MITTEILUNGEN

DER GESELLSCHAFT FÜR DIDAKTIK DER MATHEMATIK







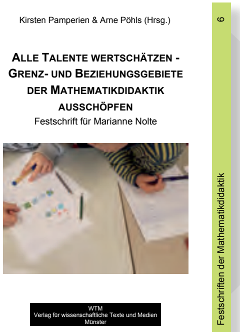
GDM

108

Februar 2020

Neuerscheinungen im WTM-Verlag 2019

Kontakt
stein-wtm@outlook.de
Fon: +49 172 534 09 00
www.wtm-verlag.de



K. Pamperien & A. Pöhls (Hrsg.): **Alle Talente wertschätzen – Grenz- und Beziehungsgebiete der Mathematikdidaktik ausschöpfen. Festschrift für Marianne Nolte.** Ca. 310 S., Format DIN A5. Münster 2019.

Preis Münster 2019

ISBN 978-3-95987-121-1

J. Sjuts & É. Vásárhelyi (Hrsg.): **Auch wenn A falsch ist, kann B wahr sein. Was wir aus Fehlern lernen können. Ervin Deák zu Ehren.** Ca. 315 S., Format DIN A5. Münster 2019.

Preis 37,90 €

ISBN 978-3-95987-113-6

D. Walter & R. Rink (Hrsg.): **Digitale Medien in der Lehrerbildung Mathematik. Konzeptionelles und Beispiele für die Primarstufe.** Ca. 310 S., davon viele farbig. Münster 2019.

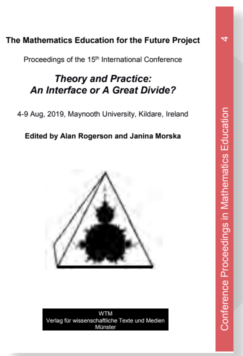
Preis 39,90 €

ISBN 978-3-95987-119-8

M. Bönnighausen (Hrsg.): **Praxisprojekte in Kooperationsschulen. Fachdidaktische Modellierung von Lehrkonzepten zur Förderung strategiebasierten Textverstehens in den Fächern Deutsch, Geographie, Geschichte und Mathematik.** Ca. 250 S., Format 17 cm x 24 cm. Münster 2019.

Preis 36,90 €

ISBN 978-3-95987-079-5



A. Rogerson & J. Morska(Hrsg.): **The Mathematics Education for the Future Project – Proceedings of the 15th International Conference. Theory and Practice – an Interface or a Great Divide?** Ca. 660 S., Format DIN A5. Münster 2019.

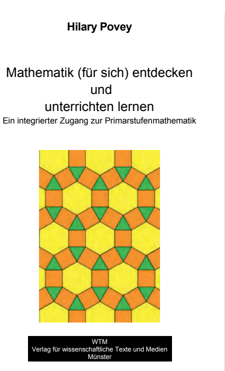
Preis 54,90 €

ISBN 978-3-95987-111-2

J. Zender: **Mathtrails in der Sekundarstufe I. Der Einsatz von MathCityMap bei Zylinderproblemen in der neunten Klasse.** Ca. 165 S., Münster 2019.

Preis 29,90 €

ISBN 978-3-95987-107-5



Povey, Hilary: **Mathematik (für sich) entdecken und unterrichten lernen.** Ca. 150 S., davon viele farbig, Format DIN A5. Münster 2019.

Preis 34,90 €

ISBN 978-3-95987-125-9

Wir haben besonders günstige Konditionen für die Veröffentlichung von Dissertationen oder Tagungsbänden.

Schreiben Sie uns oder rufen Sie an!

WTM
Verlag für wissenschaftliche Texte und Medien
Münster

Editorial: Die wundersame Zahl 108

Liebe Leserinnen und Leser,
mit diesem Heft halten Sie die Ausgabe 108 der *Mitteilungen der Gesellschaft für Didaktik der Mathematik* in den Händen. Und wussten Sie, dass die Zahl 108 nicht nur mystisch, sondern auch mathematisch eine durchaus interessante Zahl ist?

In Indien wird die Zahl 108 als mystische, heilige Zahl bezeichnet. So steht die 1 für die Einzigartigkeit des einen Gottes, die 0 für die Leere und die 8 für die Unendlichkeit. Sie vereint somit das Göttliche und das Unfassbare miteinander. Es gibt in religiösen und spirituellen Kontexten noch weitere heilige Zahlen wie z. B. die 3 (z. B. in der Dreifaltigkeit) oder auch die 12 (z. B. 12 Apostel, 12 Stämme Israels) im Christentum.

Interessanterweise steht eben die Zahl 108 in vielfältiger mathematischer Beziehung zu diesen beiden heiligen Zahlen.

- So ergibt sich die 108 aus der Multiplikation von $9 = 3 \cdot 3$ und 12.
- Die 108 kann als Summe von $9 = 3 \cdot 3$ aufeinanderfolgenden natürlichen Zahlen dargestellt werden, wobei 12 die mittlere dieser neun Zahlen darstellt: $8 + 9 + 10 + 11 + 12 + 13 + 14 + 15 + 16 = 108$.
- 108 hat 12 verschiedene Teiler $T(108) = \{1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 27, 36, 54, 108\}$, darunter auch 3 und 12.
- Sie entspricht der Hyperfakultät H_3 im Zahlbereich der natürlichen Zahlen, denn $1^1 \cdot 2^2 \cdot 3^3 = 108$.
- Die Innenwinkel eines regelmäßigen Fünfecks betragen jeweils 108°. Das regelmäßige Fünfeck ist wiederum eine Figur, in der das Verhältnis des Goldenen Schnittes wiederholt auftritt. Eng verbunden mit dem regelmäßigen Fünfeck ist das ebenfalls als mystisch zu bezeichnende Pentagramm, in welchem das Verhältnis des Goldenen Schnitts ebenso mehrfach auftritt. Auch im Pentagramm sind Winkel der Größe 108° zu finden.
- Es gibt 108 verschiedene Heptominos, also Polyominos der 7. Ordnung. Von den Polyominos der 5. Ordnung, den sogenannten Pentominos, gibt es 12.
- 108 ist eine Harshad-Zahl, also eine Zahl die durch ihre Quersumme teilbar ist.
- Sie ist das Dreifache von 36 und auch die 36 gilt als besondere Zahl: $108 = 6^2 + 6^2 + 6^2$

Darüber hinaus gibt es noch einige physikalisch naturwissenschaftliche Besonderheiten rund um die Zahl 108:

- Der Durchmesser der Sonne entspricht dem 108-fachen des Durchmessers der Erde.
- Wiederum ist der Abstand von Sonne und Erde (149,6 Mio km) das 108-fache des Durchmessers der Sonne (1,39 Mio km).
- Das Volumen von gefrorenem Wasser steigt auf etwa 108 % (bis 109 %).

Und letztlich noch einige alltagsnahe Kuriositäten:

- Ein offizieller Baseball ist mit exakt 108 Stichen genäht.
- Ein UNO oder auch Canasta Spiel enthält 108 Karten.
- In der Fernsehserie „Lost", die vermutlich eher die jüngeren Leserinnen und Leser kennen, mussten die Zahlen 4, 8, 15, 16, 23 und 42, welche zusammen 108 ergeben, alle 108 Minuten in einen Computer eingegeben werden, um ein großes Unheil zu verhindern.
- Die Mykerinospyramide – die kleinste der drei Pyramiden bei Gizeh – hat eine Grundkantenlänge von 108 Metern.
- Viele Jahrzehnte musste man in Indien bei Notfällen die Telefonnummer 108 wählen. Am 28. März 2016 wurde allerdings beschlossen, auf die international weit verbreitete Telefonnummer 112 als Notrufnummer zu wechseln.

Sie merken, die 108 ist wahrlich eine besondere Zahl. Ob das vorliegende Heft dieser Besonderheit ebenso gerecht wird, mag ich nicht zu beurteilen. Vielleicht lassen Sie das Heft einfach auf sich wirken und spüren möglicherweise diese Besonderheiten beim Lesen. Viel Spaß!

Daniela Götze

ISSN 0722-7817

Inhalt

Arbeitskreise

Tagungsberichte

Rezensionen

Personalia

Bildnachweise der Umschlagseite: pixabay

Vorwort des 1. Vorsitzenden

Liebe GDM-Mitglieder,
als Idee haben die Symposien zu aktuellen Themen in der Mathematikdidaktik gerade den ersten Geburtstag gefeiert, ein erstes Symposium hat im vergangenen Februar an der TU Dortmund stattgefunden, ein zweites wird kommenden Juni an der Universität Gießen folgen. Zeit, um ein Vorwort der Idee zu widmen.

Es gibt stets aktuelle Themen in der Mathematikdidaktik, bei denen ein breiter Diskurs und eine Positionierung der GDM sinnvoll und lohnenswert erscheint, für die aber in der GDM kein geeignetes Forum vorhanden ist bzw. war, also etwa in Arbeitskreisen der GDM das Thema nicht spezifisch fokussiert werden kann und auf den bestehenden Tagungen kein ausreichender Raum für grundsätzliche Diskussionen möglich ist.

Das erste Beispiel solch eines Themas war die kontrovers diskutierte Leitlinie „Diagnostik und Behandlung der Rechenstörung". Diese Leitlinie ist auf dem ersten Symposium zu aktuellen Themen der Mathematikdidaktik umfangreich diskutiert worden. Ziel der Symposien ist es aber auch, nicht nur die auf einen Tag begrenzte Diskussion zu fördern, sondern aus dieser Diskussion heraus die Entwicklung einer Position der GDM zu einem Thema, wie der Leitlinie, anzubahnen. Das bedeutet, dass nach einem Symposium, das allen Interessierten offensteht, ein kleineres Team die Gedanken aus dem Symposium bündelt und zu einem Positionspapier der GDM weiter entwickeln soll. Dieses Positionspapier wird abschließend auf einer GDM-Tagung diskutiert und anschließend verabschiedet. Das bedeutet, Sie werden auf der nächsten GDM-Tagung in Würzburg ein Diskussionsforum zu dem genannten Thema im Programm finden.

Einige der möglichen nächsten Themen sind bereits fixiert oder in enger Auswahl. Fixiert ist das Thema Digitalisierung. Zwar gibt es bereits eine Stellungnahme der GDM zur „Bildungsoffensive für die digitale Wissensgesellschaft" des Bundes und der Länder (madipedia.de/images/6/6c/BMBF-KMK-Bildungsoffensive_PositionspapierGDM.pdf) und ebenso gibt es ein entsprechendes Positionspapier der GFD, an dem die GDM beteiligt war. Dennoch kann und sollte sich die GDM weiter positionieren. Dazu werden in einer kleinen Arbeitsgruppe schulformübergreifend die Fragestellungen vorbereitet, die in einem nächsten Symposium zu aktuellen Fragen der Mathematikdidaktik diskutiert werden können. Auch mit diesem Symposium besteht der Wunsch der GDM, in aktuellen Fragen zu agieren und nicht zu reagieren und das durch eine eigene Positionierung deutlich zu machen.

Weitere mögliche Themen für Symposien sind beispielsweise die Inklusion, die wie die beiden anderen Themen die Eigenschaften erfüllt, dass das Thema hochaktuell ist, eine Positionierung der GDM wünschenswert, aber nicht erfolgt ist. Sicher gibt es weitere Themen für Symposien, die Ihnen als engagierte Mitglieder der GDM unmittelbar einfallen, in dem kurzen Vorwort aber nicht genannt wurden. Hier sind alle Mitglieder der GDM aufgefordert, mögliche Themen begründet zu benennen. Das anschließende Prozedere ist so gestaltet, dass der Vorstand der GDM die Vorschläge aufnimmt, dem Beirat mit einem Vorschlag der Reihung vorlegt und anschließend für die Vorbereitung des folgenden Symposiums ein Team aus denjenigen zusammenstellt, die sich intensiv mit dem ausgewählten Thema beschäftigen. Ein Mitglied des Vorstands ist zudem dafür verantwortlich, den Prozess zu moderieren.

In den Symposien selbst besteht der Anspruch, auch gegensätzliche Meinungen anzuhören, um eine anschließende Positionierung der GDM auf möglichst breiter Grundlage ermöglichen zu können. Bei diesem Prozess sind Sie alle aufgerufen, sich zu beteiligen, was durch Themenvorschläge, Beteiligung an den Symposien – das nächste Symposium wird per Rundmail für das Frühjahr 2020 angekündigt werden – oder Beteiligung an der abschließenden Diskussion auf der GDM-Tagung geschehen kann.

Wir hoffen, dass wir mit den Symposien ein Forum geschaffen haben, um auch kurzfristig im besonderen Fokus stehende Themen in möglichst großer Breite diskutieren zu können, um uns als mathematikdidaktischer Community die Idee einer gemeinsamen Position zu geben.

Andreas Eichler
(1. Vorsitzender der GDM)

Rechnen lernen und lehren mit dem vhs-Lernportal

Wie basales Rechnen lernen online abgebildet werden kann

Andreas Baumann

Seit Juni 2019 ist der Kurs „Rechnen" im vhs-Lernportal online: rechnen.vhs-lernportal.de

Seine Inhalte führen die Lernenden systematisch zum elementaren Rechnen – angefangen beim Mengenverständnis über Zahlbeziehungen und die Bedeutung mathematischer Symbole bis hin zum Aufbau des dezimalen Zahlensystems.

Der folgende Artikel führt zunächst kurz in die theoretischen Hintergründe, Prämissen und Ziele des Kurses ein. Anschließend beschreibt er einzelne technische Funktionen. Den Abschluss bilden konkrete Anwendungsmöglichkeiten im Unterricht.

Das DVV-Rahmencurriculum Rechnen

Theoretische Basis des Kurses ist das DVV-Rahmencurriculum Rechnen (Meyerhöfer et al., 2017). Es liefert eine systematische Grundlage für den elementaren Rechenunterricht. Neben der Formulierung von Lernzielen zeigt es auch, weshalb teilweise einfache Rechenaufgaben nicht gelöst werden können. Zudem unterstützt es Lehrkräfte dabei, Rechenoperationen für ihre Lernenden nachvollziehbar und verstehbar zu machen. Die Zielgruppe der im Curriculum beschriebenen Rechenkurse sind Erwachsene, die nicht oder in einer für sie selbst nicht ausreichenden Weise rechnen können. Eine Anwendung im Unterricht mit Schülerinnen und Schülern ist aber laut der Autoren ebenso denkbar.

Der Zugang zu mathematischen Zusammenhängen erfolgt im Rahmencurriculum Rechnen – vor allem in Stufe 1 – verstärkt über Sprache beziehungsweise das Sprechen und Reflektieren über Situationen, Lösungswege und Strategien. Prof. Dr. Wolfram Meyerhöfer, Autor des Rahmencurriculums, hat auch die Curricula für die Online-Adaption erstellt und den Kurs im vhs-Lernportal wissenschaftlich begleitet. Er führt aus:

> Zusammenhänge sprechen zu können, [...] ist aber für unsere Zielgruppe der einzige Weg zu rechnerischem Können. Geübt haben diese Menschen genug in ihrem Leben, sie müssen sich den Gegenstand er-sprechen. (2018, S. 19)

Prämissen des Kurses „Rechnen" im vhs-Lernportal

Der Konzeption liegen unter anderem folgende Annahmen zugrunde (Baumann 2019): Mathematik ist hierarchisch aufgebaut. Erwachsene in elementaren Rechenkursen haben häufig das Problem, dass sie im schulischen Mathematikunterricht bestimmte Aspekte nicht verstanden haben. Das hatte zur Folge, dass nachfolgende, auf den nicht verstandenen Aspekt aufbauende Inhalte ebenfalls nicht erschlossen werden konnten. Gleichwohl verfügen viele Teilnehmende über ein breites Repertoire an Tricks und Kniffen, mit denen sie die im Schulalltag notwendigen richtigen Ergebnisse produzieren konnten. Die Ablösung von diesen Tricks hin zu einem verständigen Anwenden von Verfahren ist für Kursleitende und Teilnehmende eine große Herausforderung. Der Kurs soll den Teilnehmenden ermöglichen, vorhandene Lücken zu schließen und auf diese Weise nachfolgende/aufbauende Inhalte verständig zu erfassen (Meyerhöfer et al., 2017).

Somit sind richtige Ergebnisse kein Garant dafür, dass Lernende die Thematik wirklich verstanden haben. Ein richtiges Ergebnis lässt keinerlei Schlüsse darüber zu, wie es zustande gekommen ist (vergleiche dazu auch Kwapis et al., 2018, S. 7f). So ist es beispielsweise möglich, dass Aufgaben zählend richtig gelöst worden sind. Zudem gibt es zahlreiche Strategien, die in einigen Fällen zwar richtige Ergebnisse produzieren (etwa bei Additionen ohne Zehnerübergang), aber eben in anderen Fällen zu falschen Resultaten führen. Anschauliche Beispiele dazu finden sich unter anderem in Gaidoschick (2016) oder Rödler (2006). Dementsprechend lassen falsche Ergebnisse auch nur begrenzte Rückschlüsse über das mathematische Verständnis des Teilnehmenden zu. Eine Teilnehmerin kann sich schlicht verrechnen und somit trotz vorhandenem Zahlen- und Operationsverständnis eine Aufgabe falsch lösen, bei der ein anderer Teilnehmer zählend zum richtigen Ergebnis gelangt. Umso wichtiger ist es, über die unterschiedlichen Lösungswege zu diskutieren und sie zu reflektieren. Dadurch, dass individuelle Lösungswege mit konventionellen Verfahren in Beziehung gesetzt werden, können Lernende begreifen, warum etwa ein bestimmtes Verfahren funktioniert – aber auch, wo eventuelle Grenzen liegen.

Gemäß des hierarchischen Aufbaus der Mathematik führen die Lektionen im Kurs „Rechnen" die Lernenden systematisch zu einem ausreichenden Zahlen- und Operationsverständnis. Neben der Unterscheidung von ordinalem und kardinalem

Zahlbegriff spielt zu Beginn vor allem die Verknüpfung von Zahl- und Mengenebene eine große Rolle. Über Zahlbeziehungen und -zerlegungen wird anschließend ein Operationsverständnis für Addition und Subtraktion erarbeitet. Später steht der Aufbau des dekadischen Zahlsystems im Fokus. Hier wird in mehreren Übungen auch der verdrehten Sprechweise zweistelliger Zahlen im Deutschen Rechnung getragen (vgl. dazu Meyerhöfer, 2015). Anschließend wird der Zahlenraum geöffnet und es werden „große Zahlen" thematisiert. Nach Multiplikation und Division bildet das schriftliche Rechnen den Abschluss. Eine Auflistung der Inhalte findet sich im Curriculum „Rechnen" (Deutscher Volkshochschul-Verband e. V., 2019a) oder im Feincurriculum „Rechnen" (Deutscher Volkshochschul-Verband e. V., 2019b).

Ziele des Kurses „Rechnen" auf einen Blick

Stufe 1 (Lektionen 1 bis 8):
- Ablösung vom „zählenden Rechnen"
- Routinisierung von Additionen und Subtraktionen im Zahlenraum bis 20

Stufe 2 (Lektionen 9 bis 15): Verständnis für
- Stellenwert bis 1.000
- Zahlennotation und -bezeichnungen bis 100
- Addition und Subtraktion dreistelliger Zahlen
- Multiplikation und Division sowie
- schriftliche Rechenarten

Umsetzung und Funktionen

Der Kurs „Rechnen" ist in 15 Lektionen unterteilt, die den Stufen 1 und 2 des Rahmencurriculums Rechnen entsprechen. Die beiden Stufen decken zusammen das elementare Rechnen ab und entsprechen ungefähr dem Grundschulstoff bis Klasse 4.

Selbsteinschätzung
Lernende können im Kurs „Rechnen" frei navigieren, sind also nicht an einen vorgegebenen Lernweg gebunden. Das hat den Vorteil, dass sie bei Bedarf Übungen wiederholen oder auch überspringen können. Um die Orientierung zu erleichtern, werden einige Fragen zur Selbsteinschätzung vorgeschaltet. Diese tauchen auf, wenn die Lernenden sich das erste Mal im Kurs einloggen und beginnen zu lernen. Die Selbsteinschätzung kann aber auch unabhängig vom Lernbeginn jederzeit aufgerufen werden, sei es um Fortschritte zu überprüfen oder sich neu zu orientieren.

Anhand der Antworten auf Fragen zu bestimmten Fertigkeiten (zum Beispiel: „Haben Sie Probleme mit Gleichungen, die ein x enthalten?") wird die thematisch passende Lektion empfohlen. Im Vergleich zu einem Test hat diese Selbsteinschätzung den Vorteil, dass keine Aufgaben unverstanden gelöst werden können. Dies würde unter Umständen zu falschen Rückschlüssen bezüglich der Fähigkeiten führen und in unpassenden Empfehlungen resultieren.

Lektionsstruktur
Neue mathematische Inhalte im Kurs „Rechnen" werden zunächst durch kurze Erklärungen eingeführt. Dabei handelt es sich um bebilderte und vertonte Texte oder Videos, in denen beispielhaft und auf anschauliche Weise durch die neuen Aspekte geführt wird. Anschließend wird das Wissen in mehreren Übungen gefestigt.

Auswertung der Übungen
Der Großteil dieser Übungen wird systemseitig ausgewertet. In der Regel wird dabei nur das Ergebnis abgefragt, nicht aber der Rechenweg. Das passt zum didaktischen Ansatz, der von einer Vielzahl gleichberechtigter individueller Lösungswege aus-

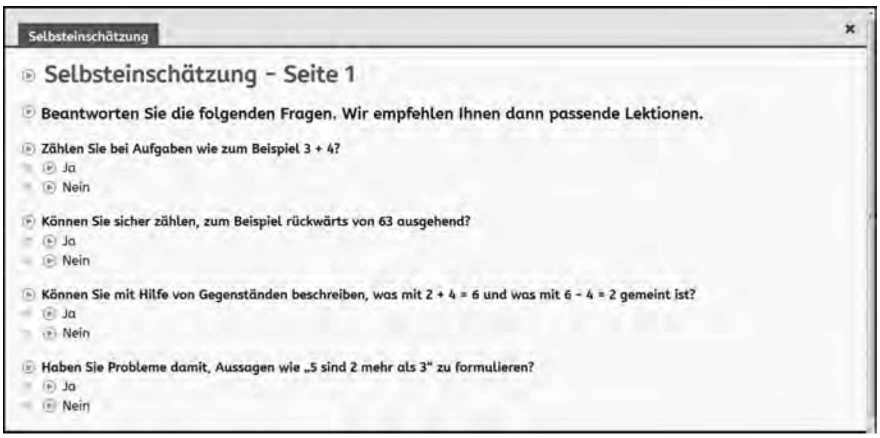


Abbildung 1. Erste Seite der Selbsteinschätzung (Andreas Baumann, CC-BY-SA 3.0)

geht. Dazu ein Beispiel aus Stufe 1: Die Aufgabe $4 + 5$ kann sowohl durch Verdopplungsaufgaben hergeleitet werden ($4 + 4 + 1$ beziehungsweise $5 + 5 - 1$), genauso können die Lernenden aber auch auf Wissen aus der Zahlzerlegung (9 besteht aus 4 und 5) zurückgreifen. Die Auswertung durch das System bedeutet aber ebenfalls: Es gibt derzeit keine Möglichkeit zu überprüfen, ob Ergebnisse ausgezählt oder anderweitig unverstanden gelöst worden sind.

Tutorübungen und Forschungspotential

Um diesem Problem zu begegnen und auch, um der Forderung nach „offenen" Aufgaben (Büchter & Leuders, 2005, S. 88ff) nachzukommen, werden in regelmäßigen Abständen sogenannte Tutoraufgaben gestellt. Hier werden zuvor behandelte Inhalte aufgegriffen und auf das Verständnis hin überprüft. So werden die Lernenden zum Beispiel aufgefordert, sich eigene Mengenhandlungen auszudenken, zu beschreiben und die passenden Gleichungen zu benennen. Die Lösungen werden an Online-Tutorinnen und -Tutoren des DVV geschickt, die individuelles Feedback zurückgeben können. Auf diese Weise behalten die Tutoren stets den individuellen Lernfortschritt der Selbstlernenden im Blick. Bei Bedarf können sie den Lernenden passgenaue Übungen und Erklärungen zuweisen oder Feedback zum Lernfortschritt geben.

Die Rolle der Online-Tutoren können Kursleitende und Lernbegleiter*innen auch selbst übernehmen, indem sie Kurse im vhs-Lernportal anlegen und ihren Präsenzkurs oder ihre Lerngruppe darin online abbilden. Diese Möglichkeiten des sogenannten Blended Learning werden weiter unten konkreter ausgeführt. Das Konzept des vhs-Lernportals sieht eine Kombination aus technischer und menschlicher Lernbegleitung vor.

Die Antworten dieser Tutoraufgaben bieten einen beispiellosen Einblick in die Denkwelt einer sehr großen Teilnehmerzahl (Stand August 2019: über 1100 Lerner). Sie zeigen anschaulich, wie die Teilnehmenden mathematische Probleme lösen, welche Strategien sie anwenden, aber auch wo sie

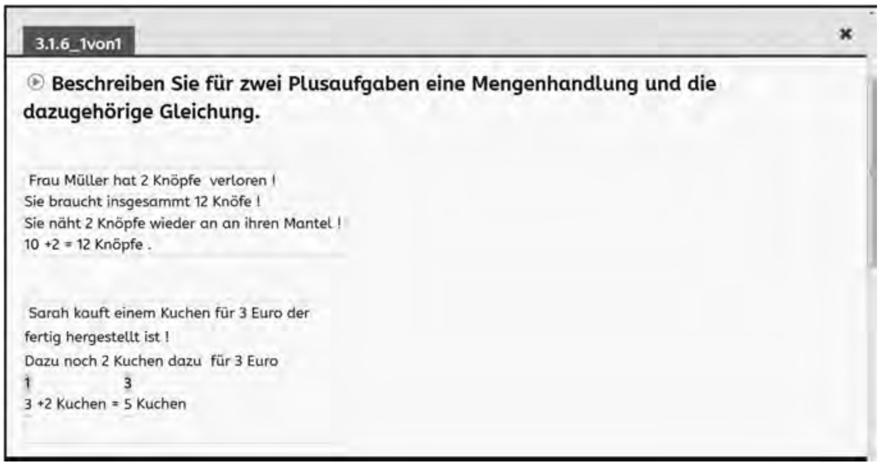


Abbildung 2. Beispielhafte Beantwortung einer Tutoraufgabe (Andreas Baumann, CC-BY-SA 3.0)

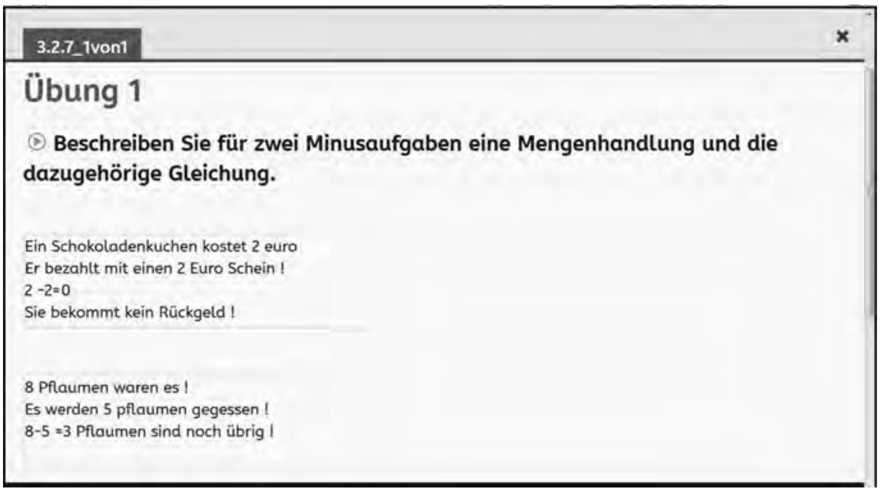


Abbildung 3. Weitere Beispielantwort der gleichen Person wie in Abb. 2 (Andreas Baumann, CC-BY-SA 3.0)

scheitern und welche Denkfehler oder Verständnisschwierigkeiten dafür verantwortlich sind. Eine anonymisierte Auswertung dieser Antworten im Rahmen zukünftiger Forschungsvorhaben könnte interessante Korrelationen und Muster zutage fördern.

Rechentrainer
Für bestimmte Formate gibt es die sogenannten Rechentrainer. Sie sollen helfen, das kleine Einspluseins und Einsminuseins (Additionen und Subtraktionen bis 20) sowie das kleine Einmaleins und Einsdurcheins zu routinisieren. Die jeweilige Aufgabe steht dabei auf einer Art virtueller Karteikarte, von der die Teilnehmenden die Vorderseite sehen. Die Lösung der Aufgabe steht auf der Rückseite. Über einen Klick kann die Karte gewendet werden und die Lösung wird sichtbar. Auf der Rückseite haben die Lernenden nun die Möglichkeit anzugeben, ob sie die Lösung wussten oder nicht. Dadurch können die Lernenden stets überprüfen (und dem System rückmelden), ob sie die Aufgabe richtig gelöst haben.

Die jeweiligen Trainer funktionieren im Prinzip genauso wie das analoge Lernen mit Karteikarten: Richtig gelöste Kärtchen wandern in den virtuellen nächsten Stapel. Aufgaben aus dem ersten Stapel werden vom hinterlegten Algorithmus häufiger angezeigt, als die aus dem zweiten Stapel, diese wiederum häufiger als Karten aus dem dritten Stapel und so weiter.

Vorlesefunktion
Dem grundsätzlich sprachbasierten didaktischen Ansatz sind in einem Online-Angebot gewisse Grenzen gesetzt. Diese Einschränkung fängt das Lernportal zum einen durch die Tutoraufgaben auf, die von den Lernenden auch per Sprachnachricht beantwortet werden können. Gleichzeitig ist der sprachliche Ansatz auch bei der Konzeption der Übungen aufgegriffen worden: So werden beispielsweise Mengenhandlungen zunächst verbal beschrieben und anschließend in Gleichungen „übersetzt“. Der Kurs erfordert daher einen gewissen Grad an Lesekompetenz. Eine durchgängige Vorlesefunktion für alle Texte der Übungen und des gesamten Interfaces erleichtert auch Lernenden mit geringen Schreib- und Lesekompetenzen die Nutzung.

Lernszenarien

Digitale Bildungsangebote verfügen über vielerlei Potenziale (Arnold et al. 2011, S. 47ff). Sie ermöglichen zeitliche und örtliche Flexibilität sowie autonomes und selbstorganisiertes Lernen und Lehren. In Kurssituationen können sie differenzierend eingesetzt werden und dadurch das Unterrichten von heterogenen Gruppen erleichtern. Einen weiteren Vorteil bietet das mehrkanalige Lernen zur Ansprache unterschiedlicher Lernertypen.

Für den Kurs „Rechnen“ lassen sich zwei Anwendungsszenarien unterscheiden: Teilnehmende können zum einen selbstständig im vhs-Lernportal lernen, ohne dass sie gleichzeitig Teil eines Kurses sind, der ebenfalls im Portal abgebildet ist (Selbstlernende). Die Erfahrungen des Vorläufer-Portals (ich-will-lernen.de) haben gezeigt, dass es immer auch einen gewissen Anteil der Selbstlernenden gab. Die aktuelle Forschung macht allerdings deutlich, dass die Lernenden bei einem Blended-Learning-Setting (eine Kombination aus Präsenz- und Onlinephasen) spürbar profitieren (Grein, 2018). Dieses Setting entspricht dem zweiten Szenario. In diesem Fall sind die Teilnehmenden Teil eines Präsenzkurses, der im vhs-Lernportal auch virtuell abgebildet ist. Je nach Szenario ergeben sich gewisse Unterschiede in der Benutzung: Selbstlernende werden ab dem Moment der Registrierung von einem „DVV-Tutor“ betreut. Diese Rolle können Lehrkräfte und Kursleitende in einem virtuellen Kursraum aber auch selbst übernehmen. Sie können eigene Kurse im Portal anlegen, ihre Teilnehmenden per Kurs-Code in den Kurs holen und alle Tutoren-Funktionen nutzen (Deutscher Volkshochschul-Verband e. V., 2019c). Das vhs-Lernportal wird durch öffentliche Mittel gefördert. Daher ist die nicht-kommerzielle Nutzung kostenlos.

Funktionen für den Unterricht

Das vhs-Lernportal bietet Lehrkräften viele Anwendungsmöglichkeiten für den Unterricht. Jede Klasse und jeder Kurs können online abgebildet werden. Sobald die Lernenden mit den angebotenen Übungen arbeiten, sieht die Lehrkraft alle Ergebnisse und kann bei Bedarf gezielt weitere Übungen zuweisen (entweder dem ganzen Kurs oder einzelnen Lernenden). Sie kann somit die Lernaktivitäten ihrer Kursteilnehmenden nachvollziehen und steuern. Dadurch eignet sich das Lernportal auch als Instrument zur Binnendifferenzierung: Während ein Großteil der Lernenden an den für sie passenden Stellen im Kurs arbeitet, kann die Lehrkraft gezielter auf die Bedürfnisse von einzelnen Lernenden oder Kleingruppen eingehen. Weiterhin kann sie per Chat oder Pinnwand (jeweils auch abschaltbar) mit den Lernenden kommunizieren. In der Dateiablage können eigene Arbeitsblätter oder Aufgaben zur Verfügung gestellt werden. Die Lernenden können ihrerseits bearbeitete Aufgaben ebenfalls in die Dateiablage hochladen. Das vhs-Lernportal ist somit sehr flexibel einsetzbar. Neben dem Unterricht bieten sich die meisten Funktionen auch für eine häusliche Nachbearbeitung von Inhalten an.

Eine detaillierte Beschreibung aller Funktionen findet sich in der Bedienungsanleitung für Tutorinnen und Tutoren (Deutscher Volkshochschul-Verband e. V., 2019b). Eine didaktische Handreichung befindet sich derzeit in Erstellung. Interessierte Lehrkräfte können auch an einer kostenlosen Online-Fortbildung teilnehmen.

Online-Fortbildung zum Einsatz des vhs-Lernportals

Als Einstieg in die Nutzung des vhs-Lernportals eignet sich eine Online-Fortbildung. Sie gibt weitreichende Einblicke in Funktionsweise und Nutzung des vhs-Lernportals. Zudem vermittelt sie die Grundlagen für die Kreation und Umsetzung eigener Blended-Learning-Szenarien mit dem Portal. Die Online-Fortbildung ist modular aufgebaut und folgt einer inneren Progression. Die Teilnahme ist kostenlos.

Inhalte der Module:
- das vhs-Lernportal
- Blended Learning – was ist das?
- Rahmenbedingungen und Vorüberlegungen
- das vhs-Lernportal im Unterricht
- Unterrichtsplanung
- optional: die vhs.cloud als erweiterter Kursraum
- mein Blended-Learning-Konzept

Dauer: Maximal 8 Wochen inklusive der ersten Schritte in der vhs.cloud und Kick-off-Veranstaltung als Webinar oder in Präsenz.
Arbeitsaufwand ca. 3 Stunden die Woche.

Weitere Informationen, Termine und Anmeldung bei Dr. Carina Jung, jung@dvv-vhs.de

Literatur

Arnold, P., Kilian, L., Thillosen, A. & Zimmer, G. (2011). *Handbuch E-Learning – Lehren und Lernen mit digitalen Medien.* Bielefeld: Bertelsmann Verlag.

Baumann, A. (2019). Elementares Rechnen-Lernen online mit dem vhs-Lernportal. In: *Tagungsband zur Jahrestagung der Gesellschaft für Didaktik der Mathematik vom 4. bis 8. März 2019 in Regensburg* (i.Ė.). Münster: WTM – Verlag für wissenschaftliche Texte und Medien.

Büchter, A. & Leuders, T. (2005). *Mathematikaufgaben selbst entwickeln.* Berlin: Cornelsen Verlag.

Deutscher Volkshochschul-Verband e. V. (2019a). *„Rechnen“ – Curriculum.* https://www.vhs-lernportal.de/wws/bin/941236-948404-1-dvv_handout_rechnen_curriculum.pdf (05.09.2019)

Deutscher Volkshochschul-Verband e. V. (2019b). *Feincurriculum „Rechnen“.* https://www.vhs-lernportal.de/anleitungen-und-handreichungen (10.09.2019)

Deutscher Volkshochschul-Verband e. V. (2019c). *Rechnen lernen online - Bedienungsanleitung für Tutorinnen und Tutoren.* https://www.vhs-lernportal.de/wws/bin/941236-1055668-1-dvv_bediennungsanleitung_rechnen.pdf (05.09.2019)

Gaidoschik, M. (2016). *Rechenschwäche vorbeugen – Das Handbuch für Lehrerinnen und Eltern.* Wien: G&G Verlagsgesellschaft.

Grein, M. (2018). *Blended Learning – ein aktueller Überblick.* https://www.vhs-lernportal.de/wws/bin/941236-946356-1-blended_learning_-_ein_aktueller__berblick__grein__2018_.pdf (05.09.2019)

Kwapis, J., Meyerhöfer, W., Steffen, O. & Grütte, D. (2018). *Manual zum Jenaer Rechentest für die Klassen 1 bis 4.* Münster: WTM – Verlag für wissenschaftliche Texte und Medien.

Meyerhöfer, W., Hartmann, C., Jahnke, T. & Wollring, B. (2017). *DVV-Rahmencurriculum Rechnen.* https://www.volkshochschule.de/medien/downloads/RC_Rechnen_ohne_Praxismaterial.pdf (05.09.2019)

Meyerhöfer, W. (2015). *Zweizehneins, Zwanzigeins, Einundzwanzig. Skizze einer stellenwertlogisch konsistenten Konstruktion der Zahlwörter im Deutschen.* Pädagogische Korrespondenz 52/15, S. 21–41. https://www.pedocs.de/volltexte/2018/14863/pdf/PaedKorr_2015_52_Meyerhoefer_Zweizehneins.pdf (05.09.2019)

Meyerhöfer, W. (2018). Ich spiel mit meinem Handy noch ein bisschen Mathe. Interview in: *dis.kurs – Das Magazin der Volkshochschulen.* 04/2018, S. 17. https://www.volkshochschule.de/medien/downloads/diskurs/diskurs-pdf-archiv/2018-4_diskurs.pdf (05.09.2019)

Rödler, K. (2006). *Erbsen, Bohnen, Rechenbrett: Rechnen durch Handeln.* Seelze-Velber: Kallmeyersche Verlagsbuchhandlung.

Andreas Baumann,
Deutscher Volkshochschul-Verband e. V., Bonn
E-Mail: baumann@dvv-vhs.de

Die Qualitätsoffensive Lehrerbildung – ein Vorwort

Daniela Götze

Dass Lehrerbildung eine anspruchsvolle Aufgabe ist, bleibt unbestritten:

> Lehrkräfte sollen fachwissenschaftlich umfangreich ausgebildet sein, über methodische und didaktische Kompetenzen verfügen und in der Lage sein, diese auch im Unterricht anzuwenden. (BMBF, 2019)

Daher unterstützt das BMBF zahlreiche lehrerausbildende Institutionen durch das große Maßnahmenprogramm „Qualitätsoffensive Lehrerbildung".

Dieses startete mit der ersten Förderphase bereits im Jahre 2014. In einem wettbewerblichen Verfahren haben sich von insgesamt 85 einreichenden Hochschulen 59 durchgesetzt, die im Rahmen von 49 Projekten gefördert wurden (teilweise Verbundprojekte). Die ausgewählten Projekte setzen unterschiedliche Schwerpunkte. Besondere Fokussierungen sind vor allem die bessere Abstimmung fachlicher und didaktischer Studieninhalte, die enge Kooperation mit der Schulpraxis oder auch die Vorbereitung der Studierenden auf den Umgang mit unterschiedlichen Lernvoraussetzungen (Fokus: Inklusion und sprachliche Vielfalt).

Kurz vor Ablauf der ersten Förderphase wurde im Juni 2018 der Startschuss für eine zusätzliche Förderung der Qualitätsoffensive Lehrerbildung in Höhe von 64 Millionen Euro gegeben. Nach Sichtung der bisherigen Förderprojekte durch ein Auswahlgremium wurden 48 Projekte von 58 Hochschulen aus allen Bundesländern für eine Weiterförderung der Maßnahmen bis Ende 2023 empfohlen. Die 2. Förderphase hat für die Projekte der 2. Bewilligungsrunde am 1. 7. 2019 begonnen und wird am 31. 12. 2023 enden.

Durchsucht man unter www.qualitaetsoffensive-lehrerbildung.de/de/projekte.php die Projektskizzen gezielt nach Maßnahmen für das Unterrichtsfach Mathematik (oder für den Lernbereich mathematische Grundbildung), so bleibt das Resultat dieser Suche leider ergebnislos. Es ist kaum möglich – es sei denn, man investiert die Zeit einer Sichtung aller Projekte – sich schnell und überblicksartig über die Maßnahmen im Allgemeinen und vor allem mit Schwerpunkt Mathematik zu informieren. Die mit dem letzten Heft startende und in diesem Heft nun fortgesetzte Reihe gibt daher einen kompakten Einblick in die Projekte und deren Maßnahmen vieler Standorte.

In diesem Heft stellen folgende Standorte ihre Maßnahmen vor (teilweise im Verbund von Universität und Pädagogischer Hochschule):

- Duisburg-Essen
- Erfurt
- Gießen
- Heidelberg
- Marburg
- Münster

Alle vorgestellten Projekte werden im Rahmen der gemeinsamen „Qualitätsoffensive Lehrerbildung" von Bund und Ländern aus Mitteln des Bundesministeriums für Bildung und Forschung gefördert. Über die Namen, Konzepte und Ziele dieser Projekte werden Sie auf den kommenden Seiten kompakt informiert. Im nächsten Heft wird diese Berichtsreihe weiter fortgesetzt.

Literatur

BMBF (2019). *Qualitätsoffensive Lehrerbildung.* Verfügbar unter: www.bmbf.de/de/qualitaetsoffensive-lehrerbildung-525.html (Abruf am 14. 6. 2019).

Daniela Götze, Universität Siegen
E-Mail: daniela.goetze@uni-siegen.de

Professionalisierung für Vielfalt (ProViel) an der Universität Duisburg-Essen

Evidenzbasierung und Vernetzung für die Metropolregion Rhein-Ruhr

Andreas Büchter, Petra Scherer und Günther Wolfswinkler

1 *Mathematik Inklusiv* und *Professionswissen Mathematik* im Kontext

Die Universität Duisburg Essen (UDE) gehört mit 8331 Lehramtsstudierenden (WS 2016/17) zu den größten lehrerbildenden Standorten in Deutschland. Ihre Lehrerbildung weist u.a. zwei übergreifende Profilmerkmale auf, die durch die Qualitätsoffensive Lehrerbildung (QLB) verstärkt werden: Das seit 2016 systemakkreditierte Qualitätsmanagementsystem und das Bestreben, einen *aktiven* Beitrag zur Herstellung von Bildungsgerechtigkeit in einer sozialräumlich stark segregierten Metropolregion zu leisten. Diese Merkmale werden mit Unterstützung des QLB-Projekts *Professionalisierung für Vielfalt (ProViel)* zwischen 2016 und 2023 weiter ausgebaut: Zum einen wird durch die Fokussierung auf die Kompetenzen von Lehramtsstudierenden das systemakkreditierte Qualitätsmanagementsystem erweitert. So werden im Rahmen des Projekts *Professionswissen Mathematik* (Projektleitung: Prof. Dr. Andreas Büchter) Kompetenzmessungen durchgeführt. Dies geschieht zu Beginn und am Ende des Masterstudiums im Rahmen einer regelmäßigen längsschnittlichen Vollerhebung. Die Ergebnisse werden kontinuierlich in den Prozess der Qualitätsentwicklung und -sicherung der entsprechenden Studiengänge eingebracht. Zum anderen wird der fach- und studienphasenübergreifende Ausbildungsschwerpunkt „Umgang mit Heterogenität in Schule und Unterricht" (vgl. zlb.uni-due.de/das-zentrum/profilmerkmale-der-lehrerbildung-an-der-ude/, S. 31ff) zukunftsweisend ausgebaut. So werden z. B. im Fach Mathematik und in der mathematischen Grundbildung traditionell in allen Schulformen Kompetenzen für Diagnose und Förderung, für den sprachsensiblen Mathematikunterricht und für das Unterrichten in heterogenen Lerngruppen vermittelt. Dieser Schwerpunkt wird mit Unterstützung von *ProViel* zum Schwerpunkt „Vielfalt und Inklusion" weiterentwickelt. Jetzt wird durch das Projekt *Mathematik Inklusiv* (Projektleitung: Prof. Dr. Petra Scherer) auf Basis eines „weiten" Inklusionsbegriffs das breiter gewordene Heterogenitätsspektrum im Kontext der schulischen Umsetzung von Inklusion in den Blick genommen.

Vielfalt und Inklusion und *Qualitätsentwicklung/-sicherung* stellen zwei der drei Handlungsfelder im Projekt *ProViel* dar. Das dritte Handlungsfeld, *SkillsLabs | Neue Lernräume*, zielt auf die Generierung innovativer Lehr-Lernformate zur Steigerung der Reflexionskompetenz der Studierenden. Hier wirken die beiden o. g. Projekte aus dem Mathematikbereich direkt ein: Zum einen werden die entwickelten, inklusionsbezogenen Konzepte in die Weiterentwicklung des Lehr-Lern-Labors „Mathe Spürnasen" (www.uni-due.de/didmath/mathematisches-schuelerlabor_mathespuernasen.php) integriert und dort erprobt. Zum anderen werden in der aktuellen Förderphase (2019–2023) das mathematikdidaktische Wissen und das mathematische Fachwissen vor und nach dem Praxissemester erhoben. Ziel ist es, den Effekt dieser Praxisphase auf beiden Wissensformen zu erfassen und ggf. zu steigern.

Ab 2020 kommt ein weiteres QLB-Projekt an die UDE, welches die digitalisierungsbezogenen Kompetenzen von Lehrpersonen in den Blick nimmt: das Verbundvorhaben *ComeIn* (2020–2023) aller zwölf lehrerbildenden Universitäten NRWs. Die UDE hat hier die Konsortialführung übernommen, und auch die Mathematikdidaktik der UDE ist in die Konzept- und Produktentwicklung eingebunden. Tabelle 1 verdeutlicht noch einmal den Gesamtkontext.

Im Folgenden werden Zielsetzungen und Projektdesign von *Mathematik Inklusiv* und *Professionswissen Mathematik* etwas ausführlicher dargestellt.

2 Mathematik Inklusiv

In der ersten Förderphase (2016–2019) wurde im Wahlpflichtbereich, zunächst für den Bereich Grundschule, eine Profilbildung „Inklusion" ermöglicht. Spezifische Konzepte für Studierende und Lehrende wurden entwickelt, erprobt und theoretisch reflektiert (vgl. Kluge-Schöpp & Scherer, 2018; Scherer, 2018, 2019, 2019 i. Dr.). Damit können inklusionsbezogene Inhalte in verschiedenen Studienphasen erworben werden (für einen Überblick s. Tabelle 2). Die Konzeptentwicklung erfolgte im Kontext einer schriftlichen Erhebung. Zu Beginn des 5. Semesters wurden Bachelorstudierende Grundschule im Vorfeld der Veranstaltung *Mathematiklernen in substanziellen Lernumgebungen* (vgl. Tabelle 2) zu ihren Einstellungen und Erfahrungen im inklusiven Mathematikunterricht befragt (Befragungen zu Beginn der WS 16/17, WS 17/18 und

Tabelle 1. Die QLB-Projekte *ProViel* und *Com^{e}In* und ihre mathematikdidaktischen Bezüge

ProViel (2016–2023) Professionalisierung für Vielfalt		
Vielfalt & Inklusion	SkillsLabs | Neue Lernräume	Qualitätsentwicklung und -sicherung
8 Teilprojekte u. a. *Mathematik Inklusiv* Prof. Dr. Petra Scherer	9 Teilprojekte Beiträge der Mathematik	5 Teilprojekte u. a. *Professionswissen Mathematik* Prof. Dr. Andreas Büchter

Com^{e}In (2020–2023) *Verbundprojekt Communities of Practice NRW – für eine Innovative Lehrerbildung*
Förderung digitalisierungsbezogener Kompetenzen von Lehrpersonen in allen drei Ausbildungsphasen (u. a. mit Fokus Mathematik)

18/19; zu Beginn des WS 17/18 und 18/19 auch Vergleichskohorten des LA HRSGe). Die Erhebungen der Vorerfahrungen zeigten, dass fast 50 Prozent der Studierenden im schulischen Kontext bereits Erfahrungen zum inklusiven Mathematikunterricht gewinnen konnten. Viele der Äußerungen zeigten, dass Schülerinnen und Schüler im Mathematikunterricht differenzierte Lernangebote erhalten, die aber nicht unbedingt auf gemeinsame Lernsituationen bzw. das Lernen am gemeinsamen Lerngegenstand schließen lassen und teilweise eher äußere Differenzierung repräsentieren. Auch die eigenen Praxiserprobungen der Studierenden zeigten die Herausforderungen, Lernangebote für alle Schülerinnen und Schüler zu gestalten und auch auf spezifische fachliche und überfachliche Schwierigkeiten adäquat zu reagieren (vgl. Kluge-Schöpp & Scherer, 2018; Scherer, 2019). Darüber hinaus zeigen die Ergebnisse zur Selbsteinschätzung der eigenen Kompetenzentwicklung nach der Lehrveranstaltung, dass die Studierenden eine Erweiterung ihrer Kompetenzen und die Bedeutung der Veranstaltung für den inklusiven Mathematikunterricht sehen (vgl. Scherer, 2019 i. Dr.). In der laufenden Förderphase werden nun im Grundschulbereich auch weitere Veranstaltungen der Master-Phase in den Fokus genommen.

In der zweiten Förderphase wird das Projekt deutlich ausgeweitet: Erstens erfolgt innerhalb der Mathematik der Transfer auf den Lehramtsstudiengang HRSGe und auf weitere Förderschwerpunkte. Die bisherigen Entwicklungen zeigen, dass eingesetzte Lernumgebungen für Schülerinnen und Schüler mit Förderschwerpunkt Lernen oder Sprache geeignet sind, weitere Schwerpunkte wie bspw. Geistige Entwicklung oder Sehen wurden bisher noch nicht intensiv berücksichtigt und teilweise le-

Tabelle 2. Übersicht über inklusionsrelevante Angebote im BA/MA Mathematik Grundschule

Semester	Veranstaltung	Modul	Veranstaltungsart (ECTS)
5 (BA)	Mathematiklernen in substanziellen Lernumgebungen	Erkundungen zum Mathematiklernen	Vorlesung und Übung (6 ECTS)
6 (BA)	Diagnose und Förderung	Erkundungen zum Mathematiklernen	Seminar (5 ECTS)
6 (BA)	BA *Abschlussarbeit mit inklusionsbezogener Fragestellung (optional)*		
8 (MA)	Vorbereitungs- und Begleitveranstaltung Praxissemester	Praxissemester	Vorbereitungsseminar (1 ECTS) Praxissemester (ECTS je nach Studienprojekt)
9 (MA)	Mathematik lehren und lernen	Mathematik lehren und lernen im Studiengang „Mathematik nicht vertieft“ Vertiefung (Didaktik im Fach Mathematik) im „Studiengang Mathematik vertieft“	Vorlesung und Übung (4 ECTS)
10 (MA)	MA *Abschlussarbeit mit inklusionsbezogener Fragestellung (optional)*		

diglich theoretisch angedacht (z. B. Hähn & Scherer, 2017). So könnten etwa videobasierte, animierte und visualisierte Arbeitsaufträge für Schülerinnen und Schüler mit dem Förderschwerpunkt Hören entwickelt und erprobt werden, um im Sinne eines ‚universal design for learning' (Schlüter et al., 2016) einen Zugang für alle Lernenden zu schaffen. Gezielte Entwicklungen und Erprobungen sind bspw. auch im Lehr-Lern-Labor „Mathe-Spürnasen" geplant und bieten Themen für BA- und MA-Arbeiten. Darüber hinaus wird das Evaluationsdesign der ersten Förderphase weiter ausdifferenziert: Die regulären Lehrveranstaltungsevaluationen durch das Zentrum für Hochschul- und Qualitätsentwicklung (ZHQE) der UDE (Befragung der Studierenden) werden für die hier skizzierten Lehrinnovationen genutzt. Hinzu kommen spezifische selbst durchgeführte Befragungen (Lehrende, Lehrpersonen und Studierende). Diese Befragungen sollen sich auf die Umsetzung des Schwerpunkts Inklusion beziehen, einerseits hinsichtlich der Beurteilung der Eignung der Lernangebote für die Schülerinnen und Schüler, andererseits sollen die Lehr- und Lernerfahrungen der Studierenden genauer untersucht werden. Mit Blick auf den Kompetenzerwerb werden entsprechende Items mit dem Projekt „Professionswissen Mathematik" entwickelt und im Rahmen der regelmäßigen Vollerhebung am Ende des Masterstudiums eingesetzt (s. u., Kap. 3).

Zweitens werden mit Blick auf die regionale Ausbildungs- und Schullandschaft existierende Kooperationen gefestigt. Mit Blick auf das Praxissemester wird die Zusammenarbeit mit den beteiligten lehrerbildenden Institutionen intensiviert. Ziel ist es, Studierenden erste unterrichtliche Erfahrungen mit (gutem) inklusivem Mathematikunterricht zu ermöglichen. Dies ist aktuell noch nicht umfassend der Fall (s. o.). Angestrebt werden Hospitationen, Beobachtungen und Dokumentationen zur Gestaltung inklusiven Mathematikunterrichts in ausgewählten Grundschulen und Austauschtreffen mit Mentor*innen (der Praktikumsschulen) und Fachleiter*innen (der ZfsL) zur Gestaltung des Mathematikunterrichts im Praxissemester. Hinsichtlich der Abstimmung von erster und zweiter Ausbildungsphase ist *Mathematik Inklusiv* umfassend an der Umsetzung des Letter of Intent (UDE, 2019) zwischen den fünf Zentren für schulpraktische Lehrerbildung (ZfsL) und der UDE beteiligt. So können an der UDE konzipierte Lernumgebungen und Materialien für die Ausbildung der zweiten Phase adaptiert werden. Im Hinblick auf die Gestaltung von Schulkooperationen ist insbesondere die geplante, inklusive „Universitätsschule" (ebenda) hervorzuheben, in die *Mathematik Inklusiv* eingebunden ist sowie auf eine Ausweitung des Weiterbildungsangebots des Fachs Mathematik in Hinblick auf die Gestaltung inklusiver Settings im Mathematikunterricht (bspw. in Kooperation mit QUA-LiS und DZLM; vgl. z. B. Scherer & Hoffmann, 2018).

Drittens ist *Mathematik Inklusiv* in einschlägige, fachübergreifende Aktivitäten eingebunden. Diese finden im Rahmen des „Leitbilds Vielfalt und Inklusion für die Lehrerausbildung an der Universität Duisburg-Essen" (Leitbild Inklusion: UDE, 2019) statt, an dessen Konzeption das Projekt maßgeblich mitgewirkt hat. Die acht einschlägigen *ProViel*-Projekte mit Inklusionsfokus fungieren als Entwicklungskern in studierendenstarken Fächern, die wiederum eine Innovatoren- und Early-Adopter-Funktion für alle aktuell 126 Lehramtsstudiengänge der UDE erfüllen. Innerhalb dieses breiten Kontexts arbeiten diese *ProViel*-Projekte eng an einem gemeinsamen Projekt: Für die geplante „Qualifikation Inklusion" werden vertiefende Inhalte fachübergreifend abgestimmt. Diese können im Rahmen der aktuell neu konzipierten Studiengänge (LABG NRW 2016) von Studierenden im Lehramt Grundschule gewählt werden. Im Verlauf des Studiums kann so ein einschlägiges, fachübergreifendes Kompetenzprofil erworben werden. Die Pilotphase mit einer kleinen Kohorte ist für das Wintersemester 2020/2021 angesetzt. Bereits jetzt engagieren sich die *ProViel*-Projekte regelmäßig in den jährlichen fach- und institutionenübergreifenden, extracurricularen Aus- und Fortbildungsformaten wie der „Zukunftswerkstatt Inklusion" der Universitätsallianz Ruhr (zlb.uni-due.de/zukunftswerkstatt-inklusion/) und der „Herbstschule Umgang mit Heterogenität in Schule und Unterricht" der UDE, Ruhr-Futur und der Kompetenzteams Essen, Mülheim a. d. Ruhr und Oberhausen (UDE, 2019). Zudem haben sich im Rahmen von *ProViel* bereits gezielte fachübergreifende Kooperationen entwickelt, wie etwa in den Fächern Sport und Mathematik (vgl. Gebken et al., 2018), und weitere Forschungsaktivitäten sind geplant.

3 Professionswissen Mathematik

Das Projekt *Professionswissen Mathematik* ist direkt in den systemakkreditierten Qualitätsentwicklungs- und -sicherungsprozess der UDE integriert. Dieses umfassende Qualitätsmanagementsystem umfasst Zyklen von Institutioneller Evaluation in Kombination mit Ziel- und Leistungsvereinbarungen (ZLV), befragungsbasierte Instrumente der Lehrveranstaltungsbewertung, Studien mit Absolventinnen und Absolventen und eine universitätseigene, repräsentative Längsschnittumfrage, die sich an Studierende und ehemalige Studierende (UDE-Panel) richtet.

Auf Ebene der Fakultäten und Studiengänge leiten z. B. regelmäßige Qualitätskonferenzen und -berichte die dezentrale und datenbasierte Qualitätsreflexion an. Unterlegt werden diese durch spezifisch aufbereitete Datensets zu den Lehramtsstudiengängen (www.uni-due.de/zhqe/qm_system_ude.php).

Die Erörterung der Qualität der Lehrerausbildung der UDE erfolgt also evidenzbasiert und kontinuierlich. Eine systematische Wirkungskontrolle hinsichtlich des Professionswissens am Ende des Studiums erfolgt aber bislang nicht, obwohl das Professionswissen von Lehrkräften als eine wesentliche Komponente der professionellen Handlungskompetenz erachtet wird (Baumert & Kunter, 2006). Dabei lassen sich das Fachwissen (content knowledge, CK), das fachdidaktische Wissen (pedagogical content knowledge, PCK) und das pädagogische bzw. pädagogisch-psychologische Wissen (pedagogical knowledge, PK) als besonders relevant und hilfreich für eine lernförderliche Unterrichtsgestaltung charakterisieren (Abell, 2007; van Ackeren et al., 2013; Fischer & Borowski, 2012; Blömeke et al., 2008). Entsprechende Standards für die Ausbildung sind von der KMK und den Fachverbänden formuliert. Studierende der verschiedenen Lehrämter sollten am Ende ihres Studiums über Wissen aus diesen drei Bereichen verfügen, das sie u. a. befähigt, Fachunterricht zu planen und bei der Durchführung des Unterrichts zielführende Entscheidungen zu treffen. Entsprechende Kompetenzziele sind im konsekutiven Studienaufbau für die einzelnen Professionswissensbereiche in den Modulhandbüchern der Lehramtsstudiengänge der UDE ausdifferenziert und ausgewiesen. Offen bleibt allerdings, ob die Kompetenzziele erreicht werden, da der Stand und die Entwicklung des Professionswissens bislang nur in Ansätzen empirisch fundiert überprüft wurden.

