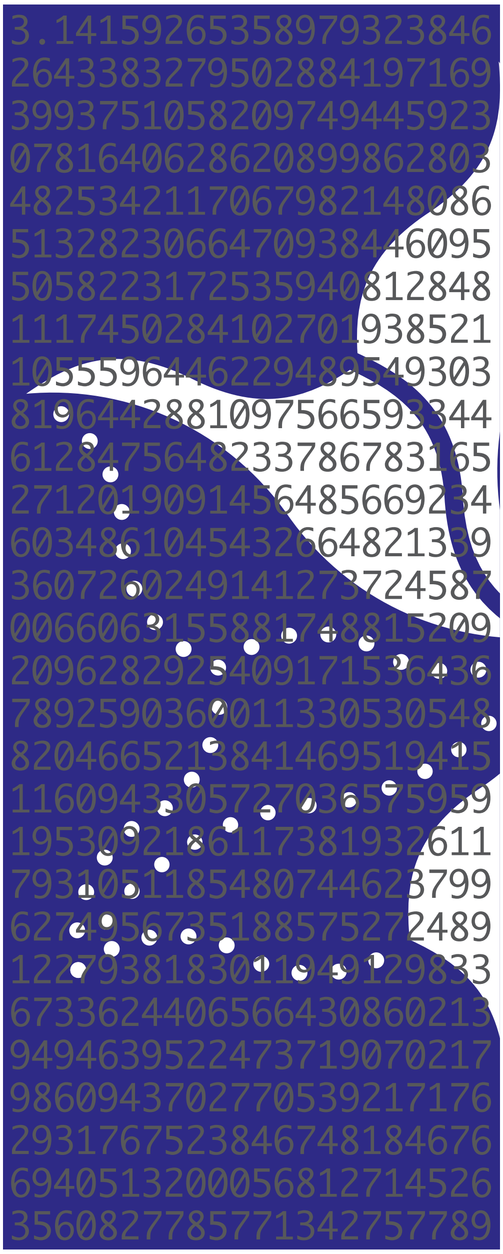
MITTEILUNGEN
DER GESELLSCHAFT FÜR DIDAKTIK DER MATHEMATIK

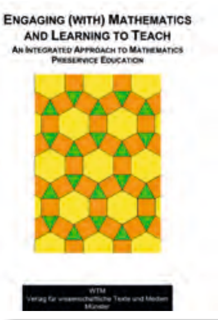


GDM

105

Juli 2018

Neuerscheinungen im WTM-Verlag 2017



Povey, H.: **Engaging (with) Mathematics and Learning to Teach. An Integrated Approach to Mathematics Preservice Education.** Münster WTM-Verlag 2017. Ca. 150 Seiten, DIN A5, davon ca. 40 farbig.

978-3-95987-051-1 Print *26,90 €*

978-3-95987-052-8 E-Book *19,90 €*

Daniela Aßmus: **Mathematische Begabung im frühen Grundschulalter unter besonderer Berücksichtigung kognitiver Merkmale.** Münster WTM-Verlag 2017. Ca. 410 Seiten, DIN A5.

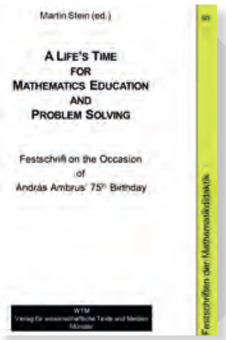
978-3-95987-065-8 Print *44,90 €*

978-3-95987-066-5 E-Book *28,90 €*

Ruppert, M.: **Wege der Analogiebildung. Eine qualitative Studie über den Prozess der Analogiebildung beim Lösen von Aufgaben.** Münster WTM-Verlag 2017. Ca. 310 Seiten, DIN A5.

978-3-95987-059-7 Print *37,90 €*

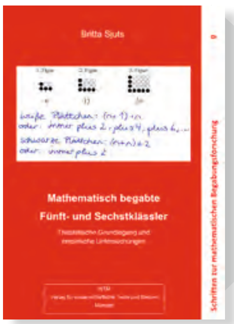
978-3-95987-060-3 E-Book *24,90 €*



Stein, M. (ed.): **A Life's Time for Mathematics Education and Problem Solving. Festschrift on the Occasion of András Ambrus' 75th Birthday.** Münster WTM-Verlag 2017. Ca. 480 Seiten, DIN A5.

978-3-95987-063-4 Print *43,90 €*

978-3-95987-064-1 E-Book *27,90 €*



Sjuts, Britta: **Mathematisch begabte Fünft- und Sechstklässler. Theoretische Grundlegung und empirische Untersuchungen.** Münster WTM-Verlag 2017. Ca. 420 Seiten, DIN A5.

978-3-95987-049-8 Print *39,90 €*

978-3-95987-050-4 E-Book *26,90 €*

S. Reinhold & K. Liebers (Hrsg.): **Mensch – Raum –** Mathematik. **Historische,** reformpädagogische **und empirische Zugänge zur Mathematik und ihrer Didaktik. Festschrift für Michael Toepell.** Münster WTM-Verlag 2017. Ca. 220 Seiten, DIN A5.

Band 4 der Reihe „Festschriften der zur Mathematikdidaktik"

978-3-95987-037-5 Print *27,90 €*

978-3-95987-038-2 E-Book *19,90 €*

C. Schreiber, S. Ladel, & R. Rink (Hrsg.): **Digitale Medien im Mathematikunterricht der Primarstufe – Ein Handbuch für die Lehrerausbildung.** Münster WTM-Verlag 2017. DIN A5. Ca. 180 Seiten, davon viele farbig.

978-3-95987-024-5 Print *32,90 €*

978-3-95987-025-2 E-Book *22,90 €*

Julian Krumsdorf: **Beispielgebundenes Beweisen.** Münster WTM-Verlag 2017. Ca. 380 Seiten, DIN A4.

978-3-95987-053-5 Print *44,90 €*

978-3-95987-054-2 E-Book *27,90 €*

Editorial: … die Neue

Liebe Leserinnen, liebe Leser,

im Zuge der Mitgliederversammlung im Rahmen der letzten GDM Tagung in Paderborn, wurde mir von den dort anwesenden Mitgliedern unserer Gesellschaft für zwei Jahre das Vertrauen als Schriftführerin ausgesprochen. Da ist zunächst einmal ein herzliches Dankeschön angebracht. Gleichwohl ist aufgrund der Tatsache, dass es keine Gegenkandidaten oder -kandidatinnen gegeben hat, auch zu mutmaßen, dass dieser Posten als wenig attraktiv erscheint, ist er doch möglicherweise mit einer recht hoch erwarteten Arbeitsbelastung versehen. Diesbezüglich muss ich allerdings sagen, dass mein Vorgänger Andreas Vohns hier hervorragende Vorarbeiten geleistet hat. Das in der Ausgabe 103 der *GDM Mitteilungen* von Andreas Vohns ausführlichst vorgestellte neue Redaktionssystem stellt in der Tat eine sehr große Erleichterung nicht nur für die Leserinnen und Leser dar, die die *GDM Mitteilungen* gerne online lesen wollen. Auch bei der Erstellung der Mitteilungen sind die einzelnen Schritte gut überschaubar und – mit ein wenig Übung – auch recht intuitiv. Das System ersetzt die sonst zu befürchtende unendliche Mailflut an die Schriftführerin, ermöglicht auch nachträgliche Korrekturen durch die jeweiligen Autoren und verhindert, dass ein Beitrag einfach mal durchrutscht. Insgesamt ist alles mehr als perfekt von Andreas Vohns vorbereitet und durchorganisiert, was mir die Einarbeitung in meine neuen Aufgaben sehr erleichtert hat. Und ergeben sich an der ein oder anderen Stelle dann doch nochmals ungeklärte Fragen, macht die heutige Technik auch einen schnellen persönlichen Austausch per Videokonferenz möglich, so dass die große geografische Entfernung zwischen Dortmund und Klagenfurt kaum spürbar ist.

Nun aber zu „meinem“ ersten Heft: Für das vorliegende Heft hat sich gezeigt, dass es innerhalb der GDM einiges mitzuteilen gibt, nicht umsonst trägt die Zeitschrift diesen Namen. Allerdings kann mitteilen auch bedeuten, dass etwas Kontroverses mitgeteilt werden möchte. Mein Wunsch wäre es, dass die Rubrik „Diskussion“ in Zukunft durchaus etwas lebhafter gefüllt wird. Im vorliegenden Heft setzt sich Reinhard Oldenburg mit einigen (formalen) „Altlasten“ des Mathematikunterrichts auseinander und macht Vorschläge für ihre „Entsorgung“. In dem Diskussionsbeitrag von Michael Neubrand wird ein in der Zeitschrift *Global Education* bereits erschienenes Interview wiedergegeben, welches Michael Neubrand mit seinem chinesischen Kollegen Ke Yamei geführt hat. Ziel des Interviews war es, der fachlich nicht spezialisierten Leserschaft der Zeitschrift grob ein Bild vom Zustand und von den Problemen des deutschen Mathematikunterrichts aufzuzeigen. Und obwohl beide Beiträge sehr unterschiedlicher Natur sind, so regen beide auf ihre sehr individuelle Art zum Nachdenken über Mathematik und ihre Didaktik im deutschsprachigen Raum an. Um den Diskurs in unserer Gesellschaft und damit auch den Diskurs über Forschung, Ziele, Inhalte und Konzepte des Mathematikunterrichts in Deutschland durch derartige Diskussionen zu beleben, hoffe ich, dass die MGDM auch weiterhin als Diskussionsforum genutzt werden.

Aber nun mal von vorne: im Magazinteil vereint sich wie gewohnt ein bunter Blumenstrauß an Beiträgen. Dazu zählen verschriftlichte Tagungsvorträge, im Detail: das Grußwort von Andreas Eichler sowie der ausführlich verschriftlichte Hauptvortrag von Andreas Vohns anlässlich der GDM Tagung in Paderborn (für alle diejenigen, die montags nichts zur Eröffnung und mittwochs nicht zum Hauptvortrag erschienen sind). Es folgen Projektberichte des Projekts MaLeMINT (Neumann et al.) sowie des Projekts LemaS (Käpnick & Benölken). Letztlich erfrischt uns Horst Hischers Enkelin Marlene erneut – hat sie sich als Erstklässlerin doch schon Gedanken darüber gemacht, ob Null eine gerade Zahl ist – mit ihrer neuen mathematischen Entdeckung. Diese hat sie im Zuge des langweiligen Themas der schriftlichen Division gemacht. Mal sehen, ob sich dieses Muster zahlentheoretisch weiter verfolgen lässt.

In der Rubrik „Aktivitäten“ berichten Jens Holger Lorenz sowie Silke Ruwisch über die Entstehung und GDM Beteiligung der kürzlich veröffentlichten Leitlinie zur „Diagnostik und Behandlung von Rechenstörung“. Zudem wird über den neuen Weiterbildungsmasterstudiengang „Berufsbegleitende Lehrerbildung Mathematik“ berichtet.

Das Heft schließt in gewohnter Weise mit den Berichten und Ankündigungen der Arbeitskreise.

Rezensionen wurden leider keine eingereicht, so dass ich Sie als Mitglieder auch hier auffordere, erneut aktiver zu werden: gemeinsam liest es sich besser.

Zu danken habe ich Ihnen nicht nur für die Wahl zur Schriftführerin, sondern abschließend auch noch einmal für eine weitere Sache: Denn wenn Sie dieses Heft erreicht hat, dann ist Ihre Postadresse in der GDM-Datenbank korrekt. Bitte denken Sie daran, dass Sie diese immer auf dem aktuellsten Stand halten.

Nun aber viel Freude mit diesem Heft!

Daniela Götze

ISSN 0722-7817

Inhalt

Tagungsberichte

Tagungseinladungen

Bildnachweise der Umschlagseite:
Oben, Mitte links, unten: Mit freundlicher Genehmigung der Arbeitsgruppe Mathematikdidaktik der Universität Paderborn.
Mitte rechts: Mit freundlicher Genehmigung von Andreas Frank, Universität Regensburg

Vorwort des 1. Vorsitzenden

Liebe GDM-Mitglieder,

seit einigen Jahren ist vor, während und nach den Jahrestagungen immer wieder und zum Teil auch kontrovers diskutiert worden, welche Formate für Beiträge zu den Tagungen tragfähig sein könnten, was beizubehalten, neu auszuprobieren oder zu streichen sei. Dadurch ist um die Konstante der Einzelvorträge herum eine Vielzahl von Formaten entstanden und zum Teil wieder verschwunden. Die Frage nach passenden Formaten ist dabei in den Organisationsteams der Tagungen immer wieder neu, auch an Vorstand und Beirat, gestellt und verschiedenartig beantwortet worden. Neben der Formatfragen ist auch die sehr grundsätzliche Frage gestellt worden, ob die Tagungen inklusiv sein sollten, also alle eingehenden Beiträge anzunehmen seien oder ob es eine Art Begutachtungsverfahren im Sinne einer Qualitätskontrolle geben sollte, die bei vielen Konferenzen der internationalen Community in der Mathematikdidaktik üblich ist.

Um eine Orientierung und auch eine gewisse Kontinuität für die kommenden Tagungen zu schaffen, hat der Vorstand zusammen mit dem Beirat der GDM beschlossen, Richtlinien für Jahrestagungen zu erstellen. In diesen Richtlinien sind diejenigen Bestandteile der Tagungen, die sich in den vergangenen Jahren bewährt haben, aufgenommen und zudem ein Ansatz für ein Miteinander von Inklusion und Qualität geschaffen worden. Die Richtlinien sollen in der jetzigen Form die Grundlage für die Tagungen in Regensburg 2019 und in Würzburg 2020 sein. Mit dem Wissen aus den beiden Durchläufen sollte es dann möglich sein, eventuell sinnvolle Modifikationen vorzunehmen, ohne dabei den wesentlichen Zweck der Leitlinien – als Orientierung für die Organisationsteams und auch die Teilnehmenden der Tagungen zu dienen – zu verfehlen.

Im Folgenden werden die zentralen Bestandteile der Richtlinie erläutert. Der Text der Richtlinie ist kursiv gesetzt, eventuelle Erläuterungen in normaler Schrift. Gegebenenfalls wird für weitere Punkte der Richtlinie auf die Internetseiten der GDM (Startseite: didaktik-der-mathematik.de unter der Rubrik Aktuelles) und auch der folgenden Tagung in Regensburg verwiesen, da dort die Richtlinie in voller Länge zu finden ist.

1 Grundlagen

a. *Breite Partizipation: Es soll für alle GDM-Mitglieder möglich sein, die Tagung zu besuchen und einen aktiven Beitrag durch Vortrag, Kurzvortrag oder Poster zu leisten.*
b. *Gemeinschaft und Austausch: Die Tagung dient zur Kommunikation zwischen den Mitgliedern und somit der Identitätsbildung der GDM.*

Mit diesen beiden Punkten soll der Charakter der bisherigen Jahrestagungen als Treffpunkt und Großereignis der gesamten Gesellschaft fortgeschrieben werden.

c. *Diskussion: Durch Minisymposien soll der Austausch untereinander unterstützt und eine Diskussion über Beiträge schon vor der Tagung etabliert werden.*
d. *Qualitätssicherung: Durch das Peer-Review-Verfahren in den Minisymposien soll die Qualitätsentwicklung in der Mathematikdidaktik gefördert werden.*

Mit diesen beiden Punkten wird der Versuch unternommen, die bereits seit langem gewünschte Qualitätssicherung für einen Teil der Tagung in Form von Minisymposien aufzubauen. Die Gestalt der Minisymposien, die bereits seit vielen Jahren mit unterschiedlichen Bezeichnungen fester Bestandteil der Jahrestagungen sind, wird weiter unten näher erläutert.

Drei weitere Punkte, die den Status der bisherigen Tagungen beschreiben, sind in der vollständigen Fassung enthalten.

2 Veranstaltungsformate

Beschränkung: Pro Person ist eine Aktivität (Vortrag im Minisymposium oder sonstiges Programm, Poster) als Erstautor(in) möglich. Weitere Nennungen als Ko-Autor(in) sind möglich. Weiterhin ist zusätzlich die Leitung eines Minisymposiums oder die Ausrichtung eines Workshops am Tag für Lehrerinnen und Lehrer möglich.

Es gab bei den vergangenen Tagungen vermehrt die Kritik, dass durch die Vielzahl der Vorträge die Anzahl der Zuhörenden beeinträchtigt worden sei. Die Beschränkung auf eine Aktivität pro Person ist ein erster moderater Schritt, die Anzahl der Vorträge nicht ausufern zu lassen.

Die Maßgaben für die Hauptvorträge sind in der vollständigen Fassung der Richtlinie im Internet einsehbar. Die folgende Beschreibung für die Minisymposien wird insgesamt am Ende kommentiert.

b) Minisymposien

- *Intention: Um ein systematisches Qualitätssicherungsverfahren für Tagungsbeiträge zu gewährleisten, werden Minisymposien als Ort für begutachtete Beiträge installiert. In den Minisymposien wird ein eingegrenztes, aktuelles Forschungsthema der Mathematikdidaktik von verschiedenen Sichtweisen beleuchtet. Die Leitungen der Minisymposien führen nach den üblichen Qualitätsstandards (s. u.) eigenverantwortlich die Begutachtungsverfahren durch, das Programmkomitee wählt die Minisymposien und ihre Leitungen aus.*
- *Leitung: Ein Minisymposium wird durch mindestens zwei Personen geleitet, die zwei unterschiedlichen Hochschulen angehören. Die Leitung ist zuständig für das Einhalten der Vortragszeit und für die Qualitätssicherung.*
- *Einrichtung von Minisymposien: Ein Minisymposium kann zum einen durch das Programmkomitee eingerichtet werden. Dafür bestimmt das Programmkomitee das Thema und die Leitung. Ein Minisymposium kann auch durch mindestens zwei Personen der Community eingereicht werden, wobei die Personen unterschiedliche Hochschulen repräsentieren müssen. Zur Anmeldung werden eine Zusammenfassung und drei Vorträge (Vortragende und Arbeitstitel) eingereicht. Das Programmkomitee entscheidet über die Annahme oder Ablehnung der angemeldeten Minisymposien nach den unten angeführten Qualitätsstandards. Es sollen insgesamt ca. 5-10 eingeladene und ca. 10–15 eingereichte Minisymposien eingerichtet werden (das Programmkomitee legt die endgültige Anzahl in Absprache mit dem lokalen Organisationsteam fest). Dabei ist neben der wissenschaftlichen Qualität auch auf eine Ausgewogenheit der Themen (z. B. bzgl. Schulstufen, Ansätzen, Themen) zu achten.*
- *Einreichung: In den eingereichten Minisymposien ist die Hälfte der Vorträge vorgemerkt, in den eingeladenen Minisymposien noch keiner. Um einen Vortrag in einem Minisymposium einzureichen, werden ein Abstract (ca. 600 Zeichen) und der vierseitige Tagungsbandbeitrag (nicht anonymisiert) eingereicht. Die Leitungen der Minisymposien entscheiden über die Annahme oder Ablehnung der Vorträge. Auf der Basis des Gutachtens werden die Beiträge bis zum Beginn der Tagung überarbeitet und danach eingereicht. Die Leitung der Minisymposien verfasst eine Einleitung zu den Beiträgen des Minisymposiums im Umfang von einer Seite.*
- *Review und Publikation: Die angenommenen Beiträge werden in einem Verfahren, das durch die Leitung der Minisymposien organisiert wird, gegenseitig begutachtet. Auf der Basis des Gutachtens werden die Beiträge bis zum Beginn der Tagung verbessert.*
- *Zeitliche Struktur: Es werden maximal 6 Vorträge in 3 Slots à 90 Minuten zusammengefasst. Dabei kann ein Vortrag als zusammenfassende Diskussion genutzt werden. Die Einzelvortragslänge beträgt 25 Minuten Vortrag und 10 Minuten Diskussion.*

Die Minisymposien werden also selbstorganisiert in der Qualität kontrolliert, da eine zentrale Kontrolle jedes Organisationsteam einer Jahrestagung überfordern würde. Sicher hat auch in der Vergangenheit schon hier und da eine Qualitätskontrolle in Minisymposien stattgefunden. Diese Bestrebungen sollen nun über die Richtlinie systematisiert werden. Dabei sollen insgesamt die Anzahl der Minisymposien wie auch deren zeitliche Ausdehnung beschränkt bleiben, um Platz für die anderen Bestandteile der Jahrestagungen zu lassen. Dieses Verfahren hatte sich bei der Jahrestagung in Potsdam 2017 bereits bewährt. Durch die Reduzierung der Minisymposien soll es auch ermöglicht werden, diese parallel jeweils am Donnerstag und Freitag der Tagungswoche als kompaktes Angebot realisieren zu können. Alle Hinweise und Fristen für die Minisymposien werden vor den Tagungen in den Rundmails verschickt.

c) Einzelvortrag

- *Intention: Der Einzelvortrag wird als solcher eingereicht. Es ist ein Vortrag, der inhaltlich nicht in ein Minisymposium passt bzw. der nicht in einem Minisymposium aufgenommen werden konnte.*
- *Vorträge: Um einen Einzelvortrag einzureichen, wird ein Abstract (ca. 600 Zeichen) und der vierseitige Tagungsbandbeitrag (nicht anonymisiert) vor der Tagung eingereicht. Dieser kann später nicht mehr verändert werden. Für Einzelvorträge gibt es kein Review-Verfahren.*
- *Zeitliche Struktur: Die Einzelvortragslänge beträgt 25 Minuten Vortrag und 10 Minuten Diskussion. Ein Verfahren der Zeitüberwachung wird von den Tagungsveranstaltern vorgesehen.*

Die Einzelvorträge sind von jeher das Gerüst der Jahrestagungen und sollen das auch weiter bleiben. Wir gehen davon aus, dass einerseits längst nicht alle Vortragenden ein passendes Minisymposium für ihr Thema finden werden oder in ein Minisymposium integriert werden wollen. Diese Vorträge sollen daher weiterhin unabhängig von Minisymposien ihren Platz finden. Hier wird in Abgrenzung von Kurzvorträgen die Vorgehensweise der Jahrestagung in Potsdam, nämlich die Abgabe der schriftlichen Ausarbeitung vor der Tagung, reaktiviert (und mit dem bisherigen Vorgehen einer nicht veränderbaren Version der Manuskripte kombiniert).

d) Kurzvortrag

- *Intention: Ein Kurzvortrag eignet sich, um Work-in-Progress vorzustellen. Insbesondere wenn noch keine*

Ergebnisse vorliegen, können einzelne Aspekte des Projektes vorgestellt und diskutiert werden.
- *Einreichung: Um einen Kurzvortrag einzureichen, wird ein Abstract (ca. 600 Zeichen) eingereicht. Eine einseitige Zusammenfassung für die online-Fassung der BzMU wird nach der Tagung eingereicht. Die Einreichungsfrist endet deutlich nach der Einreichung der Vorträge in einem Minisymposium und Einzelvorträge.*
- *Zeitliche Struktur: Die Kurzvortragslänge beträgt 10 Minuten Vortrag und 5–10 Minuten Diskussion. Eine Methode der Zeitüberwachung wird von den Tagungsveranstaltern vorgesehen. Je zwei Kurzvorträge werden in einem 45-minuten-Slot eines Einzelvortrags zusammengelegt.*

Auch die Kurzvorträge sind unter verschiedenen Namen Bestandteil diverser Jahrestagungen gewesen und geben beispielsweise die Möglichkeit, mit noch nicht fertigen Projekten einen Beitrag zu den Jahrestagungen leisten zu können. Alle Vortragsarten sind so gestaltet, dass sie stets den Übergang von einem Format in das andere auch innerhalb der üblichen 90-Minuten-Slots ermöglichen.

e) Poster
- *Intention: Ein Poster eignet sich, um ein Projekt vorzustellen und mit anderen ins Gespräch zu kommen.*
- *Einreichung: Um ein Poster einzureichen, wird ein Abstract (ca. 600 Zeichen) eingereicht. Eine einseitige Zusammenfassung oder das elektronische Poster für die online-Fassung der BzMU wird nach der Tagung eingereicht. Die Einreichungsfrist endet deutlich nach der Einreichung der Vorträge in einem Minisymposium und Einzelvorträge.*
- *Zeitliche Struktur: Für Poster ist ein exklusiver Slot zur Diskussion mit Anwesenheit der Autorinnen und Autoren vorzusehen. Individuelle Kurzvorstellungen der Poster während des Slots (im Rahmen der Diskussion) sind möglich. Die Poster sollen über diesen Slot hinaus sichtbar sein.*

Die Posterpräsentation, mit der auch die Vorstellung von Projektideen möglich ist, soll wie bei den Jahrestagungen der jüngeren Vergangenheit einen festen und in der Zeitplanung auch exklusiven Bestandteil darstellen.

Die letzte Art der Aktivität betrifft ein Angebot (Workshop) am sogenannten Lehrertag. Hier wird im Wesentlichen die Vorgehensweise der vergangenen Jahre fortgeschrieben, d. h. die Workshops bleiben weiterhin das wichtige und zentrale Angebot am Lehrertag, um Lehrkräfte mit einem überzeugenden Angebot in die GDM-Tagung einzubinden. Die Angaben dazu, wie auch ein grober Zeitplan für die Tagung, sind wiederum in der vollständigen Richtlinie im Internet einsehbar.

Ein wichtiges Anliegen von Vorstand und Beirat war es, eine gewisse Konstanz über Tagungen hinweg zu erzeugen und das umfangreiche Wissen zur Organisation der vorangegangenen Tagungen zu erhalten. Aus diesem Grund ist in den Richtlinien ein Programmkomitee vorgesehen, das sich jeweils aus den Organisationsteams der vergangenen, gegenwärtigen und zukünftigen Jahrestagung sowie Vorstand und Beirat speist. Dadurch sollen die notwendigen Entscheidungen auf dem Maximum an Informationen beruhen können.

Der Vorstand der GDM, der Beirat der GDM und sicher auch die Organisationsteams der beiden vor uns liegenden Tagungen hoffen, mit diesen Richtlinien ein tragfähiges Gerüst geschaffen zu haben. Am wichtigsten ist allerdings, dass Sie als Teilnehmende der Jahrestagungen den durch die Richtlinien geschaffenen Rahmen mit Leben füllen!

Andreas Eichler
(1. Vorsitzender der GDM)

Grußwort des 1. Vorsitzenden zur GDM-Jahrestagung 2018

Das folgende Grußwort entspricht bis auf wenige Glättungen dem Grußwort zu Beginn der GDM-Jahrestagung 2018 ohne jeglichen Anspruch auf Wissenschaftlichkeit. Dieses wird in nahezu identischer Form in den Beiträgen zum Mathematikunterricht 2018 *erscheinen.*

Lieber DMV-Präsident Röckner,
sehr geehrte Damen und Herren aus
DMV und GDM,

Ich freue mich sehr, Sie hier alle zu sehen und einen Beitrag zur Eröffnung der GDMV-Tagung 2018 leisten zu dürfen.

Das möchte ich tun, in dem ich sehr knapp auf drei Gs eingehe – für Gastgeberin, Größe und Gemeinsamkeit.

Gastgeberin

Paderborn ist als Stadt unsere Gastgeberin. Da mein letzter Besuch außerhalb von Bahnhof und Universität schon lange zurückliegt, habe ich im Netz nach einer Anregung für eine Begrüßung gestöbert. Ins Auge gefallen ist mir der Link „wikiquote". Hier dachte ich, eine charmante Redensart zu Paderborn und die Begrüßung ist quasi fertig. Unangenehmerweise war die freundlichste Redensart: „Gott sprach ‚Es werde Licht!' – nur in Paderborn und Münster nicht". Tatsächlich muss man nur links zum Fenster schauen, um feststellen zu können, dass die finstere Redensart zumindest heute nicht zutrifft.

Manchmal lohnt sich aber der zweite Blick, der etwa auf den Seiten der Stadt Paderborn eröffnet wird. Dort heißt es:

„Gäste, die Paderborn zum ersten Mal besuchen, sind häufig angenehm überrascht von der attraktiven Innenstadt mit ihren zahlreichen Sehenswürdigkeiten, ihren romantischen Gassen, der attraktiven Fußgängerzone und den 200 Quellen der Pader, Deutschlands kürzestem Fluss." Das werden wir in dieser Woche zu entdecken haben, und der erste Abend gestern hier in Paderborn hat mir schon den Eindruck gegeben, dass das auch gelingen wird.

Bei der Universität hat es gar keinen zweiten Blick gebraucht, um gestern im Umfeld der Sitzung des Beirats der GDM und des Nachwuchstags der GDM feststellen zu können, dass wir es in dieser Woche mit wunderbar organisierten und freundlichen Gastgeberinnen und Gastgebern zu tun haben werden. Hier kann man stellvertretend für alle Beteiligten den vier führenden Personen des Organisationsteams, den Profs Häsel-Weidel, Biehler, Glöckner und Klüners schon jetzt ganz herzlich danken.

Größe

Größe ist das zweite G, und groß ist die GDMV, das haben die einleitenden Worte von Rolf Biehler schon klar gemacht. Im 11. Jahrhundert hätten wir die Einwohnerzahl Paderborns noch verdoppelt, aber auch heute wäre mindestens jede 7. Person in der Kernstadt in irgendeiner Form mit Mathematik beschäftigt. Das merkt man an den Hotels, die, wie ich höre, keine freien Zimmer mehr haben. Wir werden das in dieser Woche vermutlich auch in Restaurants und Bars sehen. Um ganz kurz die Gesellschaften zu separieren: Bezogen auf die Anzahl der Vorträge ist die Tagung der GDM erneut gewachsen, bei den Teilnehmern vermutlich auch, so dass wir einmal mehr sehen, dass diese Jahrestagung das gesellschaftliche Ereignis unserer Community ist. Bei aller Größe wünsche ich uns, dass wir alle die Gelegenheit nutzen können, ins Gespräch und auch den wissenschaftlichen Diskurs zu kommen. Genügend Gelegenheit gibt es in den Minisymposien, Einzelvorträgen und der Posterschau wie sicher auch in den Pausen und den Abenden.

Gemeinsamkeit

Dass wir uns nicht nur in unserer Community austauschen können, sondern auch mit der Community der DMV, ist das Plus dieser Tagung und das dritte G der Gemeinsamkeit. Ich hoffe, dass der Austausch der Gesellschaften am Ende der Tagung vielfach sichtbar geworden sein wird. Hier bieten die vielen Schnittstellenaktivitäten eine aus meiner Sicht attraktive und erfolgversprechende Grundlage. Ich selbst war gar nicht an den grundlegenden Absprachen für eine gemeinsame Tagung 2018 als Nachfolgerin der Tagung 2010 in München beteiligt. Aber gerade aktuell scheint mir das fast eine Konsequenz des vergangenen Jahres zu sein, das von einer ungemein fruchtbaren Zusammenarbeit geprägt war an der, das muss auch betont werden, auch der MNU beteiligt war. Natürlich haben wir in den verschiedenen Communities zum Teil sehr unterschiedliche Ziele, Perspektiven und Interessen. Aber bei der Lehre von Mathematik in der Schule und auch der Hochschule und der Gewinnung von klugen und gut ausgebildeten Köpfen für die Mathematik gibt es gemeinsame Aufgaben und Ziele. Diese gemeinsame Arbeit zu diesen Aufgaben und Zielen und auch die daraus entstandenen gemeinsamen Stellungnahmen sind für mich ein Beleg dafür, dass wir trotz der zwangsläufig unterschiedlichen Perspektive nicht nur an einem Strang ziehen sollten, sondern eben auch können, um die gemeinsam geteilten Ziele zu erreichen.

Auf dem Weg zu dem Ziel der fortwährenden Weiterentwicklung des Mathematikunterrichts an Schule und Hochschule werden wir diese Woche den Stand der Forschung in Deutschland inspizieren können. Ich wünsche Ihnen allen, dass Sie mit vielen Eindrücken und neuen Ideen am Ende der Woche aus Paderborn heimkehren können.

Andreas Eichler
(1. Vorsitzender der GDM)

Mathematische Bildung am Ausgang ihrer Epoche?
Eine nicht bloß rhetorisch gemeinte Frage

Andreas Vohns

1 Die kurze Antwort

Bevor wir uns näher mit der Frage im Titel dieses Beitrags beschäftigen, möchte ich zunächst der neuen Herausgeberin der MGDM, Daniela Götze, danken, mich auch in den *Mitteilungen* der GDM mit dem potentiell etwas trockenen, ja verstaubten Thema „mathematische Bildung" an die Mitglieder der GDM wenden zu dürfen.[1] Einige der Lesenden werden schon bemerkt haben, dass ich mich beim Titel des Beitrags recht schamlos am Titel einer posthumen Festschrift für Erich Weniger[2] bedient habe. Außerdem soll laut Untertitel die Frage nach dem Ausgang der Epoche mathematischer Bildung keine bloß rhetorische sein. Ich soll bzw. will also auf sie antworten, dann auch sofort: Jein.

