligung, die konträr zum Anspruch auf Inklusion ist, werden anknüpfend an Überlegungen aus der Inklusionspädagogik Vorschläge diskutiert, den Blick auch im Sinne „der" Queer-Theorie zu weiten und somit vielfältigen inter- wie auch intrapersonellen Diversitätsdimensionen gerecht(er) zu werden. Der Vortrag war aus

Sicht einer schulpädagogisch verorteten Inklusionspädagogik angelegt und sollte zur Diskussion in einer für den Vortragenden fremden Disziplin anregen. Leider konnte diese Diskussion nur sehr kurz geführt werden, da der Vortragende wegen Vaterpflichten schnell wieder weg musste.

Im letzten Vortrag stellte Corinna Hertleif von der Universität Münster ihre Promotionsarbeit vor. Der Titel des Vortrags lautete „Modellieren mit digitalen Werkezeugen – Auswirkungen einer Intervention auf Mädchen und Jungen der Klasse 9".

Interessanterweise sind die Mädchen in der DGS-Gruppe (digitale Geometrie Software) signifikant schlechter als die Mädchen der Kontrollgruppe. Bei den Jungen gibt es keinen signifikanten Unterschied zwischen den beiden Gruppen. Außerdem konnte festgestellt werden, dass Mädchen, die sich selbst als stark am Computer einschätzten, durch den Einsatz von DGS auch beim Mathematisieren besser wurden.

Insgesamt konnten nur leichte Unterschiede zwischen Jungen und Mädchen beim Mathematisieren von Sachkontexten festgestellt werden. Mädchen konnte aber weniger von der Verwendung von DGS im Mathematikunterricht profitieren als Jungen.

Wie ausschlaggebend der Sachkontext einer Aufgabe sein kann, zeigte ein Aufgabe, bei der das Volumen eines Bierglases eine Rolle spielte. Bei dieser Aufgabe schlossen Mädchen deutlich schlechter als Jungen ab. Als die Aufgabe auf „Trinkglas" abgeändert wurde, gab es keinen Unterschied zwischen den mit der „Trinkglas"-Version beschäftigen Jungen und Mädchen. Man sieht also wieder, wie wichtig der konkrete Kontexte ist und wie schwer es ist, allgemeine Aussagen zu treffen.

Das Ende der Tagung war der Sitzung des Arbeitskreises gewidmet. Zunächst war Zeit für eine gewisse Nachdiskussion zum Vortrag von Marcel Veber (bei der der Referent leider nicht mehr dabei sein konnte). Die nächste Herbsttagung wurde für die Zeit vom 12.–13. 10. 2018 in Hamburg geplant. Sie wird von Andrea Blunck ausgerichtet. Dort sollen u. a. gesellschaftliche Positionen zur Frauenförderung zwischen „Gender-Wahnsinn" und „Diversity" diskutiert werden. In diesem Kontext wollen wir der Frage nachgehen, ob Geschlecht noch eine Kategorie in der Mathematik-Didaktik ist und in welcher Form sie es sein soll.

Auch auf der nächsten gemeinsamen Tagung von GDM und DMV in Paderborn wird es ein Treffen des Arbeitskreises geben.

Wir danken Ralf Benölken für die gelungene Organisation der Tagung.

Renate Motzer, Universität Augsburg
Email: renate.motzer@math.uni-augsburg.de

Arbeitskreis: Grundschule

Herbsttagung in Bad Salzdetfurth, 3.–5. 11. 2017

Elke Binner, Marcus Nührenbörger, Christof Schreiber und Sebastian Wartha

Die Herbsttagung des Arbeitskreises Grundschule fand in diesem Jahr am ersten Novemberwochenende vom 3. bis 5.11.2017 wieder in Bad Salzdetfurth statt. Es trafen sich etwa 150 Teilnehmerinnen und Teilnehmer aus verschiedenen Bereichen der Lehreraus- und -weiterbildung. Die Tagung stand unter dem Thema „Mathematik und Sprache". Die Hauptvortragenden waren Melanie Maske-Look (Dortmund) in Vertretung für Lilo Verboom, Heinz Steinbring (Duisburg-Essen), Kerstin Tiedemann (Bielefeld) sowie Susanne Prediger und Daniela Götze (beide Dortmund). Ergänzt wurden die Hauptvorträge durch Beiträge in den verschiedenen thematischen Arbeitsgruppen.

Nach der Begrüßung eröffnete Melanie Maske-Look am Freitagabend die Tagung mit dem ersten Hauptvortrag. Sie befasste sich mit dem Thema „WEGE durch den Sprachförderdschungel – Strukturierung des Fachwortschatz-Lernprozesses". Mit Bezug zum WEGE-Konzept von Lilo Verboom fokussierte sie auf die Heranführung der Kinder an fachbezogene Sprachmittel im Mathematikunterricht sowie deren Sicherung im Zuge von Wortschatzlernprozessen. An verschiedenen Beispielen wurde veranschaulicht, wie bereits bei der Unterrichtsplanung neben der fachlichen immer auch die sprachliche Progression mitzudenken und anzustreben ist.

Heinz Steinbring widmete sich in seinem Vortrag dem Thema „Von Dingen, Worten und mathematischen Symbolen“. Zunächst ging er auf die grundlegende Verknüpfung zwischen Sprache und Welt (Dinge der Realität) ein und beschrieb die flexiblen und reichhaltigen Wechselbeziehungen. Ausgehend von der wandelbaren symbolischen Funktion von Worten erläuterte er beispielhaft deren unterschiedliche Deutungsmöglichkeiten. Dabei hob er die Bedeutung der mathematischen Sprache als eigenständiges und lebendes Kommunikationssystem hervor, die Kindern zur autonomen Erkundung und Konstruktion der konkreten und abstrakten Welt dient.

Material als einen Ausgangspunkt für eine fachbezogene Sprachentwicklung griff Kerstin Tiedemann in ihrem Vortrag mit dem Titel „Sprache trifft Material“ auf. Dabei wurden Unterrichtsgespräche in den Blick genommen, in denen sich Lernende und Lehrende zur mathematischen Bedeutung von Materialhandlungen austauschen. Das situative Zusammenspiel von Sprache und Material wurde theoriebasiert strukturiert und anhand von weiteren Beispielen praktisch beleuchtet. Dabei wurde aufgezeigt und diskutiert, wie Materialhandlungen verbale Kommunikation entlasten und sprachliche Aktivitäten von Kindern herausfordern und unterstützen können.

In ihrem Vortrag zum Thema „Sprachbildung im Mathematikunterricht als langfristige Entwicklungsaufgabe – Praktische Ansätze und ihre empirische Fundierung“ stellten Susanne Prediger und Daniela Götze den Weg zu einem schulstufenübergreifenden Konzept zur Sprachbildung vor. Zunächst wurde das Spannungsfeld zwischen alltagssprachlichen Kompetenzen und der Notwendigkeit des Erwerbs fach- und bildungssprachlicher Mittel beschrieben. Sehr überzeugend wurde die zunehmende Bedeutung von Sprachhandlungen und Sprachmitteln für mathematische Bildung begründet. Am Beispiel der Algebra wurde stufenübergreifend aufgezeigt, analysiert und diskutiert, wie langfristige algebraische Vorstellungsentwicklung durch Sprachbildung unterstützt werden kann und muss.

Während der Tagung wurden zudem die folgenden acht Arbeitsgruppen angeboten. Hier wurden in diesem Jahr vor allem laufende Forschungsprojekte vorgestellt und diskutiert:

- Lehrerfortbildung (Koordination: Marianne Grassmann, Christoph Selter)
- Vorschulische Bildung (Koordination: Meike Grüßing)
- Lernen, Lehren und Forschen mit digitalen Medien (Koordination: Roland Rink, Daniel Walter)
- Sachrechnen (Koordination: Dagmar Bönig)
- Arithmetik (Koordination: Elisabeth Rathgeb-Schnierer)
- Kommunikation und Kooperation (Koordination: Birgit Brandt, Marcus Nührenbörger)
- Geometrie (Koordination: Carla Merschmeyer-Brüwer, Simone Reinhold)
- Daten, Zufall und Wahrscheinlichkeit (Koordination: Bernd Neubert)

Auch zu dieser Herbsttagung ist ein Tagungsband erschienen. Er enthält ausführliche Beiträge, die sich auf die Hauptvorträge der Tagung beziehen und dokumentiert zudem Ergebnisse aus den Arbeitsgruppen. Der Tagungsband ist in der Reihe „Mathematikdidaktik Grundschule“ der UBP (University of Bamberg Press) unter dem Titel „Mathematik und Sprache “ erschienen, herausgegeben von *Anna Susanne Steinweg* (Bamberg). Der Band ist im Buchhandel erhältlich sowie online verfügbar (ISBN: 978-3-86309-511-6 (Druckausgabe), eISBN: 978-3-86309-512-3 (Online-Ausgabe), DOI 10.20378/irbo-50325).

Die nächste Herbsttagung des Arbeitskreises Grundschule widmet sich dem Thema „Inhalte im Fokus – Mathematische Strategien in der Grundschule“ und wird vom 9.–11. 11. 2018 wieder in Bad Salzdetfurth stattfinden. In den oben genannten Arbeitsgruppen werden zudem neue Entwicklungen der jeweiligen Themenbereiche vorgestellt und diskutiert. Gerne bekommen auch Nachwuchswissenschaftlerinnen und -wissenschaftler die Gelegenheit, dort ihre laufenden Projekte vorzustellen.

Weitere Informationen und Anregungen finden Sie auf der Internetseite des AK Grundschule unter: didaktik-der-mathematik.de/ak/gs/

Elke Binner, Deutsches Zentrum für Lehrerbildung Mathematik (DZLM),
Humboldt-Universität zu Berlin
Email: elke.binner@hu-berlin.de

Marcus Nührenbörger, IEEM der
Technischen Universität Dortmund
Email: marcus.nuehrenboerger@tu-dortmund.de

Christof Schreiber, Justus-Liebig-Universität Gießen
Email: christof.schreiber@math.uni-giessen.de

Sebastian Wartha, Pädagogische Hochschule Karlsruhe
Email: wartha@ph-karlsruhe.de

Arbeitskreis: HochschulMathematikDidaktik

Ein junger Arbeitskreis zu einem alten Thema

Cornelia Niederdrenk-Felgner

Anlass für diesen Artikel ist das inzwischen siebenjährige Bestehen des Arbeitskreises HochschulMathematikDidaktik und die Übergabe an einen neuen Sprecherrat auf der Herbsttagung 2016.

Rückblick auf die Geschichte

Schon 2004 versuchte eine kleine Gruppe (Günther Ossimitz, Universität Klagenfurt, Heinrich Abel, Hochschule Esslingen, und die Autorin), auf der GDM-Jahrestagung einen Impuls zur Gründung eines Arbeitskreises zum Thema *Hochschuldidaktik Mathematik* zu geben. Zwar stieß die Sektion in Dortmund noch auf einen größeren Kreis an Interessierten, der Aufruf nach Beiträgen verlief dann allerdings ergebnislos, so dass der Arbeitskreis nicht zustande kam.

Im November 2009 fand an der Pädagogischen Hochschule Ludwigsburg ein Symposium zum Thema *Verbesserung der Hochschullehre* statt, das sehr gut besucht war und aus dem heraus die Institutionalisierung weiterer Aktivitäten in Form eines GDM-Arbeitskreises beschlossen wurde. Als Sprecherinnen wurden Christine Bescherer, Pädagogische Hochschule Ludwigsburg, Katja Eilerts, zu der Zeit Universität Kassel, sowie die Autorin, Hochschule für Wirtschaft und Umwelt Nürtingen-Geislingen, gewählt. In diesem Sprecherrat waren alle drei Hochschularten vertreten und damit auch die entsprechenden Zielgruppen angesprochen: Lehrende für Mathematik im Lehramt, Lehrende für Mathematik im (reinen) Mathematik-Studium und Lehrende für Mathematik als Dienstleistungsfach in einem anderen Studiengang.

Ziel der Arbeit sollte es sein, die eigene Hochschullehre in Mathematik kritisch in den Blick zu nehmen, Methoden und Inhalte zu reflektieren und sich über die Erfahrungen über die Hochschulen und Hochschularten hinweg auszutauschen.

Eine Besonderheit dieses Arbeitskreises der GDM liegt darin, dass er keinen unmittelbaren Schulbezug hat und sich mit den Lehrenden an Fachhochschulen eine für die GDM eher unübliche Zielgruppe erschließt.

Die erste offizielle Sitzung des Arbeitskreises fand auf der GDM-Jahrestagung in München im März 2010 statt. Die ausgelegte Liste für Interessenten an der Arbeit des AK füllte sich schnell und ist inzwischen mit über 100 Personen gut gefüllt.

Das Selbstverständnis des Arbeitskreises wird nach wie vor gut durch den Einladungstext zu dieser ersten Sitzung wiedergegeben:

> Gute Hochschullehre zeichnet sich dadurch aus, dass sie nicht nur an den Fachinhalten orientiert ist, sondern vor allem den Lernprozess der Studierenden im Blick hat. Für die Hochschullehre in Mathematik stellt sich hier eine besondere Herausforderung, da das Fach für viele Studierende ein – oft wenig geliebter – Pflichtteil ihres Grundstudiums ist und zudem noch den Ruf hat, zum „Aussieben“ benutzt zu werden.
> In der Schule werden immer mehr didaktisch-methodische Konzepte im Mathematikunterricht verwirklicht, die sich erheblich vom traditionellen Vorgehen unterscheiden. Auch wenn die Umsetzung effektiver didaktisch-methodischer Konzepte in der Hochschule oft durch die große Teilnehmerzahl in den Lehrveranstaltungen erschwert wird, stellt sich die Frage, wie neue Lehr-Lern-Szenarien der Zukunft aussehen können.
> Wir finden, es ist Zeit, sich sowohl aus wissenschaftlicher als auch praktischer Sicht mit der *HochschulMathematikDidaktik* zu befassen!

Der Name des Arbeitskreises „HochschulMathematikDidaktik“ hat keinen Schreibfehler – die Mathematik steht im Mittelpunkt und es geht um die Verbindung der Bereiche Hochschulmathematik und Mathematikdidaktik. Diese beiden Gedanken sollen durch die Schreibweise ausgedrückt werden.

Thematische Schwerpunkte

Das Themenfeld des Arbeitskreises lässt sich übersichtlich mit Hilfe von Abbildung 1 darstellen.

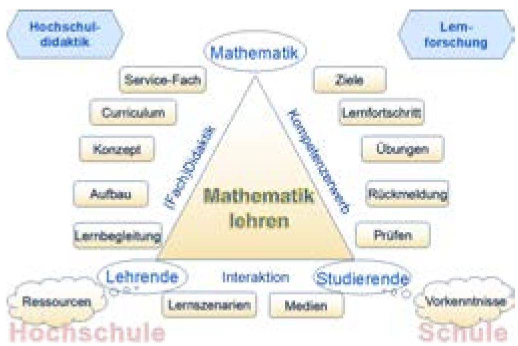


Abbildung 1

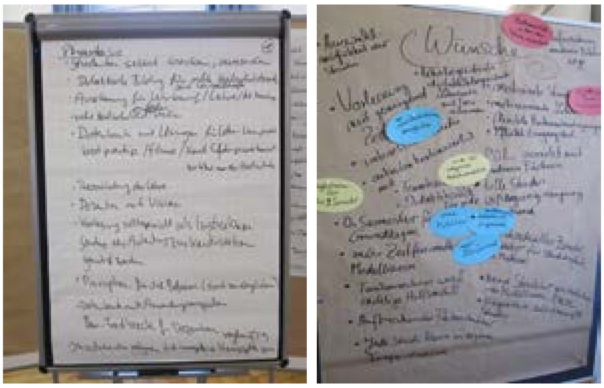


Abbildung 2. Ergebnisse der Phantasiephase
Lehrerbildung links – Fachhochschule rechts

Das Didaktische Dreieck wird gebildet aus dem/der Lehrenden, der/dem Studierenden und dem Fach Mathematik als Inhaltsbereich. In unserem Zusammenhang lassen sich die Verbindungen zwischen diesen drei Eckpunkten unter den folgenden Aspekten betrachten: Die Fachdidaktik steht im Fokus für die Auseinandersetzung der Lehrenden mit dem Fach, der Kompetenzerwerb im Bezug der Studierenden zum Fach und die Interaktion für das Geschehen zwischen Lehrenden und Studierenden.

Schlagwortartig sind um das Dreieck herum relevante Themen angeordnet, wobei die Aufzählung nicht abschließend zu sehen ist.

Einflussfaktoren im weitesten Sinne sind auf Seiten der Lehrenden die Ressourcen, auf Seiten der Studierenden sind es die vorhandenen Vorkenntnisse. Dahinter stehen die beiden Institutionen Hochschule und Schule mit ihren jeweiligen Spezifika.

Das gesamte Themenfeld lässt sich schließlich sowohl der Hochschuldidaktik als auch der Lernforschung unterordnen in dem Sinne, als dass deren Forschungserkenntnisse einzubeziehen sind und deren Forschungsmethoden für die weitere Entwicklung angewendet werden.

Ein Rückblick auf die Tagungen des Arbeitskreises zeigt, dass ein großer Teil des Themenspektrums durch die bisherigen Beiträge – wenn auch mit unterschiedlicher Intensität – abgedeckt wurde. Bedenkt man den Ausgangsimpuls zur Gründung des Arbeitskreises, so verwundert es nicht, dass ein thematischer Schwerpunkt bei den Interaktionen mit den Unterthemen Lernszenarien und Medieneinsatz lag. Dazu trugen insbesondere die beiden Tagungen 2010 (Kassel) und 2011 (Berlin) unter dem Motto „Vorlesungsstrukturen neu denken“ sowie 2013 (Münster) und 2014 (Essen) unter dem Motto „Alternative Lernmethoden“ bei. Dabei wurden jeweils sowohl die Ergebnisse aus der Lernforschung zur Begründung herangezogen als auch die möglichen Auswirkungen auf den Kompetenzerwerb diskutiert.

Eine gewisse Sonderrolle nahm die Tagung 2012 (Nürtingen) ein, auf der in Form einer Zukunftswerkstatt sehr intensiv darüber diskutiert wurde, welche Mathematik einerseits in Lehramtsstudiengängen und andererseits in technischen oder wirtschaftswissenschaftlichen (Fachhochschul-)Studiengängen benötigt wird.

Die Wandzeitungen zur letzten Phase der Zukunftswerkstatt – der Phantasiephase, in der man sich die idealen Bedingungen ausmalen durfte, – zeigen unter anderem, dass eine stärkere Einbindung der Hochschuldidaktik in den Lehrbetrieb von den Lehrenden gewünscht wird.

Das Thema Hochschuldidaktik wurde daraufhin auf der Tagung 2015 (Nürtingen) aufgegriffen: Niclas Schaper, Universität Paderborn, stellte die aktuellen Tendenzen in der Hochschuldidaktik vor und diskutierte sie vor unserem Fachhintergrund.