Mit *ProViel* bietet sich für die Lehrerbildung die Chance, dieses System – über statistische Daten und Befragungsergebnisse zum Studium hinaus – so zu ergänzen, dass die Professionsentwicklung im Studium systematisch beleuchtet wird. Ziel ist es, Handlungsbedarfe zu identifizieren, die in den jährlichen Lehreinheits- bzw. Studiengangberatungen der Fakultäten erörtert werden, um entsprechende Maßnahmen abzuleiten.

Ziel des Teilprojekts *Professionswissen Mathematik* ist es, zu erheben, über welches mathematische Fachwissen und über welches mathematikdidaktische Wissen Studierende des Lehramts an Gymnasien und Gesamtschulen bzw. an Berufskollegs (GyGe/Bk) sowie des Lehramts an Grundschulen am Ende ihrer universitären Ausbildung verfügen. Das mathematische Fachwissen wird definiert als vertieftes Verständnis schulrelevanter mathematischer Inhalte. Die Aufgaben für das Fachwissen des Lehramts GyGe/Bk stammen dabei aus den Inhaltsfeldern *Grundlagen*, *Analysis*, *Lineare Algebra* und *Stochastik*. Für das Lehramt G wurde eine Unterteilung in *Arithmetik*, *Geometrie*, *Elementare Funktionen*, *Elementare Kombinatorik und Daten und Zufall* gewählt. Das mathematikdidaktische Wissen wurde jeweils in Anlehnung an Park & Oliver (2008) in die Teilfacetten *Wissen zu Schülerkognitionen*, *Wissen über das Curriculum*, *Wissen über das Verständlichmachen mathematischer Inhalte* und *Wissen über die Beurteilung fachlichen Lernens und Orientierungen* unterteilt.

Um diese Kompetenzen zu erheben, ist je Studiengang auf Grundlage der in den Modulhandbüchern beschriebenen sowie von der Kultusministerkonferenz und den einschlägigen Fachverbänden (GDM, DMV und MNU) geforderten Kompetenzen ein Testinstrument entwickelt worden (Kultusministerkonferenz, 2008; DMV, GDM & MNU, 2008). Der Paper-Pencil-Test besteht aus Single-Choice-, Wahr-Falsch- sowie Kurzantwort-Aufgaben. Im Jahr 2018 wurde die Validierung und Pilotierung der Testinstrumente erfolgreich abgeschlossen. Für die Pilotierung im Studiengang für das Lehramt an Gymnasien und Gesamtschulen bzw. an Berufskollegs (GyGe/Bk) ergab sich eine Fallzahl von 192 Studierenden, für die Pilotierung im Studiengang für das Lehramt an Grundschulen (G) lag die Fallzahl bei 161 Studierenden. Die Testinstrumente wiesen sowohl im fachdidaktischen Wissen als auch im Fachwissen gute Reliabilitäten auf. Im WiSe 2018/2019 wurde im Lehramt GyGe/Bk die erste Haupterhebung erfolgreich durchgeführt, wobei sowohl im 1. Mastersemester als auch im 4. Mastersemester für einen Quasi-Längsschnitt bzw. Längsschnitt Daten erhoben wurden. Im Anschluss erfolgte eine individuelle Rückmeldung der Ergebnisse an die Studierenden sowie eine Gesamtrückmeldung an die Lehrenden der entsprechenden Seminare.

Die Daten werden zurzeit vertiefend ausgewertet und im Anschluss in die Qualitätskonferenz der Fakultät Mathematik eingespeist. Hier werden die Studiengänge regelmäßig beraten und in einem Turnus von sechs Jahren vertieft diskutiert bzw. reakkreditiert. Dieser Rahmen bietet eine regelmäßige Gelegenheit für eventuell erforderliche Moduländerungen und Anpassungen der Prüfungsordnungen (PO). Das Qualitätsentwicklungs- und -sicherungssystem der Mathematik wurde also um eine systematische Wirkungskontrolle hinsichtlich des Professionswissens am Ende des Studiums ausgebaut.

In der zweiten Förderphase (2019–2023) steht die Erhebung inklusionsbezogener Kompetenzen im Fach Mathematik, die Entwicklung eines Rückmeldetools für Studierende, der Transfer des entwickelten Qualitätssicherungsinstruments in die Breite der Lehramtsstudiengänge der UDE und die Qualitätsentwicklung im Bereich kompetenzorientiertes Prüfen und die Erfassung der Wirkung des

Praxissemesters im Zentrum. Dabei werden diese Entwicklungsarbeiten zunächst für das Lehramt GyGe/Bk geleistet. Da die Mathematik innerhalb von *ProViel* in ein Handlungsfeld mit insgesamt fünf Fächern eingebunden ist, werden diese Aufgaben jeweils arbeitsteilig von einzelnen Fächern pilotiert und dann die Ergebnisse von den anderen Fächern des Handlungsfelds adaptiert. Im Einzelnen ist Folgendes geplant:

Inklusion. Das LABG NRW 2016 sieht für inklusionsbezogene Fragestellungen 5 ECTS in jedem Fach vor. Das Messinstrument der ersten Förderphase wird entsprechend um einschlägige Items erweitert, erprobt und in das QM-System implementiert.

Transfer eines Proof of Concept. Aktuell ist die Erweiterung des QM-Systems um die Dimension „Professionsentwicklung" aktuell nur auf einen kleinen Fächerkreis beschränkt. Die Mathematik wirkt hier an der „Bereitstellung eines Proof of Concept" für weitere Fächer mit. Dafür werden regelmäßige Nutzerkonferenzen durchgeführt. Im Jahr 2022 wird im Kontext eines Projektaudits durch externe Expert*innen hochschulweit über die Implementierung im Qualitätsmanagement-System der UDE beraten.

Rückmeldetools für Studierende. Noch richten sich die Handlungsempfehlungen lediglich an Fächer, nicht an Studierende in Form einer Professionsberatung. Das Messinstrument wird zu einem Self-Assessment für Studierende ausgearbeitet und perspektivisch in der Professionsberatung des Zentrums für Lehrerbildung eingesetzt.

Kompetenzorientiertes Prüfen. Zwischen dem objektiven, reliablen und validen Messinstrument zur Erhebung der studentischen Kompetenzen und der Messqualität der Modulprüfungen klafft noch eine Lücke. Bei Letzterem liegt der Prüfungsfokus eher auf dem deklarativen und nicht im erforderlichen Maße auf prozeduralem und konzeptuellem Wissen. Um die Prüfungsqualität zu erfassen, werden zunächst die von den UDE-Lehrenden intendierten Ziele der Modulprüfungen erfasst und hinsichtlich ihres Anforderungsniveaus und der adressierten Wissensarten kategorisiert. Ergänzend werden die Fachüberzeugungen (Beliefs) der Lehrenden erhoben. Sodann wird die Modulprüfung zur Begleitveranstaltung zum Praxissemester betrachtet. Zum einen kann diese zu den bereits in der ersten Förderphase entwickelten Tests in Beziehung gesetzt werden. Zum anderen wird hier insbesondere die Kompetenz der Studierenden zur theoriegeleiteten Reflexion der Beobachtungen und Erfahrungen aus dem Praxissemester in den Blick genommen. Insofern kommt dem bis zu diesem Zeitpunkt erworbenen fachdidaktischen und fachwissenschaftlichen Professionswissen eine besondere Bedeutung zu, um Beobachtungen und Erfahrungen aus dem Praxissemester entsprechend einordnen, hinterfragen, erklären und mit Blick auf Handlungsoptionen im Schulalltag analysieren zu können. Die individuellen Ziele der Dozierenden werden den in den Modulhandbüchern formulierten Kompetenzzielen gegenübergestellt. Auf dieser Basis wird eine vertiefende Analyse der Prüfungsanforderungen vorgenommen. Die Kompetenzziele werden in Beziehung zu den tatsächlich verwendeten Prüfungsaufgaben gesetzt. Mögliche Diskrepanzen werden in den Qualitätskonferenzen erörtert und mit dem Zentrum für Hochschulqualitätsentwicklung (ZHQE) werden passgenaue, hochschuldidaktische Fortbildungen zum kompetenzorientierten Prüfen entwickelt.

Wirkung des Praxissemesters. Um Aussagen über die Wirkung des Praxissemesters auf die Kompetenzentwicklung treffen zu können, werden die Kompetenzen zweier Studierendenkohorten vor und nach dem Praxissemester erhoben (pre/post-Design). Dafür konnte bereits 2018 für den Studiengang des Lehramts (GyGe/Bk) die Teilnahme an dem Professionswissenstest als verpflichtende Studienleistung im Vorbereitungsseminar zum Praxissemester (1. Mastersemester) sowie im Begleitseminar zur Masterarbeit (4. Mastersemester) als Selbsteinschätzungstest für die Studierenden erreicht werden.

4 Evidenzbasierung und Vernetzung als zentrale Entwicklungsfelder

Die Projekte *Mathematik Inklusiv* und *Professionswissen Mathematik* unterstützen die weitere Profilierung der Lehrerbildung an der UDE. Vernetzung und Evidenzbasierung sind dabei übergeordnete Orientierungsmarken, auf die im Folgenden bilanzierend eingegangen wird.

Die systematische Überprüfung und ggf. Absicherung von Wirkungshoffnungen der curricularen Programme wird fest institutionalisiert. Darüber hinaus wird die Entwicklung und Umsetzung innovativer Ausbildungskonzepte laufend und umfassend evaluiert. Neben der Fokussierung auf den Kompetenzzuwachs wird auch die systematische Förderung von Haltungen der Studierenden, die einen Einfluss auf das gelingende Unterrichten in inklusiven Settings haben, in den Blick genommen. Insgesamt dient die Evidenzbasierung sowohl der Organisationsentwicklung am Standort als auch dem substanziellen Erkenntnisgewinn für die Lehrerprofessionsforschung bezüglich der Entwicklung professioneller Kompetenzen.

Dieser weitgehend auf die Ausbildung im Fach fokussierte Ansatz geht einher mit einer disziplinären und institutionellen Öffnung. So werden die vielschichtigen, im Projektkontext entstandenen Netzwerke gefestigt und ausgebaut. Neben der Dissemination in der eigenen Fachcommunity dienen die Ergebnisse am eigenen Standort den fachinternen Weiterentwicklungen, z. B. durch die Übertragung auf weitere Schulstufen. Zudem werden fachübergreifende Kooperationen institutionalisiert (s. Kap. 2 zur fachübergreifenden *Qualifikation Inklusion). Mathematik Inklusiv* ist zudem eng vernetzt mit der zweiten und dritten Ausbildungsphase und der Schullandschaft, insbesondere mit der sich im Aufbau befindlichen Universitätsgrundschule.

Die Universität Duisburg-Essen stellt sich zentralen Herausforderungen als großer lehrerbildender Standort in der sozialräumlich stark segregierten Metropolregion Rhein-Ruhr. Die große Unterstützung durch die Qualitätsoffensive Lehrerbildung ermöglicht die Einbindung vieler Akteure in diesen Prozess. Das Fach Mathematik prägt diesen Prozess an entscheidenden Stellen mit.

Literatur

Abell, S. K. (2007). Research on science teacher knowledge. In S. K. Abell & N. Lederman (Hrsg.), *Handbook of research on science education* (S. 1105–1149). Mahwah, NJ: Erlbaum.

Ackeren, I. v., Rumann, S., Tepner, O., Klemm, K. & Trendel, G. (2013). Professionalisierung von Lehrkräften. In H. E. Fischer & E. Sumfleth (Hrsg.), *nwu-essen 10 Jahre Essener Forschung zum naturwissenschaftlichen Unterricht* (S. 1–55). Berlin: Logos.

Baumert, J. & Kunter, M. (2006). Stichwort: Professionelle Kompetenz von Lehrkräften. *Zeitschrift für Erziehungswissenschaft* 10(4), 469–520.

Blömeke, S., Seeber, S., Lehmann, R., Kaiser, G., Schwarz, B., Felbrich, A. & Müller, C. (2008). Messung des fachbezogenen Wissens angehender Mathematiklehrkräfte. In S. Blömeke, G. Kaiser & R. Lehmann, R. (Hrsg.), *Professionelle Kompetenz angehender Lehrerinnen und Lehrer. Wissen Überzeugungen und Lerngelegenheiten deutscher Mathematikstudierende und -referendare. Erste Ergebnisse zur Wirksamkeit der Lehrerausbildung* (S. 49–88). Münster: Waxmann.

DMV, GDM & MNU. (2008). *Standards für die Lehrerbildung – Empfehlungen von DMV, GDM und MNU.*

Fischer, H. E., Borowski, A. & Tepner, O. (2012). Professional knowledge of science teachers. In B. Fraser, K. Tobin & C. McRobbie (Hrsg.), *Second International Handbook of Science Education* (S. 435–448). New York: Springer.

Gebken, U., Kluge-Schöpp, D., Papenberg, R., Scherer, P. & Sträter, H. (2018). Vielfalt und Inklusion in der Lehrerausbildung. Entwicklungen in den Fächern Sport und Mathematik. *Schule NRW* (4), 17–19.

Hähn, K. & Scherer, P. (2017). Kunst quadratisch aufräumen. Eine geometrische Lernumgebung im inklusiven Mathematikunterricht. In U. Häsel-Weide & M. Nührenbörger (Hrsg.), *Gemeinsam Mathematik lernen – mit allen Kindern rechnen* (S. 230–240). Frankfurt/M.: Arbeitskreis Grundschule.

Kluge-Schöpp, D., & Scherer, P. (2018). Vorbereitung von Lehramtsstudierenden für einen inklusiven Mathematikunterricht – Konzepte und Erfahrungen der Lehrerausbildung. In Fachgruppe Didaktik der Mathematik der Universität Paderborn (Hrsg.), *Beiträge zum Mathematikunterricht 2018* (S. 1003–1006). Münster: WTM-Verlag.

Kultusministerkonferenz. (2008). *Ländergemeinsame inhaltliche Anforderungen für die Fachwissenschaften und Fachdidaktiken in der Lehrerausbildung.* KMK.

Park, S. & Oliver, J. S. (2008). Revisiting the conceptualisation of pedagocical content knowledge (PCK): PCK as a conceptual tool to understand teachers as professionals. *Research in Science Education* 38(3), 261–284.

Scherer, P. (2018). Inklusiver Mathematikunterricht – Herausforderungen und Möglichkeiten im Zusammenspiel von Fachdidaktik und Sonderpädagogik. In A. Langner (Hrsg.), *Inklusion im Dialog: Fachdidaktik – Erziehungswissenschaft – Sonderpädagogik* (S. 56–73). Bad Heilbrunn: Verlag Julius Klinkhardt.

Scherer, P. (2019). Professionalisation for inclusive mathematics – Challenges for subject-specific teacher education. In D. Kollosche, R. Marcone, M. Knigge, M. Godoy Penteado & O. Skovsmose (Hrsg.), *Inclusive Mathematics Education. State-of-the-Art Research from Brazil and Germany* (S. 625–638). Cham: Springer.

Scherer, P. (2019, i. Dr.). The potential of substantial learning environments for inclusive mathematics – student teachers' explorations with special needs students. In U. T. Jankvist, M. van den Heuvel-Panhuizen & M. Veldhuis (Hrsg.), *Proceedings of the Eleventh Congress of the European Society for Research in Mathematics Education.* Utrecht: Freudenthal Group & Freudenthal Institute, Utrecht University and ERME.

Scherer, P. & Hoffmann, M. (2018). Umgang mit Heterogenität im Mathematikunterricht der Grundschule – Erfahrungen und Ergebnisse einer Fortbildungsmaßnahme für Multiplikatorinnen und Multiplikatoren. In R. Biehler, T. Lange, T. Leuders, B. Rösken-Winter, P. Scherer & C. Selter (Hrsg.), *Mathematikfortbildungen professionalisieren – Konzepte, Beispiele und Erfahrungen des Deutschen Zentrums für Lehrerbildung Mathematik* (S. 265–279). Wiesbaden: Springer.

Schlüter, A.-K., Melle, I. & Wember, F. B. (2016). Unterrichtsgestaltung in Klassen des Gemeinsamen Lernens. Universal Design for Learning. *Sonderpädagogische Förderung heute* 61(3), 270–285.

UDE (2019) – Universität Duisburg-Essen: https://zlb.uni-due.de/das-zentrum/inklusion/ (abgerufen am: 25. 10. 2019).

Andreas Büchter, Universität Duisburg-Essen
E-Mail: andreas.buechter@uni-due.de

Petra Scherer, Universität Duisburg-Essen
E-Mail: petra.scherer@uni-due.de

Günther Wolfswinkler, Universität Duisburg-Essen
E-Mail: guenther.wolfswinkler@uni-due.de

Inklusive Lehramtsausbildung an der Universität Erfurt: Erfahrungen zur Arbeit mit einer Differenzierungsmatrix im Rahmen der Qualitätsoffensive Lehrerbildung

Heike Hahn

Seit einigen Jahren werden in den lehramtsbezogenen Studiengängen an der Universität Erfurt ergänzend zur traditionellen fachbezogenen und bildungswissenschaftlichen Ausbildung Kompetenzbausteine zu theoretischen und praktischen Ansätzen der Inklusion entwickelt, erprobt und evaluiert. Mit dem Vorhaben **QUALI**TEACH, das im Rahmen der Qualitätsoffensive Lehrerbildung aus Mitteln des Bundesministeriums für Bildung und Forschung gefördert wird, wurden seit 2016 inklusionsorientierte Inhalte und Formate in Lehre und Studium integriert. Ein Ziel des Teilprojektes Kompetenz- und Entwicklungszentrum Inklusion ist die dauerhafte Integration inklusionspädagogischen Denkens und Handelns in die Lehrerbildung (weitere Informationen unter www.uni-erfurt.de/qualiteach).

Seit dem Start des Projektes wurden und werden Erfahrungen damit gesammelt, wie fachdidaktische Ausbildungsmodule der ersten Phase der Lehrerbildung mit inklusionsspezifischen Themen angereichert werden können, um die Professionalisierung der Studierenden für inklusive Lernprozesse und -strukturen nachhaltig zu fördern. Über die Umsetzung dieses Vorhabens in Kooperation zwischen den Fachgebieten Sonder- und Sozialpädagogik und Mathematikdidaktik sowie ersten Ergebnissen bei der Arbeit mit einer Differenzierungsmatrix (Sasse & Schulzeck, 2013) in der mathematikdidaktischen Ausbildung von Grund-, Regel- und Förderschullehrkräften wird im Weiteren berichtet.

1 Aufgaben des Kompetenz- und Entwicklungszentrums Inklusion: Mathematikdidaktische Lehrveranstaltungen mit inklusionsorientierter Ausrichtung

Das Kompetenz- und Entwicklungszentrum für Inklusion in der Lehrerbildung hat die Aufgabe, die im Fachgebiet Sonderpädagogik vorhandene Expertise zum Lernen von Kindern mit besonderen Lernausgangslagen bzw. sonderpädagogischem Förderbedarf sowohl im bildungswissenschaftlichen Kontext zu verorten als auch mit fachdidaktischen Überlegungen bei der Konzipierung eines inklusiven Unterrichtes zu verknüpfen. Modellhaft arbeiten dafür Experten aus dem Fachbereich Sonderpädagogik mit Lehrenden aus den Bildungswissenschaften und Fachdidaktiken zusammen, um in gemeinsam gestalteten Lehrveranstaltungen mit dem Potenzial von Team-Teaching- und Team-Planning-Modellen eine Synthese bildungswissenschaftlicher, fachdidaktischer und sonderpädagogischer Kompetenzen herzustellen und Handlungsstrategien zur individuellen Lernförderung zu entwickeln. Erfahrungen und Ergebnisse aus solchen gemeinsam verantworteten Lehrveranstaltungen in unterschiedlichen Formaten wie beispielsweise im Rahmen einer Vorlesungsreihe, in Seminaren oder im Schulpraktikum zeigen, dass auf diese Weise Studierende für differenzierte Förderbedarfe von Kindern und Jugendlichen besonders sensibilisiert werden und entsprechende praxisbezogene Handlungsmöglichkeiten erwerben können.

Zentrales Ziel der Kooperation zwischen dem Kompetenz- und Entwicklungszentrum Inklusion und dem Fachgebiet für Mathematikdidaktik der Universität Erfurt ist eine Verschmelzung sonderpädagogischer mit fachdidaktischen Überlegungen bei der konkreten Unterrichtsplanung. Dafür wurden und werden unterschiedliche Kooperationsbeziehungen erprobt und evaluiert, die im Weiteren im Zusammenhang mit dem Einsatz einer Differenzierungsmatrix skizziert werden. Ergänzend wird dieses Arbeitsinstrumentarium ausführlicher vorgestellt und anhand eines Beispiels illustriert.

Gemeinsame Vorlesungen

Künftige Grund- und Förderschullehrkräfte werden in der Qualifizierungsphase des Bachelor-Studienganges (ab dem 3. Semester) im Rahmen einer einführenden fachdidaktischen Vorlesungsreihe, innerhalb der ausgewählte Vorlesungen von Mitarbeitenden des Fachgebietes Sonderpädagogik und Mathematikdidaktik gemeinsam gestaltet werden, für die unterschiedlichen Förderbedarfe von Lernenden während des Unterrichtes sensibilisiert. Ausgehend von grundlegenden Positionen der Förderdiagnostik und Förderplanung, wie beispielsweise:

- Basale Grundvorstellungen zu Zahlen und Operationen stellen das Fundament für Fördermaßnahmen dar. Daher setzt eine Förderung selten

bei einer aktuell beobachteten Schwierigkeit an.
- Bei Kindern mit mathematischen Lernschwierigkeiten ist es wichtig, den Teufelskreis aus Versagensängsten und dem Nichtverständnis bestimmter Inhalte zu durchbrechen.
- Üben macht nur dann Sinn, wenn der Übungsinhalt vom Kind verstanden wurde.
- Sind verschiedene Partner an der Förderung beteiligt, ist ein abgestimmtes Vorgehen zwischen ihnen wichtig (u. a. Schipper, 2009, S. 333 ff.; Scherer & Moser Opitz, 2010, S. 31 ff.).

werden exemplarisch verschiedene Lernstände von Schülerinnen und Schülern zu Schulbeginn oder nach dem Übertritt von der Grund- in die Regelschule anhand von Fallschilderungen und diversen Schülerprodukten wie beispielsweise Hefteinträgen analysiert. Auffälligkeiten werden benannt, problematische Lösungsprozesse umschrieben oder verschriftlichte Schülerkommentare während einer Aufgabenbearbeitung analysiert, um Studierenden die Heterogenität des (Vor-)Wissens und der Fähigkeiten mit der daraus folgenden Notwendigkeit differenzierten Arbeitens bewusstzumachen. An verschiedenen mathematischen Inhalten wie beispielsweise dem Zahlwissen von Schulanfängern oder Rechenbeispielen zu Additions- und Subtraktionsaufgaben im Zahlenraum bis 100 wird dies exemplifiziert. Interviewausschnitte, die zusammen mit schriftlichen Notizen von Lernenden präsentiert werden, verdeutlichen zudem, wie weit beispielsweise das Vorwissen zu Zahlen, die Fähigkeiten zum Zählen in verschiedenen Varianten (etwa in Schritten, vorwärts oder rückwärts, mit und ohne Berühren) oder die Verfügbarkeit und Anwendung von Grundaufgaben differieren. Neben konkreten Aufgabenstellungen für eine Diagnostik geht es in diesen Lehrveranstaltungen auch darum, Überlegungen für eine Förderplanung anhand eines Verständnisses für den Entwicklungsprozess des Zahlbegriffs, der Zahlvorstellungen oder verschiedener Verfahren zum Lösen von Rechenaufgaben aufzuzeigen. Diese Lernprozessorientierung bildet die Grundlage für einen heterogenitätssensiblen Umgang mit diversen Lernvoraussetzungen. Um heterogenitätssensible Lernangebote unterbreiten zu können, werden Studierende in der Vorlesung mit dem Instrument einer Differenzierungsmatrix (u. a. Sasse, 2014; Menthe, Hoffmann, Nehring & Rott, 2015) vertraut gemacht. Das von Reinhard Kutzer, einem Marburger Erziehungswissenschaftler, in den 1980er Jahren mit der schulpraktischen Perspektive auf die Planung eines binnendifferenzierten Unterrichts entwickelte struktur- und niveauorientierte Unterrichtskonzept mit dem Lernstrukturgitter (Kutzer, 1982, S. 33 ff.), das Sasse (2014) unter der Bezeichnung Differenzierungsmatrix aufgegriffen hat, bietet sich an, um mit Lernangeboten der Heterogenität einer Lerngruppe gerecht zu werden.

Vorbereitend auf den Gebrauch einer Differenzierungsmatrix wird Lehramtsstudierenden verdeutlicht, dass mathematische Inhalte in einem Lernprozess auf verschiedenen Repräsentationsebenen (durch eine konkrete Handlung, auf der Ebene bildhafter und symbolischer Darstellung) bearbeitet werden können und für das Durchdringen dieser Inhalte die Übersetzungsprozesse zwischen diesen Ebenen wichtig sind. Darüber hinaus verstehen sie, dass Schülerinnen und Schüler Vorstellungen im Sinne mentaler Aktivitäten zu Zahlen und Rechenoperationen ausbilden müssen. Sie brauchen tragfähige Zahl- und Operationsvorstellungen, um in unterschiedlichen mathematischen Anwendungskontexten erfolgreich darauf zurückgreifen und effektiv damit umgehen zu können.

Die ersten inklusionsorientierten Lehrveranstaltungen dienen dazu, zentrale Überlegungen einer Förderplanung bewusst zu machen und anhand einer Differenzierungsmatrix beispielgebunden die Zusammenstellung adaptiver Lernangebote kennenzulernen (Heinrich, Urban & Werning, 2013).

Gemeinsame Seminare

In der berufsqualifizierenden Studienphase des Masters of Education, in der es um den Aufbau unterrichtspraktischer Handlungskompetenzen bei Studierenden geht, werden wiederum durch die beiden Fachgebiete gemeinsam verantwortete Seminare genutzt, um anhand konkreter Unterrichtsplanungen das Zusammenspiel fachdidaktischer und inklusionspädagogischer Positionen bewusst zu machen. Identische Module in den Studienplänen für die Lehrämter der Grund- und Regelschule sowie des Lehramtes Förderschule bieten die Möglichkeit, gemeinsame Lehrveranstaltungen durchzuführen und verschiedene Perspektiven auf die zur Förderung gewählten Aufgaben miteinander zu verknüpfen. Die Arbeit mit einem Lernstrukturgitter wird nun in der Weise ausgedehnt, dass ein solches Planungsgerüst für ausgewählte mathematische Inhalte gemeinsam mit den Studierenden erarbeitet wird.

Ausgehend von der Überlegung, dass die Entwicklung eines mathematischen Verständnisses ein Prozess ist, für den manche Lernende mehr Zeit für die Erschließung des Unterrichtsinhaltes benötigen, andere innerhalb des Prozesses auf einer anderen Abstraktionsebene stehen, wieder andere mehrere verschiedene Beispiele auf unterschiedlichen Repräsentationsebenen oder besondere individuelle Zuwendung für das Verstehen des Inhaltes brauchen oder wieder andere mit speziellen Materialien und Veranschaulichungen arbeiten, muss sich dies im Aufgabenrepertoire zu einem Lerninhalt widerspiegeln. Lernstrukturelle Überlegungen, die sich aus der „Strukturorientierung“ (u. a. Schipper, 2009, S. 20) des mathematischen Inhaltes ergeben, sollten das Lernangebot durchziehen und darauf zielen, dass Schüler und Schülerinnen das Regelhafte, Gesetzmäßige, Formelhafte einer Erscheinung erkennen.

Da der Lernprozess eines Kindes möglichst kontinuierlich, also ohne Brüche oder Sprünge ablaufen sollte, ist die Orientierung an der „Zone der nächsten Entwicklung“, die auf den russischen Psychologen Lew Vygostki (1991) zurückgeht, hilfreich. Die Zone der aktuellen Leistung soll in die Zone der nächsten Entwicklung, in der Leistungen von Schülerinnen und Schülern verlangt werden, die zwar aufgrund der bisherigen inhaltlichen Beschäftigung mit einem Lerngegenstand möglich, jedoch noch nicht selbstständig vollbracht werden können (Lompscher, 1997, S. 47), überführt werden. Somit gehört es zur Kompetenz und Verantwortung einer Lehrperson, Aufgaben so zu adaptieren, dass Lernende Fortschritte im Sinne der Zone der nächsten Entwicklung erzielen können. Dabei müssen Schülerinnen und Schüler an das bereits vorhandene Wissen und die bereits entwickelten Fähigkeiten konstruktiv anknüpfen und zugleich zu einer „Grenzüberschreitung“ (Krauthausen & Scherer, 2003, S. 129) angeregt werden.

Das strukturell-analytische Gerüst einer Differenzierungsmatrix bietet sich für die konzeptionelle Planung von Lernangeboten an und wird im Weiteren mit den zu gewinnenden Einsichten beschrieben.

2 Die Differenzierungsmatrix: Die kognitive und inhaltlich-thematische Ausdifferenzierung von Lerninhalten

Sollen differenzierte Lernangebote zusammengestellt werden, bietet das Konzept des Arbeitens mit einem Lernstrukturgitter (vgl. Abb. 1) ein Geländer, ein Gerüst, um Lernangebote für ein spezielles inhaltliches Thema adaptiv zu ordnen. Im Kern geht es um die Ausdifferenzierung des mathematischen Inhaltes nach dessen inhaltslogischer und anforderungsvariierenden Struktur.

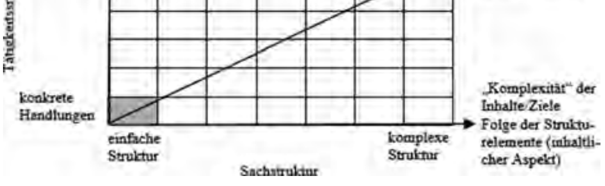


Abbildung 1. Lernstrukturgitter: Darstellung des Bezuges zwischen Niveau und Komplexität (nach Kutzer, 1998, S. 6)

Doch was charakterisiert die inhaltslogische oder wie es in der Originalvorlage von Kutzer heißt *Komplexität der Ziele/ Inhalte* eines Lerngegenstandes? Und: Inwiefern kann ein Lerninhalt entsprechend seiner Anforderungen – um es auch hier mit Kutzers Worten zu umschreiben – in der *kognitiven Komplexität der Niveaustufen des Denkens bzw. der Tätigkeitsstruktur* unterschieden werden? Diese beiden Fragen gilt es weiter zu erörtern.

Kutzers „Struktur-Niveau-Theorie des Lernens“ (1982, S. 38 ff.) baut auf theoretisch-analytischen Arbeiten auf und sieht vor, dass ein an den individuellen Lernvoraussetzungen eines Kindes orientierter Lernprozess nicht nur aufgrund einer inhaltsbezogenen Präzisierung gelingen kann, sondern dass zugleich die Variablen ‚Niveau der Bewältigung‘ bzw. ‚Lernart‘ oder ‚Tätigkeitsstruktur‘ mitzubestimmen sind (Kutzer, 1982, S. 38). Die Lernziele, die mit einem auf das Erkennen von Beziehungen und Zusammenhängen gerichteten Lernprozess verfolgt werden, sind daher auf der Grundlage sorgfältiger fachlicher, fachdidaktischer und psychologischer Analysen zu bestimmen. Dazu ist nicht nur die Ausgangslage der Lernenden bezogen auf die zuvor formulierten Lernziele mittels Diagnoseverfahren zu erheben, sondern die individuellen Lernprozesse sind durch Lernangebote auf die intendierten Lernziele hin zu adaptieren und zu strukturieren.

Diese umfassenden Überlegungen münden nach Kutzer in eine Unterscheidung der Komplexität eines Inhaltes, die sich in einer Entwicklungslinie von einer einfacheren zu einer komplexeren Struktur anhand einer Folge inhaltlich geprägter, strukturlogischer Gesichtspunkte bestimmen lässt. Für das Mathematiklernen bieten fundamentale Ideen (u. a. Winter, 2001) eine Orientierung, wobei die Inhalte im zugehörigen Unterrichtsprozess spiralförmig angelegt sind. Dem Verständnis der sog. Brunerschen Spirale (Bruner, 1974) folgend werden inhaltliche Aspekte der fundamentalen Ideen in strukturell angereicherter Form immer wieder aufgegriffen und erweitert (Krauthausen & Scherer, 2003, S. 128; Wittmann, 2002, S. 11 ff.). „Mit dem Fortschreiten auf der ‚Spirale‘ werden anfangs intuitive, ganzheitliche, undifferenzierte Vorstellungen zunehmend von formaleren, deutlicher strukturierten, analytisch durchdrungenen Kenntnissen überlagert“ (Müller & Wittmann, 1984, S. 159). Für den Lernprozess bedeutet das, dass die Verstehensaspekte mathematischer Inhalte immer wieder aufgenommen und dabei erweitert, verdichtet bzw. konkretisiert werden. Die strukturelle Anreicherung kann sich auf die konzeptionelle Idee des mathematischen Inhaltes, auf Erkenntnisse, erweiterte Fähigkeiten oder Vorstellungen beziehen. Diese Idee vom Konzept eines derartigen Lernprozesses geht auf Bruner zurück, der seine Überlegungen für einen in dieser Weise gedachten Unterricht wie folgt legitimiert:

> Spezifische Sachverhalte oder Fertigkeiten zu lehren, ohne ihre Stellung im Kontext der umfassenden, fundamentalen Struktur des entsprechenden Wissensgebietes klar zu machen, ist in mehrfacher Hinsicht unwirtschaftlich. Erstens macht ein solcher Unterricht es dem Schüler schwer, vom Gelernten auf das später Erfahrene hin zu verallgemeinern. Zweitens bietet ein Lernen, das nicht zur Erfassung allgemeiner Prinzipien geführt hat, wenig geistige Anregung. [...] Drittens [sind] Kenntnisse, die man erworben hat, ohne dass eine Struktur sie genügend verbindet, [...] Wissen, dass man wahrscheinlich bald wieder vergisst. (Bruner, 1970, S. 42 ff.)

Die Orientierung des Unterrichts an fundamentalen Ideen ist somit nicht an Jahrgangsstufen gebunden, sondern beschreibt einen prozessualen Verlauf, wie der Lerngegenstand inhaltlich-strukturell erschlossen werden kann. Ein „guter Unterricht, der das Gewicht auf die Struktur des Fachs legt, ist wahrscheinlich für den weniger begabten Schüler noch wertvoller als für den Begabten, denn jener wird leichter als dieser durch schlechten Unterricht aus der Bahn geworfen“ (Bruner, 1970, S. 23). Damit wird die Bedeutung einer sachlogischen Struktur in der thematisch-inhaltlichen Komplexität eines Lerngegenstandes unterstrichen.

Die andere Perspektive befasst sich mit den verschiedenen Niveaustufen des Denkens bzw. der Abstraktion. Diese Niveaustufen beginnen nach Kutzers Auffassung bei konkreten Handlungen und führen über Zwischenstationen zu Denkoperationen (vgl. Kutzer, 1982, S. 40), also zu mentalen Vorstellungen. Bei der Aneignung eines Lerngegenstandes spielt das didaktische Prinzip der Berücksichtigung verschiedener Repräsentationsebenen eine wichtige Rolle: Weil das Verständnis mathematischer Begriffe, Operationen und Verfahren sehr eng mit den darauf bezogenen Vorstellungen verknüpft ist und diese Vorstellungen wiederum die Qualität des mathematschen Denkens beeinflussen, kommt der Verbindung zwischen den eine Vorstellung begründenden Handlungen, ihren visuellen Vorstellungsbildern und der symbolischen Repräsentation eine bedeutende Funktion zu. Die Abstraktion eines mathematischen Begriffes, einer Regel, eines Verfahrens oder einer Operation, die sich in ihrem Verständnis offenbart, ist jedoch kein Automatismus, der sich aus dem methodischen Dreischritt von Tätigkeiten an konkreten Materialien, der bildhaften Veranschaulichung und der dazu passenden mathematischen Symbolik ergibt, sondern ein Prozess, der Übersetzungen zwischen den Repräsentationsebenen erfordert, was mit dem Begriff des „intermodalen Transfers“ (vgl. Bauersfeld, 1972) erfasst wird. Gerade durch die Arbeit mit Schülerinnen und Schülern, denen das Verstehen mathematischer Inhalte schwer fällt, konnte die Bedeutung dieses intermodalen Transfers, also dieser Übersetzungsprozesse zwischen den verschiedenen Repräsentationsebenen herausgearbeitet werden (u. a. Lorenz & Radatz, 1993, S. 50 ff.; Scherer & Moser-Opitz, 2010, S. 66 ff.). In der unterrichtspraktischen Umsetzung müssen deshalb Aktivitäten zum flexiblen Übersetzen zwischen diesen Ebenen gemeinsam mit sprachlichen Kommentaren und Prozessen der Automatisierung vorkommen. In einer Differenzierungsmatrix als einem Analyse- und Ordnungsraster können derartige Überlegungen bei der konkreten Aufgabenauswahl berücksichtigt werden.

Ziel einer Differenzierungsmatrix ist es, ein Lernangebot mit verschiedenen durch diese Einflussgrößen bestimmten Stationen bei der Aneignung von Begriffen, Regeln oder Verfahren in diesem strukturellen Rahmen vorzulegen. Ein Lernstrukturgitter bildet somit ein Raster, das die Struktur – im Verständnis der wachsenden Komplexität eines Lerninhaltes – und das Niveau, also die kognitive Anforderung, ordnet. Diese beiden Einflussgrößen auf einen Lerninhalt werden weiterführend analysiert und anhand von „Geometrischen Körpern“ konkretisiert.

2.1 *Inhaltlich-thematische Komplexität: die* Sachstruktur *eines Lerninhaltes*

Studierende lernen die Differenzierungsmatrix als ein Strukturgerüst zur Analyse ausgehend von der Sachstruktur eines Lerninhaltes kennen. Doch wodurch wird die Sachstruktur eines Lerninhaltes geprägt?

Freadrich umschreibt die Sachstruktur mit dem „logischen Aufbau des mathematischen Sachverhaltes“ (2001, S. 33). Heckmann und Padberg erklären, dass dazu die „Strukturen und Beziehungen des Unterrichtsgegenstandes“ (2008, S. 71) gehören. Diese Strukturen und Beziehungen ergeben sich aus den einzelnen Aspekten des Inhaltes selbst sowie deren Beziehungen zueinander und zu anderen Inhalten. Was bedeuten diese Erklärungen für das Beispiel einer Differenzierungsmatrix zu „Geometrischen Körpern“?

Die Sachstruktur geometrischer Inhalte orientiert sich daran, wie die Objekte erfasst, dargestellt und bezeichnet werden. In der einfachsten Stufe werden Körper als reale Objekte betrachtet, die man anfassen, befühlen und benennen kann und die in dieser Form in der Umwelt vorkommen. Oft werden sie auch mit Alltagsbegriffen bezeichnet, z. B. ein Kegel mit dem Wort Eistüte. Abstrakter wird der Lerngegenstand, sobald verschiedene Darstellungsformen vorkommen, die vom Betrachter eine

Interpretation verlangen. Wird eine Abbildung eines geometrischen Körpers gezeigt, muss die zweidimensionale Darstellung als räumliches Gebilde erkannt werden. Bei einer Schrägbilddarstellung muss ein Schüler beispielsweise wissen, dass in der Kavalierperspektive Tiefenlinien (um die Hälfte) verkürzt dargestellt sind. Wenn weiterführend die Begrenzungsflächen eines Körpers durch Abwickeln und Umfahren in ihrer wahren Größe und Gestalt auf Papier abgebildet werden, besteht die gedankliche Synthese für Lernende darin, dieses Netz wieder zu einem Körper zusammenfügen zu können. Noch abstrakter wird der Lerninhalt, wenn Beziehungen zwischen Körpern und ihren Begrenzungsflächen analysiert und für die Erschließung weiterer Inhalte genutzt werden. Dies wird an der horizontalen Achse der Differenzierungsmatrix abgebildet.

2.2 *Niveauorientierte Komplexität: die* Niveaustufen *des Denkens*

Das Lernniveau, also die kognitiven Anforderungen an einen Lernenden, bilden den anderen Einflussbereich innerhalb des Lernstrukturgitters. Kognitive Anforderungen beziehen sich auf die mit dem Wissen und dem Niveau des Denkens verbundenen Überlegungen. Beim Lernen von Begriffen, Regeln oder Verfahren sind nicht nur die unterschiedlichen Repräsentationsmodi bedeutsam, sondern das flexible hin- und herübersetzen zwischen ihnen. Zentral sind also Transferleistungen zwischen den Repräsentationsebenen. Darüber hinaus spielt die Klassifikation kognitiver Ziele eine wichtige Rolle, die sich in der Unterscheidung dessen zeigt, was zu den Grundfertigkeiten und Routinetätigkeiten gehört (vgl. Anforderungsbereich I der KMK Bildungsstandards, 2004, S. 13). Im nächst höheren Anforderungsbereich geht es um das Anwenden und Verknüpfen verschiedener Kenntnisse, Fähigkeiten, Regeln oder Verfahren und schließlich um ein Strukturieren, Beurteilen, Bewerten, Verallgemeinern oder Begründen, also um komplexe Anforderungen. Was bedeuten diese Erklärungen für das Beispiel „Geometrische Körper“?

Da sich die Niveaustufen des Denkens bei geometrischen Inhalten aus einem Zusammenspiel von Repräsentations- und Darstellungsformen ergeben, werden auf der einfachen Stufe Körper eher als singuläre Objekte im dreidimensionalen Anschauungsraum handelnd erfasst oder betrachtet. Niveausteigerungen führen zu einer Verknüpfung mit anderen Körpern und deren Eigenschaften sowie zum Operieren mit den Formen, beispielsweise beim Zerlegen oder Kippen. Im höchsten Anforderungsniveau werden das Wissen um Körper und das Operieren mit den Formen mit anderen Wissensbereichen (z. B. Lagebeziehungen) in Verbindung gebracht, wodurch wiederum neue Beziehungen entstehen. Diese Überlegungen werden an der vertikalen Achse einer Differenzierungsmatrix festgehalten.

3 Erste Erfahrungen und Evaluationsergebnisse zur Arbeit mit einer Differenzierungsmatrix

Um Studierende zu befähigen, einen mathematischen Inhalt unter Berücksichtigung differenzierter Anforderungen mit passenden inhalts- sowie niveauvariierenden Lernangeboten aufzuarbeiten, hat sich die Arbeit mit einer Differenzierungsmatrix in einem gestuften Vorgehen bewährt. Im ersten Schritt wird eine Differenzierungsmatrix für einen konkreten mathematischen Lerninhalt inklusive einer Beschreibung der einzelnen Matrixfelder sowie zugehöriger, passender Aufgaben vorgestellt und gemeinsam mit den Studierenden detailliert analysiert, um den Aufbau einer Matrix zu durchdringen und an Aufgabenbeispielen eine Konkretisierung zu sehen. Im diskursiven Vorgehen argumentieren Studierende, inwiefern das konkrete Aufgabenangebot die Passung zum jeweiligen Matrixfeld erfüllt.

Im zweiten Schritt erhalten Studierende im Rahmen einer Gruppenarbeit den Auftrag, zu einer Differenzierungsmatrix mit vollständig beschriebenen Feldern und einer vorliegenden Sammlung möglicher Lernangebote eine Zuordnung zwischen diesen Aufgaben und dem passenden Feld der Matrix begründet vorzunehmen. Im Mittelpunkt der Diskussion steht nun eine Argumentation, inwiefern eine konkrete Aufgabe der beschriebenen Anforderung des Matrixfeldes entspricht. Von den Studierenden wird in diesem Schritt erwartet, dass sie das Verfahren der Aufgabenanalyse (Walter, 2004, S. 26) anwenden, den Lernwert der Aufgabe erkennen und sowohl die Sachstruktur des Lerninhaltes als auch die kognitive Anforderung erfassen.

Schließlich erstellen Studierende in einem weiteren Arbeitsschritt in einer Gruppenarbeit selbst eine Differenzierungsmatrix zu einem neuen mathematischen Inhalt, den sie selbst auswählen können. Einige entscheiden sich auch dazu, in einer schriftlichen Hausarbeit eine weitere Matrix zusammenzustellen, eigenproduktiv die inhaltlich-thematische Komplexität des gewählten Inhaltes sowie die kognitiven Anforderungen zu definieren, die Felder der Matrix zu füllen und passende Aufgaben zuzuordnen. Die Schüleraufgaben können sie selbst kreieren oder unterschiedlichen Lehrwerken entnehmen. Wichtig ist, dass die Aufgabenauswahl begründet und ihre Passung zum Matrixfeld kommentiert wird. Unterstützend können sich Studierende in Konsultationen mit Fachdidaktikern oder Förderpädagogen während des gesamten Arbeitsprozesses beraten lassen.

⟶ Tätigkeitsstruktur ⟶

5 *Beziehungen zu anderen Wissensbereichen herstellen, neue Wissensbereiche erschließen* ↑↓	Körper nach weiteren Merkmalen untersuchen, wie Lage benachbarter oder gegenüberliegender Flächen und mit eigenen Worten beschreiben *(Begriffe zur Beschreibung von Lagebeziehungen nutzen)*	Körper (und Gebäude aus Körpern) aus verschiedenen Sichten betrachten: Draufsicht, Vorderansicht, Seitenansicht *(z. B. Draufsicht: Baupläne zu Würfelgebäuden anfertigen oder Würfelgebäude nach Bauplänen herstellen)* Lage der Körper beschreiben Begrenzungsflächen der Körper aus verschiedenen Sichten vergleichen	Anordnungen von Rechteckten und/oder Quadraten ergänzen, so dass (Würfel-/Quader-)Netze entstehen (Aufgaben mit mehreren Lösungen) Merkmale von Würfel- oder Quadernetzen bestimmen Gebäude aus gleichen und verschiedenen Körpern bzgl. ihrer Flächen in den verschiedenen Ansichten analysieren und verändern *(z. B. Würfelgebäude mit quadratischer Grundfläche)*
4 *Merkmale zum Unterscheiden nutzen* ↑↓	Gemeinsamkeiten und Unterschiede der untersuchten Körper gruppieren und ordnen *(z. B. Anzahl der Ecken beim Würfel, Quader, Kegel und Pyramide bestimmen und bzgl. der Gemeinsamkeiten analysieren)*	Körper abwickeln, zu einem Netz des Körpers kommen *(z. B. quaderförmige Verpackungen aufschneiden, Art und Lage der Begrenzungsflächen analysieren)*	gleiche Netze in verschiedenen Raumlagen erkennen *(z. B. Würfelnetze in verschiedenen Raumlagen erkennen)*
3 *Gemeinsamkeiten und Unterschiede beschreiben* ↑↓	Körper nach (gegebenen) optisch wahrnehmbaren Merkmalen untersuchen (z. B. Anzahl der Ecken, Art der Kanten) Gemeinsamkeiten und Unterschiede der untersuchten Körper mit eigenen Worten beschreiben *(z. B. Würfel und Quader oder Kegel und Pyramide nach diesen Merkmalen vergleichen)*	Begrenzungsflächen von Körpern untersuchen, Gemeinsamkeiten und Unterschiede feststellen und mit eigenen Worten beschreiben *(z. B. Begrenzungsflächen vom Würfel und Quader jeweils umfahren und gleiche bzw. verschiedene Flächen erkennen)*	Körper und Netz einander zuordnen gleiche Flächen in Körpernetzen erkennen und benennen
2 *Erkennen/ Benennen/ Unterscheiden* ↑↓	Abbildungen von Körpern und/oder (Begrenzungs-)Flächen gruppieren und sortieren *(z. B. Würfel und Quader oder Kegel und Pyramide in Schulbuchabbildungen benennen)*		Begrenzungsflächen von Körpern bestimmen *(z. B. Plättchen zum Bauen eines Würfels oder Quaders auswählen)*
1 *Befühlen/ Erkennen/ Benennen* ↑↓	geometrische Körper befühlen, gruppieren und sortieren Körper aus einer Menge von Gegenständen heraussuchen und mit (Alltags-)Begriffen benennen *(z. B. Fühlsäckchen nutzen, Alltagsgegenstände sortieren)*	Körper und Abbildungen einander zuordnen *(z. B. Alltagsgegenstände ihren Abbildungen im Arbeitsheft oder Schulbuch zuordnen)*	Körper setzen sich aus Flächen zusammen: Flächen an geometrischen Körpern erkennen und benennen *(z. B. mit Körpern stempeln, Körper in den Schnee stellen, Körper umfahren)*
	A (reale) Körper in der Umwelt	**B** Körper in Abbildungen bzw. Darstellungen	**C** Körper als räumliche Figuren, die durch Flächen begrenzt werden

⟶ Sachstruktur ⟶

Abbildung 2. Geometrische Körper: Beispiel einer Differenzierungsmatrix

Ergebnisse der lehrveranstaltungsbegleitenden Evaluation in Form schriftlicher Befragungen zeigen, dass Studierende durch dieses gestufte Vorgehen die Struktur und den Aufbau einer Differenzierungsmatrix zunehmend besser durchdringen und den Wert dieses Analyse- und Ordnungsgerüstes für weiterführende unterrichtsbezogene Überlegungen erkennen. Sie konnten den Aufbau einer Differenzierungsmatrix gut nachvollziehen und schätzen mehrheitlich ein, sich vorstellen zu können, im Unterricht eine solche Matrix einzusetzen. Sie erkennen in der Arbeit mit einer Differenzierungsmatrix eine Möglichkeit, die unterschiedlichen Lernvoraussetzungen der Schülerinnen und Schüler zu berücksichtigen und einen binnendifferenzierten Unterricht gestalten zu können. Positiv bewerten sie die Möglichkeit, Aufgaben selbstständig auswählen zu können. Mehrheitlich schätzen Studierende eine Differenzierungsmatrix als potentiell hilfreich für die eigene Unterrichtsplanung im Mathematikunterricht ein. Sie reflektieren aber auch, dass das eigenständige Erstellen einer Differenzierungsmatrix ein hoher Anspruch ist, der ihnen in unterschiedlicher Qualität gelingt.

Literatur

Bruner, J. (1970). *Der Prozess der Erziehung.* Düsseldorf: Pädagogischer Verlag Schwann.

Bruner, J. (1974). *Entwurf einer Unterrichtstheorie.* Berlin: Berlin-Verlag.

Fraedrich, A. M. (2001). *Planung von Mathematikunterricht in der Grundschule.* Heidelberg & Berlin: Spektrum Akademischer Verlag.

Hahn, H. & Schuchort, A. (2017). *Inklusive Lehrer_innenbildung an der Universität Erfurt am Beispiel von Studienmodulen für das Unterrichtsfach Mathematik*. Zeitschrift VdS (13), 5–8.
Hattermann, M. et al. (2014). Inklusion im Mathematikunterricht – das geht! In: B. Amrhein & M. Dziak-Mahler (Hrsg.), *Fachdidaktik inklusiv. Auf der Suche nach didaktischen Leitlinien für den Umgang mit Vielfalt in der Schule.* Münster & New York: Waxmann.
Heckmann, K. & Padberg, F. (2008). *Unterrichtsentwürfe Mathematik Primarstufe*. Heidelberg: Spektrum Akademischer Verlag.
Heckmann, K. & Padberg, F. (2012). *Unterrichtsentwürfe Mathematik Sekundarstufe I*. Heidelberg: Spektrum Akademischer Verlag.
Heinrich, M.; Urban, M. & Werning, R. (2013). *Grundlagen, Handlungsstrategien und Forschungsperspektiven für die Ausbildung und Professionalisierung von Fachkräften für inklusive Schulen*. In: H. Döbert & H. Weishaupt (Hrsg.), *Inklusive Bildung professionell gestalten* (S. 69–133). Münster: Waxmann.
KMK (2004). *Bildungsstandards im Fach Mathematik für den mittleren Schulabschluss*. tinyurl.com/shepqfp
Krauthausen, G. & Scherer, P. (2003). *Einführung in die Mathematikdidaktik*. Heidelberg und Berlin: Spektrum Akademischer Verlag.
Krauthausen, G. & Scherer, P. (2014). *Natürliche Differenzierung im Mathematikunterricht. Konzepte und Praxisbeispiele aus der Grundschule*. Seelze: Klett Kallmeyer.
Kutzer, R. (1982²). Anmerkungen zum Struktur- und Niveauorientierten Unterricht. In: H. Probst (Hrsg.), *Kritische Behindertenpädagogik in Theorie und Praxis. Beiträge zum gleichnamigen Studentenkongress der Fachgruppe Sonderpädagogik in Marburg 1978* (S. 29–62). Solms-Oberbiel, Jarik-Verlag.
Kutzer, R. (1998). *Mathematik entdecken und verstehen. Bd. 1*. Frankfurt a.M.: Diesterweg.
Lompscher, J. (1997). Selbständiges Lernen anleiten. Ein Widerspruch in sich? Friedrich Jahresheft: *Lernmethoden, Lernmethoden. Wege zur Selbständigkeit* (XV), 46–49.
Lorenz, J. H. & Radatz, H. (1993). *Handbuch des Förderns*. Hannover: Schroedel.
Menthe, J., Hoffmann, T., Nehring, A. & Rott, L. (2015). Unterrichtspraktische Impulse für einen inklusiven Chemieunterricht. In: J. Riegert & O. Musenberg (Hrsg.), *Inklusiver Fachunterricht in der Sekundarstufe* (S. 158–164). Stuttgart: Kohlhammer.
Müller, G. & Wittmann, E. Ch. (1984). *Der Mathematikunterricht in der Primarstufe*. Braunschweig: Vieweg.
Riegert, J. & Musenberg, O. (Hrsg.) (2016). *Inklusiver Fachunterricht in der Sekundarstufe.* Stuttgart: Kohlhammer.
Sasse, A. (2014). Unterrichtvorbereitung und Leistungseinschätzung im Gemeinsamen Unterricht. In: S. Peters & U. Widmer-Rockstroh (Hrsg.), *Gemeinsam unterwegs zur Inklusiven Schule* (S. 118–137). Frankfurt a.M.: Grundschulverband.
Sasse, A. & Schulzeck, U. (2013). *Differenzierungsmatrizen als Modell der Planung und Reflexion inklusiven Unterrichts – zum Zwischenstand in einem Schulversuch*. tinyurl.com/s2z50bu
Scherer, P. & Moser-Opitz, E. (2010). *Fördern im Mathematikunterricht der Primarstufe.* Heidelberg: Spektrum Akademischer Verlag.
Schipper, W. (2009). *Handbuch für den Mathematikunterricht an Grundschulen*. Braunschweig: Bildungshaus Schulbuchverlage.
Schwager, M. (2011). Gemeinsames Unterrichten im Gemeinsamen Unterricht. In: Zeitschrift für Heilpädagogik (62/3), 92–98.
Vygostki, L. S. (1991). *Denken und Sprechen.* Frankfurt a. M.: Fischer Verlag.
Walter, G. (2004). *Gute Aufgaben*. tinyurl.com/wa4qxkq
Winter, H. (2001). *Fundamentale mathematische Ideen in der Grundschule.* tinyurl.com/ulvh5ex
Wittmann, E. C. (1996). Offener Mathematikunterricht in der Grundschule – *vom FACH aus*. In: *Grundschulunterricht* (6), 3–7.

Heike Hahn, Universität Erfurt
E-Mail: heike.hahn@uni-erfurt.de

Digitale Medien im Mathematikunterricht inklusiv gedacht – eine Kooperation von Mathematikdidaktik und Förderpädagogik

Ein Baustein im Rahmen der Gießener Offensive Lehrerbildung (GOL)

Jacqueline Bonow, Christof Schreiber, Andreas Leinigen, Michaela Greisbach,
Lea Steinfeld und Martin Reinert

Bei der Gießener Offensive Lehrerbildung (GOL) handelt es sich um ein Strukturentwicklungsprojekt der Justus-Liebig-Universität (JLU), das der Sicherung und Entwicklung der Qualität der Lehrerbildung dient und im Rahmen der vom Bundesministerium für Bildung und Forschung aufgelegten Förderlinie „Qualitätsoffensive Lehrerbildung“ von 2016 bis 2023 in zwei Phasen gefördert wird.

Vor dem Hintergrund der Forderung, allen Kindern und Jugendlichen ungeachtet ihrer kognitiven und motorischen Fähigkeiten, ihres Geschlechts oder ihrer Herkunft eine hohe Bildungsbeteiligung zu ermöglichen, kommt der Lehrkraft eine besondere gesellschaftliche Verantwortung zu. Die GOL leitet aus dieser Verantwortung fünf Maßnahmenpakete für die Professionalisierung von Lehrkräften ab: Aspekte der Bildungsbeteiligung adressiert die GOL bereits vor dem bzw. zum Studienbeginn über die strukturierte Auseinandersetzung mit Studienwahlentscheidungen (Maßnahmenpaket 1: Gewinnung, Maßnahmenpaket 2: Stabilisierung). In einem weiteren Maßnahmenpaket werden zentrale Elemente einer auf Bildungsbeteiligung von Schülerinnen und Schülern ausgerichteten Professionalisierung u. a. vor dem Hintergrund der Arbeit in multiprofessionellen Teams thematisiert (Maßnahmenpaket 3: Professionalisierung). In den letzten beiden Maßnahmenpaketen richtet die GOL ihren Fokus auf Prozesse der Qualitätsentwicklung der Lehr- und Lernkultur (Maßnahmenpaket 4: Forum Lehrentwicklung) und auf eine Lehrerfort- und -weiterbildung, in der die Phasen der Lehrerbildung vernetzt werden, um einen kumulativen Kompetenzaufbau anzuregen (Maßnahmenpaket 5: Fort- und Weiterbildung). Für alle Maßnahmenpakete bilden Fragen der Bildungsbeteiligung und das Leitbild des 'reflective practitioner' (Schön, 1983) den konzeptuellen Rahmen.

Die GOL spannt mit ihren Maßnahmenpaketen den Bogen von der Phase vor dem Studium, über den Kompetenzaufbau während des Studiums und des Vorbereitungsdienstes, bis in die berufliche Phase der Lehrerbildung. Dies soll durch die Übersetzung relevanter Problemstellungen der Schulpraxis in wissenschaftliche, interdisziplinäre Fragestellungen, aber auch durch die Übertragung von wissenschaftlichen Erkenntnissen in Schule und Unterricht gelingen. Dazu gehört auch die Bearbeitung des zentralen Themengebiets „Inklusion". Hierfür wurde ein fächerübergreifendes Lehrprojekt als Bestandteil der Maßnahme „Arbeiten in multiprofessionellen Teams" (AMT) entwickelt, das Studierende des Grundschullehramtes (L1) mit Studierenden des Förderschullehramtes (L5) vernetzt. Das AMT ist dem Maßnahmenpaket 3 zugeordnet und schließt an Diskurse über Kooperationen zwischen Lehrkräften sowie Akteurinnen und Akteuren aus der Schul- oder Sozialpädagogik an und hat zum Ziel, Kooperationserfordernisse in der Schule zum Gegenstand der Lehrerbildung zu machen. Inhaltlich widmet sich das Modul, neben dem Schwerpunkt Inklusion, Themen wie Ganztagsschule, sichere Schule (inkl. sexualisierte Gewalt) und der Entwicklung interkultureller Kompetenz. Das AMT zeichnet sich somit durch ideale theoretische wie praktische Ausgangs- und Anschlussbedingungen aus, in welche das im Folgenden beschriebene Projekt angebunden werden konnte.