Das ist als Antwort wohl etwas unbefriedigend, werfen wir also einmal einen Blick in die Zeitung. Unter der Überschrift „Der heilsame Schock" schreibt Thomas Kerstan zum zehnjährigen Jubiläum von PISA eine eher freudige Grabrede für den Bildungsbegriff: Vor PISA habe man verbissen darüber gestritten[3],

> was der Nachwuchs denn lernen solle, welche Methoden die besten seien, und führte *hochtrabende Debatten über den Bildungsbegriff*. Nur wusste niemand, was die Schüler im Laufe der Schulzeit tatsächlich gelernt hatten, welche Methoden und Rahmenbedingungen am wirksamsten sind.
> Die Ausrede all jener, die sich einem Leistungsvergleich nicht stellen wollten, war die Behauptung, *Bildung sei nicht messbar*.
> PISA hat die meisten davon überzeugt, dass man *zumindest die Grundbildung in den Kernfächern der Schule weltweit vergleichbar messen kann*. Leistungsvergleiche zwischen Schulen und Bundesländern sind nun weitgehend akzeptiert. (Kerstan, 2011)

Jetzt mögen Sie einwenden, dass ja in „Grundbildung" irgendwie auch noch der Wortteil „Bildung" enthalten ist. Ich könnte dann sagen: Ich habe ja auch deutlich mit „Jein!" geantwortet. Ob das, was seit PISA veranstaltet wird, noch etwas mit „Bildung" bzw. „Allgemeinbildung" zu tun hat bzw. haben soll, bedarf offenbar einer etwas längeren Antwort.

Die soll im Folgenden in zwei Schritten erfolgen: Im ersten Teil des Beitrags geht es um die mathematische Bildung angefangen bei Humboldt und endend bei Heinrich Winter. Wobei das „von [...] bis" da etwas trügt: Für die gut 150 Jahre zwischen Wilhelm von Humboldt und Heinrich Winters jeweilige Auseinandersetzung mit Bildung bzw.

[1] Der vorliegende Text ist eine leicht redigierte Fassung des gleichnamigen Hauptvortrags im Rahmen der GDMV Jahrestagung 2018 vom 7. 3. 2018, der auch als Videoaufzeichnung unter youtu.be/uCFcDSgxOh4 zur Verfügung steht.
[2] Dahmer, I. & Klafki, W. (Hrsg.). (1968). *Geisteswissenschaftliche Pädagogik am Ausgang ihrer Epoche – Erich Weniger*. Weinheim, Berlin: Beltz
[3] Hervorhebungen in Zitaten hier und an allen anderen Stellen von mir

Andreas Vohns beim Hauptvortrag in Paderborn (Foto: © Universität Paderborn)

mathematischer Bildung muss ich mich auf einen kursorischen Überblick beschränken bzw. kann nur Schlaglichter auf ausgewählte, m. E. für das Thema des Beitrags wesentliche Entwicklungen werfen.

Im zweiten, etwas kürzeren Teil wird es dann um die Zeit „nach TIMSS und PISA", um Konzeptionen von „mathematical literacy" und die in jüngerer Zeit für diverse Brände verantwortlich gemachten „Kompetenzen" gehen.

Zum Schluss reformuliere ich dann meine kurze Antwort noch einmal und beschließe den Beitrag stilecht mit fünf Thesen für und wider den Ablass der Bildung.

2 Bildung, Menschen, Bürger(innen), Mathematik: Mathematische Bildung von Humboldt bis Winter

2.1 *Humboldt*

Zunächst zum Begriff der Bildung: Dessen klassischer Bedeutungsgehalt ist wohl mit keinem Namen so deutlich verbunden wie mit dem von Wilhelm von Humboldt. Humboldt geht es bei Bildung um nicht weniger als um den „wahren Zweck des Menschen" (Humboldt, 1792/1851, S. 9), nämlich „die höchste und proportionierlichste Bildung seiner Kräfte zu einem Ganzen" (a. a. O,.). Wir haben es hier mit einer *Idee*, einem schon prinzipbedingt unerreichbaren Ideal allgemeiner Menschenbildung zu tun. Denn: In begrenzter Zeit kann der Mensch schwerlich alle Kräfte gleichzeitig so hoch und so proportionierlich wie möglich ausbilden. Welchen Zweck konnte so eine Idealvorstellung vor gut 200 Jahren haben?

War sie schon damals „pure Ideologie", wie etwa Peter Damerow (1979) argumentiert hat? Lutz Führer geht davon aus, dass „nicht nur der Mathematikunterricht und nicht nur an preußischen Schulen" um 1800 „in einem beklagenswerten Zustand" (Führer, 2000, S. 2) war.

> Es halfen nur drei Einsichten:
> 1. Das öffentliche Ansehen des Lehrerberufs musste verbessert werden, um fähigere und engagiertere Lehrer zu bekommen.
> 2. Die Mißstände mußten durch staatsautoritäre Eingriffe bekämpft werden.
> 3. Das war nicht realisierbar, ohne das individuelle und allgemeine Unbehagen namhaft zu machen. (Führer, 2000, S. 2)

Bildung fungiert dabei als *Reglativ* im Sinne einer möglichen Orientierung, „die den Abstand zwischen Ist- und Sollzustand argumentativ zugänglich" (a. a. O.) machen und unter den Entscheidungsträgern soweit konsensfähig sein sollte, dass autoritäre Eingriffe in das Erziehungssystem nicht als willkürlich, sondern als „plausible Konsequenzen aus einleuchtenden Prinzipien" (a. a. O.) erscheinen konnten.

Man sollte hier bereits einerseits erwähnen, dass das Bildungszitat von Humboldt aus seinen „Ideen zu einem Versuch, die Grenzen der Wirksamkeit des Staates zu bestimmen" (Humboldt, 1792/1851) stammt. Bildung steht den staatsautoritären Eingriffen daher auch in dem Sinn als *Regulativ* gegenüber, dass sie diese gegenüber den Eigenrechten der zu bildenden Person *begrenzt*. Andererseits ist darauf hinzuweisen, dass der Aspekt der nötigen Konsensfindung schon bei Humboldt selbst dazu führte, dass neben hehren Idealen im Bildungsthema seit jeher auch die Frage aufgehoben war, was „Allgemeinbildung" als Ermöglichung von *Bildung für alle Menschen* realiter bedeuten könnte.

In einem Brief an den preußischen König hält Humboldt mit Blick auf die Zielsetzung seiner Bildungsreformen fest:

> Es gibt schlechterdings gewisse Kenntnisse, die allgemein sein müssen, und noch mehr eine gewisse Bildung der Gesinnungen und des Charakters, die keinem fehlen darf.
> Jeder ist offenbar nur dann ein guter Handwerker, Kaufmann, Soldat und Geschäftsmann, wenn er an sich und ohne Hinsicht auf seinen besonderen Beruf ein guter, anständiger, seinem Stande nach aufgeklärter Mensch und Bürger ist. Gibt ihm der Schulunterricht, was hierzu erforderlich ist, so erwirbt er die besondere Fähigkeit seines Berufs nachher sehr leicht und behält immer die Freiheit [...] von einem zum anderen überzugehen. (Humboldt, 1809/1971, S. 144f.)

Die so verstandene Allgemeinbildung kann man mit Heinrich Winter (1995, S. 45) auch als „Republikanisierung" oder mit Hans Werner Heymann (2014, S. 248) als „Universalisierung" von Bildung im Sinne des erstgenannten Ideals betrachten. Schon in Humboldts Zitat ist dabei mit Norbert Ricken (2006, S. 45) gesagt die ganze „Ambivalenz und Widersprüchlichkeit" von Allgemeinbildung aufgehoben. Sie wird einerseits den Schulen als Zielsetzung für *alle* Heranwachsenden zugewiesen. Aber bereits im zweiten Atemzug wird eingeräumt, dass eben jeder nur „seinem Stande nach ein aufgeklärter Mensch und Bürger"(Humboldt, 1809/1971, S. 144) werden könne und solle. Schließlich straft das Zitat mit der Behauptung von allgemeiner Bildung als Voraussetzung spezieller, beruflicher Bildung all jene Lügen, die einen scharfen Widerspruch sehen wollen zwischen Bildung als „Zweck an sich selbst" Ricken (2006, S. 17), als „Humanisierungsversprechen" (a. a. O.), „Anerkennung, Empathie und Herzensbildung" (a. a. O., S.17) einerseits und Bildung als „Mittel zu anderen – meist ökonomischen Zwecken" (a. a. O., S.16f.) andererseits, vermittels Erwerbs von „Wissen, Reflexion, Orientierung und Urteilskraft oder allgemein ‚Kompetenz' " (a. a. O., S.16).

Dass etwas *auch* der Vorbereitung der späteren Lebens- und Berufspraxis nützlich sein möge, kann *nicht grundsätzlich in Widerspruch* zu den Zielen allgemeiner Bildung gesetzt werden. So heißt es bei Humboldt (1809/2017, S. 134) an anderer Stelle:

- dass durch die allgemeine Bildung „die Kräfte, d. h. der Mensch selbst gestärkt, geläutert und geregelt werden" (a. a. O.) solle, durch die Berufsausbildung soll er hingegen „nur Fertigkeiten zur Anwendung erhalten" (a. a. O.).
- Für Allgemeinbildung sei daher „jede Kenntnis, jede Fertigkeit, die nicht durch vollständige Einsicht der streng aufgezählten Gründe, oder durch Erhebung zu einer allgemeingültigen Anschauung [...] die Denk- und Einbildungskraft, und durch beide das Gemüt erhöht, tot und unfruchtbar" (a. a. O.).
- Für berufliche Bildung müsse man „sich sehr oft auf in ihren Gründen unverstandene Resultate beschränken, weil die Fertigkeit da sein muss, und Zeit oder Talent zur Einsicht fehlt" (a. a. O.).
- Ein Hauptzweck von Allgemeinbildung sei daher gerade Berufsausbildung „so vorzubereiten, dass nur für wenige Gewerbe noch unverstandene, und also nie auf den Menschen zurück wirkende Fertigkeit übrigbleibe" (a. a. O.).

Geschieden wird hier also zwischen „Allgemeinbildung" und „Ausbildung" zunächst entlang der Trennlinie „Aufklärung" und „Anpassung", sodann wird erneut durchaus die Zweckmäßigkeit der Bildung als Vorbildung für die Berufspraxis hervorgehoben, deren Flexibilisierung und Aufklärung zu dienen sogar ein *Hauptzweck von Bildung* sei. Soweit die Theorie, gemäß dem Friedrich Engels zugeschriebenem Spruch: „Berufsbildung ist die Allgemeinbildung der Beherrschten, Allgemeinbildung ist die Berufsbildung der Herrschenden" ist allerdings davon auszugehen, dass die „niedere" nicht gymnasiale Volksbildung faktisch eben doch ganz unmittelbar der Beufsvorbildung diente, also dem Erwerb eher routinemäßig zu beherrschender praktischer Fertigkeiten.

Es erscheint auch hinsichtlich des Rechen- und Mathematikunterrichts der letzten 200 Jahre als eher zweifelhaft, inwieweit dieser durchgängig vom Wunsch nach „Einsicht der streng aufgezählten Gründe" geleitet wurde. Ohne den Erwerb von vielfach nicht oder schlecht verstandenen Routinefertigkeiten war es offenbar zu keiner Zeit faktisch zu bewerkstelligen – um die Formulierung Humboldts aufzunehmen –, junge Menschen zu stärken, zu läutern und zu regeln.

Der Widerspruch, dass Bildung ein Ideal für alle Menschen sein möge, dennoch ein nach Ständen getrenntes Bildungswesen etabliert wird, spiegelt sich überdies deutlich in der Trennung von Rechen- und Mathematikunterricht. Die behauptete Allgemeinbildung ist damit schon ihrer äußeren Form nach – mit den Worten Heinrich Winters – von jeher „dem Dilemma in der Zielprojektion zwischen Anpassung und Aufklärung" ausgesetzt und eng damit verbunden dem Spannungsfeld zwischen „mathematischer Systematik und Lebenswirklichkeit“ (Winter, 1990, S. 134).[4]

2.2 *Zwischen Humboldt und Winter*

Was passiert nun in den gut 150 Jahren zwischen Humboldt und Heinrich Winter? Ich muss mich hier auf einige Schlaglichter beschränken.

Erstens, gesamtgesellschaftlich und bildungspolitischer Bereich: Die neuhumanistische Idee, dass Menschen, die sich möglichst allseitig und von Praxiszwängen frei mit Kultur beschäftigen, dann auch gute Menschen werden, also das sogenannte „Humanisierungsversprechen“ wurde erheblich erschüttert. Nämlich durch den Umstand – mit Adorno gesagt –

> daß Menschen, die zuweilen mit Passion und Verständnis an den sogenannten Kulturgütern partizipierten, unangefochten der Mordpraxis des Nationalsozialismus sich verschreiben konnten. (Adorno, 1959, S. 94/5)

Andererseits haben wir seit der Nachkriegszeit eine halbwegs stabile Demokratie im deutschsprachigen Raum und es gab in den 1960er Jahren unter Dahrendorf (1965) und Picht eine Renaissance des Anspruchs von Allgemeinbildung als „Bildung für alle“. Der Zugang zu höherer, gymnasialer Bildung, im 19. Jahrhundert noch 2–7 % der männlichen Heranwachsenden vorbehalten, wurde erheblich erweitert.

Zweitens, Pädagogik und Erziehungswissenschaft: Die haben eine ausgeprägte Hassliebe zum Bildungs- bzw. Allgemeinbildungsbegriff entwickelt, ihn immer mal wieder beiseite gelegt und durch Erziehung, Enkulturation oder Sozialisation zu ersetzen versucht, sind dann aber doch wieder bei ihm gelandet (Vgl. Ricken, 2006, S. 9–30).

Andererseits kann man vielleicht als Konsens ansehen, dass schulische Bildungs- oder Enkulturationsbemühungen allgemein nur mehr als möglich erachtet werden, wenn Kultur und Gesellschaft nicht einfach als unkritisch gegeben und zu vermitteln hergenommen werden. Kultur und Gesellschaft gelten viel mehr als kritisch in den Blick zu Nehmendes und hinsichtlich seiner Veränderbarkeit zu Befragendes (Vgl. exemplarisch Koller, 2012). So hält etwa Wolfgang Klafki schon für den bereits erwähnten Erich Weniger fest, dass Bildung

> als Begegnung mit Inhalten der kulturellen Tradition, von ihm nicht als normativ verbindliche Verpflichtung auf ein vermeintlich übergeschichtliches geistiges Erbe verstanden wurde, vielmehr als in der bildenden Begegnung glaubhaft zu repräsentierendes „Angebot“, angesichts dessen junge Menschen zu ihren eigenen Interessen, Wertungen, Entscheidungen finden sollten. (Klafki, 1995, S. 393)

Drittens, Mathematik: Diese kann sich bedingt durch ihre zentrale Rolle in der Lehrerbildung ab Mitte des 19. Jahrhunderts an deutschen Universitäten institutionell etablieren. Im gleichen Zug wächst das wissenschaftliche Wissen in der Mathematik in einem unvorhergesehenen Ausmaß (Vgl. Jahnke, 1990; Schubring, 1990).

Andererseits führt dies auch dazu, dass schon zum Ende des 19. Jahrhunderts erstmals die jüngst wieder aufflammende Klage eines zu weiten Zurückfallens der schulischen Mathematikausbildung hinter die Ansprüche der Universität laut wird (Vgl. Krüger, 2000; Schubring, 2007).

Mit der zunehmenden Etablierung der Mathematik als eigenständige Disziplin geht auch eine zunehmende Verbreitung mathematischer Methoden in fast allen Wissenschaftsbereichen und vielen Bereichen des öffentlichen, ja sogar privaten Lebens der Menschen einher (Vgl. Porter, 1996; Ullmann, 2008).

Dieser Mathematisierung steht *andererseits* auch eine Tendenz der Demathematisierung gegenüber: Mathematik ist zwar allgegenwärtig, doch unsichtbar. Sie ist implizite Mathematik, die sich in Maschinen, Geräten, Programmen und Algorithmen versteckt. Deren ganzer Zweck besteht aber gerade darin, als „Black-box“ zu funktionieren, die nicht mehr, sondern weniger „händisches“ mathematisches Können erforderlich macht (Vgl. Keitel, Kotzmann, und Skovsmose, 1993; Gellert und Jablonka, 2007).

Viertens, Mathematikunterricht: Hier gab es zwei größere Reformbemühungen, die jeweils hinsichtlich ihrer Folgen und Erfolge eher ambivalent einzuordnen sind: Zu Beginn des 20. Jahrhunderts die Meraner Reformen (denen verdanken wir u. a. Analysisunterricht) und dann in den 1960er/frühen 70er Jahren die »Neue Mathematik« (von der ist außer einigen Mengensprechweisen und Äquivalenzpfeilen aber eher wenig von Bestand gewesen).

Andererseits läuten die 1960er bzw. 70er Jahre jedenfalls nominell das Ende des Schismas von Rechen- und Mathematikunterricht ein – das Fach heißt jetzt überall Mathematik – niedere und höhere Bildung haben wohl immer noch graduell andere Bildungsansprüche, aber eben nicht mehr prinzipiell.

[4] Ich kann das an dieser Stelle aus Platzgründen nicht weiter vertiefen, ersatzweise sei auf Vohns (2016) verwiesen.

Soweit die Schlaglichter. Bevor ich zu Winter komme: Was soll uns das alles sagen? Nun, im Wesentlichen, dass es angesichts all dieser jeweils ambivalenten Entwicklungen in Gesellschaft, Pädagogik, Mathematik und Mathematikunterricht nicht weiter verwunderlich ist, dass das, was man in der zweiten Hälfte des 20. Jahrhunderts als Bildungsansprüche für Mathematikunterricht formuliert hat, sich in vielen Punkten *notwendig* von dem unterscheidet, was man Anfang des 19. Jahrhunderts formuliert hat. Daraus *alleine* würde ich aber nur eine Transformation der Bildungsidee ableiten wollen, nicht das Ende ihrer Epoche.

2.3 Winter

Ich komme zu Heinrich Winter, genauer gesagt: Ich komme zu seinem epochalen Text „Allgemeine Lernziele für den Mathematikunterricht?“, der am Ende ausdrücklich und intentional ein Fragezeichen stehen hat – hier wird eben eine Perspektive der Entwicklung aufgezeigt, neuerlich eine regulative Idee gedacht, nicht selbstverständliche Wirkungen real existierenden Unterrichts beschrieben. Winter (1975) will „die vielfältigen Aktivitäten beim wirklichen Lernen von Mathematik bündeln und ihre genetischen Wurzeln freilegen“.

Dazu bedürfe es sowohl eines „Bildes von der Mathematik“ als auch eines „Bildes vom Menschen“. Winter (1975) gelangt dabei zu der Gegenüberstellung in Abbildung 1. Sie erkennen hier deutlich den Versuch, ein facettenreiches Bild von Mathematik als Medium „allseitiger Bildung“ zu zeichne. Auffällig ist an dieser Stelle, dass dem *„Mensch als gesellschaftlichem Wesen“* oder eben als Bürgerin und Bürger, hier nicht ausdrücklich ein eigener Punkt gewidmet ist. Das sieht im wohl noch bekannteren Text „Mathematikunterricht und Allgemeinbildung“ (Winter, 1995) schon etwas anders aus:

> Der Mathematikunterricht sollte anstreben, die folgenden drei Grunderfahrungen, die vielfältig miteinander verknüpft sind, zu ermöglichen:
> (1) Erscheinungen der Welt um uns, die *uns alle angehen oder angehen sollten*, aus Natur, Gesellschaft und Kultur, *in einer spezifischen Art wahrzunehmen und zu verstehen*,
> (2) mathematische Gegenstände und Sachverhalte, repräsentiert in Sprache, Symbolen, Bildern und Formeln, als geistige Schöpfungen, als eine deduktiv geordnete Welt eigener Art kennen zu lernen und zu begreifen,
> (3) in der Auseinandersetzung mit Aufgaben Problemlösefähigkeiten, die über die Mathematik hinausgehen, (heuristische Fähigkeiten) zu erwerben. (Winter, 1995, S. 37)

Genauer ansehen sollten wir uns dabei Grunderfahrung (1): Man könnte geneigt sein zu unterstellen, bei Punkt (1) ginge es vor allem um Mathematik als nützliche, brauchbare Disziplin. Eine Lesart, die Grunderfahrung (1) zur „Nützlichkeit“ verkürzt, unterschlägt aber zwei ganz entscheidende Spezifikationen: Es soll nach Winter darum gehen, *Dinge „die uns alle angehen oder angehen sollten“* durch Mathematik *„in einer spezifischen Art und Weise wahrzunehmen und zu verstehen“*. Dazu heißt es bei Winter (1995) weiter:

> In (1) ist die Mathematik als nützliche, brauchbare Disziplin angesprochen und tatsächlich ist sie in dieser Hinsicht von schier universeller Reichweite. Dies allein impliziert noch nicht eine Bedeutung für Allgemeinbildung; [...]
> Interessant und wirklich unentbehrlich für Allgemeinbildung sind Anwendungen der Mathematik erst, wenn in Beispielen aus dem gelebten Leben erfahren wird, wie mathematische Modellbildung funktioniert und welche Art von Aufklärung durch sie zustande kommen kann, und Aufklärung ist Bürgerrecht und Bürgerpflicht. (Winter, 1995, S. 38)

Die Zurückweisung der Legitimation von Mathematik als Bildungsgegenstand allein auf Basis ihrer Nützlichkeit im alltäglichen Leben findet sich bereits fünf Jahre vor den berühmten „Grunderfahrungen“ in Winters Aufsatz „Bürger und Mathematik“ (Winter, 1990). Zur aktuellen Bedeutung des oben schon erwähnten Spannungsverhältnisses von Anpassung und Aufklärung hält er fest, dass es vor allem die Frage betrifft:

- Sollen „die Schüler in erster Linie für nützlich erachtete Dinge der späteren privaten Lebens- und Berufspraxis lernen [...], um sich dort möglichst erfolgreich (oder gar clever) behaupten zu können“ (Winter, 1990, S. 134)?
- Oder aber: Sollen „die Schüler mehr (bzw. darüber hinaus) zu Bürgern im Sinne von mündigen Demokraten herangebildet werden, also Weltkenntnis, Urteilsfähigkeit, Handlungs- und Verantwortungsbereitschaft in Fragen des öffentlichen Lebens der Menschen erwerben“ (a. a. O.)?

Dabei ist sich Winter der besonderen Herausforderung von Aufklärung in der arbeitsteilig organisierten modernen Gesellschaft vollends bewusst. Heute stelle sich das Problem der Aufklärung „vor allem als ein Problem des Ungleichgewichts zwischen den jeweils kleinen Gruppen von Experten (für Steuerwesen, Industriemanagement, Gentechnik, Computerwesen usw.) und der großen Masse der Laien“ (Winter, 1990, S. 132). Es helfe auch nur bedingt, dass in den meisten Wissensbereichen „prinzipiell jedermann Zugang habe“, weil „der

Mensch	Mathematik	Allgemeines Lernziel	
		der Schule	des Mathematikunterrichts
als schöpferisches, erfindendes, spielendes Wesen	als schöpferische Wissenschaft	Entfaltung schöpferischer Kräfte	heuristische Strategien lernen
als nachdenkendes, nach Gründen und Einsicht suchendes Wesen	als beweisende, deduzierende Wissenschaft	Förderung des rationalen Denkens	Beweisen lernen
als gestaltendes, wirtschaftendes, Technik nutzendes Wesen	als anwendbare Wissenschaft	Förderung des Verständnisses für Wirklichkeit und ihre Nutzung	Mathematisieren lernen
als sprechendes Wesen	als formale Wissenschaft	Förderung der Sprachfähigkeit	Formalisieren lernen

Abbildung 1. Allgemeine Lernziele für den Mathematikunterricht? (Winter, 1975, S. 16)

hohe und zunehmende Grad an Spezialisierung einschließlich der zugehörigen Fachsprachlichkeit [...] die Ausbreitung einer allgemeinen Informiertheit ungeheuer“ (a. a. O.) erschwere. Als Laie mache man es sich aber dennoch ganz im Kantschen Sinne zu „bequem“,

> wenn man die gutachterlichen Äußerungen der Experten gläubig vernehme, ohne sie begreifen zu können, wenn man also als Laie brav befolgte, was die Experten und die mit ihnen evtl. verbundenen Machtgruppen sagen.
> Soll [...] der ‚normale Bürger‘ trotz aller Hemmnisse ein gewisses Maß an Einsicht, Urteilsfähigkeit und Handlungsorientierung erlangen (Winter, 1990, S. 134)

so erwachse daraus das „Problem der Aufklärung“. Mathematikunterricht kommt dabei insofern ins Spiel, als nach Winter „die Mathematik nicht nur das Beschreibungsmittel für Naturwissenschaftler und das Arbeitsmittel für Ingenieure“ sei, sondern die „rational planende, kalkulierende und agierende Arbeitsweise sich generell in nahezu allen Wissenschaften ausgebreitet hat und [...] in die öffentliche und alltägliche Kommunikation“ (a. a. O., S. 133) hineinreiche.

„Mathematisches Modellieren“ zeigt für Winter *dann* eine Perspektive auf, sich diesem Phänomen anzunehmen, *wenn zum einen* „eine entschiedene Umorientierung im Gegenständlichen“ umgesetzt wird, „nämlich eine Abkehr vom Lösen isolierter und letztlich doch nur fachsystematisch sinnvoller Übungsaufgaben und eine Hinwendung zum geistigen Ordnen und Deuten von Situationskomplexen in ihrer mathematisch-sachkundlichen Doppelnatur, die prinzipiell für alle Menschen wichtig“ (Winter, 1990, S. 135) sei. *Zum anderen* hält es Winter für eine Voraussetzung eines aufklärenden Mathematikunterrichts, das Kantsche „Sapere aude!“ (a. a. O.) auch dahingehend zu verstehen, ganz generell „mehr Selbstständigkeit anzustreben, mehr entdeckenlassenden Unterricht zu ermöglichen“ (a. a. O.).

Dieses „Sapere aude!“ – sich also seines Verstandes ohne Leitung eines anderen zu bedienen, vielleicht sogar sich seines Verstandes auch ohne Führung und Verführung durch Mathematik zu bedienen – ist es umgekehrt auch, was den didaktisch herausfordernden Kern von Winters beiden anderen Grunderfahrung ausmacht. Wenn es um die Mathematik als „geistige Schöpfung, als deduktive Welt eigner Art“ geht, so kann diese mit Winters Lernzieltabelle von 1975 einerseits als eine Ausdrucksform des „schöpferischen, erfinderischen, spielenden Wesens“ gesehen werden, andererseits kommt in ihrem deduktiven Aufbau der Mensch als „nachdenkendes, nach Gründen, Einsicht suchendes Wesen“ zum Ausdruck.

Was die „emanzipatorische“ oder bürgerinnenbildende Qualität dieser Grunderfahrung angeht, gibt sich Winter (1990) hingegen eher vorsichtig skeptisch. Arbeiten in „reinen mathematischen Gefilden“ entfaltet seiner Ansicht nach erst dort emanzipatorisches Potential, wo „die Reflexion auf das mathematische Tun selbst ein Bewußtsein von den Voraussetzungen und Möglichkeiten des Denkens vermittelt“ (a. a. O., S. 133).

Auch jener in der dritten Grunderfahrung geäußerte Anspruch, „in der Auseinandersetzung mit Aufgaben Problemlösefähigkeiten“ zu entwickeln, „die über die Mathematik hinausgehen“ ist analog eben kein Selbstläufer, setzt nach Winter ebenfalls „Reflexion auf das eigene Denkhandeln“ voraus (a. a. O., S. 42).

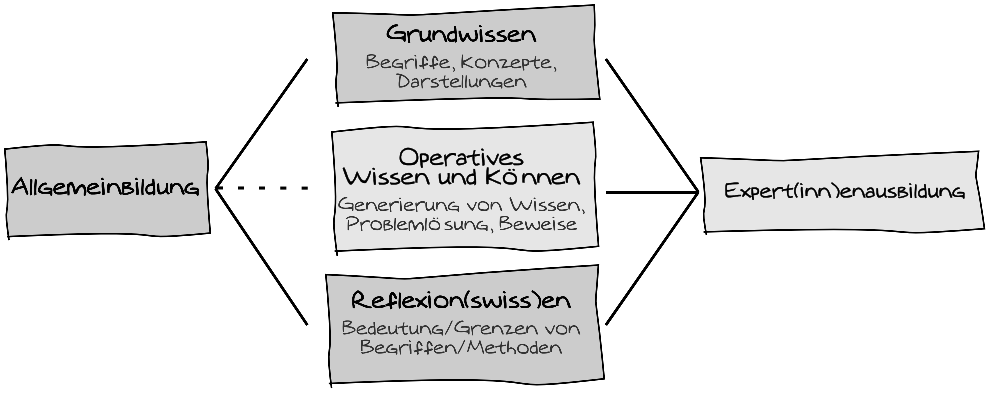


Abbildung 2. Kommunikationsfähigkeit mit Expert(inn)en (Fischer, 2001)

2.4 *Ausweitung*

Ich möchte an dieser Stelle den Blick noch einmal ausweiten und fragen:

- Woher rührt eigentlich die von Winter beschriebene Ausbreitung der Mathematik in der Gesellschaft?
- Welches mathematische Wissen und Können müssten sich in einer zunehmend Mathematik als *scheinbar unproblematischer* bzw. *nicht zu problematisierender Technologie* vertrauenden Gesellschaft alle Menschen und Bürgerinnen erarbeiten?
- Und: Inwiefern ist zur Kontrolle der Expertinnen und Experten überhaupt oder wenigstens in erster Linie *mathematisches* Wissen und Können gefragt?

Ein in der Ökonomie und der Politikwissenschaft populärer Beschreibungsansatz für spezifische Probleme der Expert(inn)en-Lai(inn)en-Kommunikation ist die „Prinzipal-Agent-Theorie" (vgl. u. a. Jensen und Meckling, 1976; Gilardi und Braun, 2002). Es geht dabei um jene wirtschaftlichen, politischen aber auch privaten Situationen, in denen Problemlösungen, die spezifisches Wissen und Können erfordern, an Dritte als Ausführende delegiert werden. Wir lassen uns etwa in der Bank über einen Kredit oder im Krankenhaus über eine OP beraten, wir informieren uns (hoffentlich) über die Programme der politischen Parteien oder über zur Wahl stehende Kindergärten und Schulen, denen wir unseren Nachwuchs anvertrauen mögen.

Gemeinsames Strukturmerkmal dieser Situationen ist nun die Asymmetrie der Kommunikation: Der „Agent" verfügt über einen Informations- und (hoffentlich auch) Fähigkeitsvorsprung, was die konkrete Problemlösung betrifft (Kreditwesen, OP, Land regieren, Kinder großziehen), der „Prinzipal" trägt zu einem gewissen Grad die Verantwortung für die Problemlösungen: *Sie*, liebe Leserinnen und Leser, unterzeichnen Kreditvertrag oder OP-Zustimmung, *Sie* zahlen die Steuern und *Sie* sind die formell Erziehungsberechtigten.

Mathematische und statistische Verfahren kommen in solchen Situation nun gleich doppelt vor: Einerseits können die Expert(inne)n bzw. Agent(inn)en Mathematik als Arbeitsmittel verwenden, vor allem solche, die der Prinzipal nicht selbst beherrscht. Andererseits kontrollieren Prinzipal(inn)e(n) Agent(inn)en durch Mathematisierung, insbesondere über Kennzahlen, gerade dort, wo sie innerfachliches Handeln selbst nicht wirklich verstehen.

Dieser Gebrauch von Mathematik zur Kontrolle eines dem Einzelnen bzw. der Gemeinschaft nicht zugänglichen fachlichen Handelns stellt nun eine ganz neue Dimension des Gebrauchs von Mathematik dar, die maßgeblich zu deren Ausbreitung in der Moderne beigetragen haben dürfte und gegenüber den Zeiten Kants und Humboldts ganz neue Herausforderungen für Aufklärung mit sich bringt.

Hier seien stellvertretend drei Bücher angeführt, die sich kritisch mit Mathematik als „Vertrauenstechnologie" beschäftigen:

- *Trust in Numbers: The Pursuit of Objectivity in Science and Public Life* (Porter, 1996)
- *Mathematik, Moderne, Ideologie: Eine kritische Studie zur Legitimität und Praxis der modernen Mathematik* (Ullmann, 2008)
- *Die bezifferte Welt: Wie die Logik der Finanzmärkte das Wissen bedroht* (Crouch, 2015).

„Vertrauenstechnologie" meint hier die (durchaus nicht unproblematische) Idee, dass sich Objektivität quasi „mechanisch-automatisch" durch die für die moderne Mathematik typischen Systeme regelhafter Darstellung und Verarbeitung von Informationen herstellen lässt.

Auf diese Technologie wird sowohl innerwissenschaftlich vertraut – denken Sie etwas die zunehmende Formalisierung der Mathematik im 19. und

20. Jahrhundert oder die Ausbreitung der Statistik in der Medizin, der Bildungsforschung, ja auch: der Mathematikdidaktik selbst–, wie auch in der Kommunikation zwischen Öffentlichkeit und Wissenschaft – denken Sie etwa an die Kennzahlen aus den Ziel- und Leistungsvereinbarungen, die ihre Universität mit dem für Sie zuständigen Ministerium abschließt. Ein *Aufklärungshindernis* stellt das gleich im doppelten Sinn dar: Die Zahlen verdecken eine Ebene des unter ihnen liegenden, nun nicht mehr kontrollierten Agenten-Handelns, und die Verfahren der Produktion dieser Zahlen bleiben als solche eben doch oft nebulös.