Die beiden Tagungen 2016 (Würzburg) und 2017 (Göttingen) standen unter keinem speziellen Motto. Bei diesen beiden Tagungen war eine zunehmende Ausrichtung auf Forschungsfragen zu beobachten, sowohl bezüglich Mathematik an der Schnittstelle zwischen Schule und Hochschule als auch bezüglich Fragen des Verstehens von Mathematik.

Insgesamt waren alle Tagungen geprägt von einem intensiven Austausch zwischen Lehrenden der unterschiedlichen Hochschularten und einer Fülle von Beiträgen zu konkreten Unterrichtsszenarien. Erfreulicherweise gibt es auch eine ganze Reihe von Kooperationen zwischen MathematikdidaktikerInnen an Universitäten und Lehrenden an Fachhochschulen.

Perspektiven

Auf der inhaltlichen Ebene lässt sich ein ganzer Strauß an möglichen Themen benennen.

Ein zentraler Fragenkomplex, der erst in Ansätzen untersucht wurde, ist: Wie funktioniert mathematisches Denken und Verstehen bei unseren Studierenden? Welche Hemmnisse, Fehlkonzepte können wir ausmachen? Welche Rolle spielen die Vorkenntnisse? Auf welche Weise können wir als Lehrende das Verstehen befördern?

Ausgehend von den inzwischen zahlreichen Maßnahmen und Projekten zur Verbesserung der Mathematiklehre an Hochschulen – genannt seien hier nur die vielen Angebote an Vor- und Brückenkursen – sollte weiter untersucht werden, wie wirksam solche Maßnahmen eigentlich sind. Auch für Langzeitstudien liegen inzwischen ausreichend Daten vor.

Diese beiden Fragenkomplexe zeigen ein weites Spektrum an Forschungsthemen für die Mathematikdidaktik auf.

Aus Sicht der Hochschuldidaktik wäre es wünschenswert, sich über gelungene Beispiele für Lehrveranstaltungen auszutauschen, die das Konzept des Constructive Alignment umgesetzt haben, in denen also die Lernziele, Methoden und Prüfungen aufeinander abgestimmt sind. Das setzt natürlich eine intensive Reflexion über die eigene Lehre auf allen Ebenen voraus.

Im Hinblick auf die Qualitätsentwicklung eines ganzen Studiengangs stellt sich die Frage, wie sich eine Mathematikvorlesung aus inhaltlicher und didaktischer Sicht in das Curriculum einpasst. Wie wird die Auswahl der Inhalte begründet? Welche Verbindungen und Bezüge werden zu anderen Lehrveranstaltungen hergestellt? Gibt es entsprechende Kooperationen über die engen Fachgrenzen hinweg?

Spannt man den Bogen noch weiter von der konkreten Lehrveranstaltung zur Strategie und zum Qualitätsmanagement der gesamten Hochschule, so treten weitere Frage auf, beispielsweise zur Passung mi dem Betreuungskonzept oder der Digitalisierungsstrategie der Hochschule.

Ein weiteres Betätigungsfeld des Arbeitskreises sehe ich in der Vernetzung und dem Ausbau der Kooperationen.

Die bereits bestehenden – auch hochschulübergreifenden – Kooperation innerhalb des Arbeitskreises können noch weiter ausgebaut werden. Denkbar wäre auch eine Plattform, auf der Beispiele, Aufgabenstellungen und Projekte innerhalb des Arbeitskreises ausgetauscht werden können.

Weiteren Handlungsbedarf sehe ich darin, die Arbeit des Arbeitskreises mit weiteren Akteure und Aktivitäten zu koordinieren und entsprechende Kooperationen auszubauen. Zu nennen sind hier das Kompetenzzentrum Hochschuldidaktik Mathematik, das Hanse-Kolloquium sowie die cosh-Gruppe. Ein erster Schritt wurde bereits bei der diesjährigen Herbsttagung gemacht: Die Tagung wurde als Herbsttagung des Arbeitskreises und als Hanse-Kolloquium durchgeführt. Damit wurden sowohl das Spektrum der Themen als auch der Kreis der Interessierten deutlich erweitert.

In Abbildung 3 habe ich den Versuch gemacht, meine Vision der Weiterentwicklung des Arbeitskreises grafisch in einem Gesamtbild umzusetzen. In jedem Fall sehe ich viel Entwicklungspotential und spannende Fragestellungen.

Schluss

Nachdem ich aus der aktiven Lehre ausgeschieden bin, habe ich mich nicht mehr für die Wahl als Sprecherin des Arbeitskreises aufstellen lassen und bin seit Herbst 2016 auch aus diesem Amt geschieden. Ich möchte hier die Gelegenheit nutzen, mich bei allen Mitgliedern des Arbeitskreises und bei allen Vortragenden der letzten Jahre für ihre engagierte Mitarbeit ganz herzlich zu bedanken. Insbesondere danke ich meinen beiden „Mit-Sprecherinnen" Christine Bescherer und Katja Eilerts für die gute Zusammenarbeit. Dem neuen Sprecherrat Christine Bescherer, Walther Paravicini und Marc Zimmermann wünsche ich für die weitere Arbeit und die Weiterentwicklung des Arbeitskreises viel Freude und Erfolg.

Abbildung 3

Cornelia Niederdrenk-Felgner, Hochschule für Wirtschaft und Umwelt Nürtingen-Geislingen
Email: cornelia.niederdrenk-felgner@hfwu.de

Arbeitskreis: Lehr-Lern-Labore Mathematik

Herbsttagung in Leipzig, 20.–21. 10. 2017

Ann-Katrin Brüning, Katja Lengnink und Jürgen Roth

Die dritte Herbsttagung des Arbeitskreises Lehr-Lern-Labore Mathematik fand vom 20. bis 21.10.2017 in Leipzig statt. Die lokale Tagungsleitung lag bei Simone Reinhold und Silvia Schöneburg-Lehnert. Sie wurden tatkräftig von ihren Arbeitsgruppenmitgliedern Lea Dasenbrock, Thomas Krohn, Antonia Lemensiek, Ines Petzschler, Jennifer Rothe, Susanne Wöller und Holger Wuschke unterstützt. Herzlichen Dank an die Kolleginnen und Kollegen aus Leipzig für die sowohl atmosphärisch wie organisatorisch gelungene Herbsttagung! Unter dem Tagungstitel „Forschung zu Lernprozessen in Lehr-Lern-Laboren" fand ein intensiver Austausch über Forschungsperspektiven und -instrumente zu Lernprozessen an den Lehr-Lern-Laboren der 40 Teilnehmerinnen und Teilnehmer der Tagung statt, die von 16 Standorten anreisten.

Den Auftakt der Tagung bildete am Freitagmittag der erste Teil der Präsentation der zuvor eingereichten Poster zu den jeweiligen Forschungsaktivitäten zu Lernprozessen an verschiedenen Lehr-Lern-Labor-Standorten. Die Vorstellung bot den Teilnehmenden die Möglichkeit, sich über die jeweiligen Forschungsfragen und -methoden auszutauschen sowie mögliche Schwierigkeiten, Probleme und offene Fragen, aber auch besondere Potentiale zu diskutieren. Wie auch in den Vorjahren, erwiesen sich die präsentierten Forschungsaktivitäten als breit gefächert. Dennoch konnten standortübergreifend Gemeinsamkeiten festgestellt und in Einzelgesprächen näher erörtert werden.

Am Freitagnachmittag stellten Simone Reinhold und ihre Arbeitsgruppe die Lernwerkstatt sowie die Kooperationen mit anderen fachdidaktischen Lernwerkstätten der Fächer Deutsch und Sachunterricht vor. Darüber hinaus bekamen die Teilnehmenden die Möglichkeit, sich in den vielfältigen Räumlichkeiten der Lernwerkstatt ein genaues Bild über die Aktivitäten in diesem Lehr-Lern-Labor zu machen. Anschließend reiste die Tagungsgesellschaft zur INSPIRATA und dem Leipziger Lehr-Lern-Labor L4, die ebenfalls sowohl durch einen Vortrag der Mitgründerin Ines Petzschler als auch durch eine von der Gruppe um Silvia Schöneburg-Lehnert initiierten Hands-on Führung durch die Lehr-Lern-Labore, äußerst ansprechend und informativ vorgestellt wurden. Es boten sich vielfältige Möglichkeiten, die Lehr-Lern-Labor-Arbeit praktisch zu erfahren und weitere Informationen im Gespräch mit beteiligten Studierenden zu erlangen. Im weiteren Verlauf wurde im Rahmen einer konzeptionellen Sitzung zunächst der Sprecherrat gewählt. Die amtierenden Sprecher bzw. Sprecherinnen Jürgen Roth (Sprecher), Katja Lengnink (stellvertretende Sprecherin) und Ann-Katrin Brüning (Sprecherin des wissenschaftlichen Nachwuchses) wurden jeweils einstimmig bei einer Enthaltung wiedergewählt. Außerdem wurden konzeptionelle Fragestellungen der weiteren Arbeitskreisarbeit diskutiert (s. „Weitere Aktivitäten des Arbeitskreises"). Der erste Tagungstag endete mit einem leckeren und geselligen Abendessen in italienischer Atmosphäre.

Der zweite Tagungstag begann mit einer fantastischen musikalischen Einlage des von Holger Wuschke geleiteten Chors und einer zweiten Diskussionsrunde zu Veröffentlichungen des Arbeitskreises (s. „Weitere Aktivitäten des Arbeitskreises"). Anschließend folgte die zweite Präsentationsrunde der Poster zu den Forschungsaktivitäten zu Lernprozessen der jeweiligen Standorte. Auch an dieser Stelle ergaben sind interessante Diskussionen zur Forschungsfragen und -methoden. Im weiteren Verlauf des Tages folgten Vorträge und Workshops zu interessanten Themen, die ebenfalls den inhaltlichen Schwerpunkt der Tagung „Lernprozesse" aufgriffen oder konzeptionelle Aspekte der Lehr-Lern-Labor-Arbeit beleuchteten und einen fachlichen Austausch der Tagungsteilnehmenden anregten:

Jenny Charon und Karin Richter (Universität Halle-Wittenberg) stellten ihre videogestützten Forschungen zum Problemlösen als Lernprozess vor. Ebenfalls aus der Perspektive „Lernprozesse", insbesondere zu Strategien von Kindern und Studierenden, bot Christian Rütten (Universität Duisburg-Essen) einen Workshop zu Lernumgebungen „Türme bauen" an. Der Vortrag von Eva Hoffart und Felicitas Pielsticker (Universität Siegen) lieferte einen Praxisbericht zur Lernprozessforschung im Rahmen von Lernvormittage unter dem Titel „Kantenmodelle mal anders". Ralf Benölken (Universität Wuppertal), Lucas Geitel und Matthias Müller (Universität Jena) informierten über ihre vergleichenden Analysen zur mathematischen Begabtenförderung und fokussierten insbesondere die Forschungsmethode der Bildinterpretation. Jürgen Roth (Universität Koblenz-Landau) diskutierte in seinem Workshop aus einem eher konzeptionellen Blickwinkel die Einbindung von Lehrkräften in die Lehr-Lern-Labor-Prozesse. Der Workshop von Silvia Schöneburg-Lehnert und Holger Wuschke (Universität Leipzig) thematisierte die prozessorientierte Selbstbewertung in gruppenteiligen Erarbeitungen von Lehr- und Lernmaterialien.

Alle Abstracts sowie weitere Informationen zur Herbsttagung findet man unter http://ak-lll.mathe-labor.de/herbsttagung_2017/.

Weitere Aktivitäten des Arbeitskreises

Das nächste Treffen des Arbeitskreises findet auf der GDMV-Tagung 2018 in Paderborn statt. Geplant ist ein Minisymposium mit fünf Vorträgen zu dem Thema „Umgang mit Heterogenität in Lehr-Lern-Laboren". Darüber hinaus ist ein inhaltliches Arbeitskreistreffen zum Umgang mit Videos im Rahmen der Lehr-Lern-Labor-Arbeit geplant. Im Rahmen des Arbeitskreistreffens sollen zudem weitere inhaltliche und organisatorische Aspekte bzgl. der nächsten Herbsttagung vom 5. bis 6. Oktober 2018 an der Universität Duisburg-Essen am Standort Essen besprochen werden.

Darüber hinaus plant der Arbeitskreis die Publikation eines Themenheftes der Zeitschrift *mathematica didactica* zur Forschung in Lehr-Lern-Laboren Mathematik. Das Konzeptpapier wird im November von Jürgen Roth und Katja Lengnink erstellt und dem Herausgebergremium vorgelegt. Sollte die Herausgabe des Themenheftes von dem Herausgebergremium befürwortet werden, so können Interessierte bis zum 18. 2. 2018 eine erste Fassung ihres Artikels zu einem freiwilligen internen Peer-Review-Verfahren an Katja Lengnink (katja.lengnink@math.uni-giessen.de) und Jürgen Roth (roth@uni-landau.de) schicken. Ende März endet der derzeitigen Planung nach die finale Frist für die Einreichung der Artikel zum Peer-Review-Verfahren. Die Veröffentlichung des Themenhefts könnte in der zweiten Jahreshälfte 2018 erfolgen.

Einladung zur Mitarbeit

Informationen zum Arbeitskreis Lehr-Lern-Labore findet man im Internet unter der URL http://ak-lll.mathe-labor.de. Interessierte sind herzlich eingeladen, im Arbeitskreis mitzuarbeiten und an den regelmäßigen Herbsttagungen und AK-Treffen teilzunehmen. Wer regelmäßig Informationen zum AK Lehr-Lern-Labore Mathematik und seinen Aktivitäten erhalten möchte schreibt eine E-Mail an Jürgen Roth (roth@uni-landau.de). Er trägt Interessent/inn/en gerne in den E-Mail-Verteiler (ak-lll@mathe-labor.de) des Arbeitskreises ein, über den unter anderem auch die Einladungen zu den Herbsttagungen verschickt werden.

Ann-Katrin Brüning, Universität Münster
Email: a_brue22@uni-muenster.de

Katja Lengnink, Universität Gießen
Email: katja.lengnink@math.uni-giessen.de

Jürgen Roth, Universität Koblenz-Landau
Email: roth@uni-landau.de

Arbeitskreis: Mathematik und Bildung

Herbsttagung in Rostock, 7.–8. 9. 2017

Henrike Allmendinger und David Kollosche

Am 7. und 8. September 2017 fand die Herbsttagung des Arbeitskreises „Mathematik und Bildung" an der Universität Rostock statt. Die lokale Organisation übernahm Eva Müller-Hill, die mit Henrike Allmendinger und David Kollosche auch die inhaltliche Organisation verantwortete.

Die Tagung stand unter dem Fokus zweier Themen: Am ersten Tag diskutierten wir die Frage *Matheabi – ist das noch Bildung?*

Ralf Wiechmann aus Wolfratshausen hielt einen Hauptvortag zum Thema *Kompetenzorientiertes Abitur und der Anspruch von Bildung* und stellte dort die Hypothese auf, dass Kompetenzorientierung nicht nur eine Neuausrichtung des Unterrichts und Abiturs darstellt, sondern auch des Anspruchs an Bildung.

Clemens Cap von der Universität Rostock setzte sich mit der Frage auseinander *Was sollte ein Abiturient an Mathematik können, wenn er Informatik studieren will?* Er resümierte dabei seine 25-jährige Lehrtätigkeit in Deutschland, Österreich und der Schweiz und die Änderungen, die er bei Hochschulanfängern insbesondere seit der Bildungsreform beobachtete.

Wolfram Meyerhöfer von der Universität Paderborn unterstrich diese Erfahrungen mit *10 Thesen zum Zentralabitur*. In seinem Vortrag sammelte er Argumente dafür, dass das zentrale Abitur keinen positiven Einfluss auf die Studierfähigkeit habe.

Der zweite Tag widmete sich schwerpunktmäßig der Frage *Welche Bildung brauchen MathematiklehrerInnen?*

Im Hauptvortrag stellte Oliver Plessow von der Universität Rostock aus geschichtsdidaktischer Perspektive die Frage *Welche Bildung brauchen Mathematiklehrkräfte?* Insbesondere legte er dabei den Schwerpunkt zunächst auf disziplinübergreifende Aspekte, suchte nach Argumenten aus der Geschichtsdidaktik, die auch für die Mathematik interessant sein könnten und stellte abschließend die These auf, dass die Andersartigkeit fachdidaktischer Reflexion in der Geschichtsdidaktik geeignet sein könnte, Fragen der Mathematikdidaktik an sich zu schärfen.

Andreas Vohns von der Universität Klagenfurt ging mit einem historischen Überblick über die Entwicklung der bildungstheoretischen Tradition und mit „idealtypischen Bildern" Mathematiklehrberuf der „nicht ganz unernst gemeinten" Frage *Brauchen Mathematiklehrpersonen Bildung?* auf den Grund.

Der Tag klang mit drei Workshops aus, die die Frage nach Bildung von MathematiklehrerInnen anhand konkreter Inhalte diskutieren ließen:

Tanja Hamann von der Universität Hildesheim suchte mit den Teilnehmern nach *fundamentalen Ideen aus der Mathematikgeschichte*. Die Frage konzentrierte auf Themen, die das Lehramtsstudium vertikal gliedern.

Karen Seidel von der Universität Potsdam widmete sich der *Ausbildung von Mathematiklehrkräften in den 80er Jahren in der ehemaligen DDR* und der Frage, welche Empfehlungen sich für die aktuelle MathematiklehrerInnen-Ausbildung daraus ableiten lassen.

Jessica Feiertag und Eva Müller-Hill setzen sich mit der Problematik *Theorie trifft Praxis* und ließen dieses Problemgebiet am Themengebiet Bruchrechnung erarbeiten.

Der Arbeitskreis bedankt sich für die lokale Organisation der Tagung herzlich bei Eva Müller-Hill und ihrem Team an der Universität Rostock. Die nächste Sitzung des Arbeitskreises findet im März 2018 auf der Jahrestagung der GDM in Paderborn statt. Interessierte sind herzlich zur Arbeitskreissitzung eingeladen!