Einsatz von Apps im inklusiven Mathematikunterricht der Grundschule

In Kooperation des Instituts für Förderpädagogik und Inklusive Bildung mit dem Institut für Didaktik der Mathematik wurde im Rahmen des o. g. Aufbaumoduls AMT der GOL ein Seminar konzipiert und durchgeführt, in dem Grund- und Förderschullehramtsstudierende gemeinsam Apps auf ihre Verwendung im inklusiven Unterricht untersuchen. Dazu nutzen sie einen Kriterienkatalog unter Berücksichtigung von förderpädagogischen und mathematikspezifischen Potentialen, der im Rahmen des Seminars in vorangegangenen Semestern erstellt wurde. Die Studierenden evaluieren den Kriterienkatalog, indem sie verschiedene Apps mit inklusiven Grundschulklassen in der Lernwerkstatt des Instituts für Didaktik der Mathematik erproben.

Ausgangslage

In den Schlussfolgerungen zu Inklusion in Vielfalt mit dem Ziel einer hochwertigen Bildung für alle wird für die Aus- und Fortbildung von Lehrkräften gefordert, „ihre Kompetenzen [...] zu erweitern, um ihnen den Umgang mit der zunehmenden Vielfalt zu erleichtern" (Europäische Union, 2017, C 62/02, C 62/5). Dazu zählen auch „systematische Anreize und Schulungen, um Lehrkräften die Erprobung digitaler Lehrmethoden zu ermöglichen" (ebd.).

Die Kultusministerkonferenz fordert die Universitäten auf, die Medienbildung in der Lehrerbildung fest zu verankern. Dabei wird angestrebt, dass Lehrkräfte mit Medien kompetent umgehen und diese didaktisch reflektiert einsetzen sowie die Medienerfahrungen der Lernenden im Unterricht aufgreifen können. Außerdem sollen Lehrkräfte Medienangebote analysieren und anforderungsgerecht für den Unterricht und die Förderung nutzen können (KMK, 2012).

Neben der Förderung der Medienkompetenz soll außerdem die Arbeit in multiprofessionellen Teams in der Lehrerausbildung verstärkt werden, um einen mehrperspektivischen Blick auf das Kind und auf die Interaktion zwischen Lehrkraft und Kind zu ermöglichen (KMK, 2015).

Aufgrund der Studienordnungen gibt es an der JLU im Fach Mathematik keine gemeinsamen Veranstaltungen von Studierenden des Grund- und Förderschullehramts. Eine kollegiale Kooperation setzt jedoch voraus, Wissen und Kenntnisse über die jeweils andere Profession zu erlangen, und dies möglichst schon vor dem Vorbereitungsdienst (Hattermann, Meckel & Schreiber, 2014; Kolbe & Reh, 2008). Aufbauend auf positiven Erfahrungen zu fachbereichsübergreifenden Veranstaltungen (Rudinger, Greisbach & Schreiber, 2018; Schreiber & Greisbach, 2015) wurde ein Seminar entwickelt und angeboten, das sowohl die Nutzung digitaler Medien in inklusiven Settings thematisiert als auch ein gemeinsames Lernen von Studierenden des Grund- und Förderschullehramts ermöglicht. Digitale Medien werden hierbei als besondere Hilfsmittel zur Differenzierung und Unterstützung in einem kooperativen, inklusiven Unterricht gesehen. Tablets scheinen dabei besondere Potentiale zu besitzen, da durch die direkte Steuerung über Eingabegesten auf dem Bildschirm die am Computer notwendige Koordination von Hand, Auge und Maus entfällt (Urff, 2014; Walter, 2018; s. a. Bonow, Leinigen, Schreiber & Greisbach, 2019).

Auswahl der Apps

Für die Arbeit im Seminar sowie für die praktische Erprobung von Apps mit inklusiven Grundschulklassen durch multiprofessionelle Teams aus Studierenden des Grund- und Förderschullehramts musste vorab eine Auswahl an vielversprechenden Apps getroffen werden. Dazu wurden ausschließlich Apps aus den Kategorien Vorschul- und Übungsprogramme sowie Arbeitsmittel ausgewählt (Bonow et al., 2019). Außerdem wurden nur die Leitideen Zahl und Operation, Raum und Form sowie Größen und Messen berücksichtigt. Softwareangebote, die Sammlungen an unterschiedlichen Übungen für mehrere Inhaltsfelder oder Jahrgänge miteinander vereinen, erschienen zu unübersichtlich und hatten zumeist viele ablenkende Elemente (ebd.).

Weiterhin wurde mathematikdidaktische sowie förderpädagogische Fachliteratur herangezogen, um einen Einblick in Erfahrungen mit bereits erprobten Apps zu erhalten (Krauthausen, 2012; Urff, 2014; Walter, 2018). Auf diese Weise wurden Angebote ausgewählt, die aus mathematikdidaktischer Perspektive entwickelt oder empfohlen wurden. Die Apps bedienen z. B. die Anwendung von Arbeitsmitteln (Zwanzigerfeld, Hunderterfeld, Klötzchen-App, Stellenwerte), bekannte Aufgabenformate (Rechendreieck und Rechentablett), Mengenverständnis (Fingerzahlen), Orientierung im Zahlenraum bis 100 (Zahlenjagd und Zahlensucher) sowie Übungsprogramme. (Alle Apps sind unter www.lernsoftware-mathematik.de oder www.ladel-online.net/de/forschung/projekte/app-empfehlungen/klötzchen zu finden.)

Konzeption des Seminars

In der Veranstaltung wird exemplarisch mit Apps gearbeitet, die einen mathematikspezifischen Inhalt aufweisen. Der Kriterienkatalog soll dabei durch die förderpädagogische Perspektive auch auf andere Unterrichtsfächer übertragbar sein, sodass die Förderschullehramtsstudierenden, die nicht alle Mathematik als Unterrichtsfach studieren, diesen zur Auswahl geeigneter Apps aus dem gesamten Bildungsbereich nutzen können. Durch die Berücksichtigung mathematikdidaktischer und förderpädagogischer Potentiale und Einsatzbedingungen von digitalen Medien im Kriterienkatalog sowie durch die praktische Erprobung von Apps in inklusiven Grundschulklassen sollen die Möglichkeiten digitaler Medien für die Förderung aller Schülerinnen und Schüler ermittelt werden. Dabei sollen digitale Medien als Arbeitsmittel und zur Übung sowie als Unterstützung der Lehrkräfte im Unterricht eingesetzt werden, um der wachsenden Heterogenität der Schülerschaft gerecht werden zu können. Eine anschließende Reflexion der praktischen Erprobung soll Potentiale, aber auch Grenzen des Einsatzes von Apps in inklusiven Unterrichtssettings herausstellen. Sowohl die Weiterentwicklung des Kriterienkatalogs und dessen Anwendung auf verschiedene Apps als auch die praktische Erprobung sollen die Studierenden dazu befähigen, Apps didaktisch reflektiert und anforderungsbezogen für den inklusiven Unterricht auswählen zu können. Ziel des Seminars ist außerdem das Arbeiten in multiprofessionellen Teams, sodass die Studierenden Wissen über die Qualifikationen und Arbeitsbereiche des jeweils anderen Lehramts aufbauen können.

Die paritätische Zusammensetzung der Teilnehmenden des Seminars, Studierende aus dem Grund- und aus dem Förderschulbereich, ist grundlegend für das multiprofessionelle Arbeiten. Die Veranstaltung ist so konzipiert, dass stets eine Zusammenarbeit zwischen Studierenden der beiden Lehrämter gefordert ist. Das Seminar gliedert sich in drei Phasen (vgl. Tab. 1): Zunächst werden mathematikdidaktische und förderpädagogische Inputs durch Expertengruppen präsentiert. Es wird einerseits ein *Voneinanderlernen* angeregt und in der anschließenden Arbeitsphase in lehramtsgemischten Gruppen ein *Miteinanderlernen* sichergestellt. Im weiteren Seminarverlauf arbeiten die Studierenden in Sechsergruppen aus je drei Studierenden des Grund- und Förderschullehramts zusammen.

In der *ersten Phase* erarbeiten die Studierenden mit Hilfe vorgegebener Literatur theoretische Inputs, die als gemeinsame Wissensgrundlage für das weitere Seminar dienen. Die Inputs werden durch Expertengruppen präsentiert. Dabei stellen die Grundschullehramtsstudierenden grundlegende mathematikdidaktische Themen (mathematikdidaktische Prinzipien und Modelle, Veranschaulichungs- und Arbeitsmittel sowie Differenzierung und Förderung im Mathematikunterricht) den Förderschullehrmatsstudierenden vor. Die Förderschullehramtsstudierenden sind hingegen Expertinnen und Experten für die Vorstellung der verschiedenen Förderschwerpunkte (Lernen, geistige Entwicklung, Sprache, emotionale-soziale Entwicklung, Sehen und Hören) sowie das fünfstufige Modell schulischen Lernens nach Wember (2013). Im Anschluss an die theoretischen Inputs finden sich jeweils Referentinnen und Referenten

Tabelle 1. Übersicht über die drei Phasen des Seminars

1. Phase	Inputs zu mathematikdidaktischen Prinzipien und Themen sowie Inputs zu förderpädagogischen Themen, darauf aufbauend Arbeit mit Apps und Weiterentwicklung des Kriterienkatalogs	Inputs durch Expertengruppen, anschließend lehramtsgemischte Gruppen
2. Phase	Input zu Lernumgebungen und Planung der praktischen Erprobung einer Lernumgebung mit Einbettung einer App auf Grundlage einer Hospitation im Mathematikunterricht der Lerngruppe	Arbeiten in lehramtsgemischten Gruppen
3. Phase	Erprobung der Lernumgebungen in der Lernwerkstatt des Instituts für Didaktik der Mathematik und Auswertung der durchgeführten Lernumgebungen, darauf aufbauend Überarbeitung des Kriterienkatalogs	Arbeiten in lehramtsgemischten Gruppen

aus unterschiedlichen Expertengruppen zusammen und analysieren verschiedene Apps im Hinblick auf die mathematikdidaktischen und förderpädagogischen Themen der Inputs. So wird beispielsweise untersucht, ob die Apps Differenzierungs- und Fördermöglichkeiten enthalten oder inwiefern Apps für Lernende mit Förderbedarf im Bereich Sprache geeignet sind. Auf dieser Grundlage setzen sich die Gruppen mit dem Kriterienkatalog auseinander und erweitern diesen.

In der *zweiten Phase* erhalten die Studierenden einen Input zum Thema ‚substanzielle Lernumgebungen' (Wittmann, 1995) und zum Konzept der ‚natürlichen Differenzierung' (Wittmann, 1993) durch die Seminarleitung. Hier erfahren die Studierenden, welchen Anforderungen substanzielle Lernumgebungen genügen müssen und was Lernumgebungen im Wesentlichen kennzeichnet (Hirt & Wälti, 2012). Auf Grundlage des Beispiels ‚Zahlenketten mit Zielzahl 50' (Krauthausen & Scherer, 2014) können die Seminarteilnehmerinnen und -teilnehmer das Konzept der substanziellen Lernumgebungen und der natürlichen Differenzierung praktisch erfahren sowie die vorgestellten Kriterien und Kennzeichen reflektieren. Ausgehend davon planen die Studierenden in Sechsergruppen, bestehend aus drei Grund- und drei Förderschullehramtsstudierenden, eine Lernumgebung mit Einbettung einer App. Die Planung der Lernumgebung erfordert das Zusammenarbeiten in multiprofessionellen Teams, da die Grundschullehramtsstudierenden durch das Pflichtfach Mathematik die mathematikdidaktische und die Förderschullehramtsstudierenden die förderpädagogische Perspektive einbringen können. Die Lernumgebung wird für eine inklusive Grundschulklasse konzipiert. Um die Lernvoraussetzungen der Klasse und der Schülerinnen und Schüler mit Förderbedarf oder besonderen Begabungen bei der Planung berücksichtigen zu können, hospitieren die Studierenden zunächst im Mathematikunterricht der Lerngruppe. Die Mathematiklehrkraft wählt passend zum anstehenden Unterrichtsthema und den Lernvoraussetzungen ihrer Schülerinnen und Schüler eine App aus, welche den Studierenden aus der vorherigen Arbeit mit den Apps bereits bekannt ist. Die App sollte so in die Lernumgebung eingebettet sein, dass sie durch weitere Arbeitsaufträge und Materialien sinnvoll ergänzt wird. Beispielsweise ist bei Verwendung einer App der Kategorie Arbeitsmittel zunächst in der Regel mit entsprechendem haptischen Material zu arbeiten. Die Studierenden sind angehalten, die Erprobungen als kooperative Arbeitsphasen zu planen, sodass die Kinder sich beim Lösen der Aufgaben gegenseitig unterstützen und beim Arbeiten mit dem Tablet miteinander in Kommunikation treten. Somit werden für den Einsatz der App problemhaltige oder kooperativ zu lösende Aufgabenstellungen entwickelt.

In der *dritten Phase* wird die geplante Lernumgebung mit der Grundschulklasse in der Lernwerkstatt des Instituts für Didaktik der Mathematik praktisch erprobt. Die Durchführung umfasst in etwa vier Schulstunden und wird in einer anschließenden Seminarsitzung den anderen Gruppen präsentiert und gemeinsam reflektiert. Dabei wird zunächst die verwendete App vorgestellt und in den Kriterienkatalog eingeordnet. Anschließend sollen Hintergrundinformationen zu den Kindern (Alter, Lernstand, Förderschwerpunkte, besondere Begabungen) gegeben und der Verlaufsplan dargestellt werden. Basierend auf den dargestellten Informationen kann auf gelungene Phasen oder Probleme in der Durchführung genauer eingegangen werden. Mit Blick auf Bearbeitungen durch Schülerinnen und Schüler werden Änderungsvorschläge abgeleitet sowie Chancen und Grenzen der Einbettung der App abgewägt. Auf Grundlage dieser Erfahrungen und den theoretischen Inputs werden weitere Kriterien, die sich für die Apps ergeben, im Kriterienkatalog ergänzt. In der abschließenden Sitzung werden die gewonnenen Erfahrungen, Möglichkeiten und Grenzen des Einsatzes von Apps zur Differenzierung im inklusiven Unterricht bei Wissenserwerb, Einübung sowie Vertiefung und Transfer kritisch reflektiert.

Evaluation

Zu Beginn und am Ende der Veranstaltung wurde eine Befragung durchgeführt, um die persönlichen Einstellungen der Studierenden bezogen auf Inklusion und digitale Medien sowie die Kooperationserfahrungen in multiprofessionellen Teams zu erfassen. Die Erhebung zeigt, dass insbesondere die Praxisorientierung und die Kooperation zwischen den verschiedenen Lehrämtern positiv erlebt wurden (weitere Ergebnissen in Bonow et al., 2019). Insgsamt lässt sich aus den Evaluationsergebnissen und den Beobachtungen im Seminar schlussfolgern, dass die beschriebenen Ziele erreicht wurden: Durch die Berücksichtigung mathematikdidaktischer und förderpädagogischer Potentiale und Einsatzbedingungen von digitalen Medien im Kriterienkatalog sowie durch die praktische Erprobung von Apps mit inklusiven Grundschulklassen konnten Potenziale und Grenzen digitaler Medien für die Förderung aller Schülerinnen und Schüler identifiziert werden. Anhand ihrer Erfahrungen aus der praktischen Erprobung sowie der Weiterentwicklung des Kriterienkatalogs und dessen Anwendung auf verschiedene Apps, lernten die Studierenden, Apps didaktisch reflektiert und anforderungsbezogen für den inklusiven Unterricht auswählen zu können. Durch die in allen drei Phasen des Seminars verfolgte Arbeit in multiprofessionellen Teams konnten die Studierenden Wissen über die jeweils andere Profession und ihre Relevanz für Bildungsbeteiligung aufbauen sowie eigene Einstellungen reflexiv hinterfragen.

Ausblick

Auch in der zweiten Förderphase fokussiert sich die GOL, nun als GOL2.0, auf die Optimierung, Weiterentwicklung, Evaluation und Verstetigung einiger der in der ersten Förderphase entwickelten Maßnahmen. Die aktuellen Arbeitsschwerpunkte umfassen zwar auch weiterhin das AMT, eine explizte Förderung des im vorliegenden Beitrag beschriebenen Projektes ist jedoch leider aus strukturellen Gründen nicht mehr möglich. Den beteiligten Instituten ist es dennoch gelungen, in Kooperation mit dem Zentrum für Lehrerbildung das Seminar ‚Medien und Inklusion' auch weiterhin anzubieten. Dies bestätigt die hohe Relevanz des Themas und die ertragreiche Kooperation zwischen Studierenden des Grundschullehramtes und des Förderschullehramtes. Fördermittel zur Verbesserung der Qualität der Studienbedingungen und der Lehre (QSL) ermöglichen, dass auch weiterhin in jedem Semester 24 Studierende des Grundschullehramtes und 24 Studierende des Förderschullehramtes an dem lehramtsübergreifenden Seminar teilnehmen können. Dadurch sind in jedem Semester 8 Grundschulklassen und deren Lehrkräfte an solchen Veranstaltungen beteiligt und können so vom kooperativen Konzept profitieren.

Die Gießener Offensive Lehrerbildung (GOL) wird im Rahmen der gemeinsamen „Qualitätsoffensive Lehrerbildung" von Bund und Ländern aus Mitteln des Bundesministeriums für Bildung und Forschung mit dem Förderkennzeichen 01JA1929 gefördert.

Literatur

Bonow, J., Leinigen, A., Greisbach, M. & Schreiber, Chr. (2019). Digital und inklusiv – Der Einsatz von Apps in inklusiven Settings im Mathematikunterricht. In D. Walter & R. Rink (Hrsg.), *Digitale Medien in der Lehrerbildung Mathematik – Konzeptionelles und Beispiele für die Primarstufe* (51–71). Münster WTM.

Europäische Union (2017). *Schlussfolgerungen des Rates und der im Rat vereinigten Vertreter der Regierungen der Mitgliedstaaten zu Inklusion in Vielfalt mit dem Ziel einer hochwertigen Bildung für alle*. Verfügbar unter tinyurl.com/s8lhsks [26.04.2018].

Hattermann, M., Meckel, K. & Schreiber, C. (2014). Inklusion im Mathematikunterricht – das geht! In B. Amrhein & M. Dziak-Mahler (Hrsg.), *Fachdidaktik inklusiv* (201–219). Münster: Waxmann.

Hirt, U. & Wälti, B. (2012). *Lernumgebungen im Mathematikunterricht. Natürliche Differenzierung für Rechenschwache bis Hochbegabte*. Seelze: Kallmeyer.

KMK (2012). *Medienbildung in der Schule*. Verfügbar unter tinyurl.com/pgc4n39 [26.04.2018].

KMK (2015). *Empfehlungen zur Arbeit in der Grundschule*. Verfügbar unter tinyurl.com/v5ueydo [26.04.2018].

Kolbe, F.-U. & Reh, S. (2008). Kooperation unter Pädagogen. In T. Coelen & H.-U. Otto (Hrsg.), *Grundbegriffe Ganztagsbildung. Das Handbuch* (799–808). Wiesbaden: Verlag für Sozialwissenschaften.

Krauthausen, G. (2012). *Digitale Medien im Mathematikunterricht der Grundschule*. Heidelberg: Springer Spektrum.

Krauthausen, G. & Scherer, P. (2014). *Natürliche Differenzierung im Mathematikunterricht. Konzepte und Praxisbeispiele aus der Grundschule*. Seelze: Kallmeyer.

Rudinger, C., Greisbach, M. & Schreiber, C. (2018). Professionalisierung für eine Schule der Vielfalt. In A. Langer (Hrsg.), *Inklusion im Dialog: Fachdidaktik – Erziehungswissenschaft – Sonderpädagogik* (224–231). Bad Heilbrunn: Klinkhardt.

Schön, D. A. (1983). *The reflective practitioner: How professionals think in action*. London: Basic Books.

Schreiber, C. & Greisbach, M. (2015). Inklusive Settings im Mathematikunterricht der Primarstufe – Kooperation in der Lehrerbildung. *SEMINAR – Lehrerbildung und Schule 3*, 113–122.

Urff, C. (2014). *Digitale Lernmedien zur Förderung grundlegender mathematischer Kompetenzen: Theoretische Analysen, empirische Fallstudien und praktische Umsetzung anhand der Entwicklung virtueller Arbeitsmittel*. Berlin: Mensch und Buch Verlag.

Walter, D. (2018). *Nutzungsweisen bei der Verwendung von Tablet Apps – Eine Untersuchung bei zählend rechnenden Lernenden zu Beginn des zweiten Schuljahres.* Wiesbaden: Springer Spektrum.

Wember, F. (2013). Herausforderung Inklusion: Ein präventiv orientiertes Modell schulischen Lernens und vier zentrale Bedingungen inklusiver Unterrichtentwicklung. *Zeitschrift für Heilpädagogik 64(10)*, 380–388.

Wittmann, E. Ch. (1993). Wider die Flut der „bunten Hunde" und der „grauen Päckchen": Die Konzeption des aktiv-entdeckenden Lernens und des produktiven Übens. In E. Ch. Wittmann & G. N. Müller (Hrsg.), *Handbuch produktiver Rechenübungen, Band 1* (157–171). Stuttgart: Klett.

Wittmann, E. Ch. (1995). Unterrichtsdesign und empirische Forschung. In K. P. Müller (Hrsg.), *Beiträge zum Mathematikunterricht 1995. Vorträge auf der 29. Tagung für Didaktik der Mathematik vom 6. bis 10. März 1995 in Kassel* (528–531). Hildesheim: Franzbecker.

Jacqueline Bonow, JLU Gießen
E-Mail: jacqueline.bonow@math.uni-giessen.de

Christof Schreiber, JLU Gießen
E-Mail: christof.schreiber@math.uni-giessen.de

Andreas Leinigen, JLU Gießen
E-Mail: andreas.leinigen@math.uni-giessen.de

Michaela Greisbach, JLU Gießen
E-Mail: michaela.greisbach@erziehung.uni-giessen.de

Lea Steinfeld, JLU Gießen
E-Mail: lea.r.steinfeld@zfl.uni-giessen.de

Martin Reinert, JLU Gießen
E-Mail: martin.reinert@zfl.uni-giessen.de

Das neue Mathematik-Lehramt für die Sekundarstufen in Heidelberg

Chancen und Herausforderungen im Rahmen der Qualitätsoffensive Lehrerbildung

Tobias Endler, Fabian Grünig, Hendrik Kasten, Eike Schätzle und Ute Sproesser

Lehrerbildung[1] in Heidelberg im Rahmen der Heidelberg School of Education

Wie einige andere Bundesländer auch vereint das Bundesland Baden-Württemberg bereits in seinem Namen die Zusammenführung zweier ursprünglich separater Teile zu einem erfolgreichen Ganzen. Innerhalb des Landes ist das Prinzip der Zweiteilung auch im hier relevanten Kontext noch in verschiedener Hinsicht anzutreffen. So ist das Lehramtsstudium bis heute von einer grundsätzlichen Zweiteilung geprägt. Das Gymnasiallehramt ist klassischerweise an den Universitäten verortet. Die Lehramtsstudiengänge für Grund-, Sonder- und Förderschule sowie für die nichtgymnasiale Sekundarstufe I sind an den Pädagogischen Hochschulen (PH) angesiedelt. Schon seit geraumer Zeit ist allerdings auf diesem Feld ein Umdenken zu beobachten; eine zentrale Wegmarke stellt das Papier der Expertenkommission zur Weiterentwicklung der Lehrerbildung in Baden-Württemberg vom Februar 2013 dar, in dem die Aufhebung dieser Trennung empfohlen wird (tinyurl.com/t9tduhn; v. a. Seite 57ff.). Die hiermit einhergehenden Vorteile wurden in den Folgejahren und bis heute auch von Landesregierung und zuständigen Ministerien wiederholt herausgestellt. Zu Recht: Schließlich gehen hiermit eine generelle Aufwertung des Lehramtsstudiums relativ zu anderen Studiengängen (und zur Situation auf dem Arbeitsmarkt), die qualitative Verbesserung aller lehramtsbezogenen Studiengänge und größere Mobilitätschancen für Studierende einher.

Die im Sommer 2015 gegründete Heidelberg School of Education (HSE) bildet diesen politischen Willen in konkreter Form ab. Als gemeinsame hochschulübergreifende Einrichtung der Universität Heidelberg und der Pädagogischen Hochschule Heidelberg fungiert die HSE als Knotenpunkt und Forum. Sie stellt das institutionelle, strategische und ideelle Zentrum der kooperativen Lehrerbildung am Standort Heidelberg dar. Charakteristisch für Philosophie, Aufbau und Wirken der HSE ist der Fokus auf das Zusammenwirken von Fachwissenschaft, Fachdidaktik und Bildungswissenschaften, das in Form innovativer Lehr-/Lernformate vorangetrieben wird. Darüber hinaus steht die HSE für eine stärkere Praxisvernetzung der Ausbildung durch die Intensivierung des Berufsfeldbezugs und die Neuentwicklung von Weiterbildungskonzepten. Schließlich nimmt die lehramtsspezifische Forschung eine zentrale Rolle ein.

Im Rahmen der Qualitätsoffensive Lehrerbildung waren die beiden Heidelberger Hochschulen mit ihrem Verbundprojekt „heiEDUCATION – Gemeinsam besser! Exzellente Lehrerbildung in Heidelberg“ (Laufzeit: 1. 6. 2015–31. 12. 2018) erfolgreich. Auch das Fortsetzungsprojekt der zweiten Förderphase „heiEDUCATION 2.1 – Gemeinsam weiter! Heidelberger Lehrerbildung für das 21. Jahrhundert“ (1. 1. 2019–31. 12. 2023) konnte überzeugen. Ziel beider Vorhaben, die an der HSE angesiedelt sind, ist es, Heidelberg in der Zeit der Um-

[1] Zugunsten der Lesbarkeit wird bei zusammengesetzten Begriffen die männliche Form benutzt. Geschlechtsspezifisch sind diese Bezeichnungen jedoch neutral zu verstehen.

stellung der Lehrerbildung auf die gestufte Studienstruktur (BA/MA) als Ort exzellenter Lehrerbildung zu etablieren. Strukturell bedeutet dies erstens: Die früheren Staatsexamensstudiengänge werden von polyvalenten lehramtsbezogenen Bachelorstudiengängen (PH) bzw. polyvalenten Bachelorstudiengängen mit Lehramtsoption (Universität) abgelöst. Daran anschließend entscheiden sich die Studierenden ggf. für den Studiengang Master of Education (M. Ed.), der je nach Schulart ein spezifisches Profil aufweist. Der viersemestrige M. Ed. für den Bereich Sekundarstufe umfasst die Profillinien „Lehramt Sekundarstufe I“ bzw. „Lehramt Gymnasium“. In Heidelberg hat die erste Studierendenkohorte ihr Masterstudium zum Wintersemester 2018/19 aufgenommen.

Das Absolventenprofil des M. Ed. zeigt die angestrebte Professionalisierung der Lehrerbildung entlang der Dimensionen Fachwissenschaft, Fachdidaktik, Bildungswissenschaft, inkludierendes Handeln, Berufsvorbereitung und Interdisziplinarität auf. Sämtliche lehrerbildenden Fächer in Heidelberg sind beteiligt. Ein landesweites Alleinstellungsmerkmal und eine zentrale Säule des Studiengangs bestehen darin, dass alle Fächer ein Verschränkungsmodul ausbringen. Dieses Modul repräsentiert zunächst die institutionelle Verankerung des Studiengangs: Hochschulübergreifend werden fachwissenschaftliche Inhalte mit Konzepten forschungsbasierter Fachdidaktik systematisch verbunden. Darüber hinaus bezieht das Verschränkungsmodul in innovativen Lehr-/Lernformaten weitere Akteure in einen für alle gewinnbringenden Austausch ein, so u. a. die Lehrbeauftragten der Seminare für Ausbildung und Fortbildung der Lehrkräfte in Baden-Württemberg.

Eine zweite strukturelle Säule zielt darauf ab, alle Akteure der neustrukturierten Lehrerbildung möglichst frühzeitig und dauerhaft zusammenzubringen, sodass konzeptionelle Überlegungen und ihre Anwendung in der Praxis effektiv verzahnt sind. Die HSE hat daher das Prinzip der Lehrerabordnung eingeführt, wodurch zudem sichergestellt ist, dass angehende und praktizierende Lehrer im ständigen Dialog stehen und sich gegenseitig inspirieren. Exemplarisch wird diese Zielsetzung im Verbundprojekt PLACE umgesetzt, das im Zeitraum von Oktober 2015 bis September 2020 im Rahmen des Förderprogramms „Lehrerbildung in Baden-Württemberg“ finanziert wird.

Die dritte Säule der Heidelberger Lehrerbildung ist die Forschung. Wie auf anderen Feldern auch, zeigt sich der Vorteil interdisziplinärer Zusammenarbeit auf verschiedenen Ebenen und in Form bilateraler wie multilateraler Projekte. Als Foren fächerübergreifender Kooperation dienen an der HSE fünf thematisch fokussierte „heiEDUCATION Cluster“. Diese Cluster setzen sich jeweils aus affinen Fächern zusammen. In ihnen arbeiten die an der Lehrerbildung beteiligten Akteure beider Hochschulen an Forschungsfragen und Lehrkonzepten für die Lehrerbildung. Die fächerübergreifende Kooperation beschränkt sich dabei nicht zwingend auf die im Cluster vertretenen Fächer; bei Bedarf werden etwa auch Vertreter anderer Hochschulen (im In- und Ausland) oder hochschulexterne Akteure einbezogen. Exemplarisch für diese Form flexibler und zukunftsorientierter Zusammenarbeit steht das Cluster MINT, in dem die Fächer Biologie, Chemie, Geographie, Informatik, Mineralogie, Naturwissenschaft und Technik, Physik und natürlich Mathematik miteinander ins Gespräch treten.

Im Folgenden soll nun die im Rahmen von heiEDUCATION entstandene Kooperation zwischen den lehrerbildenden Institutionen in Heidelberg exemplarisch anhand der Lehramtsstudiengänge der Sekundarstufen in der Mathematik näher beschrieben werden.

Auswirkung auf die Lehrerbildung im Fach Mathematik

Wie im vorigen Abschnitt bereits erwähnt, ist das Lehramtsstudium in Baden-Württemberg von einer grundsätzlichen Zweiteilung geprägt. Das Gymnasiallehramt ist klassischerweise an Universitäten und die Lehrämter für Grund- und Förderschule sowie für die nichtgymnasiale Sekundarstufe I an Pädagogischen Hochschulen verortet. Durch das Projekt heiEDUCATION soll im Bereich der Sekundarstufen diese Zweiteilung in Heidelberg zugunsten einer Verbindung der Stärken aller beteiligten Institutionen überwunden werden. Dazu wird das bisherige Staatsexamen mit jeweiligem Lehramtsbezug von einem Bachelorstudiengang „Bildung im Sekundarbereich“ (mit Bezug zum Lehramt Sekundarstufe I an der PH) bzw. „Mathematik 50 %“ (an der Universität. Hinweis: Die verbleibenden 50 % des Lehramtsstudiums sind für das Zweitfach vorgesehen.) sowie einem gemeinsam verantworteten Masterstudiengang „Master of Education“ (an Universität und PH ausgebracht) mit den Profillinien „Lehramt Sekundarstufe I“ oder „Lehramt Gymnasium“ abgelöst. Im Folgenden wird zunächst die formale Studienstruktur der neuen Studiengänge beschrieben. Anschließend werden die konkreten, in den Mathematikstudiengängen angesiedelten Maßnahmen vorgestellt. Diese wurden im Rahmen der ersten Förderphase entwickelt und sind insofern auch im Sinne einer Pilotierung zu verstehen. Sie sind das Ergebnis einer Zusammenarbeit im Bereich der Lehre der Mathematik zwischen den drei Partnern Universität, PH und Seminar Heidelberg und sollen im Rahmen der nun angelaufenen zweiten Förderphase den Anstoß für Intensivierungen der Zusammenarbeit bei der Konzeption gemeinsamer Lehrmodule liefern.

Darstellung der formalen Studienstruktur

Der Bachelorstudiengang „Bildung im Sekundarbereich“ an der PH Heidelberg ist im Fach Mathematik stark (elementarmathematisch) fachwissenschaftlich orientiert (Fachwissenschaftliche Inhalte im Umfang von 45 ECTS-Punkten wie Zahlentheorie, Algebra, (analytische) Geometrie, anwendungsbezogene Mathematik; fachdidaktische Inhalte im Umfang von 12 ECTS-Punkten wie allgemeine Begriffsbildung, Modellieren und Problemlösen), während der Master of Education (Profillinie „Lehramt Sekundarstufe I“) verstärkt Fachdidaktikveranstaltungen fokussiert (Fachwissenschaftliche Inhalte im Umfang von 7 ECTS-Punkten im Bereich der Elementargeometrie; Fachdidaktische Inhalte im Umfang von 23 ECTS-Punkten wie Leitideen des Mathematikunterrichts, Fachdidaktik Geometrie, fachdidaktische Begleitung des Schulpraxissemesters).

Der Bachelorstudiengang „Mathematik 50 %“ an der Universität Heidelberg ist rein fachwissenschaftlich orientiert (Fachwissenschaftliche Inhalte im Umfang von 74 ECTS-Punkten wie (reelle) Analysis, Lineare Algebra und Analytische Geometrie, Algebra, Funktionentheorie, Numerik, Wahrscheinlichkeitstheorie), um die Durchlässigkeit in den fachwissenschaftlichen Master Mathematik zu gewährleisten. Im Master of Education (Profillinie „Lehramt Gymnasium“) halten sich fachwissenschaftliche und fachdidaktische Anteile in etwa die Waage (Fachwissenschaftliche Anteile im Umfang von 18 ECTS-Punkten unter anderem in der Geometrie; fachdidaktische Anteile im Umfang von 13 ECTS-Punkten wie Fachdidaktik Geometrie, didaktische Reduktion, fachdidaktische Vorbereitung des Schulpraxissemesters). Die fachdidaktischen Veranstaltungen werden dabei in Kooperation mit der PH und dem Seminar für Ausbildung und Fortbildung der Lehrkräfte Heidelberg (Abteilung Gymnasium) im Master of Education ausgebracht. Im Folgenden werden diese kooperativen Module nun genauer beschrieben.

Darstellung der in Kooperation ausgebrachten Lehrmodule

Das Organigramm in Abbildung 1 soll zunächst eine Übersicht über die in Kooperation ausgebrachten Lehrmodule sowie deren Verortung geben. Diese Module werden im weiteren Text genauer beschrieben.

Im Rahmen des gymnasialen Masters of Education erfolgt die fachdidaktische Vorbereitung des Schulpraxissemesters wie bereits im früheren Staatsexamensstudium in Kooperation mit dem

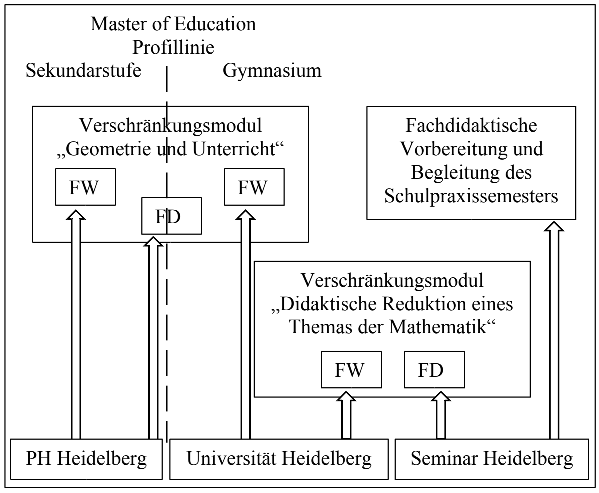


Abbildung 1. Übersicht über die in Kooperation ausgebrachten Lehrmodule. Pfeile geben die Verortung an der jeweiligen Institution an. FD: Fachdidaktisch Veranstaltung. FW: Fachwissenschaftliche Veranstaltung

Seminar durch eine fachdidaktische Vorlesung (4 ECTS-Punkte), die beispielsweise grundlegende fachdidaktische Prinzipien, mathematische Lernprozesse und insbesondere exemplarisch die didaktische Reduktion fachwissenschaftlicher Inhalte der Analysis für die Schulmathematik thematisiert. Im Schulpraxissemester sammeln die Studierenden – betreut durch eine reguläre Lehrkraft an den Praktikumsschulen – Erfahrungen im Hospitieren, Planen, Halten und Reflektieren von (Mathematik-)Unterricht. Zusätzlich ist während dieses Schulpraxissemesters ein Wochentag als Seminartag implementiert, an dem am Seminar für Ausbildung und Fortbildung der Lehrkräfte fachdidaktische und methodische Inhalte vertieft sowie das eigene unterrichtliche Handeln reflektiert werden.

Die Module „Geometrie und Unterricht“ sowie „Didaktische Reduktion eines Themas aus der Mathematik“ sind als sogenannte Verschränkungsmodule konzipiert, es werden also fachwissenschaftliche und fachdidaktische Veranstaltungen eines Inhaltsbereichs im jeweils gleichen Semester besucht, so dass diese zueinander in Bezug gesetzt – „verschränkt“ – werden können.

Das Verschränkungsmodul „Didaktische Reduktion eines Themas der Mathematik“ setzt sich aus einer fachwissenschaftlichen Vorlesung (2 ECTS-Punkte) in der ersten Semesterhälfte und einem fachdidaktischen Seminar (5 ECTS-Punkte), das über das ganze Semester läuft, zusammen. Die Veranstaltungen dieses Verschränkungsmoduls bedienen aktuell die Stochastik. Während die Vorlesung vor allem der sorgfältigen Aufbereitung und Vertiefung der für die Sekundarstufen wesentlichen Inhalte dient, wendet sich das Seminar verstärkt der didaktischen Aufbereitung der im Bildungsplan des Landes Baden-Württemberg für das Fach Mathematik vorgegebenen Themen zu. Die dort formulierten inhaltlichen und prozessbezogenen Kompetenzen im Bereich der Leitidee *Daten und Zufall* sowie mögliche Ergänzungen im Bereich projektartigen Arbeitens oder vertiefender Angebote an den Schulen geben das Spektrum für das Seminar vor. Ausgehend von Fragestellungen zu statistischen Erhebungen sowie der Darstellung und Auswertung von Daten in der Unterstufenmathematik folgen für die Mittelstufe grundlegende Überlegungen zu Zufallsexperimenten und zum Wahrscheinlichkeitsbegriff als solchem, zu verschiedenen einfachen Wahrscheinlichkeitsverteilungen bis hin zu stochastischer Unabhängigkeit und bedingten Wahrscheinlichkeiten. Hinsichtlich der Sekundarstufe II sind Begriffsbildungen, Zusammenhänge aber auch Anwendungskontexte für die Binomialverteilung zentral. Vertieft werden dabei Hypothesentests und Fehlerbetrachtungen. Die Normalverteilung wird im Rahmen der Verteilungen stetiger Zufallsvariablen exemplarisch in den Mittelpunkt gestellt.

Im Seminar sind die ersten beiden Veranstaltungen der Auseinandersetzung mit allgemeinen Fragen von Didaktik und Unterrichtsmethodik gewidmet, was einen Vorlauf der Vorlesung mit Blick auf relevante fachwissenschaftliche Inhalte gegenüber den jeweiligen Anforderungen des Seminars ermöglicht. Im weiteren Verlauf analysieren die Teilnehmenden eine Einheit zunächst fachwissenschaftlich sowie fachdidaktisch tiefgehend. Darauf basierend wird das Vorgehen verschiedener Lehrwerke analysiert und verglichen. Geeignete Aufgaben als Grundlage für eine konkretisierende Planung einer Unterrichtssequenz werden vorgestellt und diskutiert. Neben einer an inhaltsbezogenen Kompetenzen ausgerichteten Themenwahl können auch methodische Schwerpunkte gesetzt werden wie beispielsweise der Einsatz von Simulationen oder eine geeignete Auswahl digitaler Werkzeuge. Gegebenenfalls sollen einzelne Aspekte aus der Vorlesung mit aufgegriffen werden, die über den Bildungsplan hinausweisen, beispielsweise im Bereich der Kombinatorik, bei der Poisson-Verteilung in Bezug zur Binomialverteilung oder bei den Grenzwertsätzen. Ziel ist dabei durchgängig die didaktische Reduktion im Sinne einer schülergerechten Aufarbeitung bzw. Vereinfachung, ohne dass die wesentlichen mathematischen Aspekte verlorengehen.

Das Verschränkungsmodul „Geometrie und Unterricht“ verschränkt nicht nur Fachwissenschaft und Fachdidaktik, sondern auch die Hörergruppen der beiden Profillinien des Master of Education. Während die fachwissenschaftlichen Veranstaltungen jeweils an der „Heimathochschule“ besucht werden, wird an der PH eine gemeinsame Fachdidaktikveranstaltung für Studierende der Profillinien „Lehramt Sekundarstufe I“ und „Lehramt Gymnasium“ ausgebracht. Dies stellt gleichermaßen eine Bereicherung im Austausch als auch eine Herausforderung in der Organisation dar, da die fachwissenschaftlichen Ausgangspunkte so aufbereitet und angeordnet werden müssen, dass sie sachlogisch kohärent zu den entsprechenden fachdidaktischen Inhalten behandelt werden.

Die fachwissenschaftliche Vorlesung für die Profillinie „Lehramt Gymnasium“ (8 ECTS-Punkte) innerhalb des Verschränkungsmoduls zur Geometrie baut auf der klassischen Vorlesung aus dem Staatsexamensstudium auf. Das Hauptaugenmerk liegt dabei auf der sehr sorgfältigen Einführung der ebenen euklidischen Geometrie nach Hilbert und dem Nachweis, dass diese mit der analytischen Geometrie der reell-affinen Koordinatenebene übereinstimmt. Dieser Fokus und das dabei praktizierte strikt deduktive und formalistische Vorgehen sollen den Studierenden anhand einer inhaltlich vertrauten Thematik exemplarisch den axiomatischen Aufbau einer mathematischen Theorie, unterschiedliche Zugänge zu dieser sowie das Arbeiten mit diesen demonstrieren.

Bei der Verschränkung mit dem fachdidaktischen Seminar, das genau wie die fachwissenschaftliche Vorlesung für die Profillinie „Lehramt Sekundarstufe I“ deutlich schulnäher konzipiert ist und in der Hauptsache inhaltlich anschaulich und induktiv argumentiert, entsteht so in besonderem Maße die Notwendigkeit einer intensiven inhaltlichen Koordinierung. Um diese zu erreichen, wurden im Kontext der Fachvorlesung für die Profillinie „Lehramt Gymnasium“ die folgenden Maßnahmen ergriffen:

- Der inhaltliche Aufbau der Vorlesung wurde in Absprache der Dozierenden des Verschränkungsmoduls so angepasst, dass die fachwissenschaftlichen Voraussetzungen des im selben Semester stattfindenden fachdidaktischen Seminars stets rechtzeitig bereitgestellt werden. Die durch die Rigidität des logischen Aufbaus mathematischer Theorien verursachten Schwierigkeiten hierbei konnten durch die Erhöhung des Anteils der aus der Linearen Algebra leicht zugänglichen analytischen Geometrie und dem Einsatz von Blended-Learning-Methoden (s. u.) überwunden werden.
- Der Übungsbetrieb wurde um „Transferaufgaben“ ergänzt, in denen sich die Studierenden mit in der Fachvorlesung weniger thematisierten Themenblöcken der Schulgeometrie befassen sollen, wie etwa der Konstruktion mit Zirkel und Lineal oder der Abbildungsgeometrie.
- Die Vorlesung wurde inhaltlich komplett in die Mathematische Medienplattform MaMpf eingebunden. Hierbei handelt es sich um ein am

Abbildung 2. Oberfläche der Medienplattform MaMpf. Darstellung der Hyper-Mindmap zum Begriff des gleichseitigen Dreiecks

Mathematischen Institut der Universität Heidelberg entwickeltes neuartiges Hypermediasystem, das Vorlesungsinhalte entlang expertengenerierter semantischer Pfade vernetzt und die Lehre so um eine nicht-lineare Komponente ergänzt. Die inhaltliche Navigation über Hyper-MindMaps ermöglicht ein schnelles Erfassen der logischen Zusammenhänge innerhalb einer mathematischen Theorie und stellt leicht gangbare Anknüpfungen in benachbarte Theorien bereit (siehe Abb. 2). Ergänzend wurden in MaMpf vielfältige Zusatzmaterialien – wie Präsentationen, Videos, Quizzes – eingebunden und hypermedial mit dem Vorlesungsstoff verknüpft. Diese Zusatzmaterialien stellen im Sinne eines selbstbestimmten Lernprozesses Angebote an die Studierenden dar, hiermit ihr Fachwissen zu festigen (Erklär- und Beispielvideos) und abzuprüfen (Quizzes), aber auch um einige empfohlene Inhalte zu erweitern (Präsentationen zu den historischen und philosophischen Fragestellungen im Kontext der Geometrie).

Die fachwissenschaftliche Vorlesung der Geometrie im Master of Education mit der Profillinie „Sekundarstufe I" (7 ECTS-Punkte) erstreckt sich inhaltlich über Themen der Abbildungsgeometrie (etwa Bewegungen und ihre Invarianten; Kongruenzabbildungen und der Reduktionssatz; Ähnlichkeitsabbildungen, zentrische Streckungen und die Strahlensätze). Exemplarisch werden darüber hinaus zentrale Sätze der Geometrie, wie die Satzgruppe des Pythagoras, behandelt. Mit Blick auf den Zugang zu den und die Darstellung der geometrischen Inhalte reiht sich die Fachvorlesung in die Lehrtradition der PH Heidelberg ein: Hier steht statt dem rigorosen Formalismus und dem stringenten, deduktiven Aufbau der Mathematik-Lehre an der Universität ein stärker instrumenteller Zugang zur Mathematik sowie ihre inhaltlich-anschauliche Darstellung im Vordergrund. Dies schlägt sich insbesondere auch in einer schulnäheren Ausrichtung dieser (elementarmathematisch) fachwissenschaftlichen Geometrie-Vorlesung nieder, weshalb der Brückenschlag zur fachdidaktischen Veranstaltung einfacher gelingt als es bei der universitätsseitigen Fachvorlesung der Fall ist.

Das fachdidaktische Seminar innerhalb des Verschränkungsmoduls zur Geometrie (5 ECTS-Punkte), das von Studierenden beider Profillinien besucht wird, orientiert sich in seiner Grobstruktur am Aufbau klassischer Veranstaltungen zur Geometriedidaktik. So rekurrieren die Sitzungsthemen thematisch nur sekundär auf die Inhalte der Geometrie (wie etwa Figuren und Körper, Flächeninhalte und Volumina, Satzgruppe des Pythagoras, Strahlensätze) und primär auf die Tätigkeiten und Denkhandlungen im Geometrieunterricht, wie etwa Begriffsbilden, Messen, Konstruieren sowie Beweisen und Argumentieren. Innerhalb dieser Themensitzungen werden geometrische Inhalte und Zugänge aufgegriffen, sodass diese unter der jeweiligen fachdidaktischen Perspektive aufbereitet werden können und zum Diskussionsgegenstand einer möglichen Verschränkung werden.

Um dem Ziel der Verschränkung nicht nur von Schul- und Hochschulgeometrie sondern auch der verschiedenen Zugänge und mathematischen Arbeitsweisen an PH und Universität gerecht zu werden, wurde das Seminar in seiner aktuellen Form so konzipiert, dass ein Großteil der Präsenzzeit aus Diskussions- und Arbeitsphasen besteht. Die erste Erarbeitung von mathematikdidaktischen Konzepten und Theorien (etwa Mentale Modelle und Grundvorstellungen, Aufbau von Größenvorstellungen, Konstruieren als mentales Operieren mit idealen Objekten, inhaltlich-anschauliches Beweisen) wurde in Vor- und Nachbereitungsaufträge ausgelagert. In den Seminarsitzungen stand dadurch ausreichend Zeit zur Verfügung, um die fachdidaktischen Konzepte in Arbeitsphasen vertiefen sowie intensiv diskutieren und reflektieren zu können.

Exemplarisch für die besonderen Herausforderungen eines solchen Verschränkungsseminars werden im Folgenden Erfahrungen aus den Sitzungen zum „Argumentieren und Beweisen" skizziert. In einer der Sitzungen wurde der Satz des Thales mitsamt eines Beweises von den Studierenden aus fachlicher Sicht wiederholt, die Beweisschritte einer didaktischen Analyse unterzogen und für eine idealtypische Umsetzung im Unterricht methodisch skizziert. Lehramtsstudierende mit Berufsziel Gymnasium hatten an der Universität ausschließlich Kontakt mit formal repräsentierten Beweisen, die den Ansprüchen an Vollständigkeit und Lückenlosigkeit genügen. Dies hat zur Folge, dass Argumente mindestens als „befremdlich" wahrgenommen werden, die nicht dieser Repräsentationsform entsprechen. Die Mathematikausbildung an der PH stützt sich primär auf einen instrumentellen Zugang zur Mathematik und auf die inhaltlich-anschauliche Darstellung von Beweisen. Gleichzeitig haben die Studierenden dort nur wenig Kontakt mit dem strengen Formalismus der universitären Mathematik. Für die Diskussionen im Seminar hat es sich bei der Aufbereitung von Beweisaufgaben als fruchtbar erwiesen, von der formalen Beweisform auszugehen und explizit einzelne Argumentationsschritte in die inhaltlich-anschauliche Repräsentationsform zu überführen. So konnten die Studierenden der Universität in der Diskussion dazu beitragen, die Gültigkeit und Angemessenheit der Argumentationsform zu überprüfen, während die Studierenden der PH ihren geschärften Blick für die Unterscheidung von inhaltlich-anschaulichen Beweisschritten und experimentell verkürzten Plausibilitätsargumenten einbringen konnten. Insgesamt ist im fachdidaktischen Seminar durch die skizzierte Umsetzung ein fruchtbarer Austausch zwischen den Studierendengruppen zustande gekommen.

Résumé und Ausblick

Auf Grundlage der den Autoren vorliegenden individuellen Rückmeldung von Studierenden und Dozierenden lässt sich schließen, dass die Einrichtung des Masters of Education im Fach Mathematik mitsamt seiner Verschränkungsmodule eine Bereicherung der Lehrerbildung in Hinblick auf den Austausch der Studierenden, aber auch der Dozierenden darstellt. Ergebnisse der Evaluationen auf Veranstaltungsebene bestätigen insgesamt die positive Wahrnehmung durch die Studierenden. In der zweiten Förderphase soll eine Evaluation der konkreten Verschränkung erfolgen, außerdem die bereits konzipierten Veranstaltungen verstetigt werden. Im Rahmen dieser Verstetigung wird auch auf eine Intensivierung der Kooperation der beteiligten Institutionen abgezielt, insbesondere in Bezug auf eine noch stärkere Verschränkung zwischen der Fachdidaktikveranstaltung der PH und der fachwissenschaftlichen Vorlesung der Universität, aber auch in Bezug auf eine Abstimmung der beiden fachwissenschaftlichen Vorlesungen. Auch wenn der Umfang an Fachdidaktikveranstaltungen im Master of Education mit gymnasialer Profillinie insgesamt vergleichbar demjenigen im früheren Staatsexamensstudiengang ist, wird durch die Umstellung dennoch ein Mehrwert ermöglicht: Einerseits verbessert die Vereinheitlichung der vermittelten fachdidaktischen Inhalte die Anknüpfbarkeit im Vorbereitungsdienst, andererseits wird im Rahmen ausgewählter Inhalte insbesondere auf die Verbindung zwischen Fachwissenschaft und Fachdidaktik fokussiert – sowohl am Seminar als auch an Universität und Pädagogischer Hochschule Heidelberg.

Tobias Endler, Heidelberg School of Education
E-Mail: endler@heiedu.ph-heidelberg.de

Fabian Grünig, Pädagogische Hochschule Heidelberg
E-Mail: gruenig@ph-heidelberg.de

Hendrik Kasten, Universität Heidelberg
E-Mail: kasten@mathi.uni-heidelberg.de

Eike Schätzle, Seminar für Ausbildung und Fortbildung der Lehrkräfte Heidelberg (Abteilung Gymnasium)
E-Mail: eike.schaetzle@seminar-heidelberg.de

Ute Sproesser, Universität Koblenz-Landau, Campus Koblenz
E-Mail: utesproesser@uni-koblenz.de

Vom Hörsaal bis ins Klassenzimmer – Längsschnittliche fachliche Vernetzungen in der Lehramtsausbildung

Thomas Bauer, Carola W. Meyer, Eva Müller-Hill und Roland Weber

Seit 2015 wird das Projekt ProPraxis an der Philipps-Universität Marburg (UMR) im Rahmen der Qualitätsoffensive Lehrerbildung (QLB) gefördert. Es zielt auf eine Verbesserung der Qualität der Lehrerbildung im Studiengang Lehramt an Gymnasien ab. Ein wesentlicher Schwerpunkt der Projektarbeit ist die Re-Strukturierung der Praxisphasen mit dem Ziel der Stärkung des Praxisbezugs im Studiengang. Leitend dafür ist die Idee einer stärkeren Integration von Fachlichkeit und Professionalisierung. Im Ergebnis wurde ein neuartiges curriculares Format entwickelt, das längsschnittlich fachliche, fachdidaktische und bildungswissenschaftliche Perspektiven verknüpft und das seit dem Wintersemester 2018/19 im Regelstudiengang verankert ist: die Marburger Praxismodule (MPM). Im Folgenden berichten wir über die konzeptionelle Neuausrichtung der Praxisphasen und die Ausgestaltung der MPM im Unterrichtsfach Mathematik.

1 Projekt ProPraxis – Projektrahmen, Durchführung, Verstetigung

Hintergrund

Die Philipps-Universität Marburg (UMR) zählt mit derzeit ca. 25 000 Studierenden zu den großen Hochschulen in Hessen: 16 Fachbereiche (FB) und 15 interdisziplinäre wissenschaftliche Zentren bieten ein breites Angebot an Studienfächern und Studiengängen, das von den Geistes- und Sozialwissenschaften, der ev. Theologie, den Rechtswissenschaften über die Naturwissenschaften bis zur Medizin reicht. Der Studiengang Lehramt an Gymnasien ist mit ca. 2300 Studierenden der größte der UMR. Er umfasst neben dem Erziehungs- und Gesellschaftlichen Studium für das Lehramt an Gymnasien (EGL) 22 Unterrichtsfächer, die frei kombinierbar sind. Etwa 8% der Lehramts-Studierenden qualifizieren sich im Unterrichtsfach Mathematik.

Ausgangslage

Das seit 2015 in Marburg im Rahmen der Qualitätsoffensive Lehrerbildung geförderte Projekt ProPraxis adressiert, unter der Leitung des Vizepräsidiums für Studium und Lehre, insbesondere die förderpolitischen Ziele der Profilierung und Optimierung der Strukturen der Lehrerbildung, der Qualitätsverbesserung des Praxisbezugs, der Verbesserung der professionsbezogenen Beratung sowie der Fortentwicklung der Fachlichkeit, Didaktik und Bildungswissenschaften. Die im Rahmen von ProPraxis geförderte Restrukturierung der Marburger Lehrerbildung ist in zwei Phasen angelegt. In der ersten Projektphase (2015–2018), über die wir hier berichten, wurden die Maßnahmen zur Stärkung des Praxisbezugs und der Professionalisierung zunächst in 11 von 22 Unterrichtsfächern erprobt und evaluiert. Hieran war auch der Fachbereich Mathematik beteiligt.

Das fachdidaktische Deputat am Fachbereich Mathematik wird in Form einer Professur für Mathematik und ihre Didaktik und von wissenschaftlichen Mitarbeitern/innen erbracht. In der Mathematik, wie auch in allen lehrerbildenden Fächern an der UMR, waren bis zur Re-Strukturierung der Praxisphasen neben dem akademischen Unterricht zwei praxisbezogene, aber weitestgehend unverbundene Ausbildungselemente wesentlich, die so genannten Schulpraktischen Studien (SPS). Diese bestanden aus einem erziehungswissenschaftlichen Blockpraktikum (SPS I) ab dem 3. Fachsemester (FS) und einem fachdidaktisch ausgerichteten Praktikum (SPS II) ab dem 5. FS. Hier wurde bei Befragungen ein Spannungsverhältnis zwischen den Anforderungen des Schulbetriebs und den Erwartungen der Studierenden einerseits und dem Ausbildungsangebot der Universität andererseits beobachtet (Studierendenbefragung, 2013). Darüber hinaus wurde fachübergreifend ein Mangel an Praxis- und Berufsbezug empfunden und es wurden Vermittlungslücken in der Lehre offensichtlich (LiV-Befragung, 2013). Im Fach Mathematik für das Lehramt an Gymnasien können solche Beobachtungen als Symptome des seit langem bekannten Problems der „Doppelten Diskontinuität“ gedeutet werden – aus Perspektive der Studierenden besteht eine Kluft zwischen universitärer Mathematik und Schulmathematik, die gravierende Auswirkungen für die Wirksamkeit der Ausbildung hat (siehe etwa Hefendehl-Hebeker, 2013).

Vor dem Hintergrund dieser Handlungsbedarfe setzte das Projekt ProPraxis an der Philipps-Universität Marburg an. Die praxisbezogenen Ausbildungsanteile im Studiengang Lehramt an Gymnasien wurden inhaltlich verzahnt, und qualitativ so verbessert, dass fachliche, fachdidaktische und bildungswissenschaftliche Perspektiven systematisch vernetzt und abgebildet werden. Hierbei kommt dem seit 2015 etablierten Professionalisierungsforum (*ProfiForum*), ein interdisziplinäres Format der kollegialen Kooperation von lehrenden und forschenden Vertreter/innen der Fachwissenschaften, der Fachdidaktiken und der Bildungswissenschaften an der UMR (Laging, Peter & Schween, 2018), eine anhaltend wesentliche Rolle bei der Schärfung konzeptioneller Ideen zu. Im Ergebnis wurde an der UMR ein neuartiges curriculares Kontinuum entwickelt, das mittlerweile im Regelstudiengang Lehramt für Gymnasium verankert ist – die Marburger Praxismodule (MPM).

MPM – Integration von Fachlichkeit und Professionalisierung in einem doppelten Praxisverständnis
Die MPM umfassen insgesamt sieben aufeinander bezogene Module. Den Auftakt bildet die Veranstaltung *PraxisStart*, in deren Rahmen die Studierenden in einem zweiwöchigen Schulpraktikum durch teilnehmende Beobachtung ein erstes reflektiertes Verständnis für das System Schule entwickeln. Daran anknüpfend folgt eine eng abgestimmte Kombination aus fachdidaktisch-fachwissenschaftlichen und schulpädagogisch-psychologischen Modulen: Im Modul *ProfiPraxis* werden die Erfahrungen aus *PraxisStart* aufgegriffen und es findet vor dem Hintergrund schulpädagogischer und psychologischer Theorien eine Annäherung an das eigene Unterrichten statt. Im Modul *ProfiWerk Fach I/II* vertiefen die Studierenden ihr systematisches Verständnis für ihre jeweiligen Fächer, reflektieren dieses aus fachdidaktischer Perspektive und modellieren vor diesem Hintergrund schulische Aufgaben für exemplarische Fachthemen. Im achtwöchigen Vollzeit-Blockpraktikum des *PraxisLabs* werden diese Aufgaben, unterstützt durch fachdidaktische Begleitseminare, in die schulische Praxis überführt und erprobt. In der abschließenden Reflexion von *PraxisLab* geht es um die Frage, wie es gelungen ist, die fachliche Perspektive in den Kontext des Unterrichts zu überführen.