Ein Bildungskonzept, das sich dieser neuen Rolle von Mathematik besonders annimmt, stammt bekanntlich von meinem pensionierten Klagenfurter Kollegen, Roland Fischer (2001) (s. a. Fischer, 2012; Abb. 2).

Sein Konzept differenziert deutlich zwischen Mathematik als MINT-Vor-Ausbildung und Mathematik als Medium der „Lai(inn)enbildung“. Für die Lai(inn)en-Rolle können operatives Wissen und Können nicht die entscheidende Rolle spielen, sind es doch gerade die ausführenden mathematischen Problemlöse- und Modellierungstätigkeiten, die man später in dieser Rolle gern an andere delegiert. Entscheidender sei ein solides Verständnis mathematischer Begriffe, Konzepte und Darstellungen (Grundwissen), sowie die Beschäftigung mit der Bedeutung von Mathematik für Mensch und Gesellschaft, eine Ahnung davon, wie Mathematik gleichsam „Verstärker“ wie auch „Scheuklappe“ unseres Denkens sein kann (Reflexionswissen).

Hier wird es nun schwierig: Im Reflexionswissen interagieren mathematische Wissensbestandteile im engeren Sinne notwendig mit Wissen über und Verständnis der Kontexte ihres Einsatzes. Und: Schon in „Unterricht als Prozess der Befreiung vom Gegenstand“ (Fischer, 1984) hatte Fischer argumentiert, dass dieser Prozess auch zu einer Emanzipation gegenüber Mathematik verhelfen solle, ja zu einer Distanzierung von Mathematik, der Verweigerung ihres Einsatzes. Das sind aber beides Momente, die mit den hergebrachten Zielsetzungen von Mathematikprüfungen und -unterricht nur bedingt vereinbar sind – ja bei denen sogar fraglich ist, ob sie als gesellschaftlich konsensuelle Zielsetzungen nicht hinter die breit akzeptierte MINT-Vorbildung weit zurückfallen.

Das Phänomen der Interaktion von „Mathematik im engeren Sinne“ mit deutlich über Mathematik hinaus weisenden Wissensdomänen ist auch typisch für ernstzunehmende Ansätze von „mathematical“ bzw. „statistical literacy“ – wie sie auch der GDMV-Hauptvortragende vom Donnerstag, Iddo Gal, vertritt. Auch Gal (2002) geht davon aus, dass für die Allgemeinheit relevanter Statistikunterricht sich eben nicht vornehmlich mit Mathematik aus Sicht der Produzenten von Statistik, sondern aus Sicht der Konsumenten von Statistik beschäftigen muss. In seinem Modell statistischer Literalität wird dabei deutlich, dass mathematisches und statistisches Wissen und Können für diese Zielgruppe zwar eine wichtige Bedeutung haben, aber eben auch ganz andere Dinge wichtig sind (etwa allgemeine Lesefähigkeiten, Kontextwissen, eine grundlegende kritische Haltung, vgl. Abb. 3).

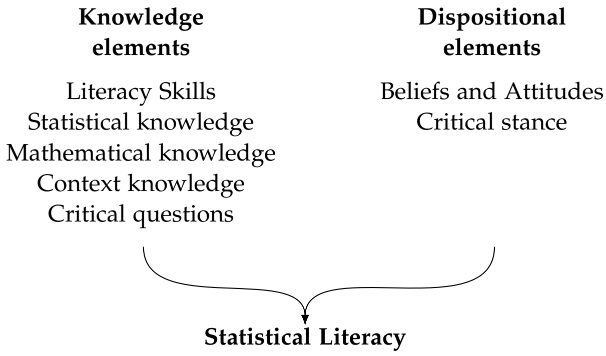


Abbildung 3. Adults’ Statistical Literacy (Gal, 2002)

3 Numeracy, Mathematical Literacies, Competencies: Mathematische Bildung (?) „nach TIMSS & PISA“

3.1 *Mathematical Literacies*

Wir sind damit im zweiten Teil des Beitrags angelangt, in dem es um „mathematical literacy“ gehen soll. Zur Erinnerung: Anfangs hatte ich die Frage aufgeworfen, ob „Grundbildung“ denn noch „Bildung“ sein soll oder will. „Grundbildung“ ist aber nichts anderes, als die etwas behelfsmäßige Übersetzung des Terminus „mathematical literacy“. Um diesen und die mit ihm eng verbundenen „Kompetenzen“ soll es also im Folgenden gehen.

In der Überschrift steht jetzt „literacies“, nicht „literacy“, weil es sich um eine recht facettenreiche Idee handelt, die sehr unterschiedliche, auch widersprüchliche Zielsetzungen und Wege der Zielerreichung kennt, die in Abbildung 4 zusammengestellt sind. Wobei diese Idee im deutschsprachigen Raum dann im Wesentlichen sensu PISA wahrgenommen und enger gefasst und dadurch erst politisch konsensfähig, also zu einem Allgemeinbildung entsprechenden *Regulativ* wird.

Woher stammt dieses Konzept ursprünglich? Konzeptionen von „mathematical literacy“, „quantitative literacy“ oder „numeracy“ wurden im englischen Sprachraum, insbesondere in Großbritannien bereits seit Ende der 1950er-Jahre diskutiert. „Literacy“ (ohne mathematical) ist zunächst ein Begriff aus dem Bereich der Sprachwissenschaft, der sich nicht so gut ins Deutsche übersetzen lässt, weil die

Mathematical literacy *for*	Mathematical literacy *by*
▪ developing human capital	▪ progressive mathematization & theorizing mathematics
▪ cultural identity	▪ teaching modelling & applications
▪ social change	▪ using mathematics as a means for social critique
▪ environmental awareness	▪ using ethnomathematics as cultural critique
▪ evaluating mathematics	▪ analyzing & evaluating the social use of mathematics
(Jablonka, 2003)	(Gellert, Jablonka, & Keitel, 2001/2010)

Abbildung 4. Mathematical Literacies

deutsche Sprache ursprünglich nur sein Gegenteil kennt: Analphabetismus.

Als Keimzelle der „mathematical literacy" Konzeptionen gilt der durch den britischen Crowther-Report von 1959 geprägte Begriff von „numeracy":

> On the one hand is an *understanding of the scientific approach* to the study of phenomena – observation, hypothesis, experiment, verification.
> On the other hand is *a need* in the modern world *to think quantitatively*, to realise how far our problems are problems of degree even when they appear as problems of kind. (Crowther, 1959, S. 270)

„Numeracy" ist hier ein recht anspruchsvolles Verständnis der Notwendigkeit quantitativen Arbeitens im Kontext wissenschaftlichen Arbeitens. Der Crowther-Report fokussiert 15–18-jährige Lernende und seine wesentliche Aufgabe besteht darin, Anforderungen an den Unterricht in dieser Alltagsgruppe zu beschreiben, die sich aus derem weiteren Bildungsweg an tertiären Bildungsinstitutionen ergeben. Es geht also eher um Wissenschaftspropädeutik im Rahmen allgemeiner Studierfähigkeit, „Nature of Science" bzw. „Nature of Mathematics", weniger um basale Fähigkeiten für das alltägliche private oder öffentliche Bürger(innen)leben.

Schon eher in diese Richtung tendiert der in den 1980er Jahren erschienene, ebenfalls britische Cockcroft-Report. Mit seinem Report wird „numeracy" wie folgt beschrieben:

> We would wish 'numerate' to imply the possession of two attributes:
> The first of these is an 'at-homeness' with numbers and an ability to make use of *mathematical skills* which enable an individual *to cope with the practical mathematical demands* of his everyday life.
> The second is ability to *have some appreciation and understanding of information which is presented in mathematical terms*, for instance in graphs, charts or tables or by reference to percentage increase or decrease. (Cockcroft, 1982, S. 11)

Hier wird nun „numeracy" ganz analog wie „literacy" für sprachliche Fähigkeiten und Fertigkeiten als „funktionale Alphabetisierung" verstanden, als Sammelbegriff dafür, einerseits elementare mathematische Fertigkeiten zur Bewältigung konkreter Alltagssituationen einsetzen zu können und andererseits über eine „Lese- und Interpretationsfähigkeit" für mathematische und mathematikhaltige Darstellungen zu verfügen, etwa Tabellen, Funktionsgraphen, statistische Grafiken und Prozentangaben. Cockcroft und seinem Komitee geht es also in der Tat um ein basales Niveau an Wissen und Können, das jedenfalls helfen soll, in Problemsituationen des Erwachsenenlebens nicht schon an der Mathematikhaltigkeit der Situation bzw. Situationsbeschreibung zu scheitern.

Auch in dem in PISA 2000 verwendeten Terminus „mathematical literacy" schwingt diese Konnotation mit. Es gäbe vermutlich etwas weniger Streit um PISA, wenn sich die diesem Terminus an die Seite gestellte Definition und die Berichterstattung über PISA darauf einließen, dass hier im Kern basale mathematische Fähigkeiten überprüft werden, die in Alltagssituationen aller Menschen relevant *werden können* – was *ein* wichtiges Ziel des Mathematikunterrichts sein kann, aber kaum dessen einziges Ziel sein muss.

Die Definition von „mathematical literacy", die Sie im PISA-2000-Framework finden, ist allerdings deutlich hochtrabender:

> Mathematical literacy is an individual's capacity *to identify and understand* the role mathematics plays in the world, *to make* well-founded mathematical *judgements* and *to engage in* mathematics, in ways that meet the needs of that individual's current and future life as a *constructive, concerned and reflective citizen*. (PISA Framework 2000; OECD, 2000)

Hier wird davon gesprochen, dass Lernende „die Rolle der Mathematik in der Welt identifizieren und erkennen" und „mathematische fundierte Urteile" als „konstruktive, interessierte und reflektierte Bürger" abgeben können. Das ist einigermaßen abstrakt, wird nicht und kann meines Erachtens so direkt freilich auch nirgendwo in PISA überprüft werden. Erneut mit Lutz Führer (2000): Auch „mathematical literacy" ist eben *regulative Idee*, allenfalls

Fernziel schulischer Bemühungen. Im Unterricht wird man an diesen Punkt nicht herankommen. Allenfalls kann man sich bemühen bzw. zum Ziel setzen, Grundlagen zu schaffen, die es dem Einzelnen dann erlauben – Interesse, Zeit, Muße und die richtigen Rahmenbedingungen vorausgesetzt –, sich im Erwachsenenleben im Sinne dieses Ideals beständig weiterzuentwickeln.

Anhand des PISA-2012-Frameworks könnte man nun meinen, dass diese Kritik aufgenommen wurde:

> Mathematical literacy is an individual's capacity *to formulate, employ, and interpret* mathematics in a variety of contexts.
> It includes *reasoning mathematically* and *using* mathematical concepts, procedures, facts and tools *to describe, explain and predict* phenomena.
> It *assists* individuals *to recognise* the role that mathematics plays in the world and *to make* the well-founded *judgments and decisions* needed by *constructive, engaged and reflective citizens*. (PISA Framework 2012; OECD, 2013)

Diese neue Definition beschreibt in den ersten beiden Sätzen konkreter, was die tatsächlich geprüfte „mathematical literacy" beinhaltet (nämlich ein Umgehen mit mathematischen Begriffen und Verfahren in vielfältigen außermathematischen Kontexten, zur Beschreibung, Erklärung und Vorhersage von Phänomenen) und führt erst im dritten Satz als Begründung dieser „literacy" an, dass diese Dinge im späteren Bürgerinnenleben dann eine Unterstützung sein *können*.

3.2 *Kompetenzen*

Diese »neue Bescheidenheit« wird allerdings durch den anstandslosen Gebrauch der Vokabel „Kompetenz" in Mathematikdidaktik, empirischer Bildungsforschung und Bildungspolitik tendenziell wieder konterkariert. Wenn von „Modellierungskompetenz" oder „Problemlösekompetenz" auf Schüler(innen)seite bzw. „diagnostischer Kompetenz" oder „professioneller Kompetenz" auf Lehrpersonenseite geredet oder geschrieben wird legt das nahe, dass in Schule bzw. universitäter Lehrer(innen)bildung nicht nur unmittelbar praxisrelevantes Wissen, sondern sogar für das spätere Leben oder den Beruf direkt verwertbare Fähigkeiten und Fertigkeiten, samt der „volitionalen Komponenten" erworben werden könnten – und dass dies grosso modo auch durch entsprechende Testungen überprüfbar sei.

Der Begriff „Kompetenz" verdiente durchaus genauerer Erörterung – diese bleibt erstaunlich oft aus. Ein prototypisches Beispiel: Ein Artikel von Timo Leuders (2014) zum Thema „Kompetenzmodellierung" verwendet auf beeindruckenden 42 Seiten insgesamt noch beeindruckendere 328 mal die *Vokabel* »Kompetenz«[5].

Zum *Begriff* Kompetenz heißt es hingegen eher lapidar: „Kompetenzmodellierungen zeichnen sich dadurch aus, dass sie als theoretischen Ausgangspunkt einen Kompetenzbegriff wählen (Weinert, 2001)". Weinerts offenbar keiner weiteren mathematikdidaktischen Diskussion bedürftiger Kompetenzbegriff ist wie folgt bestimmt:

> Die bei den Individuen *verfügbaren oder durch sie erlernbaren* kognitiven Fähigkeiten und Fertigkeiten *um bestimmte Probleme zu lösen*, sowie die damit verbundenen motivationalen, volitionalen und sozialen Bereitschaften und Fähigkeiten um Problemlösungen *in variablen Situationen* erfolgreich und *verantwortungsvoll* nutzen zu können. (Weinert, 2001, S. 27f.)

Einer der eher wenigen von Proponenten des Kompetenzbegriffs verfassten Texte zu dessen Begriffsinhalt und Genese stammt von Eckhard Klieme und Johannes Hartig. Er benennt zwei Ursprünge: Die sprach- und kommunikationswissenschaftlichen Ansätze von Noam Chomsky und Jürgen Habermas. Und die psychologischen bzw. pädagogisch-psychologischen Ansätze von David McClelland und Heinrich Roth. Wobei zu Habermas und Roth außer einem Literaturverweis wieder nichts weiter angegeben ist. Also direkt weiter zu Chomsky.

Chomsky (1965) hatte sich nun ausgerechnet in Auseinandersetzung mit Schriften von Wilhelm von Humboldt (1836) damit beschäftigt, dass es Menschen möglich ist, von den „endlichen Mitteln" der Sprache prinzipiell „unendlichen Gebrauch" zu machen, bzw. etwas weniger blumig: Das prinzipiell begrenzte Sprach(meta)wissen eines Individuums (welches Chomsky „Kompetenz" nennt)

[5] Hier mag man mir eine gewisse Polemik vorwerfen: Es sei ja selbstverständlich, dass ein Text, in dem es um Kompetenzmodellierung geht das Wort dann häufig verwendet. Lassen wir daher Zahlen sprechen: Zum Vergleich führe ich meine eigene Dissertation (Vohns, 2007) an: Deren Thematik sind „grundlegende" bzw. „fundamentale Ideen". Der Text enthält auf 200 Seiten ganze 535 mal das Wort „Idee(n)"und acht verschiedene, auf 70 Seiten eingehend dargestellte und gegeneinander abgewogene Versuche, den Begriffsinhalt von „grundlegenden Ideen" zu bestimmen. Leuders kommt also im Vergleich (bereinigt um die Seitenlänge beider zu vergleichender Texte) auf einen Faktor von etwa 0,6 bei den Begriffsinhaltsbestimmungen (bzw. 0,02, wenn man die Ausführlichkeit der Begriffsinhaltsbestimmungen mit berücksichtigt) und einen Faktor 3 in der Verwendung der jeweiligen Vokabel. Damit sehe ich meine Hypothese als empirisch vorläufig nicht widerlegt an, dass der Text von Leuders *relativ* oft eine Vokabel verwendet, deren Begriffsinhalt *relativ* wenig erläutert wird.

ermöglicht es ihm, selbst solche Sätze zu verstehen und selbst zu bilden, die es vorher nie gehört hat. Diese (als innere Anlage verstandene) Kompetenz ist Grundlage für Performanz, das heißt erfolgreiches Sprachhandeln in unterschiedlichen Kontexten und Situationen. Wobei diese Kontexte und Situationen eben immer auch einen Einfluss auf den Erfolg des Sprachhandelns haben. Bei Chomsky realisiert nur der „ideale" Sprecher in jeder beliebigen Situation das volle Potential seiner Kompetenz. Allerdings hat es diese Unterscheidung von *nicht* direkt wahrnehm- und überprüfbarer Kompetenz und nach außen sichtbarer, kontext- und situationsabhängiger *Performanz* leider gar nicht bis in die empirische Bildungswissenschaft herübergeschafft.

Als Vorvater des zweiten Ursprungs des Kompetenzbegriffs, der pragmatisch-funktionalen Testpsychologie, gilt gemeinhin David McClelland, der dieses Konstrukt 1973 als Alternative zu den in den USA seinerzeit populären, latent rassistischen und klassistischen Intelligenztests ins Spiel gebracht hat. McClelland (1973) ist erstens fest davon überzeugt, dass es kaum eine menschliche Eigenschaft gibt, die nicht durch Training oder Erfahrung verändert werden könnte (S. 8; er hat übrigens selbst solche Trainings angeboten). Für McClelland (1973) kann, zweitens, jede solche menschliche Eigenschaft, die zur Ausübung einer Berufstätigkeit erforderlich ist als „Kompetenz" aufgefasst werden (S. 3; er war vor allem in der Wirtschaftsberatung unterwegs). Für Sägewerks-Azubis benennt er als ausgewählte Beispiele von insgesamt über fünfzig Einzelkompetenzen etwa ganz bodenständig „kann Winkel messen" und „kann Werkzeuge wie etwa Hobel schärfen". Damit zeichnet sich, drittens, bereits ab, dass „testing for competence" aus pragmatischen Gründen vielleicht doch nicht ganz so berufs- und situationsspezifisch ausgelegt werden sollte, sondern man nach Gruppen von Karrierewegen clustern müsste (S. 9), wobei dann i. W. zwei Arten von Kompetenzen übrig bleiben:

- ganz klassische Kulturtechniken: Lesen, Schreiben, Rechnen
- und „Persönlichkeitsmerkmale" wie Kommunikationsfähigkeit, Geduld, Fähigkeit zum Setzen realistischer Ziele und Ich-Entwicklung.

Viertens und letztens ist McClelland (1973) ein scharfzüngiger Kritiker von standardisierten pen-and-paper-Tests, da diese vom Testanden eben immer nur erwarten würden, die vorab vom Testersteller als richtig klassifizierte Lösung zu bestimmen, viel wichtiger sei aber das kreative Finden eigener Lösungen, an die die Testersteller noch gar nicht gedacht hätten und die sich in solchen Tests gar nicht äußern könnten (S. 11).

Wenn Ihnen da jetzt einiges anders als bei Chomsky (1965) oder als in der aktuellen Kompetenzorientierung vorkommt, dann sind Sie nicht allein. Klieme und Hartig (2008) halten fest, dass die beiden zentralen Kompetenzkonzepte, aus denen der heutige Kompetenzbegriff hervorgegangen ist, „sich antipodisch" (S. 16) gegenüberstehen. Das, was in der Testpsychologie „Kompetenz" heißt, wäre bei Chomsky eigentlich „Performanz". Weiter heißt es, dass Kompetenzen sich als „kontextspezifische Leistungsdispositionen" auf Situationen beziehen, deren Breite „zwischen spezifischen Kompetenzen und Schlüsselkompetenzen variieren" (S. 17). Das ist eine erstaunliche Formulierung, da Schlüsselqualifikationen ja gemeinhin eher so verstanden werden, dass sie sich eben in sehr vielen Situationen aus ganz verschiedenen Kontexten einsetzen lassen. Beinahe noch erstaunlich ist, dass sich Klieme und Hartig ausdrücklich dem Urteil von Barrett und Depinet (1991, S. 16) anschließen: Es gibt bislang keine solide empirische Evidenz dafür, dass Kompetenztestungen in ihrer Vorhersagequalität für berufliche Bewährung valider sind als traditionelle kognitive Leistungsdiagnostik.

Mit Gelhard (2011) darf man noch hinzufügen: Die Kompetenzbewegung vertraut auch weiterhin auf von McClelland kritisierte, standardisierte Testverfahren, in denen kreative Problemlösung allenfalls als „theoretische Dekoration" eine Rolle spielt.

Also nochmal zum Mitschreiben: Kompetenz ist entweder eine nicht direkt wahrnehmbare innere Anlage oder ein direkt wahrnehmbares Problemlösehandeln oder irgendwie beides, dieses Problemlösehandeln ist entweder spezifisch kontextgebunden oder auch nicht oder irgendwie beides. Es gibt keinen empirischen Beleg für die Überlegenheit des Kompetenzkonzepts gegenüber klassischer Leistungsdiagnostik. Und Kompetenzdiagnostik beruht auf genau den Testverfahren, die zu überwinden sie sich ursprünglich einmal zum Ziel gesetzt hatte.

Man verzeihe mir meine Skepsis, aber: Der von Kerstan (2011) beschworene breite Konsens, dass man Grundbildung in der Kernfächern der Schule weltweit vergleichbar messen kann, erscheint mir weit weniger Ergebnis auf empirischer Evidenz beruhender Theoriebildung, als viel mehr schlicht Axiom der empirischen Bildungsforschung – eine normative Setzung: Grundbildung kann und soll eben nur mehr sein, was sich mit den bevorzugten Verfahren messen lässt.

4 Die etwas andere Antwort: Thesen für und wider den Ablass der Bildung

Ich komme zum Schluss: Sie könnten geneigt sein zu fragen: Wo bleibt das Konstruktive? Oder: Wo ist eigentlich Dein Punkt? Da könnte ich dann Michel Foucault vorschicken:

> My point is not that everything is bad, but that everything is dangerous, which is not exactly the same as bad. If everything is dangerous, then we always have something to do.
> (Foucault, 1983/2010, S. 343)

Mein Punkt ist nicht, dass an den Transformationen des Bildungsbegriffs oder am Kompetenzbegriff alles schlimm ist, sondern dass alles beides, althergebrachtes hochtrabendes idealistisches Bildungsdenken genauso wie neues pragmatisch-positivistisches Kompetenztesten, potentiell gefährlich ist. Das hat durchaus ein „silver lining“, denn die Antwort auf die Frage nach dem Ausgang der Epoche mathematischer Bildung könnte dann lauten: Nicht, solange die Bedingung ihrer Möglichkeit ernsthaft bedacht wird.

Was das heißen könnte, will ich abschließend zu den angekündigten Thesen für und wider den Ablass der Bildung zuspitzen:

1. *Die Bedingung der Möglichkeit von „mathematischer Bildung“ bzw. „mathematischer Allgemeinbildung“ oder ggf. „mathematical literacy“ ernsthaft zu bedenken heißt, sich mit deren Charakter als* regulativen Ideen *(Führer) zu arrangieren – alles andere ist im Sinne Damerows* Ideologie*.*
   Wir können als Mathematikdidaktiker(innen) und oder als Mathematiklehr(innen) durch Mathematikunterricht ebenso wenig gewährleisten, dass Lernende zu „konstruktiven, interessierten und reflektierten Bürgerinnen oder Bürgern“ werden oder zu entscheidungskompetenten Laien, welche effektiv die Expertinnen kontrollieren können, wie der Mathematikunterricht des 19. und frühen 20. Jahrhunderts nicht gewährleisten konnte, dass die Lernenden „Gesinnung und Charakter“ ausbilden konnten und dann einmal „gute und anständige Menschen und Bürger“ wurden.
   Aber wir können uns vielleicht bemühen, unser Möglichstes zu tun, den Lernenden im Sinne Wenigers und Klafkis ein wohl überlegtes „Angebot“ zu machen, ihnen eine – mit Winter gesagt –, Erfahrung davon zu ermöglichen, was Mathematik sein kann, was sie für die Menschen und die Gesellschaft bedeuten kann, warum es sich lohnen kann, sich auf sie einzulassen und wo es besser sein kann, sich ihrer Anwendung zu verweigern.
2. *Arrangiert man sich mit dem Charakter von „mathematischer (Allgemein-)Bildung“ bzw. „mathematical literacy“ als regulativen Ideen, so bleibt die schon von Hans-Georg Steiner beschriebene „false dichotomy“ von Reiner Mathematik und Angewandter Mathematik auch weiterhin eine solche – nämlich falsche.*
   Im Zuge der in den letzten Mitteilungen der GDM schon thematischen diversen Brand- und Löschbriefe sowie einiger weiterer Artikel, die im Laufe meiner Zeit als Schriftführer in der Rubrik „Diskussion“ erschienen sind, klafft dieser Widerstreit zwischen Modellbildung und Anwendungen einerseits und Rechenfähigkeiten und innermathematischer Systematik andererseits wieder ziemlich auf. Allgemeinbildend, auch bürgerlich bildend, wirksam werden kann aber allenfalls das *Spannungsverhältnis von Lebenswirklichkeit und fachlicher Systematik*, wie es Winter (1990) formuliert hat. Es gibt da kein einfaches „entweder-oder“, nur die *im einzelnen diffizile Frage* nach dem richtigen „Mischungsverhältnis“.
3. *Mit Blick auf Realitätsbezüge gilt im Sinne von mathematischer Bildung, Allgemeinbildung oder mathematical literacy nicht „Viel hilft Viel“ (Volksmund) sondern „jedes Mehr (muss) ein Tiefer oder Gründlicher sein“ (Steinberg), was den „mathematisch-sachkundlichen Doppelcharakter“ (Winter) angeht.*
   Ich denke, wir tun weder den Anwendungen, noch der „mathematical literacy“ einen Gefallen damit, wenn wir lauter Anwendungen in den Unterricht hereinnehmen, die entweder völlig schief dargestellt oder eben gar nicht wirklich sachkundlich geklärt werden.
4. *„Mathematik verstehen“ als „Menschenrecht“ (Wagenschein) und „Bürgerpflicht“ (Winter) wird weder ein „Zurück zu (sinnentleerten) Kalkülen“ noch eine Schwierigkeiten vermeiden wollende „No Math“-Bewegung (Kaenders) einlösen können.*
   Hier beziehe ich mich nochmal auf die Brand- und Löschbriefe des letzten Jahres: Ich gestehe nämlich beiden Seiten durchaus zu, dass sie um den Mathematikunterricht und das Verstehen von Mathematik bemüht sind. Die Frage der Allgemeinbildung wird sich aber wohl einerseits nicht daran entscheiden, ob jemand außer ganz-rationalen Funktionen auch gebrochen rationale ableiten kann und ob er auch partiell und durch Substitution integrieren kann oder händisch nur einfache Funktionen, den Rest nur mit Computerhilfe. Und andererseits ist es der Verstehensförderung und der gegenseitigen sachkundlich-mathematischen Aufklärung wohl auch wenig dienlich, wenn im Zuge einer gut gemeinten aber schlecht gemachten Schwierigkeiten vermeiden wollenden Verständlichkeitsförderung die manchmal eben einfach schwierigen begrifflichen Grundlagen und innermathematischen Zusammenhänge soweit reduziert werden, dass dann doch nur wieder einen unzusammenhängender Werkzeugkasten für im Zweifelsfall auch nicht besonders sinnvolle Pseudo-Anwendungsaufgaben übrig bleibt – eine „Aufgabendidaktik 4.0“ braucht nun wirklich keiner.

5. *Ernsthaft an „Professionalisierung“ von Lehrpersonen interessierte universitäre Mathematik und Mathematikdidaktik täten gut daran, die von ihnen (mit Oevermann (1996/2016, S. 149) gesagt) „lizenzierten Wissensreviere“ ganz im Sinne des Zitats von Klafki (1995, S. 393) zu Erich Wenigers Vorstellung von Bildung nicht einfach sakrosankt zu setzen.*
   Mathematisches und mathematikdidaktisches Wissen und Können wären demnach „nicht als normativ verbindliche Verpflichtung“ zu sehen, sondern „vielmehr als in der bildenden Begegnung glaubhaft zu repräsentierendes ‚Angebot‘, angesichts dessen“ *auch Lehrpersonen* „zu ihren eigenen Interessen, Wertungen, Entscheidungen finden sollten“ (a. a. O.).

Literatur

Adorno, T. W. (1959). Theorie der Halbbildung. In T. W. Adorno & R. Tiedemann (Hrsg.), *Gesammelte Schriften* (S. 93–121). Frankfurt am Main: Suhrkamp.

Barrett, G. V. & Depinet, R. L. (1991). A Reconsideration of Testing for Competence Rather than for Intelligence. *American Psychologist*, *46*(10), 1012–1024.

Chomsky, N. (1965). *Aspects of the Theory of Syntax*. Massachusetts: MIT Press.

Cockcroft, W. H. (Hrsg.). (1982). *Mathematics counts: Report of the Committee of Inquiry into the Teaching of Mathematics in Schools* (6. impr. 1986). London: Her Majesty’s Stationery Office. Zugriff unter https://goo.gl/gA93Y8

Crouch, C. (2015). *Die bezifferte Welt: Wie die Logik der Finanzmärkte das Wissen bedroht* (2. Aufl.). Berlin: Suhrkamp.

Crowther, G. (Hrsg.). (1959). *15 to 18: A Report of the Central Advisory Council for Education (England)* (1. impr). London: Her Majesty’s Stationery Office. Zugriff unter https://goo.gl/HXmhRx

Dahmer, I. & Klafki, W. (Hrsg.). (1968). *Geisteswissenschaftliche Pädagogik am Ausgang ihrer Epoche – Erich Weniger*. Weinheim, Berlin: Beltz.

Dahrendorf, R. (1965). *Bildung ist Bürgerrecht: Plädoyer für eine aktive Bildungspolitik*. Die Zeit-Bücher. Hamburg: Nannen-Verl.

Damerow, P. (1979). Ideologie. In D. Volk (Hrsg.), *Kritische Stichwörter zum Mathematikunterricht* (S. 114–127). München: Fink.

Fischer, R. (1984). Unterricht als Prozeß der Befreiung vom Gegenstand – Visionen eines neuen Mathematikunterrichts. *Journal für Mathematik-Didaktik*, *5*(1), 51–85.

Fischer, R. (2001). Höhere Allgemeinbildung. In R. Aulke, A. Fischer-Buck, & K. Garnitschnig (Hrsg.), *Situation – Ursprung der Bildung* (S. 151–161). Norderstedt: Fischer.

Fischer, R. (2012). Fächerorientierte Allgemeinbildung: Entscheidungskompetenz und Kommunikationsfähigkeit mit ExpertInnen. In R. Fischer, U. Greiner, & H. Bastel (Hrsg.), *Domänen fächerorientierter Allgemeinbildung* (S. 9–17). Linz: Trauner.

Foucault, M. (2010). On the Genealogy of Ethics: An Overview of Work in Progress. In M. Foucault & P. Rabinow (Hrsg.), *The Foucault Reader* (S. 340–372). New York: Vintage Books. (Original veröffentlicht 1983)

Führer, L. (2000). Dreihundert Jahre Theorie des öffentlichen Mathematikunterrichts in Deutschland: Manuskript eines Vortrags gehalten im Rahmen der 34. Jahrestagung der GDM in Potsdam. Zugriff unter https://goo.gl/Dr9mwT

Gal, I. (2002). Adults’ Statistical Literacy: Meanings, Components, Responsibilities. *International Statistical Review/Revue Internationale de Statistique*, *70*(1), 1–25.

Gelhard, A. (2011). *Kritik der Kompetenz*. Zürich: Diaphanes.

Gellert, U. & Jablonka, E. (Hrsg.). (2007). *Mathematisation and demathematisation: Social, philosophical and educational ramifications*. Rotterdam: Sense Publ.

Gellert, U., Jablonka, E., & Keitel, C. (2010). Mathematical Literacy and Common Sense in Mathematics Education. In B. Atweh, H. Forgasz, & B. Nebres (Hrsg.), *Sociocultural Research on Mathematics Education* (S. 57–73). New York, NY: Routledge. (Original veröffentlicht 2001)

Gilardi, F. & Braun, D. (2002). Delegation aus der Sicht der Prinzipal-Agent-Theorie. *Politische Vierteljahresschrift*, *43*(1), 147–161.

Heymann, H. W. (2014). Stojanovs Rekonstruktion des Bildungsbegriffs kritisch hinterfragt. *Erwägen, Wissen, Ethik*, *25*(2), 247–250.