Henrike Allmendinger, Pädagogische Hochschule Luzern
Email: henrike.allmendinger@phlu.ch

David Kollosche, PH Vorarlberg
Email: david.kollosche@ph-vorarlberg.ac.at

Arbeitskreis: Mathematikunterricht und Digitale Werkzeuge

Herbsttagung in Heidelberg, 22.–24. 9. 2017

Guido Pinkernell und Florian Schacht

Die Herbsttagung des Arbeitskreises Mathematikunterricht und Digitale Werkzeuge (MDW) wurde 2017 an der PH Heidelberg ausgetragen und stand unter dem Thema „Digitales Lernen im Mathematikunterricht". Mit 32 Teilnehmerinnen und Teilnehmern aus Forschung, Praxis und Bildungsadministration sowie 14 Vorträgen (vgl. www.math.uni-sb.de/lehramt/index.php/ak-mudiwe) war viel Gelegenheit für Information, Gespräche und Austausch zu einem Thema, das auch nach der Bundestagswahl sicherlich nicht an Aktualität verlieren wird:

Anlass für den diesjährigen Themenschwerpunkt war die in der „Bildungsoffensive für die digitale Wissensgesellschaft" formulierte Zielsetzung, Bildung unter den Bedingungen und Möglichkeiten einer digital geprägten Welt neu zu fassen. Das im AK erarbeitete und vom Vorstand der GDM verabschiedete Positionspapier zur Bildungsoffensive von Bund und Ländern hat die aus didaktischer Sicht wesentlichen Handlungsfelder benannt (vgl. www.madipedia.de/images/6/6c/BMBF-KMK-Bildungsoffensive_PositionspapierGDM.pdf). Sie haben das Programm der Tagung deutlich geprägt: In einer Keynote diskutierte Anke Lindmeier (IPN Kiel) die Bedeutung der Fachdidaktik im Innovationsprozess des Mathematikunterrichts, der sich durch eine fortschreitende Etablierung von (digitalen) Medien in der Schule ergibt. Die Vorträge der Teilnehmenden befassten sich insgesamt mit neuen Formen des Lehrens und Lernen, neuen Möglichkeiten des Zugangs zu bekannten Inhalten, die Prägung von Sprache und Kognition durch neue Medien und Werkzeuge, Konzepte für die Lehreraus- und -fortbildung.

Ein wichtiges Ziel der Herbsttagung war es, Akteure auf dem Feld digitaler Werkzeuge, Medien und Bildung aus Forschung, Praxis und Bildungsadministration zu vernetzen. Drei themenbezogene Arbeitsgruppen boten Gelegenheit für Austausch und die Formulierung von Empfehlungen für die zukünftige Arbeit im AK:

Arbeitsgruppe 1: Inhalte und Prozesse

- Hypothese: Neue technische Möglichkeiten regen an, nach neuen Zugängen zu einzelnen mathematischen Begriffen, Verfahren, Inhalten, Prozessen zu suchen
- Fragen: Welche neuen Ideen, Materialien, Überlegungen zu einzelnen Lerngegenständen gibt es? Welche Tendenzen lassen sich inhaltübergreifend identifizieren?

Arbeitsgruppe 2: Denken, Sprechen, Verstehen

- Hypothese: Die spezifischen Eigenschaften digitaler Medien prägen Kognition und Kommunikation über die Lerngegenstände
- Fragen: Welchen Einfluss haben Interaktivität, Dynamik, Multimodalität auf die mentale und sprachliche Repräsentation mathematischer Begriffe und Verfahren?

Arbeitsgruppe 3: Lehrkräfteaus- und -fortbildung

- Hypothese: Eine gute Lehrkraft weiß digitale Medien und insbesondere mathematische Werkzeuge reflektiert und kompetent für das fachliche Lehren und Lernen zu nutzen. Diese Kompetenz ist in allen Phasen der Lehrerbildung zu entwickeln.
- Fragen: Welche Konzepte – phasenspezifisch, phasenübergreifend – gibt es? Welche Kompetenzen werden jeweils in den Blick genommen? Was ist eine gute Lehrerfortbildung?

Ein Tagungsband ist in Vorbereitung, der Vorträge und die Ergebnisse der Arbeitsgruppen dokumentiert.

Neues Sprecherteam

Als Sprecher wurden in Heidelberg Guido Pinkernell (Heidelberg) wiedergewählt bzw. Florian Schacht (Essen) neu gewählt. Anselm Lambert (Saarbrücken) wurde für seine langjährige Arbeit und seinen großen Einsatz für den Arbeitskreis herzlich gedankt.

Der AK MDW auf der GDMV 2018 in Paderborn

Der Arbeitskreis wird gemeinsam mit der Arbeitsgruppe PriMaMedien ein Minisymposium organisieren. Wir freuen uns über die Möglichkeit des Austausches zwischen den beiden Communities.

Herbsttagung 2018

Das Arbeitskreistreffen 2018 wird zweitägig vom 28. 9. bis zum 29. 9. 2018 stattfinden. Ort und Tagungsthema werden noch bekannt gegeben.

Einladung zur Mitarbeit

Die Herbsttagung 2017 in Heidelberg war geprägt durch die Vielfalt innovativer Beiträge, die gerade aus dem Kreis des sogenannten „Nachwuchs“ kamen. Das wollen wir intensivieren und laden insbesondere Promovierende und andere Qualifikanden auf dem Feld digitaler Werkzeuge und Medien zur Mitarbeit in den Arbeitskreis ein: http://www.madipedia.de/wiki/Arbeitskreis_Mathematikunterricht_und_Digitale_Werkzeuge

Guido Pinkernell, PH Heidelberg
Email: pinkernell@ph-heidelberg.de

Florian Schacht, Universität Duisburg-Essen
Email: florian.schacht@uni-due.de

Arbeitskreis: Problemlösen

Herbsttagung in Darmstadt, 13.–14. 10. 2017

Benjamin Rott und Ana Kuzle

Die 4. Herbsttagung des Arbeitskreises Problemlösen fand am Freitag und Samstag, 13. und 14. 10. 2017 in Darmstadt statt. Für die äußerst gelungene Organisation und angenehme Atmosphäre gebührt besonderer Dank der örtlichen Tagungsleiterin Regina Bruder und ihrer Arbeitsgruppe von der TU Darmstadt.

Die Gruppe der Teilnehmenden und v. a. der Vortragenden ist im Vergleich zu den Vorjahren mittlerweile so groß geworden, dass ein paar Vortragswünsche – mit dem Einverständnis der Betroffenen – zu Posterpräsentationen umgewandelt wurden, um ausreichend Zeit für Diskussionen zu schaffen. Insgesamt fanden neun Vorträge und vier Präsentationen von Postern statt.

Am Freitag ging es bereits mittags los, nach einer kurzen Begrüßung und Eröffnung setzte Regina Bruder mit ihrem Vortrag die ersten Akzente für eine anregende Diskussion: *Welche Inhalte in welcher Ausprägung benötigt die Mathematiklehrkräfteausbildung zum Thema „Problemlösen"?* Im Vortrag wurde ein kurzer Überblick über den aktuellen Stand zu diesem Thema in der Lehrerbildung gegeben und ein Vorschlag für ein Spiralcurriculum über alle drei Phasen der Lehrerbildung präsentiert. Dieses Thema und die Frage, welche Ausbildung zum Problemlösen angehende Lehrkräfte in ihrem Studium erhalten bzw. erhalten sollten, wird den Arbeitskreis sicherlich noch länger beschäftigen.

Im Anschluss daran präsentierte Ralph Thielbeer (Halle) Überlegungen und erste Ergebnisse seiner Dissertation unter dem Titel: *Lehrervorstellungen zu problemorientiertem Mathematikunterricht*. Das Thema des problemorientierten Unterrichts als didaktische Grundorientierung ist in den letzten Jahren zu einem Leitkonzept eines Selbstständigkeit fördernden und kognitiv aktivierenden Unterrichts geworden. Bei der Umsetzung eines problemorientierten Unterrichts spielen die Überzeugungen und Vorstellungen der Lehrkräfte eine zentrale Bedeutung, da diese einen starken Einfluss auf die Steuerung des beruflichen Handelns haben. Die Frage nach den Vorstellungen soll dabei mithilfe von Interviews und Stundenbeobachtungen sowie Fragebögen und schriftlichen Stundenplanungen beantwortet werden. Dieser und weiterer Fragen geht das Dissertationsprojekt des Autors nach, das vorgestellt und diskutiert wurden.

Der nächste Vortrag wurde von Meike Ohlendorf (Braunschweig) gehalten, auch sie berichtete von Fortschritten ihres Dissertationsprojektes: *Die Rückschauphase beim unterrichtlichen Problemlösen an Gymnasien*. Das Lehrerverhalten während solcher Reflexionsphasen im unterrichtlichen Problemlösen wurde bisher wenig empirisch untersucht, auch wenn viele Didaktiker und Forscher (u. a. Pólya, Kilpatrick, Mason, Schoenfeld) diese Phase als einer der wichtigen Phasen beim Problemlösen betrachten. In einer Fallstudie an deutschen Gymnasien wurde deshalb beforscht, ob und wie die teilnehmenden 14 Lehrkräfte die Phase Rückschau in Ihrem Problemlöseunterricht gestalten. Im Zentrum der Diskussion stand der Vorschlag eines Kategoriensystems, mithilfe dessen die Verläufe unterrichtlicher Rückschauen erfasst werden sollen.

Thomas Gawlick und Nino Liberto (Hannover) hielten nach einer kurzen Kaffeepause einen Doppelvortrag mit dem Thema: *Lernen durch Problemlösen und durch Lösungsbeispiele – theoretische Aspekte und empirische Beispiele; Ergebnisse und Auswertung der Durchführung einer hinführenden Aufgabensequenz*. Im theoretischen Teil des Vortrags wurde anhand eines Kompetenzmodells für das Problemlösen dargelegt, wie durch Problemlösen bzw. durch Lösungsbeispiele sowohl deklaratives als auch prozedurales Wissen erworben werden kann, und wie sich das auf die dabei gezeigte heuristische und epistemische Teilkompetenz sowie die kognitive Komplexität des Problemlöseprozesses auswirkt. Im empirischen Teil wurde anknüpfend an diese Überlegungen der Effekt einer Trainingsmaßnahme berichtet. In dieser Maßnahme, die im Rahmen einer Abschlussarbeit durchgeführt und evaluiert wurde, wurden Lösungsbeispiele in einem Knobelkurs zu Beginn der Sekundarstufe I eingesetzt.

In einer sich anschließenden, etwas längeren Kaffeepause, wurden u. a. die folgenden vier Poster präsentiert und diskutiert:

- Lukas Baumanns (Köln): *Problem Posing – Ergebnisse einer empirischen Analyse zum Prozess des Aufwerfens mathematischer Probleme*. Hierbei ging es um Prozessverläufe im Sinne eines Modells wie Pólya es für das Problemlösen aufgestellt hat.
- Ana Kuzle (Potsdam): *Förderung des Schreibens im Mathematikunterricht: Erfahrungen und Einstellungen der Lehramtsstudierenden zum Schreiben beim Problemlösen*. Vorgestellt wurde ein Seminarkonzept und eine in dieses Konzept einge-

bettete, explorative Studie, in der Studierende zum Schreiben angeregt wurden.

- Anne Möller (Essen): *Entdecken-lassender oder darbietender Unterricht?* Um diese Frage überhaupt stellen zu können, muss die Akzeptanz von Lehrpersonen erfasst werden – dies wurde mithilfe von Interviews realisiert.
- Benjamin Rott (Köln): *Auf der Suche nach einer „gerechten" Punktevergabe bei Wettbewerben – eine Auswertung der Vorrunde des Pangea-Mathematikwettbewerbs 2016*. Auf der Basis der Daten von mehr als 100.000 Teilnehmenden wurden verschiedene Bepunktungsalternativen durchgespielt und ihre Auswirkungen auf die Platzierungen und andere Aspekte untersucht.

Die letzte Präsentation des Tages – den eingeladenen Hauptvortrag – hielt Stephanie Schiemann von der DMV. Sie war aufgrund ihrer langjährigen Erfahrung auf diesem Gebiet gebeten worden, ihre Einschätzung zum Thema *Forschungsfragen im Kontext von Mathematikwettbewerben* abzugeben. Neben einer Vorstellung vieler verschiedener Wettbewerbe wurden viele Fragen aufgeworfen, die sich zu diesem Thema stellen (sollten). Generell ist die wissenschaftliche Auseinandersetzung mit Mathematikwettbewerben in der deutschen Mathematikdidaktik wenig präsent, dieser Vortrag mag daran vielleicht ein wenig ändern.

Bei einem gemütlichen Abendessen in einem nahegelegenen Restaurant wurde der erste Tag dann ausklingen gelassen.

Am Samstag ging es früh morgens weiter mit einem Vortrag von Thomas Jahnke (Potsdam): *Innermathematisches Modellieren?* Unter anderem wurde die „Unsitte" angesprochen, heutzutage für möglichst viele Aufgaben eine Kontexteinbettung bzw. „Einkleidung" finden zu wollen. Warum nicht einmal „nackte" Aufgaben? Mathematik an sich kann spannend und motivierend sein.

Anna-Christin Söhling (Köln) berichtete im Anschluss über verschiedene Arten des Probierens, genauer über: *Aufgabenformate zum Differenzieren beim probierenden Problemlösen*. Besonders bei unerfahrenen Problemlösern können probierende Vorgehensweisen beim Lösen von arithmetisch-algebraischen Problemen hilfreich sein. In Fallstudien mit Lernenden aus 4. bis 6. Klassen konnten vier verschiedene Arten des Probierens – unsystematisch und systematisch sowie eingegrenzt und zielgerichtet – beobachtet werden. Darauf aufbauend wurden differenzierende Aufgabenformate entwickelt und erprobt, die an verschiedenen Kompetenzniveaus der Schülerinnen und Schüler ansetzen, wozu erste Ergebnisse vorgestellt wurden.

Nach einer Kaffeepause haben Torsten Fritzlar (Halle), Daniela Aßmus (Halle) und Frank Förster (Braunschweig) Fortschritte ihres Kooperationsprojektes zum Analogieprinzip vorgestellt. Ihr Vortrag trug den Titel: *Ähnlichkeiten zwischen mathematischen Problemen aus Sicht von Grundschulkindern*. In dieser Studie wurden verschiedene Faktoren von Aufgaben (Zahlwerte, Kontexte und mögliche Lösungswege) systematisch variiert und es wird geschaut, inwiefern Kinder die Aufgaben bearbeiten und als „ähnlich" empfinden. Hierzu wurden im Vortrag erste Ergebnisse präsentiert. Entsprechende Kenntnisse sind wichtig, um weitere Forschungen zum Konstruieren und Nutzen von Analogien, aber auch unterrichtliche Aktivitäten zum Analogiebilden begründet konzipieren zu können.

Die letzte Präsentation wurde von Julia Fritz (Braunschweig) gestaltet, die auch ihr Promotionsprojekt vorgestellt hat: *Umgangsmethoden der Lehrkraft mit strategischen Defiziten im Problemlöseunterricht – Erste Befunde aus der Hauptstudie*. Im Rahmen der Studie wurden Lehrpersonen beim Durchführen von Stunden zum mathematischen Problemlösen gefilmt. Diese Stunden wurden anschließend daraufhin analysiert, ob die Lehrpersonen Schülerfehler erkennen und wie sie sie gegebenenfalls thematisieren. Dazu wurde die ersten Ergebnisse vorgestellt und diskutiert.

Zu dieser Herbsttagung soll ein Tagungsband mit Ausarbeitungen zu den Präsentationen und Postern erscheinen. Der Band wird von Benjamin Rott, Ana Kuzle und Regina Bruder herausgegeben und voraussichtlich im Herbst 2018 im WTM-Verlag erscheinen.

Im Abschlussplenum wurden Anregungen und Ideen für zukünftige Aktivitäten des Arbeitskreises diskutiert. Die nächste Herbsttagung wird – gemeinsam mit der europäischen ProMath-Gruppe – vom 29. 8. bis 31. 8. 2018 unter dem Motto „Implementation research on problem solving in school settings" in Potsdam stattfinden. Beim Arbeitskreistreffen auf der GDMV-Tagung im Frühjahr 2018 sollen im Rahmen eines gemeinsamen Workshops die Diskussionsanregungen aus dem Vortrag von Regina Bruder aufgegriffen und weitergeführt werden. Interessierte sind als weitere Mitglieder herzlich willkommen. Bitte wenden Sie sich ggf. an die Sprecherin bzw. den Sprecher des Arbeitskreises, Ana Kuzle und Benjamin Rott.

Nach einem gemeinsamen Mittagessen endete das Arbeitskreistreffen, im Anschluss fand bei schönstem Wetter (wenn auch in stark reduzierter Runde) noch eine Jugendstilführung durch Darmstadt statt.

Benjamin Rott, Universität zu Köln
Email: benjamin.rott@uni-koeln.de

Ana Kuzle, Universität Potsdam
Email: kuzle@uni-potsdam.de

Arbeitskreis: Psychologie und Mathematikdidaktik

Herbsttagung in Rauischholzhausen, 20.–21. 10. 2017

Anke Lindmeier

In guter Tradition fanden sich auch in diesem Jahr wieder 33 Teilnehmende zur Herbsttagung des AKs im Schloss Rauischholzhausen, der Tagungsstätte der Justus-Liebig-Universität Gießen, ein. Neben der Hälfte der Personen, die als regelmäßig Teilnehmende gelten können – der Terminus „Alte Hasen" trifft dabei nur bedingt zu – konnte das Themenspektrum der diesjährigen Tagung auch wieder eine substanzielle Anzahl Erstteilnehmende anlocken.

Fabian Grünig stellte zum Auftakt erste Ansätze zur Konzeptualisierung einer Lehrerkompetenz zum Umgang mit computergestützten dynamischen Darstellungen vor. Dabei konnte er gut aufzeigen, wie wichtig es für die wissenschaftliche Bearbeitung von mathematikdidaktischen Forschungsgegenständen ist, die ihnen inhärente Komplexität klug zu reduzieren.

In der anschließend präsentierten Arbeit von Johanna Rellensmann und Kollegium wurden bereits durchgeführte Studien zu Effekten von Visualisierungen auf Bearbeitungsprozesse beim Modellieren vorgestellt. Der gewählte Zugang erlaubt es, differenzierte Bedingungen für die Wirksamkeit von potenziell lernförderlichen Heuristiken am Beispiel der Skizze herauszuarbeiten, und kann so auch als Modell für ähnliche Forschungszwecke gelten.

Bevor der Abend im Schlosskeller wie immer gemütlich-gesellig ausklang, stieß Aiso Heinze im Rahmen der „Abenddiskussion" mit der Frage „Wozu brauchen wir den Kompetenzbegriff?" eine Grundsatzdiskussion an. Unter Verweis auf die Bezugsdisziplin Psychologie, die den Kompetenzbegriff in der Grundlagenforschung nicht nutzt, wurde die provokante Hypothese aufgestellt, dass der Kompetenzbegriff auch in der mathematikdidaktischen Forschung überflüssig sei. Die Breite der darauf folgenden Diskussion kann im Rahmen dieses Berichts nicht angemessen dargestellt werden. Es lässt sich aber zusammenfassend festhalten, dass die Teilnehmenden bei etlichen Forschungszwecken der vorgeschlagenen Hypothese folgen konnten und häufig die anschlussfähigeren Wissensbegriffe als genügend einschätzten. Allerdings ergeben sich aus der Tatsache, dass mathematikdidaktische Forschung anwendungsorientierte Forschung ist, auch Grenzen: Sind komplexe Fähigkeiten zur Bewältigung verschiedener konkreter Anforderungssituationen Untersuchungsgegenstand, so erschienen den Diskutierenden eine anforderungsbezogene Modellierung mit Hilfe eines Kompetenzbegriffs angemessen und zielführend.