Durch die modulübergreifende inhaltliche Verzahnung in den MPM wird für die Studierenden die Leitidee der Integration von Fachlichkeit und Professionalisierung in einem doppelten Praxisverständnis erfahrbar: Eine erste, universitäre Praxis befähigt Studierende, sich fachwissenschaftliche Inhalte und Erkenntniswege anzueignen und mit Blick auf ihre Vermittlung fachdidaktisch und bildungswissenschaftlich zu reflektieren. Dies ist die Basis für die zweite, schulische Praxis, in der Studierende ihre Rolle als Lehrkraft erproben, die Bedeutung ihres fachlichen Wissens im Unterricht reflektieren und so eine neue Perspektive auf universitäre und schulische Praxis entwickeln (Laging, Hericks, & Saß, 2015). In diesem Sinne spannen die MPM einen Bogen „vom Hörsaal bis ins Klassenzimmer". Praxis beginnt in diesem Verständnis nicht erst an der Schule, sondern bereits in der intensiven Auseinandersetzung mit den Leitideen der Fächer, die eine jeweils spezifische Perspektive auf einen Lerngegenstand nahelegen. Aus diesem Verständnis heraus kann Fachliches aus fachdidaktischer Perspektive für die Vermittlung modelliert und dann in schulische Praxis umgesetzt werden. Für die fachdidaktische Reflexion ist dabei entscheidend, dass sich die Logik der Wissensentwicklung im Unterricht von der Logik des fachlichen Wissens unterscheidet (vgl. Laging et al., 2015).

2 Vernetzung von fachlicher Ausbildung und Praxiserprobung – Von mathematischen Fachmodulen über Professionalisierungswerkstätten ins Schulpraktikum

Handlungsleitende Elemente erfahren und reflektieren
Um im Fach Mathematik den Bogen „vom Hörsaal bis ins Klassenzimmer" zu spannen, wurde für die Ausgestaltung der Praxismodule im Fach Mathematik als Kernidee die Frage „Was ist handlungsleitend beim mathematischen Arbeiten?" zugrunde gelegt. Diese Frage lässt sich weiter auffächern, etwa in die Fragen (Hefendehl-Hebeker, 2015):

- Welche Phänomene hält die Mathematik des Nachdenkens wert?
- Wie nimmt sie ihre Gegenstände gedanklich in den Griff?
- Welche Fragen stellt sie angesichts von Beobachtungen?
- Wie erzeugt sie (argumentativ) Gewissheit?

Werden solche Fragen auf universitärem Niveau reflektiert, sprechen wir im Sinne von Abschnitt 1 von der „ersten Praxis". Werden sie anschließend in ihrer Bedeutung für schulischen Unterricht betrachtet, sprechen wir von der „zweiten Praxis".

Das Konzept der MPM im Fach Mathematik bearbeitet diese Fragen am Kernthema des mathematischen Beweisens als einer grundlegenden mathematischen Tätigkeit. Die Studierenden lernen sie üblicherweise zunächst in den Fachmodulen Lineare Algebra und Analysis kennen. Dieses Kennenlernen geschieht hauptsächlich auf der *Objektebene*; als solche bezeichnen wir die Ebene des konkreten Umgangs mit mathematischen Beweisführungen und die Durchführung konkreter Beweisaktivitäten in Beweisprozessen. Die Tätigkeit des mathematischen Beweisens umfasst eine Vielzahl von typischen Aktivitäten wie Beobachten, Vermuten, Begründen, Plausibilisieren und Hinterfragen. Nicht alle diese Aktivitäten kommen in den grundständigen Fachmodulen bereits explizit zum Zuge. Auch wird in diesen Fachmodulen kaum die *Metaebene* erklommen, also das Beweisen und Beweisprozesse reflektieren, im Sinne eines Betrachtens und Sprechens über diese „Objekte" von einer höheren Warte aus.

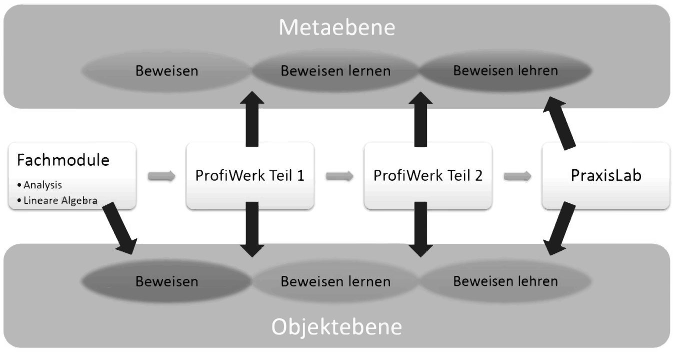


Abbildung 1. Längsschnittliche Vernetzung von Fachmodulen mit MPM-Modulen im Fach Mathematik – von fachlicher Ausbildung bis zur Praxiserprobung. Die vertikalen Pfeile zeigen Übergänge zwischen Objekt- und Metaebene bei der Arbeit am Thema „Beweisen".

Abbildung 1 zeigt überblicksartig, wie die ineinandergreifenden mathematikspezifischen MPM das Thema „Beweisen" sowohl auf der Objektebene als auch auf der Metaebene bearbeiten. Im Folgenden werden wir die Vernetzung und Themenschwerpunkte der MPM *ProfiWerk* und *PraxisLab* etwas genauer beschreiben, indem wir die durch die Pfeile in der Abbildung symbolisierten Übergänge erläutern. Dabei werden wir jeweils in kompakter Form aufzeigen, auf welcher theoretischen Grundlage und durch welche Aktivitäten wir dabei die Übergänge von Objektebene zur Metaebene (dunkle Pfeile) und damit auch die längsschnittliche Umsetzung der Projektidee des doppelten Praxisverständnisses gestalten (helle Pfeile). Eine ausführliche Darstellung der beiden Modulteile findet sich in (Bauer, Müller-Hill & Weber, im Druck a und b). Aus unserer Sicht war die Kooperation zwischen Fachwissenschaft, Fachdidaktik und Schulpraxis bei der Konzeption und Pilotierung der Module ein wichtiger Faktor für die erfolgreiche Vernetzung der verschiedenen Ausbildungsteile.

Modul ProfiWerk – die Professionalisierungswerkstatt

Das Modul *ProfiWerk* ist zweiteilig. Im ersten Modulteil, der für das vierte Fachsemester vorgesehen ist und an die Fachmodule Analysis und Lineare Algebra anschließt, wird der Übergang zur Metaebene des Beweisens vollzogen. Die Studierenden befassen sich erstmals auf explizite Weise mit der Rolle des Beweisens in der Mathematik anhand der u.a. von De Villiers aufgeschlüsselten Beweisfunktionen (De Villiers, 1990; Hanna, 2000), die über die reine Verifikation hinausgehen. Sie umfassen insbesondere auch Kommunikation, Erklären und Entdecken und sind daher auch mit Blick auf späteren Mathematikunterricht von Bedeutung. Komplexere Beweisführungen analysieren sie zudem mit Hilfe des Argumentationsmodells von Toulmin (2003), um die Funktion der einzelnen Beweiselemente für die Gesamtargumentation zu identifizieren und ggf. auch pointiert zu kritisieren (etwa bei fehlerhaften Beweisführungen). Schließlich werden sie vermittels der didaktischen Konzepte des *concept image* und der *concept definition* (nach Tall und Vinner, 1981) an das Zusammenspiel von Definieren und Beweisen sowie an die jeweils essentielle, wenn auch unterschiedliche Bedeutung von begrifflichen Vorstellungen und formalen Begriffsdefinitionen für das mathematische Beweisen herangeführt. In solchen Aktivitäten reflektieren die Studierenden zum Einen ihre eigene universitäre Praxis des Beweisens (als „erste Praxis"): Obwohl sie seit Studienbeginn zahlreiche Beweise kennengelernt und selbst geführt haben, wird hier erstmals expliziert, welche über die Verifikation hinausgehenden Funktionen Beweise haben können und wie Beweise sich aus Argumenten zusammensetzen können. Zum Anderen werden auf dieser Basis anschließend Argumentationsanalysen auch an Schülerprodukten durchgeführt und die Rolle des Beweisens im schulischen Unterricht am Beispiel von operativen schulmathematischen Beweisen (nach Wittmann, 2014) sowie in erdachten Dialogen (im Sinne von Wille, 2017) von Lernenden formulierte Haltungen und Überzeugungen zum mathematischen Beweisen diskutiert. Dies stellt erste Schritte dar, das Beweisen-Lernen auf Objektebene kennenzulernen, und damit den Blick auch auf die „zweite Praxis" hinzuwenden.

Der anschließende zweite Teil des Moduls *ProfiWerk* ist als Blockseminar organisiert und hat seinen Schwerpunkt im Problemlösen, wodurch wir das Themenfeld „Beweisen" erweitern (Beweisen als spezielle Form des Problemlösens). Wir betrachten in diesem Modul also Beweisführungen weniger als fertige und „bereinigte" Produkte, sondern vielmehr als in charakteristischer Weise phasierte, meist iterativ verlaufende und u.a. durch unterschiedliche Heurismen gesteuerte Prozesse. Der Beweisführende bewegt sich in seinem mathematischen Tun dabei im Wechsel zwischen einem *context of discovery* und einem *context of justification* (im Sinne einer Peirce'schen Lesart dieser Unterscheidung), zwischen abduktivem Vermuten, induktivem Prüfen und deduktivem Begründen. Dadurch verschiebt sich der Fokus sowohl auf der Objekt- als auch auf der Metaebene natürlicherweise in Richtung des Beweisen-Lernens und -Lehrens, da das Entwickeln von Beweisen durch und mit Lernenden im Rahmen von Lehr-Lern-Prozessen sich ebenfalls als Problembearbeitungsprozess darstellt. Die Studierenden lernen dies zunächst auf der Objektebene in der Rolle der Lernenden kennen, indem sie Problemlöseaufgaben (vom Problemtypus „Beweisproblem“) sowohl auf Hochschulniveau als auch auf Schulniveau selbst bearbeiten. Durch unsere Entscheidung, das Problemlösen zunächst an Aufgaben auf Hochschulniveau anzustoßen, sollen die Studierenden in die Lage versetzt werden, Heurismen und Prozessphasen in einer für sie authentischen Problemlösesituation zu erleben. Begleitend analysieren und reflektieren die Studierenden ihre eigenen Lösungsprozesse, indem sie sie in angeleiteter Form auf die eingesetzten Heurismen (nach Schreiber, 2011) und die durchlebten Phasen (nach Polya, 1971 und Mason, Burton, & Stacey, 2010) hin betrachten. Sie bewegen sich dabei bereits auf der Meta-Ebene des Beweisen-Lernens: Im Sinne der Frage „Was ist handlungsleitend beim mathematischen Arbeiten?“ zielen diese Reflexionen verstärkt auf die „erste Praxis“ des Beweisen-Lernens auf *universitärem* Niveau. Erst in einem zweiten Schritt werden Problemlöseaufgaben auf Schulniveau betrachtet und mit den neuen Werkzeugen analysiert. Hier wird der Übergang zur Metaebene des Beweisen-Lernens und auch -Lehrens neben der Prozessanalyse auch dadurch erreicht, dass die Studierenden verschiedene Möglichkeiten kennenlernen, Lernende zum Problemlösen anzuleiten (Gespräche entlang von Polya-Fragen, Heuristische Lösungsbeispiele nach Reiss und Renkl, 2002, sowie Strategieschlüssel im Sinne von Philipp & Herold-Blasius, 2016). Arbeitsaufträge zum Entwerfen von konkreten Heuristischen Lösungsbeispielen auf der Basis der eigenen Bearbeitungsprozessanalysen stellen dann erste Schritte auf der Objektebene des Beweisen-Lehrens dar. Hierbei kommt nun erneut die „zweite Praxis“ in den Blick – so wird es etwa beim Entwurf von geeigneten antizipativen oder prinzipienbasierten Selbsterklärungsaufforderungen für Heuristische Lösungsbeispiele notwendig, das aus der Reflexion der eigenen „ersten Praxis“ gewonnene Verständnis von Problemlöseprozessen für die Gestaltung einer Lerngelegenheit nutzbar zu machen.

Modul PraxisLab – der Schritt in die Schulpraxis

Im Modul *PraxisLab*, dem Schulpraktikum mit fachdidaktischem Begleitseminar, sollen die Studierenden ihr Wissen über Beweisen, Beweisen lernen und Beweisen lehren im Rahmen der „zweiten Praxis“ in der Schule anwenden.

Bei den Unterrichtshospitationen haben die Studierenden den Auftrag zu beobachten, welche Funktionen und welchen Stellenwert das Begründen im konkret beobachteten Mathematikunterricht hat, wie die Argumentationskultur aufgebaut und das Argumentieren gefördert wird, indem sie z. B. beobachten, wann und mit welchem Zweck Begründungen durchgeführt und eingefordert werden, wie diese Begründungen strukturiert und formuliert sind, ob und wie die Schülerinnen und Schüler in das Führen von Begründungen eingebunden und dazu angeleitet werden. Weiterhin erleben die Studierenden, wie im Unterricht Problemlöseprozesse ablaufen und von der Lehrkraft gesteuert und angeleitet werden. Dabei achten sie insbesondere darauf, ob Heurismen und Problemlöseprozesse bzw. -schritte expliziert werden, wie Hilfestellungen gegeben werden und was die Fragetechnik der Lehrkraft auszeichnet. Bei ihren Beobachtungen bewegen sich die Studierenden in diesem Sinne auf der Objektebene des konkreten Beweisen-Lehrens. Diese Beobachtungen gleichen sie dann mit den Überlegungen aus dem Modul *ProfiWerk* ab. Im Rahmen des Portfolios, das von den Studierenden zu *PraxisLab* erstellt wird, fertigen sie eine Ausarbeitung ihrer Beobachtungen zu einem dieser Themen und eine Reflexion dazu an. Dabei bewältigen sie einen Übergang zur Metaebene des Beweisen-Lehrens.

Im Rahmen der eigenen Unterrichtsversuche der Studierenden kommt das in *ProfiWerk* erworbene Meta-Wissen über Beweisen, Beweisen lernen, Beweisen lehren und Problemlösen an verschiedenen Stellen zunächst auf der Objektebene zur Anwendung, z. B.:

- Um eine solide fachliche Grundlage für die Planung einer Stunde zu haben, ist es Teil der Unterrichtsvorbereitung, die *concept definition* und das *concept image* des zu behandelnden Unterrichtsgegenstands zu untersuchen.
- Im Modul *ProfiWerk* haben die Studierenden das abduktive Vermuten, induktive Prüfen und deduktive Begründen als typische Abfolge im Prozess des Entdeckens und Beweisens kennengelernt. Im Begleitseminar zu *PraxisLab* wird exemplarisch gemeinsam eine Stunde gemäß dieser Abfolge geplant. Wenn möglich sollen die Studierenden dann in eigenen Unterrichtsversuchen ebenfalls eine Stunde oder eine Unterrichtssequenz durchführen, die diesem Weg folgt. Bei der deduktiven Begründung bietet sich der Einsatz von operativen Beweisen, die in *ProfiWerk* thematisiert wurden, an.
- In *ProfiWerk* wurden Methoden zur Anleitung von Schülerinnen und Schülern beim Problemlösen (Polya-Fragen, Strategie-Schlüssel, Heuristische Lösungsbeispiele) kennengelernt, die

nun in der Praxis ausprobiert werden können. Antizipative und prinzipienbasierte Selbsterklärungsaufforderungen sind beim Stellen von Arbeitsaufträgen und Aufgaben, aber auch beim Leiten von Unterrichtsgesprächen einsetzbar.

Im Begleitseminar werden die in diesen Bereichen gemachten Erfahrungen der Unterrichtsbeobachtungen und der eigenen Unterrichtsversuche vorgestellt und reflektiert. Hier erfolgt ein erneuter Übergang zur Metaebene des Beweisen-Lehrens.

Auf diese Weise wird die Verzahnung der „ersten Praxis", den Erfahrungen aus den universitären Veranstaltungen, mit der „zweiten Praxis", den schulischen Erfahrungen, verstärkt.

3 Ergebnisse

Entwicklung des Professionswissens

Im Verlauf der fachspezifischen MPM bearbeiten die Studierenden eine Reihe von Reflexionsaufträgen. Die Bearbeitungen geben Aufschluss über die angestrebte längsschnittliche Entwicklung des fachbezogenen Professionswissens. Es zeigt sich beispielsweise, dass es im Verlauf der längsschnittlichen Bearbeitung des Themas „Beweisen" sowohl auf der Objektebene als auch auf der Metaebene (im Sinne der zu Beginn von Abschnitt 2 eingeführten Sprechweise) zu Veränderungen bei den Studierenden in Bezug auf ihre Haltungen und Überzeugungen kommt (siehe im Detail Bauer, Müller-Hill & Weber, im Druck b). Die Studierenden erleben zum Beispiel die Aktivitäten des Vermutens, Prüfens und Begründens während der Arbeit im Blockseminar so viel stärker selbstgesteuert als bei den Hausübungen zu Fachvorlesungen, dass sie diese in den begleitend angefertigten Reflexionen vielfach als völlig neue Erfahrungen des Mathematiktreibens beschreiben.

Curriculare Verstetigung

Mit den MPM hat die UMR ein neuartiges Curriculum für die Praxisphasen im Studium entwickelt, das den fachlichen Kompetenzerwerb eng an die praktische Vermittlung im Schulunterricht bindet. Die positiven Entwicklungen in der ersten Projektphase von ProPraxis (2015–2018) haben dazu geführt, dass die MPM seit dem Wintersemester 2018/19 in einer neuen Studien- und Prüfungsordnung an der UMR für den Studiengang Lehramt an Gymnasien verankert wurden. Als ein weiteres Ziel von ProPraxis konnte ein professionsbezogenes Beratungsangebot aufgebaut und mit dem in den MPM entwickelten Modulzyklus verknüpft werden. In der zweiten Projektphase von ProPraxis, die von 2019–2023 im Rahmen der QLB gefördert wird, werden diese Entwicklungsprozesse fortgeführt, so dass die MPM künftig in allen 22 Fächern das Regelmodell der Praxisphase im Studiengang Lehramt an Gymnasien darstellen. Mit der Neuordnung der Marburger Lehrerbildung wird auch die professionsbezogene Beratung systemisch und phasenverbindend weiterentwickelt und curricular in den erziehungs- und gesellschaftswissenschaftlichen Studien verankert.

ProPraxis wird im Rahmen der gemeinsamen Qualitätsoffensive Lehrerbildung von Bund und Ländern aus Mitteln des Bundesministeriums für Bildung und Forschung gefördert (Förderkennzeichen 01JA1504 und 01JA1804). Die Verantwortung für den Inhalt dieser Veröffentlichung liegt bei den Autoren/innen.

Literatur

Bauer, Th., Müller-Hill, E. & Weber, R. (im Druck a). Fostering subject-driven professional competence of pre-service mathematics teachers – a course conception and first results. Erscheint in: *Hanse-Kolloquium zur Hochschuldidaktik der Mathematik 2016.*

Bauer, Th., Müller-Hill, E. & Weber, R. (im Druck b). Analyse und Reflexion von Problemlöseprozessen – Ein Beitrag zur Professionalisierung von Lehramtsstudierenden im Fach Mathematik. Erscheint in: *Hanse-Kolloquium zur Hochschuldidaktik der Mathematik 2017.*

De Villiers M.D. (1990). The role and function of proof in mathematics. *Pythagoras* (24), 17–24.

Hanna, G. (2000). Proof, explanation and exploration: An overview. In: *Educational Studies in Mathematics* (44), 5–23.

Hefendehl-Hebeker, L. (2013). Doppelte Diskontinuität oder die Chance der Brückenschläge. In: Ableitinger, Ch., Kramer, J. & Prediger, S. (Hrsg.), *Zur doppelten Diskontinuität in der Gymnasiallehrerbildung* (S. 1–15). Heidelberg: Springer Spektrum.

Hefendehl-Hebeker, L. (2015). Die fachlich-epistemologische Perspektive auf Mathematik als zentraler Bestandteil der Lehramtsausbildung. In: J. Roth et al. (Hrsg.), *Übergänge konstruktiv gestalten, Konzepte und Studien zur Hochschuldidaktik und Lehrerbildung Mathematik* (S. 179–183). Wiesbaden: Springer Fachmedien.

Laging, R., Hericks, U. & Saß, M. (2015). Fach: Didaktik – Fachlichkeit zwischen didaktischer Reflexion und schulpraktischer Orientierung. Ein Modellkonzept zur Professionalisierung in der Lehrerbildung. In S. Lin-Klitzing, D. Di Fuccia & R. Stengl-Jörns (Hrsg.), *Auf die Lehrperson kommt es an? Beiträge zur Lehrerbildung nach John Hatties „Visible Learning"* (S. 91–113). Bad Heilbrunn: Klinkhardt.

Laging, R., Peter, C. & Schween, M. (2018). ProfiForum – ein Ort des wissenschaftlichen Diskurses zwischen Fachwissenschaft, Fachdidaktik und Bildungswissenschaft. In A. Borowski & I. Glowinski (Hrsg.), *Projekte und Ergebnisse zur Vernetzung von Fachdidaktik, Fachwissenschaft und Bildungswissenschaften im Rahmen der Qualitätsoffensive Lehrerbildung* (S. 237–262). Potsdam: Universitätsverlag Potsdam.

LiV-Befragung (2013). Online-Befragung von Lehrkräften im Vorbereitungsdienst (LiVs) durch das Zentrum für Lehrerbildung der Philipps-Universität Marburg, tinyurl.com/rvfufze

Mason, J., Burton, L. & Stacey, K. (2010). *Thinking Mathematically.* Second edition. Addison-Wesley.

Polya, G. (1971). *How to Solve it.* Princeton, NJ: Princeton University Press.

Philipp, K. & Herold-Blasius, R. (2016). Schlüssel zum Erfolg – Mit Strategieschlüsseln Problemlösestrategien fördern. *PM* (68), 9–14.

Reiss, K. & Renkl, A. (2002). Learning to prove: The idea of heuristic examples. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik* 34(1), 29–35.
Schreiber, A. (2011). *Begriffsbestimmungen.* Berlin: Logos.
Studierendenbefragung (2013). Evaluation des Lehramtsstudiums an der Philipps-Universität Marburg – Online-Befragung der Lehramtsstudierenden durch das Zentrum für Lehrerbildung vom 19. 2.–17. 3. 2013, tinyurl.com/s3fck62
Tall, D. & Vinner, S. (1981). Concept image and concept definition in mathematics with particular reference to limits and continuity. *Educational Studies in Mathematics* (12), 151–169.
Toulmin, S. (2003). *The Uses of Arguments*, updated edition, Cambridge: Cambridge University Press.
Wille, A. (2017). Imaginary dialogues in mathematics education. *Journal für Mathematik-Didaktik* 38(1), 29–55.
Wittmann, E. (2014). Operative Beweise in der Schul- und Elementarmathematik. *mathematica didactica* (37), 213–232.

Thomas Bauer, Philipps-Universität Marburg
E-Mail: tbauer@mathematik.uni-marburg.de

Carola W. Meyer, Philipps-Universität Marburg
E-Mail: carola.meyer@uni-marburg.de

Eva Müller-Hill, Universität Rostock
E-Mail: eva.mueller-hill@uni-rostock.de

Roland Weber, Philipps-Universität Marburg
E-Mail: rweber@mathematik.uni-marburg.de

Dealing with Diversity. Kompetenter Umgang mit Heterogenität durch reflektierte Praxiserfahrung

Maßnahmen im Rahmen der Qualitätsoffensive Lehrerbildung (QLB) an der Westfälischen Wilhelms-Universität Münster

Ronja Kürten, Valentin Böswald, Franziska Tilke, Raphael Wess, Gilbert Greefrath, Karina Höveler und Stanislaw Schukajlow

Spätestens seit den Ergebnissen von Studien wie TIMSS und PISA ist die Frage nach einem geeigneten Umgang mit der Heterogenität in Schulen in den Fokus der Aufmerksamkeit gerückt (Röhner, 2004). An dieser Stelle knüpft das Projekt „Dealing with Diversity. Kompetenter Umgang mit Heterogenität“ der Westfälischen Wilhelms-Universität (WWU) Münster an. Ziel des Projektes ist es, angehende Lehrkräfte auf einen produktiven Umgang mit der Heterogenität von Schülerinnen und Schülern durch reflektierte Praxiserfahrungen vorzubereiten. Dazu wurden Lehrkonzepte entwickelt, die Professionswissen vermitteln und die Reflexionskompetenz der Studierenden etwa hinsichtlich ihrer Einstellungen anregen sollen. In den Veranstaltungen ermöglichte Erfolgserlebnisse und Modelllernen sollen die Studierenden darüber hinaus dabei unterstützen, eine angemessene und zuversichtliche Einschätzung der eigenen Wirksamkeit zu entwickeln.

Durch die strukturellen und curricularen Maßnahmen soll ein inhaltlicher Zusammenhang zwischen Fächern, Fachdidaktiken und Bildungswissenschaften für Studierende erfahrbar und theoriebasiertes Wissen mit praktischen Erfahrungen verbunden werden. Wesentliche Bausteine des Projekts bilden daher die frühe Einbindung von Praxisphasen in das Studium und die theoriebasierte Reflexion von eigenen und fremden Praxiserfahrungen.

Praxisphasen gelten häufig als für Lehramtsstudierende besonders motivierende Lernarchitekturen. Ein erhöhter Kompetenzgewinn durch die Einbindung von Praxisphasen ist jedoch kein automatischer Prozess (Schubarth, 2014), sondern hängt von der Begleitung der Praxisphasen ab (z. B. Hascher, 2014). Im Projekt Dealing with Diversity sollen die angehenden Lehrkräfte in den Stadien ihres Studiums durch Praxiserfahrungen unterschiedliche Professionsstufen erreichen, auf denen sie sich auf spezifische Weise in die pädagogischen Prozesse einbringen. Zur Unterstützung des Kompetenzgewinns sollen in den Lehrformaten die Praxisphasen mit theoretischen Erkenntnissen verknüpft werden. Diese Verzahnung unter Berücksichtigung fortlaufender Reflexion durch Studierende stellt einen Grundpfeiler für die Kompetenzentwicklung im Lehramtsstudium dar (Wyss, 2008). Im Sinne der evidenzbasierten Erkenntnisgewinnung sollen Studierende davon profitieren, vor dem Hintergrund theoretisch und empirisch fundierter Konzepte, unterrichtliche Entscheidungen zu treffen und diese wiederum durch reflektierende Aktivitäten in ihren bisherigen Wissensstand zu integrieren. Gerade im Hinblick auf unterschiedliche Dimensionen von Heterogenität verspricht dieses Vorgehen eine wichtige Sensibilisierung der Studierenden (Zeuch & Rott, 2018). Dabei werden Handlungsoptionen eröffnet, die wiederum die Selbstwirksamkeit der Studierenden in Bezug auf den Umgang mit heterogenen Gruppen von Schülerinnen und Schülern verbessern können. Der Theorie-Praxis-Reflexion wird in vielen Einzelprojekten Rechnung getragen.

Künftig sollen Lehrveranstaltungen im Lehramtsstudium der WWU mit einer Fokussierung von Heterogenität im Rahmen eines durchgängigen Curriculums integriert werden, innerhalb dessen Studierende durch den Besuch bestimmter Veranstaltungskombinationen ein Zertifikat erwerben können.

Die Entwicklung und Evaluation der entsprechenden Lehrangebote erfolgt seit Beginn der Förderung im April 2016 in vier Teilprojekten aus denen im Folgenden drei exemplarische Einzelprojekte aus dem Fach Mathematik vorgestellt werden.

Im Teilprojekt „Basiscurriculum Heterogenität" stehen die Entwicklung eines heterogenitätsbezogenen Curriculums und die Entwicklung von Lehrformaten, die den Umgang mit Heterogenität und individuelle Förderung thematisieren, im Fokus der Projektarbeit. Im Rahmen des Teilprojekts „Lehr-Lern-Labore, Lernwerkstätten, Learning-Center" werden in ihrer Komplexität reduzierte, aber dennoch authentische Lerngelegenheiten entwickelt, in denen Studierende eigene oder auch fremde Unterrichtssituationen theoriegeleitet planen, reflektieren und analysieren, mitunter auch selbst durchführen können. Das Teilprojekt „Videobasierte Lehrmodule als Mittel der Theorie-Praxis-Integration" stellt die Verbesserung der Theorie-Praxis-Integration durch den Einsatz von Videovignetten in Lehrveranstaltungen in den Mittelpunkt. In den gefilmten Videoausschnitten werden Lehrpersonen im Unterricht mit komplexen Situationen konfrontiert. Im Teilprojekt „Praxisprojekte in Kooperationsschulen" werden Praxisprojekte zum Thema „Textverstehen in allen Fächern und inklusiven Kontexten" in den Fächern Deutsch, Geographie, Geschichte und Mathematik konzipiert und evaluiert.

Lehr-Lern-Labor Mathematik in realen Anwendungen: Professionelle Kompetenz zum Lehren mathematischen Modellierens

Im Lehr-Lern-Labor MiRA$^+$ (Mathematik in realen Anwendungen) werden den Studierenden praktische Erfahrungen mit Lehr-Lern-Prozessen ermöglicht. Dabei werden in einem innovativen Veranstaltungsformat in ihrer Komplexität reduzierte, aber dennoch authentische Lerngelegenheiten angeboten, in denen Unterrichtssituationen theoriegeleitet geplant, analysiert und reflektiert und auch selbst durchgeführt werden können. Die Reduktion der Komplexität ist auf verschiedene Weisen realisierbar, beispielsweise durch die Unterstützung von Mitstudierenden und Dozierenden, die Arbeit mit kleinen Lerngruppen, die hochschulische Verortung der Lerngelegenheit in vertrauter und geschützter Umgebung, die Fokussierung der Beobachtungsaufgaben auf ausgewählte Aspekte etc. (Dohrmann & Nordmeier, 2015; Marohn, Greefrath, Hammann, Hemmer, Kürten & Windt, in Druck). Auch die diagnostische Auseinandersetzung mit authentischen Schülerlösungen sowie die Entwicklung konkreter Materialien zu Diagnose und Förderung durch Studierende werden ins Auge gefasst. Ein besonderer Fokus liegt auf verschiedenen Heterogenitätsdimensionen von Lernenden und Lerngruppen, wie z. B. individuellen Schülervorstellungen, sprachlichen Voraussetzungen, Leistungsbereitschaft und -fähigkeit sowie Vorwissen. Den Studierenden sollen insgesamt Gelegenheiten zur Auseinandersetzung und zum praktischen Umgang mit Heterogenität geboten werden.

Das Lehr-Lern-Labor-Seminar aus dem MiRA$^+$-Projekt gliedert sich in drei Phasen: eine theoriebasierte Vorbereitungsphase, eine Praxisphase sowie eine Reflexionsphase (vgl. Abbildung 1).

Aufgrund der Neukonzeption des Formats mit dem Fokus Lehrerbildung wurde auch die Bezeichnung „Lehr-Labor" verwendet. Selbstverständlich finden aber Lehr-Lern-Prozesse von Studierenden sowie Lernprozesse von Schülerinnen und Schülern gleichermaßen statt.

Die Vorbereitungsphase des Seminars behandelt ausgewählte didaktische und theoretische Hintergründe des mathematischen Modellierens (Greefrath, Kaiser, Blum & Borromeo Ferri, 2013) einschließlich der Bearbeitung einer konkreten Modellierungsaufgabe und der damit einhergehenden Betrachtung individueller Modellierungsverläufe (Borromeo Ferri, 2011). Diese bilden den Übergang zum Themenfeld Heterogenität mit ihren verschiedenen Dimensionen. Hieran anschließend werden Kriterien für geeignete Modellierungsaufgaben formuliert und solche Aufgaben von den Studierenden im Rahmen eines Blended Learning Formats mit verschiedenen Feedbackzyklen für den Einsatz in der Praxisphase entwickelt. Abschließend werden Indikatoren zu festgelegten Teilprozessen des Modellierens zusammengestellt, um auf diese Weise die Lernprozesse der Schülerinnen und Schüler in den Projektsitzungen beobachten und diagnostizieren zu können.

In der Praxisphase gestalten die Seminarteilnehmenden jeweils zwei 90-minütige Projektsitzungen. Im Zuge dieser betreut je ein Team aus drei Studierenden eine Kleingruppe von Schülerinnen und

Abbildung 1. Konzeption des Lehr-Labors MiRA⁺

Schülern bei der Bearbeitung der selbstkonzipierten Modellierungsaufgaben. Die Teams fokussieren ihre Beobachtungen der Prozesse auf die gezeigten Teilkompetenzen mathematischen Modellierens und protokollieren diese mit den zuvor erstellten Beobachtungsbögen. Im Anschluss an die Sitzungen werden aus den Erkenntnissen Implikationen für die kommenden Praxistermine gezogen, indem beispielsweise die Instruktionen variiert werden.

In der Reflexionsphase stehen die Praxiserfahrungen aus den beobachteten Lehr-Lern-Prozessen ebenso im Mittelpunkt wie der Umgang mit Heterogenität und die Konsequenzen für die Konzeption von Modellierungsaufgaben. Unter besonderer Berücksichtigung der Heterogenitätsaspekte der beobachteten Lerngruppen finden theoriebasierte Gruppenreflexionen zu den jeweiligen Beobachtungsschwerpunkten statt. Hierbei vertiefen die Teilnehmenden ihre diagnostischen Einschätzungen anhand des kollegialen Feedbacks ihrer Kommilitoninnen und Kommilitonen. Zum Abschluss werden die gewonnenen Erkenntnisse für die Professionalisierung der eigenen Lehrtätigkeit sowie zur Evaluation der selbsterstellten Modellierungsaufgabe genutzt und zusätzlich mit Blick auf die in der Vorbereitungsphase formulierten Kriterien für gute Modellierungsaufgaben reflektiert und gegebenenfalls adaptiert.

Die vorausgehende Konzeption einer universitären Lehrveranstaltung in Form eines fachdidaktischen Lehr-Lern-Labor-Seminars verfolgt insbesondere das Ziel der Professionalisierung angehender Lehrpersonen. Hierfür werden im MiRA⁺-Projekt Aspekte professioneller Kompetenz von Mathematiklehrerinnen und -lehrern (Baumert & Kunter, 2011) bereichsspezifisch hinsichtlich des Lehrens mathematischen Modellierens ausgestaltet (Klock, Wess, Greefrath & Siller, 2019; Wess, Klock, Greefrath & Siller, in Druck). Mithilfe der dargestellten Theorie-Praxis-Verknüpfungen wird insgesamt eine handlungsnahe Förderung dieser Kompetenzen ermöglicht. Das Hauptaugenmerk des Seminars liegt dabei auf der Förderung aufgabenbezogener und diagnostischer Fähigkeiten zum Lehren mathematischen Modellierens. Zur Evaluation wurden an zwei Messzeitpunkten Fragebögen eingesetzt (Klock & Wess, 2018), welche unter anderem die modellierungsspezifische Aufgaben- und Diagnosekompetenz erfassen. Die Ergebnisse zeigen, dass die Studierenden nach der Teilnahme am MiRA⁺-Projekt höhere Fähigkeitsausprägungen in den genannten Bereichen aufweisen (Wess & Greefrath, 2020).

Das MiRA⁺-Seminar ist seit dem Wintersemester 2016/2017 fester Bestandteil des Lehrangebots am Institut für Didaktik der Mathematik und der Informatik der Westfälischen Wilhelms-Universität Münster. Im Zuge der zweiten Förderphase der Qualitätsoffensive Lehrerbildung wird stärker auf das Lehren und Lernen mit digitalen Werkzeugen fokussiert. Ziel ist es, einerseits die digitalen Medien zur Individualisierung des Lernens und somit für die inhaltliche Weiterentwicklung des Umgangs mit Heterogenität in die bestehenden Lehr-Lern-Labore zu integrieren sowie andererseits neue Lernangebote in weiteren Fächern zu konzipieren und zu implementieren, die diesen Fokus teilen.

Videobasierte Lehrmodule: Professionelle Wahrnehmung zur Gestaltung gemeinsamer, individuell-zieldifferenter Lernsituationen im inklusiven Mathematikunterricht schulen

In diesem Einzelprojekt liegt der thematische Schwerpunkt auf der Theorie-Praxis-Integration beim Umgang mit lernbezogener Heterogenität in gemeinsamen mathematischen Lernsituationen mittels Videovignetten.

Vor dem Hintergrund der unterschiedlichen fachlichen Lernvoraussetzungen und Lernstände von Schülerinnen und Schülern stellt das für den fachlichen Lernerfolg besonders bedeutsame Lernen von- und miteinander eine zentrale Herausforderung dar (Häsel-Weide & Nührenbörger, 2017). Daraus resultiert für die Planung und Durchführung des Unterrichts die Frage, wie die stark heterogenen Lernvoraussetzungen für einen fachbezogenen Austausch zusammengebracht werden können, „von dem möglichst alle beteiligten Kinder – anknüpfend an ihren jeweiligen individuellen Entwicklungsstand – profitieren und lernen können" (Korten, 2018).

Ziel des Einzelprojektes ist daher die Schulung der professionellen Wahrnehmung der Studierenden zum Umgang mit lernbezogener Heterogenität in gemeinsamen und zugleich individuell-zieldifferenten Lernsituationen im Rahmen des für Grundschullehramtsstudierende verpflichtenden Masterseminars „Spezielle Fragen der Mathematikdidaktik: Inklusiver Mathematikunterricht in der Grundschule". In diesem Seminar soll durch den Einsatz von Videovignetten aus gemeinsamen Lernsituationen und durch die anschließende Erprobung und Analyse eigenen Unterrichtshandelns die professionelle Wahrnehmung der Studierenden hinsichtlich spezieller Lernchancen und Hürden in gemeinsamen Lernsituationen im Mathematikunterricht gefördert werden, die grundlegend für das spätere professionelle Handeln ist (Lazarevic, 2017). Die Schulung der professionellen Wahrnehmung erfolgt basierend auf dem Perception-Interpretation-Decision Modell (Blömeke et al., 2015): Auf der Grundlage des Wissens über gemeinsame mathematische Lernsituationen werden die Wahrnehmungsfähigkeit, das Interpretieren und das Bewerten von Reaktionen in konkreten Unterrichtssituationen geschult und Handlungsalternativen entwickelt.

Das Seminar ist in vier Phasen unterteilt: (1) Problemwahrnehmung, (2) fallbasierter Erwerb von Hintergrundwissen zum Umgang mit lernbezogener Heterogenität in gemeinsamen und individuell-zieldifferenten Lernsituationen, (3) Vorbereitung und Durchführung eigener Praxiserprobungen in Laborsituationen, (4) Reflexion. Die im Projekt zu entwickelnden Videovignetten und Begleitmaterialien werden in der ersten und zweiten Phase des Seminars eingesetzt und für die Evaluation verwendet. In der ersten Phase dienen die Vignetten dazu, bei den angehenden Lehrkräften ein Problembewusstsein für Hürden in gemeinsamen Lernsituationen in inklusiven Settings zu schaffen. In der zweiten Phase erhalten die Studierenden theoretische Hintergrundinformationen zu den drei übergeordneten Gestaltungsprinzipien für den inklusiven Mathematikunterricht: ‚*Zieldifferente Prozess- und Entwicklungsorientierung*', ‚*Aufgabenbezogene Interaktionsanregung*' und ‚*Gegenstandsreichhaltigkeit*' (Korten, 2018) sowie zu konkreten Designprinzipien. Diese ermöglichen es, in gemeinsamen Lernsituationen Lernchancen und Hürden zu identifizieren, Handlungsmöglichkeiten abzuleiten und dienen als Grundlage zur Analyse der Videovignetten. In der dritten Phase werden die eigenen Praxiserprobungen zur anschließenden Analyse mit Videoaufnahmen aufgezeichnet, bevor in Phase vier die Entwicklung der professionellen Wahrnehmung reflektiert wird.

Als erster Arbeitsschritt des Einzelprojekts im Rahmen der zweiten Förderphase der QLB wird im Wintersemester 2019/20 basierend auf den zentralen Gestaltungsprinzipien ein ausdifferenziertes theorie- und forschungsbasiertes Kategoriensystem zu lernförderlichen Gestaltungs- und Designprinzipien für den gemeinsamen inklusiven Mathematikunterricht entwickelt. Im zweiten Teil werden Videoaufzeichnungen zu gemeinsamen Lernsituationen im inklusiven Mathematikunterricht erstellt und solche Szenen ausgewählt, die sich zur Sensibilisierung der Studierenden eignen und Diskussionen über Handlungsmöglichkeiten bieten. Der dritte und zentrale Teil des Einzelprojekts beschäftigt sich mit der Weiterentwicklung, Durchführung und Evaluation des Seminars „Spezielle Fragen der Mathematikdidaktik: Inklusiver Mathematikunterricht in der Grundschule". Die Evaluation wird in einem Prä-Post-Vergleichsgruppendesign durchgeführt: Zu Beginn und am Ende des Seminars wird die professionelle Wahrnehmung der Studierenden mit offenen Analyseaufgaben zu Videovignetten gemessen.

Kooperative Praxisprojekte: Textverstehen im Mathematikunterricht unterstützen

Im Einzelprojekt TeMo (Textverstehen und Modellieren) geht es darum, Lehramtsstudierenden des Lehramtes an Haupt-, Real-, Gesamt- und Sekundarschulen zusätzlich zu den vorgesehenen Praxisphasen schon früh im Studium eine reflektierte Praxiserfahrung zu ermöglichen. Die Studierenden beschäftigen sich mit den Themen Textverstehen und Heterogenität am Beispiel von Aufgaben zum mathematischen Modellieren. Grundlegend für die Arbeit mit diesen Themen sind die Fragen, welche Heterogenitätsmerkmale der Lernenden relevant für das Textverstehen und das Modellieren sind und in welcher Form ein Strategietraining zum Textverstehen mit dem Ziel der Unterstützung der Lernenden bei der Texterschließung von realitätsbezogenen Problemstellungen in der Schule umgesetzt werden kann. Ferner zielt das Projekt darauf ab, das Potential von Modellierungsaufgaben zur Binnendifferenzierung in heterogenen Lerngruppen zu eruieren.

Das Seminar aus dem TeMo-Projekt besteht aus drei Blöcken, zentral ist jedoch der mittlere Block, die Praxisphase. Gerahmt wird diese von zwei Terminen an der Universität. In einem konstituierenden Blocktermin analysieren die Studierenden zunächst die Rolle von Sprache im Mathematikunterricht und leiten daraus die fachspezifische Bedeutung des Textverstehens am Beispiel von Modellierungsaufgaben ab. Zudem setzen sich die Studierenden mit den Lesestrategien *Markieren* und *Zeichnen einer Skizze* auseinander, die sich bisher als wirkungsvoll gezeigt haben (Schmelzer & Schukajlow, 2017). Ein weiterer Teil des Blocktermins bezieht sich auf Modellierungsaufgaben im Sinne eines selbstdifferenzierenden Aufgabentyps und die damit verbundene Möglichkeit der Begegnung mit heterogenen Lerngruppen. Daraufhin beschäftigen sich die Studierenden mit Lehrerinterventionen, vor allem strategischen Interventionen, und der Adaptivität ebendieser.

Die Praxisphase findet in Kooperationsschulen aus dem Regierungsbezirk Münster statt. Dort führen die Studierenden selbstständig eine fünfstündige Unterrichtseinheit mit Schülerinnen und Schülern der neunten Jahrgangsstufe zum Satz des Pythagoras durch. Die jeweiligen Unterrichtsstunden werden im Team-Teaching von den Studierenden geleitet. In der Unterrichtseinheit werden in der ersten Stunde eine Arbeitskarte zur kokonstruktiven Gruppenarbeit und eine Lösungshilfe als Scaffolding-Instrument zur Unterstützung des Textverstehens eingeführt (Krawitz et al., 2019). Die Arbeitskarte fokussiert die Arbeitsphasen der Schülerinnen und Schüler und die Lösungshilfe regt die kognitiven und metakognitiven Prozesse bei den Schülerinnen und Schülern an, da sie den Einsatz der Lesestrategien betont. Eingeübt werden diese Strategien bei der von den Studierenden angeleiteten Bearbeitung von sieben Modellierungsaufgaben. Die Studierenden diagnostizieren die Bedarfe der Schülerinnen und Schüler beim Textverstehen und beim Einsatz der Strategien prozessbegleitend und unterstützen bedarfsgerecht und situationsangemessen durch Lehrerinterventionen. Nach jeder durchgeführten Unterrichtsstunde erhalten die Studierenden standardisiertes Feedback von der beteiligten Lehrkraft, welches die fachliche und überfachliche Professionalisierung der Studierenden unterstützt.

Nach dieser Praxisphase reflektieren die Studierenden ihre Erfahrungen zunächst individuell in Form von Reflexionsberichten mit dem Fokus auf dem Einsatz der Lesestrategien, den eigenen Lehrerinterventionen und den Schwierigkeiten der Schülerinnen und Schüler im Lösungsprozess. Anschließend explizieren sie in einer Phase kollektiver Reflexion diesen individuellen Reflexionsprozess auf Basis von Kurzvorträgen und diskutieren im gemeinsamen Austausch mit den anderen Seminarteilnehmenden die gemachten Erfahrungen im Hinblick auf die Chancen und Herausforderungen des Strategieeinsatzes der Schülerinnen und Schüler bei der Bearbeitung von Modellierungsaufgaben, die Chancen und Herausforderungen von Modellierungsaufgaben selbst und die Chancen und Herausforderungen der in der Unterrichtseinheit genutzten Methoden.

Evaluiert wurde das TeMo-Seminar hinsichtlich der Selbstwirksamkeit und der Präferenz für selbstdifferenzierende Aufgaben der Studierenden. An drei Messzeitpunkten wurden Fragebögen eingesetzt, die in Anlehnung an die Messinstrumente aus anderen Studien entwickelt wurden. Die Evaluationsergebnisse zeigen, dass die Studierenden nach der Teilnahme am TeMo-Projekt eine höhere Selbstwirksamkeit in Bezug auf das Unterrichten von Lesestrategien beim Modellieren und den Einsatz von selbstdifferenzierenden Aufgaben berichten (Krawitz et al., 2019).

Das TeMo-Seminar ist seit dem Wintersemester 2016/2017 fester Bestandteil des Lehrangebots des Instituts für Didaktik der Mathematik und der Informatik an der WWU Münster. Im Rahmen der zweiten Förderphase der QLB wird es im Teilprojekt „Praxisprojekte in Kooperationsschulen" eine stärkere Fokussierung auf die Prozesse des Textverstehens geben. Ziel ist die Entwicklung eines fachspezifischen strategischen Zugriffs auf Texte, der ein Expertenlesen anbahnt, bei dem fachliche Basiskonzepte leitend sind, Lesestrategien integriert und zentrale sprachliche Marker entschlüsselt werden können. Die Materialien zur Förderung des fachlichen Textverstehens, die auf dieser Grundlage entstehen, werden auf einer Datenbank digital zur Verfügung gestellt.

Das Projekt „Dealing with Diversity. Kompetenter Umgang mit Heterogenität durch reflektierte Praxiserfahrung" wird im Rahmen der gemeinsamen „Qualitätsoffensive Lehrerbildung" von Bund und Ländern aus Mitteln des Bundesministeriums für Bildung und Forschung unter dem Förderkennzeichen 01JA1621 gefördert.

Literatur

Baumert, J. & Kunter, M. (2011). Das Kompetenzmodell von COACTIV. In M. Kunter, J. Baumert, W. Blum, U. Klusmann, S. Krauss & M. Neubrand (Hrsg.), *Professionelle Kompetenz von Lehrkräften: Ergebnisse des Forschungsprogramms COACTIV* (S. 29–54). Münster: Waxmann.

Blömeke, S., Gustafsson, J.-E. & Shavelson, R. J. (2015). Beyond dichotomies: Competence viewed as a continuum. *Zeitschrift für Psychologie* (223), 3–13.

Borromeo Ferri, R. (2011). *Wege zur Innenwelt des mathematischen Modellierens: kognitive Analysen zu Modellierungsprozessen im Mathematikunterricht*. Wiesbaden: Vieweg + Teubner.

Dohrmann, R. & Nordmeier, V. (2015). Schülerlabore als Lehr-Lern-Labore (LLL): Ein Projekt zur forschungsorientierten Verknüpfung von Theorie und Praxis in der MINT-Lehrerbildung. *PhyDid B – Didaktik der Physik – Beiträge zur DPG-Frühjahrstagung*. Abrufbar unter: www.phydid.de/index.php/phydid-b/article/download/658/787.

Greefrath, G., Kaiser, G., Blum, W. & Borromeo Ferri, R. (2013). Mathematisches Modellieren – Eine Einführung in theoretische und didaktische Hintergründe. In R. Borromeo Ferri, G. Greefrath & G. Kaiser (Hrsg.), *Mathematisches Modellieren für Schule und Hochschule; Theoretische und didaktische Hintergründe* (S. 11–37). Wiesbaden: Springer Spektrum.

Häsel-Weide, U. & Nührenbörger, M. (2017). Grundzüge des inklusiven Mathematikunterrichts. Mit allen Kindern rechnen. In U. Häsel-Weide & M. Nührenbörger (Hrsg.), *Gemeinsam Mathematik lernen – mit allen Kindern rechne*n (S. 8–21). Frankfurt am Main: Grundschulverband e.V.

Hascher, T. (2014). Forschung zur Wirksamkeit. In: E. Terhart, H. Bennewitz & M. Rothland, (Hrsg.), *Handbuch der Forschung zum Lehrberu*f (S. 542–571). Münster: Waxmann.

Klock, H. & Wess, R. (2018). *Lehrerkompetenzen zum mathematischen Modellieren – Test zur Erfassung von Aspekten professioneller Kompetenz zum Lehren mathematischen Modellierens*. Münster: MIAMI. Abrufbar unter: https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:hbz:6-35169679459.

Klock, H., Wess, R., Greefrath, G. & Siller, H.-S. (2019). Aspekte professioneller Kompetenz zum Lehren mathematischer Modellierung bei (angehenden) Lehrkräften – Erfassung und Evaluation. In T. Leuders, E. Christophel, M. Hemmer, F. Korneck & P. Labudde (Hrsg.), *Fachdidaktische Forschungen zur Lehrerbildung* (S. 135–146). Münster: Waxmann.

Korten, L. (2018). Gemeinsam individuell Lernen: Zieldifferente Förderung flexibler Rechenkompetenzen im inklusiven Mathematikunterricht – Herausforderung und Chance. In Fachgruppe Didaktik der Mathematik der Universität Paderborn (Hrsg.), *Beiträge zum Mathematikunterricht 2018* (S. 1051–1054). Abgerufen von https://eldorado.tu-dortmund.de/handle/2003/37479.

Krawitz, J., Schukajlow, S., Böckmann, M. & Schmelzer, M. (2019). Textverstehen und Mathematisches Modellieren. Konzeption und Evaluation des Praxisprojektes Mathematik. In M. Bönnighausen (Hrsg.), *Schriften zur allgemeinen Hochschuldidaktik. Praxisprojekte in Kooperationsschulen: Fachdidaktische Modellierung von Lehrkonzepten zur Förderung strategiebasierten Textverstehens in den Fächern Deutsch, Geographie, Geschichte und Mathematik* (S. 225–251). Münster: WTM.

Lazarevic, C. (2017). *Professionelle Wahrnehmung und Analyse von Unterricht durch Mathematiklehrkräfte. Eine fallrekonstruktive Studie*. Wiesbaden: Springer.

Marohn, A., Greefrath, G., Hammann, M., Hemmer, M., Kürten, R. & Windt, A. (in Druck). Komplexitätsreduktion in Lehr-Lern-Laboren: Ein Planungs- und Reflexionsmodell. In R. Kürten, G. Greefrath & M. Hammann (Hrsg.), *Komplexitätsreduktion in Lehr-Lern-Laboren: Innovative Lehrformate in der Lehrerbildung zum Umgang mit Heterogenität und Inklusion*. Münster: Waxmann.

Röhner, C. (2004). Nach PISA und IGLU: Heterogenität und Leistung. In F. Heinzel & U. Geiling (Hrsg.), *Demokratische Perspektiven in der Pädagogik* (S. 63–72). Wiesbaden: VS Verlag für Sozialwissenschaften.

Schmelzer, M. & Schukajlow, S. (2017). Strategies for fostering students' reading comprehension while they solve modelling problems. In T. Dooley, & G. Gueudet (Hrsg.), *Proceedings of the Tenth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education (CERME10, February 1–5, 2017)* (S. 996–1003). Dublin, Ireland: DCU Institute of Education and ERME.

Schubarth, W. (2014). Wahrgenommene Kompetenzentwicklung im Praxissemester und dessen berufsorientierende Wirkung: Ergebnisse der Pro-Prax-Studie. In: K.-H. Arnold, A. Gröschner & T. Hascher (Hrsg.), *Schulpraktika in der Lehrerbildung. Theoretische Grundlagen, Konzeptionen, Prozesse und Effekte* (S. 201–219). Münster: Waxmann.

Wess, R. & Greefrath, G. (2020). Lehr-Lern-Prozesse zum mathematischen Modellieren im Lehr-Labor MiRA+ initiieren und erforschen. *mathematica didactica*, 43(1).

Wess, R., Klock, H., Greefrath, G. & Siller, H.-S. (in Druck). Aspekte professioneller Kompetenz zum Lehren mathematischen Modellierens bei (angehenden) Lehrkräften – Theoretische und empirische Fundierung. In M. Zimmermann & W. Paravicini (Hrsg.), *Hanse-Kolloquium zur Hochschuldidaktik der Mathematik 2017 – Beiträge zu den gleichnamigen Tagungen 2016 und 2017*. Münster: WTM-Verlag.

Wyss, C. (2008). Zur Reflexionsfähigkeit und -praxis der Lehrperson. *bildungsforschung*, *5*(2). Schwerpunkt: Reflexives Lernen. doi: 10.25539/bildungsforschun.v2i0.80.

Zeuch, N. & Rott, D. (2018). Heterogenität in der universitären Lehrer*innenbildung: Perspektiven, Begriffe und Ansätze der Qualitätsoffensive Lehrerbildung Münster – eine Standortbestimmung. In D. Rott, N. Zeuch, C. Fischer, E. Souvignier & E. Terhart (Hrsg.), *Dealing with Diversity: Innovative Lehrkonzepte in der Lehrer*innenbildung zum Umgang mit Heterogenität und Inklusion*. Münster: Waxmann.

Ronja Kürten, WWU Münster
E-Mail: ronja.kuerten@uni-muenster.de

Valentin Böswald, WWU Münster
E-Mail: vboeswald@uni-muenster.de

Franziska Tilke, WWU Münster
E-Mail: f.tilke@uni-muenster.de

Raphael Wess, WWU Münster
E-Mail: r.wess@uni-muenster.de

Gilbert Greefrath, WWU Münster
E-Mail: greefrath@uni-muenster.de

Karina Höveler, WWU Münster
E-Mail: hoeveler@uni-muenster.de

Stanislaw Schukajlow, WWU Münster
E-Mail: schukajlow@uni-muenster.de

Das Epsilon-Delta Spiel und Schach

Zoltán Kovács und Peter Mayerhofer

Einleitung

Die Definition des Grenzwertes von Folgen und Funktionen zu *verstehen* ist und bleibt eine Herausforderung über Generationen hinweg. Auch für die Lehrkraft stellt es eine intellektuelle Herausforderung dar, den Inhalt und die Bedeutung der Definition zu vermitteln, einschließlich der Auswahl von Beispielen für ihr Publikum, die das Verständnis fördern. Die Studierenden sind natürlich sehr unterschiedlich, und der immer breitere Zugang zu Bildung macht effiziente Unterrichtsmethoden für die Vermittlung mathematischer Inhalte an ein möglichst heterogenes Publikum erforderlich.

In diesem Paper wird eine Idee für die Einführung der Definition des Grenzwertes einer Folge mit ε vorgeschlagen. Diese Idee ist nicht wirklich neu, und es könnte sogar zu einer gängigen Methode werden, diese Definition mithilfe eines Zweipersonen-Spiels zu beschreiben. In diesem Artikel wird dieses Spiel genauer beschrieben. Diese Methode kann auch erweitert werden auf die Definition des Grenzwertes einer Funktion mit ε und δ.

Interaktive Materialien für das Epsilon-Delta-Spiel sind auch im Internet verfügbar. Eines der ersten veröffentlichten Materialien ist von Townsend [5], ein Mathematica-Applet, das vor 15 Jahren veröffentlicht wurde. Ein weiteres Beispiel ist das GeoGebra-Material von Mulholland [3], das direkt in einem Webbrowser gestartet werden kann.

Der Grenzwert einer Folge

Eine typische Definition für den Begriff des Grenzwertes ist die folgende: Gegeben sei die reelle Zahlenfolge a_n. Wir bezeichnen die reelle Zahl a als Grenzwert der Folge a_n, wenn für jede positive Zahl ε eine natürliche Zahl N existiert, so dass für alle $n > N$ gilt: $|a - a_n| < \varepsilon$. Oder, symbolisch:

$$\exists a \in \mathbf{R} \quad \forall \varepsilon > 0 \quad \exists N \in \mathbf{N} \quad \forall n > N (n \in \mathbf{N}) \quad |a - a_n| < \varepsilon.$$

Der erste Existenzquantor wird nicht immer angeführt, aber im Folgenden wird er eine wichtige Rolle spielen.

Bei der ersten Annäherung an diese Definition im Unterricht wird das Epsilon konkrete Werte bekommen, für die konkrete Zahlen für N gesucht werden. Dies verkürzt die Definition zu:

$$\exists N \in \mathbf{N} \qquad \forall n > N (n \in \mathbf{N}) \qquad |a - a_n| < \varepsilon.$$

Während die allgemeine Definition mit folgendem Schema beschrieben werden kann:

$$\exists \quad \forall \quad \exists \quad \forall$$

findet man hier das verkürzte Schema

$$\exists \quad \forall$$

Diese Schemata sind identisch mit der Struktur der letzten ein oder zwei Züge eines Zweipersonen-Spiels:

1. Alice hat einen Zug, sodass
2. auf alle Züge von Bob
3. Alice wiederum einen Zug hat, sodass
4. Bob mit jedem beliebigen weiteren Zug verliert.

Beziehungsweise für das verkürzte Schema:

1. Alice hat einen Zug, sodass
2. Bob mit jedem beliebigen weiteren Zug verliert.

Aus Sicht der mathematischen Logik könnte jede Art von Zweipersonen-Spiel verwendet werden, um diese Struktur als alltägliches Beispiel zu illustrieren. Nichtsdestotrotz gibt es einige Punkte, die dafürsprechen, hier das Schachspiel zu verwenden:

- Schach ist ein bedeutendes Element der menschlichen Kultur, bedenkt man, dass ein Schachbrett für fast jeden erkennbar ist (auch wenn die Schachregeln nicht immer vollständig bekannt sind).
- Die Regeln des Schachspiels werden von den Studierenden größtenteils verstanden. Wo dies nicht der Fall ist, können die grundlegenden Spielregeln in einer kurzen Lektion eingeführt werden, die ausreicht, um die Definition des Grenzwertes in der Mathematik zu verstehen (siehe unten).
- Das Spiel ist anschaulich, zweidimensional, daher wird sich der Fokus auf eine andere Interpretation konzentrieren: Dies ist die *grafische* Darstellung von Wissen als Erweiterung/Ergänzung der *numerischen* und *verbalen* Argumentation [2].
- In vielen Ländern gibt es eine lange Tradition des Schachunterrichts an den Schulen.
- Durch die Analyse von einfacheren oder auch schwierigeren Schachaufgaben kann die Struktur der Definition des Grenzwertes vereinfacht werden, um nur eine begrenzte Anzahl von Fällen zu untersuchen.