Humboldt, W. v. (1836). *Über die Verschiedenheit des menschlichen Sprachbaues und ihren Einfluss auf die geistige Entwickelung des Menschengeschlechts*. Berlin: Dümmler. Zugriff unter https://goo.gl/6rGnhH

Humboldt, W. v. (1851). *Ideen zu einem Versuch, die Gränzen der Wirksamkeit des Staats zu bestimmen*. Breslau: Trewendt. Zugriff unter https://goo.gl/YtqPCY. (Original veröffentlicht 1792)

Humboldt, W. v. (1971). Bericht der Sektion des Kultus und Unterrichts. 1. Dezember 1809. In K. Müller-Vollmer (Hrsg.), *Wilhelm von Humboldt: Studienausgabe in 3 Bänden* (S. 142–152). Frankfurt a. M.: Fischer. (Original veröffentlicht 1809)

Humboldt, W. v. (2017). Der Königsberger und der Litauische Schulplan. In G. Lauer (Hrsg.), *Wilhelm von Humboldt: Schriften zur Bildung* (S. 110–142). Ditzingen: Reclam Verlag. (Original veröffentlicht 1809)

Jablonka, E. (2003). Mathematical Literacy. In A. J. Bishop, M. A. Clements, C. Keitel, J. Kilpatrick, & F. K. S. Leung (Hrsg.), *Second International Handbook of Mathematics Education* (S. 75–102). Dordrecht: Springer Netherlands.

Jahnke, H. N. (1990). *Mathematik und Bildung in der Humboldtschen Reform*. Göttingen: Vandenhoeck & Ruprecht.

Jensen, M. C. & Meckling, W. H. (1976). Theory of the Firm: Managerial Behavior, Agency Costs and Ownership Structure. *Journal of Financial Economics*, *3*(4), 305–360.

Keitel, C., Kotzmann, E., & Skovsmose, O. (1993). Beyond the Tunnel Vision: Analysing the Relationship Between Mathematics, Society and Technology. In C. Keitel & K. Ruthven (Hrsg.), *Learning from Computers: Mathematics Education and Technology* (S. 243–279). Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg.

Kerstan, T. (2011). Der heilsame Schock: Zehn Jahre nach der Veröffentlichung der ersten Pisa-Studie. Was bleibt? *Die Zeit*, (49/2011). Zugriff unter https://goo.gl/5QL5Yh

Klafki, W. (1995). Zur Geisteswissenschaftlichen Pädagogik Erich Wenigers. *Zeitschrift für Pädagogik*, *41*(3), 391–394. Zugriff unter https://goo.gl/FdMiKH

Klieme, E. & Hartig, J. (2008). Kompetenzkonzepte in den Sozialwissenschaften und im erziehungswissenschaftlichen Diskurs. In M. Prenzel, I. Gogolin, & H.-H. Krüger (Hrsg.), *Kompetenzdiagnostik* (S. 11–29). Zeitschrift für Erziehungswissenschaft. Wiesbaden: VS Verlag für Sozialwissenschaften.

Koller, H.-C. (2012). *Bildung anders denken: Einführung in die Theorie transformatorischer Bildungsprozesse*. Stuttgart: Kohlhammer.

Krüger, K. (2000). *Erziehung zum funktionalen Denken: Zur Begriffsgeschichte eines didaktischen Prinzips*. Berlin: Logos-Verl.

Leuders, T. (2014). Modellierungen mathematischer Kompetenzen – Kriterien für eine Validitätsprüfung aus fachdidaktischer Sicht. *JMD*, *35*(1), 7–48.

McClelland, D. C. (1973). Testing for Competence Rather than for 'Intelligence'. *American Psychologist*, *28*(1), 1–14.

OECD. (2000). *Measuring Student Knowledge and Skills: The PISA 2000 Assessment of Reading, Mathematical and Scientific Literacy*. Paris: OECD.

OECD. (2013). *PISA 2012 Assessment and Analytical Framework: Mathematics, Reading, Science, Problem Solving and Financial Literacy*. Paris: OECD.

Oevermann, U. (2016). Theoretische Sizze einer revidierten Theorie professionalisierten Handelns. In A. Combe & W. Helsper (Hrsg.), *Pädagogische Professionalität* (8. Auflage, S. 70–182). Frankfurt am Main: Suhrkamp. (Original veröffentlicht 1996)

Porter, T. M. (1996). *Trust in Numbers: The Pursuit of Objectivity in Science and Public Life* (2. print. and 1. paperback print). Princeton NJ: Princeton Univ. Press.

Ricken, N. (2006). *Die Ordnung der Bildung: Beiträge zu einer Genealogie der Bildung*. Wiesbaden: VS Verl. für Sozialwiss.

Schubring, G. (1990). Zur strukturellen Entwicklung der Mathematik an den deutschen Hochschulen 1800–1945. In W. Scharlau (Hrsg.), *Mathematische Institute in Deutschland 1800-1945* (S. 264–278). Wiesbaden: Vieweg+Teubner Verlag.

Schubring, G. (2007). Der Aufbruch zum „funktionalen Denken“: Geschichte des Mathematikunterrichts im Kaiserreich. *NTM International Journal of History and Ethics of Natural Sciences, Technology and Medicine*, *15*(1), 1–17.

Ullmann, P. (2008). *Mathematik, Moderne, Ideologie: Eine kritische Studie zur Legitimität und Praxis der modernen Mathematik*. Konstanz: UVK-Verl.-Ges.

Vohns, A. (2007). *Grundlegende Ideen und Mathematikunterricht: Entwicklung und Perspektiven einer fachdidaktischen Kategorie*. Norderstedt: Books on Demand.

Vohns, A. (2016). Welche Fachlichkeit braucht allgemeine Bildung? Überlegungen am Beispiel des Mathematikunterrichts. *Mitteilungen der Gesellschaft für Didaktik der Mathematik*, *42*(100), 35–42. Zugriff unter https://goo.gl/D4BmcU

Weinert, F. E. (2001). Vergleichende Leistungsmessung in Schulen – eine umstrittene Selbstverständlichkeit. In F. E. Weinert (Hrsg.), *Leistungsmessungen in Schulen* (S. 17–31). Weinheim [u. a.]: Beltz.

Winter, H. (1975). Allgemeine Lernziele für den Mathematikunterricht? *ZDM*, (7), 106–116.

Winter, H. (1990). Bürger und Mathematik. *ZDM*, *22*(4), 131–147.

Winter, H. (1995). Mathematikunterricht und Allgemeinbildung. *Mitteilungen der GDM*, (61), 37–46. Zugriff unter https://goo.gl/jXR5qG

Andreas Vohns, Alpen-Adria-Universität Klagenfurt
Email: andreas.vohns@aau.at

Mathematische Lernvoraussetzungen für MINT-Studiengänge aus Sicht der Hochschulen

Eine empirische Studie mit Hochschullehrenden zu Mindestanforderungen

Irene Neumann, Christoph Pigge und Aiso Heinze

So unterschiedlich die Studiengänge im MINT-Bereich (Mathematik, Informatik, Naturwissenschaften und Technik) sind – sie beinhalten für gewöhnlich alle eine (zumindest grundlegende) Mathematikausbildung. Gerade dieser Teil eines MINT-Studiums stellt (und stellte schon vor Jahrzehnten) eine Herausforderung für viele Studierende dar. Hochschullehrende berichten von fehlenden mathematischen Vorkenntnissen der Studienanfängerinnen und Studienanfänger und auch die Studierenden selbst führen eine mangelnde Vorbildung in Mathematik als einen Grund für Studienabbrüche oder Studienfachwechsel an (Heublein et al., 2010). In den vergangenen Jahren ist diese Problematik verstärkt in den Fokus gerückt und inzwischen bieten nahezu alle Universitäten und Fachhochschulen mit MINT-Studiengängen mathematische Vor- oder Brückenkurse an. Diese weisen eine Bandbreite an Konzepten und inhaltlichen Schwerpunktsetzungen auf (vgl. etwa die großen khdm-Tagungen, z. B. Bausch et al., 2014). Zudem haben sich verschiedene Arbeitsgruppen gebildet, die unterschiedliche Ziele verfolgend, Anforderungskataloge zu mathematischen Lernvoraussetzungen für Studiengänge erarbeitet haben. So arbeiten in der Gruppe cooperation schule:hochschule (cosh, 2014) Lehrende von beruflichen Schulen und Hochschulen (inzwischen auch von Gymnasien und Universitäten) an konkreten Maßnahmen zur besseren Abstimmung der Übergänge in WiMINT-Studiengänge (Wirtschaft und MINT) in Baden-Württemberg. Die Konferenz der Fachbereiche Physik (KFP, 2012) setzte mit ihrer bundesweiten Empfehlung für den Übergang in das Physikstudium vor allem auf Transparenz von Hochschulseite und stellte dar, für welche mathematischen Kenntnisse die Schulen und für welche die Universitäten verantwortlich sein sollten. Die European Society for Engineering Education (SEFI, 2013) entwickelte eine elaborierte Empfehlung, welche mathematischen Kenntnisse in Europa ins Ingenieurstudium mitgebracht und wie diese im Studienverlauf ausgebaut werden sollten (inkl. hochschuldidaktischer Maßnahmen).

Wirft man einen genaueren Blick auf die verschiedenen lokal organisierten Vor- und Brückenkurse und auf die o. g. Anforderungskataloge, so lässt sich hinsichtlich grundlegender mathematischer Inhalte schnell ein gemeinsamer Kern identifizieren. Auffällig ist darüber hinaus aber auch, dass es bei den gelisteten Lernvoraussetzungen unterschiedliche Schwerpunkte gibt, die nicht allein durch Hochschulart oder Studiengang zu erklären sind. Aus wissenschaftlicher Sicht stellt sich die Frage, ob es unter den Hochschullehrenden der Mathematik für MINT-Studiengänge, die zu Studienbeginn in der Regel Inhalte der reellen Analysis und der Linearen Algebra lehren, einen Konsens zu notwendigen mathematischen Lernvoraussetzungen für den erfolgreichen Einstieg in MINT-Studiengänge gibt, oder ob sich eher eine große Bandbreite an Erwartungen zeigt. Für beide Möglichkeiten gibt es plausible Gründe, angefangen von der Kohärenz der Inhalte bis hin zur Individualität der Lehrenden. Für Untersuchungen zum Übergang Schule-Hochschule ist natürlich auch von Interesse, welche Aspekte und welches Niveau von mathematischen Lernvoraussetzungen als notwendig angesehen werden (sofern es einen Konsens gibt) bzw. welche Bandbreite sich hier zeigt (falls es keinen Konsens gibt). Die Antworten auf diese Forschungsfragen sind natürlich auch für die Schul- und Hochschulpraxis relevant. So würde ein Konsens unter Hochschullehrenden erlauben, die Erwartungen an die mathematischen Lernvoraussetzungen für das MINT-Studium an Hochschulen in Deutschland transparent zu machen. Arbeitsgruppen, die Anforderungskataloge entwickelt haben (s. o.) oder entwickeln wollen, bzw. Lehrende von Vor- und Brückenkursen können die empirischen Ergebnisse ebenso als Orientierungsrahmen heranziehen, wie Mathematiklehrkräfte an Schulen und Verantwortliche in der Bildungsadministration. Schülerinnen und Schüler schließlich, hätten eine gewisse Sicherheit, dass zu Beginn des gewählten MINT-Studiums an allen Hochschulen vergleichbare mathematische Anforderungen gestellt werden.

Das Projekt MaLeMINT

Zur Identifikation der mathematikbezogenen Lernvoraussetzungen, die aus Sicht der Hochlehrenden für einen erfolgreichen Einstieg in MINT-Studiengänge mindestens benötigt werden, wurde das Projekt MaLeMINT (*Ma*thematische *Le*rnvoraussetzungen für *MINT*-Studiengänge) durchgeführt. Grundlage war eine Expertenbefragung nach der sog. Delphi-Methode (z. B. Häder, 2014). Dazu wurde die erfahrungsbasierte Meinung einer großen Gruppe von Hochschullehrenden über mehrere Runden hinweg wiederholt erfragt, strukturiert und zur erneuten Bewertung zurückgespiegelt, sodass die sukzessive Bildung eines potenziellen Konsenses möglich wurde. Die Expertinnen und Experten wurden einzeln und anonym mittels einer Webplattform befragt, um Effekte der sozialen Beeinflussung durch eine Gruppendynamik zu vermeiden (z. B. Meinungsführerschaft von Einzelpersonen), wie sie beispielsweise in Gruppendiskussionen auftreten können (Häder, 2014). Durch die Gleichgewichtung der Äußerungen aller Personen sollten insbesondere auch die Erfahrungen und Expertenmeinungen von solchen Personen beachtet werden, die sich an öffentlichen Diskussionen eher weniger beteiligen (sog. schweigende Mehrheit).

Als Expertengruppe wurden auf Basis einer Online-Recherche (Vorlesungsverzeichnisse, Modulhandbücher und Stundenpläne) 2233 Hochschullehrende aus Deutschland identifiziert, die zwischen dem Wintersemester 2010 und Sommersemester 2015 Mathematikvorlesungen für das erste Semester in MINT-Studiengängen angeboten hatten. Zu Projektbeginn im Sommer 2015 war dies eine nahezu vollständige Erfassung der Lehrenden, die in den vorangegangenen fünf Jahren Erstsemestervorlesungen für Mathematik angeboten hatten und somit über noch relativ aktuelle eigene Erfahrung mit der Studieneingangsproblematik verfügten.

Im Gegensatz zu anderen Delphi-Studien, wurde in MaLeMINT mit einem „weißen Blatt“ begonnen, d. h. die Hochschullehrenden erhielten keine inhaltliche Vorauswahl seitens der Projektmitarbeitenden. Stattdessen wurde eine explorative Befragungsrunde mit offenen Impulsfragen vorgeschaltet, in der eine Gruppe von 36 kriteriengeleitet ausgewählten Personen die von ihnen als notwendig erachteten mathematischen Lernvoraussetzungen darlegten. Diese wurden strukturiert und in Fragebogen-Items mit geschlossenen Antwortformaten umgesetzt, die durch offene Kommentarfelder ergänzt wurden. In den beiden folgenden Runden wurden alle 2233 Hochschullehrenden zur Teilnahme an der Befragung eingeladen, von denen schließlich 952 bzw. 664 dieser Einladung folgten. In allen drei Befragungsrunden wurden als Lernvoraussetzung die Aspekte erfragt, die seitens der Hochschullehrenden zu Studienbeginn mindestens erwartet werden, das heißt Aspekte, die MINT-Studienanfängerinnen und -anfänger mindestens aus der Schule mitbringen sollten.

Auswertungskriterien

Die Auswertung der Antworten der Hochschullehrenden erforderte die Festlegung von Kriterien, was als Konsens angesehen werden kann. In MaLeMINT wurde eine Lernvoraussetzung im Sinne eines Konsenses als *notwendig* angesehen, wenn (a) mindestens zwei Drittel aller Befragten *und* (b) mindestens die Hälfte der Lehrenden in jeder Studiengangsgruppe (Mathematik, MINT oder INT) *und* (c) mindestens die Hälfte der Lehrenden in jeder Hochschulart (Universität, Fach-/Hochschule) die Lernvoraussetzung als notwendig bewertet hatten. Eine Lernvoraussetzung wurde als *nicht notwendig* angesehen, wenn (a) mehr als drei Viertel aller Befragten *und* (b) mehr als zwei Drittel der Lehrenden in jeder Studiengangsgruppe (Mathematik, MINT oder INT) *und* (c) mehr als zwei Drittel der Lehrenden in jeder Hochschulart (Universität, Fach-/Hochschule) die Lernvoraussetzung als nicht notwendig bewertet hatten. Alle Ergebnisse sind also vor dem Hintergrund dieser Konsenskriterien zu sehen, die natürlich auch anders gesetzt werden könnten. Ein wesentlicher Aspekt, der zu diesen Kriterien führte, war, dass ein Mehrheitsentscheid ($50 + \epsilon\,\%$) zu wenig für einen Konsens ist. Um eine Lernvoraussetzung als „nicht notwendig“ anzusehen, wurden zudem konservativere Bedingungen angelegt, da die Konsequenzen hier als gravierender angesehen wurden.

Erwartete mathematische Lernvoraussetzungen

Über die drei Befragungsrunden hinweg konnten 179 mathematische Lernvoraussetzungen ermittelt werden, die sich vier übergeordneten Kategorien zuordnen ließen: *Mathematische Inhalte*, *Mathematische Arbeitstätigkeiten*, *Wesen der Mathematik* und *Persönliche Merkmale. Mathematische Inhalte* umfassten dabei verschiedene Aspekte mathematischer Konzepte, die von Grundlagen (z. B. Bruchrechnung, Äquivalenzumformung) über Analysis (z. B. Stetigkeitskonzept, Differentiations- und Integrationsregeln, Extremwertprobleme), Lineare Algebra (z. B. Komponentendarstellung von Vektoren im $\mathbb{R}^3$, Kollinearität) und Stochastik (z. B. abzählende Kombinatorik, Wahrscheinlichkeit) bis hin zu bereichsübergreifenden Inhalten (z. B. Aussagenlogik, Begriff des Beweises). Typische *mathematische Arbeitstätigkeiten* umfassten grundlegende Tätigkeiten (z. B. schnelles und korrektes Ausführen von bekannten Verfahren), aber auch mathematisches Argumentieren und Beweisen (z. B. Verstehen und Prüfen von Beweisen, Kontrollstrategien wie Überschlagsrechnungen), mathematisches Kommunizieren (z. B. schriftliche mathematische Formulierungen sprachlich verstehen), mathematisches Definieren (z. B. mathematische Definitionen nachvollziehen u.a. durch die

Tabelle 1. Übersicht über die ermittelten Lernvoraussetzungen (Anzahl)

Kategorie		Notwendig	Nicht notwendig	Kein Konsens	Gesamt
A	*Mathematische Inhalte*				
A1	Grundlagen	46	0	4	50
A2	Analysis	20	0	10	30
A3	Lineare Algebra und Analytische Geometrie	7	3	6	16
A4	Stochastik und bereichsübergreifende Inhalte	4	1	5	10
B	*Mathematische Arbeitstätigkeiten*				
B1	Grundlagen (Rechnen, Hilfsmitteleinsatz, Darstellungen)	9	0	0	9
B2	Mathematisches Argumentieren und Beweisen	8	0	1	9
B3	Mathematisches Kommunizieren	5	0	0	5
B4	Mathematisches Definieren	3	0	1	4
B5	Problemlösen	7	0	1	8
B6	Mathematisches Modellieren	4	0	2	6
B7	Recherche	1	0	0	1
C	*Wesen der Mathematik*	7	0	2	9
D	*Persönliche Merkmale*				
D1	Einstellungen und Arbeitsweisen	11	0	0	11
D2	Kognitive Fähigkeiten und Kenntnisse	5	0	2	7
D3	Soziale Fähigkeiten	3	0	1	4
	Gesamt	140	4	35	179

Angabe von Beispielen und Gegenbeispielen), Problemlösen (z. B. allgemeine Heuristiken verwenden, Fallunterscheidungen vornehmen), mathematisches Modellieren (z. B. Beschreibung und Lösung außermathematischer Situationen mit mathematischen Werkzeugen) bis hin zu Recherchieren (d. h. mathematische Informationen aus Quellen recherchieren und kritisch einschätzen). Der Bereich *Wesen der Mathematik* beinhaltete Vorstellungen über die Mathematik als Wissenschaft, wie zum Beispiel ein Verständnis darüber, dass die spezielle Art des Beweisens die Mathematik von vielen anderen Disziplinen abgrenzt. *Persönliche Merkmale* bezogen sich schließlich auf Einstellungen und Arbeitsweisen (z. B. Interesse und Freude an und Neugier gegenüber Mathematik, Durchhaltevermögen, Selbstdisziplin), kognitive Fähigkeiten und Kenntnisse (z. B. schnelles Auffassungsvermögen, Kreativität) und soziale Fähigkeiten (z. B. Bereitschaft und Mut bei Unklarheiten und Fehlern nachzufragen und bei Schwierigkeiten Hilfe zu suchen).

Wie in Tabelle 1 dargestellt, wurde bei 144 Lernvoraussetzungen (80,4 %) ein Konsens festgestellt (140 wurden als notwendig angesehen, 4 als nicht notwendig). In 35 Fällen lag kein Konsens vor. Die Ergebnisse zeigen, dass seitens der Hochschullehrenden nicht nur Kenntnisse mathematischer Inhalte und Arbeitsweisen erwartet werden, sondern darüber hinaus auch ein Verständnis der Mathematik als wissenschaftliche Disziplin sowie persönliche Eigenschaften, die für das Mathematiklernen im akademischen Umfeld besonders relevant sind. Eine ausführliche Darstellung aller 179 Lernvoraussetzungen ist im Internet verfügbar (URL s. unten).

Bemerkenswert an dem breiten Konsens ist, dass dieser unter Hochschullehrenden erreicht wurde, die Mathematik für verschiedene MINT-Studiengänge und an verschiedenen Hochschularten lehren. Eine besonders hohe Übereinstimmung konnte erwartungsgemäß hinsichtlich der mathematischen Inhalte der Sekundarstufe I und auch hinsichtlich einiger persönlicher Merkmale, wie beispielsweise Durchhaltevermögen und Frustrationstoleranz, festgestellt werden.

Bei Aspekten, die sich auf abstrakt-formale Mathematik beziehen, ist auffällig, dass sich zwar hinsichtlich der Notwendigkeit eines intuitiven Verständnisses der abstrakt-formalen Mathematik ein Konsens ergab (z. B. intuitive Grenzwertvorstellung), nicht aber bei Lernvoraussetzungen, die abstrakt-formale Begriffsdefinitionen umfassten (formales Grenzwertkonzept auf Basis von Folgen). Auch fand sich beispielsweise ein Konsens darüber, dass mathematische Beweise in bekannten Situationen verstanden und (im Sinne einer Wissensreproduktion) geprüft werden können sollten.

Zur Notwendigkeit der Lernvoraussetzung „Entwickeln und Formulieren mathematischer Beweise zu einer gegebenen Behauptung" konnte dagegen kein Konsens festgestellt werden. Tendenziell zeigten sich bei den 35 Lernvoraussetzungen ohne Konsens Unterschiede zwischen den Lehrenden einzelner Studiengangsgruppen oder Hochschularten. Allerdings war es interessanterweise nicht so, dass sich bei Lehrenden innerhalb der Studiengangsgruppen eine große Einigkeit (> 66% Zustimmung bzw. Ablehnung) zeigte. Hier könnte sich ggf. die Unterschiedlichkeit individueller Einstellungen oder lokaler Anforderungsprofile der Fakultäten widerspiegeln. Schließlich gab es auch noch Ergebnisse, die vor dem Hintergrund der öffentlichen Diskussion als überraschend gewertet werden können. So zeigte sich etwa eine sehr hohe Zustimmung (78,4 %) unter den Hochschullehrenden der Mathematik in allen Gruppen, dass ein sicherer Umgang mit Taschenrechnern und Computern zur Lösung von Aufgaben (inkl. kritischer Betrachtung der Lösungen) als notwendige Lernvoraussetzung angesehen wird.

Was die Ergebnisse zeigen und was sie nicht zeigen

Im Projekt MaLeMINT sollte ermittelt werden, was Hochschullehrende der Mathematik, die Erstsemesterstudierende in MINT-Studiengängen in Deutschland betreuen, aufgrund ihrer Erfahrungen als notwendige Lernvoraussetzungen für einen erfolgreichen Studieneinstieg ansehen. Wie dargestellt, ergibt sich hier ein breiter Konsens. Die Studie kann damit einen Beitrag zu der Frage leisten, was die Hochschulseite konkret von Studienanfängerinnen und Studienanfängern in MINT-Studiengängen erwartet. Damit kann MaLeMINT zur Transparenz beitragen.

Zwar nicht unerwartet – aber in dem Ausmaß dann doch überraschend – war, was von dritter Seite bisher in die Studie bzw. deren Ergebnisse hineininterpretiert worden ist. Während einige Kolleginnen und Kollegen ohne weitere Belege weitreichende Folgerungen ziehen (d. h. Behauptungen ohne Beweise), ziehen andere alleine die Existenz der Studie als angeblichen Nachweis für ihre Behauptungen heran. Bereits im März 2017, als die Ergebnisse der Studie noch gar nicht vorlagen, war im sogenannten Brandbrief zum kompetenzorientierten Unterricht zu lesen:

> Die vom IPN durchgeführte Befragung [MaLeMINT] von Mathematikdozenten der Hochschuleingangssemester über die mathematischen Erfordernisse zum Studienbeginn eines MINT-Faches ist ein überdeutlicher Beleg dafür, dass diese genannten Reformen [Anm. der Autoren: gemeint ist die Einführung der Bildungsstandards] ohne ausreichende Einbeziehung erfahrener Lehrkräfte der Schulen und Hochschulen durchgesetzt wurden.

Dazu kann nur festgestellt werden, dass weder die Motivation und die Anlage des Projekts MaLeMINT, noch die Stichprobenwahl und die Fragebogen-Items, zur Generierung des o. g. Belegs geeignet sind. Um die Frage einer „ausreichenden Einbeziehung erfahrener Lehrkräfte der Schulen und Hochschulen" für die Reform von 2004 zu beantworten, sind eher die damaligen politischen Prozesse innerhalb der KMK und insbesondere die (vermutlich mehrstufigen) Prozesse der damaligen Expertenbeteiligung zu untersuchen.

Auch in Medienberichten über die Studie zeigten sich teilweise überraschende Interpretationen. So bezeichnete etwa der Tagesspiegel das Niveau der von Hochschulseite geforderten mathematischen Lernvoraussetzungen als „hoch" und „respekteinflößend" und nannte als Beispiele „... etwa die Prozentrechnung, Proportionalität und Dreisatz, lineare und quadratische Gleichungen" (Tagesspiegel, 2017). Generell ist uns als Autorinnen und Autoren der Studie wichtig, dass die Ergebnisse nicht fehl- oder überinterpretiert werden und wir möchten entsprechend zur Vorsicht mahnen. Auch im Hinblick auf die aktuelle Diskussion innerhalb der DMV und GDM sei deshalb vorsichtshalber angemerkt, dass die Studie MaLeMINT allein auch keinen Nachweis dafür liefern kann, dass kompetenzorientierter Unterricht „gut" oder „schlecht" ist (einfach, weil kompetenzorientierter Unterricht in der Studie gar nicht untersucht wurde).

Selbstverständlich stellen sich im Anschluss an MaLeMINT weiterführende Fragen, beispielsweise ob die von Hochschulseite geforderten mathematischen Lernvoraussetzungen als Ziele in den Lehrplänen der 16 Bundesländer genannt werden (vgl. hier die Tabelle der KFP, 2012), inwieweit Studienanfängerinnen und Studienanfänger im MINT-Bereich die geforderten mathematischen Lernvoraussetzungen mitbringen und natürlich auch, wie prädiktiv die von den Hochschullehrenden genannten mathematischen Lernvoraussetzungen tatsächlich für die Vermeidung von Misserfolg in Mathematikveranstaltungen im ersten Studienjahr sind. So wünschenswert schnelle Antworten sind, alle diese Fragen erfordern mehr oder weniger aufwändige und sorgfältig geplante Folgestudien, wenn es belastbare Ergebnisse geben soll. Schließlich sei noch eine nicht zu vernachlässigende Einschränkung der Studie betont: Die Studie MaLeMINT hat sich auf die mathematischen Lernvoraussetzungen für MINT-Studiengänge beschränkt. Selbstverständlich gibt es noch weitere Studiengänge, die mathematische Lernvoraussetzungen benötigen und die eventuell anders ausgerichtet sind (z. B. stärker auf statistische Kenntnisse). Auch sei erwähnt, dass zwar ein substanzieller Anteil der Schulabsolventinnen und -absolventinnen mit Hochschulzugangsberechtigung studieren, viele tun dies aber auch nicht. Der einfache Schluss, die MaLeMINT-Ergebnisse mit den Zielen des Mathematikunterrichts der Schule gleichzusetzen, ist damit ggf. zu kurz gegriffen. Auch hier ist eine ausführliche Analyse notwendig.

Weiterführende Hinweise

Das Projekt MaLeMINT wurde am IPN – Leibniz-Institut für die Pädagogik der Naturwissenschaften und Mathematik Kiel durchgeführt. Es wurde zu 50 % von der Deutsche Telekom Stiftung kofinanziert, was insbesondere die Realisierung der großen Stichprobe ermöglicht hat.

Dieser Beitrag ist nur eine Kurzdarstellung der Studie. Ein ausführlicherer Bericht mit Details zur Studie sowie einer vollständigen Darstellung der ermittelten Lernvoraussetzungen ist als Download erhältlich unter www.ipn.uni-kiel.de/de/forschung/projektliste/malemint.

Wir möchten an dieser Stelle noch einmal allen Hochschullehrenden danken, die sich an unserer zeitaufwändigen Befragung beteiligt haben. Ohne Sie wäre diese Studie nicht möglich gewesen. Mehrere dieser Hochschullehrenden betonten – und dem schließen wir uns ausdrücklich an – dass die als notwendig genannten Lernvoraussetzungen wirklich als Mindestvoraussetzungen zu verstehen sind und weitergehende Mathematikkenntnisse bei Studieneintritt natürlich wünschenswert sind.

Literatur

Bausch, I., Biehler, R., Bruder, R., Fischer, P. R., Hochmuth, R., Koepf, W., Schreiber, S. & Wassong, T. (Hrsg.) (2014). *Mathematische Vor- und Brückenkurse. Konzepte, Probleme und Perspektiven*. Wiesbaden: Springer-Spektrum.

cosh – Cooperation Schule : Hochschule (2014). *Mindestanforderungskatalog Mathematik (Version 2.0) der Hochschulen Baden-Württembergs für ein Studium von WiMINT-Fächern (Wirtschaft, Mathematik, Informatik, Naturwissenschaft und Technik).*

Häder, M. (2014). *Delphi-Befragungen: Ein Arbeitsbuch* (3. Aufl.). Wiesbaden: Springer.

Heublein, U., Hutzsch, C., Schreiber, J., Sommer, D., & Besuch, G. (2010). *Ursachen des Studienabbruchs in Bachelor- und in herkömmlichen Studiengängen: Ergebnisse einer bundesweiten Befragung von Exmatrikulierten des Studienjahres 2007/08*. Hannover: HIS.

KFP – Konferenz der Fachbereiche Physik (2012). *Empfehlung der Konferenz der Fachbereiche Physik zum Umgang mit den Mathematikkenntnissen von Studienanfängern der Physik.*

SEFI (2013). *A Framework for Mathematics Curricula in Engineering Education. A Report of the Mathematics Working Group*. Brussels: European Society for Engineering Education (SEFI).

Tagesspiegel (2017). „So viel Mathe müsst ihr können! Was Hochschulen von Studienanfängern erwarten“, 13. 12. 2017.

Irene Neumann, Christoph Pigge und Aiso Heinze, Leibniz-Institut für die Pädagogik der Naturwissenschaften und Mathematik (IPN)
Email: ineumann@ipn.uni-kiel.de

Dieser Beitrag wurde bereits in weitgehend identischer Form in den *Mitteilungen der Deutschen Mathematiker-Vereinigung* 25-4 (2017), S. 240–244, abgedruckt. Er wurde für die GDM-Miteilungen leicht angepasst. Abdruck mit freundlicher Genehmigung der DMV.

„Leistung macht Schule“ (LemaS)

Ein BMBF-Projekt zur Förderung leistungsstarker und potenziell besonders leistungsfähiger Schülerinnen und Schüler

Friedhelm Käpnick und Ralf Benölken

Im November 2016 stellten die Kulturministerkonferenz und das Bundesministerium für Bildung und Forschung (BMBF) die Initiative *„Förderung leistungsstarker und potenziell besonders leistungsfähiger Schülerinnen und Schüler“* vor. Das Ziel der Initiative besteht darin, Förderstrategien für leistungsstarke und potenziell besonders leistungsfähige Schülerinnen und Schüler zu entwickeln und zu optimieren. Bundesweit wurden nach einem Bewerbungsverfahren insgesamt 300 Schulen der Primar- und Sekundarstufe I aus allen Bundesländern in das auf zunächst fünf Jahre beschränkte BMBF-Projekt aufgenommen, wobei die Auswahl nach dem „Königsteiner Schlüssel“ erfolgte (einen Überblick gibt Tabelle 1).

Neben der Ausprägung eines schulischen Leitbilds mit der Ausrichtung auf eine leistungsfördernde Schulentwicklung und auf den Aus- und Aufbau entsprechender kooperativer Netzwerkstrukturen ist das Projekt auf die Förderung besonders begabter Schülerinnen und Schüler in den Fächern Mathematik, Naturwissenschaften, Deutsch und Englisch fokussiert, und zwar schulartenübergreifend. Für die wissenschaftliche Begleitung dieser Initiative gab es ebenfalls eine bundesweite Ausschreibung durch das BMBF. Diese gewann der Forschungsverbund *„Leistung macht Schule“* („LemaS“), der insgesamt ca. 20 Millionen Euro hierdurch einwerben konnte. Zur Steuergruppe des Forschungsverbundes gehören viele sehr renommierte Begabungsforscherinnen und -forscher. Verbundkoordinatorin ist Prof. Dr. Gabriele Weigand von der Pädagogischen Hochschule Karlsruhe. Die Fachdidaktiken vertritt in der Steuergruppe von LemaS Prof. Dr. Friedhelm Käpnick von der Westfälischen Wilhelms-Universität Münster, der zugleich die Auswahl der beteiligten Fachdidaktikerinnen und Fachdidaktiker aus dem „MINT“-Bereich sowie aus den Fächern Deutsch und Englisch mit verantwortete und der die Koordination unter den Fachdidaktiken organisiert. Insgesamt wirken 28 Wissenschaftlerinnen und Wissenschaftler sowie acht Kooperationspartnerinnen bzw. -partner aus empirischer Bildungsforschung, Erziehungswissenschaft, Fachdidaktiken verschiedener Fächer und pädagogischer Psychologie am Projekt mit.