Mit dem Beitrag von Katharina Loibl bekamen die Teilnehmenden dann am nächsten Morgen Einblick in eine Studie, die unterschiedliche instruktionale Strategien für Konsolidierungsphasen im Productive Failure Ansatz vergleicht. Hier zeigte sich, wie entscheidend individuelle Nutzungsprozesse, beispielsweise der Einsatz von Elaborationsstrategien, für die Wirksamkeit einer instruktionalen Strategie ist.

Die letzte vorgestellte Arbeit von Sarah Ottinger und Stefan Ufer zielt darauf ab, kollaborative Beweisprozesse bei Studienanfängern zu beschreiben und Gelingensbedingungen herauszuarbeiten. Die beeindruckend aufwändige Studie nutzt dazu einen breiten theoretischen Rahmen, um inhaltliche, individuelle und sozial-diskursive Aspekte zu berücksichtigen, und ist geeignet, Erklärungsansätze auf Prozessebene zu gewinnen.

Die Herbsttagung des AKs Psychologie und Mathematikdidaktik bietet die Möglichkeit, in 90-minütigen Vorträgen Arbeiten detailliert darzustellen. Die Teilnehmenden übernehmen dabei den Part des konstruktiv-kritischen Kollegiums und diskutieren die Beiträge unter fachspezifischem und psychologischem Blick. Allen vier Vortragenden ist es gelungen, dieses herausfordernde Format zu füllen. Sie trugen durch ihre kurzweilige, professionelle Art der Darstellung dazu bei, dass die Herbsttagung eine inspirierend-herausfordernde Veranstaltung für die Teilnehmenden war. Sie finden Gegenstand der Vorträge und Kernpunkte der Diskussionen im Folgenden.

Im Namen aller Teilnehmerinnen und Teilnehmer darf ich den Vortragenden herzlich für ihre Bereitschaft danken, ihre Arbeiten ausführlich vor- und zur Diskussion zu stellen!

Fabian Grünig (Pädagogische Hochschule Heidelberg): Dynamische Repräsentationen im Mathematikunterricht – Welche didaktischen Intentionen sehen Lehrkräfte?

Das Verstehen mathematischer Objekte oder Prozesse ist nicht ohne die Entwicklung und Verwendung von Repräsentationen möglich. Der Einsatz multipler Repräsentationen im Unterricht kann durch moderne Technologien unterstützt werden. Computergestützte Visualisierungen bieten etwa durch Animationen, Interaktivität oder dynamische Übersetzungen zwischen verschiedenen Repräsentationsformen das Potential, tieferes Verständnis zu ermöglichen. Bei Auswahl und Einsatz entsprechender Applikationen muss aber auch die kognitive Belastung und deren didaktische Qualität berücksichtigt werden.

Ziel des vorgestellten Teilprojekts des Forschungs- und Nachwuchskollegs „Effektive Kompetenzdiagnose in der Lehrerbildung" (EKoL) ist die Konzeptualisierung fachdidaktischer Kompetenzen von Lehrkräften für die Analyse computergestützter Darstellungen unter Berücksichtigung ihres fachdidaktischen und multimedia-didaktischen bzw. psychologischen Wissens. Für die empirische Überprüfung des Kompetenzmodells werden domänenspezifische Videovignetten, die über Aufnahme des Bildschirms die Nutzung von computergestützten Darstellungen durch Lernende abbilden, zur Kompetenzerfassung entwickelt.

Im Vortrag wurden die für das Forschungsprojekt relevanten theoretischen Grundlagen aufgearbeitet. Dazu wurden zum einen kognitionspsychologische Befunde zum Lernen mit multimedialen und animierten Materialien (Mayer, 2009; Lowe & Ploetzner, 2017) und zum anderen die in der fachdidaktischen Forschung diskutierten Potentiale der Computerunterstützung im Mathematikunterricht (Roth, 2005; Pierce & Stacey, 2010) zusammengestellt. Abschließend wurde ein mögliches Design eines Erhebungsinstruments für die Kompetenz von Lehrkräften zur Analyse computergestützter dynamischer Darstellungen skizziert.

Kernpunkte der Diskussion und neue Perspektiven. Da das Dissertationsvorhaben sich noch in einer relativ frühen Phase befindet, konzentrierte sich die Diskussion auf mögliche Fokussierungen der Forschungsfrage sowie die Frage, wie eine Verengung des Forschungsvorhabens gelingen kann. Dazu wurden auch Abgrenzung und Einordnung der spezifischen Kompetenz zur Analyse des Potentials von dynamischen Darstellungen zu anderen, breiteren Kompetenzbegriffen (z. B. „Potential"-Facette in Krauss et al. 2017) diskutiert. Als hilfreich für meine weiteren Arbeiten schätze ich darüber hinaus die vielen Anregungen zur Konstruktdefinition und zur Gestaltung des Erhebungsinstruments ein.

Die Diskussion war kritisch, jedoch immer konstruktiv. Ich bedanke mich bei allen Beteiligten für den gewinnbringenden Diskurs sowie bei der Leitung des AK Psychologie und Mathematikdidaktik für die Gelegenheit, mein Forschungsprojekt vorstellen zu können.

Johanna Rellensmann (Uni Münster), Stanislaw Schukajlow (Uni Münster), Judith Blomberg (Uni Münster), Claudia Leopold (Universität Fribourg, Schweiz): Effekte von selbst erstellten Visualisierungen auf die Leistung beim mathematischen Modellieren zum Satz des Pythagoras

Selbst erstellte Visualisierungen haben das Potential, Lernende beim mathematischen Modellieren zu unterstützen (Rellensmann, Schukajlow & Leopold, 2017; Schukajlow, 2011). Jedoch lassen sich häufig keine positiven Effekte der Aufforderung, eine Visualisierung bzw. Skizze zu erstellen, auf die Leistung von Lernenden beobachten (z. B. De Bock, Verschaffel, Janssens, Van Dooren & Claes, 2003; Van Essen & Hamaker, 1990, Study 1). Im DFG-Projekt ViMo werden Bedingungen untersucht, unter denen Visualisierungsaufforderungen zu Leistungssteigerungen beim Modellieren zum Satz des Pythagoras führen. Im ersten Teil des Vortrags wurden Ergebnisse einer qualitativen Studie präsentiert, in der Lernende bei der Umsetzung der Aufforderung „Zeichne eine Skizze" beobachtet wurden. Es wurden u. a. Hypothesen über die wirksame und nicht wirksame Nutzung einer Skizze im Modellierungsprozess aufgestellt. Im zweiten Teil des Vortrags wurden Ergebnisse einer quantitativen Studie präsentiert, in der Effekte der Aufforderung zum Zeichnen von Skizzen auf die Modellierungsleistung untersucht wurden. Es zeigten sich indirekte Effekte einerseits von der Aufforderung, eine Skizze anzufertigen, und andererseits vom vorliegenden individuellen Skizzenwissen auf die Leistung. Beide Effekte wurden über die Qualität der erstellten Skizzen mediiert.

Kernpunkte der Diskussion und neue Perspektiven. Es handelt sich bei den vorgestellten Arbeiten um abgeschlossene Arbeiten, deren Publikation ansteht. In der Diskussion wurden zunächst vertiefende Fragen zum theoretischen Hintergrund gestellt. So wurde diskutiert, welche kognitionspsychologischen Modelle dem Zeichnen einer Skizze zu einer Modellierungsaufgabe zugrunde liegen können und in welchem Zusammenhang interne und externe Visualisierungen stehen. Weiter wurde diskutiert, inwiefern konkrete Entscheidungen im Forschungsprozess – beispielsweise die Aufgabenbearbeitung in Schülerpaaren oder die Einschränkung der Studie auf den Themenbereich Satz des Pythagoras – sich auf die Studienergebnisse auswirken. Darüber hinaus wurden für die quantitative Studie vertiefende Auswertungen angeregt, die eine Analyse der Zusammenhänge zwischen Skizzenwissen, Skizzenqualität und Modellierungsleistung auf inter- und intraindividueller Ebene ermöglichen.

Zusammenfassend hat die Diskussion wichtige theoretische und methodische Aspekte aufgezeigt, das bisherige Vorgehen insgesamt bestärkt und Ideen für weiterführende Auswertungen und Folgestudien geliefert.

Katharina Loibl (PH Freiburg), Timo Leuders (PH Freiburg): Fehlerverarbeitung nach einer Entdeckungsphase im Bereich Brüche

Im zweiphasige Instruktionsmodell Productive Failure (z. B. Kapur & Bielaczyc, 2012; Loibl, Roll & Rummel, 2017) generieren die Lernenden in einer Entdeckungsphase eigene Lösungsideen. In der anschließenden Konsolidierungsphase werden die intendierten Konzepte eingeführt und die richtige Lösung hergeleitet. Bisherige Forschung deutet darauf hin, dass in dieser zweiten Phase das Aufgreifen typischer fehlerhafter Schülerlösungen ein lernrelevantes Element ist, um eine Fehlerverarbeitung und damit ein tieferes Verständnis anzuregen (Loibl & Rummel, 2014). Es ist anzunehmen, dass diese Fehlerverarbeitung in Inhaltsbereichen, in denen viele Grundvorstellungsumbrüche auftreten (z. B. Brüche, Prediger, 2008), besonders relevant sein sollte. Vor diesem Hintergrund lautete unsere Forschungsfrage: Wie wirkt die Anregung von Fehlerverarbeitungsprozessen nach einer Entdeckungsphase zum Bruchvergleich auf den Lernerfolg?

In einer Interventionsstudie mit 200 Kindern der 5. Jahrgangsstufe wurden 3 Bedingungen verglichen, die sich darin unterschieden, inwiefern eine Fehlerverarbeitung ermöglicht und/oder angeregt wurde: Die Lernenden der Kontrollbedingung arbeiteten in der Konsolidierungsphase ausschließlich mit richtigen Lösungen. Die Lernenden der Fehlerbedingung erhielten zusätzlich Beispiele von typischen fehlerhaften Lösungsansätzen. Die Lernenden der Promptbedingung wurden explizit aufgefordert richtige und fehlerhafte Lösungsbeispiele zu vergleichen. Die Lernergebnisse zeigten, dass das Einbringen fehlerhafter Lösungen in der Konsolidierungsphase lernförderliche Effekte haben kann, wenn die Lernenden explizit dazu angeregt werden, diese fehlerhaften Lösungsansätze mit den richtigen Lösungen zu vergleichen. Die Konfrontation mit Fehlern ist folglich nicht automatisch lernförderlich.

Neben diesen Lernergebnissen wurden Prozessdaten vorgestellt und diskutiert. Die Prozessdaten bezogen sich auf die beiden Phasen. Hinsichtlich der Entdeckungsphase wurde aufgezeigt, dass sich ein Großteil der Fehler den bekannten Fehlerkategorien aus der Literatur zuordnen ließ (vgl. Eichelmann, Narciss, Schnaubert & Melis, 2012). Hinzu kamen wenige Fehler, die durch den Kontext der Aufgabe provoziert wurden (vgl. Prediger, 2011 für eine tiefergehende Analyse kontextbezogener Bearbeitungen bei der gestellten Aufgabe). Die Tatsache, dass der Großteil der Fehler in der Konsolidierungsphase im Rahmen der typischen fehlerhaften Lösungsbeispiele aufgegriffen wurde, stärkt den gewählten Forschungszugang, da die Lernenden offensichtlich mit für sie relevanten falschen Lösungsbeispielen konfrontiert wurden. Hinsichtlich der Konsolidierungsphase wurde untersucht, inwiefern die Lernenden der Fehlerbedingung eigenständig Fehlerverarbeitungsprozesse explizierten. Dies taten nur die wenigsten Lernenden, was das vergleichsweise schlechte Abschneiden dieser Bedingung erklären kann.

Kernpunkte der Diskussion und neue Perspektiven. Die berichteten Ergebnisse bezogen sich hauptsächlich auf die Konsolidierungsphase, die in dem zugrundeliegenden Modell allerdings von der vorherigen Entdeckungsphase abhängig ist. In der anschließenden Diskussion lag entsprechend der Schwerpunkt zunächst auf der Entdeckungsphase. Dabei wurde diskutiert, inwiefern sich hier Vorwissensaktivierung, Erkunden des Problemraums und Entdecken zugrundeliegender Konzepte abgrenzen lassen und inwiefern sich diese Unterscheidung mit dem Gehalt der Entdeckungen in Bezug setzen lässt. Mit Blick auf die theoretischen Modelle zu den Lernmechanismen wurden weitergehend die drei Bedingungen betrachtet und reflektiert, inwiefern eine stärkere Aktivierung zur Elaboration auch in der Kontroll- und Fehlerbedingung möglich wäre, um die Effekte genereller Elaboration von denen der angeregten Vergleichsprozesse zu trennen. Abschließend wurde der Productive Failure Ansatz dem Ansatz des „errorless learning" gegenübergestellt und auf generellerer Ebene diskutiert, für welche Wissensarten der ein oder andere Ansatz sinnvoll erscheint.

Insgesamt hat die Diskussion beigetragen, Argumente für die anstehende Publikation der Studie auszuschärfen, und gab Impulse für die weitere Entwicklung eines geplanten Folgeprojekts.

Sarah Ottinger (LMU München), Stefan Ufer (LMU München): Mathematische Argumentations- und Beweisprozesse – Prozessindikatoren für erfolgreiche mathematische Arbeitsprozesse

Das Formulieren und Absichern mathematischer Vermutungen stellt eine komplexe Tätigkeit dar, die verschiedene kognitive Prozesse wie das Generieren von Beispielen und das Zusammenführen einzelner Teilargumente zu einem Beweis umfasst (u. a. Boero, 1999). In kooperativen Settings kommen zudem sozial-diskursive Anforderungen wie das Bewerten und Integrieren der Argumente des Gegenübers hinzu (u. a. Kollar et al., 2014; Roschelle & Teasley, 1995). Derzeit finden sich in der Literatur allerdings nur vereinzelt Hinweise, welche Argumentations- und Beweisprozesse in Hinblick auf den Erfolg von zentraler Bedeutung sind.

Im Rahmen der Herbsttagung wurde ein Analyseinstrument zur Erfassung individuell-kognitiver und sozial-diskursiver Prozessindikatoren mathematischen Argumentierens und Beweisens vorgestellt. Mithilfe dieses Analyseinstruments wurden in einer empirischen Studie sieben Indikatoren für kooperative Argumentations- und Beweisprozesse von $N = 98$ Studienanfängerinnen und -anfängern, die in Paaren eine Aufgabe bearbeiteten, erhoben. Im Anschluss wurden die Indikatoren auf Zusammenhangsmuster sowie ihre Bedeutung für die Qualität des finalen Beweises hin untersucht. Es zeigte sich, dass kooperativen Argumentations- und Beweisprozessen eine mehrdimensionale Struktur zugrunde liegt, wobei zwischen einer individuell-kognitiven und einer sozial-diskursiven Komponente unterschieden werden kann. Zudem weisen die Ergebnisse darauf hin, dass individuell-kognitive Prozessindikatoren prädiktiv für die Qualität des resultierenden Produktes sind und den Einfluss der individuellen Argumentationskompetenz auf die tatsächliche Leistung (Performanz) mediieren. Dabei spielt das Generieren inhaltlich-korrekter und strukturell vollständiger Argumente während des Diskurses eine wesentliche Rolle.

Kernpunkte der Diskussion und neue Perspektiven. In der anschließenden Diskussion wurde zunächst betont, dass das Projekt dem Prozess-Produktcharakter mathematischen Beweisens gerecht wird (u. a. Pólya, 1949). Die Stärke der Studie spiegelt sich offensichtlich darin, dass sie Beweisprozesse in den direkten Zusammenhang zur Qualität des resultierenden Produkts setzt. Diese Betrachtungsweise sei insbesondere relevant, wenn der Frage nachgegangen wird, wie sich Kompetenzen reliabel erfassen lassen. Kritisch anzumerken sei an dieser Stelle, dass Prozesse durchaus situationsspezifisch sein können (Blömeke, Gustafsson & Shavelson, 2015) und somit bei der Interpretation der Ergebnisse zu berücksichtigen ist, dass diese bisher mit Hilfe einer einzelnen Aufgabenstellung generiert wurden.

Im zweiten Teil der Diskussion wurde deutlich, dass mit der vorhandenen Datenbasis weitere Teilfragen bearbeitet werden können. Insbesondere der Einfluss der Zusammensetzung der Studierendenpaare auf die kooperativen Argumentations- und Beweisprozesse scheint eine offene Frage zu sein. Außerdem könnte untersucht werden, wie die Beiträge eines Studierenden sich auf die Entwicklung der Beiträge des Partners auswirken. Neben den bislang als linear angenommenen Zusammenhängen könnten Schwellenmodelle zusätzliche Informationen liefern. Ebenfalls könnte geprüft werden, ob sozial-diskursive Aspekte den Einfluss individuell-kognitiver Prozessindikatoren moderieren. Aus der umfangreichen Diskussion ergaben sich somit neue Perspektiven, die für den erfolgreichen Abschluss des Projektes sehr gewinnbringend sein können.

Organisatorisches und Ausblick
Der AK wird von zwei Sprecherinnen oder Sprechern geleitet, die jeweils für 4 Jahre gewählt werden. Nach der Bestätigung von Silke Ruwisch im Jahr 2015 wurde in diesem Jahr Anke Lindmeier mit einer Erhaltung für 4 Jahre als Sprecherin wieder gewählt.

Im Jahr 2018 werden sich die Mitglieder des AKs Psychologie und Mathematikdidaktik voraussichtlich vom 12. bis 13. Oktober im Schloss Rauischholzhausen einfinden, um bis zu vier Projekte rege zu diskutieren. Dabei soll das Forum wieder für fortgeschrittene oder kurz vor dem Abschluss stehende Arbeiten – die nicht notwendigerweise Promotionsarbeiten sein müssen – offen stehen. Sie sollten dazu bereit sein, die Arbeiten im Sinne eines Werkstattberichts zur Diskussion zu stellen. Ihr Interesse an einer aktiven Tagungsteilnahme können Sie bei einer der beiden Sprecherinnen Silke Ruwisch (ruwisch@uni.leuphana.de) oder Anke Lindmeier (lindmeier@ipn.uni-kiel.de) bekunden.

Auf der GDM 2018 wird der AK Psychologie und Mathematikdidaktik keine planmäßige Aktivität anbieten, es besteht aber jederzeit die Möglichkeit, sich unter http://www.leuphana.de/gdm_psychologie über unsere Ziele und Aktivitäten zu informieren. Möchten Sie in den Mailverteiler aufgenommen werden, so kontaktieren Sie uns einfach!

Gemeinsames Literaturverzeichnis

Blömeke, S., Gustafsson, J.E., Shavelson, R.J. (2015). Beyond dichotomies. Competence viewed as a continuum. *Zeitschrit für Psychologie, 223*(1), 3–13.