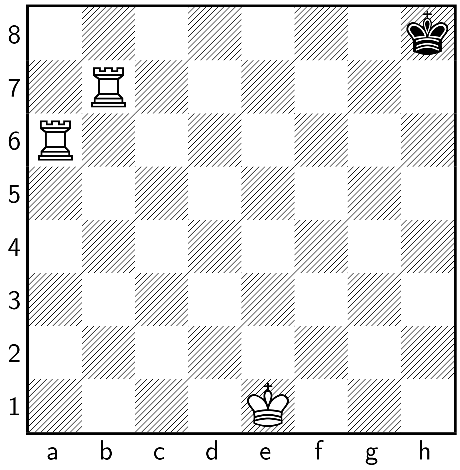


Abbildung 1. Matt in einem Zug

Abb. 1 illustriert die oben beschriebene Idee.

Es kann ein Zusammenhang zwischen dem Auffinden von N für ein bestimmtes Epsilon und dem Lösen einer Schachaufgabe der Form „Matt in einem Zug“ hergestellt werden. Für diejenigen Schüler, die die Regeln des Schachspiels nicht kennen, kann eine einfache Aufgabe gezeigt werden. In diesem Beispiel (siehe Abbildung oben) gibt es auf dem Schachbrett nur zwei Arten von Figuren, nämlich Könige und Türme, deren Zugmöglichkeiten leicht erklärt sind. In unserem Fall entspricht dem N für ein konkretes ε der Turmzug nach a8 (Ta8), so dass der schwarze König keinen regelkonformen Zug mehr hat: nach allen 3 „möglichen“ Zügen bleibt der schwarze König im Schach, er ist also schachmatt. Das bedeutet, dass der Zug Ta8 dem N der Definition entspricht, für das ja jedes weitere Folgenglied in der Epsilonumgebung von a liegt, in dem Sinne, dass jeder weitere Zug von Schwarz dazu führen würde, dass der schwarze König geschlagen werden könnte, was eben schachmatt bedeutet (siehe Abb. 2).

Für diejenigen, die die Schachregeln bereits kennen, ist es auch möglich, schwierigere Aufgaben zu lösen. Es gibt im Internet viele solcher Aufgaben, eine mögliche Seite ist www.schach-tipps.de/schachtraining/taktik/matt-in-1-zug.

Möglicherweise brauchen unsere Studierenden einige Zeit, vom „Matt in einem“ zum „Matt in zwei Zügen“ weiterzugehen. Es kann eine große intellektuelle Herausforderung für viele Schüler bedeuten, das konkrete ε zu einem allgemeinen zu ändern (siehe zum Beispiel [4]). Eine kleine Modifikation der Aufstellung der Figuren auf unserem Schachbrett wie in der nächsten Abbildung ändert das Problem grundlegend, da Weiß kein Schachmatt in einem Zug mehr hat, sondern nunmehr mindestens zwei Züge benötigt (siehe Abb. 3).

∃		∀		
	→	Kg8	→	
Ta8#	→	Kg7	→	Tx
	→	Kh7	→	

Abbildung 2. Matt in einem Zug, Diagramm des weiteren Spiellaufs

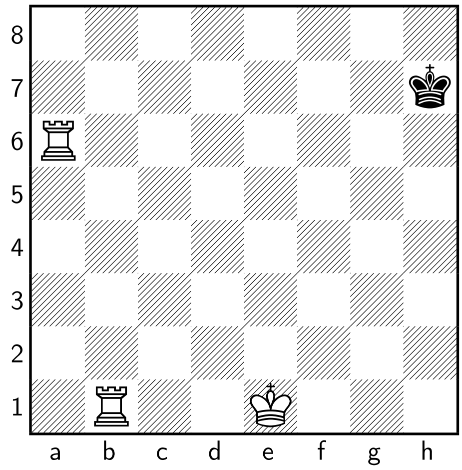


Abbildung 3. Matt in zwei Zügen

Tatsächlich muss hier zuerst der Turm von b1 auf b7 schach geben, wonach auf jede Antwort des schwarzen Königs der auf der a6 befindliche Turm auf a8 mattsetzt. Das Problem kann durch Vorgabe der Züge Tb7–Kh8 auf das bereits zuvor gelöste Problem zurückgeführt werden.

Schließlich ist die Zugfolge Tb7–K?–Ta8–K? in unserem Kontext von der gleichen Struktur wie „∃∀∃∀“, was die Schüler auf die genaue Definition des Grenzwerts vorbereiten wird (Abb. 4).

Es ist klar, dass es auf die Züge von Weiß jeweils mehrere „Pfeile“, i.e. Züge gibt, das Spiel fortzusetzen (da *für alle* Züge von Schwarz eine Antwort von Weiß existiert), während die Züge von Schwarz nur durch einen Pfeil fortgesetzt werden (da es für Weiß ausreichend ist, *einen* geeigneten Zug zu finden).

Schwierigere Rätsel können z. B. unter www.chesspuzzles.com/mate-in-two gefunden werden.

∃		∀		∃		∀		
					→	Kf8	→	
					→	Kf7	→	
				Ta8#	→	Kg7	→	Tx
			↗		→	Kh7	→	
		Kg8			→	Kh8	→	
	↗							
Tb7+								
	↘							
		Kh8			→	Kg8	→	
			↘	Ta8#	→	Kg7	→	Tx
					→	Kh7	→	

Abbildung 4. Matt in zwei Zügen, Diagramm des weiteren Spiellaufs

Grenzwert einer Funktion

Offensichtlich hat die Definition des Grenzwertes einer Funktion die gleiche Struktur wie das „Matt in zwei“-Problem: Wir sagen, eine reelle Funktion $f(x)$ hat einen Grenzwert bei x_0, wenn es eine reelle Zahl a gibt, so dass es für alle $\varepsilon > 0$ ein $\delta > 0$ gibt, so dass aus $0 < |x - x_0| < \delta$ stets $|f(x) - a| < \varepsilon$ folgt. Oder, in symbolischer Notation:

$$\exists a \in \mathbf{R} \quad \forall \varepsilon > 0 \quad \exists \delta > 0 \\ \forall x : 0 < |x - x_0| < \delta \qquad |f(x) - a| < \varepsilon.$$

Versuchen wir, ein konkretes Beispiel ähnlich dem Diagramm für „Matt in zwei“ zu konstruieren: Wir wollen beweisen, dass die Funktion $f(x) = x^2$ einen Grenzwert bei $x = 3$ hat.

Der Grenzwert ist eindeutig $a = 9$, das wird also der erste „Zug“ für „Weiß“ sein. Nehmen wir an, „Schwarz“ antwortet mit dem „Zug“ $\varepsilon = 1$. In diesem Fall impliziert die Ungleichung $|x^2 - 9| < 1$ die entsprechenden Ungleichungen $8 < x^2 < 10$, die klarerweise erfüllt sind, wenn $|x - 3| < 3 - \sqrt{8}$. Das heißt, für dieses konkrete Epsilon bietet sich die Wahl $\delta = 3 - \sqrt{8}$ an. Wenn beispielsweise $x = 2.9$, dann ist die Differenz dieses Werts zu 3 kleiner als $3 - \sqrt{8} \approx 1.7$, und in der Tat ist $2.9^2 = 8.41$, dessen Differenz zu 9 kleiner ist als 1. Oder, um einen Schritt weiter zu gehen, für $x = 2.95$ ist der Unterschied zu 3 noch geringer: in diesem Fall ist $2.95^2 = 8.7025$ noch näher bei 9. Es ist offensichtlich, dass eine (unbegrenzte) Anzahl weiterer Beispiele angeführt werden könnte.

Sei nun $\varepsilon = 1/10$. In diesem Fall führt die Ungleichung $|x^2 - 9| < 1/10$ auf die äquivalenten Ungleichungen $8.9 < x^2 < 9.1$, welche jedenfalls erfüllt sind, falls $|x - 3| < 3 - \sqrt{8.9}$. Somit eignet sich für dieses konkrete ε die Wahl $\delta = 3 - \sqrt{8.9}$. Wiederum können wir hier verschiedene Versuche unternehmen. Wenn z. B. $x = 2.99$, dann ist sein Abstand von 3 kleiner als $3 - \sqrt{8.9} \approx 0.016$, und tatsächlich erhalten wir $2.99^2 = 8.9401$, was sich von 9 um weniger als $1/10$ unterscheidet.

Es ist offensichtlich, dass diese Strategie für beliebig kleine, aber positive Werte von ε durchgespielt werden kann. Für jeden beliebigen „Zug“ ε von „Schwarz“ ergeben sich aus der Ungleichung $|x^2 - 9| < \varepsilon$ die äquivalenten Ungleichungen $9 - \varepsilon < x^2 < 9 + \varepsilon$, welche notwendigerweise erfüllt sind, wenn $|x - 3| < 3 - \sqrt{9 - \varepsilon}$. Somit wird für jeden Versuch von „Schwarz“ die Antwort $\delta = 3 - \sqrt{9 - \varepsilon}$ von „Weiß“ die in der Definition beschriebene Ungleichung, mithin also das „schachmatt“ sicherstellen (vgl. Abb. 5).

$$\begin{array}{cccccccccc}
\exists a & & \forall \varepsilon & & \exists \delta & & \forall x & & \\
\hline
 & & & & & \to & 2.9 & \searrow & \\
 & \to & 1 & \to & 3-\sqrt{8} & \to & 2.95 & \to & \\
 & & & & & \vdots & & & \\
9 & \to & \frac{1}{10} & \to & 3-\sqrt{8.9} & \to & 2.99 & \to & |x^2-9| < \varepsilon \\
 & \vdots & & & & \vdots & & & \\
 & \to & \text{bel.} & \to & 3-\sqrt{9-\varepsilon} & \to & |x-3| < \delta & \nearrow &
\end{array}$$

Abbildung 5. Grenzwert einer Funktion, Diagramm eines „Spiellaufs“

Anmerkungen

1. Eine weitere Idee wäre es, die Struktur $\exists\forall$ mit einem „Matt in zwei“ und die Struktur $\exists\forall\exists\forall$ mit „Matt in drei“ zu illustrieren. In diesem Fall können wir die Situation mit der logischen Formulierung „es gibt einen Zug für Weiß, so dass auf alle schwarzen Züge Weiß mattsetzen *kann*“ bzw. mit „es gibt einen Zug für Weiß, so dass es für alle Züge von Schwarz einen Zug für Weiß gibt, so dass für alle weiteren schwarzen Züge Weiß mattsetzen *kann*“ erklären. Bei diesem Zugang ist es sinnvoll, die Züge, die in einer tatsächlichen Schachpartie nicht mehr gespielt werden (also die imaginären Züge des schwarzen Königs nach dem Mattzug und das darauffolgende Schlagen des Königs durch den weißen Turm), nicht hinzuschreiben. Denen, die mit dem Schachspiel vertrauter sind, mag dieser Zugang sympathischer sein, doch aus didaktischer Sicht erscheint die Beschreibung mit weniger Zügen einfacher.
2. Eine weit verbreitete Methode, die klassische Definition des Grenzwertes zu erklären, ist sie zu *verneinen*. Darüber hinaus haben die nichtkonvergenten Folgen eine eigene Bezeichnung, sie heißen *divergente* Folgen. Ein weiterer Vorteil der Analogie mit dem Schachspiel ist, dass die Verhinderung der Möglichkeit eines Schachmatts ein natürliches Bestreben in einer Schachpartie ist. Somit kann eine Erklärung der Unmöglichkeit eines „Matt in zwei“ formuliert werden in der Form „für alle Züge von Weiß gibt es einen Zug für Schwarz, so dass für alle Züge von Weiß gilt, dass Schwarz nicht schachmatt ist.“ Diese Struktur ist offensichtlich analog zur klassischen Definition von divergenten Folgen.
3. Man könnte versucht sein, die Konvergenz unter Verwendung einer strengeren Syntax zu definieren. [6, S. 48] verwendet beispielsweise die Notation

$$\underset{a\in\mathbf{R}}{\exists} \ \underset{\substack{\varepsilon\in\mathbf{R}\\ \varepsilon>0}}{\forall} \ \underset{M\in\mathbf{R}}{\exists} \ \underset{x\in\mathbf{R}}{\forall} \Big((x \geq M) \Rightarrow (|f(x) - a| < \varepsilon) \Big)$$

zur Definition des Grenzwertes einer Funktion im Unendlichen, um damit die Verwendung von Mathematica und des Theorema Systems für das

Beweisen bestimmter Eigenschaften zu ermöglichen. Offensichtlich ist auch diese Notation brauchbar, um die Negation der Definition herzuleiten. Da gilt:

$$A \Rightarrow B \equiv \neg A \vee B,$$

lautet die Negation davon

$$\neg\,(A \Rightarrow B) \equiv \neg\,(\neg A \vee B) \equiv A \wedge \neg B,$$

also ergibt sich die Negation der Definition von Konvergenz zu

$$\underset{a\in\mathbf{R}}{\forall}\ \underset{\substack{\varepsilon\in\mathbf{R}\\ \varepsilon>0}}{\exists}\ \underset{M\in\mathbf{R}}{\forall}\ \underset{x\in\mathbf{R}}{\exists}\ \big((x \geq M) \wedge (|f(x)-a| \geq \varepsilon)\big)$$

was weiter vereinfacht werden kann zu

$$\underset{a\in\mathbf{R}}{\forall}\ \underset{\substack{\varepsilon\in\mathbf{R}\\ \varepsilon>0}}{\exists}\ \underset{M\in\mathbf{R}}{\forall}\ \underset{\substack{x\in\mathbf{R}\\ x\geq M}}{\exists}\ (|f(x)-a| \geq \varepsilon)$$

bzw. – unter Auslassung einiger selbsterklärender Details – zu

$$\underset{a\in\mathbf{R}}{\forall}\ \underset{\varepsilon>0}{\exists}\ \underset{M\in\mathbf{R}}{\forall}\ \underset{x\geq M}{\exists}\ |f(x)-a| \geq \varepsilon.$$

Auf der einen Seite erscheint diese Formel einfach zu merken und zu verstehen. Andererseits scheint es aber schwierig, einfache Methoden zu finden, solche logischen Ausdrücke routinemäßig umzuwandeln, somit bleibt die Umformung derartiger Verknüpfungen von Quantoren eine Herausforderung für die meisten Studierenden.

4. Wenn sich das Schachspiel für manche Studierende als zu kompliziert herausstellt, kann alternativ dazu das Spiel von Bachet [1] mit 10 Spielsteinen auf dem Tisch eingesetzt werden. Hier werden die Spielzüge gemacht, indem eine beliebige Anzahl an Spielsteinen zwischen 1 und 3 vom Tisch genommen wird. Wer den letzten Spielstein vom Tisch nimmt, hat gewonnen. In Abb. 6 nimmt Alice in ihrem ersten Zug 2 Spielsteine vom Tisch und hat damit eine Gewinnstrategie, die ihr erlaubt, am Ende den letzten Stein vom Tisch zu nehmen.

	$\exists$		$\forall$		$\exists$		$\forall$		
		$\rightarrow$	7	$\rightarrow$		$\rightarrow$	3	$\rightarrow$	
10 $\rightarrow$	8	$\rightarrow$	6	$\rightarrow$	4	$\rightarrow$	2	$\rightarrow$	0
		$\rightarrow$	5	$\rightarrow$		$\rightarrow$	1	$\rightarrow$	

Abbildung 6. Gewinnstrategie im Spiel von Bachet

Danksagung. Die Autoren danken Róbert Vajda und Andreas Lindner für ihre Anmerkungen, die das Manuskript wesentlich verbessert haben.

Literatur

[1] M. Applebaum and V. Freiman. It all starts with Bachet's game. *Mathematics Teaching*, 241:22–26, 2014.
[2] A. Deanin. The rule of four, 2003. tinyurl.com/rvgbjxe.
[3] J. Mulholland. Epsilon-delta game (formal definition of a limit), 2013. http://www.geogebra.org/m/47174.
[4] C. Swinyard and S. Larsen. Coming to understand the formal definition of limit: Insights gained from engaging students in reinvention. *Journal for Research in Mathematics Education*, 4:465–493, 2012.
[5] M. A. Townsend. The epsilon delta game, Wolfram Library Archive, 2000. http://library.wolfram.com/infocenter/Demos/4734/.
[6] R. Vajda. *Supporting Exploration in Elementary Analysis by Computational, Graphical and Reasoning Tools*. PhD thesis, Johannes Kepler University, Linz, 2009.

Zoltán Kovács, Johannes Kepler Universität Linz
E-Mail: zoltan@geogebra.org

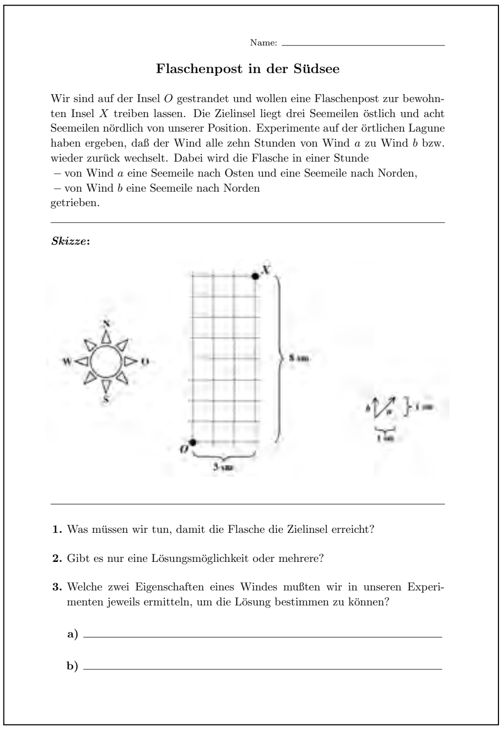
Peter Mayerhofer, Johannes Kepler Universität Linz
E-Mail: peter1.mayerhofer@ph-linz.at

Ein prägnantes Einführungsbeispiel zur Vektorrechnung

Wilfried Lingenberg

Das Beispiel, das einen neuen mathematischen Begriff einführt, bleibt den Lernenden nachhaltig im Gedächtnis und kann den Erfolg einer ganzen Unterrichtsreihe beeinflussen. Es sollte daher einige Bedingungen erfüllen:

- Inhalt und Zweck des neuen Begriffs sollen möglichst deutlich werden;
- der Begriff soll sich möglichst zwanglos als Instrument zur Lösung des Beispielproblems anbieten;
- möglichst viele Eigenschaften des Begriffs sollen im Beispiel schon angelegt sein, sodass
- die Darstellung im weiteren Verlauf der Unterrichtsreihe immer wieder auf die durch das Beispiel entwickelte Grundvorstellung zurückgreifen kann.


Name: ______________________

Flaschenpost in der Südsee

Wir sind auf der Insel O gestrandet und wollen eine Flaschenpost zur bewohnten Insel X treiben lassen. Die Zielinsel liegt drei Seemeilen östlich und acht Seemeilen nördlich von unserer Position. Experimente auf der örtlichen Lagune haben ergeben, daß der Wind alle zehn Stunden von Wind a zu Wind b bzw. wieder zurück wechselt. Dabei wird die Flasche in einer Stunde
– von Wind a eine Seemeile nach Osten und eine Seemeile nach Norden,
– von Wind b eine Seemeile nach Norden
getrieben.

Skizze:

1. Was müssen wir tun, damit die Flasche die Zielinsel erreicht?

2. Gibt es nur eine Lösungsmöglichkeit oder mehrere?

3. Welche zwei Eigenschaften eines Windes mußten wir in unseren Experimenten jeweils ermitteln, um die Lösung bestimmen zu können?

a) ______________________

b) ______________________

Abbildung 1. Arbeitsblatt „Flaschenpost in der Südsee“

Als ich 2006 für die erste Mathematiklehrprobe in meiner Ausbildung ein griffiges Beispiel zur Einführung des Vektorbegriffs suchte, wollte mir keine der in den Lehrwerken vorgefundenen Möglichkeiten so recht zusagen. Am Ende verfiel ich auf das in Abbildung 1 dargestellte Problem.

Die „Flaschenpost in der Südsee“ ist zunächst einmal nicht mehr als eine nicht allzu schwere Knobelaufgabe. Die Lösung finden die meisten Schüler ohne Hilfe innerhalb weniger Minuten; nur wenige brauchen beispielsweise den Hinweis, dass man die Flasche nicht etwa nur im Moment des Windwechsels ins Wasser werfen kann. Nichtsdestoweniger sind in diesem Beispiel bereits alle wichtigen Eigenschaften des Vektorbegriffs angelegt und können im Verlauf der ersten Stunden der Unterrichtsreihe nach und nach herauspräpariert werden:

1. Ein Vektor wird durch die zwei Eigenschaften „Richtung“ und „Länge“ bestimmt. (Im Arbeitsblatt haben die Schüler in der Regel alle das Wort „Richtung“ eingetragen, während die Formulierungen der anderen Eigenschaft variieren. Eine gute ‚Musterlösung‘ ist das Wort „Stundenstrecke“, das uneingeschränkt sowohl zum Beispiel passt als auch die Brücke zur mathematischen Definition des Vektors schlägt.)
2. Wenn man nach der Formulierung der Definition eines Vektors den Winden die Namen $\vec{a}$ und $\vec{b}$ gibt (also einfach nur Pfeile auf die Buchstaben in der Skizze setzt), lässt sich die Lösung des Rätsels z. B. in der Form $3 \cdot \vec{a} + 5 \cdot \vec{b}$ schreiben. Dieser Term exemplifiziert die beiden in einem Vektorraum gegebenen Verknüpfungen, Skalarmultiplikation und Vektoraddition (Abbildung 2).

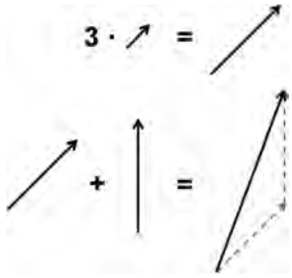


Abbildung 2

3. Die (nicht völlig triviale) Tatsache, dass sowohl $3\vec{a} + 5\vec{b}$ als auch $5\vec{b} + 3\vec{a}$ zum Ziel führen, deutet auf die Kommutativität der Vektoraddition.
4. In der Beschreibung der Winde müssen nur das Wort „Seemeile“ durch „Einheit“ und die Begriffe „nach Osten“ bzw. „nach Norden“ durch „in x-Richtung“ bzw. „in y-Richtung“ ersetzt werden, um aus der verbalen Beschreibung eine Koordinatendarstellung zu entwickeln. Die vorgegebene Beschreibung des Windes a, „eine Seemeile nach Osten und eine Seemeile nach Norden“, übersetzt sich dann zu
$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix},$$
die des zweiten Windes zu
$$\vec{b} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}.$$
Der Lösungsterm des Rätsels macht wiederum unmittelbar anschaulich, wie mit den Koordinaten gerechnet wird:
$$\begin{aligned} 3 \cdot \vec{a} + 5 \cdot \vec{b} &= 3 \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} + 5 \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} 3 \\ 3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 8 \end{pmatrix}. \end{aligned}$$
5. Es lohnt sich sogar, kurz die Etymologie des Begriffs zu besprechen: Wörtlich bedeutet das lateinische Wort *vector* ja „Transportierer“; genau das tun die Winde hier mit der Flasche. Der Gegenwartsunterricht in Analytischer Geometrie nutzt die Vektorrechnung in weiten Teilen zur Berechnung statischer Situationen; die Flaschenpost macht demgegenüber deutlich, dass die Grundidee des Vektors eigentlich die einer Bewegung ist. In vielen Zusammenhängen (beispielsweise beim Zeichnen oder auch umgekehrt beim Ablesen von Koordinaten aus einer gegebenen Skizze) profitieren Schüler auch später noch davon, die Koordinatendarstellung eines Vektors als ‚Laufanleitung‘ zu interpretieren: „Geh zwei Schritte in x-Richtung, minus fünf in y-

und einen in z-Richtung". In dieser Grundvorstellung ist die Ortsunabhängigkeit eines Vektors, die immer wieder Schwierigkeiten macht, ganz zwanglos angelegt: Der Vektor beschreibt nur eine Bewegung an sich, enthält aber keine Informationen über Ausgangs- oder Zielpunkt.

Das in den ersten Monaten meines Lehrerdaseins gefundene Beispiel verwende ich bis heute nahezu unverändert. Vielleicht kann es ja auch anderen Kollegen von Nutzen sein.

Wilfried Lingenberg, Pirmasens
E-Mail: w.lingenberg@mx.uni-saarland.de

Mathematikdidaktik und Ethik

Jürgen Maaß

„Was hast du getan?" „Weshalb hast du es getan?" „Hast du die Folgen bedacht?" „Hast du etwas Gutes getan?" „Weshalb hast du nicht etwas anderes getan?"

Solche Fragen werden jedem Menschen von anderen Menschen oder dem eigenen Gewissen immer wieder gestellt. Wer darauf antworten möchte, freut sich, wenn als Begründung für die eigenen Antworten nicht nur ad-hoc-Argumente verwendet werden können, sondern etwas Besseres, insbesondere akzeptierte, allgemein bekannte Argumente, Regeln oder Prinzipien. Wenn also z. B. allgemeine anerkannte Gebote (wie die christlichen 10 Gebote oder grundlegende Prinzipien der geltenden Rechtsordnung) oder Schriften von Aristoteles oder Augustinus oder Kant[1] etc. als Begründung herangezogen werden können, kann das eigene Handeln deutlich besser begründet und verantwortet werden. Seit Jahrtausenden suchen Menschen nach allgemein gültigen und überzeugenden Antworten auf Fragen nach der Verantwortung.

Welche Regeln für „gutes" Verhalten und „richtiges" Handeln allgemein anerkannt werden sollen, ist Thema der „Ethik": „Die (allgemeine) Ethik wird heute als die philosophische Disziplin verstanden, die Kriterien für gutes und schlechtes Handeln und für die Bewertung seiner Motive und Folgen aufstellt." (https://de.wikipedia.org/wiki/Ethik)

Neben der Individualethik, der Verantwortung für das eigene Handeln, ist für die folgenden Überlegungen auch ein neuerer Bereich der Ethik wichtig, in dem nach sozialer und gesellschaftlicher Verantwortung für das Handeln in Gruppen und Gesellschaften gefragt wird. Ausgangspunkte für solche Überlegungen sind folgenreiche Großforschungsprojekte wie das Manhattan-Projekt, das Human-Genom-Projekt oder andere Forschungs- und Entwicklungsprojekte, an denen viele Menschen beteiligt sind sowie globale Entwicklungen (etwa Klimawandel), zu denen alle Menschen etwas beitragen.

Was hat Mathematikdidaktik mit Ethik zu tun?

Selbstverständlich sind alle Menschen, die sich mit Mathematikdidaktik beschäftigen, auch als Privatpersonen (Familienmitglieder, Verkehrsteilnehmer*innen, Staatsbürger*innen, Nachbarn*innen, Konsument*innen, ...) mit ethischen Fragen konfrontiert. Alle Fragen des Alltags haben auch eine ethische Dimension, auch wenn das nicht immer bewusst ist. In diesem Text geht es aber um ethische Fragen, die sich aus der Beschäftigung mit Mathematikdidaktik ergeben.

Gibt es überhaupt ethische Fragen, die sich aus der Beschäftigung mit Mathematikdidaktik ergeben?

Empirisch gesehen offenbar kaum: Solche Fragen werden nur sehr vereinzelt in Publikationen thematisiert, die GDM hat keinen Ethikrat und keine Ethischen Leitlinien wie andere wissenschaftliche Gesellschaften. Offenbar wird das auch von den meisten Kolleginnen und Kollegen nicht als Mangel empfunden.

In Diskussionen mit Kolleginnen und Kollegen habe ich neben Desinteresse ein paar freundschaft-

[1] Zu meiner Freude habe ich gelesen, dass L. Honnefelder in seinem Beitrag „Personalität – Freiheit – Menschenwürde" zum Handbuch der Erziehungswissenschaften, Band 1, Paderborn 2008, S. 634f. auf eine ganz ähnliche Trias verweist. Er nennt aber Thomas von Aquin statt Augustinus als Theologen.

liche Warnungen („Lass das Thema, handle dir keinen Ärger ein!“) erlebt und ein paar Reaktionen, als sei ich ein Pfarrer, der predigt und Beichte erwartet. Das liegt mir fern.

Ich werde an einigen Beispielen aufzeigen, in welcher Weise mathematikdidaktische Forschung und Lehre typischerweise auf ethische Fragen trifft (ob sie sie nun bewusst behandelt oder nicht, verdrängt oder beantwortet) und weshalb es für die GDM und ihre Mitglieder nicht nur aus Imagegründen sinnvoll ist, das Thema „Mathematikdidaktik und Ethik“ ebenso wie andere wissenschaftliche Vereinigungen offiziell zu behandeln, also in Richtung auf Ethikrat und Leitlinien.

Forschung

Beginnen wir mit einem typischen Design für empirische Forschungen: In einer Gruppe wird nach neuen Ideen unterrichtet und in einer Kontrollgruppe zum Vergleich wie bisher. Wir können uns vermutlich leicht darauf einigen, dass die Absicht hinter solchen empirischen Forschungen stets eine gute ist: Eine neue Idee (zur Stoffdidaktik, zur Methodik, zum Technologieeinsatz etc.) soll nicht ohne Erprobung und Überprüfung für viele Menschen verpflichtend gemacht werden, nur, weil jemand „am grünen Tisch“ zum Schluss gekommen ist, dies sei optimal. In dieser Hinsicht haben wir als Disziplin offenbar seit den Zeiten der „Neuen Mathematik/Mengenlehre“ etwas dazu gelernt.

Wenn nun also in guter Absicht etwas Gutes getan wird – was ist dann noch in ethischer Hinsicht offen? Der zentrale Punkt ist hier die Wirkung dessen, was wir als Forschende mit den Menschen machen, die in den beiden Gruppen etwas auf neue Weise oder wie bisher lernen sollen. Erzielen wir überhaupt eine Wirkung? Für den ganz unwahrscheinlichen Fall, dass keine der beiden Gruppen etwas lernt, müssen wir uns dafür verantworten, dass wir die Lebenszeit dieser Menschen verschwendet haben. Mit welchem Recht und welcher Begründung erlauben wir uns, die Zeit dieser Menschen dafür zu verwenden, dass sie in unserer Forschung mitwirken, aber nichts lernen? Merke: Selbst wenn wir mit unseren Forschungen gar nichts bewirken, handeln wir nicht ethisch irrelevant.

Gehen wir nun davon aus, dass wie gehofft die Kontrollgruppe weniger lernt als die Versuchsgruppe. Sehr schön: Unsere Idee scheint gut, die Kinder in der Versuchsgruppe zeigen beim Test oder in Interviews signifikant bessere Ergebnisse als die anderen. Ist das ethisch relevant? Selbstverständlich! Auf der einen Seite ist eine gute Idee, deren Qualität empirisch belegt werden kann, ein Erfolg, auf den wir stolz sein können. Beruflicher Erfolg hat immer auch eine ethische Dimension: Wir können auf den Erfolg verweisen, wenn jemand fragt: Weshalb machst du das?

Auf der anderen Seite ist nach den Folgen für die Beforschten zu fragen: Können wir verantworten, dass die Kontrollgruppe weniger gelernt hat? Oh – das klingt jetzt unangenehm. Ich ahne entrüstete Reaktionen, etwa: Wie kann man denn überhaupt empirisch forschen, wenn man so viel Rücksicht auf eine Kontrollgruppe nehmen muss? Da will uns jemand das Forschen verbieten! Nicht so schnell! Schauen wir uns die Situation etwas genauer an. In der Ethik geht es meist nicht um ein einfaches JA oder NEIN, sondern um ein vorsichtiges und genaues Abwägen. Wenn Ethik so einfach wäre, dass es immer nur um ja/nein- Entscheidungen zwischen Gut und Böse, richtig oder falsch ginge, gäbe es vermutlich weit weniger Literatur zum Thema. Die spannenden Fragen betreffen die Grautöne zwischen schwarz und weiß.

Wenn wir untersuchen wollen, ob und wie wir verantworten können, dass die Kontrollgruppe (oder die Versuchsgruppe – die folgenden Überlegungen lassen sich für beide Fälle anstellen) im Vergleich zur anderen Gruppe einen Nachteil erleidet, müssen wir uns zunächst entscheiden, ob wir eigene Argumentationen entwickeln oder den Blick auf die Behandlung vergleichbarer Fälle in der Literatur richten.

Versuchen wir es zunächst allein. Worauf kommt es an? Im Zentrum steht eine Abwägung von anzunehmendem Schaden und Nutzen jetzt und in absehbarer Zukunft. Ein unmittelbar drohender Schaden würde eintreten, wenn Versuchsgruppe und Kontrollgruppe in der nächsten Schularbeit ohne zusätzliche Hilfe und Erläuterung genau solche Aufgaben lösen sollen, die eine Gruppe – wie empirisch erforscht aufgrund der besonderen Forschungsbedingungen – besser lösen kann als die andere. Das wäre offensichtlich unfair und nicht zu verantworten. Ein solcher Schaden kann aber durch ausgleichenden Unterricht oder bewusste Wahl von Aufgaben weitgehend vermieden werden. Mir scheint, in diesem Fall könnte man durchaus die Lerndifferenz zwischen beiden Gruppen rechtfertigen bzw. verantworten.[2]

Wie steht es mit langfristigen Unterschieden? Hier ist zunächst zu fragen, wie intensiv oder umfangreich die Unterschiede sind. Das hängt insbesondere von der Dauer der Forschung ab: Wenn Ver-

[2] Wie eingangs betont, bin ich nicht die Kontrollinstanz, die solche Fragen letztinstanzlich entscheidet.

suchsgruppe und Kontrollgruppe ein halbes Jahr unterschiedlich unterrichtet wurden, sind die Auswirkungen vermutlich größer, als wenn das Experiment nur wenige Stunden dauerte. Nehmen wir an, es habe ein sehr erfolgreiches, umfangreiches Experiment stattgefunden und eine Versuchsgruppe hat etwas Grundlegendes deutlich besser verstanden, das für den weiteren Unterricht wichtig ist. Was nun? Wie können wir die Differenz verantworten, wenn nicht die Zeit bleibt, die Kontrollgruppe auf dasselbe Niveau zu bringen? Vielleicht ist es auch nicht die Zeit, sondern ein tiefer liegender Grund (eben das Lernen auf traditionelle Art), der die Kontrollgruppe trotz zusätzlichen Zeitaufwandes am Aufholen hindert? Und: was machen wir mit der Versuchsgruppe in der Zeit, die die Kontrollgruppe zum Aufholen braucht?

Mir scheint (auch hier selbstverständlich nicht als Letztentscheidender), in diesem Fall die Argumentation schwieriger. Ich skizziere ein paar mögliche Argumentationsgänge und lade Sie ein, selbst zu überlegen, wie Sie argumentieren würden.

Eine eher pauschale Abwehr der Frage nach der Verantwortung wäre ein Verweis auf Resultate der Forschung zum Thema „Erwachsene und Mathematik“, die hier im Argument sehr verkürzt besagen, dass einige Jahre nach der Schulzeit bei den meisten Menschen zwei charakteristische Dinge feststellbar sind: Eine Aversion gegen Mathematik und geringe Kenntnisse in Mathematik. Ausnahmen sind meist Menschen, die beruflich Mathematik nutzen[3]. Das Argument wäre also, dass die Unterschiede zwischen beiden Gruppen nach einigen Jahren keine Rolle mehr spielen.

Eine kleine Variante dieser Argumentation wäre, dass schlimmstenfalls einige Mitglieder der Kontrollgruppe sich nicht in beruflicher Hinsicht in Richtung MINT entschieden hätten – was aber schon eine sehr starke Auswirkung des Experimentes wäre (oder eine, die nicht unbedingt dem Experiment zuzuordnen ist). Schließlich weiß niemand sicher, ob sie sich als Mitglieder der Versuchsgruppe in Richtung MINT bewegt hätten.

Betrachten wir eine andere Argumentation. Sehr oft wird versucht, Schaden und Nutzen gegeneinander abzuwägen – auch wenn hier Quantifizierungen (wie sie uns vielleicht besonders zusagen würden) nicht möglich sind. Wir haben also als Konsequenz der für diesen Text angenommenen Forschung auf der einen Seite eine Gruppe von Lernenden, die in der Versuchsgruppe etwas Grundlegendes besser verstanden hat. Wir haben auf der anderen Seite Mitglieder der Kontrollgruppe, die etwas weniger gut verstanden haben – mit Folgen für ihren Erfolg im weiteren Mathematikunterricht. Das klingt für mich nicht nach einer gelungenen Rechtfertigung. Wir haben aber auf der einen Seite auch noch eine große Anzahl von Lernenden, die vielleicht oder hoffentlich, in Zukunft so wie in der Versuchsgruppe unterrichtet werden und davon profitieren (wobei ich selbstverständlich ein besseres Verständnis von Mathematik als „Profit“ einschätze). Das klingt nach einer besseren Rechtfertigung, wenn nach der Forschung auch etwas für diese Art von Umsetzung getan wird. Dabei ist klar, dass eine breite Umsetzung guter Ideen und Konzepte auch dann nicht in der Macht der Forschenden liegt, wenn ihre Qualität empirisch belegt werden kann.

Eine andere Art von Argumenten ist weitaus schwieriger zu finden: Es ist gar nicht einfach, in der Literatur etwas Passendes zu finden. Wir sind von unserer Bezugswissenschaft Mathematik da sehr verwöhnt. Wenn wir zur Vorbereitung unseres Unterrichts oder beim Verfassen eines Textes zur Sicherheit noch einmal nachschauen wollen wie eine Formel aussieht oder ein Beweis geführt wird, finden wir es leicht. Und es ist eindeutig! Zwar gibt es oft unterschiedliche Beweisführungen für einen Satz, aber nie solche, die sich widersprechen oder zu verschiedenen Resultaten führen. Wenn wir in der Literatur zur Ethik etwas suchen, was uns hilft im oben skizzierten Fall von Versuchsgruppe und Kontrollgruppe zu argumentieren, werden wir zunächst einmal feststellen, dass Mathematikdidaktik für Ethik nicht sonderlich interessant zu sein scheint. Es ist sehr schwer, überhaupt einen klassischen oder aktuellen Ethik-Text zu finden, der sich mit Mathematikdidaktik beschäftigt.

Wenn wir Texte gefunden haben, in denen über die Verantwortung gegenüber Versuchsgruppen und Kontrollgruppen nachgedacht wird, geht es vermutlich eher um medizinische oder pharmazeutische Forschung. Wenn ein neues Medikament oder eine neue Therapie erprobt werden, sind die Entscheidungen oft viel schwerer als bei uns, weil es unmittelbar Gesundheit und Leben von Menschen betrifft. Vielleicht rettet ein neues Medikament einer Versuchsperson das Leben, vielleicht stirbt eine andere Person an unerwarteten Nebenwirkungen. Wenn wir nun einen solchen Text gefunden haben, müssen wir die Frage beantworten, ob wir die Argumente für uns verwenden dürfen. Sind unsere Forschungen und mögliche Folgen mit denen im Text thematisierten vergleichbar? Aus der Mathe-

[3] Vgl. zusammengefasst in: J. Maaß: Was bleibt? Erfolge und Misserfolge des Mathematikunterrichts aus der Sicht von Erwachsenen, in: Österreichische Mathematische Gesellschaft (Hrsg.): Vorträge der ÖMG – Lehrerfortbildungstagung 1994 in Wien, Wien 1994

matik haben wir gelernt, dass wir Sätze nur dann verwenden dürfen, wenn die Voraussetzungen stimmen. Können wir in vergleichbarer Weise prüfen, ob eine ethische Argumentation auf unsere Situation übertragbar ist?

Für mich[4] ist die Frage leicht mit einem JA zu beantworten, mir ist aber bewusst, dass es viel Zeit und Mühe kostet, sich in das Themengebiet hinreichend gründlich einzuarbeiten. Auch deshalb wäre es hilfreich, wenn die GDM uns als unsere Vereinigung hier unterstützt, in dem sie einen Ethikrat gründet, der solche Argumentationen bereitstellt und in offen Fällen Forschende berät. Ich komme zum Ende des Textes darauf zurück.

Eine zweite Gruppe von Beispielen zum Thema „Forschung"

Was tun Sie, wenn eine Auftragsforschung ein Ergebnis bringt, das nicht gewünscht ist? Damit Sie mehr Stoff zum Überlegen haben, skizziere ich einige Varianten zum Beispiel.

Erste Variante. Ein Ministerium, zu dem Sie gern gute Beziehung haben, weil Sie auf weitere Aufträge hoffen, beauftragt Sie (und Ihr Team), eine ministerielle Reform des Mathematikunterrichts zu evaluieren. Nach einer methodisch gründlichen und gut durchgeführten Forschung kommen Sie zu dem klaren Ergebnis, dass die Reform nicht bewirkt hat, was sie bewirken sollte. Das freut die Ministerin nicht – was machen Sie? Bedenken Sie, dass es bei Ihrer Entscheidung auch um die Verlängerung von Arbeitsverträgen von Mitgliedern Ihres Teams geht, die durch einen weiteren Auftrag aus dem Ministerium möglich wäre.

Zweite Variante. Eine befreundete Schuldirektorin (z. B. eine ehemalige Studienkollegin) berichtet Ihnen mit Stolz von einem neuen Projekt an ihrer Schule. Ein Theaterkurs soll eingeführt werden. Dazu werden je eine Stunde Deutsch und eine Stunde Mathematik pro Woche verwendet. Einige Eltern zögern, weil sie fürchten, dass ihre Kinder in Mathematik zurückbleiben, wenn sie auf das Angebot eingehen. Die Direktorin argumentiert, dass die erhöhte Motivation durch das Theaterprojekt die Kinder dazu bringt, die fehlende Mathematikstunde zu kompensieren. Sie werden gebeten, den Lernerfolg in Mathematik nach einem Jahr zu vergleichen und stellen fest, dass die Kinder im Theaterkurs leider weniger Mathematik gelernt haben als jene, die eine Wochenstunde mehr in Mathematik unterrichtet wurden. Hier geht es also nicht um Geld und Folgeaufträge. Wie entscheiden Sie?

Dritte Variante. Sie kooperieren schon seit einiger Zeit mit einer Firma, die einen bestimmten Typ Taschenrechner oder Mathematik – Software für die Schule vermarktet. Nun erhalten Sie das neueste Produkt der Firma, verbunden mit einem kleinen Hinweis. Es wäre schön, wenn Sie die Vorzüge des neuen Produktes in einem Vortrag auf der nächsten GDM – Tagung erläutern. In dem Fall gibt es ein Honorar und selbstverständlich einen Ersatz für Spesen/Reisekosten. Auch wenn Sie persönlich selbstverständlich niemals in eine solche Situation geraten könnten, lade ich Sie ein, die ethische Dimension zu durchdenken. Sehen Sie eine Möglichkeit, dass eine solche Kollegin oder ein solcher Kollege in Gefahr gerät, die Unabhängigkeit als Wissenschaftlerin oder Wissenschaftler zu verlieren und als Firmenvertretung wahrgenommen wird, also als Person, die ganz selbstverständlich die Produkte dieser Firma preist? Wie würden Sie als diese Person agieren, wenn Sie feststellen, dass das neue Produkt nicht so toll ist (Fehler hat/schlechter als das neue Produkt der Konkurrenz ist)? Halten Sie trotzdem einen Vortrag, in dem Sie die Stärken des neuen Produktes betonen? Schreiben Sie eine Mängelliste an die Firma und halten einen anderen Vortrag? Berichten Sie im Vortrag öffentlich über die Mängel?

Vierte Variante. Sie haben eine Dissertation vergeben, in der eine Idee von Ihnen empirisch überprüft werden soll. Nachdem die Daten erhoben und vorläufig ausgewertet wurden, berichtet die Dissertantin, dass nach den vorliegenden Daten offenbar Ihre Idee nicht so gut war wie erwartet. Es sind keine deutlichen Lernvorteile für die Schülerinnen und Schüler erkennbar, wohl aber zusätzliche Probleme, die in Ihrem Konzept nicht behandelt werden. Oh je: Was nun? Hier eine kleine – keinesfalls vollständige – Auswahl von Möglichkeiten:

(a) Die Idee verbessern, die erkannten Probleme konzeptionell beheben und die Dissertantin erneut forschen lassen. Klingt gut für Sie, kostet aber der Dissertantin viel Zeit.
(b) Der Dissertantin ein anderes Thema geben. Auch hier gilt: Klingt gut für Sie (kein Imageschaden), kostet aber der Dissertantin viel Zeit.
(c) Mit der Dissertantin sehr intensiv (weit über den Rahmen der üblichen Betreuung hinaus)

[4] Ich habe Philosophie bis zum Dr. phil. studiert, habe fast 10 Jahre als Mitarbeiter der Gruppe um Prof. Hülsmann mitgewirkt und war seit der Gründung der Zeitschrift ETHICA im Jahre 1993 25 Jahre lang Mitherausgeber etc.

über die Erhebung, die Daten und die Interpretation diskutieren. Vielleicht ist ja irgendwo ein Fehler aufgetreten? Wenn sich tatsächlich in der Arbeit ein Fehler findet, hat sich die Mühe vermutlich gelohnt. Wenn nicht, bleibt umso mehr der Verdacht, dass es hier ums eigene Image ging und nicht um eine besonders gute Betreuung der Dissertation.

Fünfte Variante. Daten erfinden! Gibt es sowas auch bei uns? Ich hoffe nicht – mir ist kein Beispiel bekannt. Durch die Medien gingen Beispiele aus anderen Wissenschaftsdisziplinen, wie das angebliche Klonschaf „Dolly“, oder die „kalte Fusion“, die nicht funktionierte. Von den Kolleginnen und Kollegen aus meiner Fakultät hörte ich auch, dass im Bereich der Naturwissenschaften immer mehr von gelungenen Experimenten berichtet wird (auch in Beiträgen für seriöse Fachzeitschriften), die einfach nicht nachvollziehbar sind. Am Rande eines Soziologiekongresses hörte ich Folgendes: Eine Gruppe von Forschenden aus verschiedenen Ländern erhielt ein EU Projekt zur vergleichenden Erforschung von Sozialdaten aus ihren Ländern. Eine Teilgruppe aus einem beteiligten Land trug jedoch trotz vieler Nachfragen, Mails, Aufforderungen etc. einfach nichts zum gemeinsamen Projekt bei (weder Datenerhebung noch Auswertung). Die anderen Projektpartner trafen sich zu einer Krisensitzung und entschieden . . . ? Was hätten Sie getan? Die verbliebenen Projektpartner beschlossen, die Finanzierung nicht zu riskieren und die fehlenden Daten zum Forschungsziel passend selbst zu gestalten (zu erfinden!) und auszuwerten. Die seinerzeit erfundenen Daten und Resultate werden vielleicht noch heute zitiert!

Lehre

Niemanden wird es überraschen (und hoffentlich wird es niemand leugnen!), dass mit jeder Art von Erziehung Verantwortung übernommen wird. Selbst wer sehr reduktionistisch argumentiert, indem er oder sie sagt: „Ich unterrichte Mathematik nur, weil sie so schön ist und mir so gut gefällt!“ vertritt damit eine bestimmte Position auf die Frage nach dem „WARUM?“. Mir scheint, dass diese Position im Angesicht der Tatsache, dass wir von der Gesellschaft (aus Steuergeldern) bezahlt werden, um die zukünftigen Lehrerinnen und Lehrer so auszubilden oder zu erziehen (auch um diesen Unterschied gibt es eine sehr ethikhaltige Diskussion), dass sie ihrerseits die nachwachsenden Generationen so unterrichten, wie es die Gesellschaft insgesamt als sinnvoll für eine künftige „gute“ Entwicklung für richtig erachtet. Hier ist nicht der Platz für historische und regionale Anmerkungen, welche Staaten welche Zukunft für erstrebenswert erachten – ich erinnere nur mit den Stichworten „Drittes Reich“ und „Nordkorea“ an ganz andere als unsere jetzigen gesellschaftlich relevanten Orientierungen.

Festhalten möchte ich hier nur, dass wir als Menschen, die Menschen auf einen Beruf vorbereiten, in dem sie ihrerseits Menschen etwas lehren sollen, eine ganz besondere Verantwortung haben.

Welche praktische Konsequenz mag das haben? Ich möchte hier aus Platzgründen nur auf einen – ohnehin bekannten – Aspekt noch einmal hinweisen: Wir sind Vorbilder von Menschen, die ihrerseits Vorbilder sein sollen. Ob und wie wir dieser Verantwortung in fachlicher und menschlicher Hinsicht gerecht werden, ist eine während der gesamten beruflichen Tätigkeit relevante Frage.

Abschließend fasse ich noch einmal zusammen: Dieser Beitrag soll daran erinnern, dass wir als forschende und lehrende Mathematikdidaktikerinnen und Mathematikdidaktiker eine besondere berufsspezifische Verantwortung haben. Argumente dafür, in einer bestimmten Art mit dieser Verantwortung umzugehen (etwas zu tun oder nicht zu tun) gehören in den Teilbereich „Ethik“ der Philosophie. Es wäre für uns im Alltag (etwa bei der Begründung von einem Forschungsdesign oder bei Entscheidungen dazu) hilfreich, uns auf für unsere Situation (und nicht z. B. nur für medizinische Forschungen) relevante und von uns gut handhabbare ethische Leitlinien berufen zu können. Ein bewährter Weg dorthin und zugleich ein nicht zu unterschätzender Beitrag zur Hebung unseres Images im Kreise anderer wissenschaftlicher Vereinigungen, wäre die Konstituierung eines Ethikrates der GDM. Als externer Gutachter bei ausländischen Dissertationen habe ich zu meiner positiven Überraschung gesehen, dass diese Dissertationen ganz selbstverständlich einen Absatz zum Thema Ethik enthielten, der dazu beigetragen hat, dass das Dissertationsvorhaben von der jeweils zuständigen Ethikkommission begrüßt bzw. genehmigt wurde. Ein Kollege mailte mir dazu: „Gerade bei Projekten beim BMBWF o. ä. ist die ethische Verpflichtung im Vorfeld sehr wohl mit zu bedenken und dazu auch eine Erklärung abzugeben“. Wenn eine Situation eintritt, in der es ohne Ethik keine Forschungsgelder mehr gibt, ist es umso wichtiger, als Gesellschaft für Didaktik der Mathematik darauf vorbereitet zu sein. Zudem verweise ich darauf, dass andere wissenschaftliche Vereinigungen längst entsprechende Schritte gesetzt haben. Besonders lesenswert scheint mir das Beispiel der Informatik (gi.de/ueber-uns/organisation/unsere-ethischen-leitlinien/).

Jürgen Maaß, Universität Linz
E-Mail: juergen.maasz@jku.at

GDM Schweiz – Jahresbericht 2019

Esther Brunner und Lis Reusser

Wintertagung

Der Jahresbericht der GDM Schweiz bezieht sich auf das Kalenderjahr 2019 und beginnt mit der Jahrestagung, die am 18. 1. 2019 an der Pädagogischen Hochschule Luzern in Luzern stattfand. Der thematische Fokus der Tagung lag auf der Auseinandersetzung mit dem Inhaltsbereich „Form und Raum". Am Vormittag zeigte Hans Walser dazu eindrücklich auf, wie lustvoll und kreativ mit dem DIN-Format geometrisch gehandelt und gelernt werden kann. Das Referat am Nachmittag wurde von Bernd Wollring bestritten, der anhand von drei prototypischen Aufgaben zu Raum und Form auf die Themen Aufgabenformate, Eigenproduktionen und Rückmeldeformate einging. Die beiden Referate ergänzten sich thematisch sowie von den angesprochenen Schulstufen her ausgezeichnet. Je ein Block mit Ateliers, den Mitglieder der GDM Schweiz gestalteten, ergänzte das Programm am Vor- und am Nachmittag. Die Ateliers waren thematisch nicht gebunden. Es fanden Präsentationen und Diskussionen zu den Themen Logarithmisches Denken (Albert Gächter), Begleiten und Bewerten von Produkten im Mathematikunterricht (Annegret Nydegger), Profile von Viert- und Fünftklässlern im Verständnis multiplikativer Zusammenhänge (Andreas Schulz), Einblick ins neue Lehrmittel Mathwelt 1 und 2 (Gabriela Schürch und Marco Hübner), Lehren lernen im Dialog am Beispiel des Bruchverständnisses (Priska Fischer Portmann) oder zu Mathe trifft Kunst (Christine Streit und Stefan Garcia) statt. Weitere Ateliertthemen waren Einblick ins neue Lehrmittel Mathematik Neue Wege (Mario Gerwig & Torsten Linnemann), Wirksamkeit der Lehramtsausbildung (Henrike Allmendinger), nachhaltiges Lernen des Einmaleins (Barbara Hohl), Begründen in der propädeutischen Algebra der Primarschule (Christof Weber) sowie die Mathematik-Kurztests MKT 1–9 (Stefan Meyer). Ein von der PHLU offerierter reichhaltiger Apéro rundete die Tagung ab und bot Möglichkeiten für den informellen Austausch und weiterführende Diskussionen. Die nächste Jahrestagung im Januar 2020 wird an der PH in Zürich stattfinden.

Mitgliederversammlung

Die Mitgliederversammlung fand anlässlich der Jahrestagung am 18. 1. 2019 unter der Leitung von Esther Brunner statt. Das Protokoll der Mitgliederversammlung von 2018 wurde genehmigt und der Aktuarin Kathleen Philipp gedankt; der Jahresbericht 2018 der beiden Co-Präsidentinnen sowie die Rechnung 2018 inkl. Bericht der Revisoren wurden ebenfalls mit Applaus verdankt. Genehmigt wurde auch das Budget 2019. Dabei zeigte sich, dass die Mehrheit der Mitglieder keine einmalige Senkung des Mitgliederbeitrags wünscht, wie dies die GDM beschlossen hat, sondern den Vorstand beauftragt, sich zu überlegen, wofür man das zusätzliche Geld einsetzen könnte. Dazu wird der Vorstand anlässlich der Jahrestagung 2020 Ideen präsentieren. Die gewohnt speditive Mitgliederversammlung konnte nach einer halben Stunde geschlossen werden.

Weitere Anlässe: Fachdidaktische Diskussion

Im Mai 2019 erschien der Nationale Bericht der EDK zur Überprüfung der Grundkompetenzen am Ende der obligatorischen Schulzeit (www.edk.ch/dyn/12928.php). Dies nahm der Vorstand der GDM CH zum Anlass, zu diesem Thema im September eine Fachdidaktische Diskussion anzuregen. Helmut Linneweber-Lammerskitten als Co-Autor des Berichts gab einen Einblick in grundsätzliche Überlegungen des Vorhabens sowie in die Aufgabenkonstruktion. In Kleingruppen wurden anschließend die veröffentlichten Aufgaben aus dem Bericht bezüglich ihrer Validität diskutiert und teils stark kritisiert und kontrovers beurteilt. Die Einschätzungen wurden im Rahmen einer abschließenden gemeinsamen Diskussion zusammengetragen und anschließend im Sinne eines kurzen Protokolls verschriftlicht und auf dem internen Bereich der Website den Mitgliedern zugänglich gemacht. Der gelungene Anlass erfreute sich eines hohen Interesses: gut 30 Personen nahmen an der Diskussion teil.

Vorstandssitzungen und Geschäfte

Der Vorstand traf sich zwischen Februar und Dezember 2019 zu drei Sitzungen und beschäftigte sich mit zahlreichen Geschäften. Die erste Sitzung Ende Februar stand im Zeichen des Rückblicks auf die Jahrestagung und die Mitgliederversammlung und diente der Festlegung des Jahresprogramms sowie der ersten Planung der Wintertagung 2020. Die zweite Vorstandssitzung fand im Mai statt und wurde per Skype abgehalten. Inhaltlich ging es um die Planung der Fachdidaktischen Diskussion vom September, die Jahrestagung 2020, den Stand der Arbeit zur neuen Website, um die Frage, inwiefern auch innerhalb der GDM CH Arbeitskreise möglich wären sowie um Verschiedenes. Da Lis Reusser ihren Rücktritt aus dem Vorstand auf die Jahrestagung 2020 erklärt hat, ging es auch darum, die Vakanz im Vorstand zu besetzen. Ebenfalls auf die Jahrestagung 2020 zurücktreten wird Albert Gächter als Rechnungsrevisor. Entsprechend wurden Namen von Kolleginnen und Kollegen gesammelt, die gezielt angesprochen werden konnten. Die dritte Vorstandssitzung vom September war der Detailplanung der Wintertagung 2020 inkl. Vorbereitung der Wahlen gewidmet. 2020 ist ein ordentliches Wahljahr, in dem die bisherigen Vorstandsmitglieder und Revisoren bestätigt werden müssen. Kathleen Philipp und Stephan Schönenberger wurden 2018 gewählt und treten erst 2022 zur Wiederwahl an. 2020 stellen sich Gabriela Schürch und Esther Brunner zur Wahl als Vorstandsmitglieder, Esther Brunner zusätzlich als Präsidentin der GDM Schweiz sowie als Vertretung der GDM CH im Beirat der GMD. Neu stellt sich Bernhard Dittli, PHSZ zur Wahl in den Vorstand sowie Roland Pilous als Rechnungsrevisor. Guido Beerli kandidiert erneut als Rechnungsrevisor.

Ebenfalls anlässlich der dritten Vorstandssitzung wurden Ideen zur Verwendung der vorhandenen Gelder bzw. des Vermögens diskutiert. Berichtet wurde zum Stand der neuen Website (Stephan Schönenberger) und aus der KOFADIS (Lis Reusser).

Weitere Sitzungen

Der Beirat der GDM tagte im März am Sonntag vor der GDM Jahrestagung in Regensburg und Ende November in Frankfurt. An den beiden Sitzungen, die jeweils von 11–18 h dauerten, nahm Esther Brunner teil.

An den beiden Sitzungen der KOFADIS (Konferenz Fachdidaktiken Schweiz) im Januar und im September nahm Lis Reusser teil. Beide Male wurde am Dokument „Qualifikationsprofils für die Besetzung von Dozierendenstellen in Fachdidaktiken“ weitergearbeitet. Aus den Fachverbänden kamen dazu viele wertvolle Hinweise. Im September wurde das Dokument nun soweit verabschiedet, dass der Vorstand die finale Fassung erstellen kann.

Dank

All den zahlreichen Kolleginnen und Kollegen, die in diesem Jahr aktiv zum Gelingen der Aktivitäten der GDM Schweiz beigetragen haben, danken wir sehr herzlich. Ein ganz besonderes Dankeschön geht an unsere Kolleginnen und Kollegen aus dem Vorstand und an Marianne Walt von der Arbeitsgruppe Mathematikdidaktik der SGL für die konstruktive Zusammenarbeit und Unterstützung.

Esther Brunner, Pädagogische Hochschule Thurgau, Kreuzlingen
Email: esther.brunner@phtg.ch

Lis Reusser, Pädagogische Hochschule Bern
Email: lis.reusser@phbern.ch

Vertrauenprofessor*in

Ein neues Unterstützungsformat für den wissenschaftlichen Nachwuchs

Raja Herold-Blasius und Julia Joklitschke

Hintergrund

Eine unserer Aufgaben als Nachwuchsvertretung der GDM besteht darin, ein offenes Ohr für Euch, den wissenschaftlichen Nachwuchs, zu haben. Wir, die Mitglieder der Nachwuchsvertretung, hören uns also gerne an, welchen Schwierigkeiten Ihr innerhalb von Qualifikationsphasen begegnet und sind bereit, mit Euch Ideen zu entwickeln, wie man verschiedene Hürden überwinden kann. Manchmal kann es aber durchaus gut sein, sich ganz vertraulich an eine erfahrene Professorin oder einen erfahrenen Professor zu wenden – zum Beispiel, wenn wir als Mitglieder der Nachwuchsvertretung in der speziellen Situation keine adäquate Hilfe bieten können oder bei besonders kritischen Situationen. Für diesen Fall haben wir das Unterstützungsformat der Vertrauensprofessor*innen ins Leben gerufen. Bei diesem Format könnt Ihr Euch, wenn Ihr Euch in Konflikt- bzw. Problemsituationen befindet, an einzelne Mitglieder der Nachwuchsvertretung und/oder direkt an die Vertrauensprofessor*innen wenden und von Eurem Problem berichten. Gemeinsam mit Euch sprechen wir dann über mögliche Lösungsschritte.