Am LemaS-Projekt sind die folgenden Hochschulen beteiligt:

- Freie Universität Berlin
- Humboldt Universität Berlin
- Technische Universität Braunschweig
- Justus-Liebig-Universität Gießen
- Pädagogische Hochschule Karlsruhe
- Universität Leipzig
- Westfälische Wilhelms-Universität Münster
- Friedrich-Alexander-Universität Erlangen-Nürnberg
- Carl von Ossietzky Universität Oldenburg
- Universität Paderborn
- Universität Potsdam
- Universität Regensburg
- Universität Rostock
- Universität Trier
- Universität Tübingen
- Universität Wuppertal

Als Kooperationspartner wirken außerdem mit:

- Friedrich-Schiller-Universität Jena
- Universität Osnabrück
- Fachhochschule Münster
- Martin-Luther-Universität Halle/Wittenberg
- American Psychological Association (Washington DC)

Für die konkrete Umsetzung sind 22 Teilprojekte vorgesehen, von denen sich drei auf das Fach Mathematik (die von Friedhelm Käpnick und Ralf Benölken konzipiert und geleitet werden) und insgesamt acht auf den MINT-Bereich beziehen. Die eng zusammenarbeitenden MINT-Didaktiken zielen mit ihren Teilprojekten darauf, in Kooperation mit bis zu 100 Schulen diagnosebasierte, adaptive Förderkonzepte für den Regelunterricht jedes MINT-Faches zu entwickeln, die den jeweiligen individuellen Begabungspotenzialen und Bedarfen von Schülerinnen und Schülern wie auch den jeweiligen unterrichtlichen bzw. schulischen Rahmenbedingungen entsprechen. Ein besonderes Augenmerk gilt dabei Kindern aus weniger bildungsstarken bzw. sozial benachteiligten Familien: „Da soziale Benachteiligungen insbesondere beim Wechsel in weiterführende Schulen zum Tragen kommen, lassen sich Fördermaßnahmen am besten in einem alle Bildungsetappen umfassenden Verbund erforschen“, benennt Prof. Dr. Weigand ein wichtiges Alleinstellungsmerkmal des Forschungsprojekts. Dabei soll die mit der wissenschaftlichen Prozessbegleitung verbundene Beratung und Unterstützung

Tabelle 1. Überblick über die in den Bundesländern ausgewählten Schulen

Baden-Württemberg	39 Schulen	(15 Primar- und 24 Sekundarschulen)
Bayern	47 Schulen	(19 Primar- und 28 Sekundarschulen)
Berlin	15 Schulen	(6 Primar- und 9 Sekundarschulen)
Brandenburg	9 Schulen	(5 Primar- und 4 Sekundarschulen)
Bremen	3 Schulen	(2 Primar- und 1 Sekundarschule)
Hamburg	10 Schulen	(4 Primar- und 6 Sekundarschulen)
Hessen	21 Schulen	(9 Primar- und 12 Sekundarschulen)
Mecklenburg-Vorpommern	8 Schulen	(4 Primar- und 4 Sekundarschulen)
Niedersachsen	28 Schulen	(13 Primar- und 15 Sekundarschulen)
Nordrhein-Westfalen	63 Schulen	(29 Primar- und 34 Sekundarschulen)
Rheinland-Pfalz	17 Schulen	(6 Primar- und 11 Sekundarschulen)
Saarland	4 Schulen	(1 Primar- und 3 Sekundarschulen)
Sachsen	10 Schulen	(0 Primar- und 10 Sekundarschulen)
Sachsen-Anhalt	8 Schulen	(4 Primar- und Sekundarschulen)
Schleswig-Holstein	10 Schulen	(4 Primar- und 6 Sekundarschulen)
Thüringen	8 Schulen	(3 Primar- und 5 Sekundarschulen)

der Schulen immer im kontinuierlichen Austausch mit den beteiligten Forschungsteams erfolgen.

Der offizielle Startschuss für die Bund-Länder-Initiative wurde am 30. Januar 2018 in Berlin mit einer zentralen Auftaktveranstaltung vollzogen. Hieran nahmen neben der Bundesbildungsministerin Prof. Dr. Johanna Wanka und neben vielen Kultusministerinnen bzw. -ministern und Staatssekretärinnen bzw. -sekretären der verschiedenen Bundesländer, alle am LemaS-Projekt mitwirkenden Forschenden sowie jeweils eine Vertreterin bzw. ein Vertreter der 300 Schulen teil. Gegenwärtig läuft der „Matching"-Prozess in jedem Bundesland, wozu auch eine Auftaktveranstaltung in jedem Land gehört. Im Ergebnis soll bis Ende Juni 2018 die Zuordnung der 300 Schulen zu den 22 Forschungsprojekten abgeschlossen sein, sodass die inhaltliche Arbeit an der Umsetzung der Projekte beginnen kann.

Die bisherigen Kontakte zwischen den beteiligten Forschenden, den Lehrkräften und den verantwortlichen Bildungspolitikerinnen und -politikern zeigen ein äußerst großes Interesse aller involvierten Personenkreise. Dies lässt sich z. B. damit belegen, dass sich ein Vielfaches von 300 Schulen um das Mitwirken am Förderprojekt bewarb. Ein häufig geäußerter Wunsch der Schulpraxis besteht darin, dass Wissenschaftlerinnen und Wissenschaftler mit den Lehrkräften gemeinsam Förderkonzepte für die Schulpraxis entwickeln, die vor allem im Regelunterricht der Fächer erfolgreich eingesetzt werden können – auch zur Stärkung der Breitenförderung. Der reguläre Mathematikunterricht könnte hierbei, wie die anderen MINT-Fächer, eine besondere Rolle spielen. Die geplante enge Zusammenarbeit zwischen den Fachdidaktiken im MINT-Bereich, die eine breite inhaltliche Expertise aufweisen, sollte hierfür die notwendigen Voraussetzungen bieten und zudem viele Chancen für eine interdisziplinäre Zusammenarbeit in der praxisorientierten „Entwicklungsforschung" eröffnen. Spezielle Themen dieser Forschungsarbeiten könnten beispielsweise das Bestimmen von Gemeinsamkeiten und Unterschieden bereichsspezifischer Begabungen (im Sinne besonderer Leistungspotenziale) und hierauf basierende Entwicklungen entsprechender Diagnoseinstrumente und adaptiver Förderkonzepte sein. Vorgesehen ist hierbei insbesondere interessengeleitetes, selbstregulierendes bzw. selbstbestimmtes und forschendes Lernen von leistungsstarken und potenziell sehr leistungsfähigen Schülerinnen und Schülern zu fördern sowie Genderaspekte wie auch die Nutzung digitaler Medien im Regelunterricht einzubeziehen.

Weiterführende Informationen unter www.bmbf.de/de/leistung-macht-schule-3641.html.

Friedhelm Käpnick,
Westfälische Wilhelms-Universität Münster
Email: kaepni@uni-muenster.de

Ralf Benölken, Bergische Universität Wuppertal
Email: benoelken@uni-wuppertal.de

Marlene und die Zahlen: Permutationen durch Variation

Horst Hischer

Marlene, meine jüngste Enkelin, interessiert sich für Zahlen. Als sie knapp 5 Jahre alt war, rief sie mich an und fragte, ob denn 0 eigentlich eine gerade Zahl sei. Der sich daraus ergebende sokratische telefonische Dialog wurde 2014 in den *Mitteilungen der Gesellschaft für Didaktik der Mathematik* (Hischer, 2014) veröffentlicht und führte zu erfreuten Reaktionen aus dem Kollegenkreis.

Im Januar dieses Jahres, gerade 9 Jahre alt geworden und nun in der vierten Klasse, schickte sie mir per WhatsApp das hier gezeigte Bild als Ausschnitt einer handschriftlichen Rechnung und fügte listig die Frage hinzu: „Fällt dir etwas auf?"

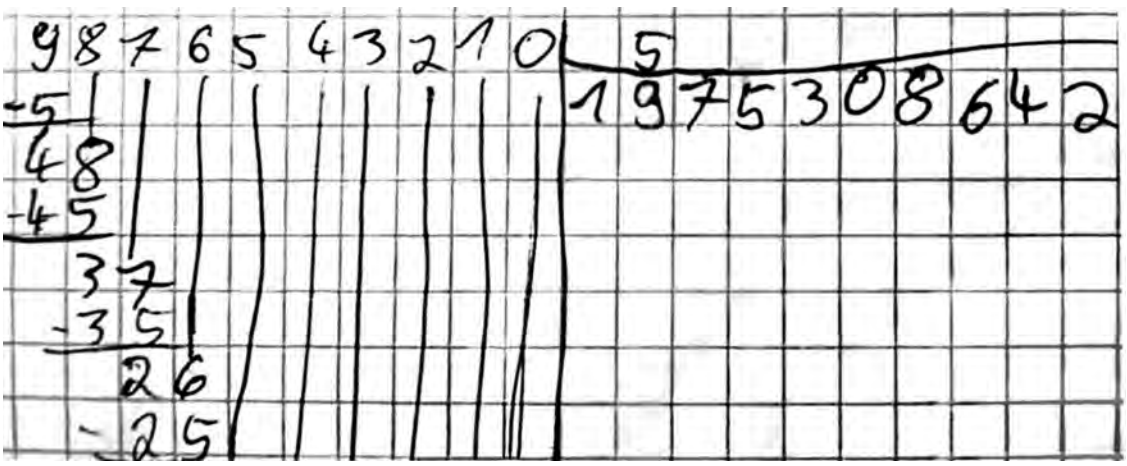
Nach kurzem Hinschauen wird klar, dass die Ziffern des Ergebnisses dieser Division erstaunlicherweise eine Permutation der Ziffern des Dividenden bilden – und das war es, was sie selbstständig entdeckt hatte und mir als Rätsel offenbaren wollte.

Doch nicht genug mit diesem singulären Beispiel: Sie bot mir anschließend per WhatsApp weitere, die „Ziffern permutierende" Divisions-Beispiele an, auf die sie durch Variation der Voraussetzungen in ihrer eigenen „Aufgabe" gestoßen war, unter anderem 9.786.534.210 : 5 und 876.543.210 : 5.

Ich war verblüfft über diese kreativen, spielerisch gewonnenen und mir bisher unbekannten Entdeckungen und stieß dann mühelos auf weitere Beispiele, und auch Marlene setzte das Spiel fort, wobei sie natürlich – wie auch ich beim Nachspielen ihrer Vorgehensweise – zahlreiche Gegenbeispiele fand: Es gab also (erwartungsgemäß) nicht immer Permutationen der Ausgangsziffernfolgen. Doch unter welchen Bedingungen treten solche auf oder nicht auf? Klar, dass es sich hier um ein zahlentheoretisch zu begründendes (oder etwa ein bereits untersuchtes?) Phänomen handeln musste! Meine ersten Recherchen bei Zahlentheoretikern zeigten jedoch, dass dieses Phänomen möglicherweise bisher noch nicht zahlentheoretisch verallgemeinert thematisiert und publiziert wurde.

Immerhin liegt auch hier – wie schon bei Marlenes o. g. früherer Frage, ob 0 eine gerade Zahl sei – ein Beispiel vor, das nichts mit „Anwendung von Mathematik" oder einem so genannten „Realitätsbezug der Mathematik" zu tun hat. Sondern vielmehr zeigt sich erneut, dass es offensichtlich ein ganz natürliches Interesse gibt, sich im Unterricht auch mit solchen mathematischen Fragen zu befassen, bei denen es nicht um die Nützlichkeit der Mathematik oder um Modellierung geht, sondern bei dem Mathematik als „Spiel des Geistes" oder gemäß Wittenberg als „Wirklichkeit sui generis" (also einer „Realität" ganz anderer Art) erscheint. Und auch ein derartiges, nicht nur auf die Nützlichkeit der Mathematik zielendes Interesse verdient bekanntlich geweckt und gefördert zu werden!

Hierzu sei anekdotisch und bekräftigend ein Erlebnis erwähnt, das ich vor vielen Jahren im Rahmen einer schulbezogenen Tagung abends mit nicht-mathematischen Kollegen hatte, als wir beisammensaßen und einige wieder mal mit ihrer ei-



genen Nicht-Kenntnis in Mathematik kokettierten, was ein wohlbekanntes Phänomen unserer Gesellschaft ist. Ich nutzte das, um in dieser kleinen Runde die Geschichte der Entdeckung der Unendlichkeit der Primzahlmenge durch Euklid kurz zu skizzieren. Doch dann gab es leuchtende Augen:

> Das also soll Mathematik sein? Wenn doch so etwas mal im Unterricht vorgekommen wäre …

Den Leserinnen und Lesern sei empfohlen, das von Marlene entdeckte Phänomen „permutierbarer (Dezimal-)Zahlen" im Sinne von Hans Schupp durch *Variation* sowohl des Dividenden als auch des Divisors – und also mittels einer Vielzahl variantenreicher Beispiele und Gegenbeispiele – zunächst zu erkunden bzw. im Unterricht erkunden zu lassen, dann ggf. auch Vermutungen zu generieren bzw. generieren zu lassen und all dies dem Autor oder der Redaktion mitzuteilen, um es dann ggf. später in dieser Zeitschrift wiedergeben zu können. Und vielleicht verlässt man hierbei sogar variierend und experimentierend das Zehnersystem oder man versucht programmierend weitere Lösungen zu finden? Ob es dann auch zu ersten kleinen elementaren Beweisen kommen mag, sei dahingestellt. Ein weites Feld!

Literatur

Hischer, Horst (2014). Marlene: „Ist 0 eigentlich eine gerade Zahl?". *Mitteilungen der GDM* 2014, Heft 96, 24 (tinyurl.com/y9xgtpoc).

Schupp, Hans (2002): *Thema mit Variationen – Aufgabenvariation im Mathematikunterricht*. Hildesheim: Franzbecker.

Horst Hischer, Universität des Saarlandes
Email: hischer@math.uni-sb.de

Altlasten des Mathematikunterrichts

Eine Diskussion mit dem Ziel der Entschlackung

Reinhard Oldenburg

In der Zeitschrift *Praxis der Naturwissenschaften – Physik* gab es vor Jahren eine Serie, die systematisch veraltete Konzepte und Sprechweisen, die sich im Physikunterricht finden lassen, aufgegriffen und diskutiert hat. Die Mathematik hat möglicherweise weniger Altlasten – für eine Serie reicht es wohl nicht, aber es gibt durchaus einiges, was die Schulmathematik an Ballast angehäuft hat.

Dieser Beitrag führt eine Reihe von solchen Altlasten auf und macht Vorschläge zu ihrer Entsorgung. Letzteres ist manchmal nur möglich, wenn Lehrplanschreiber und Schulbuchautoren sich ein solches Ziel vornehmen. Aber auch für die heute praktizierende Lehrkraft können diese Überlegungen erhellend sein, weil unnötige komplexe Strukturen auch Lernende verwirren können und Lehrkräfte für diesen Umstand sensibilisiert sein sollten.

Notation

Definition
Mathematische Objekte müssen eingeführt und oft benannt werden. Je nach Art werden die Konstruktionsoperationen unterschiedlich geschrieben und die Art, wie der neue Bezeichner auftritt, variiert. Dies verdeckt, dass es sich immer um den gleichen Prozess handelt.

Neue Zahlen (oder besser: Neue Bezeichnungen für alte Zahlen) – sofern sie konstant sind – führt man ein mit dem Gleichheitszeichen: $r = 5$. Anders bei neuen Punkten: Man schreibt A(1 | 2) oder B(1;2). Das sieht aus wie die Anwendung einer Funktion auf zwei Zahlen. Bei Geraden, die durch Gleichungen beschrieben werden, übernimmt ein Doppelpunkt die Namensfestlegung: $g : y = 2x + 1$ (ebenso in der vektoriellen Schreibweise der Sekundarstufe II). Dabei könnte verwirren, dass es so aussieht als ob eine Gerade durch y geteilt wird und das Ergebnis gleich einem Term in x ist.

Eine systematische, aber etwas mühsame Entsorgung dieser Altlasten wäre – außer im extrem häufigen Fall von Zahlen – immer einen Konstruktor zu schreiben: $A = \text{Punkt}\,(1;2)$, $g = \text{Gerade}\,(y = 2x + 1)$. Dieser Konstruktor ist einfach eine spezielle Funktion. Die Funktion Punkt etwa bildet ab von der Menge der Zahlenpaare in die Punkte der Ebene. Die Umkehrfunktion gibt die Koordinaten eines Punktes. Auch das ist nützlich, etwa $(3,1) + \text{Punkt}^{-1}\,(\text{Schnittpunkt}\,(g_1,g_2))$.

Überlegen könnte man, ob man immer dann wenn ein Bezeichner zum ersten mal verwendet wird, einen Doppelpunkt verwendet: $r := 5$, $A := \text{Punkt}\,(1;2)$.

Buchstaben nicht als Repräsentanten für Mengen
Variablen sind an sich bedeutunglose Symbole: $a + b = b + a$ gilt genauso wie $x + y = y + x$, die als Variablen verwendeten Buchstaben sind irrelevant. Es ist schon bedenklich, wenn immer feste Bezeichnungen verwendet werden, wenn die Geradensteigung immer m heißt, aber das mag noch vertretbar sein. Was nicht geht ist, wenn Buchstaben für Mengen stehen. So gibt es die Merkregel gerade+gerade=ungerade verkürzt als $u + u = g$ und analog weitere Regeln für Addition und Subtraktion. Darin stehen die Buchstaben nicht für Zahlen, denn sonst müsste, um etwa den Fall 3+5=8 abzudecken, u sowohl für 3 als auch für 5 stehen. Richtig ist die Regel nur, wenn man u als Menge aller ungeraden Zahlen versteht und die Operation elementweise durchführt. Diesen Abstraktionsgrad erreicht der Matheunterricht aber nicht und so führen $u + u = g$ und $u \cdot g = g$ dem Schüler eine falsche Verwendung von Variablen vor Augen. Während man mit der ersten immerhin argumentieren kann ($2u = g$, das ist schlüssig), ist das bei der zweiten Form nicht möglich: Falls $g \neq 0$ folgt $u = 1$.

Gemischte Bruchschreibweise und Malpunkte
Gemischte Brüche wie $3\frac{1}{2}$ führen zu vielen Fehlern, die Notation ist inkonsistent mit den sonstigen Konventionen der Algebra und sollte in die Marginalienspalte der Schulbücher verbannt werden (Etwa mit dem Text: Bei einer altmodischen Angabe z. B. auf einigen Lebensmittel ist …). Im Mathematikunterricht schreibt man konsequent $3 + \frac{1}{2}$. Die entsprechenden Schulbuchaufgaben lauten dann einfach: Stelle das Ergebnis als Summe einer natürlichen Zahl und eines echten Bruchs dar.

Analog vermeidet man auch die Verkürzungsregel zum Weglassen des Malpunktes: $2 \cdot x$ wird nie als $2x$ geschrieben – und hoffentlich lesen Schüler nie sinx als $sin \cdot x$ (noch besser schreibt man $\sin(x)$.

Die Bequemlichkeitsregel hat ihre Berechtigung für Experten, die viel schreiben müssen, für Novizen ist der Schaden größer als der Nutzen: Einfach entsorgen.

Funktionsschreibweisen

Die bei trigonometrischen Funktionen beliebten Schreibweisen $\sin^2(x)$ statt $(\sin(x))^2$ können an Systematik interessierte Lernende nur verwirren. Grundsätzlich sollte man nämlich zwischen einer Funktion und ihrem Wert unterscheiden, also zwischen $f, f(x)$. Im Beispiel soll der Funktionswert quadriert werden, nicht die Funktion. Eine sinnvolle und konsistente Deutung von $\sin^2(x)$ wäre $\sin(\sin(x))$, denn angewendet auf Funktionen als Objekte kann Quadrieren eigentlich nur doppelte Hintereinanderausführung bedeuten. Hier ist die Entsorgung einfach: Man verwendet die verwirrende Schreibweise einfach nicht.

Funktionen und Funktionsgleichungen

Viele Kollegen würden den folgenden Satz kritisieren: „Die Funktion $f(x) = \frac{1}{x}$ ist bei $x = 0$ nicht definiert." Anstoß ist, dass $f(x) = \frac{1}{x}$ keine Funktion, sondern eine Funktionsgleichung ist. Stattdessen solle man schreiben „Die Funktion f mit $f(x) = \ldots$" oder eine Pfeilschreibweise für die Funktion benutzen. (Noch konsistenter wäre die Verwendung eines Allquantors: „Die Funktion f mit $\forall x : f(x) = \frac{1}{x}$") Der Einwand ist selbstverständlich berechtigt, aber m. E. doch gegenstandslos oder zumindest gegenstandsarm. Man muss sich eben einmal klar machen, dass die Funktion nur das f ist, nicht das Ganze. Man bezieht sich also mit f auf einen Teil, nicht auf das ganze Dargebotene – so wie wenn ich sage, „Da kommt Michael" und auf einen Mann auf dem Fahrrad zeige. Es stört nicht, dass da eigentlich nicht Michael alleine kommt, sondern ein Fahrrad, Kleidungsstücke und eben auch Michael. Dass man mit solchen Konventionen, nach denen der Leser oder Zuhörer sich das Passende heraussuchen muss, normalerweise keine Probleme hat, belegen auch die Kritiker des obigen Satzes. Keiner von Ihnen, soweit ich sie kenne, hat bisher Anstoß genommen am zweiten Teil der Aussage. Dabei ist $x = 0$ doch gar keine Stelle, sondern es ist eine Gleichung. Korrekt – und ich meine übermäßig korrekt – müsste es heißen: „Die Funktion$f$ mit $f(x) = \frac{1}{x}$ ist an der Stelle x mit $x = 0$ nicht definiert."

Flexibler Umgang mit dem Gleichheitszeichen

Die im Abschnitt zuvor angesprochene Problematik mit dem Gleichheitszeichen soll noch etwas vertieft werden. Eine fachlich korrekte Vorstellung vom Gleichheitszeichen scheint zu sein, dass es sich um eine Funktion $'=': \mathbb{R} \times \mathbb{R} \rightarrow \{wahr, falsch\}$ handelt. Diese Sichtweise ist konsistent, wenn man $a = b = c$ als $a = b \wedge b = c$und nicht als $(a = b) = c$ liest. Allerdings kann man an vielen Stellen mathematische Erklärungen der folgenden Art hören und lesen: „5 Geodreiecke a 2€ kosten zusammen $5 \cdot 2€ = 10€$". Wenn das Gleichheitszeichen eine Funktion auf dem kartesischen Produkt einer Menge mit sich selbst und den Wahrheitswerten als Wertemenge ist, dann ist das Ergebnis des Gleichheitszeichens in $5 \cdot 2€ = 10€$ gleich *„wahr"* und, weil man Gleiches durch Gleiches ersetzen darf, sagt der Satz als Ganzes „5 Geodreiecke a 2€ kosten zusammen *wahr*". Das ist Unsinn und konfligiert mit der Idee, wir hätten eine Funktion $'=': \mathbb{R} \times \mathbb{R} \rightarrow \{wahr, falsch\}$. Aber was sonst könnte das Gleichheitszeichen sein? Etwa das: Die Bedeutung des Gleichheitszeichens ist der Wert einer der Seiten, wenn sie gleich sind, sonst aber *‚falsch'*. OK, damit ist das Geodreicksbeispiel gerettet, aber dann ist der Wert von *‚falsch=falsch'* dummerweise, *falsch'*, obwohl *‚wahr'* zu erwarten wäre. Ich denke, man wird letztlich nicht umhinkommen, beide Sichtweise zu erlauben – evtl. mit verschiedenen Zeichen. Solange das nicht üblich ist, muss man die Doppelrolle bewusst machen. Die formallogisch korrekte Fassung ist übrigens die erste, d. h. logisch korrekt müsste es heißen „5 Geodreiecke a 2€ kosten zusammen $5 \cdot 2€$ und $5 \cdot 2€ = 10€$"

Überflüssige Begriffe

Das unbestimmte Integral

In mehr als einem Schulbuch kann man lesen, dass das unbestimmte Integral $\int f(x)\,\mathrm{dx}$ die Menge aller Stammfunktionen sei – um gleich darauf das Beispiel $\int x^2 dx = \frac{x^3}{3} + C$ präsentiert zu bekommen, wo links also eine Menge von Funktionen (oder Funktionstermen) rechts aber ein einziger Funktionsterm steht. Na gut, man sollte die rechte Seite also lesen als $\{\frac{x^3}{3} + C | C \in \mathbb{R}\}$. Mit der Konvention der punktweisen Operation von Mengen kann man das auch schreiben als $\frac{x^3}{3} + \{C | C \in \mathbb{R}\}$ und das ist $\frac{x^3}{3} + \mathbb{R}$. Ist damit irgendwas gewonnen? Braucht man den Begriff?

Auf den Begriff der Stammfunktion kann man nicht verzichten, aber wozu braucht man den des unbestimmten Integrals? Bekanntlich sind Integrierbarkeit und Existenz einer Stammfunktion zwei unterschiedliche Dinge, wieso also durch eine Vermengung die Dinge (nämlich die Erwähnung des Wortes „Integral" dort wo es um Stammfunktionen geht) enger als nötig zusammenbringen? Die Entsorgung ist einfach: Den Begriff „unbestimmtes Integral" kann man einfach weglassen.

Ortsvektor
Viele Bücher unterscheiden kleinlich Punkte und Ortsvektoren. Der Hintergrund (Unterschied zwischen Vektorraum und affinem Raum) bleibt allen Schülern verborgen, die Unterscheidung zu erlernen gelingt nur wenigen, aber alle müssen sich mit umständlichen Formulierungen herumschlagen. Also, einfach nicht unterscheiden und sagen, dass man das gleiche Zahlentupel mal als Punktkoordinaten, mal als (verschiebbaren) Pfeil interpretiert.

Einbeschreiben, Kreis schlagen
Schreibe einem Dreieck ein möglichst großes Quadrat ein? Wie? Da wird doch mehr gezeichnet als geschrieben? Mit einem Einschreiben hat es auch nichts zu tun. Beschreiben – das passt, wenn etwas da ist und man es nur sprachlich fasst, aber etwas, was noch nicht gefunden ist beschreiben, ja sogar einbeschreiben? Und gibt es ausbeschreiben? Warum sagt man nicht einpassen? Das passt auch besser zur Sprache der Handwerker und der Funktionsanpassung. Nur, leider, das Gegenstück „auspassen" gibt es hier auch nicht.

Die Geometrie ist voll von altertümlicher Sprechweisen, die man gefahrlos modernisieren kann:

Kreis schlagen → Kreis zeichnen
Lot fällen → Senkrechte zeichnen
abtragen → abmessen und markieren

Man könnte darüber nachdenken, hier statt zeichnen auch jeweils konstruieren zu sagen.

Vereinfachungen

Ergebnisse, Ereignisse und Elementarereignisse
Die Ergebnismenge Ω eines Zufallsversuchs enthält die einzelnen Ergebnisse, etwa die Augenzahlen 1, 2, 3, 4, 5, 6 beim Würfel. In der universitären Stochastik werden Ereignisse definiert als Teilemengen von Ω und Wahrscheinlichkeiten werden Ereignissen und nur Ereignissen zugeschrieben. Man schreibt nicht p(6), sondern p({6}), man sagt nicht die Wahrscheinlichkeit des Ergebnisses 6, sondern des Elementarereignisses {6}. Diese Unterscheidung ist für einen formalen strengen Aufbau sinnvoll. Für die Schule ist die Verabredung: „Falls x keine Menge ist: $p(x) := p(\{x\})$" sinnvoll und ausreichend. Damit kann man einen flexiblen Sprachgebrauch durch Lernende tolerieren – Verwirrung, was gemeint sein könnte, ist nicht zu befürchten.

Größen
Das Erbe von Autoritäten kann problematisch sein. Arnold Kirsch war ein ebenso einflussreicher wie gründlicher Didaktiker, der die Mathematikdidaktik enorm befördert hat. Aber in seinem großen Erbe gibt es auch einen Teil, den man als schweres Erbe bezeichnen muss: Seine Theorie der Größenbereiche. Kirsch scheidet sorgfältig Zahlen von Größen und definiert letztere als Elemente eines Größenbereichs für den die folgenden Axiome gelten (A. Kirsch: Mathematik wirklich verstehen. Aulis, Köln 1997, S. 53 ff):

- Menge G mit Operation + und Relation <
- Für alle $A, B, C \in G$ gilt: $(A + B) + C = A + (B + C)$, $A + B = B + A$
- Es gilt entweder $A < B$ oder $A = B$ oder $B < A$
- $A + X = B$ ist lösbar genau dann wenn $A < B$.

Man kann sich dann leicht klar machen, dass beispielsweise Längen oder Flächeninhalte Größenbereiche sind, die diesen Axiomen genügen. Trotzdem rate ich dazu, die Theorie der Größenbereiche zu entsorgen, weil sich die Mathematik damit zu weit von ihren Anwendungen entfernen würde. Nach dieser Definition müsste man die folgenden problematischen Aussagen machen:

- Vektorielle „Größen" der Physik sind keine Größen (da nicht total geordnet).
- Auch sonst sind fast keine „Größen" der Physik Größen (etwa weil Null oder negative Werte vorkommen, was durch das letzte Axiom ausgeschlossen ist), dies trifft: Ort, Geschwindigkeit, Beschleunigung, Ladung, Temperatur, Impuls, Drehimpuls, Magnetisierung u.v.m.. Allenfalls die Energie könnte eine Kirsch'sche Größe sein, aber auch nur in der Quantenmechanik, weil klassisch $E = 0$ möglich ist.
- Die Wirtschaft arbeitet nicht mit Größen, denn Schulden fasst man dort als negative Größen auf, und Wachstumsraten können beide Vorzeichen haben.
- Die Wahrscheinlichkeit ist keine Größe.

Eine pragmatischere Definition von Größen ist die, dass eine Größe ist, was eine Dimension hat. Aber auch das ist problematisch. Erstens muss man wissen, was eine Dimension ist und zweitens sind dann beispielsweise Winkel und die Zahl der Atome in einem Gas keine Größen.

Folglich sollte man ganz pragmatisch werden: Größen sind Zahlen oder Vektoren. Die Einheiten könenn als Basen in einem Vektorraum aufgefasst werden. D. h. eine Größe ist ein algebraisches Objekt, das in einer Anwendung interpretiert wird. Dies ist eine pragmatische Definition – und mehr benötigt man m. E. nicht.

Fazit

Durch ein paar Anpassungen wird die Mathematik nicht auf den Kopf gestellt, aber etwas konsistenter und hoffentlich leichter zu lernen. Nicht alle mögen alles gut finden. Da habe ich volles Verständnis. Die Rechtschreibreform hat vorgemacht, dass nicht alles was gut gedacht ist, auch gut ankommt, aber, wenn man mit Vorsicht und nach Diskussion vorgeht, kann sich die Arbeit doch lohnen – und das selbst, wenn am Ende nichts geändert wird. Dass dann aber zumindest einige Lehrkräfte sich wieder bewusst gemacht haben, wo Stolperfallen lauern – das wird dem Unterricht gut tun.

Reinhard Oldenburg, Universität Augsburg
Email: reinhard.oldenburg@math.uni-augsburg.de

The Challenges, Reforms, and Future Prospects of Elementary and Lower Secondary Mathematics Education in Germany

Michael Neubrand

Im Oktober 2016 fand an der East China Normal University (ECNU) in Shanghai der dritte sogenannte „Chinesisch–deutsche Didaktik-Dialog“ statt (Mentoren auf deutscher Seite: Dietrich Benner und Hilbert Meyer). Die Gespräche machten vor allem das überraschend reichhaltige Nachdenken über die Allgemeine Didaktik in China sichtbar und zeigten die vielfältigen Verbindungen zu deutschen Didaktik-Traditionen auf. Den vierten chinesisch-deutschen Dialog, nun mit deutlicherem Bezug zu den Fachdidaktiken, richtete Ende Mai dieses Jahres das IPN in Kiel aus.

Die ECNU ist für ihre internationale Ausrichtung in pädagogischen Fragen bekannt. Für die Mathematikdidaktik wird das etwa dadurch sichtbar, dass der auf Hamburg folgende ICMI im Jahr 2020 in Shanghai sein wird (Local Organizer: Binyan Xu). Man interessiert sich in Shanghai also von jeher für Entwicklungen in den Schulen weltweit. Es wird dort dafür seit Jahrzehnten die internationale Zeitschrift *Global Education* herausgegeben. Für diese Zeitschrift habe ich am Rande des Didaktik-Dialogs ein ausführliches Interview gegeben. Dieses wurde von der MA-Kandidatin Yamei Ke, die am „Institute of Curriculum and Instruction“ der ECNU arbeitet, geführt. Ziel des Interviews war es, für die fachlich nicht spezialisierte Leserschaft der Zeitschrift in groben Linien ein Bild vom Zustand und von den Problemen des deutschen Mathematikunterrichts zu zeichnen. Die ausführliche Konversation mit Ke Yamei zeigte mir, dass sowohl Basisinformationen (der erste Teil mit Zielen, Inhalten und Entwicklungslinien) als auch Problemaufrisse (der zweite Teil in Form der Benennung von fünf „core problems“) nötig waren.