Boero, P. (1999). Argumentation and mathematical proof: A complex, productive, unavoidable relationship in mathematics and mathematics education. *International Newsletter on the Teaching and Learning of Mathematical Proof, 7/8*.

De Bock, D., Verschaffel, L., Janssens, D., Van Dooren, W., Claes, K. (2003). Do realistic contexts and graphical representations always have a beneficial impact on students' performance? Negative evidence from a study on modeling non-linear geometry problems. *Learning and Instruction, 13*(4), 441–463.

Eichelmann, A., Narciss, S., Schnaubert, L., Melis, E. (2012). Typische Fehler bei der Addition und Subtraktion von Brüchen – Ein Review zu empirischen Fehleranalysen. *Journal für Mathematik-Didaktik, 33*(1), 29–57.

Kollar, I., Ufer, S., Reichersdorfer, E., Vogel, F., Fischer, F., Reiss, K. (2014). Effects of collaboration scripts and heuristic worked examples on the acquisition of mathematical argumentation skills of teacher students with different levels of prior achievement. *Learning and Instruction, 32*, 22–36.

Krauss, S., Lindl, A., Schilcher, A., Fricke, M., Göhring, A., Hofmann, B., Kirchhoff, P., Mulder, R.H., Baumert, J. (Hrsg.) (2017). *Falko: Fachspezifische Lehrerkompetenzen. Konzeption von Professionswissenstests in den Fächern Deutsch, Englisch, Latein, Physik, Musik, Evangelische Religion und Pädagogik*. Münster: Waxmann.

Loibl, K., Roll, I., Rummel, N. (2017). Towards a theory of when and how problem solving followed by instruction supports learning. *Educational Psychology Review, 29*(4), 693–715.

Loibl, K., Rummel, N. (2014). Knowing what you don't know makes failure productive. *Learning and Instruction, 34*, 74–85.

Lowe, R., Ploetzner, R. (Hrsg.) (2017). *Learning from dynamic visualization*. Cham: Springer.

Mayer, R.E. (2009). *Multimedia learning*. Cambridge: Cambridge University Press.

Pierce, R., Stacey, K. (2010). Mapping pedagogical opportunities provided by mathematics analysis software. *International Journal of Computers for Mathematical Learning, 15*(1), 1–20.

Pólya, G. (1949). *Schule des Denkens.* Bern: Francke.

Prediger, S. (2008). The relevance of didactic categories for analysing obstacles in conceptual change: Revisiting the case of multiplication of fractions. *Learning and Instruction, 18*(1), 3–17.

Prediger, S. (2011). Anknüpfen, Konfrontieren, Gegenüberstellen. Strategien zur Weiterarbeit mit individuellen Vorstellungen am Beispiel relativer Häufigkeiten. *Praxis der Mathematik in der Schule, 53*(40), 8–13.

Rellensmann, J., Schukajlow, S., Leopold, C. (2017). Make a drawing. Effects of strategic knowledge, drawing accuracy, and type of drawing on students' mathematical modelling performance. *Educational Studies in Mathematics, 95*(1), 53–78.

Roschelle, J., Teasley, S.D. (1995). The construction of shared knowledge in collaborative problem solving. In C.E. O'Malley (Ed.), *Computer-Supported Collaborative Learning* (S. 69–197). Berlin: Springer.

Roth, J. (2005). *Bewegliches Denken im Mathematikunterricht*. Hildesheim: Franzbecker.

Schukajlow, S. (2011). *Mathematisches Modellieren. Schwierigkeiten und Strategien von Lernenden als Bausteine einer lernprozessorientierten Didaktik der neuen Aufgabenkultur*. Münster: Waxmann.

Van Essen, G., Hamaker, C. (1990). Using self-generated drawings to solve arithmetic word problems. *Journal of Educational Research, 83*(6), 301–312.

Anke Lindmeier, IPN Kiel
Email: lindmeier@ipn.uni-kiel.de

Arbeitskreis: Stochastik

Herbsttagung in Frankfurt am Main, 10.–12. 11. 2017

Philipp Ullmann

Zur Herbsttagung 2017 lud der Arbeitskreis Stochastik erstmals nach Frankfurt am Main ein. Über vierzig KollegInnen folgten dem Ruf in die Mainmetropole, um über *Guten Stochastikunterricht von der Grundschule bis zum Abitur* zu diskutieren.

Nach einem gemeinsamen Abendessen im Café Albatros wurde die Tagung am Abend mit dem traditionellen Freitagsvortrag eröffnet.

Katharina Böcherer-Linder, Andreas Eichler und Markus Vogel präsentierten und diskutierten unter dem Titel *Empirische und theoretische Argumente für einen Unterrichtsvorschlag zum Satz von Bayes* aktuelle Ergebnisse aus der eigenen Forschung. Ausgangspunkt war ein in der Stochastikdidaktik einschlägiges Beispiel aus dem Umfeld des sogenannten Prävalenz- bzw. Basisratenfehlers: Gegeben etwa ein medizinischer Test, der Kranke und Gesunde jeweils mit hoher Wahrscheinlichkeit als solche erkennt; wie groß ist dann die Wahrscheinlichkeit, bei positivem Testergebnis tatsächlich krank zu sein, wenn die Krankheit in der Grundpopulation sehr selten auftritt? Erfahrungsgemäß wird diese Wahrscheinlichkeit, die man mit dem Satz von Bayes berechnen kann, oft dramatisch überschätzt – was z. B. im Kontext von Massenscreenings zu schwerwiegenden Fehlurteilen führen kann. Gerade wegen der Authentizität dieses Problems gehört es inzwischen zum Standard-Repertoire in Schule und Hochschule.

Gegenstand der Forschung war nun die Frage, welche Veranschaulichungen in diesem Kontext verständnisfördernd sind. Ein übliches (weit verbreitetes, tragfähiges und verallgemeinerbares) Format stellt das Baumdiagramm dar, das aber – zumindest in seiner sparsamsten Art – die Zahlenverhältnisse nur auf der symbolischen Ebene codiert. Das von Böcherer-Lindner, Eichler und Vogel propagierte Modell des Einheitsquadrates erwies sich – wohl

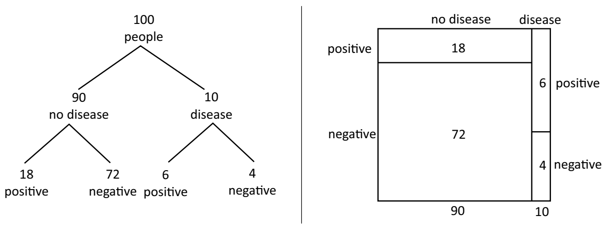


Abbildung 1. Baum vs. Einheitsquadrat (aus Böcherer-Linder & Eichler (2017), S. 3; vgl. Fußnote 1)

durch die strukturierte Visualisierung der natürlichen Häufigkeiten als Flächen(anteile) – als dem Baumdiagramm überlegen.

Das führte zu einer regen Diskussion, in deren Verlauf das Baumdiagramm, ggf. in modifizierter Form, aus dem Auditorium vehement verteidigt wurde, auch angesichts der mangelnden Anschlussfähigkeit des Einheitsquadrates an andere Schulkontexte, ein Argument, dem Katharina Böcherer-Lindner mit Verweis auf das Rechteckmodell im Kontext von Bruchzahlen widersprach. Die lebhafte Diskussion wird hoffentlich ihre Fortsetzung finden, wenn weitere Daten ausgewertet sind, die den genaueren Vergleich unterschiedlicher Repräsentationsformate ermöglichen, neben Bäumen und Einheitsquadraten etwa Vierfeldertafeln und Doppelbäume.[1]

Der Abend schloss mit einer Nachsitzung in der stimmungsvollen Bar Casablanca.

Am Samstagvormittag präsentierte Joachim Engel in seinem Vortrag *Zivilstatistik – Lehren und Lernen mit gesellschaftlich relevanten Daten* das EU-Projekt *ProCivicStat*. In einer internationalen strategischen Partnerschaft (Großbritannien, Israel, Portugal, Ungarn und Deutschland) werden neue Methoden und Konzepte entwickelt, um ein breit(er)es Bewusstsein dafür zu schaffen, dass (beschreibende) Statistik ein sehr mächtiges Werkzeug darstellt, um Welt zu verstehen und faktenbasiert zu urteilen. Statistik in Form der ‚Zivilstatistik' kann und will so zum Empowerment von Staatsbürgern beitragen. Ein Schwerpunkt der Projektarbeit ist die Entwicklung von konkreten Unterrichtsmaterialien (mit Schwerpunkt auf Oberstufe und Universität), die im Internet unter www.procivicstat.org kostenlos heruntergeladen werden können.

Anschließend unternahm Renate Motzer unter dem Titel *Stochastikunterricht in der Grundschule – Beobachtungen in bayerischen Grundschulklassen* eine Bestandsaufnahme, wie viel Stochastik und in welcher Form diese inzwischen in bayerischen Grundschulbüchern angekommen ist, und berichtete über einige Unterrichtsbeobachtungen aus Praktikumsklassen. Als vorläufiges Resümee lässt sich vielleicht festhalten, dass Stochastik in Grundschulbüchern inzwischen weit über kombinatorische Vorübungen hinausgeht bzw. diese erfreulicherweise weitgehend abgelöst hat, dass aber durchaus Bedarf bei der Qualifikation von (angehenden und praktizierenden) Lehrkräften besteht, die mit dem Thema Stochastik oft noch unvertraut sind.

In der Mittagspause folgte ein kurzer Stadtrundgang durch das Frankfurter Westend mit den Stationen Senckenbergmuseum, Heinrich-Hoffmann- und Struwwelpeter-Museum, Palmengarten, Westend Synagoge und Alte Oper – Orte, an denen deutlich wurde, wie sehr Frankfurt seit dem 19. Jahrhundert durch bürgerschaftliches Engagement, aber auch durch Antisemitismus geprägt wurde. Der Besuch der Dachterrasse des Maintowers auf 192 m Höhe fiel aufgrund des Wetters leider aus.

Den Samstagnachmittag eröffnete Norbert Christmann mit seinem Vortrag *Jazz-Improvisation – ein Gegenstand für den Stochastikunterricht?* Mit instrumentalem Einsatz stellte er Ideen vor, den Zufall mit der Kunst der musikalischen Improvisation in Verbindung zu bringen. Vorläufer lassen sich in der Musikgeschichte seit dem ausgehenden Mittelalter finden, konsequent verfolgt wurde das Prinzip des Würfelwurfs in der Musik aber erst in der sogenannten Aleatorik etwa eines Karlheinz Stockhausen oder John Cage im 20. Jahrhundert. So einfach das Prinzip, so schnell wurde durch Spiel- und Notenproben deutlich, dass der zum Klingen gebrachte Würfelwurf als Einstieg in das Thema Zufall zwar eine oft ungenutzte Erfahrungs- und Wahrnehmungsebene anspricht, als Modellierung der freien (Jazz-)Improvisation aber nicht ausreicht. Die sich anbietenden Vertiefungen werden allerdings schnell musikalisch anspruchsvoll und eignen sich wohl vor allem für SchülerInnen mit einschlägigem Vorwissen.

Anschließend folgte eine ausgedehnte Arbeitsphase in drei Arbeitsgruppen, in denen schulstufenbezogene Unterrichtsvorschläge zum Themenfeld Mittelwert/Erwartungswert diskutiert wurden. Dieses im Rahmen einer Herbsttagung relativ neue Format wurde gerne angenommen und führte zu angeregten Diskussionen, deren Zusammenführung in einer Plenumsphase sich allerdings als schwierig

[1] Für eine ausführliche Diskussion der Forschungsergebnisse vgl. Böcherer-Linder, Katharina & Andreas Eichler (2017): The Impact of Visualizing Nested Sets. An Empirical Study on Tree Diagrams and Unit Squares. Frontiers in Psychology 7, Aufsatz 2026, sowie Böcherer-Linder, Katharina, Andreas Eichler & Markus Vogel (2017): The impact of visualization on flexible Bayesian reasoning. Avances de Investigación en Educación Matemática 11, S. 25–46.

gestaltete. Den Versuch einer Synopse werde ich am Ende des Berichts unternehmen.

Nach der Sitzung des AK Stochastik wurde der Abend in kleineren Gruppen beim Abendessen beschlossen.

Der Sonntagvormittag begann mit dem Vortrag *Verständnisfördernder Stochastikunterricht im Gymnasium – quo vadis?* von Norbert Henze, der Auszüge aus Stochastikbüchern der Oberstufe mit den Inhalten seiner Stochastikvorlesung für Lehramtsstudierende kontrastierte. Dabei wurde deutlich, dass in Oberstufenbüchern die Strategie naheliegt, den Schulstoff algorithmisch abzupacken und abzuarbeiten, anstatt ihn auf einer mathematisch einfachen, aber tragfähigen Grundlage verständnisorientiert zu entwickeln. Das Dilemma eines kompetenzorientierten Stochastikunterrichts ist also nach wie vor ungelöst: Eine abgespeckte Anfängervorlesung im Sinne der Reformansätze der 1970er Jahre kann und will er nicht sein, läuft aber gerade durch sein Bemühen um Verständnis Gefahr, ins Gegenteil eines unverstandenen Abarbeitens von Rezepten abzugleiten.

Zum Abschluss zeigte Wolfgang Riemer in seinem Experimental-Vortrag *Statistik verstehen* auf, wie viel (schließende) Statistik mit einfachen Mitteln bereits in der Sekundarstufe I möglich ist. Aus seinem reichen Ideenschatz, mit dem er seit drei Jahrzehnten den Stochastikunterricht bereichert und ihn nachhaltig zum Besseren verändert hat – wer kennt nicht die Riemer-Würfel oder den Geschmackstest? – stellte er diesmal zwei neue Vorschläge vor, den Zufall erfahrbar zu machen. Mittels eines Vorzeichentests wurden ‚gewichtige' Zweifel an der Füllmenge kleiner Gummibärchentüten laut, während das ‚schiefe' Glücksrad zur Hypothesenbildung einlud und durch seinen großen Aufforderungscharakter zum Experimentieren einlud. Die Materialen zu seinen neuen Ideen stellt Wolfgang Riemer kostenlos über seine Internetseite www.riemer-koeln.de zur Verfügung, auf die ich – auch für weitere Informationen – sehr gerne verweise.

Guter Stochastikunterricht von der Grundschule bis zum Abitur – obwohl das Tagungsthema sehr weit und umfassend formuliert war, zeichnete sich in der Summe der Vorträge und Aktivitäten der Herbsttagung ein wenn auch grobes Bild ab, das ich im Folgenden versuche zu skizzieren.

Das Thema Stochastik hat sich inzwischen unter dem Label *Leitidee Daten und Zufall* in allen Schulstufen etabliert. In der Primarstufe werden – so die

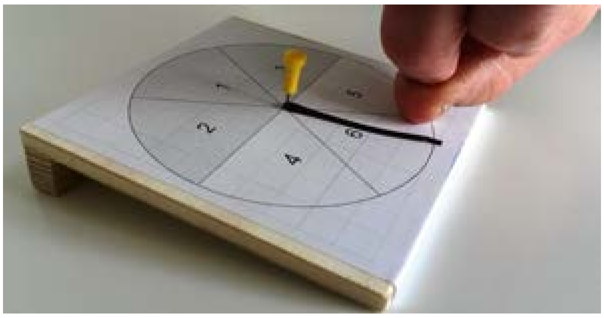


Abbildung 2. Das ‚schiefe' Glücksrad von Wolfgang Riemer (Foto: Wolfgang Riemer)

Lehrkräfte das unterstützen – vielfältige Erfahrungen im Kontext der Leitidee Daten und Zufall angeregt, sowohl hinsichtlich des Erlebens von Zufallsschwankungen als auch hinsichtlich des Gebrauchs stochastischer Fachbegriffe (im Sinne einer behutsamen Begriffsschärfung). Inhaltlichen Schwächen, wie das Beharren auf dem Begriff des ‚Unwahrscheinlichen', der einer Quantifizierung des Zufalls wohl nicht förderlich ist, oder die Überstrapazierung des empirischen Gesetzes der großen Zahl, lässt sich am ehesten durch eine (noch) bessere Qualifizierung der Lehrkräfte gegensteuern.

In der Sekundarstufe II ist im Stochastikunterricht – wie im Mathematikunterricht allgemein – eine deutliche Abkehr von abstraktem Denken festzustellen. Fachliche, fachsprachliche und fachsystematische Anforderungen werden zugunsten einer (vermeintlichen) Anschaulichkeit und eines (vermeintlichen) Praxisbezugs reduziert. Diese Entwicklung ist nicht erst der Kompetenzorientierung geschuldet, wird durch sie aber gefördert: Ihr Mantra – den Winterschen Grunderfahrungen entlehnt, die inzwischen aller substantiellen Gehalte beraubt sind, die Heinrich Winter ursprünglich mit ihnen verband[2] – verkürzt den Mathematikunterricht als Schule der Abstraktion bekanntlich auf eine (unter vielen?) „deduktive Welt eigener Art", deren Relevanz für die Alltagswelt durch schiefe Modellierungen nur noch weiter infrage gestellt wird.

Entsprechend ambivalent stellt sich die Situation in der Sekundarstufe I dar, die die Vorerfahrungen der Primarstufe aufgreifen soll und will, mit hervorragenden und vielfach erprobten Unterrichtsvorschlägen aufwarten kann, aber dann nicht recht weiß, in welche Richtung die Mathematisierung voranschreiten soll, weil erst – und viel zu spät – an der Universität der Anspruch und auch

[2] Vgl. Winter, Heinrich (1975): Allgemeine Lernziele für den Mathematikunterricht? Zentralblatt für Didaktik der Mathematik 3, S. 106–116, ein Aufsatz, der im Vergleich zu dem späteren Winter, Heinrich (1995): Mathematikunterricht und Allgemeinbildung. Mitteilungen der Gesellschaft für Didaktik der Mathematik 61, S. 37–46 viel zu wenig zitiert und vor allem – gelesen wird.

der Wert einer abstrakten Begriffsbildung zutage tritt.

Verbindet man diese Beobachtungen des Stochastikunterrichts mit allgemeinen gesellschaftlichen Entwicklungen – namentlich den großen Schwierigkeiten, die sich im rationalen (!) Umgang mit abstrakten und der unmittelbaren eigenen Erfahrung enthobenen (!) Themen wie Klimawandel oder Migration ergeben –, kommt man wohl nicht umhin, die (möglichen) Ziele eines zukünftigen Stochastikunterrichts neu zu überdenken.

Dies war dann auch mit großer Mehrheit das Wunschthema für die kommende Herbsttagung, zumal die letzte bildungspolitische Stellungnahme des AK Stochastik nunmehr eineinhalb Jahrzehnte alt ist und dringend einer Aktualisierung bedarf.