An welche Konfliktsituationen denken wir dabei? Wir rechnen v. a. mit schwierigen Betreuungssituationen während der Promotionszeit, sind aber offen für alle anderen Situationen, die an uns herangetragen werden. Wir bieten Euch ein offenes und vertrauensvolles Ohr.

Ansprechpartner und Organisatorisches

Regina Bruder und Rudolf Sträßer sind bereit, als Ansprechpartner*in für die Doktorand*innen in unserer Community in Konflikt- bzw. Problemsituationen insbesondere bezüglich der Promotionsbetreuung zur Verfügung zu stehen. Betroffene Doktorand*innen können sich per E-Mail an die beiden genannten Vertrauensprofessor*innen wenden (oder auch nur einen) und einen Telefontermin oder ein Treffen vereinbaren, um ihr Problem zu schildern und ggf. nächste Schritte zu besprechen. Die beiden Vertrauenspersonen behandeln eine solche Anfrage selbstverständlich vertraulich und besprechen diese nur mit dem bzw. der betroffenen Doktorand*in und untereinander. Es kann je nach Situation und natürlich nur bei Einverständnis der Beteiligten beispielsweise auch ein gemeinsames Gespräch mit Doktorand*in und Betreuer*in vereinbart werden. Die GDM unterstützt dieses Format in vollem Maße, sodass sogar etwaige Reisekosten übernommen würden.

Kontakt

Prof. Dr. Regina Bruder (i. R.)
E-Mail: r.bruder@math-learning.com

Prof. Dr. em. Rudolf Sträßer
E-Mail: rudolf.straesser@math.uni-giessen.de

Wir als Nachwuchsvertretung danken an dieser Stelle herzlichst für die Bereitschaft und das Engagement der beiden Vertrauensprofessor*innen und die Unterstützungsbereitschaft der GDM.

Einladung zur Mitgliederversammlung der GDM im Rahmen der Jahrestagung 2020

Würzburg, 12. 3. 2020

Beginn: 15:15 Uhr

Tagesordnung

Top 1. Bestätigung des Protokolls, Beschluss der Tagesordnung
Top 2. Bericht des Vorstands
Top 3. Bericht der Kassenführerin bzw. des Kassenprüfers
Top 4. Entlastung des Vorstands
Top 5. Festsetzung der Mitgliedsbeiträge (Reduzierung der Mitgliedsbeiträge für 2020)
Top 6. Einrichtung einer Geschäftsstelle
Top 7. Wahlen: 2 . Vorsitzende/r, Schriftführer/in, Kassenprüfer/in, Beirat
Top 8. GDM Jahrestagung 2021 in Lüneburg
Top 9. Zeitschriften
Top 10. Verschiedenes

Zu Top 5: Der Vorstand beantragt, die Beiträge für alle Mitglieder der GDM für das Jahr 2020 um 20 % zu reduzieren.
(Hinweis: Laufzeit und Höhe der Reduzierung werden unter TOP 3 auf der Mitgliederversammlung erläutert.)

Zu TOP 6: Der Vorstand beantragt die Einrichtung der Stelle einer Geschäftsführerin/eines Geschäftsführers der GDM.
(Hinweis: Umfang und Aufgabengebiet der Geschäftsführung werden unter TOP 6 auf der Mitgliederversammlung erläutert.)

Daniela Götze, Schriftführerin der GDM
E-Mail: daniela.goetze@uni-siegen.de

Protokoll zur Mitgliederversammlung der GDM

Regensburg, 7. 3. 2019

Zeit: 16.00 bis ca. 18.30 Uhr
Ort: Universität Regensburg

Andreas Eichler begrüßt die Teilnehmenden der Mitgliederversammlung und bittet um eine Schweigeminute zum Gedenken an die seit der letzten Mitgliederversammlung verstorbenen Kollegen:

· Hans Bock († 24. 5. 2018)
· Rudolf Fritsch († 12. 6. 2018)
· Bernd Zimmermann († 19. 7. 2018)
· Wolfgang Fraunholz († 22. 7. 2018)
· Heinz Griesel († 26. 11. 2018)
· Jürgen Floer († 16. 12. 2018)
· Wolfgang Sprockhoff († 1. 1. 2019)

TOP 1: Bestätigung des Protokolls, Beschluss der Tagesordnung

Das in Heft 106 der *Mitteilungen der GDM* (S. 28–32) enthaltene Protokoll der Mitgliederversammlung vom 8. 3. 2018 in Paderborn wird ohne Änderungen bestätigt. Die im gleichen Heft auf Seite 33–35 abgedruckte Einladung zur Mitgliederversammlung wird ohne Änderungen beschlossen.

TOP 2: Bericht des Vorstands

1 *Aktuelles aus Vorstand und Beirat*
Andreas Eichler berichtet über die seitens des Vorstands wahrgenommenen Termine (Ort und wahrnehmende Personen jeweils in Klammern):

- 28./29. 5. 18 Mitgliederversammlung der GFD (Berlin, A. Eichler)
- 29. 6. 18 Sitzung des Vorstands (daneben monatliche Skype-Treffen) (Hannover, A. Eichler, K. Lengnink, T. Fritzlar, D. Götze)
- 19. 10. 18 Gemeinsame Sitzung von Vorstand und Beirat (Frankfurt, A. Eichler, D. Götze, T. Fritzlar, K. Lengnink)
- 16. 11. 18 Mitgliederversammlung der GFD (Berlin, S. Prediger)
- 10. 12. 18 Teilnahme an der Trauerfeier von Heinz Griesel (Kassel, A. Eichler)
- 22. 2. 19 1. Symposium zu aktuellen Themen der Mathematikdidaktik (Dortmund, A. Eichler, D. Götze, K. Lengnink)

Im Rahmen der *gemeinsamen Sitzung von Vorstand und Beirat* am 19. 10. 2018 wurden als neuer *Herausgeber des JMD* Dominik Leiß und als neue *Mitglieder des wissenschaftlichen Beirats des JMD* Nils Buchholtz, Lisa Hefendehl-Hebeker, Kerstin Tiedemann und Stefan Ufer gewählt. Zudem wurden in dieser Sitzung konzeptionelle Ideen und Zielsetzungen zur Ausgestaltung von Symposien zu aktuellen Themen der Mathematikdidaktik diskutiert. Es wurde beschlossen, dieses Format als Symposium „Leitlinie Rechenschwäche“ am 22. 2. 2019 in Dortmund erstmalig durchzuführen. Nach erfolgreicher Evaluation sollen weitere Symposien durchgeführt werden (z. B. zum Thema „Digitale Medien im Mathematikunterricht“).

Im Rahmen der *gemeinsamen Sitzung von Vorstand und Beirat* am 4. 3. 2018 wurde zunächst das zu diesem Zeitpunkt bereits stattgefundene *Symposium „Leitlinie Rechenschwäche“* rückblickend diskutiert. Aufgrund der guten Evaluation dieses Symposiums, über das im Detail zu einem späteren Zeitpunkt der Mitgliederversammlung detailliert berichtet wird (siehe Top 2.4), ist eine Fortführung dieses Formates geplant.

Andreas Eichler berichtet weiterhin, dass im Rahmen der GDM Tagung 2019 kein *GDM Förderpreis* vergeben werden kann. Die GDM Förderpreis Jury sei einstimmig zu dem Entschluss gekommen, dass nach langer Diskussion und Abwägung der Stärken und Schwächen der eingereichten Arbeiten, keine als förderpreiswürdig angesehen werden konnte. Nach Beschluss des Vorstands und des Beirats wird eine unmittelbar anschließende Begutachtungsrunde von potentiell förderpreiswürdigen Arbeiten gestartet und eine Preisverleihung für das Jahr 2020 anvisiert. Details hierzu werden zu einem späteren Zeitpunkt der Mitgliederversammlung bekannt gegeben (siehe TOP 2.2).

Zur Unterstützung des wissenschaftlichen Schreibens wird von Seiten der GDM ein *Schreibworkshop* organisiert. Details hierzu folgen ebenfalls zu einem späteren Zeitpunkt der Mitgliederversammlung (siehe TOP 9.6).

Aufgrund der aktuellen guten finanziellen Lage der GDM wurde im Vorstand und Beirat eine größere finanzielle Unterstützung des wissenschaftlichen Nachwuchses für den Besuch von Tagungen beschlossen. Details hierzu folgen zu einem späteren Zeitpunkt der Mitgliederversammlung (siehe TOP 2.2).

Andreas Eichler weist auf Tagungsorte und auf die bereits bekannten Tagungstermine hin:

- 2020 Würzburg (9.–13. 3.)
- 2021 Lüneburg (8.–12. 3.)

Für 2023/2024 sind derzeit Essen bzw. Köln im Gespräch, für 2022 hat sich immer noch kein Tagungsort gefunden.

2 *Forschungs- und Nachwuchsförderung*

Aiso Heinze berichtet vom *DFG-Antragsworkshop der GDM* vom 6. bis 7. 12. 2018 am IPN Kiel. Der Workshop wurde wieder in Kooperation mit der GDCP durchgeführt. Als Experten und Expertinnen fungierten: Stefan Ufer (Ma), Stanislaw Schukajlow (Ma), Anke Lindmeier (Ma), Aiso Heinze (Ma), Claudia von Aufschnaiter (Phy), Knut Neumann (Phy), Stefan Rumann (Che), Sascha Bernholt (Che), Kerstin Schütte (Psy) sowie Jan Retelsdorf (Psy). Die Betreuung erfolgte daher durch DFG-erfahrene Expertinnen und Experten. Der Workshop diente der Beratung konkreter Projektskizzen, eingeladen waren dazu alle GDM-Mitglieder, die bislang noch kein DFG-Projekt hatten. Von anfänglich 17 angemeldeten Personen haben 12 dieses Beratungsangebot in Anspruch genommen. 11 Projektskizzen sind intensiv diskutiert worden (5 Mathematikdidaktik, 5 Physikdidaktik und 1 Chemiedidaktik). Jede Skizze wurde von zwei Experten bzw. Expertinnen gelesen und kommentiert. Zudem wurde jede Skizze in einer größeren Runde intensiv diskutiert. Es blieb aber auch Zeit und Raum für allgemeine Fragen, generelle Hinweise, Informationen zur aktuellen Begutachtungssituation sowie Tipps und Tricks zur Antragsstellung. Rückblickend zum letzten DFG-Antragsworkshop aus dem Jahr 2016 war laut Aiso Heinze die Qualität der Skizzen besser. Gleichwohl bleiben die präzise Projektplanung und der „Blick über den Tellerrand" bei der Darstellung des Forschungsstandes eine generelle Herausforderung für Antragstellende. Der Anteil an mathematikdidaktischen Antragsskizzen war geringer als vor zwei Jahren (2016: 10 und 2018: 5). Wie nach dem letzten Antragsworkshop 2016 wird eine Nachbefragung im Sommer 2019 stattfinden, um zu erfahren, was aus den Antragsskizzen geworden ist. Auf Basis dieser Angaben wird im Herbst 2019 ein Bericht für den GDM-Vorstand erstellt.

In diesem Zusammenhang berichtet Andreas Eichler über einen weiteren DFG-Antragsworkshop vom 14. bis 15. 11. 2019 in Regensburg. Dieser wird ebenso von der Gesellschaft für Didaktik der Mathematik und der Gesellschaft für Didaktik der Chemie und Physik durchgeführt. Eingeladen sind alle, die bis zum 15.10.2019 eine Antragsskizze (8-10 Seiten) einsenden. Angesprochen sind insbesondere auch diejenigen, die bereits Erfahrungen mit DFG-Anträgen (positiv oder negativ) gesammelt haben. Es ist geplant, dass die Teilnehmenden zunächst allgemein über Aspekte einer DFG-Antragsstellung informiert werden bzw. hier ihre Erfahrungen beisteuern können. Weiterhin sollen die eingereichten Skizzen kollegial beraten werden.

Für das *Nachwuchsprogramm im Rahmen der Jahrestagung in Regensburg* (siehe Bericht in Heft 107 der *Mitteilungen*) geht der Dank an die lokalen Organisator(inn)en und die aktuellen Mitglieder der Nachwuchsvertretung: Lukas Baumanns, Andreas Frank, Sebastian Geisler, Fabian Grünig, Johanna Goral, Raja Herold-Blasius, Judith Huget, Julia Joklitschke, Marcel Klinger, Pauline Linke, Mona-Lisa Maisano, Silke Neuhaus, Ralf Nieszporek, Franziska Peters, Maximilian Pohl, Nele Stubbemann, Petra C. Tebaartz, Frederike Welsing, Holger Wuschke. Erstmals wurde eine Infobroschüre zum Nachwuchsangebot erstellt.

Katharina Kirsten berichtet über die *GDM-Nachwuchskonferenz in Münster* (1.–5. 9. 2018). 70 Promovierende von 29 Hochschulen und Universitäten aus Deutschland, Österreich und der Schweiz konnten sich im Rahmen von 15 Workshops, 20 Runden Tischen sowie 29 Einzelberatungen zur mathematikdidaktischen Promotion im Allgemeinen, zu Forschungsmethoden und zum jeweils eigenen Promotionsvorhaben informieren und beraten lassen. Drei Hauptvorträge von Philipp Mayring (Klagenfurt), Gabriele Kaiser (Hamburg) und Lieven Verschaffel (Leuven) rundeten die Konferenz ab. Die Veranstaltung wurde von den Teilnehmenden insgesamt überdurchschnittlich gut evaluiert.

Ute Sproesser stellt anschließend das Programm der Nachwuchskonferenz 2019 vor. Diese findet vom 9. September bis 13. September 2019 in Heidelberg statt. Das Programm der GDM-Nachwuchskonferenz 2019 zeichnet sich durch ein umfangreiches Workshopangebot aus, das den Teilnehmenden eine aktive und intensive Auseinandersetzung mit den verschiedenen, ausgewählten Themen ermöglichen soll. Es sind Workshops zu qualitativen, quantitativen, übergreifenden und fachunabhängigen Methoden geplant. Als Hauptvortragende haben Benjamin Rott und Susanne Prediger zugesagt. Runde Tische und Einzelberatungen komplementieren das Programm der Nachwuchskonferenz.

Andreas Eichler ruft vor dem Hintergrund der bereits bekannt gegebenen Nichtvergabe des GDM Förderpreises im Jahr 2019 dazu auf, bis zum 1. 8. 2019 Arbeiten einzureichen. Vorschläge inklusive circa zweiseitiger Begründung und elektronischer Kopie der Arbeit sind an den Vorsitzenden der Förderpreis Jury, Rudolf Sträßer, zu senden.

Aufgrund der aktuellen guten finanziellen Lage der GDM, wurde – wie bereits zu Beginn der Mitgliederversammlung erwähnt – im Vorstand und Beirat beschlossen, dass zukünftig auch Nachwuchswissenschaftler und -wissenschaftlerinnen mit einer 2/3 Stelle (sogenannte 65 % Stellen) eine Reisekostenunterstützung für Tagungsbesuche beantragen können. Die weiteren Voraussetzungen zur Beantragung des ermäßigten Beitrags sind auf der Webseite der GDM nachzulesen.

3 *Gemeinsame Kommissionen Übergang Schule-Hochschule*

Gilbert Greefrath berichtet: In der Kommission Übergang Schule–Hochschule der drei Fachverbände DMV, MNU und GDM sind in der aktuellen Amtsperiode als Vertreter der DMV: Wolfram Koepf (Sprecher), Helmut Abels, Etienne Emmrich (Stellvertreter: Volker Bach, Matthias Lippert, Frank Loose), als Vertreter der MNU: Hubert Langlotz (stv. Sprecher), St. Burghardt, Henning Körner (Stellvertreter: Max Hoffmann, Rainer Kunze) und als Vertreter der GDM Gilbert Greefrath (stv. Sprecher), Bärbel Barzel, Rolf Biehler (Stellvertreter/innen: Regina Bruder, Christina Drüke-Noe, Reinhard Hochmuth). Wichtige Aktivitäten der Kommission im Jahr 2017 betrafen eine gemeinsame Stellungnahme zur aktuellen Diskussion über die Qualität des Mathematikunterrichts (April 2017, abgedruckt in Heft 103 der *Mitteilungen der GDM*) und die Diskussion des „Brandbriefes“ zusammen mit den Vorsitzenden Michael Röckner (DMV), Andreas Eichler (GDM) und Gerwald Heckmann (MNU). Im Jahr 2018 war man an der Fachtagung des IQB am 2. März 2018 in Berlin „Curricula, Unterricht, Prüfungen sowie Aus- und Fortbildung. Förderung mathematischer Kompetenzen – Rückblick und Ausblick“ beteiligt. Im Herbst 2018 wurde ein MU-Heft (5/2018) zur Tagung in Münster „Mathematik in Schule und Hochschule – wie groß ist die Lücke und wie gehen wir mit ihr um?“ herausgegeben. Ein besonderer Meilenstein der Kommission sind die im Februar 2019 veröffentlichten „Handlungsempfehlungen für einen leichteren Übergang von der Schule an die Hochschule: 19 Maßnahmen für einen konstruktiven Übergang Schule–Hochschule“ (abgedruckt in Heft 107 der Mitteilungen). Diese 19 Maßnahmen fokussieren folgende Empfehlungsbereiche: Nachhaltiger Mathematikunterricht (1–4), Konkretisierung der Bildungsstandards (5–8), Gestaltung des Übergangs Schule – Hochschule (9–12), Mathematikausbildung im Studium (13–15), Begleitung durch mathematikdidaktische Forschung (16), Kultur des Austauschs (17), Ausbildung angehender Mathematiklehrkräfte (18) sowie Finanzierung (19).

Es kommt die Rückfrage aus der Mitgliederversammlung, wie Kommissionsmitglieder zu solchen bestimmt werden. Andreas Eichler erläutert, dass der Beirat potentielle Kandidaten oder Kandidatinnen vorschlägt und der Vorstand aus diesen Vorschlägen auswählt.

4 *Symposien zu aktuellen Themen der Mathematikdidaktik*

Das am 22. 2. 2019 stattgefundene Symposium „Leitlinie Rechenschwäche“ mit insgesamt 26 Teilnehmenden hat zu einer intensiv konstruktiv kritischen Auseinandersetzung mit der Leitlinie Rechenschwäche und zu vielen Ideen für ein GDM Positionspapier zu dieser Thematik geführt. Ein von Vorstand und Beirat bestimmter Experten- und Expertinnenkreis von insgesamt vier Beteiligten (Michael Gaidoschik, Elisabeth Moser Opitz, Marcus Nührenbörger sowie Elisabeth Rathgeb-Schnierer) erstellt aktuell ein GDM Positionspapier zu dieser Thematik. In einer zweiten Runde wird dieses Papier von einem erweiterten Experten- und Expertinnenkreis diskutiert und weiterentwickelt. Hierfür sind aktuell Uta Häsel-Weise und Wolfram Meyerhöfer angesprochen worden. Im Rahmen der GDM 2020 soll ein erster Stand dieses Papiers allen Interessierten vorgestellt und gemeinsam diskutiert werden.

Dieses neue Format der „Symposien“ – so berichtet Andreas Eichler – soll dazu dienen, sich als Gesellschaft deutlicher zu positionieren, mit der Hoffnung, dass man als GDM auch immer eine solche Position findet. Daher werden aktuell im Beirat weitere potentielle Themen diskutiert. Ein 2. Symposium zum Thema „Digitalisierung“ ist bereits geplant.

5 *ICME-Verein*

Andreas Eichler berichtet, dass am 5. 3. 2019 während der GDM Tagung eine Sitzung des Vereins stattgefunden hat. Es wurde beschlossen, diesen Verein zum 31. 12. 2019 aufzulösen. Gabriele Kaiser als 1. Vorsitzende wird die Auflösung einleiten und begleiten.

6 *Bericht der Schriftführung*

Daniela Götze berichtet über Stand und Entwicklung der Mitgliederzahlen (Stichtag: 28. 2. 2019): Die GDM verfügt derzeit über 1177 Mitglieder, das sind 25 Personen mehr als im Vorjahr.

Die Einreichungen für die *Mitteilungen der Gesellschaft für Didaktik der Mathematik* (MGDM) laufen aktuell sehr schleppend. Somit ist geplant, offensiver Beiträge zu Themenschwerpunkten wie z. B. Maßnahmen im Rahmen der Qualitätsoffensive, Inklusion oder auch Standortvorstellungen einzuwerben.

TOP 3: Bericht der Kassenführerin bzw. des Kassenprüfers

Bericht des Kassenführers: Torsten Fritzlar berichtet: Auch im Jahr 2018 hat sich die Finanzlage der GDM als sehr entspannt dargestellt. Im Jahr 2018 standen

Einnahmen in Höhe von 89.567 € Ausgaben in Höhe von 78.163 € gegenüber (Saldo: 11.404 €). Zum 28. 2. 2019 befanden sich 113.773,97 € auf dem Konto der GDM. Eine Abschmelzung des Vereinsguthabens hat damit noch nicht stattgefunden. Dem Vorstand der GDM ist dabei durchaus bewusst, dass ein gemeinnütziger Verein nicht mittel- und langfristig in diesem Umfang Gewinne erwirtschaften/Rücklagen bilden kann. Für das Jahr 2019 wird in der Finanzplanung daher ein Saldo von etwa −14.675 € vorgesehen. Zudem ist eine Senkung der Mitgliedsbeiträge für das Jahr 2019 um 20 % geplant (siehe TOP 5). Möglicherweise kann diese Senkung auch in den Folgejahren fortgeführt werden.

Peter Bender fragt nach, warum der Festgeldbetrag um nur wenige Cent ansteige und ob man hier nicht über andere Anlagemöglichkeiten nachdenken sollte. Torsten Fritzlar wird die Festgeldkonditionen des Festgeldkontos nochmals prüfen.

Bericht der Kassenprüferin:
Gabriela Schürch berichtet: Der Jahresabschluss per 31. 12. 2018 der Gesellschaft für Didaktik der Mathematik e. V. (GDM) wurde von ihr vom 4.–5. 3. 2019 geprüft.

Überprüft wurden alle Kontoauszüge von 2018, alle Belege des überprüften Zeitraumes, alle Ein- und Ausgaben auf rechnerische und sachliche Richtigkeit sowie das Kassenbuch und die Buchhaltung.

Ergebnis der Überprüfung:

- Alle Belege sind vollständig vorhanden. Sie wurden chronologisch, übersichtlich und nachvollziehbar nachgewiesen.
- Erforderliche Auskünfte wurden umfassend erteilt.
- Alle Ein- und Ausgaben waren vollständig, rechnerisch und sachlich richtig und nachvollziehbar dokumentiert.
- Alle Unterlagen über Forderungen und Verbindlichkeiten wurden vollzählig nachgewiesen und entsprechen den buchhalterischen Anforderungen.

Finanzbestände des Vereins:

- Anfangsbestand per 1. 1. 2017: 83.621,47 €
- Endbestand per 31. 12. 2017: 113.450,41 €

Unter Beachtung des Ergebnisses wurde der Mitgliederversammlung die Entlastung des Vorstandes empfohlen.

TOP 4: Entlastung des Vorstands

Laut Satzung der GDM ist der Gesamtvorstand zu entlasten. Der Entlastung wird einstimmig per Akklamation zugestimmt.

TOP 5: Festsetzung der Mitgliedsbeiträge

Die Reduzierung der Mitgliedsbeiträge für das Kalenderjahr 2019 um 20 % wird einstimmig beschlossen. Es wird betont, dass eine Reduzierung jedes Jahr vor dem Hintergrund der aktuellen Finanzlage neu beschlossen wird.

Benjamin Rott fragt, ob der ermäßigte Beitrag nun auch für 2/3 Stellen gelten soll. Dies wurde im Vorstand und Beirat bereits diskutiert und man hat sich dagegen entschieden. Der reduzierte Mitgliedsbeitrag gilt weiterhin für den wissenschaftlichen Nachwuchs mit einer 1/2 Stelle.

TOP 6: Satzungsänderung

Andreas Eichler erläutert, dass der Verein deutsches Ehrenamt die GDM-Satzung vor dem Hintergrund der neuen Datenschutzbestimmungen gesichtet und einen entsprechenden Passus eingefügt hat. Zudem wurde die Satzung gendergerecht formuliert. Mit 117 Ja-Stimmen, 2 Nein-Stimmen und 5 Enthaltungen wird die Satzungsänderung beschlossen.

TOP 7: Wahlen

Folgende Positionen sind zu besetzen: 1. Vorsitzende/r, Kassenwart/in, Kassenprüfer/in, drei Beiratsmitglieder.

1. Vorsitz: Susanne Prediger berichtet als Beiratsmitglied von ihren Erfahrungen der letzten zwei Jahre mit dem aktuellen 1. Vorsitzenden. Seine Strukturiertheit und seine vielen innovativen Ideen, die Gesellschaft voranzutreiben, bestärkt sie darin, Andreas Eichler zur Wiederwahl vorzuschlagen. Andreas Eichler kann sich eine weitere Amtsperiode durchaus vorstellen. Es gibt keine weiteren Vorschläge. Andreas Eichler wird gewählt (Ja-Stimmen: 117, Nein-Stimmen: 2, Enthaltungen: 3, Ungültige Stimmen: keine). Andreas Eichler nimmt die Wahl an.

Kassenführer: Für den Posten des Kassenführers wird Torsten Fritzlar zur Wiederwahl vorgeschlagen. Torsten Fritzlar kann sich eine weitere Amtsperiode durchaus vorstellen. Es gibt keine weiteren Vorschläge. Torsten Fritzlar wird gewählt (Ja-Stimmen: 112, Nein-Stimmen: 0, Enthaltungen: 1, Ungültige Stimmen: keine). Torsten Fritzlar nimmt die Wahl an.

Kassenprüferin: Gabriela Schürch wird per Akklamation als Kassenprüferin für das Jahr 2019 bestimmt. Gabriela Schürch nimmt das Amt an.

Beirat: Es scheiden regulär aus: Meike Vollstedt (Wiederwahl nicht möglich), Stefanie Rach (Wiederwahl möglich, derz. Nachwuchsvertretung) und Guido Pinkernell (Wiederwahl möglich).

Es kandidieren: Stefanie Rach (nicht mehr als Nachwuchsvertretung), Guido Pinkernell und Julia Joklitschke (als Nachwuchsvertretung).

Gewählt werden: Stefanie Rach (102), Guido Pinkernell (103) und Julia Joklitschke (100) (bei insgesamt 109 abgegebenen Stimmzetteln).

Alle gewählten Personen nehmen die Wahl an.

TOP 8: GDM Jahrestagung 2020 in Würzburg

Hans-Stefan Siller lädt gemeinsam mit seinen Würzburger Kolleg(inn)en zur 54. Jahrestagung der GDM (9.–13. 3. 2020) an die Universität Würzburg ein. Ein kurzer Informationsfilm wird gezeigt. Nähere Informationen unter 2020.gdm-tagung.de.

TOP 9: Zeitschriften

7 *Journal für Mathematik-Didaktik (JMD)*

Hedwig Gasteiger berichtet: Im Jahr 2018 wurden beim JMD 36 Manuskripte eingereicht, bei 41 Manuskripten wurde eine Herausgeberentscheidung getroffen, 13 angenommen, 17 abgelehnt und 11 zurückgezogen. Insgesamt dauert die Zeit von erster Einreichung bis endgültiger Erscheinung noch zu lange. Dies liegt – laut Hedwig Gasteiger – nicht nur an den Gutachtern, sondern auch oft an den Autoren, die aufgrund anderer beruflicher Auslastung um eine Verlängerung der Wiedereinreichungsfrist bitten. Erfreulicherweise konnte die Erscheinungsfrist „online first“ nach Annahme des Beitrags nochmals verkürzt werden.

Das nächste Themenheft (Heft 2020) wird zum Thema „Sprache im Mathematikunterricht“ sein. Ein weiteres Themenheft wäre für Herbst 2020 denkbar. Potentiell Interessierte werden aufgerufen, einen Vorschlag für ein solches Themenheft an die Herausgeber des JMD zu schicken. Zudem weißt Hedwig Gasteiger explizit auf die Selbstverständlichkeit einer Publikationsethik hin, denn in den letzten Monaten hat es einen Plagiatsfall gegeben. Es ist weiterhin möglich, englischsprachige Übersetzungen bereits im JMD erschienener Artikel mit eigener DOI-Nummer als Online-Publikation einzureichen (diese durchlaufen das übliche Verfahren).

Zum Herbst 2019 wird es erneut personelle Veränderungen im JMD Beratungskomitee geben. Die Amtszeit von Regina Bruder, Petra Scherer und Elisabeth Moser Opitz endet, wobei die beiden Erstgenannten nochmals wiedergewählt werden könnten.

Beim Herausgeberteam endet die Amtszeit von Hedwig Gasteiger, die aber wiedergewählt werden könnte. Darüber hinaus wird aktuell im Vorstand, Beirat und JMD Herausgeberteam diskutiert, ob das Herausgeberteam möglicherweise vergrößert werden sollte.

8 *ZDM*

Gabriele Kaiser informiert über die Entwicklungen beim ZDM: Im Editorial Board sind als Mitglieder aus dem deutschsprachigen Raum Susanne Prediger und Stanislaw Schukajlow vertreten. Das ZDM ist in vielen wissenschaftlichen Zitationsdatenbanken gelistet. Im ESC Index ist das ZDM (noch) nicht gelistet. Der Antrag soll gestellt werden. Da nach einer Ablehnung allerdings eine langjährige Sperre droht, wird hier noch abgewartet, bis die Zitationszahlen sich verbessern. Gabriele Kaiser berichtet zudem über die Entwicklung von Zugriffszahlen und weitere Metriken des Journals.

9 *mathematica didactica*

Benjamin Rott berichtet über Herausgabemodalitäten sowie Stand und Entwicklung der Beitragseinreichungen zu mathematica didactica: Seit März 2018 wurden 8 Artikel angenommen, 12 Artikel abgelehnt und 16 finden sich derzeit noch in Begutachtung oder Überarbeitung. Das Themenheft *Geschichte* befindet sich mit insgesamt 4 Artikeln kurz vor der Veröffentlichung. Zwei weitere Themenhefte befinden sich gerade im Review oder Überarbeitungsprozess: Für das Themenheft *Lehr-Lern-Labore* wurden insgesamt 6 Artikel eingereicht, für das Heft „Funktionales Denken“ sogar 12. Ein weiteres Themenheft zum Modellieren (Herausgeber: Witzke & Rott) ist in Planung. Die Herausgeber(innen) freuen sich auch über weitere freie Beiträge und Vorschläge für Themenhefte.

10 *Mathematikdidaktik in Forschung und Praxis*

Timo Leuders berichtet über den Stand und die Entwicklung der neuen GDM-Zeitschrift: Die Zeitschrift publiziert eine besondere Form von Texten, die spezifisch auf Wissenstransfer von der Forschung in die Praxis ausgerichtet sind. Solche Beiträge sollen z. B. Fragestellungen und Problemstellungen der Praxis als sinnstiftenden Ausgangspunkt haben (didaktisch-problemgenetisch) oder auch ein spezifisches Forschungsprojekt in Grundzügen darstellen und dabei auch das Verständnis für Vorgehensweisen der Forschung fördern, die Anwendungsmöglichkeiten der Forschung plastisch darstellen, wenn möglich durch Materialien und Beispiele, die die Leser und Leserinnen in der eigenen Praxis ausprobieren können. Die Herausgebenden der Zeitschrift (Maike Abshagen, Gilbert Greefrath, Uta Häsel-Weide, Reinhold Haug und Timo Leuders) werden durch einen großen Beirat unterstützt. Dieser Beirat könnte allerdings noch durch einen Vertreter aus der Praxis gestärkt werden. Timo Leuders ruft die Versammlung auf, potentielle Praxisberater anzusprechen oder den Kontakt zum Herausgeberteam herzustellen. Das erste Heft soll im Februar 2020 erscheinen. Weitere Informationen (z. B. call for paper) erfolgen über die GDM Rundmail.

11 Der Mathematikunterricht (MU)
Die von Henning Körner vorbereiteten Folien werden gezeigt: Der MU ist die älteste deutschsprachige Zeitschrift zur Mathematikdidaktik. Herausgeber sind Stefan Deschauer, Henning Körner und Jörg Meyer. MU ist themenheftorientiert mit Bezug zur Unterrichtspraxis. Übergreifendes Ziel ist die Verbindung zwischen Wissenschaft und Fachdidaktik lebendig zu halten. MU bietet damit eine Plattform für die universitäre Fachdidaktik und wichtige Anregungen für jede Mathematiklehrkraft am Gymnasium, die ihre Unterrichtspraxis reflektieren und vom höheren Standpunkt aus betrachten will.

12 Schreibworkshop
Andreas Eichler stellt das Konzept dieses Angebots vor: Ziel des Workshops soll sein, dass für bereits eingereichte oder kurz vor der Einreichung befindliche Artikel, gemeinsam mit Experten, Möglichkeiten und Strategien der Überarbeitung besprochen werden. Somit ist die Teilnahme an diesem Workshop hauptsächlich für diejenigen gedacht, die einen Artikel mit einem ersten Review vorzuweisen haben. Um auf die individuellen Bedürfnisse der Teilnehmenden einzugehen, soll es sowohl eine allgemeine Schreibberatung aber auch eine mathematikdidaktisch orientierte Beratung geben. Geplant ist dieser Workshop für den Herbst 2019. Details bezüglich des Orts und Termins werden per Rundmail bekannt gegeben.

TOP 10: Verschiedenes

Andreas Eichler berichtet, dass der Bayerische Rundfunk einen Kurzbeitrag über die GDM-Tagung erstellt hat. Dieser wird am 8. 3. 19 um 18.30 Uhr im BR3 zu sehen sein.

Protokoll: Daniela Götze, Schriftführerin der GDM

Arbeitskreis: Frauen und Mathematik

Würzburg, 25.–26. 10. 2019

Renate Motzer

Die 30. Herbsttagung des Arbeitskreises „Frauen und Mathematik“ der GDM fand vom 25.–26. Oktober 2019 an der Universität Würzburg statt. Die Tagung wurde von Jörn Steuding organisiert.

Die Tagung begann am Freitagnachmittag mit einem Vortrag von Maria Infusino (Universität Konstanz) zum Thema „Gender gap in Mathematics: still a problem for German research but ....“. Folgendes Abstract von Maria Infusino beschreibt den Inhalt ihres Vortrags:

> Despite the German research panorama in Mathematics is one of the most male-dominated in the European Union, the share of women in Mathematics is keeping increasing over the last ten years in German universities. Starting from some recent data about this positive trend, we will give a glimpse into the current situation of women in Mathematics in Germany trying to point out some of the obstacles on their path. We do not claim to explain why the gender gap in Mathematics (still) exists or how to solve it, but we will instead present one of the numerous initiatives undertaken in Germany to support female mathematicians: the project Konstanz Women in Mathematics (KWIM). In particular, we will share our five year experience at University of Konstanz within this project, whose main purpose has always been to fight the so-called “invisibility issue” unfortunately experienced by the majority of female mathematicians at all levels.

Drei Thesen aus ihrem Vortrag waren:

> Men are often judged on their potential, women are judged solely on their achievements. Women's mistakes are usually remembered longer than men's in an working enviroment. Men's successes are often recognized as being due to talent and skills, women's successes diminished by claiming that they were based on luck.

Im Anschluss wurde darüber und über Organisationen für Frauen in der Mathematik diskutiert.

Es schloss der Vortrag von Anja Schlömerkemper an, die eine Professur für Mathematik in den Naturwissenschaften an der Uni Würzburg hat. Sie referierte über ihren Lebenslauf und ihre Erfahrungen unter den Aspekten Gleichstellung und Frauenförderung und zeigte eindrucksvoll auf, wie sie unter den Bedingungen befristeter Stellen an verschiedenen Universitäten Kinderbetreuung organisieren und die Pendelbeziehung mit ihrem Mann führen konnte, bis sie schließlich in Würzburg eine feste Professur bekam (wobei die Pendelbeziehung andauert). Anja Schlömerkemper bekam 2016 den Gleichstellungspreis der Universität Würzburg für ihr Engagement zur Frauenförderung. Ihre Erfahrungen bezeugen die Aussage „Eine Frau muss mehr leisten, um die gleiche Anerkennung zu bekommen wie ein Mann.“

Nicola Oswald von der Universität Wuppertal referierte unter dem Titel „Schnittstelle Hochschulmathematik und Gender“. Der Themenkomplex „Gender in der Hochschuldidaktik Mathematik“ kann vielfältig diskutiert werden. Schwerpunkte variieren zwischen der konkreten Forderung nach gendersensibler Lehre, der Gestaltung des Lehrangebots oder etwa der Ambivalenz geschlechterspezifischer Fördermittel. Im Rahmen ihres Vortrags wurde auch über das Minisymposium diskutiert, das auf der kommenden GDM Jahrestagung zu diesem Themenfeld stattfinden wird. Leider wurde nur ein eigenes Minisymposium zur Genderproblematik vom Programmkomitee abgelehnt und dafür ein gemeinsames Minisymposium „Hochschuldidaktik: Selbstorganisiertes Lernen und Gender“ genehmigt. Dass diese Koppelung zweier unterschiedlicher Themenbereiche verwirrend sein kann, weil Vortragsinteressenten meinen könnten, sie müssten Selbstorganisiertes Lernen mit Gender verknüpfen, aber die Genderproblematik in der Mathematik auf breitere Basis zur Sprache kommen sollte, wurde einstimmig festgestellt und daher beschlossen, beim GDM-Beirat eine Beschwerde einzulegen, die klarmacht, dass die Genderthematik ein eignes Symposium bekommen sollte.

Als letzter Beitrag am Freitag schauten Gabriele Kaiser (Universität Hamburg) und Cornelia Niederdrenk-Felgner (früher HfWU Nürtingen-Geislingen) zurück auf „Dreißig Jahre Arbeitskreis Frauen und Mathematik – Ein Streifzug durch dessen Geschichte“. In diesem Vortrag berichteten die beiden als Gründerinnen des Arbeitskreises Frauen und Mathematik von den Ursprüngen des Arbeitskreises. Sie zeigten die damaligen Beweggründe für die Gründung auf und stellten die ersten Jahre der Entwicklung des Arbeitskreises vor. Im Gespräch wurde klar, dass die Anliegen von damals auch heute noch relevant sind und viele Vortragsinhalte auch heute noch diskutiert und weiter erforscht werden (sollten). Ein neuer Impuls für die Diskussion der Genderfrage in der Mathematik(didaktik) könnte von der zunehmenden Digitalisierung der Lebenswelt allgemein und insbesondere der Lehr-Lern-Umgebungen ausgehen.

Danach gab es ein gemeinsames Abendessen in der Stadt.

Am Samstag begann das Treffen mit dem Vortrag von Renate Tobies (Jena) zu „Mathilde Vaerting: Neue Wege im Mathematikunterricht". Mathilde Vaerting (1884–1977) war die erste Frau in Deutschland, die nach einem Mathematik-Studium (Lehramt: Mathematik, Physik, philosophische Propädeutik) an einer Universität eine ordentliche Professur erhielt, im Jahre 1923 an der Universität in Jena. Nach ihrem Staatsexamen und Promotion in Psychologie unterrichtete sie als Oberlehrerin in Berlin-Neukölln vor allem Mathematik. Ausgehend von ihrer Dissertation befasste sie sich mit psychologischen Lernprozessen, zog gegen „Die Vernichtung der Intelligenz durch Gedächtnisarbeit" ins Feld (1913), kreierte forschendes, problemorientiertes Lernen in „Neue Wege im mathematischen Unterricht" (^{1}1921, ^{2}1929) und errang mit ihrem 2-bändigen Werk „Neubegründung der Psychologie von Mann und Weib" (^{1}1921, Nachdruck 1975, ^{2}1923) und weiteren Arbeiten internationale Aufmerksamkeit. Am 1. März 2019 wurde in Messingen der FrauenORT Mathilde Vaerting kreiert. Der Vortrag beleuchtete die Herkunft dieser Frau – eine Familie mit zehn Kindern, wobei mehrere Mädchen Mathematik(-Lehramt) studierten –, die Einflussfaktoren auf ihre Karriere(n) sowie insbesondere die Ansichten über „Neue Wege im Mathematikunterricht".

Laura Martignon (PH Ludwigsburg) berichtete von den Forschungsaktivitäten der PH Ludwigsburg zum Bereich Mathematik und Gender und schloss einen Vortrag unter dem Titel „Frauen und Risiken" an. Greta Thunberg, Jeanne D'Arc, Antigone sind bzw. waren mutige Frauen, die keineswegs risikoscheu sind. Andererseits zeigt die Forschung über Risikoverhalten bei Investitionen und, im Allgemeinen, beim Umgang mit Ressourcen wie Geld und Besitz, dass Frauen in der Tendenz vorsichtig sind. Der Vortrag behandelte das Thema der Risikofreudigkeit bzw. Risikoscheue anhand etablierter aber auch neuer Resultate, im Hinblick auf statistisch signfikante Geschlechterunterschiede und ihre Interpretation. Die berichteten Untersuchungen können schon Geschlechterunterschiede bei Grundschulkindern im Risikoverhalten aufzeigen.

Als letztem Beitrag stieß Christine Scharlach von der FU Berlin unter dem Titel „Man(n) muss halt ein dickes Fell haben – aus der AG Grundschulmathematik" eine Diskussion über die Arbeits- und Studienbedingungen im Fach Mathematik für Grundschulstudierende an. Wie viel ist den Mitarbeitern an Lehrverpflichtung zuzumuten, wie viel den Studierenden an selbstständiger Arbeitszeit?, waren zwei der diskutierten Fragen. Soll Mathematik ein besonders arbeitsintensiver Studienbereich sein?

Das Ende der Tagung war der Sitzung des Arbeitskreises gewidmet. Die nächste Herbsttagung wurde für Anfang Oktober 2020 in Ludwigsburg geplant. Laura Martignon wird sie ausrichten. Auch auf der GDM-Tagung in Würzburg wird es ein Treffen des Arbeitskreises geben. Hier soll noch einmal der Rückblick auf 30 Jahre Arbeitskreis im Vordergrund stehen und vor allem die Frage, was inhaltlich erreicht wurde und woran inhaltlich weiter geforscht werden soll. Außerdem wurde für das Minisymposium geplant und noch einmal der Einspruch formuliert, dass die Genderproblematik in der Mathematik zu wenig bewusstgemacht wird.

Wir danken Jörn Steuding für die gelungene Organisation der Tagung.

Renate Motzer, Universität Augsburg
E-Mail: renate.motzer@math.uni-augsburg.de

Arbeitskreis: Grundschule

Bad Salzdetfurth, 15.–17. 11. 2019

Elke Binner, Marcus Nührenbörger, Barbara Ott und Elisabeth Rathgeb-Schnierer

Die Herbsttagung des Arbeitskreises Grundschule fand in diesem Jahr vom 15. bis 17.11.2019 wieder in Bad Salzdetfurth statt. Es trafen sich etwa 160 Teilnehmerinnen und Teilnehmer aus verschiedenen Bereichen der Lehreraus- und -weiterbildung. Die Tagung stand unter dem Thema „Darstellen und Kommunizieren". Die Hauptvortragenden waren Willibald Dörfler (Klagenfurt/Österreich), Ralph

Schwarzkopf (Oldenburg), Axel Schulz (Bielefeld) und Daniel Walter (Münster) sowie Birgit Brandt (Chemnitz). Ergänzt wurden die Hauptvorträge durch Beiträge in den verschiedenen thematischen Arbeitsgruppen.

Nach der Begrüßung eröffnete Willibald Dörfler am Freitagabend die Tagung mit dem ersten Hauptvortrag. Er befasste sich mit dem Thema „Peirce und Wittgenstein: Ideen für die Grundschule“. In seinem Vortrag ging er nicht allein auf die zentrale Rolle der Zeichen für die Kommunikation in der Mathematik ein, sondern auch auf deren Konstruktion und Entwicklung. Dazu skizzierte er die semiotischen Sichtweisen auf mathematische Tätigkeiten von Peirce und Wittgenstein und stellte seine Interpretationen zur Diskussion.

Am Samstag widmete sich Ralph Schwarzkopf in seinem Vortrag dem Thema „Produktive Kommunikationsanlässe im Mathematikunterricht der Grundschule: Zur lerntheoretischen Funktion des Argumentierens“. Er hob zunächst die Bedeutung des Argumentierens als fachübergreifende Fähigkeit und Grundkompetenz eines mündigen Mitglieds der Gesellschaft hervor. Mit Blick auf die fachspezifischen Herausforderungen in der Grundschule betonte er, dass substanzielle mathematische Lernprozesse nur dann realisiert werden können, wenn sich die Kinder mit mathematischen Zusammenhängen in kollektiven Argumentationen auseinandersetzen. Schwarzkopf zeigte Grundsätze und Beispiele auf, wie im Mathematikunterricht produktive Anlässe zum Argumentieren geschaffen werden können.

Axel Schulz und Daniel Walter griffen in ihrem Vortrag das Thema „Darstellungen im Mathematikunterricht: Real – Mental - Digital“ auf. Sie gaben zunächst einen strukturierten Überblick über Darstellungen beim Mathematiklernen in der Grundschule. Dabei wurde die Vielzahl der Darstellungen, die im Mathematikunterricht genutzt werden können, sichtbar, ebenso wie die zahlreichen Beziehungen und Unterschiede. Herausgestellt wurde, wie sich Darstellungen verändern – sei es beispielsweise, dass sie konkret vorliegen, mental vorgestellt werden oder auf der Oberfläche eines Tablets erscheinen. Im Sinne eines Impulsvortrages warfen sie verschiedene Fragen auf, gaben Anregungen zu deren Beantwortung und luden die Teilnehmenden zum individuellen und gemeinsamen Weiterdenken ein.

In ihrem Vortrag zum Thema „Mathematiklernen zwischen actio und interactio“ betonte Birgit Brandt, dass im Verständnis der KMK-Bildungsstandards Mathematik Grundschule die prozessbezogenen Kompetenzen Darstellen und Kommunizieren bedeuten, dass das Mathematiklernen als sozialer Prozess im Austausch mit anderen zu sehen ist. Sie betrachtete dazu das Darstellen und das Kommunizieren aus interaktionistisch-konstruktiver Sicht in ihrer Bedeutung für das Mathematiklernen. An Beispielen der interpretativen Forschung wurde dabei auf das Wechselspiel zwischen der Interaktion als sozialer Bedingung der Lernermöglichung und dem handelnden Subjekt als Lerninstanz eingegangen.

Während der Tagung wurden zudem die folgenden acht Arbeitsgruppen angeboten, in denen in diesem Jahr vor allem laufende Forschungsprojekte vorgestellt und diskutiert wurden:

- Früh mathematische Bildung (Koordination: Julia Bruns, Meike Grüßing)
- Lernen, Lehren und Forschen mit digitalen Medien (Koordination: Roland Rink, Daniel Walter)
- Sachrechnen (Koordination: Dagmar Bönig)
- Arithmetik (Koordination: Charlotte Rechtsteiner)
- Kommunikation und Kooperation (Koordination: Birgit Brandt, Uta Häsel-Weide)
- Geometrie (Koordination: Simone Reinhold)
- Daten, Zufall und Wahrscheinlichkeit (Koordination: Grit Kurtzmann)

Als ein Ergebnis der letzten Mitgliederversammlung 2018 gab es in diesem Jahr erstmalig ein Austauschforum zwischen dem Nachwuchs und länger im Beruf stehenden Mitgliedern. In Kleingruppen nutzten die Teilnehmenden die Möglichkeiten, mit Hedwig Gasteiger und Aiso Heinze ins Gespräch zu kommen.

Auch zu dieser Herbsttagung erscheint ein Tagungsband. Er enthält ausführliche Beiträge, die sich auf die Hauptvorträge der Tagung beziehen und dokumentiert zudem die Ergebnisse aus den Arbeitsgruppen. Der Tagungsband erscheint in der Reihe „Mathematikdidaktik Grundschule“ der UBP (University of Bamberg Press) unter dem Titel „Darstellen und Kommunizieren“ und wird von *Anna Susanne Steinweg* (Bamberg) herausgegeben. Über OPUS (http://opus-bayern.de/uni-bamberg/) besteht Zugang zur elektronischen Version des Tagungsbandes.

Die nächste Herbsttagung des Arbeitskreises Grundschule widmet sich dem Thema „Blick auf Schulcurricula Mathematik – Empirische Fundierung?“ und wird vom 6.–8. 11. 2020 wieder in Bad Salzdetfurth stattfinden. In den oben genannten Arbeitsgruppen werden zudem neue Entwicklungen der jeweiligen Themenbereiche vorgestellt und diskutiert. Gerne bekommen auch Nachwuchswissenschaftlerinnen und -wissenschaftler die Gelegenheit, dort ihre laufenden Projekte vorzustellen.

Weitere Informationen und Anregungen finden Sie auf der Internetseite des AK Grundschule unter didaktik-der-mathematik.de/ak/gs/.

Elke Binner, Deutsches Zentrum für Lehrerbildung Mathematik (DZLM),
Humboldt-Universität zu Berlin
E-Mail: elke.binner@hu-berlin.de

Marcus Nührenbörger, Technische Universität Dortmund
E-Mail: marcus.nuehrenboerger@tu-dortmund.de

Barbara Ott, Pädagogische Hochschule St.Gallen
E-Mail: barbara.ott@phsg.ch

Elisabeth Rathgeb-Schnierer, Universität Kassel
E-Mail: rathgeb-schnierer@mathematik.uni-kassel.de

Arbeitskreis: Lehr-Lern-Labore Mathematik

Münster, 11.–12. 10. 2019

Holger Wuschke, Katja Lengnink und Jürgen Roth

Die fünfte Herbsttagung des Arbeitskreises Lehr-Lern-Labore Mathematik fand vom 11. bis 12. Oktober 2019 an der WWU Münster unter der örtlichen Tagungsleitung von Friedhelm Käpnick statt. Unterstützt wurde er dabei tatkräftig durch seine Arbeitsgruppenmitglieder Nina Berlinger, Dirk Eikmeyer, Philipp Girard, Julia Kaiser, Yannick Ohmann, Lea Schreiber, Franziska Strübbe und Alena Witte. Herzlichen Dank an die Münsteraner Kolleginnen und Kollegen für die sehr einladende Organisation und Durchführung der Herbsttagung! An dieser Herbsttagung nahmen 43 Personen aus insgesamt 13 Standorten teil. Durch das wachsende Interesse verschiedener neuer Standorte am Thema der Lehr-Lern-Labore ist der Arbeitskreis sehr heterogen. Daher war im Gegensatz zu den bisherigen Herbsttagungen kein spezifisches Thema die Rahmung des Herbsttreffens.

Zur Eröffnung der Herbsttagung informierte Jürgen Roth neben organisatorischem auch über das Anliegen des Arbeitskreises und aktuelle Forschungsbeiträge aus dem Arbeitskreis (s. aktuelle Publikationen). Dabei wurde auch angekündigt, dass das Heft 1 2020 der Zeitschrift *mathematica didactica* als themenbezogene Publikation des Arbeitskreises zur Forschung in Lehr-Lern-Laboren Mathematik feststeht.

Nach der Eröffnung hielt Andreas Feindt (WWU Münster) aus der Erziehungswissenschaft einen Vortrag über „Komplexitätsreduktion und Beobachtung zweiter Ordnung in Lehr-Lern-Laboren – Anmerkungen aus erziehungswissenschaftlicher Perspektive“. Dabei stellte er die Frage, wie eine akademische, universitäre Rahmenbildung auf die Unterrichtspraxis vorbereiten kann bzw. das Spannungsfeld zwischen Theorie und Praxis bedienen kann. Als Möglichkeit auf seine Fragestellung reagieren zu können, nutzt er in seiner zweisemestrigen Lehrveranstaltung ein Semester, um innerhalb eines Lehr-Lern-Labors zu beobachten und das zweite Semester, um alternative Handlungsmöglichkeiten für den beobachteten Schwerpunkt zu entwickeln und anschließend in der Klasse zu erproben. Dabei ist das Lehr-Lern-Labor in seiner Definition zwischen Forscherwerkstatt und Lernwerkstatt einzuordnen. Um die Schwerpunkte klarer festzulegen wird in der Lehrveranstaltung und in der damit verbundenen Beobachtung eine Komplexitätsreduktion angewendet. Außerdem wird für die Analyse der Beobachtungsdokumentation eine Beobachtung zweiter Ordnung genutzt, welche nicht nur auf die Notizen selbst schaut, sondern auch auf die impliziten Werte und Normen, die in der Beobachtung selbst enthalten sind. In der anschließenden Diskussion mit Herrn Feindt wurde im Arbeitskreis festgestellt, dass die Definition eines Lehr-Lern-Labors nicht stark von der Definition in den mathematikdidaktischen Publikationen (Priemer & Roth, 2019) abweicht. Auch wurde geäußert, dass eine Kooperation sowohl aus Forschungs- als auch aus Lernperspektive wünschenswert wäre. Der Vortrag und die anschließende Diskussion kam außerdem zu dem Schluss, dass trotz Komplexitätsreduzierung die Forschung selbst häufig anspruchsvoll bleibt bzw. sich eventuell sogar intensiviert. Aufgrund des gelungenen und vernetzenden Vortrages wurde aus dem Arbeitskreis der Wunsch geäußert, auch auf künftigen Herbsttagungen einen Vortrag aus einer externen Fachdisziplin in das Tagungsprogramm zu implementieren.

Nach einer Mittagspause in der Münsteraner Mensa startete die erste Workshop-Phase der Herbsttagung. Dabei trugen Holger Wuschke und Ivan Proschenkow (Universität Leipzig) über die „Konzeption von Lernumgebungen im Rahmen universitärer Veranstaltungen“ vor und Katja Lengnink

(JLU Gießen) und Friederike Heinz (Universität Siegen) über „Diagnostizieren (lernen) mit Spielen ein Ansatz für die Primar- und Sekundarstufe" (Heinz, 2018). Beide Workshops regten zu einer regen Diskussion und einem produktiven Austausch der verschiedenen Standorte an.

Den inhaltlichen Abschluss des ersten Tagungstages bildete der gemeinsame Vortrag über das gastgebende Lehr-Lern-Labor durch Friedhelm Käpnick und Ann-Katrin Brüning (Münster): „Das Lehr-Lern-Labor ‚Mathe für kleine Asse' an der WWU". Hier wurde das Lehr-Lern-Labor aus Perspektive der Schülerinnen und Schülern, deren Eltern und den Studierenden der WWU Münster mit Ergebnissen aus der Forschung aus der Arbeitsgruppe von Friedhelm Käpnick vorgestellt. Neben der Förderung der mathematischen Begabungspotentiale wurde auch die Professionalisierung der Studierenden gemessen (Brüning, 2018). Anschließend konnten eigene Erfahrungen im Lehr-Lern-Labor gesammelt werden, indem verschiedene mathematische Forscheraufgaben für die jeweiligen Klassenstufen 1 bis 8 bearbeitet wurden. Neben einem dreidimensionalen Sodoku und dem Eulerschen Polyedersatz wurde auch eine mathematische Forschungsreise mit kreativen Aufträgen zu beispielsweise Reis und Pizza durchgeführt. Der Abend wurde dazu passend durch ein gemeinsames leckeres Essen abgerundet.

Am Samstag begann die Herbsttagung durch einen gemeinsamen Vortrag von Uta Häsel-Weide und Mathias Hattermann (Universität Paderborn) „Wie man es dreht und wendet – Begriffsbildungsprozesse zur Drehsymmetrie". Um die Begriffsbildungsprozesse zu analysieren, wurde eine Lernumgebung konzipiert, welche es ermöglichen soll, auf den verschiedenen Ebenen des Begriffsverständnisses Aussagen zu generieren. Dabei wurden die ersten Ergebnisse und Verbesserungsmöglichkeiten des Settings gemeinsam mit dem Arbeitskreis diskutiert.

Anschließend sprach Christine Streit über „Lernbegleitung im MatheAtelier lernen? Förderung professioneller Kompetenzen der Studierenden durch Analyse eigener und fremder Videos" (Streit, 2016) und Jürgen Roth über „Gegenständliche und digitale Materialien als Grundlage der Arbeit in Lehr-Lern-Laboren" (Lichti, 2019) in der zweiten Workshop-Phase der Herbsttagung.

Alle Abstracts zu den Workshops und Vorträgen der Herbsttagung sowie weitere Informationen finden Sie unter madipedia.de/wiki/Arbeitskreis_Lehr-Lern-Labore/Herbsttagung_2019.

In einer abschließenden konzeptionellen Sitzung wurde der Sprecherrat neu gewählt. Die Wahlleitung übernahm dabei Friederike Heinz. Die amtierende Sprechergruppe Jürgen Roth (Sprecher), Katja Lengnink (stellvertretende Sprecherin) und Holger Wuschke (Sprecher des wissenschaftlichen Nachwuchses) wurden jeweils einstimmig bei einer Enthaltung wiedergewählt. Außerdem wurden Wünsche und Eindrücke der Arbeitskreismitglieder zu der aktuellen und den weiteren Herbsttagungen gesammelt. Dabei wurde angemerkt, dass die Workshops zu verschiedenen Konzepten und der Arbeit in den Lehr-Lern-Laboren weiterhin interessant für die Teilnehmerinnen und Teilnehmer ist und eventuell sogar auf 120 Minuten Zeit mit einer zielführenden Diskussion ausgeweitet werden könnte. Eine gute Mischung aus Workshops und Vorträgen sollte für die künftigen Herbsttagungen beibehalten werden. Bestenfalls sollte es dafür mehr parallele Vortrags-/Workshopslots geben. Dies ist allerdings auch abhängig von der Bereitschaft der AK-Mitglieder zum Vortrag bzw. zur Ausgestaltung eines Workshops. Auch work-in-progress-Projekte scheinen für eine gemeinsame Diskussion und den jeweiligen Standort eine Idee, welche durch den Arbeitskreis gut genutzt werden könnte.

Weitere Aktivitäten des Arbeitskreises

Das nächste Treffen des Arbeitskreises findet am 09. März auf der GDM-Tagung 2020 in Würzburg statt. Geplant ist die inhaltliche und organisatorische Absprache der Herbsttagung vom 18. bis 19. September 2020 in Paderborn (örtliche Tagungsleitung: Uta Häsel-Weide). Anschließend sollen konkrete Materialien aus Lernumgebungen verschiedener Standorte diskutiert werden. Dazu sind die Teilnehmerinnen und Teilnehmer herzliche aufgefordert, Beispiele mitzubringen und eventuelle Fragestellungen zur Diskussion zu stellen, um so einen fundierten Austausch zu ermöglichen.

Einladung zur Mitarbeit

Informationen zum Arbeitskreis Lehr-Lern-Labore findet man im Internet unter der URL ak-lll.mathe-labor.de. Interessierte sind herzlich eingeladen, im Arbeitskreis mitzuarbeiten und an den regelmäßigen Herbsttagungen und AK-Treffen teilzunehmen. Wer regelmäßig Informationen zum AK Lehr-Lern-Labore Mathematik und seinen Aktivitäten erhalten möchte, schreibt eine E-Mail an Jürgen Roth (roth@uni-landau.de). Er trägt Interessierte gerne in den E-Mail-Verteiler (ak-lll@mathe-labor.de) des Arbeitskreises ein, über den unter anderem auch die Einladungen zu den Herbsttagungen verschickt werden.