Das Interview gab mir die Gelegenheit, unser eigenes Feld gewissermaßen „selbst von weit weg“ und durchaus spontan reagierend darzustellen. Gerade weil dann auch persönliche Sichtweisen und Einschätzungen zu Tage treten, erscheint mir ein solcher distanzierter Überblick durchaus lohnend auch für Leserinnen und Leser aus unserer Community. Dies ist der Grund, warum dieses Interview nun hier in den *Mitteilungen der GDM* abermals erscheint. Dafür habe ich die ursprüngliche Version in englischer Sprache, in der sich Yamei Ke und ich verständigten, beibehalten. Das Interview ist ca. ein Jahr nach dem Treffen in chinesischer Sprache von Yamei Ke veröffentlicht worden: *Global Education*, vol. 46 (11), pp. 3–11, November 2017. *Global Education* hat zugestimmt, den englischen Text hier für die GDM-Mitglieder erneut zugänglich zu machen.

* * *

Abstract. Keeping its original form of an interview, this article presents a discussion about the challenges, reforms, and the prospects of mathematics education in Germany. The interview addresses aims and goals, contents and processes of mathematics teaching. Compared with the guiding ideas some years ago, more emphasis is put on modeling today. The idea that every student should have enough mathematics knowledge and the disappointing results of Germany in the PISA-2000 comparison may have caused this change. Moreover, Germany faces, like other countries do, some basic problems in mathematics teaching, addressed here as the balance problem, the coherence problem, the curriculum problem, the classroom organization

problem, the computer problem, and the teacher education and development problem. The interview also tries to show how these problems are going to be tackled in Germany. For the prospects, being able to apply mathematics in the real world, being able to understand the mathematical concepts and rules, and having the potential of cultivating the own thinking are the main concerns of mathematical literacy in Germany.

1 The Guiding Ideas of Elementary and Lower Secondary Mathematics Education in Germany in the New Century

Ke Yamei: What are the guiding ideas of elementary mathematics educations in Germany today?

Michael Neubrand: To discuss the main ideas, I'm going to consider three aspects: the aims and goals aspect, the content aspect, and the processes aspect.

The first aspect towards our question is thinking about the aims and goals of teaching mathematics in schools. There are two parts. One is to empower people to be able to do mathematical things in daily life. Like calculating in the market, looking on a graphic to figure out what it can tell, orientating in the space, and so on. Maybe this is not yet complete mathematics, it is rather more a kind of brief mathematics which is only the beginning. The second part is introducing mathematical thinking. Mathematical thinking has above all to do with seeing more than just calculation, such as seeing the structure, seeing the patterns, seeing the generalities, seeing the concepts, and so on. Daily life and introduction to mathematics are the two parts of the aims and goals of mathematics.

The second aspect is thinking about the content. What topics should be dealt with in school? This aspect contains four main parts, numbers & measurement, functions & equations, geometry, and statistics & probability.

In Germany, we start with numbers. We have a quite strict procedure to introduce into numbers from Grade 1 to Grade 9. In Grade 1, we only deal with the whole numbers 1 to 20, learning addition and subtraction. Both kinds of goals, as mentioned before, should appear: being fluent and understanding the structure. For instance, students should be able responding quickly that 5 plus 6 equals 11, but on the other hand, they should recognize and understand that the same result 11 also comes from 4 plus 7, 3 plus 8, and so on, by systematically changing the summands. Even in Grade 1, we have these twofold aims. Then in Grade 2, we proceed to 100, but again, being fluent and understanding the structures, e.g. the decimal partition, are both at the agenda. At the end of Grade 2 and the beginning of Grade 3, it comes into multiplication, students learn 4 times 3 is 12 and things like that, we call it the "one-times-one". Again, we get the same aims and goals, being fluent and seeing the structure. There are lots of mathematical patterns. In Grade 3, we go further up to 1000; in Grade 4 it goes up to a million, but still only talking about the whole numbers. In Grade 4, we also have the multiplication with more complicated things, like 84 time 33, you have to write down and calculate quickly. In Grade 5 and 6 we introduce the fractions, and in Grade 7 the negative rational numbers. In these Grades, both aims are important, too. The aim at being fluent means you should be able to calculate quickly, using some calculation rules. The other aim is seeing the structure, like using the number line; you should judge where the number is on the number line, and what the operations mean. In Grade 8, we start things that go beyond fractions, e.g. radical expressions like $\sqrt{2}$. In Grade 9, we have the number π.

One quite important aspect of numbers is that they are often and throughout the curriculum used to express measurable quantities, equally in daily life, technology, science; e.g. by numbers one measures money, distances, volumes, electricity, etc. The functions aspect we are talking about next is closely connected to dealing with numbers in that way.

The second part of the content aspect is functions and equations. This is more abstract than numbers. It already starts in the lower Grades. Even students in Grade 2 should be able to calculate an equation like 5 times which number equals to 20. Above all, the structure aspect comes in: students should have an idea of the pattern. The thinking in patterns, relations and sequences comes out early. It then, from Grade 7 on, should be turned into the concept of functions. In Grade 7, we introduce variables to express an unknown number, but still being able of doing calculations with it. This is the basic idea in Grade 7 starting with linear equations. In Grades 8 and 9, we teach quadratic equations and the resp. algorithm to calculate the solutions. There are multiple structure aspects, e.g. the graph is no longer a line, but it takes the form of a parabola, or one equation can have two solutions.

The third part of the content is geometry which means the dealing with forms, shapes, and visualization. These ideas are also going through the whole education system. We start in Grade 1 with looking at easy patterns. For instance, general forms like a square, a circle, or a cube are considered. In Grade 3, we calculate the area of rectangles. And then it becomes more and more complicated, and it proceeds to the classical geometry. In Grades

7 and 8, we start with the elements of geometry, lines and triangles. A triangle has angles, an angle has a bisector, and further things like that. In Grades 8 and 9, we learn further things, like that you can draw a circle around a triangle, how you should calculate an area, and so on.

The fourth content part is statistics and probability. What is the chance of an event? In Grades 1 and 2, already, we have some easy ideas on what is probability: Is it equally probably to get a "6" or a "1" when rolling the dice, contrary to the intuition? In higher Grades, we start to learn some more complicated concepts around probabilities and statistics. A classical task is: A class is going to the sport fields to exercise long jump. The student A jumps 2.5 m, the student B does 3.2 m, and so on. Then another class does the same. The one class has 28 students and the other one 23 students. Which class is the better? Students learn to use the mean number or other statistical indicators in Grades 7 to 9.

The third aspect of the main ideas is the processes aspect. This aspect addresses the main processes when doing mathematics. I divide it into six parts. The first process, and the one which is mostly associated with mathematics, is that mathematics contains algorithms, i.e. the option to follow a predefined rule to get a result. A second mathematical process is argumentation: Students should think logically which finally turns into proofs. In Grade 9, a student must be able to proof a simple theorem, especially in geometry. This second process should always stand beside the first one. They are equally important since argumentation also needs rules. The third process is communication, i.e. being able to talk to your neighbor, talk to and listen to the teacher, reading the book, or writing something down. You can communicate with someone else, sharing your opinions and explaining your calculations. Communication is quite close, but not the same as argumentation. Saying what is behind the mathematical things is not possible without the process of argumentation. The fourth central process in mathematics is representation, i.e. being able to characterize a certain mathematical rule or concept in various forms, and equally to change these representations according to the resp. needs. For instance, here is a function, you should know the representation of that function as a graph, or as a table, or as a formula, and still see it is the same concept being represented differently. We can start this process very early. In Grade 1, you should know that three dots on the paper may mean the number 'three', and three apples or a triangle could also designate 'three'. The fifth part of the processes aspect is being critical. What does it mean? What do I know if I know that? Is that always true? How is that used? Things like that. Especially in statistics, you should be able to detect fakes, and generally, the task to find out if there is a logical mistake must be ubiquitous. The sixth important process is modeling and problem solving. The modeling process is about seeing a certain situation in the real world, and to cope with it by mathematical means. The problem-solving process it is about to see a certain situation in the mathematics and solve this problem. Modeling and problem solving are central mathematical processes since they are to combine all the aforementioned processes into an overall mathematical practice.

Ke Yamei: What are the differences between these ideas compared with the guiding ideas of elementary mathematics educations in Germany in the past? Has there anything changed?

Michael Neubrand: Around 1990, we surely didn't have such strong emphasis on modeling, as it is today. This is mainly what has changed in the so-called 'Bildungsstandards' (Principles and Standards for teaching mathematics) since 2004. 'Bildungsstandards' are an orientation frame, set by the Federal Administration, for teaching mathematics in schools. From the political viewpoint, the 'Bildungsstandards' were a new development, since they are equally valid in all 16 States of Germany, while educational and cultural affairs are still under the accountability of the single State.

This change was not without the objection of some mathematics educators and teachers. Some did not attend to that strong movement into the application field. Nevertheless, the 'Bildungsstandards' are in the field now, and of course they contain more than just the focus on modeling, e.g. they highlight the important role of the mathematical processes and practices. Thus, the only orientation to the content in former syllabuses was supplemented by the processes aspects, as we discussed it before.

However, there was also some change in the ideas of the teaching processes in the class. To grasp the full picture, we must therefore think about the whole course of action from setting up the education guidelines towards the teaching in the classes. We do it in the next paragraph by pointing to various central problems in that complex field.

Ke Yamei: What caused these changes?

Michael Neubrand: There are inner factors and outer factors. The idea that every student should have enough mathematical knowledge is one of the inner reasons for this change. 'Every student' means that there have to be some connections to the everyday life. It means to open the mathematics in school to all students and make it interesting for all.

The outside reasons mainly came from PISA, the even in China well known "Programme for International Student Assessment" of the Organization for Economic Co-operation and Development (OECD). In Germany, PISA-2000 changed a lot; some people even called it the 'PISA shock'. All the newspapers were full of it since PISA-2000 reported that Germany was below the international average in mathematics. But the German government and the German population could not believe that, recalling that Germany had such a rich tradition in education, pedagogy, and the philosophy of education; thus, so the public opinion, Germany couldn't be among the lower achieving countries in the world. It was really a shock. After this shock a lot of initiatives came out to renew mathematics education, reading education, science education, and so on. These projects finally led to the 'Bildungsstandards'.

2 The Challenges of Elementary and Lower Secondary Mathematics Teaching in Germany

Ke Yamei: Do you think there are any problems in real mathematics teaching today?

Michael Neubrand: I think the best way to answer this very complex question is by pointing out several core problems of mathematics teaching (and of other subjects, respectively) – surely, in such a general perspective these problems do not only exist in Germany.

I distinguish five of these core problems. All these problems are dialectic, in a way. They always attend to show a certain tension between two, and sometimes even more, poles. The great challenge for the teacher, and by the way also for the researcher, is to position a teaching unit, an event in the classroom, the short-term planning of the teaching in the next lesson, as well as the long-term construction of the curriculum, even oneself as a person engaged in teaching and learning, somewhere within that tensions. One always should recognize the conditions of the individual, classroom-bounded, social and political circumstances.

First, I think a characteristic tension exists in mathematics itself; I call it the *balance problem*. I start once more with the already mentioned aims and goals, i.e. fluency vs. conceptual understanding. The central problem is to find out how to have the right balance between the two poles. Some teachers believe it is good to understand the concepts, some point to the necessity of commanding the standard algorithms. But if you neglect being fluent, then it is hard to understand the concepts, and vice versa, no wise control of an algorithm is possible without seeing the conceptual sources behind. So, the question is how to balance or how to combine these two sides. In my opinion, the actual problem is that too many teachers seem to think the students can understand without having factual knowledge and without being able to do calculations quickly. But, one cannot understand without having enough knowledge, and one cannot have knowledge without understanding. There must always be a balance. That is what I mean by the balance problem.

The second problem, as I would say, is the *coherence problem*. By coherence I mean what the students have learned in Grade 1 or 2 should appear again in Grades 7, 8 or 9, and what they learn in, say, geometry has influence on, say, algebra. But for the students this is often not self-evident. Therefore, it is a matter of teaching to connect the things; but it is a challenge for the teachers. The coherence problem obligates teachers and students to see the mathematical issues as connected, and teaching and learning them as they are connected. The coherence problem has two sides: It is about teaching the students how a certain matter is connected, and for the students becoming conscious about the connections. There is always a danger that students learn mathematics just as a stuff of this one lesson, and that this only one lesson has nothing to do with the next. However, mathematics is a subject covering long distances where one concept is coherently related to another and another. You must keep in mind that mathematics has long strings of concepts strongly tied together. For instance, take the numbers: We have the natural numbers $1, 2, 3, \ldots$ in the primary school, and we have the fractional numbers in grade 6, and we have the real numbers like π in Grades 9 or 10. These all are numbers and there is a coherence of the number concept from the early primary level up to the senior high school. I think that teachers have to be aware of the necessity to have this coherence, drawing all aspects into consideration, the epistemological, the historical, and the didactical perspectives including the changes these concepts will go through. This is meant when I make a plea to keep open the coherence problem.

The third core problem is the *curriculum problem*. This problem puts questions on the level of the content of mathematics going to be taught in schools. In Germany, the contents remained more or less unchanged over the last 30 years. But the circumstances have changed, i.e. the time devoted to mathematics, the diversification of the schools, the electronic devices that are now available (see later), the new fields of application, etc. So, we must make something like an update. What is needed and what is not needed so that we still have coherence and not having too many diacritic topics which disturb the students? Take as an example the problem that we have fewer lessons in mathematics than before. In most secondary schools, we often have mathematics lessons only three hours a week. That is not so much. So, it is necessary to choose which content is important and which one is not so important. What should we omit, in a way that the rest still gives a coherent picture of mathematics? One cannot just cut out, but one is forced to define a coherent curriculum. This is the curriculum problem. It is a problem of the administration; however, we as mathematics educators are in heavy duty for it, too.

The fourth problem is the *classroom organization problem*, i.e. the problem of choosing the appropriate social context in the class. I think of that problem as challenging the ways how the learning environment in the classroom is going to be organized. How to convince the teachers that besides the (still valuable under certain circumstances) teacher centered ways, there should be other forms like student-centered learning, self-directed learning, learning in life-situations, etc.? How can one do that especially in mathematics? This problem addresses again a kind of balance. The methods problem is to decide which method is suitable for which content. There is not the one method which suits any kind of content. It is up to the teacher to decide from a bundle of diverse methods which method is adequate for this or that content. Teachers should be able to argue about and choose the best method according to the situation, and they should be aware that the classroom's social organization cannot be discussed without discussing the deeper roots of the content as well. We come back towards that problem with more examples and considerations at the end of this section of the interview.

The fifth problem is the *computer problem*. This problem is about using the computers and all other modern devices in mathematics teaching in a fruitful and sense-making way. It is a modern problem, and again, it forces both knowledge and understanding. Doing things with the computer should make sense. It is not just computer for fun. I think this problem is universal, geographical and in the time dimension. In China you have the same problem, and every three years or so we have the new computer problem with the then new devices. Thus, once more, computers must make sense with respect to the mathematics, not just make things easier. To incorporate computers into the ordinary mathematics so that the mathematics can benefit from the computer (and even adjust itself): This is the computer problem.

Finally, the sixth problem is the *teacher education and development problem*. This is really a big problem. It has two sides. On the one hand, teacher education at the universities is always a matter of discussion. The actual kernel of that discussion is how to incorporate more practice of teaching into the studies at the university. But that only makes sense if the practical experiences of the students are accompanied by theoretical reflections. The three poles for weighing out are the subject mathematics, the basic dimensions of mathematics education as a scientific discipline, and the practice in the classroom. The other side of this problem is the further professional development of the teachers. In Germany, professional development is not compulsory for teachers, and thus, we have too less offers for further education of teachers. Meanwhile, things change, as we now have a new German-wide Center for Professional Development of Teachers of Mathematics; but still the organizational issues are with the 16 States. However, the essence of the problem is that teachers have to recognize professional development as a part of their professional life. By the way, I have learnt in China that it is not only possible but will be really taken that a teacher works some years in school, and then wishes to go back to the university for additional studies, to come back to school after, say, one year. I wish that this could also be viable in Germany.

Ke Yamei: What measures have been taken in view of the above-mentioned problems in Germany?

Michael Neubrand: Many of the problems we discussed before can only be solved by fostering the discussions among teachers, mathematics educators, and other stakeholders. There should always be a broad discussion, even a societal debate, when the aims and goals of teaching mathematics are affected. But this takes time and deliberation from all sides.

E.g. to solve the balance problem, first of all the teachers have to become aware of the problem. They have to see the problem, e.g. in further education courses. However, it requires a sound conceptual knowledge of the various issues we discuss in the mathematics education lectures at the university. The same holds for the coherence problem. E.g., a topic in professional development courses could be how to write, facing that problem, curriculum and teaching plans, writing a teaching booklet and things like that. To solve the computer problem, we also need further education, letting aside the availability of software as a financial problem of some schools. All these actions, however, depend on being conscious of the problems by all stakeholders, by the teachers, the teacher educators, and the public institutions that are concerned with schools.

The curriculum content problem is forehand a matter of the administration in each of the 16 States. But the administration has the commission to discuss it very carefully, esp. with the mathematics education community; I'm sure, it is a long discussion process, including societal debates.

To solve the social organization problem in the classrooms, we gradually try to change the teaching methods. However, one then has to be aware that traditions will be questioned, and this is not an easy mission. Previously, we had one predominant method of teaching mathematics, the question-and-answer method, which you also find in Chinese schools: The teacher asks a question and the students try, or even only guess, to answer it as they think it is in the teacher's sense. Now, we try to open the field for different methods, not only to be used, as before, for the reproductive parts of the mathematics lessons, i.e. for exercising or memorizing, but in specific ways also for those parts of the lessons which are devoted to the detection and elaboration of new concepts.

For instance, we have the working in groups of a few students, independent work of the single student, each without the teacher's help and instruction but receiving assistance and coaching. Furthermore, we know project work when the teacher gives a very complex task with many aspects; the students then should work on it by themselves (or in groups) independently, e.g. go to the internet to figure out the data, correcting the data, ordering the data, thinking how to present the data, and how to communicate the data when they are going to report about it in class (or even in wider contexts). Sometimes we also have work outside the school. For example, say once a year, some teachers will visit a mathematics museum, like the Science Museum here in Shanghai, with their students. There are also other methods like individual teaching: Different students can learn at different speeds and trajectories while the teacher gives them different and rich materials. Homework has changed, too. In former times, homework was just repetition. Nowadays, there are many kinds of homework. For instance, data collecting, figuring out wider connections, making a drawing which is too complex to do in the classroom, and things like that.

One should, however, point out that all these teaching methods cannot be discussed nor can they be brought to a final decision in a lesson without considering the various possibilities the content is endowed with mathematically and didactically. Sometimes it depends on the ways how specific contents are going to be arranged if a certain teaching method can be applied. A key variable in mathematics teaching are the tasks given to the students, and above all, their mathematical and didactical potential. Teachers trigger and control what happens in the mathematics classroom by the tasks they select and construct, and how they put them into the work of the students. We have a lot of empirical evidences for those mechanisms.

The teacher education and development problem should be at the agenda of the administration, but it is a task for the whole society. One has to think about how to prepare the teachers for teaching. Teachers need a sound content knowledge (CK). It is a question for the university to adjust the level, not too high and not too flat. Then, the teacher needs pedagogical content knowledge (PCK). We must therefore have a certain amount of time in teacher education programs, which is devoted to the field of mathematics education. As a third component, pedagogical knowledge (PK) must find the adequate place. How to arrange these three components, CK, PCK and PK, can only be decided after a broad societal dialogue, from students, teachers and parents up to the universities and ministries. And we have the transformation of these knowledge-based components into the acting in the classroom; this is a question of its own, sticking again to the necessity of having some reflected practice in the teacher education courses.

The adequate way to solve the in-service teacher education problem is to convince the teachers. However, it is up to the mathematics education community to give enough ideas being offered to the teachers and being sufficiently close to the teachers' needs and expectations.

Ke Yamei: Have you ever thought about making the in-service teacher education compulsory?

Michael Neubrand: Yes, some people think about it and some administrators think about it, too. But the problem is that things will not necessarily become better then. It is a work like changing a system. If you want to change a system, you must let the system change and develop it from inside. Only if more and more teachers agree to go this way, change is possible. So, a slight pressure from outside could be useful, but still, you have to convince the teachers.

3 The Future Prospects of Elementary Mathematics Education in Germany

Ke Yamei: Does Germany have any new thoughts or prospects for mathematics education?

Michael Neubrand: Remember the six problems we discussed in the central part of this interview. These are, to me, the essential problems. More or less, they will stay as open problems. They won't just be solved one day; these are fields of problems we'll always encounter in mathematics education, as well as in other areas of teaching. Moreover, these aren't isolated problems, thus that there can't be solved the one problem, and then tackle the next. Thus, we can hardly say we have completely new thoughts and directions.

But if you think of the 'Bildungsstandards' we already mentioned, we have a starting point. The general thinking in mathematics education today has at least some landmarks: The one is not to forget the mathematical practices and processes in the classroom: It's not only the content that has to be passed on, but also attitudes towards mathematics and reflections what it could mean to do mathematics (see what we discussed at the beginning of the interview but be aware of what we called the "Balance Problem"). The second landmark, of a quite different quality, could be that we are looking more than in earlier years to the outcomes of the mathematical education in the schools. We now have a countrywide monitoring system to see the progress. However, even here we encounter the "dialectic" we spoke about throughout this interview: Monitoring could be fruitful but bears the danger of "teaching to the test" always in it and maybe also some overburdening of teachers and students by regularly measuring the progress.

Ke Yamei: What is the understanding of mathematics core literacy in Germany?

Michael Neubrand: With this question, we come back to the beginning of the interview. What we discussed there as the guiding ideas of mathematics teaching in Germany can be summarized towards a description of mathematical literacy. Mathematical literacy, as we see it in Germany, has three fundamental and interdependent aspects:

The first aspect is being able to apply mathematics in the real world by modeling. However, modeling is more than just solving everyday problems by standard calculations. With respect to the literacy idea, it should enclose to realize that mathematical models serve different purposes. In connection to the real world, say when dealing with a technical problem, mathematical models aim at describing the structure of the problem, to detect the critical parameters, to understand why something happens or fails. These considerations all go beyond the sheer solution but point to the general nature of a mathematical model. It is therefore not surprising that mathematical models can and should as far as possible also serve as the origins of mathematical concepts, and, possibly, the origins of critical thinking.

The second aspect is being able to understand that mathematics is a subject of its own nature, with its own rules and methods, its own language, its own sense coming from inside. It must also be a part of mathematical literacy to understand this world in its own, at least parts of it. This aspect of mathematical literacy stretches from the ability of doing calculations (remember the keyword "fluency" we more than once encountered) to some insight into proving as one of the decisive and characteristic methods in mathematics.

The third aspect of mathematical literacy is that learning mathematics in school should also have the potential to cultivate the students' own thinking. It should reach out to all fields of intellectual behavior. Mathematics is, also, about to learn thinking. Again, as so often before, this is an ambiguous claim: Mathematics can be a field in which one can learn the rules of thinking, but the transfer of these rules into other fields is not obvious at all. Whatever you think, it must be logical, clear, ordered, cultivated, reflected, but anyway the responsibility of your thoughts is still on you and depends on the situation the problem is embedded. Thus, mathematical literacy has a person in mind that is able to think independently.

These are three facets of what mathematics literacy should be in the German understanding. There is a big consent in Germany about these three main aspects of mathematical literacy, but the aspects are interconnected and should be seen as a whole.

Michael Neubrand,
Carl-von-Ossietzky-Universität Oldenburg
Email: michael.neubrand@uni-oldenburg.de

Entstehung der Leitlinie zur „Diagnostik und Behandlung der Rechenstörung“ und Beteiligung der GDM

Silke Ruwisch und Jens-Holger Lorenz

Die anstehende Überarbeitung der ICD-10 (ICD = International Classification of Diseases) durch die Weltgesundheitsorganisation (WHO) hat zu der inzwischen veröffentlichten Leitlinie zur Diagnostik und Behandlung der Rechenstörungen geführt.

Im Folgenden versuchen wir die Entstehung, die Absicht und den Geltungsbereich der Leitlinie sowie die Rolle der GDM dabei zu erläutern.

Zur Entstehung der Leitlinien

Aktuell wird die ICD-10 zu einer ICD-11 überarbeitet und es werden von den jeweils betroffenen Berufsverbänden (i. A. medizinische Fachkommissionen) Leitlinien entwickelt, welche die Standards für die Diagnose und die Therapie der in der ICD beschriebenen Krankheiten festlegen. Da sich in der neuen wie in der alten ICD auch die schulischen Lernstörungen unter der Rubrik „Developmental Learning Disorders“ befinden, wurden auch hierfür (i. d. R. nationale) Leitlinien entwickelt (die Leitlinie für die LRS liegt bereits seit einiger Zeit vor). In Deutschland wurde für die Rechenstörungen 2015 eine Kommission unter der federführenden Fachgesellschaft „Deutsche Gesellschaft für Kinder- und Jugendpsychiatrie, Psychosomatik und Psychotherapie e. V. (DGKJP)“ gebildet. In dieser Kommission waren 20 Verbände bzw. Gesellschaften vertreten, darunter die DGfE, der Deutsche Lehrerverband, der Verband Sonderpädagogik, der Fachverband integrative Lerntherapie und auch die GDM, vertreten durch J.-H. Lorenz als vom Vorstand Beauftragter. Die von der Kommission 2016 abschließend verabschiedete und 2017 von den Verbänden unterzeichnete Leitlinie (im Folgenden LL abgekürzt) ist seit dem 25. 2. 2018 gültig, unter www.awmf.org/leitlinien/detail/ll/028-046.html veröffentlicht und allgemein zugänglich.

Begriffsklärungsversuch

Für die Beschreibung und Diagnose von Krankheiten wird weltweit auf die ICD-10 zurückgegriffen. Die internationale statistische Klassifikation der Krankheiten und verwandter Gesundheitsprobleme, 10. Revision (ICD-10-WHO), ist eine amtliche Diagnoseklassifikation, welche von der Weltgesundheitsorganisation herausgegeben und regelmäßig überarbeitet wird. In Deutschland gilt die unveränderte Übersetzung der englischsprachigen ICD-10 der WHO. Es gilt derzeit die ICD-10-WHO Version 2016.

Es mag auf den ersten Blick befremdlich erscheinen, dass Lernschwierigkeiten in diese Klassifikation mit aufgenommen wurden und werden, handelt es sich doch nach gängiger Meinung nicht um Krankheiten. Wären es welche, dann müssten für die Förderung/Therapie eigentlich die Krankenkassen zuständig sein. Hier liegt also sicher ein Diskussionspunkt vor, auf den aber im Folgenden nicht eingegangen werden soll. Dies war auch nicht Gegenstand der LL.

Die demnächst gültige ICD-11, bislang nur in der englischen Beta-Version einsehbar, listet mehrere Lernschwierigkeiten auf (jetzt unter 6A03 gefasst, in der noch gültigen ICD-10 unter F81, wobei Rechenstörung als F81.2 genummert ist):

> *6A03 Developmental learning disorder*
> *6A03.0 Developmental learning disorder with impairment in reading*
> *6A03.1 Developmental learning disorder with impairment in written expression*
> *6A03.2 Developmental learning disorder with impairment in mathematics*
> *6A03.3 Developmental learning disorder with other specified impairment of learning*
> *6A03.Z Developmental learning disorder, unspecified*

Genauer ist dort beschrieben:

> *6A03.2 Developmental learning disorder with impairment in mathematics*
>
> *Description*
> *Developmental learning disorder with impairment in mathematics is characterized by significant and persistent difficulties in learning academic skills related to mathematics or arithmetic, such as number sense, memorization of number facts, accurate calculation, fluent calculation, and accurate mathematic reasoning. The individual's performance in mathematics or arithmetic is markedly below what would be expected for chronological or developmental age and level of intellectual functioning and results in significant impairment in the individual's academic or occupational functioning. Developmental learning disorder with impairment in mathematics first manifests when academic skills are taught during the early school years. Developmental learning disorder with impairment in mathematics is not due to a disorder of*

> *intellectual development, sensory impairment (vision or hearing), a neurological disorder, lack of availability of education, lack of proficiency in the language of academic instruction, or psychosocial adversity.*
> *Exclusions*
> *Disorders of intellectual development (6A00).*

Dies entspricht praktisch wörtlich der alten Version.

Soweit zur ICD-11. Die Leitlinie versucht dies zu spezifizieren.

Sinn und Zweck

> *Erklärtes Ziel der Leitlinie ist es, klare, empirisch fundierte Handlungsanweisungen für eine vereinheitlichte Diagnostik der Rechenstörung bereitzustellen und über die Wirksamkeit aktueller Präventions- sowie Fördermethoden aufzuklären. Dadurch soll eine angemessene Diagnostik und Therapie der Rechenstörung bei Kindern, Jugendlichen und Erwachsenen und eine entsprechende Prävention im Vorschulbereich durch wissenschaftlich begründete und qualitätsgesicherte Verfahren gewährleistet werden.* (LL Punkt 3.2, S. 8)

Prinzipiell wurden für die Entwicklung der Leitlinie Diagnose- und Förderverfahren gesammelt, welche sich in der Literatur als brauchbar erwiesen haben. Die Anforderungen an die Verfahren waren sehr hoch. Es wurden nur solche Verfahren aufgenommen, welche eine empirische Evidenz zeigten, die in Studien nachgewiesen werden konnte.

> *Die Leitlinie soll Fachkräften, die mit Kindern, Jugendlichen und Erwachsenen arbeiten, insbesondere aus den Bereichen der Kinder- und Jugendpsychiatrie, Psychosomatik und Psychotherapie, Kinder- und Jugendmedizin, Psychiatrie und Psychotherapie, (Neuro- und Schul-)Psychologie, Psychotherapie, Sozial- und Neuro-Pädiatrie, Lerntherapie, Mathematikdidaktik, Phoniatrie und Pädaudiologie, Ergotherapie, (Sonder- und Heil-) Pädagogik sowie Lehrkräften und weiteren Berufsgruppen, die an der Prävention, Diagnostik und Behandlung der Rechenstörung beteiligt sind, als Entscheidungsfindung für eine adäquate Versorgung dienen. Außerdem kann sie von Angehörigen sowie den betroffenen Kindern, Jugendlichen und Erwachsenen selbst als Informationsgrundlage verwendet werden.* (LL Punkt 3.5, S. 8 f.)

Der letzte Punkt erscheint uns insbesondere gewichtig, da offensichtlich der Versuch vorliegt, die Diagnostik und Förderung/Therapie bei Rechenstörungen zu standardisieren und ihnen einen qualitativ anspruchsvollen Rahmen zu setzen. Die Leitlinie liefert somit die Grundlage, auf der insbesondere Ärzte, Ärztinnen, Therapeuten und Therapeutinnen ihre Diagnose stellen und den besonderen Bedarf an zusätzlicher Förderung legitimieren, ohne inhaltliche Aussagen über die konkret zu ergreifenden Maßnahmen.

Ist die Leitlinie verpflichtend?

Verpflichtend wäre sicher ein zu starker Begriff, allerdings kommen behandelnde Therapeutinnen und Therapeuten in Argumentationsschwierigkeiten, sollten sie sich nicht an die Leitlinie halten. Dies betrifft natürlich nur die Anwendung von Diagnoseinstrumenten und Förderverfahren, welche dort gelistet sind. Welche methodischen Zugänge darüber hinaus verwendet werden, ist offen und dem Behandelnden selbst überlassen.

Neu ist zum Beispiel die Aussage „Die Verwendung des Intelligenzdiskrepanzkriteriums wird nicht empfohlen“ (LL Punkt 2, S. 6). Zur Diagnose wird hingegen empfohlen, mehrdimensional vorzugehen und sowohl psychometrische Kriterien (Anwendung psychometrischer Tests zur Erfassung der Mathematikleistung, des visuell-räumlichen Arbeitsgedächtnisses sowie der Inhibition), klinische Kriterien (klinische Untersuchung bzw. Differentialdiagnostik einschließlich der körperlichen/neurologischen, sensorischen und intellektuellen Funktionen sowie des psychopathologischen Befundes) als auch qualitative Kriterien (Erhebung des biographischen Entwicklungsverlaufs, der Familien- und Schulsituation, der psychischen und sozialen Entwicklung, der schulischen Integration sowie der gesellschaftlichen Teilhabe) einzubeziehen und in die Differentialdiagnostik einfließen zu lassen.