Doch am Ende waren es nicht die ‚großen' Themen, die der Herbsttagung in Frankfurt ihr Gesicht gaben, sondern die Vorträge und Vortragenden, die für anregende Diskussionen sorgten, die zahlreichen Gespräche in den Kaffeepausen und Nachsitzungen und die vielen Kontakte, die neu geknüpft oder gefestigt wurden. Daher möchte ich noch einmal die Gelegenheit nutzen, mich bei allen TeilnehmerInnen für ihr Interesse und Engagement herzlich zu bedanken, und hoffe, dass wir im kommenden Jahr in Würzburg vom 2.–4. November 2018 ebenso zahlreich sein und ebenso lebhaft diskutieren werden.

Alle interessierten LeserInnen sind selbstverständlich ebenso herzlich eingeladen, an der Sitzung des AK Stochastik auf der GDMV-Jahrestagung am Donnerstag, dem 8. März, um 14.15 Uhr teilzunehmen.

Philipp Ullmann, Universität Frankfurt
Email: ullmann@math.uni-frankfurt.de

Arbeitskreis: Ungarn

Herbsttagung in Budapest, 30. 8.–1. 9. 2017

Gabriella Ambrus

Die diesjährige Herbsttagung des AK Ungarn fand vom 30. 8. bis zum 1. 9. zusammen mit der ProMath-Tagung an der ELTE Universität in Budapest statt. Das Thema der gemeinsamen Tagung lautete: „Problem Solving Teaching – Research and Practice". Die zahlreichen Teilnehmer aus Ungarn, Deutschland, Finnland, Griechenland, Israel, aus der Slovakei und aus der Türkei konnten ein breites Spektrum an Vorträgen und Diskussionsbeiträgen erleben. Unter den vielfältigen Vorträgen, deren Brandbreite von der Grundschule bis zur gymnasialen Lehrerausbildung reichte, hatte der Vortrag von Frau Dr. Éva Vásárhelyi „Imaginary Report with András Ambrus" einen besonderen Reiz. Frau Dr. Vásárhelyi widmete ihr „imaginäres Gespräch" Herrn Dr. András Ambrus, dem ehemaligen Leiter des mathematikdidaktischen Instituts der ELTE Universität, zu seinem 75. Geburtstag. Im Rahmen dieses „Gesprächs" gab sie einen Überblick über die lange und erfolgreiche Tätigkeit von Herrn Ambrus.

Der internationale Charakter der Tagung bot den Teilnehmern nicht nur eine ausgezeichnete Gelegenheit, aktuelle und eigene Ergebnisse des Forschungsbereichs „Problemlösen im Mathematikunterricht" vorzustellen, sondern auch eine gute Möglichkeit, bestehende Kooperationen mit Didaktikern aus anderen Ländern zu vertiefen und neue Kontakte zu knüpfen. Das Programm umfasste sowohl stoffdidaktische Vorträge als auch Vorträge aus dem Bereich der empirischen Unterrichtsforschung und bestand der Reihe nach aus den folgenden Beiträgen:

- *Friedlander, Alex (Tel Aviv): Criteria for "Good Problems"*
- *Scharnberg, Sarina (Lüneburg): Qualities of Successful Problem-solving Teachers*
- *Aktas, Fatma Nur & Yakici-Topbas, Esra Selcen (Ankara): Cognitive-Metacognitive Process through Mathematical Problem Solving in a Small Group: Dynamic Geometry Systems or Paper-Pencil Environments?*
- *Ambrus, Gabriella & Kónya, Eszter (Budapest, Debrecen): Solving of Real Situations Based Problem – Experience with Teacher Training Students*
- *Katona, Dániel (Budapest): Web of Problem Threads in the Pósa Method in Hungary*
- *Rott, Benjamin (Köln): Problem Solving in the Class-*

room: How do teachers organize lessons with the subject problem solving?

- *Yakici-Topbas, Esra Selcen & Aktas, Fatma Nur (Ankara): Prospective Secondary Mathematics Teachers' Prompting in the Problem-Solving Process: The Context of Metacognitive Strategies*
- *Kovács, Zoltán (Nyíregyháza): Math Teacher trainees facing with the "What-If-Not" strategy – a case study*
- *Szűcs, Kinga (Jena): Problem Solving Teaching in Inclusive Classrooms*
- *Papadopoulos, Ioannis & Sekeroglou, Ioanna (Thessaloniki): Types of control in collaborative problem solving*
- *Ohlendorf, Meike (Braunschweig): Pólya's stage Looking back in the Classroom*
- *Wintsche, Gergely (Budapest): The Usefulness of Independent Teacher Feedbacks in the new Mathematics Textbooks*
- *Kuzle, Ana (Potsdam): Analysis of the Development of one Teacher's knowledge for Teaching Problem Solving*
- *Gosztonyi, Katalin (Budapest): The Role of Classroom Dialogues in the Hungarian IBME Tradition*
- *Kabael, Tangül & Yayan, Betül (Eskişehir): Preservice Middle School Mathematics Teachers' Questioning Skills in Problem Solving Process and Their Conceptions of Problem and Problem Solving*
- *Berta, Tünde (Komárno): The Competences of Students Majoring in Teacher Training in Mathematics Problem Solving, Lessons Learned from Mathematics Monitor in Slovakia*
- *Yayan, Betül (Eskişehir): Performances of Eigth Grade Students of Singapore, the United States and Turkey in Ratio and Proportion Problems*
- *Assmus, Daniela, Förster, Frank & Fritzlar, Torsten (Halle-Wittenberg, Braunschweig): Similarities between Mathematical Problems from the Perspective of Primary Students*
- *Vargyas, Emese (Mainz): Geometric Transformations as a Tool in Problem Solving*
- *Leinonen, Jorma (Rovaniemi): Roles of Understanding in Problem Solving and Learning in Mathematics*
- *Graumann, Günter (Bielefeld): Problems in the context of the Thales circle*
- *Szanyi, Gyöngyi (Debrecen): The Effect of an Improvement Program on the Formation of the Function Concept*
- *Gunčaga, Ján (Ružomberok): Some Aspects of Problem Solving in Historical Mathematical Textbooks*
- *Pehkonen, Erkki (Helsinki): Developing of Teaching via Problem Posing and Solving*
- *Vásárhelyi Éva (Budapest): Imaginary Report with András Ambrus*

Die Kurzfassungen der einzelnen Vorträge können unter http://promath.org/meeting2017.html heruntergeladen werden. Die detaillierten Ausarbeitungen der Präsentationen werden 2018 unter der Koordination von Frau Dr. Éva Vásárhelyi im Tagungsband „ProMath 2017" erscheinen.

Im Anschluss an die Tagung fand am Freitagnachmittag die Sitzung des Arbeitskreises statt. Dabei wurde Gabriella Ambrus als erste Sprecherin des Arbeitskreises bestätigt. Frau Ambrus präsentierte auf der Sitzung einen kurzen Rückblick über die bisherigen Aktivitäten. Mit Freude hat sie das Erscheinen des Tagungsbandes 2016 verkündet. Ein herzlicher Dank geht dabei erneut an Frau Éva Vásárhelyi, die auch in diesem Jahr die Herausgabe des Bandes koordiniert hat. Eine weitere erfreuliche Nachricht war der Zuwachs an Doktoranden an der im Jahre 2015 am mathematischen Institut der ELTE Universität gegründeten Doktorandenschule für Fachdidaktik. Die Dozenten und Nachwuchswissenschaftler dieser Schule sind gerne bereit, auch in internationalen Projekten mitzuwirken, insofern freuen sie sich über Anregungen und Interesse.

Das nächste Treffen des Arbeitskreises ist für den März 2018 auf der GDM-Tagung in Paderborn geplant. Die kommende Herbsttagung wird voraussichtlich Anfang November 2018 zusammen mit der „Varga Tamás Napok" (einer gemeinsamen Konferenz für Mathematiklehrer und Didaktiker) stattfinden. Näheres dazu wird zu einem späteren Zeitpunkt bekannt gegeben.

Die Erweiterung des Arbeitskreises bleibt auch zukünftig ein Ziel, deswegen sind alle Interessierten als weitere Mitglieder herzlich willkommen. Weitere Informationen zum Arbeitskreis können im Internet unter der Adresse http://gdm.elte.hu abgerufen werden.

Herzlichen Dank für Emese Vargyas und Kinga Szűcs für ihre Mitarbeit beim Erstellen des Berichtes.

Gabriella Ambrus, Eötvös-Loránd-Universität Budapest
Email: ambrusg@cs.elte.hu

ISTRON-Gruppe
Tagung in Hamburg, 17. 11. 2017

Gabriele Kaiser

Die Istron-Gruppe hat sich – als Arbeitskreis der GDM – zum Ziel gesetzt, das Lehren und Lernen von Mathematik in Realitätsbezügen sowie von mathematischer Modellierung voran zu treiben. Gegründet von Werner Blum (Universität Kassel) wird die Gruppe aktuell von Gilbert Greefrath (Universität Münster) und Hans-Stefan Siller (Universität Würzburg) geleitet.

Die Istron-Gruppe führt traditionell einmal im Jahr eine Tagung durch, die aus einer internen halbtätigen Sitzung und einem Lehrerfortbildungstag besteht. Die Tagung fand dieses Mal in Hamburg vom 16. bis 17. November 2017 statt, wobei die interne Veranstaltung von Gabriele Kaiser und Katrin Vorhölter von der Universität Hamburg organisiert wurde, die Lehrerfortbildungstagung von den Beiden zusammen mit Karsten Patzer vom Landesinstitut für Lehrerbildung und Schulentwicklung.

Die interne Tagung, an der knapp 50 Istron-Mitglieder und einige weitere Interessierte teilnahmen, befasste sich mit verschiedenen Forschungsprojekten zum Thema Lehren und Lernen von Realitätsbezügen und Modellierung. So trug Catharina Adamek (Universität Münster) Ergebnisse einer Interventionsstudie zum Einsatz eines Lösungsplans vor, gefolgt von Deike Alfke (Universität Hamburg) zu den Ergebnissen einer Videostudie zum Einsatz gestufter Lernhilfen beim mathematischen Modellieren. Nach einem stärker theoretisch orientierten Vortrag von Katja Maaß (PH Freiburg) zum Thema „Was hat Mathematik mit interkulturellem Lernen und den fundamentalen Werten unser Gesellschaft zu tun?“ beendete der Vortrag von Janina Krawitz und Stanislaw Schukajlow (Universität Münster) zu Vorwissen als Voraussetzung und Störfaktor bei Modellierungspro-

Tagung der Istron-Gruppe am 16. und 17. November 2017 zessen den inhaltlichen Teil der Istron-internen Tagung.

Abschließend wurde – strukturiert von der Istron-Leitung – das weitere Publikationsprogramm besprochen. Die Istron-Gruppe hat seit 1992 kontinuierlich Materialien für eine solche Unterrichtspraxis entwickelt, die zunächst im Franzbecker Verlag erschienen sind und nun vom Springer Spektrum Verlag herausgegeben werden. Auch über die weiteren Tagungen wurde diskutiert und angeregt von Katja Eilerts (HU Berlin) eine mögliche Ausweitung der Istron-Aktivitäten auf die Grundschule besprochen.

Der Lehrerfortbildungstag zum Thema „Mathematik – praxisnah und realitätsbezogen" fand in Kooperation mit dem Landesinstitut für Lehrerbildung und Schulentwicklung statt, ausgerichtet von Karsten Patzer in den Räumen des Landesinstituts. Die Mehrzahl der Referentinnen und Referenten waren Mitglieder der Istron-Gruppe, aber auch die MNU und die Arbeitsgruppe Mathematikdidaktik der Universität Hamburg stellte Referentinnen und Referenten. Ca. 370 Teilnehmerinnen und Teilnehmer, überwiegend Hamburger Lehrkräfte der Sekundarstufen, einige Studierende der Universität Hamburg, aber auch Referendarinnen und Referendare aus Hamburg, nahmen an der ganztägigen Tagung teil, die unter der Schirmherrschaft von Senator Ties Rabe stand und von einem Grußwort von Michael Just, dem Leiter der Abteilung Gestaltung, Unterrichtsentwicklung, Grundsatz und Internationales der Behörde für Schule und Berufsbildung eingeleitet wurde. Die Tagung fand fast zeitgleich mit dem Beginn der Arbeit einer vom Senator eingesetzten Mathematik-Expertenkommission, die aufgrund der seit langem niedrigen Leistungen der Hamburger Schülerinnen und Schüler in nationalen Vergleichsstudien einberufen worden war. Weitere vom Senator angestoßene Maßnahmen wie die Erhöhung der Stundenzahlen für den Mathematikunterricht der Sekundarstufen, den verbindlichen Einsatz von Fachlehrkräften mit Mathematikstudium anstelle fachfremder Lehrkräfte und umfangreiche Qualifizierungsmaßnahmen für fachfremd eingesetzte Lehrkräfte haben insgesamt den Rahmen für ein hohes Interesse der Hamburger Lehrerschaft an innovativen Ideen zur Veränderung des Mathematikunterrichts geschaffen.

Den Eröffnungsvortrag in der überfüllten Aula hielt Werner Blum (Universität Kassel) zum Thema „Mathematisches Modellieren – ein substantieller Beitrag zum Bildungsauftrag des Mathematikunterrichts", in dem der Beitrag von mathematischen Modellieren zur Allgemeinbildung analysiert wurde. Des Weiteren wurde aufgezeigt, wie Modellierungskompetenzen bei Schülerinnen und Schüler langfristig aufgebaut werden können.

Anschließend fanden sieben parallele 90-minütige Workshops statt, die aufgrund der hohen Teilnehmerzahlen auch in der Aula bzw. anderen größeren Räumen stattfanden. So bot u. a. Katja Maaß (PH Freiburg) Modellierungsbeispiele an, die auch für leistungsschwächere Schülerinnen und Schüler geeignet sind, Helmut Springstein und Peter Stender (Universität Hamburg) beschrieben mit Schülerinnen und Schüler des Gymnasiums Süderelbe ein neuartiges Konzept für Modellierungstage, in dem Schülerinnen und Schüler der Oberstufe Lernende der Mittelstufe betreuen. Im anschließenden 45-minütigen Veranstaltungsblock mit sechs Vorträgen trugen u. a. Martin Bracke (TU Kaiserslautern) über mathematisches Modellieren und forschendes Lernen vor, Gilbert Greefrath, Matthias Ludwig (Goethe-Universität Frankfurt) und Hans-Stefan Siller analysierten Modellierungsaufgaben in deutschen Abiturprüfungen.

Nach der Mittagspause folgte erneut ein 45-minütiger Veranstaltungsblock mit fünf Vorträgen, u. a. von Rita Borromeo Ferri (Universität Kassel) zum Lehren und Lernen von mathematischen Modellieren, Hans-Stefan Siller entwickelte Evaluierungsszenarien als Modellierungsanlässe. Nach einer kurzen Kaffeepause wurden acht 90-minütige parallele Workshops angeboten, u. a. von Alexandra Krüger, Lisa Wendt und Karin Vorhölter zu Lernumgebungen zur Förderung von Modellierungskompetenz, von Katharina Skutella und Brigitte Lutz-Westphal (FU Berlin) zum Potenzial von Modellierungsaufgaben im inklusiven Mathematikunterricht.

Die Tagung wurde mit dem Vortrag von Regina Bruder (TU Darmstadt) beendet, in der immer noch sehr gut besetzten Aula, zum Thema „Kompetenztrainings zum Modellieren lernen von Klasse 5 bis 12". Anhand von empirischen Ergebnissen aus dem Projekt LEMAMOP (Lerngelegenheiten zum mathematischen Argumentieren, Modellieren und Problemlösen) wurden Möglichkeiten zum Förderung von Modellierungskompetenzen vorgestellt.

Insgesamt hat die Tagung gezeigt, dass das Thema Modellieren und Realitätsbezüge ein hochaktuelles Thema nicht nur in der mathematikdidaktischen Forschung, sondern auch für Lehrkräfte ist, die ein großes Interesse an praxisbezogen Weiterbildungsangeboten haben. In diesem Sinne wird die Istron-Gruppe ihr Konzept der Kombination von interner forschungsbezogener Tagung und Lehrerfortbildungsaktivitäten in den nächsten Jahren fortsetzen, im nächsten Jahr vom 8.–9.Oktober 2018 in Würzburg.

Gabriele Kaiser, Universität Hamburg
Email: gabriele.kaiser@uni-hamburg.de

MACAS – Mathematics And Its Connections to the Arts and Sciences

Kopenhagen, 27.–29. 6. 2017

Astrid Beckmann

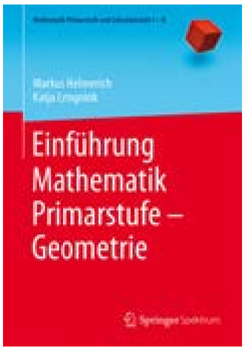
Vom 27. bis 29. Juni 2017 fand die wissenschaftliche Tagung *MACAS – Mathematics And Its Connections To The Arts and Sciences* diesmal an der Danish School of Education der Aarhus Universität in Kopenhagen statt. An drei intensiven Tagen diskutierten die Teilnehmerinnen und Teilnehmer aus Amerika, Asien und Europa die interdisziplinären Verbindungen zwischen Mathematik und anderen Disziplinen. Neben den drei Keynotes Paul Ernst/University of Exeter, Jens Hoegaard Jensen/Roskilde Universität und Annie Savard/McGill Universität Montreal gab es Vortragssektionen zu den Themenbereichen „Mathematics, beauty and art“, „Mathematics, primary education and beliefs“, „Mathematics, creativity and giftedness“, „Mathematics, modelling and mathematization“, „Mathematics, language and technology“, „Mathematics, literature and aesthetics“ und „Mathematics, STEM, STEAM, competencies and interdisciplinarity“. Dabei wurden theoretische Beziehungen und integrative curriculare Ansätze und Modelle genauso angesprochen wie die Bedeutung der Interdisziplinarität für das Mathematiklernen. Organisiert wurde die Tagung von Uffe Thomas Jankvist von der Danish School of Education der Aarhus Universität. Zum internationalen Organisationsteam gehörten erneut die MACAS-Gründungsmitglieder Claus Michelsen/Syddansk Universität Odense und Astrid Beckmann/PH Schwäbisch Gmünd wie auch Viktor Freiman/Universität Moncton, Kanada.

Astrid Beckmann, PH Schwäbisch Gmünd
Email: astrid.beckmann@ph-gmuend.de

MACAS – Einige der Tagungsteilnehmerinnen und Teilnehmer beim Ausflugsprogramm in Kopenhagen 2017 (Foto: Privat)

Markus Helmerich und Katja Lengnink: Einführung Mathematik Primarstufe – Geometrie

Rezensiert von Albrecht Beutelspacher



Es ist schwer, ein Geometriebuch zu schreiben. Das hat mindesten zwei Gründe. Zum einen besteht eine merkwürdig große Diskrepanz zwischen der unmittelbaren Erfahrung von realer Geometrie einerseits, etwa dem Anfertigen einer Zeichnung oder der Konstruktion eines Körpers, und der symbolischen Beschreibung andererseits. Für kaum jemand erschließt sich eine geometrische Situation direkt aus ihrer formal-symbolischen Beschreibung.