Literatur

Brüning, A. (2018). *Das Lehr-Lern-Labor „Mathe für kleine Asse". Untersuchungen zu Effekten der Teilnahme auf die professionellen Kompetenzen der Studierenden*. Münster: WTM-Verlag.

Heinz, F. (2018). *Mathematische Lernspiele als diagnostisches Instrument. Spiele im heterogenen Mathematikunterricht der Grundschule zur Erfassung von Lernhürden. Perspektiven der Mathematikdidaktik.* Wiesbaden: Springer Spektrum.

Lichti, M. (2019). *Funktionales Denken fördern. Experimentieren mit gegenständlichen Materialien oder Computer-Simulationen*. Landauer Beiträge zur mathematikdidaktischen Forschung. Wiesbaden: Springer Spektrum.

Priemer, B. & Roth, J. (Hrsg.) (2019). *Lehr-Lern-Labore – Konzepte und deren Wirksamkeit in der MINT-Lehrpersonenbildung*. Heidelberg: Springer Spektrum.

Streit, C. (2016). Wie Lehrpersonen Kinder beim angeleiteten und freien Tätigsein mit mathematikhaltigen Materialien begleiten. In: S. Schuler, C. Streit, G. Wittmann (Hrsg.), *Perspektiven mathematischer Bildung im Übergang vom Kindergarten zur Grundschule*. Heidelberg: Springer Spektrum, S. 157–170.

Katja Lengnink, Universität Gießen
E-Mail: katja.lengnink@math.uni-giessen.de

Jürgen Roth, Universität Koblenz-Landau
E-Mail: roth@uni-landau.de

Holger Wuschke, Universität Leipzig
E-Mail: wuschke@math.uni-leipzig.de

Arbeitskreis: Mathematik und Bildung – Mathematische Bildung außerhalb des Klassenraums, digitale Bildung und digitale Werkzeuge

Siegen, 1.–2. 11. 2019

Tanja Hamann und Markus A. Helmerich

Der Arbeitskreis „Mathematik und Bildung" setzte die Auseinandersetzung um digitale Bildung auf der diesjährigen Herbsttagung fort: Welche Lern- und Bildungsmöglichkeiten bieten Angebote in digitalen Medien? Welche Chancen für mathematische Bildung liegen in der Auseinandersetzung mit „neuen Medien" und der Umsetzung der Digitalisierung in Schule und Unterricht? Welchen Einfluss auf und welche Möglichkeiten für mathematische Bildung bieten außerunterrichtliche Einrichtungen und Angebote?

Es zeigte sich, dass es zum einen einer klareren Definition und Abgrenzung des Begriffs „Digitalisierung" (z. B. gegenüber reiner Technisierung) bedarf, zum anderen einer Idee, wie im Spannungsfeld von klassischem Unterricht und dem Eindringen neuer und digitaler Medien in die Bildungslandschaft Bildungsprozesse mit Mehrwert für Schülerinnen und Schüler gestaltet werden können.

Mit einem wichtigen Beitrag zu der ersten Frage eröffnete Katja Lengnink (Universität Gießen) die Tagung. In ihrem Vortrag „Mathematikunterricht und Algorithmic Literacy – Eine Baustelle für Theorie und Praxis" entwarf sie – in Anlehnung an den bekannten Begriff der „statistical literacy" – ein Konzept für „algorithmische Mündigkeit": Den scheinbar objektiven Algorithmen, die mehr und mehr Einfluss auf unser Leben nehmen, kritisch gegenüber treten zu können, die Wirkmechanismen von Algorithmen zu verstehen und die Konsequenzen ihrer Gestaltung abschätzen zu können, auf der anderen Seite mit Algorithmen Zusammenhänge der Welt (besser) beschreiben zu können, und so vertiefte Einsichten in Vorgänge zu gewinnen, stellt die zwei Seiten der Mündigkeit gegenüber und durch Algorithmen dar.

Der Beitrag von Stefan Pohlkamp (RWTH Aachen) zu „Digitale Lernumgebungen zur Politischen Arithmetik als Bildungsbeitrag" fügte sich mit einer Konkretisierung dieser Idee sehr schön ein. Das Potential digitalen Lernens in Lernumgebungen, die analoge und digitale Phasen verbinden, liegt hier im interaktiven Informieren und gemeinsamen Handeln. Die Diskussion von Sitzverteilungen bei Verhältniswahlen kann mit digitalen Simulationen und Rechenwerkzeugen unterstützt, die Motivation der Schülerinnen und Schüler zur Auseinandersetzung mit Fragen der politischen Arithmetik erhöht und mathematikspezifische Argumentationen verstärkt werden, wodurch der aufklärerische Anspruch an Mathematikunterricht wirksam wird.

Aber auch der Einsatz von ganz neuen Technologien wie dem 3D-Druck ist für ein Lernen im Mathematikunterricht gewinnbringend, wie Frederik Dilling (Universität Siegen) mit seinen Ausführungen „Zur Bedeutung empirischen Arbeitens im Kontext digitaler Medien und Werkzeuge" darlegte. Der Einsatz digitaler Medien und Werkzeuge im Mathematikunterricht hat einen Bedeutungsgewinn empirischen Arbeitens zur Folge und legt damit die Entwicklung einer empirischen Auffassung von Mathematik nahe. Dieser Ansatz wurde an verschiedenen Beispielen ausgeführt.

Am zweiten Tag stellte Kai Schmidt (Oberschule Uelsen), bekannt als „Lehrerschmidt" mit Lernvideos bei Youtube, seine bildungstheoretischen Überlegungen zum Einsatz von solchen Lernvideos im Unterricht vor. Schmidt propagiert das Unterrichtsmodell des „Flipped Classroom" und verbindet die vorbereitende Arbeit der Schülerinnen und Schüler mit den Lernvideos mit der ausführlichen Besprechung und Klärung der Inhalte sowie der zugrundeliegenden Zusammenhänge im Mathematikunterricht. Der Vorteil von Lernvideos ist, dass sie jederzeit, kostenlos und von überall verfügbar genutzt werden können, aber auch die Wiedergabe wiederholt, mit Unterbrechungen und auch im verlangsamten Tempo die Schülerinnen und Schüler beim Erfassen der dargestellten Inhalte unterstützt.

Im Anschluss präsentierte Andreas Vohns (Universität Klagenfurt) seine Ideen im Vortrag über „Blended LearningSzenarien in fachdidaktischen Proseminaren: Ein Werkstattbericht zur Integration interaktiver Videos", in dem er die Chancen von Videos zur Qualitätsverbesserung von Seminaren und Vorlesungen deutlich machte. Rezeptivwissensvermittelnde Phasen werden in die häusliche Vorbereitung verschoben, um mehr Zeit für Feedback und kreative und reflexive Komponenten in der Präsenszeit zu bekommen. Die eigens für die Lehre produzierten Videos werden mit interaktiven Elementen angereichert. Flankiert werden die Angebote u. a. durch Lektüren, Hausaufgaben sowie Peer-Reviews von Aufgabenbearbeitungen der Studierenden untereinander.

Einen ganz anderen Zugang zu Lernangeboten außerhalb des Klassenraums präsentierte Tanja Hamann (Universität Hildesheim) in ihrem Beitrag „Das ‚MatHildeum' als außerschulischer Lernort – die Hildesheimer Mathe-Mitmach-Ausstellung". Die Ausstellung setzt sich zusammen aus mathematischen Experimenten, die handelnd Phänomene entdecken lassen, Einblicken in verschiedene Rechenverfahren zur Erfahrung von Geschichtlichkeit und Alterität, sowie Beispielen aus verschiedenen Epochen des Mathematikunterrichts. Geplant ist eine weitere Beforschung des „MatHildeum", u. a. um einen Einblick zu gewinnen, wie Lehrkräfte den Besuch einer solchen Ausstellung mit ihrem Unterricht verknüpfen.

Zum Abschluss der Tagung fragte Christian Büscher (TU Dortmund, IEEM) „Was wissen wir über das Reflektieren-Lernen?" und präsentierte Ergebnisse aus seiner Arbeit zur Konzeptualisierung des Reflektierens im Mathematikunterricht. Anders als etwa beim Modellieren scheint hierbei bisher wenig systematisch empirisch erforscht zu sein. Im Vortrag stellte Büscher einen Vorschlag zur möglichen Schließung dieser theoretischen Beschreibungslücke des Erlernens von Reflektieren zur Diskussion und versuchte, empirische Erkenntnisse darüber zu bündeln.

Weitere Aktivitäten des Arbeitskreises

Auf der GDM-Tagung in Würzburg ist beim Arbeitskreistreffen ein weiterer Beitrag zu den gesellschaftlichen Konsequenzen der digitalen Bildung und dem Einsatz von digitalen Instrumenten im Mathematikunterricht geplant. Das Thema für die Herbsttagung 2020 wird in Würzburg noch festgelegt.

Informationen zum Arbeitskreis und die Registrierung für den Email-Verteiler findet man bei Madipedia unter madipedia.de/wiki/Arbeitskreis_Mathematik_und_Bildung.

Tanja Hamann, Universität Hildesheim
E-Mail: hamann@imai.uni-hildesheim.de

Markus A. Helmerich, Universität Siegen
E-Mail: helmerich@mathematik.uni-siegen.de

Arbeitskreis „Mathematikgeschichte und Unterricht" der GDM und Fachsektion „Geschichte der Mathematik" der DMV

Gemeinsame Jahrestagung, Mainz, 29. 5.–2. 6. 2019

Ysette Weiss

Der Arbeitskreis Mathematikgeschichte und Unterricht der GDM wurde 1996 gegründet. Seit 1999 finden die „Jahrestagungen" in einem Turnus von zwei Jahren gemeinsam mit der 1991 gegründeten Fachsektion Mathematikgeschichte der DMV statt. In dieser Tradition wurden zusätzlich zu den jährlichen Arbeitskreistreffen während der Jahrestagungen der GDM seitdem 15 Tagungen durchgeführt – und zwar zuletzt in Jena (2013), Hamburg (2015) und Wittenberg (2017) und nun 2019 in Mainz.

Obwohl die Tagungen ursprünglich ein deutsches Publikum in Ost und West ansprachen, haben sie sich bald in eine auch international besuchte und wahrgenommene Konferenzserie entwickelt. Von fast allen bisherigen Tagungen sind Tagungsbände erschienen und auch von dem diesjährigen gemeinsamen Treffen mit der Fachsektion Mathematikgeschichte wird es wieder einen Tagungsband geben.

Als Tagungsort konnten die lokalen Organisatoren (Tilman Sauer, Ysette Weiss von der Johannes Gutenberg-Universität Mainz) in Kooperation mit dem Vorsitzenden der Fachsektion Mathematikgeschichte, Hans Fischer, von der Katholischen Universität Eichstätt den Erbacher Hof, das Akademie & Tagungszentrum des Bistums Mainz gewinnen. Das Tagungszentrum bot sowohl gute Tagungsräumlichkeiten sowie Unterkunft und ausgezeichnete Verköstigung für die Konferenzteilnehmer*innen.

Die Resonanz auf einen national und international verbreiteten *Call for Papers* war sehr groß, es gingen Anmeldungen von 52 Teilnehmer*innen ein. Das Programm von 35 Vorträgen, wovon sechs von Teilnehmer*innen aus dem Ausland waren, umfasste Vorträge zur Geschichte der Mathematik aus allen Epochen, mit Schwerpunkten auf der frühen Neuzeit sowie dem 17. und 19. Jahrhundert. Alle Vorträge zeichneten sich durch einen mehr oder weniger expliziten Bezug zur Didaktik der Mathematik aus. Zur Einstimmung auf die Tagung fand am Mittwochvormittag im Maria Ward-Gymnasiums Mainz eine LehrerInnenfortbildung der Johannes Gutenberg-Universität (durchgeführt von Ysette Weiss) zur Rolle von Mathematikgeschichte im Unterricht statt.

Das Tagungsprogramm wurde am Vorabend der Konferenz, am 29. Mai eröffnet durch einen Abendvortrag von Prof. Dr. David Rowe in der Aula des Maria Ward-Gymnasiums Mainz. Der Wandel und die Entwicklung grundlegender Ideen der Mathematik, ihrer Institutionen und Akteure waren das zentrale Thema dieser Tagung. Den Möglichkeiten, diese Veränderlichkeit der Mathematik im Schulunterricht erlebbar werden zu lassen, waren viele Vorträge und Diskussionen in den Pausen und an den Abenden gewidmet. Ein gemeinsames Anliegen der Teilnehmerinnen und Teilnehmer war es, den Begriff und die Vorstellungen von einer oft als unveränderlich und fertig wahrgenommenen Wissenschaft Mathematik zu bereichern und zu erweitern, und es wurde auf mannigfaltige Art verwirklicht.

Auch die vielfältigen mathematikhistorischen Vorträge dieser Tagung wendeten sich an eine breite Hörerschaft, wobei besonders Lehrende der Mathematik angesprochen wurden.

Die Tagung – und nicht nur das hörenswerte Orgelkonzert des Organisten und Teilnehmers der Tagung, Prof. Dr. Joseph Steenbrink, in der mit großartigen Glasmalereien von Marc Chagall versehenen Stephanskirche Mainz – fand bei allen Tagungsteilnehmern großen Anklang.

Ysette Weiss, Johannes Gutenberg-Universität Mainz
E-Mail: yweiss@uni-mainz.de

Arbeitskreis: Mathematiklehren und -lernen in Ungarn

Budapest, 20.–21. 9. 2019

Gabriella Ambrus und Johann Sjuts

Am 20. und 21. September 2019 fand an der Eötvös Loránd Universität in Budapest das 5. Herbsttreffen des GDM-Arbeitskreises „Mathematiklehren und -lernen in Ungarn" statt. Anwesend waren zwölf Personen. Die Veranstaltung war zugleich eine Satellitentagung zur internationalen Konferenz „Varga 100". Tamás Varga (1919–1987) zählt zu den herausragenden ungarischen Persönlichkeiten in Mathematik und Mathematikdidaktik. Sein bis heute spürbares Wirken hatte einen grundlegenden Einfluss auf den ungarischen Mathematikunterricht. Der besonderen Erinnerung an ihn und seine Konzeption „Komplexer Mathematikunterricht" diente die erwähnte Hauptveranstaltung mit dem Ziel „Connecting Tamás Varga's Legacy and Current Research in Mathematics Education" an der Ungarischen Akademie der Wissenschaften in Budapest vom 6. bis zum 8. November 2019.

Die ungarische Hauptstadt bot für Tagung und Rahmenprogramm wieder allerbeste Bedingungen. Es waren, wie den Rückmeldungen zu entnehmen war, erneut anregende und atmosphärisch sehr angenehme Tage.

Im Mittelpunkt der Arbeitskreis-Tagung standen acht Vorträge. Titel und Zusammenfassungen sind nachstehend aufgeführt.

András Ambrus, Budapest: Ein effektives Lernmodell und gewisse Folgerungen für den Mathematikunterricht
Nach einem kurzen Überblick der in der Mathematikdidaktik relevanten psychologischen Theorien – Piaget, Vigotszkij, Bruner, Dienes, Skemp – werden wir das Hattie-Donoghue-Lernmodell ausführlich diskutieren, insbesondere die Input- und Output-Faktoren: Skills (Fertigkeiten, Vorwissen), Willen (emotionale, kognitive, strategische, soziale Dispositionen), Aktivierung (Motivation) sowie die Phasen des Lernprozesses: Oberflächenlernen (surface learning), vertieftes Lernen (Relationen, Vergleichen, Verallgemeinern) und Transferlernen. Die zweite und dritte Phase gehören zum problemlösenden Unterricht. Zwei direkte Folgerungen des Modells für den Mathematikunterricht sind: 1. Die erste Phase, der Aufbau des Vorwissens ist grundlegend, die Schüler müssen konkrete Wissenselemente in ihrem Gedächtnis haben, um diese Elemente zu vergleichen, zu vertiefen, zu verallgemeinern und beim Problemlösen zu benutzen. Das Problemlösen kommt nach dieser Phase. 2. Nach Hattie ist die erste Phase mittels direkter Lehrerleitung viel effektiver als mittels problembasierter Unterrichtsmethode.

Gabriella Ambrus, Budapest: Untersuchung von Schülerlösungen mit Hilfe von Lösungsniveaus bei Textaufgaben mit realem Inhalt
Bei unseren einfachen Aufgaben ist die Formulierung zwar ähnlich zu den bekannten Textaufgaben, es ist jedoch zu beachten, dass bei der Lösung die Untersuchung von verschiedenen Bedingungen nötig ist. Diese Tatsache wird von SchülerInnen bei der Lösung solcher Aufgaben oft vernachlässigt. Im Rahmen eines Entwicklungsprogramms haben LehrerInnen mit SchülerInnen in einem Gymnasium solche realen Textaufgaben bearbeitet. Wie die Ergebnisse beim Nachtest zeigen, haben die SchülerInnen eine Verbesserung bezüglich des Wahrnehmens der realen Inhalte erreicht. Um einen genaueren Einblick in die Schülerarbeiten zu erhalten, wurden diese auch mit Hilfe von Lösungsniveaus bewertet. Diese Methode und die so erhaltenen Ergebnisse stehen im Mittelpunkt des Vortrages.

György Emese, Budapest: How Do Students Solve Open, Realistic Problems? An Educational Experiment from the Teacher's Eyes
An experiment was carried out during the 2018/19 school year to examine students' problem solving using open, realistic problems. Two Grade 9 and one Grade 11 group were the experimental groups, about 15 students in a group, and for each experimental group we had a similar control group. All groups belonged to the Xántus J. Bilingual Gymnasium in Budapest. The experiment was part of a longer project of a group of researchers and inservice teachers led by Gabriella Ambrus to examine students' thinking within the Hungarian Academy of Sciences' Subject Pedagogy Research Program. In the talk I will describe this experiment in more detail, briefly talk about our research group's work before this experiment (that led to this experiment), including a large scale survey of 1346 students from primary school to the end of high school, report on the numerical results of the experiment and our impressions and plans for the future.

Katalin Fried and Éva Vásárhelyi, Budapest: Do storks bring babies? Things we don't tell children
Textbook authors often face the dilemma that when building up some topics, for some reason or another, some things have to be simplified or even

skipped. Moreover, they cannot start topics from scratch, since these are based on the previous knowledge of the children, or, the topic is based on how mathematics is built by tradition. We are going to present some examples when we do not tell (actually, can not tell) the background of a notion, a notation, a definition; and concealing the scope of validity of a thought can lead to a series of mistakes.

Jan Gunčaga, Bratislava: Stoffdidaktik der Mathematik – Hilfsmittel zur Unterstützung von „STEM Education"
Viele Fachleute in der Schulpolitik benutzen immer mehr das Akronym STEM (Science, Technology, Engineering and Mathematics). „STEM Education" findet in allen Stufen der Bildung eine immer größere Unterstützung. Praktische Anwendungen von realen Situationen werden häufig im Mathematikunterricht benutzt. Wir werden über unsere Aktivitäten in diesem Bereich sprechen. Zu einigen gibt es bereits Themenhefte der neuen Zeitschrift „Open Educational Studies" (siehe www.degruyter.com/page/1862).

Zsuzsanna Jánvári, Budapest: Results of a pilot research – Teaching descriptive statistics vs. developing statistical literacy
Descriptive statistics is being taught in secondary education for 15 years in Hungary. The recent requirements are not high-level: basic calculation of simple characteristics of data sets and low-level exercises on graphs. As the results of the Mathematics school leaving exams present, statistics is a popular and successful topic for Hungarian students. My main interest and focus is on the nature of this knowledge. What kind of competences do these students have? Do they become critical, able to reason and pose questions? Can they compare sets of data? In order to have these questions answered I made a pilot research for the 12th grade students of my school ($n = 111$). This pilot research consists of a worksheet for students (5 exercises) and an attitude test for their teachers (experiences, attitude, own results, opinion about the worksheet). I'd like to share the results of the first summing up of this research.

Marianna Pintér, Budapest: Consequences of early abstraction
I've heard many times, "I do not believe in mathematics to pursue activities, math is a normal subject, you have to learn it!". Unquestionably, mathematics must be learned, but it matters how! Because of the neglect of children's age-specific characteristics, learning abilities, and ways of learning, the results of international and domestic measurements are unfavorable. So it's time to think about what's behind this. By presenting an experiment on a student who failed in the ninth grade, I would like to convince the audience that it is never too late to use tools in math class to help the understanding.

Johann Sjuts, Osnabrück: Die Bedeutung von Darstellungen beim Aufbau algebraischen und probabilistischen Denkens in ausgewählten deutschsprachigen Büchern von Tamás Varga
Die von Tamás Varga verfassten Bücher zur Schulmathematik galten als ausgesprochen innovativ. Das lag vor allem daran, dass sie neue Gebiete wie Logik, Kombinatorik und Stochastik für den Mathematikunterricht aufbereiteten. Zugleich enthielten sie wohlüberlegte Konzepte zum Aufbau mathematischen Denkens – insbesondere in Form geeigneter Darstellungen. Denken materialisiert sich in Darstellungen, mathematisches Denken in spezifischen Darstellungen. Darstellungen zur Entwicklung mathematischer Begriffe und Werkzeuge tragen wesentlich dazu bei, Wissen zu ordnen und Können zu unterstützen. Eine solche kognitionstheoretische Sicht, die sich in den Werken Vargas durchaus feststellen lässt, betont den Sprach- und Werkzeugcharakter von Schulmathematik. Der Vortrag verdeutlicht, welchen Wert zur Konvention gewordene Darstellungen für den Aufbau probabilistischen und algebraischen Denkens haben.

Zum Programm gehörte weiterhin der Austausch über zurückliegende und zukünftige Arbeitskreis-Aktivitäten und über die Buchreihe „Mathematiklehren und -lernen in Ungarn".

Arbeitskreis: Mathematiklehren und -lernen in Ungarn
Der Arbeitskreis kann seit seiner Gründung 2015 in Basel auf eine Reihe von Treffen verweisen, die regelmäßig zweimal im Jahr stattfinden. Ebenso liegen – daraus entstanden – Veröffentlichungen in einer nennenswerten Anzahl vor. Der Arbeitskreis informiert über seine Aktivitäten auf einer GDM-Homepage (gdm.elte.hu). Er pflegt die Internationalität durch die Beteiligung von Kolleginnen und Kollegen aus mehreren Ländern (vor allem Ungarn, Slowakei, Deutschland, Österreich), er unterstützt die Promotionsvorhaben in Mathematikdidaktik an der Eötvös Loránd Universität und ermöglicht den Promovierenden, regelmäßig an den Herbsttagungen teilzunehmen und Vorträge über ihre Forschungen zu halten.

Das vom Arbeitskreis gewählte Sprecherteam bilden ab jetzt Gabriella Ambrus (Eötvös Loránd Universität Budapest) und Johann Sjuts (Universität Osnabrück).

Wie üblich, ist wieder eine Arbeitskreis-Sitzung auf der GDM-Jahrestagung 2020 in Würzburg geplant.

Vorgesehen ist weiterhin eine gemeinsame Tagung (im Herbst 2021 in Budapest) mit dem Arbeitskreis „Problemlösen“.

Buchreihe: Mathematiklehren und -lernen in Ungarn
Nach dem Band 1 Éva Vásárhelyi und Johann Sjuts (Hrsg.): *Auch wenn A falsch ist, kann B wahr sein. Was wir aus Fehlern lernen können. Ervin Deák zu Ehren* ist nun Band 2 in Vorbereitung. Er soll folgenden Titel tragen: Gabriella Ambrus, Johann Sjuts, Ödön Vancsó, Éva Vásárhelyi (Hrsg.): *Komplexer Mathematikunterricht. Die Ideen von Tamás Varga in aktueller Sicht*.

Ausgewählte Beiträge der Hauptveranstaltung „Tamás Varga 100“ und der im Zusammenhang mit ihr organisierten Tagungen sowie möglicherweise weitere Aufsätze bilden den Inhalt. Gedacht ist an Beiträge im Umfang von 10 bis 15 Seiten. Einsendeschluss für die Beiträge soll der 1. Februar 2020 sein. Die Beiträge des Bandes werden mittels eines von Éva Vásárhelyi und Johann Sjuts organisierten Peer-Review-Verfahrens aufgenommen. Das Format der Beiträge soll wie im Band 1 sein und der Vorspann eines jeden Beitrags soll ebenfalls wie im Band 1 sein. Die endgültige Formatierung mit Kopf- und Fußzeile übernimmt das Herausgeberteam, ebenso die Begutachtung und das Lektorat. Eventuell werden dazu weitere Personen einbezogen. Die Verantwortung für Inhalt und Sprache liegt bei den Autorinnen und Autoren.

Schon jetzt sind die Bände 3 und 4 der Buchreihe in Planung. Die Arbeitstitel lauten:

Band 3: *Theoretische und empirische Analysen zum geometrischen Denken*
Band 4: *Mathematische Zeitschriften und Wettbewerbe für Kinder und Jugendliche*

Gabriella Ambrus, Eötvös-Loránd-Universität Budapest
E-Mail: ambrusg@cs.elte.hu

Johann Sjuts, Universität Osnabrück
E-Mail: sjuts-leer@t-online.de

Arbeitskreis: Mathematikunterricht und Digitale Werkzeuge

Heidelberg, 27.–28. 9. 2019

Guido Pinkernell und Florian Schacht

Die Herbsttagung des Arbeitskreises Mathematikunterricht und Digitale Werkzeuge (MDW) wurde 2019 an der PH Heidelberg ausgetragen und stand unter dem Thema „Digitale Kompetenzen und curriculare Konsequenzen“. Mit 39 Teilnehmerinnen und Teilnehmern aus Forschung, Praxis und Bildungsadministration sowie 18 thematischen Beiträgen (wordpress.pinkernell.online/?page_id=582) war viel Gelegenheit für Information, Gespräche und Austausch zum Schwerpunktthema der diesjährigen Tagung.

Anlass für die Fortführung des Themenschwerpunktes, der bereits auf den Arbeitskreistagungen 2017 und 2018 angestoßen wurde, war die in der „Bildungsoffensive für die digitale Wissensgesellschaft“ formulierte Zielsetzung, Bildung unter den Bedingungen und Möglichkeiten einer digital geprägten Welt neu zu fassen. Bei der Herbsttagung 2019 lag der Fokus auf der Verankerung informatischen Denkens im Fachunterricht Mathematik: Reinhard Oldenburg warb etwa in seiner Keynote mit dem Titel *Mathematische Bildung für das digitale Zeitalter* für die zentrale Rolle des fachbezogenen „Computational Thinking“. Ulrich Kortenkamp antwortete mit einer *Replik* und unterstrich seinerseits die Rolle des Fachs im digitalen Zeitalter. Im Rahmen zweier schulpraktischer Keynotes stellte Thilo Höfer das *Profilfach Informatik-Mathematik-Physik (IMP)* an Gymnasien in Baden-Württemberg sowie Matthias Gerken das Wahlfach *Digitale mathematische Werkzeuge* vor.

Die Vorträge der Teilnehmenden befassten sich insgesamt mit neuen Formen des Lehrens und Lernens, neuen Möglichkeiten des Zugangs zu bekannten Inhalten, mit der Prägung von Sprache und Kognition durch neue Medien und Werkzeuge, sowie mit Konzepten für die Lehreraus- und -fortbildung. Ein Tagungsband ist in Vorbereitung. Der Tagungsband zur Herbsttagung 2018 in Essen ist unter dem Titel „Digitalisierung fachbezogen gestalten“ beim Franzbecker Verlag erschienen (ISBN 978-3-88120-142-1).

Einladung zur Mitarbeit

Die letzten Herbsttagungen waren geprägt durch die Vielfalt innovativer Beiträge, die gerade aus dem Kreis des sogenannten „Nachwuchs“ kamen. Das wollen wir intensivieren und laden insbesondere Promovierende und andere Qualifikanten auf dem Feld digitaler Werkzeuge und Medien zur Mitarbeit in den Arbeitskreis ein: www.madipedia.de/wiki/Arbeitskreis_Mathematikunterricht_und_Digitale_Werkzeuge

Guido Pinkernell, PH Heidelberg
E-Mail: pinkernell@ph-heidelberg.de

Florian Schacht, Universität Duisburg-Essen
E-Mail: florian.schacht@uni-due.de

Arbeitsgruppe: PriMaMedien – Lernen, Lehren und Forschen mit digitalen Medien im Mathematikunterricht der Primarstufe

Münster, 28.–29. 9. 2019

Roland Rink und Daniel Walter

Die dritte Sommertagung der AG ‚PriMaMedien – Lernen, Lehren und Forschen mit digitalen Medien im Mathematikunterricht der Primarstufe‘ fand von Freitag, 28. 6. 2019, bis Samstag, 29. 6. 2019, in Münster statt. 24 Teilnehmerinnen und Teilnehmer aus Praxis und Forschung tauschten sich im Rahmen von 10 Vorträgen über innovative Unterrichtsideen sowie aktuelle Forschungsprojekte zum Einsatz digitaler Medien in den Klassenstufen 1 bis 6 aus:

- Maria Afrooz (Universität Kassel): *Verschachteltes Lernen im Geometrieunterricht mittels E-Learning.* Die Autorin stellte eine Studie vor, in der sie sich dem ‚verschachtelten Lernen‘ widmet, das den sog. ‚wünschenswerten Erschwernissen‘ subsumiert werden kann. Es wurde eine zu diesem innovativen Forschungsansatz empirische Untersuchung vorgestellt.
- Andrea Baldus (TU Dortmund): *Einsatz eines Tabellenkalkulationsprogramms im Mathematikunterricht der Grundschule.* Der Beitrag beleuchtete die Frage, inwiefern Tabellenkalkulationsprogramme zur Förderung prozessbezogener Kompetenzen eingesetzt werden können. Dabei wurden ausgewählte Ergebnisse der von der Autorin durchgeführten Entwicklungsforschungsstudie vorgestellt und diskutiert.
- Eileen Baschek (Justus-Liebig-Universität Gießen): *Digitale Medien im bilingualen Mathematikunterricht*. Der Beitrag stellte eine Erprobung eines PrimarWebQuests im bilingualen Unterricht (Deutsch–Französisch) am Beispiel des Rahmenthemas *Symmetrie* dar. Die Befunde der dargelegten Erprobung fungierten dabei als Grundlage für die Entwicklung des Promotionsprojekts der Autorin.
- Jacqueline Bonow (Justus-Liebig-Universität Gießen): *Digital und inklusiv: Rechendreiecke im Mathematikunterricht der Primarstufe.* Im Beitrag wurden Ideen vorgestellt, wie die Tablet-App ‚Interaktives Rechendreieck‘ im inklusiven Mathematikunterricht eingesetzt werden kann. Insbesondere wurden erste Befunde dahingehend vorgestellt, wie die App in Partnerarbeit genutzt wird und welche Differenzierungspotenziale das analoge sowie das virtuelle Rechendreieck bieten.
- Frederik Dilling (Universität Siegen): *Perspektiven auf den Einsatz der 3D-Druck Technologie im Mathematikunterricht der Grundschule.* Die 3D-Druck-Technologie ist in den letzten Jahren von zunehmendem Interesse im Mathematikunterricht und der mathematikdidaktischen Forschung. Im Beitrag wurden Ideen für den Einsatz dieser neuen Technologie für den Mathematikunterricht der Grundschule beschrieben und anhand von zwei an der Universität Siegen durchgeführten Projekten expliziert.
- Andreas Leinigen (Justus-Liebig-Universität Gießen): *Kinder erklären für Kinder mathematische Sachverhalte mit Lehrfilmen*. Erklären ist eine der zentralen didaktischen Unterrichtshandlungen, bei der Sprache eine eminent wichtige Rolle einnimmt. Der Beitrag zeigte am Beispiel der schriftlichen Subtraktion auf, wie Kinder bei der Erstellung eigener Erklärvideos vorgehen und inwiefern die entwickelten Filme das Verständnis zur schriftlichen Subtraktion unterstützen können.
- Alexandra Pilgrim (Universität Hamburg): *Gelingensbedingungen für einen ertragreichen Einsatz von Tablets im Mathematikunterricht der Grundschu-*

le aus Sicht der Fachdidaktik. Projekte, die Gelingensbedingungen bei der Verwendung digitaler Medien untersuchen, sind in der mathematikdidaktischen Forschungslandschaft äußerst rar. Unter besonderer Berücksichtigung fachdidaktischer Potentiale digitaler Medien wurden im Beitrag die Entwicklung und die unterrichtliche Erprobung digital gestützter Unterrichtssettings beleuchtet.

- Melanie Platz (Universität Flensburg): *Kann man Grundschulkinder beim präformalen Beweisen durch digitale Medien unterstützen?* Der Beitrag beleuchtete das „Prim-E-Proof"-Projekt, welches das Ziel verfolgt, digitale Lernumgebungen zur Unterstützung von Argumentations- und Beweisfähigkeiten zu entwickeln und zu erforschen.
- Aileen Steffen (Universität Vechta): *Tangram digital – wie Kindergartenkinder Funktionen einer Tablet-App nutzen*. Das vorgestellte Projekt fokussiert Nutzungsweisen und Lernprozesse von Kindergartenkindern bei Verwendung der Osmo Tangram-App und einem entsprechenden physischen Pendant. Insbesondere wurden dabei fachdidaktische Potentiale der App analysiert und ein besonderes Augenmerk auf die Lernbegleitung durch den Osmo gelegt. Darüber hinaus wurden Erkenntnisse der Pilotierung des Projekts dargeboten.
- Janet Winzen (WWU Münster): *Kombinatorik digital: Designprinzipien einer digital unterstützten Lernumgebung*. Die Entwicklung einer digital gestützten Lernumgebung stellte den Kern des Beitrags dar. Dabei wurden insbesondere umgesetzte Designprinzipien dargelegt, mit deren Hilfe Kinder bei der geschickten Strukturierung von Objekten sowie der Anzahlbestimmung unterstützt werden sollen.

Sommertagung 2020

Die vierte Sommertagung wird zweitägig vom 15. 5. 2020 bis zum 16. 5. 2020 in Gießen stattfinden. Das Tagungsprogramm sowie Anmeldemodalitäten werden im Frühjahr 2020 auf www.pri-ma-medien.de veröffentlicht.

Einladung zur Mitarbeit

Informationen zur Arbeitsgruppe PriMaMedien sind im Internet unter www.pri-ma-medien.de zu finden. Interessierte sind herzlich eingeladen, sich aktiv in der Arbeitsgruppe zu engagieren, indem sie an den regelmäßigen Arbeitsgruppentreffen während der GDM-Jahrestagungen sowie der jährlich stattfindenden Herbsttagung des AK Grundschule in Bad Salzdetfurth teilnehmen. Sofern Sie regelmäßig Informationen zu Aktivitäten der Arbeitsgruppe per Mail erhalten möchten, können Sie in den AG-Newsletter aufgenommen werden. Gerne können Sie sich hierzu bei Roland Rink oder Daniel Walter melden.

Roland Rink, Technische Universität Braunschweig
E-Mail: r.rink@tu-braunschweig.de

Daniel Walter, Westfälische Wilhelms-Universität Münster
E-Mail: daniel.walter@uni-muenster.de

Arbeitskreis: Psychologie und Mathematikdidaktik

Rauischholzhausen, 11.–12. 10. 2019

Anke Lindmeier und Daniel Sommerhoff

Zur Herbsttagung des AKs „Psychologie und Mathematikdidaktik", der im Geiste der International Group for Psychology of Mathematics Education (IG PME) steht, trafen sich wieder rund 20 Teilnehmerinnen und Teilnehmer im Schloss Rauischholzhausen, der Tagungsstätte der Justus-Liebig-Universität Gießen. Die Anreisenden wissen: Es stehen zwei anregende Tage vor der Tür, die bei netter Atmosphäre ausreichend Zeit bieten, um sich in vier verschiedene Forschungsarbeiten einzudenken, seinen Horizont zu erweitern, den Vortragenden zur Weiterentwicklung der Arbeiten Rückmeldung zu geben und akademischen Diskurs zu leben.

Im ersten Vortrag der Tagung präsentierten Judith Blomberg und Stanislaw Schukajlow zwei aufeinander abgestimmte Studien zur Bedeutung von strategiebezogenen Motivationen sowie des Skizzenwissens für das Zeichnen von Skizzen. Zentrale Fragestellung war, unter welche Bedingungen das Zeichnen von Skizzen beim mathematischen Modellieren leistungsförderlich wirken kann, um so Prozesse beim mathematischen Modellieren genauer beschreiben und erklären zu können.

Saskia Schreiter präsentierte anschließend eine experimentelle Studie mit Studierenden und Lehrkräften, bei der sie feststellen konnte, dass Lehrkräfte mehrheitlich fachliche Aufgabenmerkmale zur Einschätzung der Schwierigkeit von Aufgaben heranziehen, instruktionale Aufgabenmerkmale hingegen eine untergeordnete Rolle spielen. Mit den Ergebnissen kann sie eine potenziell wichtige Professionalisierungsaufgabe für angehende Lehrkräfte aufzeigen.

Auf der Tagung hat sich mittlerweile die Tradition der „akademischen Abenddiskussion" etabliert, in der die Teilnehmenden sich unabhängig von einem konkreten Forschungsprojekt oder einer Studie mit einem Thema auseinandersetzen. Dieses Jahr beschäftigten wir uns mit den Bezugsdisziplinen der Didaktik der Mathematik sowie dem (Un-)Sinn von Theorie- und Methodik-„Importen". Basierend auf einem kurzen Impuls, der eine Folge von Diskussionsbeiträgen im Journal für Didaktik der Mathematik (Gaidoschik, 2015; Griesel, vom Hofe, & Blum, 2019; Lorenz, 2017) zusammenfasste, wurden dabei insbesondere die Gegenstände mathematikdidaktischer Forschung und die damit verbundenen Erkenntnisziele diskutiert.

Es entwickelte sich eine lebhafte Diskussion, welche sich unter anderem an den von Kane & Marsh (1980) angeführten Charakteristika von Instruktionstheorien orientierte. Dabei wurden beispielsweise die folgenden Fragen aufgeworfen: Auf welchen Grundannahmen zum Lernen beruht die in der Stoffdidaktik angewendete „mathematische Logik" bzw. „Strukturlogik des Faches"? Worin sind diese Grundannahmen begründet und müssten diese nicht eigentlich auch abgesichert werden? Inwiefern orientiert sich auch psychologisch-orientierte Forschung an der Strukturlogik des Faches und wieviel „Fach" – in Bezug auf Inhalt und Methodik – ist für mathematikdidaktische Forschung nötig? In welchem Maße erfüllen „prominente" Theorien der Didaktik der Mathematik sowie ihrer Bezugsdisziplinen die Charakteristika für Instruktionstheorien von Kane & Marsh (1980)? Dabei wurde in der Runde insbesondere ihr erklärender Gehalt und die Möglichkeit zur Generierung von a-priori Hypothesen als wichtig erachtet.

Im Rahmen der Diskussion konnte das Thema – wie zu erwarten – nicht abschließend geklärt werden und es wurde dank der Heterogenität der Teilnehmenden in Bezug auf akademische Erfahrung und Hintergründe durchaus kontrovers diskutiert. Es entwickelte sich jedoch ein zunehmender Konsens, dass mathematikdidaktische Theorien – egal aus welcher Forschungstradition – jenseits einer Deskription häufig noch wenig zum tieferen Verständnis der Lehr-/Lernprozesse beitragen und ihre Weiterentwicklung konzertierter gestaltet werden sollte. Auch nach dem offiziellen Ende der Abenddiskussion wurde das Thema beim geselligen Ausklang im Schlosskeller in Kleingruppen noch vertieft diskutiert.

Am Samstagvormittag präsentierte dann Neruja Suriakumaran ihr Dissertationsprojekt, bei der es um die theoretische Verbindung von Sinnkonstruktionstheorien und motivationalen Theorien zur Selbstbestimmung geht. Mit Hilfe verschiedener Strukturgleichungsmodelle zeigte sie einen empirischen Ansatz auf, um die Verbindung verschiedener theoretischer Bezugspunkte zu prüfen.

Den Abschluss der Tagung bildete die Präsentation von Constanze Schadl, welche die differenzielle Prädiktivität von Lernvoraussetzungen, die in verschiedenen Forschungstraditionen als zentral erachtet werden, auf den Erwerb des Bruchzahlkonzepts untersuchte. Dabei wurden neben klassischen Regressionsmodellen auch explorativere Zusammenhangsanalysen basierend auf kriterialen Stufenmodellen vorgestellt.

Die Vortragenden kommen im Folgenden selbst zu Wort und lassen auch Sie als Lesende nochmals an den Inhalten der Vorträge und den Kernpunkten der Diskussionen teilhaben. Die Vortragenden, die mehrheitlich noch in der Promotionsphase sind, haben gezeigt, dass sie auch im anspruchsvollen Langformat ihre Arbeiten professionell vortragen können. Im Namen aller Teilnehmerinnen und Teilnehmer dürfen wir den Vortragenden herzlich für ihre Bereitschaft danken, ihre Arbeiten ausführlich vor- und zur Diskussion zu stellen!

Judith Blomberg (Uni Münster), Stanislaw Schukajlow (Uni Münster), Johanna Rellensmann (Uni Münster), Claudia Leopold (Universität Fribourg, Schweiz)

Die Bedeutung der strategiebezogenen Motivation zum Zeichnen von Skizzen und des Skizzenwissens für das mathematische Modellieren

Lernende zeichnen selten spontan Skizzen zu mathematischen Modellierungsaufgaben, obwohl dieser Strategie das Potenzial zugesprochen wird, die Modellierungstätigkeit auf vielfältige Weise zu unterstützen (Schukajlow, 2011; Uesaka, Manalo & Ichikawa, 2010). Unter anderem gelten das Skizzenwissen sowie motivationale Aspekte als Einflussfaktoren der spontanen sowie effizienten Strategienutzung (Acevedo Nistal, Van Dooren, Clarebout, Elen & Verschaffel, 2009). In dem Vortrag wurden zwei Studien vorgestellt, die jeweils einen dieser Faktoren in den Mittelpunkt stellten.

Im ersten Vortragsteil wurden Ergebnisse einer experimentellen Studie zu dem Einfluss des Skizzenwissens (Rellensmann, Schukajlow & Leopold, 2019) auf die Modellierungsleistung vorgestellt. In der Studie wurde Lernenden der Experimentalbedingung Skizzenwissen zu situationalen oder/und mathematischen Skizzen vermittelt. Es zeigte sich, dass das Skizzenwissen durch die 90-minütige Intervention im Vergleich zu einer Kontrollgruppe gefördert werden konnte. Es zeigte sich kein totaler Effekt der Förderung des Skizzenwissens auf die Modellierungsleistung. Die Förderung des Skizzenwissens hatte jedoch einen positiven indirekten Effekt auf die Modellierungsleistung, der vollständig durch die Skizzenqualität mediiert wurde.

In der zweiten Studie stand der Einfluss von Motivation (Erwartungs-Wert-Theorie nach Wigfield & Eccles, 2000) auf die spontane Skizzennutzung im Mittelpunkt. Während bislang lediglich der Einfluss mathematikbezogener Motivation auf die (selbst berichtete) Nutzung von Lernstrategien systematisch untersucht wurde, wurde auf dem Arbeitskreis ein Instrument zur Messung strategiebezogener Motivation zum Zeichnen von Skizzen beim mathematischen Modellieren vorgestellt. Es konnte gezeigt werden, dass sich mathematik- und strategiebezogene Motivation empirisch voneinander trennen lassen und sich in ihrem Zusammenhang mit der tatsächlichen Skizzennutzung beim mathematischen Modellieren unterscheiden.

Kernpunkte der Diskussion und neue Perspektiven. Die anschließende Diskussion lässt sich entsprechend der Struktur des Vortrags in zwei Teile unterteilen. In Bezug auf die erste Studie wurde diskutiert, das Skizzenwissen zu situationalen und mathematischen Skizzen zweidimensional zu erfassen, um differentielle Effekte der Experimentalbedingungen untersuchen zu können. Darüber hinaus wurde die vielversprechenden Anregung gegeben, mögliche Moderatoren (z. B. das mathematische Wissen der Lernenden) in die Analysen einzubeziehen und die Mediationsanalyse auf der Aufgabenebene durchzuführen.

In der Diskussion der zweiten Studie zum Zusammenhang von Motivation und Skizzennutzung wurde der Unterschied zwischen den strategie- und mathematikbezogenen Wertvariablen theoretisch und bezüglich der Operationalisierungen fokussiert. Während der mathematikbezogene Wert entsprechend der Forschungstradition allgemein erfasst wurde, wurde der skizzenbezogene Wert spezifischer mit dem Fokus auf das Bearbeiten schwieriger Textaufgaben erfasst. Interessant wäre es hier, den mathematikspezifischen Wert ebenfalls mit Bezug zu schwierigen Textaufgaben zu erheben, um den Einfluss der gewählten Operationalisierungen abzuschätzen. Für einzelne motivationale Subkonstrukte wurde diskutiert, ob Zusammenhänge zwischen mathematik- und strategiebezogener Motivation auf übergeordnete, generalisierbare Faktoren hinweisen könnten.

Saskia Schreiter, Markus Vogel (Pädagogische Hochschule Heidelberg)

Wie bestimmen Lehrkräfte die Schwierigkeit von Bruchrechenaufgaben? Eine Rekonstruktion der kognitiven Prozesse bei der Urteilsfindung

Die Auswahl und Modifikation von Mathematikaufgaben setzen bei Lehrkräften eine adäquate Einschätzung von Aufgabenschwierigkeiten voraus. Neben der Komplexität des mathematischen Inhalts (z. B. Addition gleichnamiger vs. ungleichnamiger Brüche) wird die Schwierigkeit von Aufgaben unter anderem auch von instruktionalen Merkmalen bestimmt, die gemäß der Cognitive Load Theorie (CLT) die kognitive Belastung von Lernenden beim Lösen der Aufgabe beeinflussen (z. B. split-attention vs. integrated format; Sweller, Ayres & Kalyuga, 2011). Studien zur Urteilsgenauigkeit belegen jedoch, dass Lehrkräfte sich bei der Einschätzung der Aufgabenschwierigkeit insensitiv gegenüber dem Instruktionsdesign zeigen (Hellmann & Nückles, 2013). Wenig bekannt ist bisher über die kognitiven Prozesse, die diagnostischen Urteilen zugrunde liegen (Leuders, Dörfler, Leuders & Philipp, 2018).

Im Rahmen der auf der Herbsttagung vorgestellten Studie wurde untersucht, welche schwierigkeitsgenerierenden Aufgabenmerkmale (fachliche vs. instruktionale) von Lehrkräften beim Diagnostizieren der Aufgabenschwierigkeit wahrgenommen und verarbeitet werden. Ebenfalls wurden potentielle Einflüsse durch bestimmte Personencharakteristika der Lehrkraft (PCK/PK, Berufserfahrung) auf die Wahrnehmung und Verarbeitung von Aufgabenmerkmalen fokussiert. Die Studie wurde mit 55 Lehramtsstudierenden und 35 Lehrkräften durchgeführt. Die Ergebnisse weisen darauf hin, dass sowohl Lehrkräfte als auch Studierende überwiegend die Schwierigkeit der fachlichen, jedoch kaum die Schwierigkeit der instruktionalen Aufgabenmerkmale wahrnehmen und verarbeiten. Entgegen der Erwartung zeigte sich, dass beide Teilnehmergruppen über ein vergleichbar hohes PCK/PK bzgl. schwierigkeitsgenerierender Aufgabenmerkmale im Bereich der Bruchrechnung und des Instruktionsdesigns verfügen. Diese Ergebnisse warfen die Frage auf, warum (angehende) Lehrkräfte bei der Schwierigkeitseinschätzung von Aufgaben kaum instruktionale Merkmale wahrnehmen, obwohl sie über ein ausgeprägtes PK in diesem Bereich verfügen. Neben möglichen Ansätzen zur Interpretation der Ergebnisse wurden im Vortrag Implikationen für weitere Studien präsentiert und anschließend diskutiert.

Kernpunkte der Diskussion und neue Perspektiven. Im ersten Teil der Diskussion wurde zunächst das methodische Design der Studie diskutiert. Das gewählte methodische Vorgehen der systematischen Variation von fachlichen und instruktionalen Aufgabenmerkmalen in einem within-subject Design wurde hierbei als geeignet angesehen und Ideen für weiterführende Auswertungen und Folgeerhebungen (z. B. mit einer „first-rate-then-rank" Vorgehensweise oder Conjoint Analysen) geäußert. Weiterhin wurden theoretische Aspekte und Begriffe (z. B. „Wahrnehmen/Interpretieren/Entscheiden" und „PCK/PK") sowie deren inhaltliche Abgrenzung im Rahmen der Studie diskutiert. Als hilfreich für meine weitere Arbeit schätze ich darüber hinaus die Rückmeldungen hinsichtlich der theoretischen Grundlagen ein, die als Erklärungsmöglichkeiten für die Ergebnisse der Studie herangezogen werden könnten. Die Unterscheidung von „informed vs. uninformed teacher judgments" (Südkamp, Kaiser & Möller, 2012) erschien hierbei eine plausible Option, die nicht nur zur Interpretation der bestehenden Daten, sondern auch als Impuls für weitere Untersuchungen genutzt werden könnte.

Ich bedanke mich bei allen Beteiligten für die gewinnbringende Diskussion sowie bei der Leitung des AK Psychologie und Mathematikdidaktik für die Gelegenheit, meine Studie präsentieren zu können.

Neruja Suriakumaran (Universität Bremen)
Sinnkonstruktion als fachliche Konkretisierung der Selbstbestimmungstheorie in Mathematik
Wie können Lernende im Mathematikunterricht motiviert werden? Lernprozesse können qualitativ besser umgesetzt werden, wenn Lernende sich um ihrer selbst willen mit den fachlichen Inhalten in Mathematik auseinandersetzen. Daher ist die Hervorhebung von persönlicher Relevanz eine Möglichkeit zur Förderung von Lernmotivation beim Mathematiklernen. Nach der Selbstbestimmungstheorie (Ryan & Deci, 2017) haben die persönlichen Relevanzen von Lernenden einen maßgeblichen Einfluss auf die Entstehung von Lernmotivation. Aus mathematikdidaktischer Sicht repräsentieren Sinnkonstruktionen persönliche Relevanzen von Lernenden für die Auseinandersetzung mit Mathematik im schulischen Kontext (Vollstedt, 2011). Im Vortrag wurde zunächst ein hypothetisches Vernetzungsmodell vorgestellt, das die verschiedenen theoretischen Bezugslinien durch die Networking of Theories-Strategy *Combining* (Bikner-Ahsbahs & Prediger, 2006) synthetisiert. *Sinnkonstruktion* (persönliche Relevanz beim Mathematiklernen) kann damit als Gegenstand der *Selbstbestimmungstheorie* beschrieben werden. Im Rahmen einer empirischen Studie in Deutschland und Finnland ($N = 532$) wird der hypothetische Zusammenhang untersucht und es soll aufgezeigt werden, inwieweit Sinnkonstruktionen Gegenstand selbstbestimmter Motivation sein können. Im Vortrag wurden erste Analysen auf Basis von Strukturgleichungsmodellen vorgestellt.

Kernpunkte der Diskussion und neue Perspektiven. Im Rahmen der Diskussion wurden zunächst mit Hilfe des vorgestellten hypothetischen Vernetzungsmodells die angenommenen Kausalhypothesen und das bisher durchgeführte methodische Vorgehen reflektiert. Dabei wurde auch thematisiert, inwieweit Sinnkonstruktion sich konzeptuell von anderen Konstrukten aus dem Bereich *Affekt beim Mathematiklernen*, wie bspw. von *Werten* unterscheidet, um ihre Rolle bei der Aufklärung von Lernmotivation (Qualität der Motivation) adäquat beschreiben zu können. Zusätzlich wurden spezifische Hinweise für die Weiterentwicklung der bisher durchgeführten statistischen Auswertungen und Analysen gegeben und in diesem Zuge diskutiert, wie die Herausforderungen einer Operationalisierung mehrfaktorieller (> 6) latenter Konstrukte adressiert werden können. Die vorläufigen Ergebnisse und ihre möglichen Interpretationen wurden anschließend einer differenzierten Betrachtung unterzogen. Die Anlage als kulturvergleichende Studie mit dem Potenzial, auch die Stabilität der Erkenntnisse in verschiedenen Kontexten zu prüfen, wurde hervorgehoben. Zusammenfassend hat die Diskussion durch konstruktive Impulse dazu beigetragen, die weiteren Auswertungen zu verfeinern und die Argumentationslinie der Studie im Bereich der Lernmotivation im Fach Mathematik weiter zu schärfen.

Constanze Schadl (LMU München)
Individuelle Lernvoraussetzungen für den Erwerb des Bruchzahlkonzepts. Untersuchung der Prädiktivität und Strukturanalysen
Dass die Bruchrechnung Lernende vor Herausforderungen stellt (z. B. Ni & Zhou, 2005), ist ebenso gut gesichert wie die Bedeutung des Bruchzahlkonzepts für das spätere Lernen von Mathematik (Bailey, Hoard, Nugent & Geary, 2012). Zeitgleich baut der Erwerb des Bruchzahlkonzepts auf einer Reihe von individuellen Lernvoraussetzungen auf (z. B. Hansen et al., 2015), wobei verschiedene Forschungstraditionen unterschiedliche Konstrukte in den Blick nehmen. Unklar ist bislang, in welcher Beziehung diese Lernvoraussetzungen zueinanderstehen und inwiefern sie Unterschiede für den Bruchzahlerwerb vorhersagen. Im Rahmen des Forschungsprojektes EWIWE wurde daher das

Zusammenspiel zwischen verschiedenen und bislang insbesondere in der internationalen Literatur benannten Lernvoraussetzungen und Kenntnissen im Bereich der Bruchrechnung untersucht. Hierbei wurden sowohl Lernvoraussetzungen zu mathematischen Konzepten (z. B. proportionales Schließen) als auch basale Zahlverarbeitungsmaße aus der psychologischen Forschungstradition (z. B. spontanes Fokussieren auf Mengen und Relationen) berücksichtigt. In Bezug auf die konzeptbezogenen Lernvoraussetzungen wurden erstmals auch informelle Vorkenntnisse zu einfachen Brüchen, wie sie in der deutschsprachigen Mathematikdidaktik seit langem beschrieben werden, systematisch untersucht.

Im Rahmen der vorgestellten Studien wurden die Fragestellungen zur Prädiktivität der Lernvoraussetzungen zunächst mit linearen Regressions- und Mediationsanalysen untersucht. Hierbei konnten insbesondere die Lernvoraussetzungen zu mathematischen Konzepten als Prädiktoren für den Erwerb des Bruchzahlkonzepts bestätigt werden. Die basalen Zahlverarbeitungsmaße zeigten dagegen – wenn überhaupt – einen indirekten Einfluss auf den Erwerb des Bruchzahlkonzepts. Über diese Analysen hinaus wurde explorativ untersucht, inwiefern Stufenmodelle im Vergleich zu linearen Regressionsmodellen eine differenziertere Beschreibung der Zusammenhänge zwischen den Lernvoraussetzungen und den Lernergebnissen aus der Bruchrechnung erlauben. Hierfür wurden zunächst exemplarisch die auf Basis von Raschanalysen und mit Hilfe eines Standard-Setting Verfahrens entwickelten Stufenmodelle zum proportionalen Schließen und den Bruchzahlaspekten vorgestellt, bevor daran anschließend die Ergebnisse der nichtparametrischen bivariaten Regressionsanalysen vorgestellt wurden. Das zusätzliche Potential dieser explorativen Methodik wird darin gesehen, dass über einfache lineare Zusammenhänge hinaus weitere Strukturen sichtbar gemacht werden können. Auf diese Weise konnte beispielsweise aufgezeigt werden, dass in Bezug auf das proportionale Schließen insbesondere für das Bewältigen von Anforderungen zu natürlichen und rationalen Mengenverhältnissen in verschiedenen Kontextsituationen ein Lernfortschritt im Bereich der Bruchrechnung zu erwarten ist.

Kernpunkte der Diskussion und neue Perspektiven. Für die neu entwickelten Erhebungsmaße zum spontanen Fokussieren auf Mengen und Relationen wurden Erhebungsmodalitäten sowie die vorgenommene Kodierung thematisiert. Es wurde hervorgehoben, dass in der Studie gezielt eine Verbindung zwischen Erkenntnissen der mathematikdidaktischen und psychologischen Forschungstradition angestrebt wird. In Bezug auf die Ergebnisse der linearen Regressionsanalysen wurde insbesondere über weitere Outcomemaße (z. B. Verortung von Brüchen am Zahlenstrahl) diskutiert, die vermutlich stärker mit den basalen Zahlverarbeitungsmaßen zusammenhängen könnten. Die methodische Innovation der Stufenmodelle wurde mit Interesse aufgenommen. Im Zusammenhang damit wurde unter anderem das methodische Verfahren für das Generieren der Stufen vertieft diskutiert. Zusammenfassend stellte sich in der Diskussion heraus, dass das Dissertationsprojekt das Potenzial hat, innovative Erkenntnisse zum Erwerb des Bruchzahlkonzepts und dazu eine erste Integration mathematikdidaktischer und psychologischer Forschungstraditionen zu liefern.

Organisatorisches und Ausblick

Auf der diesjährigen Tagung hat nach vielen Jahren Silke Ruwisch das Leitungsteam des Arbeitskreises verlassen. Bei einer turnusgemäßen Neuwahl verzichtete sie auf eine erneute Kandidatur. Im Namen der zahlreichen Teilnehmenden und Vortragenden der letzten Jahre danken wir Silke für ihr unermüdliches Engagement bei der Organisation und Durchführung der Tagung. Und: Keiner moderiert so integrativ wie Du, Silke. Leider konnten wir ihr dieses Jahr nicht persönlich danken, aber wir sind sicher, dass unsere wirren Grüße sie mittlerweile auf verschiedenen Wegen erreicht haben.

Andreas Obersteiner konnte als Wahlleiter Daniel Sommerhoff zur einstimmigen Wahl gratulieren. Er übernimmt die Co-Leitung des AKs mindestens für die kommenden vier Jahre. Herzlichen Dank für die Bereitschaft, dieses Ehrenamt zu gestalten!

Haben Sie Lust bekommen, an unserer Tagung teilzunehmen und mitzudiskutieren oder eine Studie vorzustellen? Im Jahr 2020 wird die Herbsttagung des AKs Psychologie und Mathematikdidaktik voraussichtlich vom 9. bis 10. Oktober wieder im Schloss Rauischholzhausen stattfinden. Eine kurze E-Mail an die Sprecherin Anke Lindmeier oder den Sprecher Daniel Sommerhoff genügt, wenn Sie in den Emailverteiler des Arbeitskreises aufgenommen werden möchten, der unser Hauptkommunikationsmittel ist. Wenn Sie vortragen möchten, melden Sie Ihr Interesse bitte ebenfalls vorab per E-Mail an. Die Teilnehmenden unserer Herbsttagung interessieren sich vornehmlich für Studien, bei denen die Bezugsdisziplin Psychologie eine Rolle spielt. Bis zu vier Arbeiten, die fortgeschritten oder kurz vor dem Abschluss sind, können vorgestellt werden, egal ob es ein Promotionsprojekt, Ausschnitt aus einer laufenden Studie oder eine Arbeit im Publikationsprozess ist. Sie sollten dazu bereit sein, die Arbeiten im Sinne eines ausführlichen Werkstattberichts zur Diskussion zu stellen.