Wie oben gesagt, stellt die Leitlinie eine Anforderung an die niedergelassenen Therapeutinnen und Therapeuten dar, denn die Standards sind durchaus einklagbar. Sich nicht an die Leitlinie zu halten, könnte als „Kunstfehler“ angesehen werden (die zivilrechtlichen Ansprüche sind aber sicher unklar).

Andererseits ist zu berücksichtigen, dass die in der Leitlinie aufgeführten Verfahren zur Diagnose und zur Förderung, empfehlenden Charakter haben. Die Leitlinie ist keineswegs so zu lesen, dass die hoch gelisteten Verfahren als erste verwendet werden müssten.

Abstand zum Unterricht

In der aktuellen Diskussion, so der Eindruck, wird bemängelt, dass die Leitlinie sich sehr weit von der schulischen Realität entfernt hält, mehr noch: sich als unbrauchbar für unterrichtliche Zwecke erweise. Dieser Eindruck täuscht nicht, ist die Leitlinie doch auf einen anderen Zweck hin ausgerichtet (s. o.).

Die tatsächlich auf Unterricht zielenden Aussagen in den Leitlinien wirken dagegen weniger dissent.

So formuliert die Leitlinie in „Exkurs: Anwendung der Empfehlungen in der Schule" (LL Punkt 6, S. 44 ff.) Punkte, die als durchaus hilfreich für unterrichtliche Belange gelten können.

> *Die Schule ist der zentrale Ort, an dem eine sich entwickelnde Rechenstörung frühzeitig erkannt wird und eine entsprechende Förderung eingeleitet werden kann. Schule meint im Nachfolgenden alle Schulformen bis zum Ende des jeweiligen Schulabschlusses. Durch eine den Empfehlungen der Leitlinie entsprechende Förderung in der Schule können erste Probleme in Mathematik aufgefangen werden. Unter Umständen kann damit eine intensive außerschulische sowie finanziell womöglich belastende Einzelförderung umgangen werden. Entsprechende weitere schulische Maßnahmen im Bereich des Nachteilsausgleichs und Notenschutzes stellen zudem wichtige Entlastungs- und Unterstützungsmaßnahmen für eine erfolgreiche schulische Laufbahn und spätere Bildungs- und Berufskarriere der betroffenen Person dar.*
> *Die Möglichkeiten der Schule im Umgang mit der Rechenstörung sind jedoch länderspezifisch unterschiedlich geregelt. Die Umsetzung dieser Empfehlungen hängt zudem von zeitlichen, personellen und/oder finanziellen Ressourcen der jeweiligen Schule ab. Es werden daher allgemein Möglichkeiten aufgezeigt, die Empfehlungen der Leitlinie anzuwenden, ohne dezidiert auf die Situation in den einzelnen Bundesländern einzugehen.*
> *Grundsätzlich gilt es im Sinne der Leitlinie, möglichst frühzeitig Mathematikprobleme zu identifizieren und präventiv Fördermaßnahmen einzuleiten. Die Kriterien einer Rechenstörung müssen dabei noch nicht vollständig erfüllt sein. Eine frühzeitige Förderung bei Risikokindern wirkt sich positiv auf die Entwicklung der Mathematikkompetenz und die späteren schulischen Leistungen aus (...). Voraussetzung hierfür sind regelmäßige schulische Leistungserhebungen mit entsprechenden Verfahren, die die Hauptbereiche der Mathematik, insbesondere auch die Basiskompetenzen, erfassen.*
> *Verstärken sich die Probleme in Mathematik und/oder eine Diagnose der Rechenstörung nach ICD-10 wurde gestellt, so ist die Förderung gemäß dieser Leitlinie zu intensivieren (v. a. Einzelförderung). Ein zusätzlich gewährter Nachteilsausgleichs in Kombination mit Fördermaßnamen ermöglicht, je nach Schweregerad [sic] einer Rechenstörung, die erfolgreiche Teilnahme am Unterricht. Die Benotung ist bei vorhandener Diagnose einer Rechenstörung daher am besten auszusetzen oder geringer zu gewichtigen [sic]. Schlechte Benotung und dauerhafte schulische Misserfolgserlebnisse aufgrund einer Rechenstörung können zu Frustration und sozial-emotionalen Problemen führen, die sich zu einer behandlungsbedürftigen Mathe- oder Schulangst entwickeln können (...). Der Erfolg einer Förderung wird dadurch deutlich beeinträchtigt und die schulische Entwicklung gefährdet.*
> *Die höchsten Fördereffekte zeigten sich zwar in Einzelsitzungen, dennoch ist ohne bisherige Diagnose einer Rechenstörung auch eine Förderung in (gegebenenfalls leistungshomogenen) Kleingruppen möglich. Eine Förderung kann zusätzlich zum generellen Unterricht stattfinden oder, sofern möglich, den Mathematikunterricht zeitweise ersetzen. Die Gestaltung der Förderung orientiert sich dabei an der Situation des betroffenen Kindes. Entscheidend für den Fördererfolg ist vor allem, dass die Person, die die Förderung durchführt, eine entsprechende Expertise im Bereich Rechenstörung besitzt. Dezidierte Lernstörungsexperten/innen spielen daher an Schulen eine wichtige Rolle. Einerseits fungieren sie als Ansprechpartner/in für Schüler/innen, Lehrer/innen, Therapeuten/innen sowie Eltern und andererseits sind sie gut mit den relevanten Stellen (z. B. Schulamt, Jugendamt, Kinder- und Jugendpsychiatrien) vernetzt. Eine enge Kooperation dieser Stellen sowie flexible schulische Fördermodelle (z. B. Fördergruppen in und außerhalb des Unterrichts, Lerntherapie statt Mathematikunterricht) können es der betroffenen Person ermöglichen, eine Mathematikkompetenz aufzubauen, um den Mathematikunterricht zukünftig wieder selbstständig bewältigen zu können.* (LL Punkt 6, S. 44 f.)

Wozu die Leitlinie nichts sagt und was die Mathematikdidaktik leisten muss

Wie der Leitlinie deutlich zu entnehmen ist, enthält sie keine Aussagen zum methodischen Vorgehen, über die Fördermaßnahmen im engeren Sinne, die von der Lehrkraft in der Schule zu leisten sind. Genau an dieser Stelle sehen wir die Aufgabe der Mathematikdidaktik.

Dass die in der Leitlinie benannten Förderprogramme in der Mehrzahl von PsychologInnen und meist ohne Hinzuziehung von MathematikdidaktikerInnen entwickelt wurden, ist vielleicht beklagenswert, kann aber auch als Ansporn gesehen werden, Anstrengungen zu unternehmen, die bereits bestehenden Ansätze auch in Richtung evidenzbasierter Forschungsansätze auszubauen. Dass es in der Forschung zur Rechenstörung im Sinne der Auswahlkriterien für die Leitlinie noch kaum belastbare Studien gibt, lässt die mathematikdidaktische Forschung von außen betrachtet als wenig beachtet erscheinen. Vergleichende Studien zur Wirksamkeit von Förderverfahren oder -programmen könnten hier möglicherweise Abhilfe schaffen. Dass belastbare Forschungsergebnisse in die Formulierung der Leitlinie einfließen, aber zu wenige Ergebnisse vorliegen, zeigt sich auch an dem folgenden Absatz:

> *In allen Bereichen der Leitlinie gab es, insbesondere in den letzten Jahren, eine deutliche Zunahme der Forschungstätigkeit. So konnte die bedeutende Rolle der Basiskompetenzen (d. h. Zahlen- und Mengenverständnis) für den Erwerb der späteren Rechenkompetenz eindeutig dargelegt werden. Wurde im ICD-10 (Deutsches Institut für Medizinische Dokumentation und Information, 2016) die Rechenstörung noch ausschließlich auf Defizite in den Grundrechenarten beschränkt, so ist diese Definition nach heutigem Wissen nicht mehr tragbar. ICD-11 erscheint 2018 (WHO, 2016a) und gemäß der online frei zugänglichen Beta-Version (WHO, 2016b) wird das Rechenstörungsprofil um die Basiskompetenzen erweitert. Wünschenswert ist jedoch, dass auch domänenübergreifende Kompetenzen, wie das visuell-räumliche Arbeitsgedächtnis und die exekutiven Funktionen berücksichtigt werden. Auch die Rolle des allgemeinen intellektuellen Funktionsniveaus (d. h. Reasoning) für die Rechenleistung ist noch nicht abschließend geklärt. Es ist Aufgabe der Forschung, die Verknüpfung dieser Kompetenzen mit der Rechenstörung und ihre Relevanz für die Entwicklung des Rechnens deutlicher aufzuzeigen.*
>
> *Zum langfristigen Verlauf einer Rechenstörung vom Kindergarten bis in das Erwachsenenalter ist noch wenig bekannt. Insbesondere zu den möglichen Veränderungen, die sich im Erwachsenenalter einstellen können und das Ausmaß, wie sehr eine Rechenstörung die Berufsausübung und gesellschaftliche Teilhabe beeinträchtigen kann, gibt es nur wenig Forschungsarbeiten. Langzeitstudien zur Entwicklung der Mathematikkompetenz und der Rechenstörung werden daher benötigt. (LL Punkt 10: Forschungsbedarf, S. 54)*

Es gibt somit auch für die Mathematikdidaktik hinreichend viele Forschungsfelder im Zusammenhang mit der Rechenstörung, die noch zu bearbeiten sind. Ihre Expertise zur Gestaltung mathematischer Lernprozesse im schulischen Feld könnte nicht nur in Lehrveranstaltungen an zukünftige Lehrkräfte vermittelt werden, sondern durch entsprechende Studien deutlich an Gewicht auch außerhalb der eigenen Disziplin gewinnen.

Silke Ruwisch, Leuphana Universität Lüneburg
Email: ruwisch@uni.leuphana.de

Jens-Holger Lorenz, Frankfurt am Main
Email: jensholgerlorenz@gmail.com

Aus- und Fortbildung von Lehrkräften professionalisieren

Neuer Weiterbildungsmasterstudiengang „Berufsbegleitende Lehrerbildung Mathematik“

Maike Abshagen und Regine Brandtner

Nicht erst seit der Hattie-Studie wissen wir: Auf die Lehrkräfte kommt es an! Und auch wenn sich das Gerücht hält, dass es die „geborenen Lehrkräfte“ gibt, wissen wir mittlerweile, dass die Qualität der Ausbildung sowie das lebenslange Lernen durch Fortbildungen im Beruf in einem hohen Maße die Qualität der Lehrkräfte beeinflussen. In den letzten zehn Jahren konnten zudem viele neue wissenschaftliche Erkenntnisse gewonnen werden, welche Merkmale effektive Fortbildungen von Mathematiklehrkräften aufweisen.

Umso erstaunlicher ist es, dass es für die berufsspezifische Qualifizierung der Aus- und Fortbildenden selbst bisher keine einheitlichen Standards gibt. Während sich die Dozierenden für die erste Phase der Lehrerausbildung, dem Studium an einer Universität, in der Regel über eine Promotion, häufig sogar eine Habilitation, qualifizieren, fehlen bislang strukturierte akademische Weiterbildungsmöglichkeiten für die erfahrenen Lehrkräfte, die in der zweiten und dritten Phase als Aus- und Fortbildende für die Lehrerbildung zuständig sind.

Der im Wintersemester 2016/17 erstmalig gestartete Masterstudiengang „Berufsbegleitende Lehrerbildung Mathematik“ schließt diese Lücke. Er richtet sich an Aus- und Fortbildende in Mathematik, die aus unterschiedlichen Bereichen der Praxis kommen (Grundschulen, Schulen der Sekundarstufen, Förderschulen und berufliche Schulen) und die ihre Qualifikation in der mathematikbezogenen Erwachsenenbildung erweitern möchten.

Übersicht der sieben Studienmodule

Exemplarischer Modulablauf

„An allgemeinen Angeboten für Fortbildende fehlte es mir am Studienseminar nicht“, sagt Ute Baumann, Fachseminarleiterin für Mathematik und Studentin im Master. „Was mich besonders interessiert hat, waren auf Mathematik ausgerichtete Formate – um mein Fachseminarleiter-Tun mit einem aktuellen, beforschten Fundament zu untersetzen.“

Das zweijährige Studium gliedert sich in sieben Module, die aktuelle wissenschaftliche Erkenntnisse aus der Mathematik, der Mathematikdidaktik und den Bildungswissenschaften umfassen, jeweils unter der Perspektive Aus- und Fortbildung. Ergänzt werden diese Inhalte um Grundlagen der Erwachsenenbildung, die für die Aus- und Fortbildung von Kolleginnen und Kollegen wichtig sind, sowie um Erkenntnisse aus der Praxis der Lehrerfortbildung. Die Module ordnen sich in folgende drei Themenbereiche ein:

1. Wissenschaftliche Entwicklungen
2. Von der Forschung in die Praxis
3. Berufsbegleitende Lehr-/Lernprozesse

Jedes Modul wird von mehreren Dozentinnen und Dozenten zusammen geleitet, die in der Regel an unterschiedlichen Institutionen beschäftigt sind, um das breite Spektrum in Wissenschaft und Praxis verschiedener Schulstufen abzudecken. Im letzten Halbjahr wird – neben dem letzten Modul – eine Masterarbeit angefertigt.

Das Blended-Learning-Konzept ermöglicht es Teilnehmenden aus dem ganzen Bundesgebiet sowie dem deutschsprachigen Ausland in vier Semestern – neben der Berufstätigkeit als Lehrkraft – das Studium zu absolvieren. Dabei kombiniert jedes Modul eine 2,5-tägige Präsenzphase an der Christian-Albrechts-Universität zu Kiel (Freitagnachmittag und Samstag) mit dem Selbststudium und fünf 90-minütigen Webinaren (Online-Seminare). Es wird mit einer Klausur bzw. einer Hausarbeit abgeschlossen.

Der berufsbegleitende Studiengang wurde gemeinsam vom Deutschen Zentrum für Lehrerbildung Mathematik (DZLM), vom Leibniz-Institut für Pädagogik in den Naturwissenschaften (IPN) sowie vom Institut für Qualitätsentwicklung an Schulen Schleswig-Holstein (IQSH) entwickelt und ist an der Universität Kiel angesiedelt. Derzeit sind 20 Studierende im Studiengang eingeschrieben, Bewerbungen für den Studienstart im Wintersemester 2018/19 sind noch bis 15. August 2018 möglich.

Alle Informationen zum Studiengang sowie Informations-Webinare für Interessierte finden sich unter www.berufsbegleitende-lehrerbildung.de.

Maike Abshagen, Institut für Qualitätsentwicklung an Schulen Schleswig-Holstein
Email: maike.abshagen@iqsh.de
Regine Brandtner,
Deutsches Zentrum für Lehrerbildung Mathematik
Email: regine.brandtner@dzlm.de

Arbeitskreis: Frauen und Mathematik
Einladung zur Herbsttagung in Hamburg, 12.–13. 10. 2018

Renate Motzer

Die 29. Herbsttagung des Arbeitskreises „Frauen und Mathematik" der GDM findet am Fachbereich Mathematik der Universität Hamburg statt. Einer der Schwerpunkte wird das Spannungsfeld zwischen Frauen- und Mädchenförderung im Fach Mathematik auf der einen Seite sowie Frauenforschung zu Mathematik auf der anderen Seite sein, eingebettet auch in den größeren Kontext von „Gender" und „Diversity". Hierbei sollen auch benachbarte Fächer wie die Informatik oder die Physik mit angeschaut werden.

Neben Vorträgen und Diskussionen zu diesem Schwerpunkt, freuen wir uns auch auf Beiträge aus dem Kreis der Teilnehmenden, z. B. zu Themenfeldern wie Geschichte von Frauen in der Mathematik oder gendergerechter Mathematikunterricht. Darüber hinaus können auch aktuelle Lehr- oder Forschungsprojekte vorgestellt werden.

Das Tagungsprogramm und die Anmeldemodalitäten werden veröffentlicht unter www.math.uni-augsburg.de/projekte/ak_frau_math/aktuelles/.
Die Tagung beginnt am Freitag, 12. 10., um 14 Uhr und endet am Samstag, 13. 10., spätestens um 17 Uhr.

Für Rückfragen wenden Sie sich bitte an die Arbeitskreissprecherin Renate Motzer oder ihre Stellvertreterin und Organisatorin der Tagung, Andrea Blunck.

Renate Motzer, Universität Augsburg
Email: renate.motzer@math.uni-augsburg.de
Andrea Blunck, Universität Hamburg
Email: andrea.blunck@math.uni-hamburg.de

Arbeitskreis: Lehr-Lern-Labore Mathematik
Einladung zur Herbsttagung in Essen, 5.–6. 10. 2018

Jürgen Roth

Von Freitag, 5. 10. 2018, bis Samstag, 6. 10. 2018, findet in Essen die vierte Herbsttagung des Arbeitskreises Lehr-Lern-Labore Mathematik statt. Das Rahmenthema der Tagung lautet „Konzeptionen von Lehr-Lern-Laboren".

Detaillierte Informationen sind der entsprechenden Madipedia-Seite des Arbeitskreises bzw. der URL AK-LLL.mathe-labor.de/herbsttagung_2018/zu entnehmen.

Die Kontaktadresse für Fragen zur Tagungsorganisation lautet LLL-Tagung@uni-due.de.

Jürgen Roth, Universität Koblenz-Landau
Email: roth@uni-landau.de

Arbeitskreis: Ungarn

Sitzung im Rahmen der GDMV-Jahrestagung in Paderborn, 5. 3. 2018

Gabriella Ambrus

Das Treffen des Arbeitskreises Ungarn hat am Montagnachmittag (5. 3. 2018) stattgefunden. Wegen der vielen parallelen Arbeitskreissitzungen war die Anzahl der Teilnehmer nicht so hoch wie sonst.

Das Program war:

- Einleitung, Zusammenfassung der bisherigen Aktivitäten des Arbeitskreises
- Beantragung eines gemeinsamen Projekts im EU-Programm Erasmus+ mit mehreren Universitäten (Vortrag von Johann Sjuts, Osnabrück)
- Komplexer Mathematikunterricht nach Tamás Varga im 21. Jahrhundert – Ergebnisse aus dem ersten Jahr des Projekts (Vortrag von Ödön Vancsó, Budapest)
- Arbeitskreistagung im Herbst 2018
- Namensänderung des Arbeitskreises, Administratives

Das geplante gemeinsame Projekt hat den Titel: M³: Mehr Erfolg in Mathematik durch Metakognition (M³: More success in Mathematics by Metacognition) – Forschungsbasierte Entwicklung, Erprobung und Evaluation von Unterrichtsmaterialien für ein nachhaltiges Mathematiklernen.

Inhaltlich soll es dabei um Schulmathematik der Jahrgänge 5 bis 10 (Sekundarbereich I) gehen und alle Sachgebiete (Arithmetik, Algebra, Geometrie und Stochastik) umfassen. Über alle Sachgebiete und Kompetenzbereiche (Problemlösen, Modellieren, Darstellen, Argumentieren, Kommunizieren und Umgehen mit symbolischen, formalen und technischen Elementen der Mathematik) hinweg werden die beiden Ziele (Erstellung zum einen von Aufgaben, zum anderen von Unterrichtseinheiten) verfolgt.

Bei der Erstellung von Aufgaben liegt der Fokus darauf, (vorhandene) Aufgaben so umzugestalten, dass Metakognition und Diagnostik zum Tragen kommen. Im Zentrum stehen die Fragen: Wie gestaltet man Aufgaben, die Denkprozesse aufdecken und Verstehensprozesse fördern? Wie regt man metakognitive Aktivitäten an?

Bei der Erstellung von Lernmaterialien liegt der Fokus darauf, (vorhandene) Unterrichtseinheiten weiterzuentwickeln, und zwar so, dass sie der Unterschiedlichkeit der Lernenden im Sinne natürlicher Differenzierung und individueller Adaptivität Rechnung tragen. Aus den so erstellten Aufgaben und Lernmaterialien (und nach einer Evaluation im unterrichtlichen Einsatz) können Module für die Fortbildung von Mathematik-Lehrkräften entstehen.

Nach den Terminvorgaben wird der Antrag für das Projekt im März von Johann Sjuts mit der Teilnahme von Partnern aus Hochschulen in Deutschland (2), in Österreich (2), in der Slowakei (1) und in Ungarn (2) eingereicht. Mehrere Partner sind schon an der Arbeit des Arbeitskreises beteiligt; ein Ziel des Projektes ist es, die Zusammenarbeit im Arbeitskreis weiter zu verstärken, was auch in dem Antrag des Projektes ausdrücklich erwähnt ist.

Für den Fall der Genehmigung dauert das Projekt vom 1. September 2018 bis zum 31. August 2021.

Wegen der vielen Fragen fiel der Vortrag von Ödön Vancsó etwas kürzer aus. Im Bericht gab es eine Zusammenfassung der Ergebnisse der Arbeit des Akademischen Projektes in Ungarn (siehe auch Artikel in Mitteilungen der GDM, Heft 102), was von den ungarischen und französischen Fachberatern auch als gut bewertet wurde.

Der Termin der Tagung des Arbeitskreises im Herbst ist auf den 21.–22. September 2018 festgelegt worden.

Nach der Entscheidung in der Sitzung wurden die Vorschläge für eine Namensänderung des Arbeitskreises auch in einem Rundbrief für die weiteren Interessierten vorgelegt.

Aus den Antworten der Kollegen resultiert der neue Name des Arbeitskreises: *Arbeitskreis Mathematiklehren und -lernen in Ungarn.*

Die Tagungsbände der Herbstsitzungen 2015 und 2016 (Hrsg.: Éva Vásárhelyi und József Korándi) sind zugänglich auch auf der Internetseite. In Vorbereitung ist der Tagungsband 2017 (als Promath 2017 Band – wegen der gemeinsamen Tagung).

Unsere Internetseite ist unter der Seite der GDM-Arbeitskreise erreichbar.

Ein herzlicher Dank für die Hilfe bei der Zusammenstellung dieses Berichtes gilt Szilárd Svitek (Doktorand, ELTE).

Gabriella Ambrus, Eötvös-Loránd-Universität Budapest
Email: ambrusg@cs.elte.hu

Arbeitskreis: Vernetzungen im Mathematikunterricht

Augsburg, 13.–14. 4. 2018

Astrid Brinkmann, Matthias Brandl und Thomas Borys

Die 11. Tagung des Arbeitskreises „Vernetzungen im Mathematikunterricht" fand an der Universität Augsburg am 13. und 14. April 2016 statt; sie wurde von Renate Motzer rundum bestens organisiert.

Das diesjährige Veranstaltungsprogramm beinhaltete wieder ein sehr vielfältiges Angebot und gliederte sich in einen Lehrerfortbildungsnachmittag und einen arbeitskreisinternen Teil. Am Lehrerfortbildungstag wurden in Vorträgen sowie einem Workshop, Methoden für einen vernetzenden Mathematikunterricht und Beispiele für inhaltliche Vernetzungen, vorgestellt und diskutiert. Im arbeitskreisinternen Tagungsteil wurde in Vorträgen über Forschungsarbeiten und Projekte berichtet, ferner Handlungsbedarf bzgl. Vernetzungen im Mathematikunterricht aufgezeigt und weitere Aktivitäten des Arbeitskreises, insbesondere die Fortführung der Schriftenreihe *Mathe vernetzt*, geplant.

Rückblick auf die Tagungsvorträge/Workshop

Freitag, den 13. April 2018
(im Rahmen der Lehrerfortbildung)

Astrid Brinkmann (Münster) und Thomas Borys (Karlsruhe): Maps als Unterrichtsmittel
Graphische Darstellungen, die sich sowohl zum Visualisieren als auch zum Lernen vernetzten mathematischen Wissens in besonderer Weise eignen, sind Mind Maps, Concept Maps und hiervon abgewandelte Map-Formen. Verschiedene Einsatzmöglichkeiten solcher Vernetzungsdiagramme im Mathematikunterricht wurden vorgestellt.

Insbesondere wurde auf das *strukturierte Lehren und Lernen mit Maps* eingegangen. Da Maps, die in klassischer Weise von Schüler/-innen erstellt werden, individuell sehr unterschiedlich gestaltet sein können, wobei die Lehrperson aber mit Blick auf die Unterrichtsziele ganz bestimmte Inhalte mit ihren Vernetzungen dargestellt haben möchte, wurden für solch inhaltliche Eingrenzungen verschiedene methodische Vorgehensweisen vorgestellt und Beispiele für den Unterricht angegeben. Einen ausführlichen Artikel hierzu findet man im *Band 4* der Neuauflage der Schriftenreihe *„Mathe vernetzt"*; in diesem Band werden zudem passende Arbeitsblätter für den Unterricht zu vielen mathematischen Themen bereitgestellt.

Im zweiten Teil des Vortrags wurde ferner anhand konkreter Unterrichtsmaterialien dargelegt, wie speziell gestaltete *Maps* gewinnbringend beim Problemlösen und beim Modellieren eingesetzt werden können. Band 6 der Neuauflage der Schriftenreihe *Mathe vernetzt* enthält hierfür einen beschreibenden Artikel und mehrere Arbeitsblätter zum direkten Einsatz im Unterricht.

Michael Bürker (i. R., zuletzt Universität Freiburg): Überlegungen zu einer Vernetzung der Begriffe „Regression – Rekursion – Funktion" anhand ausgewählter Beispiele
Schülerinnen und Schüler lernen im Zusammenhang mit Daten und Funktionen und deren Anwendungen typischerweise den Begriff der Regression kennen, wobei aber der Computer oder grafische Taschenrechner die Hauptarbeit bei der Umsetzung von Daten zu Funktionen leistet. Die Schülerinnen und Schüler benutzen dabei das entsprechende Regressions-Menü für die verschiedensten Funktionen als Black Box, lernen aber kaum den mathematischen Hintergrund kennen (Methode der kleinsten Quadrate). Dieser wurde in Vortrag an einem einfachen Beispiel der linearen Regression unter die Lupe genommen werden. Zur Vernetzung von Rekursion und Funktion wurde am Beispiel einer Folge mit linearer Rekursionsgleichung, die explizite Darstellung durch eine Funktion der Form $xca^x + d$ sowie einige der entsprechenden Anwendungen, vor allem bei Spar- und Tilgungsprozessen, gezeigt. Alle genannten Überlegungen können ohne Differentialrechnung durchgeführt werden; daher ist deren Umsetzung im Unterricht am Ende der Mittelstufe möglich.

Thomas Borys (Karlsruhe): Geheimschriften im Mathematikunterricht
Geheimschriften werden in die Wissenschaft der Kryptologie eingeordnet. War diese noch bis vor wenigen Jahrzehnten eine Wissenschaft für Regierungen, Geheimdienste und Spione, so ist sie heute dank der modernen Informationstechnik mitten in unserem Leben. Viele Anwendungen im Umfeld des Computers bedienen sich kryptologischer Techniken, beispielsweise beim Login auf das E-Mail-Account, Arbeiten auf https-Seiten und Online-Banking.

Wegen dieser Bedeutung im Leben des modernen Menschen, sollten kryptologische Themen im allgemeinbildenden Unterricht angesprochen werden. Dafür bietet sich das Fach Mathematik, wegen seinen vielfältigen Vernetzungen zur Kryptologie, an. An verschiedenen Verschlüsselungsverfahren wurden im Vortrag die inhaltlichen Vernetzungen der Kryptologie zu den Inhalten des Mathematikunterrichts dargelegt. Insbesondere wurden dabei praktische unterrichtliche Umsetzungsmöglichkeiten aufgezeigt, so z. B. der kostenlos zugängliche Online-Adventskalender „Krypto im Advent“.

Renate Motzer (Augsburg): Von Schwierigkeiten und erstaunlichen Entdeckungen beim Ordnen von Verhältnissen
Bruchrechnen gilt als eine schwierige mathematische Thematik, mit der selbst Studienanfänger ihre Probleme haben. Werden Bruchzahlen als Ausdrücke für Verhältnisse verstanden, sind die Schwierigkeiten oft noch größer. Dabei gäbe es einiges zu entdecken, wenn man den Verhältnisaspekt von Brüchen unter die Lupe nimmt. Als Beispiele wurde u. a. der „Schorlebeweis“ vorgestellt und das Simpsonparadoxon aus der Statistik aufgezeigt. Durch Ordnen von Bruchzahlen als Ordnen von Verhältnissen kann – so zeigte es sich im Vortrag – das Rätsel von der „wunderbaren Flächenvermehrung“ geklärt werden.

Christian Barthel (Passau): Einsatz von GeoGebra in der gymnasialen Oberstufe (Workshop)
Die dynamische Geometriesoftware GeoGebra bietet eine Vielzahl von Einsatzszenarien, die weit über einzelne Anschauungs- und Anwendungsbeispiele im Unterricht hinausgehen und eine selbstständige Auseinandersetzung mit Mathematik ermöglichen. In diesem Workshop wurden Lernumgebungen vorgestellt, die von Lehrer/-innen in der gymnasialen Oberstufe verwendet werden können, um Themen im Unterricht zu veranschaulichen und Schüler/-innen durch differenzierende Hilfestellungen darin unterstützen Inhalte zu wiederholen, besser zu verstehen, zu vernetzen und anzuwenden. Eine Sammlung der Materialien lässt sich unter www.geogebra.org/m/jfay7xtf einsehen. Darüber hinaus erhielten die Teilnehmer/-innen die Möglichkeit, sich vertieft mit der Erstellung entsprechender GeoGebra-Applets auseinanderzusetzen und eigene Ideen in GeoGebra praktisch umzusetzen.

Samstag, den 14. April 2018
(im Rahmen der internen Sitzung)

Christian Barthel (Passau): Entwicklungen und Einsatzmöglichkeiten der GeoGebra-online-Plattform als Werkzeug für Vernetzung im Unterricht
GeoGebra bietet, über die bekannte Geometriesoftware hinaus, die Möglichkeit als Lernmanagementsystem genutzt zu werden. In GeoGebra Gruppen lassen sich beispielsweise verschiedenste Materialien sammeln und Schüler/-innen zur Verfügung stellen. Hiermit können Strukturen geschaffen werden, die Vernetzung im Unterricht unterstützen und erleichtern. Darüber hinaus arbeitet GeoGebra an einer browserbasierten Whiteboard-Software, die auf der bekannten GeoGebra-Software basiert und bereits in der aktuellen Erprobungsphase eine Vielzahl von interessanten Funktionen für den erfolgreichen Einsatz mit digitalen Whiteboards besitzt. In diesem Vortrag wurden neue Entwicklungen zu dieser Whiteboard-Software und GeoGebra als Plattform zur Organisation und Bereitstellung von Unterrichtsmaterialien vorgestellt und das sich daraus ergebende Potential für Vernetzung im Mathematikunterricht, diskutiert.

Renate Motzer (Augsburg): Wo kommen Inhalte der Linearen Algebra in der Schule vor und wie können Schulinhalte eine Vorlesung zur Linearen Algebra bereichern?
Lineare Algebra beschäftigt sich mit Strukturen, in denen Linearkombinationen gebildet werden und die daher durch Basiselemente erzeugt werden. Auch schulische Formate wie etwa Zahlenmauern oder magische Quadrate haben diese Eigenschaften.

Neben der durch Pfeilen im R^2 und R^3 dargestellten Vektoren, gibt es also auch weitere Gebiete der Schulmathematik, anhand derer über Vektorraumstrukturen nachgedacht werden kann. Im Vortrag wurde gezeigt, dass sich mit linearen Gleichungen eindeutig Rechendreiecke lösen lassen und dass bei Rechenvierecken ebenso lineare Gleichungssysteme auftauchen, die nicht lösbar sind oder mehrere Lösungen haben. Determinanten können zur Berechnung von Flächen und Volumen verwendet werden oder gar darüber definiert werden. Abbildungen, die mit Hilfe von Matrizen beschrieben werden, können ebenso in beiden Bereichen vorkommen. Studierende konnten erleben, wie sich abstrakte Strukturen aus konkreten Schulfragen entwickeln können.

Adrian Schlotterer (Augsburg): Verknüpfung von Schulmathematik und Unimathematik in einem Seminar für Realschulstudierende
RS-Lehramtsstudierende haben in einem Seminar die Möglichkeit bekommen, zu entdecken wie die Hochschulmathematik mit der Schulmathematik vernetzt ist. Die häufig beklagte fachliche Diskrepanz sollte zumindest exemplarisch in ausgewählten realschulrelevanten Themenbereichen überwunden werden. Die Studierenden konnten dabei die

Sinnhaftigkeit der höheren Mathematik für das spätere Lehren der elementaren Mathematik verstehen (und erleben). Im Vortrag wurden die Ideen dazu vorgestellt und anhand einiger Dokumente (v. a. Concept Maps) erläutert, wie das funktioniert und worin eventuell Probleme liegen.

Helga Jungwirth (Linz): Vernetzungen zwischen den Aspekten Gender und neue Technologien
Es wurden Beobachtungen aus Studien zum Mathematikunterricht berichtet, in denen verstärkt neue Technologien eingesetzt werden. Ein Focus wurde dabei auf genderspezifische Unterschiede in Umgang mit neuen Technologien gelegt. Mögliche Konsequenzen aus diesen Beobachtungen wurden tiefgehend diskutiert.