Der zweite Grund ist die historische Bürde der Axiomatik. Die euklidische Geometrie war und ist das Musterbeispiel einer Theorie, die aus wenigen Axiomen aufgebaut werden kann und zu wunderbaren Sätzen führt. Bei einem solchen Vorgehen, muss man zunächst geraume Zeit an Aussagen arbeiten, deren Beweisbedürftigkeit Anfängern nicht erschließt, bis man endlich zu „interessanten“ Einsichten kommt.

Dieses Buch umgeht diese Schwierigkeiten mit einer großzügigen Geste. Das ist es aber nicht was dieses Buch auszeichnet. Es ist der grundsätzliche Ansatz, der dieses Buch von den allermeisten Mathematikbüchern unterscheidet und einen beherzten Schritt in eine neue Richtung geht.

Es geht um folgendes: Natürlich wissen die Autoren eines Lehrbuches mehr als der typische Leser; der Leser will ja aus dem Buch etwas lernen. Nun sieht ein Autor eines Mathematikbuches das klassisch so, dass er das Material so anordnet, dass weder Lücken entstehen noch Vorgriffe nötig sind und dass alles (logisch) Unnötige weg bleibt. So haben wir es in den Büchern von Euklid bis Hilbert, von van der Waerden und Bourbaki erfahren und schätzen gelernt. Vor uns steht das Bild eines Autors, der Bescheid weiß und uns Lesern zeigt, „wie es geht“. Der Autor kennt nicht nur den Stoff, sondern auch den (!) optimalen Weg zu jedem Satz. Andererseits kümmert sich ein solcher Autor nicht darum, ob wir Leser mitkommen. Er ist in erster Linie der Sache verpflichtet, nicht den Lesern. Leser, die es nicht schaffen, fangen eben nochmal von vorne an.

Nun ist in den letzten Jahren deutlich geworden, dass Lehren und Lernen Beziehungsarbeit ist. Es reicht nicht, den Stoff sauber aufzubereiten und nüchtern darzustellen. Sondern man sollte die Leserinnen und Leser an der Erarbeitung des Stoffs beteiligen. Das reicht von konstruktiven Einstiegen über offene Aufgaben bis zu einem Dialog mit der (heterogenen) Leserschaft. Viele werden einwenden: Das funktioniert bei einem Buch nicht, weil es nicht funktionieren kann. Denn ein Buch ist bekanntlich ein one-way-Medium. Aber dieses Buch beweist: es geht! Und es beweist es auf großartige Art und Weise.

Auf den ersten Blick zeichnet sich das Buch durch außerordentlich kluge Einleitungen in die einzelnen Kapitel, durch (für den naiven Leser unmerkliche) Verknüpfungen mit didaktischen Themen, und durch viele intelligent ausgewählte Bilder aus, die große Einsicht ermöglichen. Überall spürt man die Haltung der Autoren zu den Lesern. An vielen Stellen ist man als Leser aufgefordert, selbst tätig zu werden. Die Autoren kommentieren das wertschätzend und führen die Leser, wo nötig, zuverlässig zu den wichtigen Begriffen und Sätzen.

Ich glaube aber, dass der eigentliche Clou des Buches die Übungsaufgaben und deren Lösungen sind. Zunächst zu den Übungen: Das Buch enthält viele Aufgaben ganz unterschiedlicher Art. Etwas Besonderes sind die Vorstellungübungen, wie sie von Christof Weber eingeführt wurden. Bei diesen wird jede Leserin, jeder Leser sozusagen individuell angesprochen und stimuliert, Vorstellungen zu entwickeln. Das sind nun per definitionem offene Aufgaben, denn welche Vorstellungen irgendjemand entwickelt, ist kaum vorherzusehen.

Nirgendwo kommt das Wort „Lösung“ als Überschrift vor. Aber jede Aufgabe hat eine Fortsetzung, die ebenso frech wie genial ist: Man hat den Eindruck, die Autoren plaudern noch ein bisschen, sie geben einen entspannten Hinweis zu der Aufgabe, man „denkt nichts Böses“ – in Wirklichkeit werden aber mögliche Lösungsvorschläge und -ideen angesprochen, die mir als Leser die selbstverständliche Gewissheit geben, dass ich mit meinen Gedanken auf dem richtigen Weg bin. Kompliment! (Seite 15, 16, 21, 37, 39)

Inhaltlich umfasst das Buch den üblichen Stoff der Geometrie, die Organisation zeichnet sich jedoch durch mindestens zwei Besonderheiten aus:

Zum einen ist der Stoff nach Tätigkeiten organisiert: Vorstellen, Formen erfassen, Muster gestalten, Objekte messen, Realität abbilden und entwerfen. Zum anderen wird der oft vernachlässigte dreidimensionale Raum sehr konsequent behandelt: nicht in einem separaten Kapitel, sondern in jedes der sechs Kapitel integriert. Dabei bieten sich natürlich wieder konstruktive Elemente an: Konstruieren von Körpern, ...

Kurz: es handelt sich um ein Buch, das in hervorragender Weise für die Zielgruppe Primarstufenlehrerinnen und -lehrer geeignet ist, aber einen Einfluss haben wird, der weit darüber hinaus geht. Ich habe es jedenfalls von A bis Z mit Vorfreude auf die jeweils nächste Seite gelesen, Das Buch strahlt eine solche Begeisterung aus, dass man es in einem Zug lesen möchte.

Bei vielen Büchern kann man sich fragen, warum sie veröffentlicht werden bzw. was sie von all ihren Vorgängern unterscheidet. Markus Helmerich und Katja Lengnink ist ein Geometriebuch gelungen, bei dem sich diese Fragen nicht stellen. Es ist etwas wirklich Neues, was in seiner Bedeutung weit über seinen eigenen Stoff hinausgeht. Es wird ein Vorbild für viele zukünftige Bücher sein.

Nun ist dieses Buch ein erstes Buch in diese Richtung, und deswegen kann es nicht vollkommen sein. Die folgenden Punkte sollen daher nicht als Kritik verstanden werden, sondern als Vorschläge für eine Weiterentwicklung dieses Buches.

- Was ich mir als erstes wünsche ist die Fortsetzung des Konzepts der Vorstellungsübungen in den Kapiteln 5 und 6. Dort fallen die Autoren ein Stück weit zurück in einen üblichen Lehrbuchstil. Bestimmt gibt es auch für den dort behandelten Stoff Möglichkeiten für Vorstellungsübungen und den Einsatz von dynamischer Geometrie-Software.
- Zur Symbolsprache. Zum einen kommen an manchen Stellen unvermittelt Konzepte auf, die dann nicht mehr oder jedenfalls lange nicht mehr aufgegriffen werden. So taucht auf S. 28 wie aus dem Nichts cos und sin auf, und auf den Seiten 135 und 170 wird von $\mathbb{R}^2$ bzw. $\mathbb{R}^3$ in Sätzen gesprochen, die auch entfallen könnten.
- Zudem könnte ich mir – aber das ist vielleicht mein persönlicher Geschmack – eine Abrüstung bei den Bezeichnungen vorstellen; ich empfinde manche Codierung, insbesondere für die intendierte Zielgruppe, zu elaboriert. Zum Beispiel ist die Bezeichnung $D_{M;w(\alpha)}$ für die Drehung mit Mittelpunkt M um den Winkel α sehr formal kodiert. Sie wird an dieser Stelle dann auch nur dazu benutzt, um zu sagen, dass $D_{M;360-w(\alpha)}$ die zugehörige Umkehrabbildung ist (S. 56). Das hätte man unkodiert unmittelbar verständlicher (und fast genauso kurz) sagen können.
  Aus Sicht einer Studentin oder eines Studenten der ersten Semester werden hier kurz die Folterwerkzeuge gezeigt, um dann anschließend so weiterzumachen als ob nichts geschehen wäre.
- Als Mathematikers ist mir nicht an jeder Stelle klar, welche Sätze bewiesen werden, welche Aussagen man einfach akzeptiert und welche Sätze nicht bewiesen werden. Ich weiß allerdings auch, dass dies ein prinzipiell unlösbares Problem ist.
- Und noch etwas würde ich mir wünschen: Mehr explizite Begeisterung für die Mathematik. Ist es nicht großartig, was wir alles mit Zirkel und Lineal konstruieren können? Ist es nicht erstaunlich dass wir den Raum in einer Ebene darstellen können bzw. aus einer ebenen Darstellung ein räumliches Objekt rekonstruieren können. Ist es nicht sensationell, dass wir einer kleinen Figur ansehen können, dass man mit ihr die gesamte unendliche Ebene parkettieren kann? – Und ist es nicht am allerschönsten, dass wir als „normale“ Lehrer(innen) oder Schüler(innen) an diesen grandiosen Errungenschaften menschlicher Kultur teilhaben können?

Ich wiederhole: Das alles ist keine Kritik, sondern eher ein ultimatives Lob. Denn man möchte einfach, dass dieses Buch, das so mutig, so stimmig und so wertschätzend geschrieben ist, dass dieses Buch noch besser wird.

Markus Helmerich und Katja Lengnink: *Einführung Mathematik Primarstufe – Geometrie*. Heidelberg: Springer-Spektrum, 240 S. ISBN 978-3-662-47205-7 (Druck), 978-3-662-47206-4 (eBook). EUR 25,69 (Druck), 19,99 (eBook).

Albrecht Beutelspacher, Universität Gießen
Email: albrecht.beutelspacher@mathematikum.de

Neuerscheinungen im Jahr 2017

Zusammengestellt von Martin Stein und R. Weiland

Arend, St.: Verständnisorientierter Umgang von Mathematikstudierenden mit der ϵ-δ-Definition von Stetigkeit (Schriften zur Hochschuldidaktik Mathematik, Bd. 4). WTM-Verlag, 2017. (ISBN Print: 978-3-959-07022-1, eBook: 978-3-959-87023-8)

Aßmus, D.: Mathematische Begabung im frühen Grundschulalter unter besonderer Berücksichtigung kognitiver Merkmale (Hochschulschriften zur Mathematik – Didaktik, Bd. 6). WTM-Verlag, Münster 2017. (ISBN Print: 978-3-959-87065-8, eBook: 978-3-959-87066-5)

Beutelspacher, A.: Zahlen, Formeln, Gleichungen. Algebra für Studium und Unterricht. Springer Spektrum, Wiesbaden 2017. (ISBN Print: 978-3-658-16105-7, eBook: 978-3-658-16106-4)

Beyerl, M. et al. (Hg.): Mathematische Problemlösekompetenzen fördern. Tagungsband der Herbsttagung des GDM-Arbeitskreises Problemlösen in Braunschweig 2016 (Ars Inveniendi et Dejudicandi, Bd. 10). WTM-Verlag, Münster 2017. (ISBN Print: 978-3-959-87061-0, eBook: 978-3-959-87062-7)

Blinne, A./Müller, M./Schöbel, K. (Hg.): Was wäre die Mathematik ohne die Wurzel? Die schönsten Artikel aus 50 Jahren der Zeitschrift Die Wurzel. Springer Spektrum, Wiesbaden 2017. (ISBN Print: 978-3-658-14758-7, eBook: 978-3-658-14759-4)

Bochnik, K.: Sprachbezogene Merkmale als Erklärung für Disparitäten mathematischer Leistung. Differenzierte Analysen im Rahmen einer Längsschnittstudie in der dritten Jahrgangsstufe (Empirische Studien zur Didaktik der Mathematik, Bd. 30). Waxmann, Münster 2017. (ISBN Print: 978-3-830-93593-3, eBook: 978-3-830-98593-8)

Bönig, D. et al.: Erzähl mal Mathe! Mathematiklernen im Kindergartenalltag und am Schulanfang. Friedrich Verlag, Seelze 2017. (ISBN 978-3-772-71020-9)

Bräunling, K.: Beliefs von Lehrkräften zum Lehren und Lernen von Arithmetik (Freiburger Empirische Forschung in der Mathematikdidaktik). Springer Spektrum, Wiesbaden 2017. (ISBN Print: 978-3-658-15092-1, eBook: 978-3-658-15093-8)

Brückler, F.M.: Geschichte der Mathematik kompakt. Das Wichtigste aus Arithmetik, Geometrie, Algebra, Zahlentheorie und Logik. Springer Spektrum, Wiesbaden 2017. (ISBN Print: 978-3-662-55351-0, eBook: 978-3-662-55352-7)

Diener, I.: Projektive Geometrie. Denken in Bewegung. DRUCKtuell/Pädagogische Forschungsstelle Stuttgart, Gerlingen/Stuttgart 2017. (ISBN 978-3-944-91145-8)

Ehret, C.: Mathematisches Schreiben. Modellierung einer fachbezogenen Prozesskompetenz (Freiburger Empirische Forschung in der Mathematikdidaktik). Springer Spektrum, Wiesbaden 2017. (ISBN Print: 978-3-658-18401-8, eBook: 978-3-658-18402-5)

Erath, K.: Mathematisch diskursive Praktiken des Erklärens. Rekonstruktion von Unterrichtsgesprächen in unterschiedlichen Mokrokulturen (Dortmunder Beiträge zur Entwicklung und Erforschung des Mathematikunterrichts, Bd. 27). Springer Spektrum, Wiesbaden 2017. (ISBN Print: 978-3-658-16158-3, eBook: 978-3-658-16159-0)

Fast, M.: Wie Kinder addieren und subtrahieren. Längsschnittliche Analysen in der Primarstufe (Freiburger Empirische Forschung in der Mathematikdidaktik). Springer Spektrum, Wiesbaden 2017. (ISBN Print: 978-3-658-16218-4, eBook: 978-3-658-16219-1)

Felda, D./Lepicnik Vodopivec, J./Klanjšcek, M.B.: Teaching Statistics and Statistical Literacy (Didaktik in Forschung und Praxis, Bd. 88). Verlag Dr. Kovač, Hamburg 2017. (ISBN 978-3-830-09648-1)

Feldt-Caesar, N.: Konzeptualisierung und Diagnose von mathematischem Grundwissen und Grundkönnen. Eine theoretische Betrachtung und exemplarische Konkretisierung am Ende der Sekundarstufe II (Perspektiven der Mathematikdidaktik). Springer Spektrum, Wiesbaden 2017. (ISBN Print: 978-3-658-17372-2, eBook: 978-3-658-17373-9)

Filler, A./Lambert, A. (Hg.): Von Phänomenen zu Begriffen und Strukturen und Konkrete Lernsituationen für den Geometrieunterricht (Doppelband). Vorträge auf der 32. Herbsttagung des Arbeitskreises Geometrie in der GDM 2015 und auf der 33. Herbsttagung 2016 in Saarbrücken. Verlag Franzbecker, Hildesheim 2017. (ISBN Print: 978-3-881-20610-5, eBook: 978-3-881-20611-2)

Girnat, B.: Individuelle Curricula über den Geometrieunterricht. Eine Analyse von Lehrervorstellungen in den beiden Sekundarstufen (Freiburger Empirische Forschung in der Mathematik). Springer Spektrum, Wiesbaden 2017. (ISBN Print: 978-3-658-15455-4, eBook: 978-3-658-15456-1)

Heid, L.-M.: Das Schätzen von Längen und Fassungsvermögen. Eine Interviewstudie zu Strategien mit Kindern im 4. Schuljahr (Perspektiven der Mathematikdidaktik). Springer Spektrum, Wiesbaden 2017. (ISBN Print: 978-3-658-18873-3, eBook: 978-3-658-18874-0)

Helmholtz, H.: Über die Erhaltung der Kraft (Ostwald's Klassiker der Exakten Wissenschaften, Nr.1 – Reihe rhs reprinta historica scientiae). Verlag Franzbecker, Hildesheim 2017 (1847). (ISBN 978-3-881-20801-7)

Karzel, H./Graumann, G.: Gruppentheoretische Begründung Metrischer Ebenen. Modernisierte und ergänzende Fassung einer Vorlesungsausarbeitung aus den 1960er Jahren (scripta didactica mathematica, Bd. 3). WTM-Verlag, Münster 2017. (ISBN Print: 978-3-959-87057-3, eBook: 978-3-959-87058-0)

Kramer, M.: Mathematik als Abenteuer. Band I: Geometrie und Rechnen mit Größen. Friedrich Verlag, Seelze 2017. (ISBN 978-3-772-71000-1)

Kramer, M.: Mathematik als Abenteuer. Band II: Algebra und Vektorrechnung. Friedrich Verlag, Seelze 2017. (ISBN 978-3-772-71004-9)

Krauthausen, G.: Einführung in die Mathematikdidaktik – Grundschule (Mathematik Primarstufe und Sekundarstufe I + II). 4. aktual. Aufl. Springer Spektrum, Wiesbaden 2017. (ISBN Print: 978-3-662-54691-8, eBook: 978-3-662-54692-5)

Krumsdorf, J.: Beispielgebundenes Beweisen (Ars Inveniendi et Dejudicandi, Bd. 8). WTM-Verlag, Münster 2017. (ISBN Print: 978-3-959-87053-5, eBook: 978-3-959-87054-2)

Kurtzmann, G.S.: Entwicklung eines internetgestützen einjährigen Lehrerfortbildungskurses (igeL) „Daten, Häufigkeit und Wahrscheinlichkeit" (Hochschulschriften zur Mathematik – Didaktik, Bd. 5). WTM-Verlag, Münster 2017. (ISBN Print: 978-3-959-87039-9, eBook: 978-3-959-87040-5)

Langemann, D./Sommer, V.: So einfach ist Mathematik – Zwölf Herausforderungen im ersten Semester. Springer Spektrum, Wiesbaden 2017. (ISBN Print: 978-3-662-54719-9, eBook: 978-3-662-54720-5)

Leiss, D./Hagena, M./Neumann, A./Schwippert, K. (Hg.): Mathematik und Sprache. Empirischer Forschungsstand und unterrichtliche Herausforderungen (Sprachliche Bildung, Bd. 3). Waxmann, Münster 2017. (ISBN Print: 978-3-830-93611-4, eBook: 978-3-830-98611-9)

Leuders, J./Leuders, T./Prediger, S./Ruwisch, S. (Hg.): Mit Heterogenität im Mathematikunterricht umgehen lernen. Konzepte und Perspektiven für eine zentrale Anforderung an die Lehrerbildung (Konzepte und Studien zur Hochschuldidaktik und Lehrerbildung Mathematik). Springer Spektrum, Wiesbaden 2017. (ISBN Print: 978-3-658-16902-2, eBook: 978-3-658-16903-9)

Leuders, T./Nückles, M./Mikelskis-Seifert, S./Philipp, K. (Hg.): Pädagogische Professionalität in Mathematik und Naturwissenschaften. Springer Spektrum, Wiesbaden 2017. (ISBN Print: 978-3-658-08643-5, eBook: 978-3-658-08644-2)

Matter, B.: Lernen in heterogenen Lerngruppen. Erprobung und Evaluation eines Konzepts für den jahrgangsgemischten Mathematikunterricht (Essener Beiträge zur Mathematikdidaktik). Springer Spektrum, Wiesbaden 2017. (ISBN Print: 978-3-658-16693-9, eBook: 978-3-658-16694-6)

Meyer, M./Tiedemann, K.: Sprache im Fach Mathematik (Mathematik im Fokus). Springer Spektrum, Wiesbaden 2017. (ISBN Print: 978-3-662-49486-8, eBook: 978-3-662-49487-5)

Möller, R./Vogel, R. (Hg.): Innovative Konzepte für die Grundschullehrerausbildung im Fach Mathematik (Konzepte und Studien zur Hochschuldidaktik und Lehrerbildung Mathematik). Springer Spektrum, Wiesbaden 2017. (ISBN Print: 978-3-658-10264-7, eBook: 978-3-658-10265-4)

Mofidi-Nasrabadi, B. (Hg.): Archeological and Historical Evidence from Haft Tappeh. Contribution on History and Culture oj Elam and ist Neighbouring Regions (ELAMICA, vol. 6). Verlag Franzbecker, Hildesheim 2017. (ISBN 978-3-881-20866-6)

Morska, J./Rogerson, A. (Hg.): The Mathematics Education for the Future Project. Proceedings of the 14th International Conference Challenges in Mathematics Education for the Next Decade Sept. 10–15, 2017, Hotel Annabella Balatonfüred, Hungary (Conference Proceedings in Mathematics Education, Bd. 3). WTM-Verlag, Münster 2017. (ISBN Print: 978-3-959-87045-0, eBook: 978-3-959-87046-7)

Müller, M. (Hg.): Überraschende Mathematische Kurzgeschichten. Ausgewählte Artikel des jungen Ablegers der Zeitschriften „Die Wurzel". Springer, Wiesbaden 2017. (ISBN Print: 978-3-658-13894-3, eBook: 978-3-658-13895-0)

Neunhauserer, J.: Mathematische Begriffe in Beispielen und Bildern. Springer Spektrum, Wiesbaden 2017. (ISBN Print: 978-3-662-53709-1, eBook: 978-3-662-53710-7)

Neunhauserer, J.:Schöne Sätze der Mathematik. Ein Überblick mit kurzen Beweisen. 2. ergänzte Aufl. Springer Spektrum, Wiesbaden 2017. (ISBN Print: 978-3-662-53966-8, eBook: 978-3-662-53967-5)

Neumann, R.: Zum Einfluss von Computeralgebrasystemen auf mathematische Grundfertigkeiten. Eine empirische Bestandsaufnahme (Essener Beiträge zur Mathematikdidaktik). Springer Spektrum, Wiesbaden 2017. (ISBN Print: 978-3-658-18948-8, eBook: 978-3-658-18949-5)

Nickel, G. et al. (Hg.): Mathematik und Gesellschaft. Historische, philosophische und didaktische Perspektiven. Springer Spektrum, Wiesbaden 2017. (ISBN Print: 978-3-658-16122-4, eBook: 978-3-658-16123-1)

Padberg, F./Warthe, S.: Didaktik der Bruchrechnung (Mathematik Primarstufe und Sekundarstufe I + II). 5. Aktual. Aufl. Springer Spektrum, Wiesbaden 2017. (ISBN Print: 978-3-662-52968-3, eBook: 978-3-662-52969-0)

Plackner, E.-M./Schroeders, N. v. (Hg.): Üben im Mathematikunterricht (MaMut. Materialien für den Mathematikunterricht, Bd. 5). Verlag Franzbecker, Hildesheim 2017. (ISBN 978-3-881-20841-3)

Povey, H.: Engaging (with) Mathematics and Learning to Teach. An Integrated Approach to Mathematikcs Preservice Education. WTM-Verlag, Münster 2017. (ISBN Print: 978-3-959-87051-1, eBook: 978-3-959-87052-8)

Rang, O.: Zur Theorie der physikalischen Kommunikation. Verlag Franzbecker, Hildesheim 2017. (ISBN 978-3-881-20592-4)

Reinhold, S./Liebers, K. (Hg.): Mensch – Raum – Mathematik. Historische, reformpädagogische und empirische Zugänge zur Mathematik und ihrer Didaktik. Festschrift für Michael Toepell (Festschriften der Mathematikdidaktik, Bd. 4). WTM-Verlag, Münster 2017. (ISBN Print: 978-3-959-87037-5, eBook: 978-3-959-87038-2)

Ruppert, M.: Wege der Analogiebildung. Eine qualitative Studie über den Prozess der Analogiebildung beim Lösen von Aufgaben (Ars Inveniendi et Dejudicandi, Bd. 9). WTM-Verlag, Münster 2017. (ISBN Print: 978-3-959-87059-7, eBook: 978-3-959-87060-3)

Scheel, K./Sonar, Th./Ullrich, P. (Hg.): In Memoriam Richard Dedekind (1831–1916). Number Theory – Algebra – Set Theory – History – Philosophy. Konferenzbeiträge aus Anlass des 100. Todestages TU Braunschweig 6.–8. Oktober 2016 (Schriften zur Geschichte der Mathematik und ihrer Didaktik, Bd. 3). WTM-Verlag, Münster 2017. (ISBN Print: 978-3-959-87043-6, eBook: 978-3-959-87044-3)

Schiemann, St./Wöstenfeld, R.: Die Mathe-Wichtel Band 2. Humorvolle Aufgaben mit Lösungen für mathematisches Entdecken ab der Sekundarstufe. 2. erw. Aufl. Springer, Wiesbaden 2017. (ISBN Print: 978-3-658-17969-4, eBook: 978-3-658-17970-0)

Schmitz, A.: Beliefs von Lehrerinnen und Lehrern der Sekundarstufen zum Visualisieren im Mathematikunterricht (Freiburger Empirische Forschung in der Mathematikdidaktik). Springer Spektrum, Wiesbaden 2017. (ISBN Print: 978-3-658-18424-7, eBook: 978-3-658-18425-4)

Schreiber, A.: Werktage im Niemandsland. Aus dem Fahrtenbuch eines mathematischen Grenzgängers. Logos Verlag, Berlin 2017. (ISBN Print: 978-3-832-54379-2)

Schreiber, C./Ladel, S./Rink, R. (Hg.): Digitale Medien im Mathematikunterricht der Primarstufe. Ein Handbuch für die Lehrerausbildung (Lernen, Lehren und Forschen mit digitalen Medien, Bd. 3). WTM-Verlag, Münster 2017. (ISBN Print: 978-3-959-87024-5, eBook: 978-3-959-87025-2)

Sikora, S.: Lernverlaufsdiagnostik im Mathematikunterricht. Theoretische Grundlagen, Konzeption und Güte eines formativen Schulleistungstests für dritte Klassen (Sonderpädagogik in Forschung und Praxis, Bd. 43). Verlag Dr. Kovač, Hamburg 2017. (ISBN 978-3-830-09564-4)

Siller, H.-S./Greefrath, G./Blum, W. (Hg.): Neue Materialien für einen realitätsbezogenen Mathematikunterricht 4. 25 Jahre ISTRON-Gruppe – eine Best-of-Auswahl aus der ISTRON-Schriftreihe (Realitätsbezüge im Mathematikunterricht). Springer Spektrum, Wiesbaden 2017. (ISBN Print: 978-3-658-17598-6, eBook: 978-3-658-17599-3)

Sjuts, B.: Mathematisch begabte Fünft- und Sechstklässler. Theoretische Grundlegung und empirische Untersuchungen (Schriften zur mathematischen Begabungsforschung, Bd. 9). WTM-Verlag, Münster 2017. (ISBN Print: 978-3-959-87049-8, eBook: 978-3-959-87050-4)

Späth, H.: Entwicklung und Evaluation eines modularisierten Trainings basaler Rechenfertigkeiten für Grundschulkinder mit Dyskalkulie. Ein Interventionsprogramm für Zweitklasskinder mit Ritter Zahlix und Prinzessin Zahline (Schriften zur Entwicklungspsychologie, Bd. 38). Verlag Dr. Kovač, Hamburg 2017. (ISBN 978-3-830-09396-1)

Stanat, P. et al. (Hg.): IQB-Bildungstrend 2016. Kompetenzen in den Fächern Deutsch und Mathematik am Ende der 4. Jahrgangsstufe im zweiten Ländervergleich. Waxmann, Münster 2017. (ISBN 978-3-830-93830-2)

Stein, M. (Hg.): A Life's Time for Mathematics Education and Problem Solving. Festschrift on the Occasion of András Ambrus' 75th Birthday (Festschriften der Mathematikdidaktik, Bd. 5). WTM-Verlag, Münster 2017. (ISBN Print: 978-3-959-87063-4, eBook: 978-3-959-87064-1)

Stinken, L.: „Ich hoffe du weißt das zu schätzen?!" Eine Erhebung der Schätzkompetenz in der Sekundarstufe I. Logos Verlag, Berlin 2017. (ISBN 978-3-832-54486-7)

Tournier, M.: Kognitiv anregende Fachkraft-Kind-Interaktionen im Elementarbereich. Eine qualitativ-quantitative Videostudie. Waxmann, Münster 2017. (ISBN Print: 978-3-830-93544-5, eBook: 978-3-830-98544-0)

Vásárhelyi, É. (Hg.): Beiträge zum Mathematikunterricht 2008. Vorträge auf der 42. Tagung für Didaktik der Mathema-

tik vom 13.3.2008 bis 18.3.2008 in Budapest. WTM-Verlag, Münster 2017. (ISBN e-Book: 978-3-959-87026-9)

Wassong, Th.: Datenanalyse in der Sekundarstufe I als Fortbildungsthema. Theoriegeleitete Konzeption und Evaluation einer Multiplikatorenqualifizierung (Studien zur Hochschuldidaktik und zum Lehren und Lernen mit digitalen Medien in der Mathematik und in der Statistik). Springer Spektrum, Wiesbaden 2017. (ISBN Print: 978-3-658-18036-2, eBook: 978-3-658-18037-9)

Wendt, H./Bos, W./Goy, M./Jusufi, D. (Hg.): TIMSS 2015. Skalenhandbuch zur Dokumentation der Erhebungsinstrumente und Arbeit mit den Datensätzen. Waxmann, Münster 2017. (ISBN Print: 978-3-830-93644-2, eBook: 978-3-830-98644-7)

Wittmann, E. Ch./Müller, G. N.: Handbuch produktiver Rechenübungen I. Band I: Vom Einspluseins zum Einmaleins. überarb. und erw. Neufassung. Friedrich Verlag, Seelze 2017. (ISBN 978-3-772-71140-4)

Wolf, P.: Anwendungsorientierte Aufgaben für Mathematikveranstaltungen der Ingenieurstudiengänge. Konzeptgeleitete Entwicklung und Erprobung am Beispiel des Maschinenbaustudiengangs im ersten Studienjahr (Studien zur Hochschuldidaktik und zum Lehren und Lernen mit digitalen Medien in der Mathematik und in der Statistik). Springer Spektrum, Wiesbaden 2017. (ISBN Print: 978-3-658-17771-3, eBook: 978-3-658-17772-0)

Wullschleger, A.: Individuell-adaptive Lernunterstützung im Kindergarten. Eine Videoanalyse zur spielintegrierten Förderung von Mengen-Zahlen-Kompetenzen (Empirische Studien zur Didaktik der Mathematik, Bd. 29). Waxmann, Münster 2017. (ISBN Print: 978-3-830-93546-9, eBook: 978-3-830-98546-4)

Martin Stein, Universität Münster
Email: steinm@wwu.de

R. Weiland, Universität Münster
Email: steinm@wwu.de

Nachruf auf Antje Hoffmann

Martin Winter

Am 31. Januar 2017 ist Dr. Antje Hoffmann im Alter von 49 Jahren verstorben. Dr. Antje Hoffmann war in der Zeit von 2002 bis 2013 im Fach Mathematik an der Universität Vechta tätig, zunächst als teilabgeordnete Lehrerin, dann als wissenschaftliche Mitarbeiterin.

Dr. Hoffmann, die an der WWU Münster bei Prof. Dr. Martin Stein promoviert wurde, arbeitete in Vechta zuletzt an einem Habilitationsprojekt, ehe sie durch eine schwere Krankheit aus ihrer Arbeit gerissen wurde. Als sie nach ihrer vorübergehenden Genesung in ihrer Mobilität eingeschränkt war, nahm sie in Oldenburg ihre Arbeit als Lehrerin mit einer Teilabordnung an die Universität Oldenburg auf, wo sie die Arbeitsstellen ohne Fahrzeug erreichen konnte. Die Hoffnung auf eine völlige Genesung war jedoch vergeblich. Antje Hoffmann verkörperte in ihrer Lehre in hervorragender Weise die Verbindung von wissenschaftlicher Qualifikation und Kompetenz mit der Praxiserfahrung einer engagierten Lehrerin. Mit großem Engagement in der Sache nahm sie ihre Aufgaben wahr und setzte sich in verschiedenen Kommissionen für ihre Anliegen in der Verbesserung des Mathematikunterrichts der Grundschule ein. An der Entwicklung des Kerncurriculums für die Primarstufe in Niedersachsen war sie maßgeblich beteiligt. Ihr Habilitationsprojekt hätte sich mit der Evaluation der Umsetzung des Kerncurriculums auseinandersetzen sollen.

Über ihre beruflichen Qualitäten hinaus war Antje aber auch für uns im Fach Mathematik eine liebenswerte Kollegin mit unvergessener menschlicher Ausstrahlung. Ihr Tod erfüllt uns mit Trauer.

Martin Winter, Universität Vechta
Email: martin.winter@uni-vechta.de

[*Redaktioneller Hinweis: Der Nachruf wurde uns rechtzeitig für Heft 103 zugesandt und übersehen, wir bitten das verspätete Erscheinen zu entschuldigen.*]

Gesellschaft für Didaktik der Mathematik e. V. (GDM)

▪ ***Vorstand.*** *1. Vorsitzender:* Prof. Dr. Andreas Eichler, Universität Kassel, Institut für Mathematik, Heinrich-Plett-Straße 40, 34132 Kassel. Tel. 0561 . 804-4310 eichler@mathematik.uni-kassel.de
▪ *2. Vorsitzende:* Prof. Dr. Silke Ruwisch, Universität Lüneburg, Institut für Mathematik und ihre Didaktik, Scharnhorststraße 1 21335 Lüneburg. Tel. 04131 . 677-1731, ruwisch@leuphana.de
▪ *Kassenführer:* Prof. Dr. Torsten Fritzlar, Martin-Luther-Universität Halle-Wittenberg, Philosophische Fakultät III – Erziehungswissenschaften, Institut für Schulpädagogik und Grundschuldidaktik, Franckeplatz 1, Haus 31, 06110 Halle (Saale). Tel. 0345 . 5523-880, torsten.fritzlar@paedagogik.uni-halle.de
▪ *Schriftführer:* Assoz. Prof. Dr. Andreas Vohns, Institut für Didaktik der Mathematik, Alpen-Adria-Universität Klagenfurt, Sterneckstraße 15, 9020 Klagenfurt, Österreich. Tel. +43 (0)463 . 2700-6116, Fax. +43 (0)463 . 2700-99 6116, andreas.vohns@aau.at
▪ *Bankverbindung:* Vereinigte Raiffeisenbanken Heroldsberg, Kto-Nr. 305 87 00, BLZ 770 694 61, IBAN DE05 7706 9461 0003 0587 00, BIC GENODEF1GBF.
▪ *Homepage der GDM:* www.didaktik-der-mathematik.de

Impressum
▪ Verleger: GDM ▪ Herausgeber: Assoz. Prof. Dr. Andreas Vohns (Anschrift s. o.) ▪ Gestaltung und Satz: Christoph Eyrich, Berlin
▪ Umschlagentwurf: Assoz. Prof. Dr. Andreas Vohns ▪ Druck: Oktoberdruck AG, Berlin
Der Bezugspreis der GDM-*Mitteilungen* ist im Mitgliedsbeitrag der GDM enthalten.

Neuerscheinungen im WTM-Verlag 2017

Graumann, G., & Karzel, H.: **Gruppentheoretische Begründung Metrischer Ebenen.** Ausarbeitung der von Helmut Karzel im WS 1962/63 an der Universität Hamburg gehaltenen Vorlesung mit Ergänzungen aus dem Proseminar des SS 1963. Münster WTM-Verlag 2017. Ca. 100 Seiten, DIN A5.

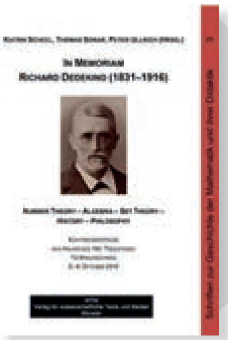
978-3-95987-057-3 Print 14,90 €

978-3-95987-058-0 E-Book 12,90 €

Ruppert, M.: **Wege der Analogiebildung. Eine qualitative Studie über den Prozess der Analogiebildung beim Lösen von Aufgaben.** Münster WTM-Verlag 2017. Ca. 310 Seiten, DIN A5.

978-3-95987-059-7 Print 37,90 €

978-3-95987-060-3 E-Book 24,90 €



K. Scheel, Th. Sonar, Peter Ullrich (Hrsg.): **In Memoriam Richard Dedekind (1831–1916) Number Theory – Algebra – Set Theory – History – Philosophy Konferenzbeiträge aus Anlass des 100. Todestages.** TU Braunschweig, 6.–8. Oktober 2016. Münster WTM-Verlag 2017. Ca. 250 Seiten, DIN A5.

978-3-95987-043-6 Print 29,90 €

978-3-95987-044-3 E-Book 19,90 €

Sjuts, Britta: **Mathematisch begabte Fünft- und Sechstklässler. Theoretische Grundlegung und empirische Untersuchungen.** Münster WTM-Verlag 2017. Ca. 420 Seiten, DIN A5.

978-3-95987-049-8 Print 39,90 €

978-3-95987-050-4 E-Book 26,90 €

St. Arend: **Verständnisorientierter Umgang von Mathematikstudierenden mit der Definition von Stetigkeit.** Münster 2017. Ca. 570 Seiten Format 17x24 cm.

978-3-95987-022-1 Print 58,90 €

978-3-95987-023-8 E-Book 24,90 €

S. Reinhold & K. Liebers (Hrsg.): **Mensch – Raum –** Mathematik. **Historische,** reformpädagogische **und empirische Zugänge zur Mathematik und ihrer Didaktik. Festschrift für Michael Toepell.** Münster WTM-Verlag 2017. Ca. 220 Seiten, DIN A5.

Band 4 der Reihe „Festschriften der zur Mathematikdidaktik“

978-3-95987-037-5 Print 27,90 €

978-3-95987-038-2 E-Book 19,90 €

Veröffentlichungen von Dissertationen ohne Druckkosten mit Freiexemplaren auf Anfrage

WTM
Verlag für wissenschaftliche Texte und Medien
Münster

kontakt@wtm-verlag.de | Fax: (+49) (0)251 - 1 62 79 41

www.wtm-verlag.de