Reinhard Oldenburg (Augsburg): Vernetzungen zwischen dem Informatik- und dem Mathematikunterricht
In Bayern und einigen anderen Ländern hat sich die Informatik an Gymnasien zum regulären, verpflichtenden Schulfach entwickelt. Diese Entwicklung hat den Mathematikunterricht bisher aber nur peripher tangiert. Der Vortrag hat daher an vielen Beispielen diskutiert, wie der Mathematikunterricht von der Informatik profitieren könnte.

Ausblick

Weitere Tagungsordnungspunkte betrafen Organisatorisches:

Planung der nächsten Tagung
Thomas Borys übernimmt die Organisation der 12. Tagung des Arbeitskreises, die voraussichtlich am 17.–18. Mai 2019 an der PH Karlsruhe stattfinden wird. Nähere Infos sind zu finden unter: www.math-edu.de/Vernetzungen/Tagungen.html

Schriftenreihe Mathe vernetzt – Anregungen und Materialien für einen vernetzenden Mathematikunterricht*: Neu konzeptualisierte, aktualisierte und überarbeitete Neuauflage der Reihe beim Verlag MUED (Erstauflage: Aulis Verlag)*
Die Schriftenreihe „Mathe vernetzt – Anregungen und Materialien für einen vernetzenden Mathematikunterricht“ (www.math-edu.de/Vernetzungen/Schriftenreihe.html, herausgegeben von Astrid Brinkmann), in der Arbeitsergebnisse des Arbeitskreises „Vernetzungen im Mathematikunterricht“ vorgestellt werden, richtet sich als Leserzielgruppe insbesondere an Mathematiklehrende an Schulen, sie kann aber auch in der Ausbildung von Lehramtsstudierenden eingesetzt werden. Die ersten fünf Bände der Reihe sind in den Jahren 2011–2016 beim Aulis Verlag in der Stark Verlagsgesellschaft erschienen. 2017 erfolgte eine Neuauflage der Reihe – in nunmehr sechs Einzelbänden – beim MUED Verlag, in neu konzeptualisierter, aktualisierter und überarbeiteter Weise.

Jeder der Bände der Neuauflage umfasst vier Teile: 1. Unterrichtsmethoden, 2. Mögliche inhaltliche Vernetzungen, 3. Vernetztes Denken fördern, 4. Materialien und Kopiervorlagen. Die ersten drei Teile bieten informative Grundlagenartikel, teils mit konkreten Vorschlägen für eine Umsetzung im Unterricht; der vierte Teil enthält Materialien zu den Grundlagenartikeln. Die Materialien bestehen aus direkt einsetzbaren, fertig aufbereiteten Arbeitsblättern für die Unterrichtsvorbereitung. Zu jedem Arbeitsblatt gibt es Musterlösungen bzw. Lösungsvorschläge sowie didaktische Hinweise, Stichwörter zur Zuordnung hinsichtlich Stoff und Altersstufe und nicht zuletzt den Hinweis auf jenen Artikel, der den Hintergrund für das Arbeitsblatt bildet.

Die Schriftenreihe wird mit weiteren Bänden beim Verlag MUED fortgeführt. Zurzeit ist Band 7 in Arbeit; mögliche Beiträge für diesen Band und ihre inhaltliche Gestaltung wurden auf der Tagung besprochen.

Autoren, die einen Artikel für die Schriftenreihe anbieten möchten, wenden sich bitte an Astrid Brinkmann. Informationen und Formatvorlage findet man unter www.math-edu.de/Vernetzungen/Schriftenreihe.html.

Das gesamte Tagungsprogramm und weitere Informationen zu den Tagungen des Arbeitskreises können im Internet unter der Adresse www.math-edu.de/Vernetzungen/Tagungen.html abgerufen werden.

Allgemeine Informationen zum Arbeitskreis „Vernetzungen im Mathematikunterricht“ findet man unter www.math-edu.de/Vernetzungen.html. Interessierte sind als weitere Mitglieder stets herzlich willkommen.

Astrid Brinkmann, Universität Münster
Email: astrid.brinkmann@math-edu.de

Matthias Brandl, Universität Passau
Email: matthias.brandl@uni-passau.de

Thomas Borys, Pädagogische Hochschule Karlsruhe
Email: borys@ph-karlsruhe.de

Rückschau auf die Angebote der GDM-Nachwuchsvertretung im Rahmen der 3. Gemeinsamen Jahrestagung GDMV

Andreas Frank, Johanna Goral und Mona-Lisa Maisano im Namen der GDM-Nachwuchsvertretung

Der wissenschaftliche Nachwuchs konnte während der GDMV in Paderborn wie in den letzten Jahren verschiedene Programmpunkte wahrnehmen, die von der Nachwuchsvertretung der GDM organisiert wurden.

Eröffnet wurde das Nachwuchsprogramm mit dem *Nachwuchstag* am Sonntag vor Tagungsbeginn, der vorwiegend an den Bedürfnissen der Doktoranden und Doktorandinnen im ersten Jahr ihres Promotionsprojektes ausgerichtet ist. In diesem Jahr wurde bei 105 Anmeldungen erstmals eine dreistellige Teilnehmerzahl erreicht. Erfreulicherweise konnten wir dabei fast alle Wünsche zu unseren Angeboten, die wir im Vorfeld abgefragt hatten, erfüllen und mussten niemandem die Teilnahme am Nachwuchstag verwehren. Für die Teilnehmer und Teilnehmerinnen bestand die Möglichkeit, andere Promovierende aus dem deutschsprachigen Raum kennenzulernen und dabei an drei Veranstaltungsformaten teilzunehmen:

- Wir konnten es allen ermöglichen, an den zwei gewünschten von insgesamt sechs verschiedenen Workshops teilzunehmen. Im Vergleich zum letzten Jahr konnten wir dabei unser Angebot erweitern. Neben den etablierten Workshops mit den Titeln *Umgang mit Literatur*, *Vorträge halten*, *Wissenschaftliches Schreiben* und *Selbstmanagement* wurde für dieses Jahr ein Workshop zur *Gestaltung wissenschaftlicher Poster* neu konzipiert. Außerdem hatten wir mit dem Workshop zum *Neustart von MathEduc in Madipedia* erstmals ein externes Angebot im Programm. An dieser Stelle möchten wir uns ganz herzlich bei Claudia-Susanne Günther, Dr. Karen Reitz-Koncebovski und Prof. Dr. Ulrich Kortenkamp von der Universität Potsdam bedanken.
- Einige Teilnehmer und Teilnehmerinnen konnten ihren GDMV-Vortrag als Probevortrag in einem kleineren Kreis halten und Feedback von ihren Mitdoktoranden und -doktorandinnen bekommen. Dabei konnten wir zwölf von 18 Anfragen berücksichtigen, wobei Nachwuchstag-Neulinge bevorzugt wurden.
- Moderierte Gesprächsrunden in kleinem Rahmen (maximal acht Personen) ermöglichten es, sich über individuelle Fragen oder Probleme, die die Teilnehmenden aktuell beschäftigten, intensiv auszutauschen und Anregungen zu erhalten. Hier fanden sich einerseits themenübergreifende Gruppen zusammen, um beispielsweise die Konkretisierung von Forschungsfragen, die Einschränkung des theoretischen Hintergrunds oder Fragen eines geeigneten methodischen Vorgehens zu diskutieren. Andererseits waren bestimmte Forschungsthemen wie Sprache im Mathematikunterricht, digitale Medien oder Argumentieren und Problemlösen Inhalt dieser Gesprächsrunden.

Die Teilnehmenden gaben zu Ablauf, Angeboten und Umfang des Nachwuchstages ein überwiegend positives Feedback ab. Bei den moderierten Gruppen zum thematischen Austausch wurde beispielsweise als gewinnbringend angesehen, dass eigene inhaltliche Anliegen mit eingebracht sowie verschiedene Sichtweisen diskutiert werden konnten und dass ein guter Austausch über bisherige Erfahrungen und über aktuelle Probleme möglich war. Bei der Strukturierung und Durchführung dieses Formats wird von Seiten der Teilnehmenden wie auch von unserer Seite noch Verbesserungsbedarf gesehen. Zudem wurde ein größeres Zeitfenster für Probevorträge und anschließende Diskussionen nachgefragt. Auch dieses Problem werden wir im Hinblick auf das Angebot im kommenden Jahr diskutieren.

Über den Nachwuchstag hinaus boten wir während der Tagung weitere Veranstaltungen für den wissenschaftlichen Nachwuchs an. Unmittelbar im Anschluss an den Nachwuchstag fand die Talkrunde statt. Hier berichteten uns Prof. Dr. Kerstin Tiedemann (Universität Bielefeld) und Dr. Nils Krause (Lehrer am Georg-Cantor-Gymnasium in Halle/Saale) aus ihrer eigenen Promotionszeit und ihrem anschließenden Werdegang. Während Kerstin Tiedemann erzählte, von welchen Höhen und Tiefen ihr wissenschaftlicher Karriereweg bis zum heutigen Tag gezeichnet war und auf welch geschickte Art und Weise sie sich immer wieder ihren Freiraum schafft, schilderte uns Nils Krause, welche Vorteile eine Promotion mit sich bringen kann, auch wenn das Ziel in den Schuldienst zu treten und in einer Schule zu unterrichten schon lange feststand. Der Kontrast aus Karriere in Wissenschaft einerseits und Schulpraxis andererseits zeigte zwei unterschiedliche, aber gleichermaßen erfolgreiche Wege nach der Promotion. Es schloss sich eine muntere Diskussion mit zahlreichen Fragen an unsere beiden Gäste an, die das hohe Interesse an diesem Thema unterstrich.

Im Rahmen des Nachwuchsforums wurden aktuelle Themen angesprochen und Informationen weitergegeben, die insbesondere für den wissenschaftlichen Nachwuchs interessant sind, wie beispielsweise das Angebot der GDM-Nachwuchskonferenz 2018 in Münster, die Vorteile einer GDM-Mitgliedschaft oder Möglichkeiten zur Reisebeihilfe. Mit etwa 20 Teilnehmern und Teilnehmerinnen war das Nachwuchsforum wenig besucht, weshalb wir über eine Umstrukturierung dieses Formats für die nächste GDM nachdenken werden.

Der Kneipenabend als soziales Ereignis diente dem gegenseitigen Kennenlernen der Promovierenden und Post-Docs und war mit mehr als 150 Personen, die sich im Laufe des Abends in einem Lokal in der Paderborner Innenstadt einfanden, wie in den Vorjahren sehr gut besucht. Erfreulicherweise gesellten sich auch wieder einige Professoren und Professorinnen dazu.

Bei der Experten-/Expertinnensprechstunde stand das einzelne Promotionsprojekt im Vordergrund. Insgesamt nahmen zehn Promovierende diese Form der Einzelberatung durch einen Experten resp. eine Expertin wahr, um offene Fragen zum eigenen Promotionsvorhaben mit dieser erfahrenen Person zu diskutieren.

Im Workshop zur Supervision von Jun.-Prof. Dr. Maike Schindler (Universität zu Köln) stand das Verhältnis zwischen Betreuer bzw. Betreuerin und Doktorand bzw. Doktorandin während der Promotionszeit im Vordergrund. Für das Gelingen und die Qualität einer Doktorarbeit sind Zusammenarbeit und Kommunikation essentiell. 15 Promovierende erlernten Tipps und Tricks zur Kommunikation sowie Strategien und Methoden, um potentiellen Problemen vorbeugen zu können.

Um vor allem Post-Docs und erfahrene Promovierende gut auf ihre weitere wissenschaftliche Karriere vorzubereiten, wurden während der GDMV zudem zwei Workshops zum Publizieren von Forschungsergebnissen und zum Einwerben von Forschungsmitteln angeboten.

- Im *Workshop zum Schreiben von (DFG-) Forschungsanträgen* erhielten 15 Teilnehmende von Prof. Dr. Stefan Ufer (LMU München) wichtige organisatorische Hinweise zum Antragsprozess und diskutierten mit ihm Tipps und Tricks, um diesen Verlauf möglichst erfolgreich zu gestalten.
- Der *Workshop zum akademischen Schreiben* von Prof. Dr. Aiso Heinze (IPN Kiel) knüpfte an den Workshop der letzten GDM-Tagung in Potsdam an. In praktischen Übungen bekamen die 25 Teilnehmenden Einblick in zentrale Bestandteile des Schreibprozesses und -produktes.

Wir bedanken uns ganz herzlich bei Maike Schindler, Stefan Ufer und Aiso Heinze für ihr Engagement und ihre Unterstützung in diesen wichtigen Bereichen erfolgreicher Zukunftsplanung.

Aufgrund des großen Andrangs am Nachwuchstag und des umfangreich und vielfältig gestalteten Nachwuchs-Programms, in das auch Experten und Expertinnen mit eingebunden waren, wurden wie in den letzten Jahren einige Ausgaben (Geschenke für Gastvortragende, Materialien für die Workshops, Verpflegung) getätigt. Wir bekamen vom Beirat und vom Organisationsteam in Paderborn ein finanzielles Budget eingeräumt, sodass wir diese Kosten decken konnten. Für dieses große Entgegenkommen möchten wir uns ganz herzlich bedanken, ebenso wie für die tolle Organisation und die tatkräftige Unterstützung während unserer Zeit in Paderborn. Außerdem gilt unser Dank allen weiteren Mitwirkenden, die zu diesem gelungenen Nachwuchsprogramm beigetragen haben, sowie allen Teilnehmenden, die durch ihre rege Beteiligung unser Programm mit Leben gefüllt haben.

Die Nachwuchsvertretung während der GDMV bestand aus: Andreas Frank, Johanna Goral, Fabian Grünig, Kerstin Hein, Raja Herold-Blasius, Julia Joklitschke, Marcel Klinger, Mona-Lisa Maisano, Angel Mizzi, Ralf Nieszporek, Julia Ollesch, Sebastian Schorcht, Petra Tebaartz, Frederike Welsing und Holger Wuschke.

Aktuelle Informationen zur Nachwuchsvertretung und zu unseren Angeboten finden sich unter madipedia.de/wiki/Nachwuchsvertretung_der_GDM.

Jahrestagung der GDM 2019

Regensburg, 4.–8. 3. 2019

Die 53. Jahrestagung der Gesellschaft für Didaktik der Mathematik findet vom 4.–8. März 2019 an der Universität Regensburg statt.

Als Veranstaltungsformate sind Hauptvorträge, Minisymposien, Einzelvorträge, Kurzvorträge und eine Poster Session sowie praxisbezogene Workshops und Vorträge am Tag für Lehrerinnen und Lehrer vorgesehen.

Alle Teilnehmerinnen und Teilnehmer der Tagung haben die Möglichkeit, sich durch die Einreichung eines Minisymposiums und eines Beitrages (Vortrag im Minisymposium, Einzelvortrag, Kurzvortrag, Poster) in das wissenschaftliche Programm einzubringen.

Das Tagungsteam bittet darum, die gegenüber den letzten GDM-Tagungen teilweise erweiterten Bedingungen und früheren Termine für die Einreichung eines Minisymposiums und eines Beitrages zu beachten. Hintergrund sind die in diesen GDM-Mitteilungen erläuterten Guidelines für GDM-Tagungen. Derzeit und noch bis 1. August 2018 können Minisymposien eingereicht werden. Die Bekanntgabe der Minisymposien ist für den 1. September 2018 vorgesehen. Ab diesem Zeitpunkt sind die Anmeldung zur Tagung und auch die Einreichung von Beiträgen für die Minisymposien möglich.

Alle aktuellen Informationen zum Programm, zur Tagungsanmeldung sowie zur Einreichung von Minisymposien und Beiträgen finden sich auf der Tagungshomepage www.gdm-tagung.de/2019.

Campus der Universität Regensburg (Foto: Universität Regensburg, Referat II/2 – Kommunikation; Susanne Goldbrunner)

F^3 – Fachdidaktische Forschungsperspektiven Funktionen

Tagungseinladung und Call for Papers
Landau, 22.–23. 3. 2019

Ulrike Dreher, Marcel Klinger, Michaela Lichti und Jürgen Roth

Der Funktionsbegriff ist von grundlegender Bedeutung für die Mathematik, den Mathematikunterricht und den Alltag. Mathematikdidaktische Forschung rund um diesen Begriff hat bereits eine lange Tradition aus der sich vielfältige Forschungsinteressen und -perspektiven entwickelt haben. Die Tagung F^3 bietet eine Austauschplattform zur Diskussion und Reflexion dieser unterschiedlichen Forschungsperspektiven mit dem Ziel, Gemeinsamkeiten und Unterschiede herauszuarbeiten sowie auf dieser Grundlage Forschungsdesiderate zu definieren.

Da wir dieselbe Zielgruppe im Blick haben, machen wir hier auch auf einen Call for Papers zum Thema „Funktionales Denken“ in *Mathematica Didactica* aufmerksam, der auf der Homepage der Zeitschrift oder direkt unter bit.ly/CfPFDMD zu finden ist.

1 Informationen zur Tagung

Die Tagung F^3 findet vom 22. bis 23. März 2019 am Campus Landau der Universität Koblenz-Landau statt und wird in Kooperation zwischen Prof. Dr. Jürgen Roth (Universität Koblenz-Landau), Michaela Lichti (Universität Koblenz-Landau), Dr. Marcel Klinger (Universität Duisburg-Essen) und Ulrike Dreher (Pädagogische Hochschule Freiburg) ausgerichtet. Ziel der Tagung ist die Formulierung konkreter Zielperspektiven zur langfristigen Ausrichtung der fachdidaktischen Forschung zum Funktionsbegriff. Dabei wird die Vernetzung und Zusammenarbeit der verschiedenen Standorte in der Forschung angestrebt.

Einen Überblick über die aktuellen Forschungsinteressen zum Funktionsbegriff leistet eine Poster-Präsentation zu Beginn der Tagung. Teilnehmer/-innen erhalten so die Möglichkeit, ihr jeweiliges Forschungsinteresse rund um den Funktionsbegriff und zugehörige Befunde vorzustellen. Der Hauptvortrag liefert Impulse, die in anschließenden Workshops mit unterschiedlichen Fokussen bearbeitet werden. Die Ausrichtung der Workshops wird sich auch aus den Interessen der Teilnehmenden ergeben. Entsprechend besteht die Möglichkeit, Workshops durch thematische Impulsvorträge von Teilnehmenden zu eröffnen. Dazu können gewünschte Themenschwerpunkte für Workshops mit Titel und Abstract (500 Zeichen inkl. Leerzeichen) bei der Tagungsanmeldung eingereicht werden. Die Ergebnisse der Workshops bilden die Grundlage zur Entwicklung der Zielperspektiven der fachdidaktischen Forschung zum Funktionsbegriff.

Weitere Informationen finden Sie auf der Tagungshomepage (madipedia.de/wiki/F3_2018). Die Anmeldung ist bis zum 8. März 2019 möglich. Eine Teilnahme an der Poster-Präsentation ist pro Standort obligatorisch, Workshop-Impulse können bei der Anmeldung eingereicht werden.

Wir freuen uns auf zahlreiche Anmeldungen.

Hinweise zum Datenschutz

Andreas Vohns

Wie die meisten von Ihnen vermutlich mitbekommen haben, ist Ende Mai 2018 die Datenschutzgrundverordnung in Kraft getreten, die auch einige Änderungen für Vereine mit sich bringt. Zu meinen letzten Handlungen als noch amtierender Schriftführer gehörte, hier noch die nötigen Umstellungen in den Abläufen im Rahmen der Schriftführung in die Wege zu leiten. Auf zwei besonders relevante Umstellungen sei hier kurz hingewiesen.

Mitgliederdatenbank

Bislang war die Mitgliederdatenbank der GDM auch für Nicht-Mitglieder im Internet teilweise einsehbar, d. h. Außenstehende hatten die Möglichkeit zu sehen, wer Mitglied der GDM ist und welche dienstliche Adresse die einzelnen Personen haben. Seit Ende Mai sind die entsprechenden Daten nur noch für Mitglieder der GDM nach Einloggen in die Datenbank einsehbar. Hinsichtlich Ihrer Privatadresse ändert sich nichts: Diese ist weiterhin in der Standardeinstellung nur für den Vorstand einsehbar, die Privatadresse kann von den Mitgliedern selbst durch Auswählen einer entsprechenden Option den anderen Mitgliedern zugänglich gemacht werden.

Beitrittsformular

Bislang hieß es auf dem Beitrittsformular einigermaßen pauschal: „Ich bin damit einverstanden, dass diese Daten für vereinsinterne Zwecke in einer elektronischen Datenverarbeitungsanlage gespeichert werden." Eine derartig pauschale Einverständniserklärung ist nach DSGVO nicht mehr zulässig, vielmehr ist zu unterscheiden zwischen solchen Datenverarbeitungsprozessen, die für das Vereinsleben essentiell sind – für diese ist dann keine gesonderte Einverständniserklärung einzuholen, sondern man erklärt sich mit dem Beitritt in den Verein automatisch bereit, diesen Verarbeitungstätigkeiten zuzustimmen – und solchen Datenverarbeitungsprozessen, die als optional anzusehen sind – bei diesen ist ein gesondertes Einverständnis einzuholen, das jederzeit widerrufen werden kann. Unabhängig davon, ob ein Verarbeitungsprozess als essentiell oder optional angesehen wird, über Art, Umfang und Zweck der Verarbeitungstätigkeiten ist jedenfalls geeignet zu informieren.

Für neue Mitglieder geschieht dies durch das geänderte Beitrittsformular, das Sie auf unserer Homepage finden können. Für die bestehenden Mitglieder drucken wir die Informationen im Folgenden ab.

Datenverarbeitungen im Rahmen der Vereinsmitgliedschaft

Informationen zur Datenweitergabe an Veranstalter von Jahrestagungen, Vereine mit bestehendem Reziprozitätsabkommen
Wir geben den Mitgliedern der GDM zur Kenntnis, dass (1) im Falle der Teilnahme an Jahrestagungen der Gesellschaft für Didaktik der Mathematik zur Beanspruchung des reduzierten Tagungsbeitrags eine Übermittlung personenbezogener Daten an die jeweiligen Veranstalter der Jahrestagung, (2) im Falle der Beanspruchung eines reduzierten Mitgliedsbeitrags für Mitglieder eines Vereins, mit dem ein Reziprozitätsabkommen besteht, eine Übermittlung personenbezogener Daten an den jeweiligen Verein gegebenenfalls erforderlich ist.

Wir gehen davon aus, dass vor dem 25. 5. 2018 eingetretene Mitglieder der GDM damit einverstanden sind, dass die mit dem Beitrittsformular erhobenen Daten zu den in der Datenschutzerklärung/ in den Informationen über die Verwendung personenbezogener Daten (siehe unten) angeführten Zwecken (1) an die jeweiligen Tagungsveranstalter, (2) an den jeweils betroffenen Verein weitergegeben werden dürfen.

Ein Widerruf ist jederzeit mit Wirkung für die Zukunft per E-Mail oder per Brief an die Schriftführerin möglich. Die Mitglieder der GDM nehmen zur Kenntnis, dass der Widerruf der Zustimmung der Datenweitergabe zur Verweigerung (1) des reduzierten Tagungsbeitrags für Vereinsmitglieder, (2) des reduzierten Mitgliedsbeitrags in dem Verein, mit dem ein Reziprozitätsabkommen besteht, führen kann.

Einverständniserklärung Rundmail des 1. Vorsitzenden
Die Rundmail des 1. Vorsitzenden informiert Sie über das Vereinsgeschehen und Nützliches und Wissenswertes aus den Bereichen Mathematikdidaktik und Mathematikunterricht. Die Vereinsmitgliedschaft ist nicht an den Bezug der Rundmail des

1. Vorsitzenden gebunden! Der Versand der Rundmail erfolgt auf elektronischem Wege an die von Ihnen gewählte E-Mail-Adresse. Frequenz des Versands: ca. einmal pro Monat. Eine Abbestellung ist jederzeit über die Mitgliederdatenbank des Vereins möglich.

Information über die Verwendung personenbezogener Daten/Datenschutzerklärung
Wir geben den Mitgliedern der GDM zur Kenntnis, dass personenbezogene Daten der Mitglieder (Name, Vorname, ggf. Titel, Geschlecht, Geburtsdatum, Geburtsort, Eintrittsdatum, dienstliche Anschrift, dienstliche Emailadresse, private Anschrift, private Emailadresse) auf vertraglicher Grundlage (Mitgliedschaft) innerhalb des Vereins elektronisch und manuell verarbeitet werden. Die Zwecke der Verarbeitung sind inhaltliche und organisatorische Gestaltung des Vereinslebens, finanzielle Abwicklung inkl. Doppelmitgliedschaften und reduzierte Tagungsbeiträge, Mitgliederverwaltung, Zusendung der Vereinszeitschrift *Mitteilungen der GDM* und des *Journals für Mathematik-Didaktik*.

Die Gesellschaft für Didaktik der Mathematik e. V., DMV/GDM-Geschäftsstelle, c/o WIAS, Mohrenstraße 39, 10117 Berlin, ist Verantwortlicher für die hier dargelegten Verarbeitungstätigkeiten. Die Bereitstellung der oben genannten Daten ist zur Erfüllung des Vereinszwecks gemäß Satzung erforderlich, bei Nichtbereitstellung ist eine Mitgliedschaft im Verein nicht möglich.

Personenbezogene Daten finden vom Verein nur für die dargelegten Zwecke Verwendung. Bei Vereinsaustritt werden alle Daten – sofern kein Rückstand an Zahlungen seitens des Mitglieds besteht, die Daten auch nicht zur Geltendmachung, Ausübung oder Verteidigung von Rechtsansprüchen des Vereins benötigt werden und keine längere Aufbewahrung der Daten gesetzlich angeordnet ist, spätestens binnen eines Jahres ab Austritt gelöscht. Die Daten eines Mitglieds können im Falle der geäußerten Einwilligung zur Datenweitergabe an Veranstalter von Jahrestagungen und/oder an Vereine, mit denen ein Reziprozitätsabkommen besteht, zur Abwicklung der jeweils einschlägigen finanziellen Vergünstigungen weitergegeben werden.

Ihre Rechte im Zusammenhang mit datenschutzrechtlichen Vorschriften erstrecken sich auf das Recht auf Auskunft, Berichtigung, Löschung, Einschränkung, Datenübertragbarkeit und Widerspruch in die Verarbeitung. Des Weiteren haben Sie ein Beschwerderecht bei der Datenschutzbehörde – über alle diese Aspekte gibt die Vereinswebpage unter dem Punkt Datenschutz näher Auskunft: www.didaktik-der-mathematik.de/datenschutz

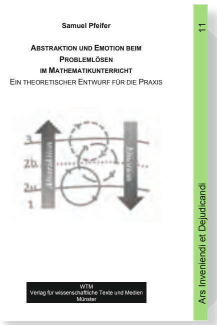
Andreas Vohns, Alpen-Adria-Universität Klagenfurt
Email: andreas.vohns@aau.at

Gesellschaft für Didaktik der Mathematik e. V. (GDM)

■ ***Vorstand**. 1. Vorsitzender:* Prof. Dr. Andreas Eichler, Universität Kassel, Institut für Mathematik, Heinrich-Plett-Straße 40, 34132 Kassel. Tel. 0561 . 804-4310 eichler@mathematik.uni-kassel.de
■ *2. Vorsitzende:* Prof. Dr. Katja Lengnink, Justus-Liebig-Universität Gießen, Institut für Didaktik der Mathematik, Karl-Glöckner-Straße 21c, 35394 Gießen. Tel.: 0641 . 99-32221, katja.lengnink@math.uni-giessen.de
■ *Kassenführer:* Prof. Dr. Torsten Fritzlar, Martin-Luther-Universität Halle-Wittenberg, Philosophische Fakultät III – Erziehungswissenschaften, Institut für Schulpädagogik und Grundschuldidaktik, Franckeplatz 1, Haus 31, 06110 Halle (Saale). Tel. 0345 . 5523-880, torsten.fritzlar@paedagogik.uni-halle.de
■ *Schriftführerin:* Dr. Daniela Götze, Technische Universität Dortmund, Fakultät für Mathematik, IEEM – Institut für Entwicklung und Erforschung des Mathematikunterrichts, Vogelpothsweg 87, 44221 Dortmund. Tel. 0231 . 755-6107, Fax. 0231 . 755-2948, daniela.goetze@math.tu-dortmund.de
■ *Bankverbindung:* Vereinigte Raiffeisenbanken Heroldsberg, Kto-Nr. 305 87 00, BLZ 770 694 61, IBAN DE05 7706 9461 0003 0587 00, BIC GENODEF1GBF.
■ *Homepage der GDM:* www.didaktik-der-mathematik.de

Impressum
■ Verleger: GDM ■ Herausgeberin: Dr. Daniela Götze (Anschrift s. o.) ■ Gestaltung und Satz: Christoph Eyrich ■ Umschlagentwurf: Dr. Daniela Götze ■ Druck: Oktoberdruck GmbH, Berlin
Der Bezugspreis der GDM-*Mitteilungen* ist im Mitgliedsbeitrag der GDM enthalten.

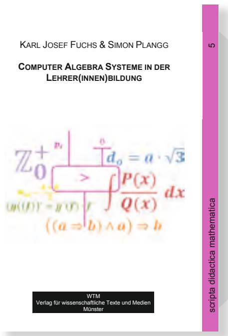
Neuerscheinungen im WTM-Verlag 2018



Pfeifer, S.: Abstraktion und Emotion beim Problemlösen im Mathematikunterricht. Ein theoretischer Entwurf für die Praxis. Münster 2018. Ca. 440 Seiten, DIN A5.

978-3-95987-067-2 Print *44,90 €*

978-3-95987-068-9 E-Book 40,90 €



Fuchs, K. J., & Plangg, S.: Computer Algebra Systeme in der Lehrer(innen)bildung. Münster 2018. Ca. 110 Seiten, DIN A5.

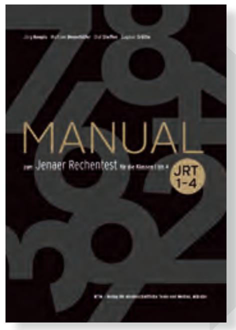
978-3-95987-084-9 Print *14,90 €*

978-3-95987-085-6 E-Book *12,90 €*

Kortenkamp, U., & Kuzle, A. (Hrsg.): Beiträge zum Mathematikunterricht 2017. Vorträge auf der 51. Tagung für Didaktik der Mathematik vom 27.02.2017 bis 03.03.2017 in Potsdam. Münster 2018. Ca. 1630 Seiten, DIN A5.

978-3-95987-071-9 Print *89,90 €*

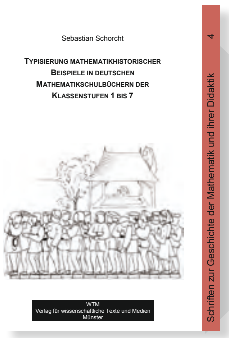
978-3-95987-072-6 E-Book *59,90 €*



Kwapis, J., Meyerhöfer, W., Steffen, O., & Grütte, D.: Manual zum Jenaer Rechentest für die Klassen 1 bis 4. Münster 2018. Ca. 50 Seiten, DIN A4.

978-3-95987-073-3 Print *29,90 €*

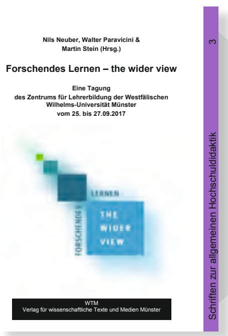
978-3-95987-074-0 E-Book *27,90 €*



Schorcht, S.: Typisierung mathematikhistorische Beispiele in deutschen Mathematikbüchern der Klassenstufen 1 bis 7. Münster 2018. Ca. 310 Seiten, DIN A5.

978-3-95987-075-7 Print *36,90 €*

978-3-95987-076-4 E-Book *32,90 €*



Neuber, N., Paravicini, W. & Stein, M. (Hrsg.): Forschendes Lernen – the wider view. Eine Tagung des Zentrums für Lehrerbildung der Westfälischen Wilhelms-Universität Münster vom 25. bis 27.09.2017. Münster 2018. Ca. 520 Seiten, DIN A5.

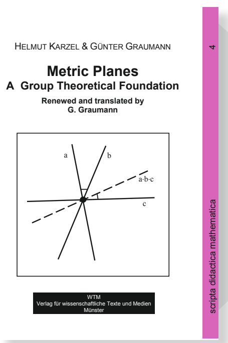
978-3-95987-087-0 Print *33,90 €*

978-3-95987-088-7 E-Book *30,90 €*

Newsletter des WTM-Verlags

Wenn Sie regelmäßig über die Neuerscheinungen von WTM informiert werden wollen, abonnieren Sie unseren Newsletter unter:

www.wtm-verlag.de/newsletter



Graumann, G., & Karzel, H.: Metric Planes – A Group Theoretical Foundation. Münster 2018. Ca. 100 Seiten, DIN A5.

978-3-95987-069-6 Print *14,90 €*

978-3-95987-070-2 E-Book *12,90 €*

WTM
Verlag für wissenschaftliche Texte und Medien
Münster

kontakt@wtm-verlag.de | Fax: (+49) (0)251 - 1 62 79 41
www.wtm-verlag.de