Auf der GDM 2020 wird der AK Psychologie und Mathematikdidaktik keine planmäßige Aktivität anbieten, es besteht aber jederzeit die Möglichkeit, sich auf unserer neuen Homepage unter akpsy.didaktik-der-mathematik.de über unsere Ziele und Aktivitäten zu informieren.

Gemeinsames Literaturverzeichnis

Acevedo Nistal, A., van Dooren, W., Clarebout, G., Elen, J. & Verschaffel, L. (2009). Conceptualising, investigating and stimulating representational flexibility in mathematical problem solving and learning: a critical review. *ZDM*, *41*(5), 627–636. doi:10.1007/s11858-009-0189-1

Bailey, D., Hoard, M., Nugent, L., & Geary, D. (2012). Competence with fractions predicts gains in mathematics achievement. *Journal of Experimental Child Psychology*, *113*(3), 447–455.

Bikner-Ahsbahs, A. & Prediger, S. (2006). 'Diversity of theories in mathematics education – How can we deal with it?' *ZDM – The International Journal on Mathematics Education*, *38*(1), 52–57. doi:10.1007/BF02655905

Gaidoschik, M. (2015). Einige Fragen zur Didaktik der Erarbeitung des „Hunderterraumes". *Journal für Mathematik-Didaktik*, *36*(1), 164–190.

Griesel, H., vom Hofe, R. & Blum, W. (2019). Das Konzept der Grundvorstellungen im Rahmen der mathematischen und kognitionspsychologischen Begrifflichkeit in der Mathematikdidaktik. *Journal für Mathematik-Didaktik*, *40*(1), 123–133.

Hansen, N., Jordan, N., Fernandez, E., Siegler, R., Fuchs, L., Gersten, R., & Micklos, D. (2015). General and math-specific predictors of sixth-graders' knowledge of fractions. *Cognitive Development*, *35*, 34–49.

Hellmann, K. & Nückles, M. (2013). Expert blind spot in pre-service and in-service mathematics teachers: Task design moderates overestimation of novices' performance. In M. Knauff, M. Pauen, N. Sebanz & I. Wachsmuth (Eds.), *Proceedings of the 35th Annual Meeting of the Cognitive Science Society.* Austin, Tex.: Cognitive Science Soc.

Kane, R., & Marsh, C. (1980). Progress towards a general theory of instruction. *Educational Leadership*, 38(3), 253–255.

Leuders, T., Dörfler, T., Leuders, J. & Philipp, K. (2018). Diagnostic competence of mathematics teachers: Unpacking a complex construct. In T. Leuders, K. Philipp & J. Leuders (Hrsg.), *Diagnostic Competence of Mathematics Teachers* (Bd. 3, S. 3–31). Cham: Springer International Publishing. doi:10.1007/978-3-319-66327-2_1

Lorenz, J. H. (2017). Einige Anmerkungen zur Repräsentation von Wissen über Zahlen. *Journal für Mathematik-Didaktik*, *38*(1), 125–139.

Ni, Y., & Zhou, Y.-D. (2005). Teaching and learning fraction and rational numbers: The origins and implications of whole number bias. *Educational Psychologist*, *40*(1), 27–52.

Rellensmann, J., Schukajlow, S. & Leopold, C. (2019). Measuring and investigating strategic knowledge about drawing to solve geometry modelling problems. *ZDM*, 22(1), 222. doi:10.1007/s11858-019-01085-1

Ryan, R. M., & Deci, E. L. (2017). *Self-determination theory: Basic psychological needs in motivation, development, and wellness*. Guilford Publications.

Schukajlow, S. (2011). *Mathematisches Modellieren. Schwierigkeiten und Strategien von Lernenden als Bausteine einer lernprozessorientierten Didaktik der neuen Aufgabenkultur*. Münster: Waxmann.

Südkamp, A., Kaiser, J. & Möller, J. (2012). Accuracy of teachers' judgments of students' academic achievement: A meta-analysis. *Journal of Educational Psychology*, *104*(3), 743–762. doi:10.1037/a0027627

Sweller, J., Ayres, P. & Kalyuga, S. (2011). *Cognitive Load Theory*. New York, NY: Springer. doi:10.1007/978-1-4419-8126-4

Uesaka, Y., Manalo, E. & Ichikawa, S.'i. (2010). The effects of perception of efficacy and diagram construction skills on students' spontaneous use of diagrams when solving math word problems. In A. K. Goel, M. Jamnik & N. H. Narayanan (Hrsg.), *Diagrammatic Representation and Inference* (Lecture Notes in Computer Science, Bd. 6170, E1-E1). Berlin, Heidelberg: Springer. doi:10.1007/978-3-642-14600-8_51

Vollstedt, M. (2011). *Sinnkonstruktion und Mathematiklernen in Deutschland und Hongkong: Eine rekonstruktiv-empirische Studie*. Wiesbaden, Germany: Vieweg + Teubner. doi:10.1007/978-3-8348-9915-6

Wigfield & Eccles (2000). Expectancy-value theory of achievement motivation. *Contemporary Educational Psychology*, *25*(1), 68–81. doi:10.1006/ceps.1999.1015

Anke Lindmeier, IPN Kiel
E-Mail: lindmeier@ipn.uni-kiel.de

Daniel Sommerhoff, LMU München
E-Mail: sommerhoff@math.lmu.de

Arbeitskreis: Semiotik, Zeichen und Sprache in der Mathematikdidaktik

Frauenwörth am Chiemsee, 24.–26. 9. 2019

Gert Kadunz, Barbara Ott und Christof Schreiber

Die Herbsttagung des Arbeitskreises „Semiotik, Zeichen und Sprache in der Mathematikdidaktik“ fand auch in diesem Jahr in der Benediktinerinnenabtei Frauenwörth auf der Fraueninsel im Chiemsee statt. In diesem Jahr wurden von den an semiotischen Ansätzen des Lehrens und Lernens von Mathematik interessierten Teilnehmer*innen zunächst vier Vorträge gehalten. Diese handelten von Potentialen unterschiedlich medial gestalteter Arbeitsmittel (R. Vogel, L. Billion), der Rekonstruktion des Einsatzes von Arbeitsmitteln durch Studierende in der Lernbegleitung (B. Ott), Darstellungswechsel in der Linearen Algebra (M. Zessin) sowie Wittgensteins Perspektive auf die Mathematik (W. Dörfler). Die Vorträge und die ausführlichen Diskussionen führten dabei sowohl für die Vortragenden als auch alle anderen zu interessanten Impulsen für deren Sichtweise und Weiterarbeit.

Sehr aufschlussreich waren in diesem Jahr außerdem die beiden Diskussionsrunden zu Texten von R. Duval (2006) über dessen semiotischen Ansatz und M. Kober (1993) über Wittgensteins Sicht auf die Mathematik. Die sehr intensive und genaue Diskussion der beiden so unterschiedlichen Ansätze konnte zur Ausschärfung der im Arbeitskreis etablierten gemeinsamen Perspektive einen wertvollen Beitrag leisten. Als Grundlagen für die Diskussion wurden außerdem ein Auszug aus dem *Handbuch der Semiotik* von W. Nöth (2000) über den semiotischen Ansatz von F. de Saussure sowie eine Rezension des Werkes von M. Hoffmann, *Erkenntnisentwicklung. Ein semiotisch pragmatischer Ansatz*, erstellt von W. Dörfler und G. Kadunz (2006), zur Verfügung gestellt.

Auf der Tagung der GDM in Würzburg wird am Montag, von 16.00–17.30 Uhr, wieder ein Arbeitskreistreffen stattfinden, zu dem alle Interessierten herzlich eingeladen sind. Eine entsprechende Tagesordnung wird rechtzeitig allen Kolleg*innen, deren E-Mail-Adressen sich im Verteiler des Arbeitskreises befinden, übermittelt werden. Die nächste Herbsttagung wird wieder in der Abtei Frauenwörth auf der Fraueninsel im Chiemsee stattfinden und ist auf den 22.–24. September 2020 terminiert. Anfragen zur Anmeldung werden von Gert Kadunz entgegengenommen.

In Kürze wird ein Herausgeberband von Gert Kadunz unter dem Titel *Semiotische Perspektiven auf das Lernen von Mathematik II* bei Springer veröffentlicht werden, der Arbeiten aus dem Arbeitskreis und darüber hinaus präsentiert.

Informationen zum Arbeitskreis finden Sie unter wwwu.uni-klu.ac.at/kadunz/semiotik.

Gert Kadunz, Alpen-Adria-Universität Klagenfurt
Email: gert.kadunz@aau.at

Barbara Ott, Pädagogische Hochschule St. Gallen
Email: barbara.ott@phsg.ch

Christof Schreiber, Justus-Liebig-Universität Gießen
Email: christof.schreiber@math.uni-giessen.de

Arbeitskreis: Stochastik

Bad Herrenalb, 27.–29. 9. 2019

Susanne Schnell und Karin Binder

Die Herbsttagung des Arbeitskreis Stochastik vom 27. bis 29. September fand mit 29 Teilnehmenden im Haus der Kirche in Bad Herrenalb statt. Thematisch lag der Schwerpunkt auf der *Verständnisorientierten Lehrkraftaus- und Weiterbildung in der Stochastik – Brücken zwischen Forschung und Praxis*. Dabei wurden Erfahrungsberichte und Vorschläge zur Umsetzung der universitären Lehre, zu Fortbildungen sowie zum Verhältnis Fach und Didaktik thematisiert. Darüber hinaus wurden Einblicke in empirische Studien und Vorschläge für sinnstiftende stochastische Lernangebote diskutiert.

Der Eröffnungsvortrag *Aus- und Weiterbildung in der Stochastik – Berichte aus der Praxis* am Freitagabend wurde von Reimund Vehling vom Studienseminar für das Lehramt an Gymnasien in Hannover präsentiert. Rekurrierend auf Wolfgang Riemer wurden Paradigmen dargelegt, die Vehling als Fundament zur Gestaltung von Aus- und Weiterbildungsangeboten zur Stochastik dienen. Zu diesen gehörten unter anderem: Stochastik lebt von Experimenten und zwar von solchen, die echte Fragen beantworten. Simulationen nehmen eine zentrale Rolle ein, nicht nur für den Begriffsbildungs- und Problemlöseprozess, sondern auch zum Abbau von Unsicherheit im Umgang mit der Stochastik: Zur Überprüfung, ob ein (berechnetes) Ergebnis korrekt sein könnte, kann eine Simulation herangezogen werden. Außerdem sollen in der Ausbildung die Bereiche Wahrscheinlichkeitsrechnung, beschreibende und beurteilende Statistik zusammenwachsen – ein Punkt, der in Schulbüchern weitestgehend wenig Beachtung findet (siehe auch den Vortrag von Udo Kamps).

Anschließend wurden verschiedene Themen und handlungsorientierte Zugänge bzw. Umsetzungen aus den universitären Veranstaltungen und Fortbildungen des Vortragenden exemplarisch vorgestellt. Zentral war dabei die Forderung, derartige „Sternstunden"-Themen präzise und transparent in einem Gesamtcurriculum zu verorten, bei dem der spirale Aufbau über die Schuljahre hinweg sowie die Bezüge zwischen den Themen (zum Zusammenhang, aber auch Unterschied von relativen Häufigkeiten und Wahrscheinlichkeiten) ersichtlich werden. Unsicherheiten der Lehrkräfte im Umgang mit der Stochastik seien nur mit einer zunehmenden fachlichen Fundierung sowie positiven Erfahrungen und dem Gefühl von „es funktioniert!" abzubauen – dabei handelt es sich erfahrungsgemäß jedoch um einen längeren Prozess. Die sich an den Vortrag anschließende anregende Diskussion wurde dann in der Bar des Tagungshauses weitergeführt.

Der Samstagmorgen begann mit einem Vortrag von Daniel Frischemeier und Rolf Biehler aus Paderborn mit dem Titel *Design und Durchführung einer innovativen Lehrveranstaltung zur Stochastik mit digitalen Medien für Grundschullehramtsstudierende der Mathematik*. Die Konzeption der Pflichtvorlesung für Grundschullehramtsstudierende basiert auf der Idee, konsequent fachliche und didaktische Inhalte auf Grundlage aktueller Forschungsergebnisse zu verzahnen. Dabei werden an realen Datensätzen selbst Erfahrungen im Umgang mit Daten und deren Auswertung erworben und in Vorlesung und Übung reflektiert, wie im Vortrag exemplarisch veranschaulicht wurde. Ergebnisse der Begleitforschung zur Veranstaltung zeigen neben dem Erwerb fachlicher Kompetenzen unter anderem auch eine positivere Einstellung zur Stochastik nach der Teilnahme.

Der zweite Vortrag am Samstagvormittag beschäftigte sich mit der *Entwicklung des Wahrscheinlichkeitsbegriffs in der Primarstufe*. Hans-Dieter Sill aus Rostock vermittelte in seinem Vortrag die Hauptbotschaft, dass sich der Stochastikunterricht der Primarstufe bislang noch auf einer Vorstufe befinde und sein Potenzial noch nicht ausschöpfe. Beispielsweise finde häufig eine exklusive Betrachtung von Glücksspielsituationen statt, obgleich die Verwendung stochastischer Modelle für reale Vorgänge aus Natur, Technologie oder Leben des Menschen bereits Grundschülerinnen und Grundschülern zugänglich gemacht werden könnte. Exemplarisch wurde veranschaulicht, wie das semantische Netz des Wahrscheinlichkeitsbegriffs vom mathematischen Anfangsunterricht bis in die weiterführende Schule tragfähig sukzessive entwickelt werden kann. Unter anderem sei dabei zentral, mit den Lernenden bereits früh Bedingungen zu reflektieren, die potenziell Einfluss auf die Wahrscheinlichkeit haben könnten.

Nach der Kaffeepause berichteten Lisza Hohloch und Andreas Kirsche von der Universität Erfurt über das Masterarbeits-Projekt *Gewinnchancen vergleichen – Neu gedacht und ausprobiert*. Da Chancen ohne den Bruchzahlbegriff auskommen, können beispielsweise $1 : 2$ und $2 : 4$ bereits von Grundschülerinnen und -schülern miteinander verglichen werden. Eine konkrete unterrichtliche Umsetzung des Chancenbegriffs in einer 4. Klasse in Mecklenburg-Vorpommern wurde im Vortrag vorgestellt. Als ikonisches Werkzeug wurde hierbei der Chance-Streifen eingeführt und auch der Zusammenhang zum Wahrscheinlichkeits-Streifen hergestellt.

Anschließend wurde in einem Vortrag von Judith Schilling und Norbert Henze (Karlsruhe) *ein faires Glücksrad mit unterschiedlich großen Sektoren* näher beleuchtet. Die Grundidee des Spiels, welche im Selbstversuch mit GeoGebra von den Teilnehmenden erkundet wurde: Ein Glücksrad wird in so viele Sektoren wie Spielende eingeteilt und jeder Person wird ein Sektor fest zugeordnet. Wird dieser Sektor von der entsprechenden Person gedreht, hat sie gewonnen und das Spiel ist beendet. Andernfalls ist der nächste Spielende am Zug. Wie groß müssen dann die beiden Gewinnflächen sein, damit für alle Spielenden das Spiel fair ist? Betrachtet man zwei Spielende, so lautet die erstaunliche Lösung: Der goldene Schnitt sorgt für Gerechtigkeit. Das Schöne an der vorgestellten Aufgabe ist neben dem überraschenden Ergebnis, dass die Schülerinnen und Schüler die Regeln sehr schnell erfassen können und sofort damit beginnen, die Lösung herauszufinden. Überdies können Verbindungen zum Goldenen Schnitt, der geometrischen Reihe, der Lösbarkeit von Gleichungen höheren Grades und Markov-Ketten hergestellt werden.

Der erste Nachmittagsvortrag hatte den Titel *Lagemaße in beschreibender Statistik und Stochastik* und wurde von Udo Kamps aus Aachen präsentiert. Kernaussage des Vortrags war, dass in der Ausbildung von Lehramtsstudierenden die Zusammenhänge zwischen den Bereichen der beschreibenden Statistik, der Wahrscheinlichkeitsrechnung und der schließenden Statistik oft zu kurz kommen. Im Vortrag wurde daher thematisiert, wie die Zusammenhänge von Lagemaßen im Rahmen der beschreibenden Statistik in einer Stichprobe oder bei klassierten Daten, von Erwartungswert und Quantilen in der Wahrscheinlichkeitsrechnung und wieder bei Stichproben in der schließenden Statistik aufgezeigt werden können. Ziel hierbei ist es, dass die Größen nicht mehr „nebeneinander" stehen, sondern von den Studierenden als „Teil eines Ganzen" angesehen werden.

Am letzten Vortrag des Tages trug Norbert Henze (Karlsruhe) über das *Pólyasche Urnenmodell* vor und lieferte damit einen Blick über den Tellerrand der Binomialverteilung. Betrachtet wurde die Ausgangssituation eines Säckchens mit r roten und s schwarzen Kugeln. Aus dem Säckchen wird nun zufällig eine Kugel gezogen und anschließend diese Kugel und c weitere Kugeln der gleichen Farbe wieder in das Säckchen gelegt. Aus der Urne, die nun $r + s + c$ Kugeln enthält, soll nun wiederum eine Kugel gezogen werden und dieser Vorgang n mal wiederholt. Nur für den Fall $c = 0$, also wenn nur die gezogene Kugel wieder zurückgelegt wird, ergibt sich eine Binomialverteilung. Im Spezialfall $c = -1$, wenn also nichts in das Säckchen zurückgelegt wird, ergibt sich hingegen eine hypergeometrische Verteilung. Die klassische Konstellation der Pólya-Verteilung liegt im Fall $c = 1$ vor. Binomialverteilung und hypergeometrischer Verteilung stellen somit Spezialfälle der Pólya-Verteilung dar, die im Vortrag ausführlich diskutiert wurde.

Nach der Sitzung des AK Stochastik und der anschließenden Mitgliederversammlung des Vereins zur Förderung des Stochastikunterrichts wurde zunächst gemeinsam im Tagungshaus zu Abend gegessen. Anschließend erfolgte ein geselliger Abend mit gemeinsamem Gesang und musikalischer Begleitung von Norbert Henze am Klavier.

Der Sonntagmorgen begann mit dem Vortrag von Zsuzsanna Jánvári mit dem Titel *Current state of Hungarian student's statistical literacy at the 12th grade – the results of a pilot study*. Im Rahmen ihrer Doktorarbeit an der Eötvös Loránd University of Sciences in Budapest untersucht sie, welche Kompetenzen Schülerinnen und Schüler in Stochastik erworben haben, wenn sie die Schule verlassen. Dabei wurde in der Pilotstudie mit 111 Lernenden der Klasse 12 vor allem auch das konzeptuelle Wissen, das kritische Reflektieren und Begründen von Aussagen und Modellen erfasst. Um Bedingungsfaktoren für die Ergebnisse zu identifizieren, wurden darüber hinaus die Einstellungen der Lehrkräfte erhoben. Im Vortrag wurden erste Ergebnisse vorgestellt und Möglichkeiten für die Weiterentwicklung des Forschungsprojektes im Plenum diskutiert.

Im Anschluss präsentierte Peter Fejes Toth von der Szent István University in Ungarn das Thema *Hypothesis testing in secondary school – Experiences of a workshop*. Während in vielen Ländern das Hypothesentesten unterrichtet wird, ist dies in Ungarn nicht der Fall – könnte aber möglicherweise in Kürze eingeführt werden. Aus diesem Grund wurde ein interdisziplinärer Workshop für 15- bis 18-Jährige entwickelt, in dem die Einführung von Hypothesentests erprobt wird. Die Schüler warfen hierzu gezinkte und ungezinkte Würfel und erarbeiteten mit diesem Szenario den Chi-Quadrat-Test. Im Vortrag wurde auch über das Schülerfeedback berichtet.

Das Thema des Hypothesentestens wurde auch im Vortrag von Birgit Griese, Ralf Nieszporek und Rolf Biehler (Paderborn) aufgegriffen. In ihrem Vortrag *Designprinzipien für eine Lehrerfortbildung zur Einführung von Hypothesentests über p-Werte* wurde ein kleiner Ausschnitt aus einer vielfach erprobten fünftägigen Lehrerfortbildung im Rahmen des DZLM vorgestellt. Wie beispielsweise von der American Statistical Association empfohlen, werden hierbei die p-Werte ins Zentrum der Hypothesentests gestellt. Anhand der Fragestellung eines Geschmackstests (Lisa behauptet: „Ich kann stilles Wasser von Leistungswasser am Geschmack unterscheiden") werden die Daten von vier verschiedenen Schülerinnen und Schülern vorgestellt und diskutiert (Lisa und drei Mitschüler), die jeweils 40 mal versucht haben, die beiden Wässer zu unterscheiden. Durch dieses Vorgehen haben die Lehrkräfte in der Fortbildung zunächst die Perspektive von Lernenden. Ein zentrales Element der Fortbildung ist nun ein Plakat, an dem die Lehrkräfte der Fortbildung einschätzen sollen, ob die Schülerinnen und Schüler eher geraten haben oder nicht. Hierbei sollen sie Punkte auf einer Skala von („absolut sicher, dass die Person rät" bis hin zu „absolut sicher, dass die Person besser ist als der Rater") ankleben. Die so entstandene Punktewolke wird im weiteren Verlauf der Fortbildung kritisch diskutiert. In der Lehrerfortbildung werden somit authentische Unterrichtssituationen adressiert, Fehlvorstellungen erlebbar gemacht und die Relevanz sprachlich exakter Formulierungen sensibilisiert.

Den abschließenden Vortrag zur Tagung präsentierte Bernd Neubert aus Gießen zum Thema *Stochastik in der Grundschule im Spannungsfeld zwischen Lehre, Forschung und Schulpraxis*. Ausgehend vom persönlichen Bezug und langjährigen Erfahrungsschatz des Referenten zur Stochastik in der Grundschule wurde im ersten Teil des Vortrags ein Einblick gegeben, wie an der Justus-Liebig-Universität Gießen die Stochastik in die Mathematiklehrerausbildung der Grundschule integriert ist. Im zweiten Abschnitt wurden ausgewählte Beispiele vorgestellt, bei denen es zum Beispiel im Rahmen von Examensarbeiten unter Betreuung von Bernd Neubert hervorragend gelungen ist, die Brücke zwischen Forschung und Praxis herzustellen. Beispielsweise wurden Unterrichtseinheiten zum enaktiven Erleben des Galtonbrettes in der Grundschule. Eine zentrale Botschaft des Vortragenden war es, Studierenden in der universitären Ausbildung ein positives Bild in der eigenen Auseinandersetzung mit der Stochastik zu vermitteln und sie dann in ihrer Kreativität bezüglich der Entwicklung von Ideen und Materialien für die Grundschulstochastik nicht zu stark zu beschränken. So seien auch innovative Ansätze wie Überlegungen zum Zusammenspiel von Musik und Kombinatorik möglich.

Insgesamt erfreute sich die Herbsttagung 2019 des AK Stochastik einer regen Beteiligung und intensiven Diskussionen nach den Vorträgen und beim geselligen Zusammensein. In Bezug auf die Frage der verständnisorientierten Aus- und Weiterbildung von Lehrkräften wurden vor allem die Rolle des authentischen Erlebens der Stochastik, die Verwendung reichhaltiger und sinnstiftender Aufgaben sowie die Bedeutung der fachlichen Fundamente betont. Um das Thema vor allem in Hinblick auf konkrete handlungsleitende Vorschläge für die Aus- und Weiterbildung zu vertiefen, soll perspektivisch die nächste Herbsttagung an die hier diskutierten Aspekte anknüpfen.

Mit dem eigens von Norbert Henze umgeschriebenen und musikalisch begleiteten „Goodbye, AK Stochastik“ endete die Herbsttagung 2019. Norbert Henze sei an dieser Stelle für die Mitorganisation der Tagung und vor allem für seine hervorragende musikalische Begleitung während der Tagung herzlichst gedankt.

Hinweis. Dieser Beitrag ist bereits in der Zeitschrift *Stochastik in der Schule* als Erstveröffentlichung erschienen.

Susanne Schnell, Goethe Universität Frankfurt am Main
E-Mail: schnell@math.uni-frankfurt.de

Karin Binder, Universität Regensburg
E-Mail: karin.binder@ur.de

ISTRON-Gruppe

Berlin, 27.–28. 9. 2019

Katja Eilerts

Erstmals wurde die ISTRON-Tagung an der Humboldt-Universität zu Berlin ausgerichtet unter dem Motto „Erfolgreich mathematisch Modellieren von der Grundschule bis zur Sekundarstufe II“.

Modellierungen und Realitätsbezüge sollen im Mathematikunterricht integriert werden, denn sie helfen den Schülerinnen und Schülern, die Bedeutung von Mathematik zu erkennen, Mathematik in ihrem Leben anzuwenden und Problemlösekompetenzen zu entwickeln. Die nationalen Bildungsstandards spiegeln diese Bedeutung wieder, indem sie Kompetenzen im Modellieren als eine von sechs wesentlichen allgemeinen mathematischen Kompetenzen nennen. Auch im Schulalltag finden Modellierungen durch die neuen Rahmenlehrpläne – zuletzt auch in Berlin-Brandenburg als eines der letzten Bundesländer – Einzug. Die Grundschule legt die Basis für das Mathematiklernen in den weiterführenden Schulen und für die lebenslange Auseinandersetzung mit der Mathematik im Alltag, indem frühe mathematische Alltagserfahrungen der Kinder aufgenommen und allgemeine mathematische Kompetenzen entwickelt werden. Vor dem Hintergrund der stärker werdenden Forderungen nach der Anschlussfähigkeit der Bildungsprozesse bietet gerade das Thema des mathematischen Modellierens eine sehr gute Option, um einen fließenden Übergang in die weiterführenden Schulen zu ermöglichen. Realitätsbezüge und Sachaufgaben haben in der Grundschule eine lange Tradition. Mathematisches Modellieren knüpft an diese Tradition an. Anders als beim traditionellen Sachrechnen, bei dem häufig das Festigen und Anwenden der Grundrechenarten bzw. der Umgang mit Größen im Vordergrund stehen, nehmen Modellierungsaufgaben ihren Ausgang in einer komplexen, realistischen Situation.

Vor diesem Hintergrund fokussierte die diesjährige Herbsttagung der ISTRON-Gruppe den ganzheitlichen Blick von der Grundschule bis zur Sekundarstufe II und gliederte sich traditionell in einen internen wissenschaftlichen Teil sowie eine an der Schulpraxis orientierte Fortbildungsveranstaltung.

Interne Sitzung

Die interne Sitzung wurde gerahmt von vier Vorträgen: einleitend berichtete Michael Besser ausgehend von dem DFG-Projekt COCA, dass die qualitativ hochwertige Implementation mathematischer Modellierungsprozesse in den eigenen Unterricht eine große Herausforderung für Mathematiklehrkräfte darstellt. In diesem Kontext wurden Ergebnisse der Analysen von videografierten Doppelstunden mit Blick auf die Qualität der Implementation mathematischer Modellierungsprozesse aufgezeigt und Implikationen für Forschung und Praxis diskutiert.

Denise van der Velden & Katja Eilerts präsentierten erste Ergebnisse einer umfangreichen qualitativen Studie über die Analyse der Modellierungsteilprozesse in verschiedenen Jahrgangsstufen der Grundschule beim Lösen von Modellierungsaufgaben. Auf der Grundlage einer Definition von Modellierungsaufgaben in der Grundschule wurden die Lösungsprozesse in den Jahrgangstufen 2, 4 und 6 untersucht und miteinander verglichen. Abschließend erfolgte die Vorstellung von deskriptiven Phasenmodellen in Abhängigkeit von Aufgabentyp und Alter der Grundschulkinder basierend auf dem Modellierungskreislauf von Leiss und Blum (2007).

Daran schloss sich thematisch der Vortrag von Thomas Borys & Mutfried Hartmann an, indem Fermi-Fragen unter dem Blickwinkel der Kreativität diskutiert wurden. Dabei wurde ein Fermi-Task-Modell vorgestellt, welches die kreativen Prozesse in den Fokus nimmt und genauer identifiziert.

Abschließend fokussierte der Beitrag von Martin Bracke und seinem Team aus Kaiserslautern die Modellierung in Abituraufgaben. Beginnend mit einer kurzen Zusammenfassung von mehreren Diskussionen mit Lehrkräften zu Entwürfen künftiger Abituraufgaben, schloss sich der Bericht einer aktuellen Studie in drei Bundesländern mit über 1000 Schüler*innen an. Auf den Erfahrungen und Ergebnissen dieser Studie erfolgte eine interessante Diskussion mit neuen Fragestellungen.

Als Ausblick gaben die Leiter der ISTRON-Gruppe Stefan Siller und Gilbert Greefrath Informationen zur GDM-Tagung 2020 in Würzburg, zur Herbsttagung 2020 in Wien, zur internationalen ICTMA-Tagung 2021 in Würzburg sowie zu weiteren Tagungen mit Modellierungsbezug.

Fortbildungstag

Der Fortbildungstag wurde von den Lehrkräften der verschiedenen Schulstufen aus dem Bereich Berlin/Brandenburg gut angenommen und startete einleitend mit dem Hauptvortrag von Dominik Leiss zum aktuellen Thema: Modellierungskompetenz – eine Geißel der Bildungspolitik oder die Kunst der mathematischen Weltsicht? Im Vortrag wurde – durchaus mit einem konstruktiv-kritischen manchmal auch zwinkernden Blick – das Ziel der derzeitigen Kompetenzorientierung im Mathematikunterricht unter die Lupe genommen. In einem ersten Teil wurde zunächst betrachtet, was in der heutigen (immer komplexer werdenden?) Gesellschaft ein/e mathematisch mündige/r Bürger*in bzw. Lernende/r überhaupt sein könnte und wie sich der aktuelle Mathematikunterricht bzw. die darin verwendeten Schulbücher dazu positionieren. Anschließend wurden im zweiten Teil unterrichtliche Herausforderungen, empirische Erkenntnisse sowie praxiserprobte Hinweise zur direkten Nutzung in der nächsten Mathematikstunde dargelegt.

Die anschließenden 18 Vorträge bzw. Workshops erfolgten in zwei Parallel-Panels einerseits zur Grundschule und andererseits zur Sekundarstufe I & II und zeigten auf, dass „mathematisches Modellieren“ im Unterricht sein volles Potenzial entfalten und Schüler*innen zu authentischem und zugleich substanziellem Mathematiklernen animieren kann. Zum Programm des Lehrertags siehe auch hu.berlin/istron_2019.

Ein Dank gilt sowohl der Firma CASIO für ihre Unterstützung der Tagung als auch dem SPRINGER-Verlag für deren Messestand und die Präsentation der ISTRON-Schriftenreihe, in der regelmäßig entsprechende Unterrichtsmaterialien sowie Ergebnisse empirischer Untersuchungen veröffentlicht werden.

Weitere Informationen zu ISTRON finden Sie auf der Homepage der ISTRON-Gruppe www.istron-gruppe.de, die neben den Informationen zur Schriftenreihe auch detailierte(re) Informationen zu zukünftigen Tagungen enthält. Haben Sie Interesse, bei ISTRON mitzumachen? Über Ihr Interesse und Ihre Rückmeldung freuen wir uns!

Katja Eilerts, Humboldt-Universität zu Berlin
E-Mail: katja.eilerts@hu-berlin.de

14th International Conference on Technology in Mathematics Teaching, Universität Duisburg-Essen

Christine Bescherer und Karina Höveler

Vom 22.–25. 7. 2019 fand an der Universität Duisburg-Essen die international hochkarätig besetzte *International Conference on Technology in Mathematics Teaching (ICTMT)* statt. Die alle zwei Jahre stattfindende Tagung ist ein besonderes Highlight und Muss für all diejenigen, die ein Interesse an der Nutzung von (digitalen) Technologien für das Mathematiklernen haben. Sie bringt auf einzigartige Weise Lehrende an Schulen und Hochschulen, Pädagog*innen, Curriculum-Designer*innen, Mathematikdidaktiker*innen sowie Expert*innen für Lerntechnologien und Pädagogik-Software zusammen. Allen gemeinsam ist das Interesse an der Verbesserung der Qualität des Lehrens und Lernens von Mathematik mittels Technologien.

Begrüßung der Tagungsteilnehmer*innen durch das Organisationskomitee

Die Entwicklung und Erforschung von Technologien und deren Einsatz im Unterricht haben in der Mathematikdidaktik schon lange vor dem zunehmenden öffentlichen Interesse an Fragen der Digitalisierung im Bildungsbereich begonnen. Nach den ersten beiden Tagungen in Großbritannien (Birmingham 1993, Edinburgh 1995) waren die Tagungsorte über Europa verstreut (Koblenz 97, Plymouth 99, Klagenfurt 2001, Volos 03, Bristol, 05, Hradec Králové 07, Metz 09, Portsmouth 11, Bari 13, Faro, 15, Lyon 17). Eine Besonderheit dieser mathematikdidaktischen Tagung ist, dass sie insbesondere in den letzten Jahren sowohl die Kolleg*innen aus der Primar- als auch aus der Sekundarstufe anspricht. Für den Mathematikunterricht der Grundschule besteht in diesem Bereich ein besonderer Forschungs- und Entwicklungsbedarf, sodass der Austausch über die langjährigen Erfahrungen und die vielfältigen Forschungsaktivitäten aus der Sekundarstufe für alle Beteiligten sehr anregend ist.

Organisiert wurde die diesjährige ICTMT von Bärbel Barzel und Florian Schacht (beide Universität Duisburg-Essen), unterstützt von einem Team aus ‚local organizers' aus den Arbeitsgruppen vor Ort. Die ICTMT war dieses Jahr in drei Konferenzthemen und einem Open Space zur Entwicklung von Visionen strukturiert. Es gab jeweils einen Hauptvortrag aus zwei verschiedenen Perspektiven mit zwei Vortragenden und anschließender Diskussion in Kleingruppen:

1. *Inspiring Learning and Teaching*. Insbesondere im Bereich des Lehrens und Lernens mit Technologien zeigt sich, dass vorliegende wissenschaftliche Erkenntnisse und Forschungsergebnisse noch nicht in dem gewünschten Maße in die Praxis implementiert werden.
   Daher müssen Strategien entwickelt werden, die das Lehren und Lernen (mit Technologien) auf zugängliche Weise anregen. Jürgen Roth (Deutschland) und Lynda Ball (Australien) gaben in ihren beiden Hauptvorträgen eindrucksvolle Einblicke in ihre aktuellen Arbeiten. So zeigen Forschungsergebnisse und neu entwickelte Ressourcen wie das Lehren und Lernen von Mathematik mit digitaler Unterstützung gelingen kann. Ergänzt wurden diese Einsatzszenarien durch Überlegungen zur Gestaltung entsprechender Fortbildungen für Lehrkräfte.
2. *Networking of Theories*. Die Erforschung des Einsatzes von Technologien im Mathematikunterricht erfordert häufig kooperative Forschungsaktivitäten mit unterschiedlichen theoretischen Perspektiven. Die Hauptvorträgen von Angelika Bikner-Ahsbahs (Deutschland) und Arthur Bakker (Niederlande) widmeten sich entsprechend der Vernetzung unterschiedlicher theoretischer Ansätze, die sich auf die Integration von Technologie in das Lehren und Lernen konzentrieren. Ein besonderer Fokus lag auf den notwendigen Strategien, die eine solch komplexe Vernetzung ermöglichen können.
3. *Enhancing Assessment*. Digitale Technologien haben das Potenzial, sowohl summative als auch formative Bewertungsformen zu verbessern. Michal Yerushalmy (Israel) und Bastiaan

Posterpräsentation

Ausblick von der Terrasse der Villa Vue beim Conference Dinner

Heeren (Niederlande) gaben Einblicke in aktuelle Forschungsprojekte zum Einsatz von Technologien bei der Leistungserhebung und -bewertung. Im Fokus war hier jeweils ein formatives Assessment, welches weit über eine einfache „Richtig-Falsch-Rückmeldung“ hinausging.

Neben diesen Hauptvorträgen gab es 36 wissenschaftliche Präsentationen, eine Posterpräsentation (vgl. Abb. 2) sowie Kurzvorstellungen aktueller technischer Entwicklungen im Bereich des Lehrens und Lernens von Mathematik. Letztgenannte Softwaresysteme konnten während der ganzen Tagung in verschiedenen Zeitschienen besichtigt und ausprobiert werden.

Dass die 91 Teilnehmerinnen und Teilnehmer sich an den heißesten Tagen des Jahres, auch bei 40 Grad im Schatten, nicht von der Teilnahme abhalten ließen, war neben dem inhaltlich vielfältigen und zugleich thematisch versiert ausgerichteten Programm sicherlich auch dem abwechslungsreichen Rahmenprogramm geschuldet: Nach einer musikalischen Begrüßung am ersten Tag, konnten die Teilnehmer*innen am zweiten Tag die Stadt Essen und Teile des Ruhrgebiets zu Fuß, mit dem Rad oder mit dem Boot erkunden. Am letzten gemeinsamen Abend gab es nach dem gemeinsamen Essen beim Conference Dinner in der Villa Vue (vgl. Abb. 3) ausgiebig Gelegenheit zu Tanzen.

Unser besonderes Highlight der Tagung war die abschließende gemeinsame Entwicklung von Visionen im Rahmen eines Open Space. Dazu wurden am letzten Tag der Konferenz zunächst Impulsvorträgen von Bärbel Barzel (Deutschland), Paul Drijvers (Niederlande) und Florian Schacht (Deutschland) zu folgenden Fragen gehalten:

1. What will future technology-rich mathematics teaching and learning look like?
2. What will technology look like and how will it impact on learning goals and curricula?
3. How will math education *research* be affected by technological innovation, in terms of agendas, theories, tools and practices?

Im Anschluss bot sich die Möglichkeit in Kleingruppen an diesen Fragen weiterzuarbeiten und in einem gemeinsamen „Visions-Papier“ festzuhalten. Die Ergebnisse werden aktuell noch aufbereitet und strukturiert.

Die Ergebnisse der Konferenz werden in einem Tagungsband erscheinen. Die Informationen zum Tagungsband werden voraussichtlich ab Frühjahr 2020 auf der Konferenzwebsite www.ictmt14.de zur Verfügung stehen.

Ein großes Dankeschön gilt dem charmanten, kreativen und musikalischen Organisationsteam um Bärbel Barzel und Florian Schacht von der Universität Duisburg-Essen!

Christine Bescherer, PH Ludwigsburg
E-Mail: bescherer@ph-ludwigsburg.de

Karina Höveler, WWU Münster
E-Mail: karina.hoeveler@uni-muenster.de

Bericht zur GDM-Nachwuchskonferenz 2019 in Heidelberg

Fabian Grünig und Ute Sproesser

Die GDM Nachwuchskonferenz fand vom 9. bis zum 13. 9. 2019 an der Pädagogischen Hochschule Heidelberg statt. Die Konferenz für Nachwuchswissenschaftler*innen der Mathematikdidaktik wurde im Jahr 2019 von einem Organisationsteam aus den Arbeitsgruppen von Prof. Dr. Markus Vogel und Prof. Dr. Guido Pinkernell organisiert.

Die Nachwuchskonferenz wurde in diesem Jahr das dritte Mal in Folge angeboten, sodass die Nachfrage im Vergleich zu den Vorjahren leicht rückläufig war. Nichtsdestotrotz war das Interesse der Promovierenden an der Konferenz und am wissenschaftlichen Austausch weiterhin hoch, sodass das Organisationsteam am Montag der Konferenzwoche 49 Teilnehmer*innen (34 weiblich, 15 männlich) von insgesamt 27 verschiedenen Hochschulen aus Deutschland, Österreich und der Schweiz begrüßen durfte.

Inhaltliche Angebote und Rahmenprogramm

Das inhaltliche Programm der Nachwuchskonferenz wurde durch Expert*innen der Mathematikdidaktik gestaltet und umfasste drei Hauptvorträge, verschiedene Workshops sowie Beratungsangebote in Form von Runden Tischen und Einzelgesprächen. Das inhaltliche Zusammenspiel sowie das zeitliche Verhältnis der verschiedenen Programmpunkte untereinander – Weiterbildung und Beratung einerseits sowie Freizeit zum Austausch und zur Vernetzung andererseits – wurden von den Teilnehmer*innen sehr positiv bewertet.

Im Rahmen der Hauptvorträge präsentierten Prof. Dr. Timo Leuders, Prof. Dr. Susanne Prediger und Prof. Dr. Benjamin Rott forschungsrelevante Themen und/oder Methoden unter Berücksichtigung der besonderen Perspektive von Nachwuchswissenschaftler*innen. Timo Leuders diskutierte in seinem Vortrag die besondere Herausforderung, während der eigenen Promotionszeit den eigenen Lernprozess einerseits gestalten zu müssen und dabei andererseits einen substantiellen Beitrag zur Theorielandschaft der Mathematikdidaktik liefern zu können. In ihrem Vortrag über die Fachdidaktische Entwicklungsforschung stellte Susanne Prediger die verschiedenen Merkmale dieses Forschungsformats vor und lud die Teilnehmer*innen in Diskussionen dazu ein, ihre Forschungsprojekte auf dem Spektrum zwischen deskriptiver Grundlagenforschung und praxisnaher konkreter Entwicklungsarbeit einzuordnen. Im dritten Hauptvortrag skizzierte Benjamin Rott den aktuellen Stand des „Methodenstreits“ zwischen quantitativen und qualitativen Forschungsansätzen und zeigte auf, wie Forschungsprojekte von Mixed-Method-Designs bzw. von der Überwindung dieser zweifelhaften Dichotomie profitieren können. Alle Vorträge wurden von den Teilnehmer*innen mit großem Interesse verfolgt und äußerst positiv evaluiert.

Das Programm der Nachwuchskonferenz beinhaltete insgesamt 15 Workshops in vier Vormittagsslots, aus denen sich die Teilnehmer*innen ihr individuelles Qualifizierungsprogramm zusammenstellen konnten. In zwei der Slots wurden lange Workshops mit einer Dauer von drei Stunden angeboten, sodass intensive Arbeits- und Diskussionsphasen möglich waren. Die Rückmeldung der Expert*innen und Teilnehmer*innen zu den langen Workshopslots waren insgesamt positiv. Im Rahmen der Evaluation der Konferenz wurden insbesondere die Arbeitsphasen häufig als positives Merkmal der langen Workshops genannt. Das komplette Workshopangebot ist der Tabelle 1 zu entnehmen. Alle Workshopthemen sowie die Expert*innen wurden von den Teilnehmer*innen sehr positiv evaluiert und für zukünftige Veranstaltungen empfohlen.

Im Rahmen von Runden Tischen erhielten die Teilnehmer*innen die Möglichkeit, ihr Forschungsprojekt vor einer Expert*in sowie einer Gruppe von Teilnehmer*innen der Konferenz vorzustellen und mit Blick auf ihre jeweiligen Beratungsanliegen zu diskutieren. Alternativ konnten die Teilnehmer*innen in Einzelgesprächen mit einer zugewiesenen Expert*in Rückmeldung zu ihren Forschungsprojekten erhalten. Während der Konferenz fanden zwölf Runde Tische und 17 Einzelberatungen statt. Alle Teilnehmer*innen evaluierten die Runden Tische insgesamt positiv und gaben unter Anderem an, dass sie sich an den Runden Tischen intensiv mit anderen Projekten auseinandersetzen konnten (85 % Zustimmung) bzw. gut beraten worden sind (92 % Zustimmung). Ein ähnliches Bild zeigt sich in der Evaluation der Einzelberatungen.

Neben den inhaltlichen Konferenzangeboten wurde das Programm durch ein ausgewogenes

Tabelle 1. Workshopangebot der GDM-Nachwuchskonferenz 2019

Workshopslot I (lang)	Workshopslot II	Workshopslot III (lang)	Workshopslot IV
Mixed-Methods-Designs (A. Schulz)	Publizieren (A. Heinze)	Grounded Theory (M. Vollstedt)	Textoptimierung (S. Klug)
Academic Presentations (A. Habbershaw)	Qualitative Inhaltsanalyse (B. Barzel)	Videoanalyse (B. Rott)	Interviewformen (L. Wessel)
Testkonstruktion (S. Ufer)	Entwicklungsforschung (S. Prediger)	Academic Writing (A. Habbershaw)	Prof. Kompetenz (A. Dreher)
	Fragebogenkonstruktion (S. Rach)	Statistische Auswertungsverfahren (S. Krauss)	Strukturgleichungsmodellierung (U. Sproesser und F. Grünig)

Rahmen- und Freizeitprogramm ergänzt. Moderierte Kennenlernangebote, ausreichend Kaffeepausen und abendliche Get-Together boten Gelegenheiten für das Networking und den wissenschaftlichen Austausch. Den Ausflugsnachmittag in der Mitte der Konferenzwoche konnten die Teilnehmer*innen wahlweise mit einer Bootsfahrt über den Neckar entlang der Heidelberger Altstadt oder mit einer Wanderung über den Philosophenweg auf den Heiligenberg verbringen. Am Abend ließen die Teilnehmer*innen den Ausflugstag bei einem gemeinsamen Burgeressen und mit einer Tour durch die Bars und Kneipen der Heidelberger Altstadt ausklingen.

Stimmen der Teilnehmenden

Neben der Zusammenfassung des Tagungsgeschehens aus Sicht der Veranstalter*innen sollen in diesem Bericht auch die Teilnehmer*innen selbst zu Wort kommen. Das Organisationsteam hat eine Auswahl an Teilnehmenden gebeten, ihre persönlichen und konkreten Eindrücke von der Konferenzwoche zu teilen:

Laura Pfeiffer, Bergische Universität Wuppertal, erstes Jahr der Promotion
Bereits drei Wochen nach meinem ersten Arbeitstag an der Universität Wuppertal stieg ich in den Zug in Richtung Heidelberg – mit im Gepäck eine Menge grundlegender Fragen: Wie ist das Klima unter Wissenschaftler*innen? Was benötige ich, um eine Promotion erfolgreich zu meistern? Wie ausgeschärft sollte eine Fragestellung sein, bevor ich mit den ersten Erhebungen beginne? Antworten fand ich in einzelnen Vorträgen, insbesondere aber auch in der Summe zahlreicher kurzer, langer, privater und öffentlicher Gespräche. Auf der Rückreise war mein Gepäck in jedem Fall leichter. Das neue Wissen über Forschungsmethoden und Herausforderungen im Promotionsprozess wurde getragen von der miterlebten Begeisterung für das Forschen und der Freude über neue Kontakte. Als persönliches Fazit möchte ich gerne weitergeben, dass sich die Teilnahme an einer Nachwuchskonferenz auch bereits drei Wochen nach Promotionsbeginn lohnt.

Timo Kosiol, LMU München, erstes Jahr der Promotion
Ich bin froh, dass ich das Angebot einer Einzelberatung wahrgenommen habe. Seit einem halben Jahr arbeite ich in meinem Promotionsprojekt und entwickle einen Test zur Erfassung professioneller Kompetenzen von Lehrkräften. Die Möglichkeit meine Testitems mit Anika Dreher zu diskutieren und mir konkretes Feedback einzuholen, hat mir sehr geholfen. Im Austausch mit Anika Dreher konnte ich manche Frage klären und habe neue Gedankenanstöße bekommen. Wir haben die Beratungszeit effizient genutzt und ich konnte mit ihr konkrete Ideen entwickeln und an meinen Items arbeiten. Es ist toll, dass es auf der Nachwuchskonferenz die Möglichkeit gibt mit Expert*innen direkt in Kontakt zu kommen und in Austausch zu treten. Dadurch bieten sich zahlreiche Gelegenheiten neue Perspektiven auf das eigene Forschungsvorhaben zu gewinnen.

Inga Gebel, Universität Potsdam, zweites Jahr der Promotion
„Ist das überhaupt für die fachdidaktische Community interessant? An welcher Stelle sollte ich noch nachjustieren? Welche Reduktionen und Fokussierungen sind für die Dissertation sinnvoll?“ Während das eigene Dissertationsprojekt immer weiter voranschreitet und umfangreicher wird, stellen sich einem viele dieser Fragen – gepaart mit konträren Emotionen wie Unsicherheiten vs. Projektüberzeugung. Die Präsentation meines Projekts an einem Runden Tisch bot sich in meinem Fall besonders

an, da ich konkrete Schwierigkeiten und Entscheidungsmomente in einer größeren Gruppe diskutieren wollte und die Expertise von Benjamin Rott sowohl zu meinem inhaltlichen Schwerpunkt des Problemlösens als auch zu meiner methodischen Vorgehensweise der Videoanalyse passte. Die ca. 20 Teilnehmer*innen gaben mir in einem konstruktiven und wertschätzenden Austausch Feedback zu Detailfragen und bestärkten mich in meinem eingeschlagenen Weg. Zurück in Potsdam kann nun motiviert und mit neuen Kontakten im Gepäck weitergearbeitet werden. Vielen Dank an alle Beteiligten.

Stefanie Schallert, Johannes Kepler Universität Linz, zweites Jahr der Promotion
Beim vielfältigen Workshopangebot fiel mir die Auswahl nicht gerade leicht. Aufgrund meiner Forschungsfragen habe ich mich letztendlich dann für alle Workshops mit Schwerpunkten in den qualitativen Forschungsmethoden entschieden. Besonders in Erinnerung geblieben ist mir dabei der Workshop zur Grounded Theory von Maike Vollstedt. Ich habe zwar bereits Interviewdaten mit Grounded Theory Ansätzen ausgewertet, wollte aber dennoch an diesem Workshop teilnehmen, um einen Überblick über die verschiedenen Strömungen und Varianten der Methode zu erhalten. Dabei war für mich sowohl der historische Hintergrund verbunden mit der Frage „Woher kommt die Methode?“, als auch die Diskussion der Unterschiede, Vor- und Nachteile der verschiedenen Ansätze gewinnbringend. Durch das umfangreiche Workshopangebot auf der Nachwuchskonferenz konnte ich meine forschungsmethodischen Kenntnisse in den für mich wichtigen Bereichen vertiefen.

Finanzierung

Die Gesamtkosten der diesjährigen GDM-Nachwuchskonferenz beliefen sich auf etwa 20 000 €. Da das Organisationsteam 10 000 € an Drittmitteln bei der Klaus-Tschira-Stiftung sowie weitere 2000 € als Zuschuss bei der Pädagogischen Hochschule Heidelberg eingeworben hatte, musste nicht auf das Budget der GDM zugegriffen werden. Dennoch konnte noch eine moderate Teilnahmegebühr von 200 € bzw. 150 € für GDM-Mitglieder realisiert werden, in der neben den Kosten für das Programm auch die Unterbringung und Verpflegung während der Konferenz enthalten waren. Ein speziell eingerichteter Unterstützungsfonds für Nachwuchswissenschaftler*innen, deren Hochschulen die Teilnahme an der GDM-Nachwuchskonferenz nicht finanzieren konnten, wurde lediglich in zwei Fällen in Anspruch genommen. Für diese Personen konnte durch den Erlass der Teilnahmegebühr die Konferenzteilnahme ermöglicht werden.

Evaluation und Fazit

Nach Auswertung der Evaluation auf Basis von 45 Rückmeldungen durch die Teilnehmer*innen ergibt sich ein durchweg positives Bild der diesjährigen Nachwuchskonferenz. Die Teilnehmer*innen, die sich überwiegend im ersten (72 %) oder zweiten Jahr (21 %) der Promotion befanden, geben an, dass sie das Konferenzangebot in ihrem Projekt weitergebracht hat (90 %) und sie wertvolle Kontakte für die weitere Arbeit geknüpft haben (88 %). Laut den Teilnehmer*innen haben weder die verschiedenen inhaltlichen Angebote noch die Freizeitaktivitäten auf der Konferenz zu viel Raum eingenommen (84 % bis 88 % Zustimmung), sodass sich der Eindruck eines abgerundeten Programms ergibt.

Im Gegensatz zu den Vorjahren fand die Nachwuchskonferenz in Heidelberg nicht in einer gesonderten Tagungsstätte sondern in den Gebäuden der Pädagogischen Hochschule statt. Die Unterbringung in einer externen Jugendherberge führte dazu, dass weniger Teilnehmer*innen als in den Vorjahren für ein abendliches Get-Together ins Tagungskaffee zusammen kamen. Auch mit Blick auf die organisatorische Mehrbelastung empfiehlt das Organisationsteam für zukünftige Ausrichtungen der Nachwuchskonferenz die Wahl einer Tagungsstätte. Dies war in Heidelberg aus verschiedenen Gründen leider nicht möglich, weshalb auf die geschilderte Vorgehensweise zurückgegriffen werden musste.

Das Organisationsteam hat sich entschieden das Beratungsformat der Einzelberatungen anzubieten, welches im Vorjahr erstmalig Bestandteil der Nachwuchskonferenz wurde. Die Einzelberatungen haben in Heidelberg fast zwei Drittel der wahrgenommenen Beratungsangebote ausgemacht. Im Nachhinein sieht das Organisationsteam diese Entscheidung mit gemischten Gefühlen und empfiehlt für die zukünftige Ausrichtung der Nachwuchskonferenz, die Runden Tische als Format der gegenseitigen Beratung und des Austausches so zu realisieren, dass sie als Kernangebot der Konferenz wahrgenommen werden.

Mit Blick auf den Promotionsfortschritt der Teilnehmer*innen verzeichnete die Konferenz in Heidelberg einen „Generationswechsel“. Viele Teilnehmer*innen standen am Beginn ihrer Promotion und nur wenige nahmen bereits zum zweiten Mal an der Konferenz teil (15 %). Besonders war dies in der großen Dankbarkeit der Teilnehmer*innen gegenüber den Expert*innen und dem Organisationsteam und der positiven und freundlichen Gesamtstimmung auf der Konferenz zu spüren. Das Organisationsteam empfindet es als Privileg die jungen Nachwuchswissenschaftler*innen auf ihrem Weg in die Scientific Community begleitet zu haben.

Die nächste Nachwuchskonferenz findet vom 21. bis zum 25. September 2020 im Bildungshaus St. Bernhard in Rastatt (Baden-Württemberg) statt. Organisation und Vorbereitung liegt beim Organisationsteam der PH Freiburg, Institut für Mathematische Bildung (Anika Dreher, Lena Wessel & Timo Leuders), denen weitere Anregungen und Wünsche gerne im Vorfeld per Email zugetragen werden können.

Fabian Grünig, PH Heidelberg
E-Mail: gruenig@ph-heidelberg.de

Ute Sproesser, PH Heidelberg
E-Mail: sproesser@ph-heidelberg.de

Bericht zur Arbeitstagung „Verbindung von akademischem und schulischem Fachwissen für das Lehramt Mathematik“ vom 19./20. 9. 2019 in der Reinhardswaldschule in Fuldatal

Anke Lindmeier, Stefan Krauss und Birke-Johanna Weber

Am 19./20.9.2019 trafen sich 17 Personen aus verschiedenen Arbeitsgruppen, die sich alle mit dem Thema „Verbindung von akademischem und schulischem Fachwissen für das Lehramt Mathematik“ auseinandersetzen, in der Reinhardswaldschule im idyllischen Fuldatal. Obwohl die Teilnehmenden alle einen Arbeitsschwerpunkt mit Bezug zur „doppelten Diskontinuität“ (Klein, 1908/2016) der Mathematiklehrerbildung haben und an der Idealvorstellung einer Mathematiklehrkraft, die fachlich auf „höherem Standpunkt“ (Klein, 1908/2016) agieren kann, arbeiten, hatten sie bisher größtenteils noch nicht zusammengearbeitet. Die Arbeitstagung wurde durch Anke Lindmeier und Stefan Krauss initiiert, vom IPN – Leibniz-Institut für die Pädagogik der Mathematik und Naturwissenschaften finanziert und sollte dazu dienen, dass die von den verschiedenen Personen genutzten theoretischen, empirischen und praktischen Zugänge wechselseitig besser bekannt werden. Zudem sollten gemeinsam aktuelle Forschungsdesiderata herausgearbeitet und Kooperationen angebahnt werden. Zum Auftakt der Tagung gelang es, drei Kurzimpulse zu verschiedenen Perspektiven auf das Thema der „Verbindung von akademischem und schulischem Fachwissen“ zu gewinnen.

Anke Lindmeier (Kiel) stellte den Forschungsstand aus Sicht der Lehrerprofessionsforschung dar. Ausgehend von den charakteristischen Unterschieden der schulischen und akademischen Mathematik, etwa in Bezug auf Erkenntnisgewinnung, Struktur oder Grad der Abstraktion, lässt sich erkennen, dass die Beziehung der beiden „mathematischen Welten“ nicht trivial ist. Insbesondere kann nicht davon ausgegangen werden, dass jemand, der ein ausnehmend gutes Verständnis universitärer mathematischer Inhalte hat, bereits ein gutes Verständnis der Schulmathematik hat, etwa weil die Schulmathematik ja nur der „triviale“ Teil der Mathematik ist (trickle-down Annahme nach Wu, 2011). Die positiv gewendete Frage, welches mathematische Wissen Lehrkräfte denn nun benötigen – also was den „höheren Standpunkt“ ausmacht – hat in verschiedenen Forschungswellen unterschiedliche Ansätze hervorgebracht. Ein aktueller Vorschlag synthetisiert diese und geht davon aus, dass Lehrkräfte über ein berufsspezifisches mathematisches Wissen verfügen müssen (vgl. etwa spezifische Wissensbestände für andere mathematikhaltige Berufe), das SRCK (school-related content knowledge; Dreher, Lindmeier, & Heinze, 2018, 2019). Neben Wissen über die Struktur der Schulmathematik (curriculares Wissen inklusive der zugehörigen Begründungen) sollte dies auch Wissen über Verbindungen zwischen Schulmathematik und akademischer Mathematik umfassen, wobei theoretisch zwischen Beziehungen in top-down Richtung (z. B. Wie kann ein Bereich der akademischen Mathematik für den Gebrauch in der Schule reduziert werden?) und bottom-up Richtung (z. B. Welche Schülerargumente sind zu akademisch-mathematischen Begründungen für einen Sachverhalt kongruent?) unterschieden werden kann. In empirischen Studien konnte das Konstrukt SRCK von anderen Lehrerwissensbereichen mit fachlichem Bezug abgegrenzt werden (Fachwissen, fachdidaktisches Wissen; Heinze, Dreher, Lindmeier, & Niemand, 2016). Wie theoretisch zu vermuten, entwickelte sich SRCK in einer Studie mit Lehramtsstudierenden während des ersten Studienjahrs zudem nicht im Gleichschritt mit Fachwissen, was die Eigenständigkeit des Konstrukts betont (Hoth, Jeschke, Dreher, Lindmeier, & Heinze, 2019). Trotz dieser Ergebnisse betonte Anke Lindmeier, dass zentrale Punkte noch offen sind. So stehen Untersuchungen, ob Lehrkräfte mit hohem SRCK tatsächlich besseren Unterricht machen, noch aus. Ebenso ist noch unklar, wie sich SRCK am besten fördern lässt. Gerade zum letzten Punkt fehlen auch noch ausdifferenzierte Konkretisierungen des theoretisch gewonnen Modells in verschiedenen Inhaltsbereichen. Daran anschließend wurde in der Diskussion zudem herausgestellt, dass noch zu klären ist, zu welchem Zeitpunkt das SRCK im Studium erworben werden sollte. Damit verbunden ergab sich die Frage, welche Veranstaltungsformate für den Erwerb geeignet erscheinen.

Thomas Bauer (Marburg) trug als einer der wenigen primär fachmathematisch geprägten Wissenschaftler, die sich der Verbindung von Schulmathematik und akademischer Mathematik ausführlich widmen, eine fachlich orientierte Sichtweise bei. Als tragendes theoretisches Element zur Charakterisierung des „höheren Standpunkts" führte er die Stufen eines Literacy-Modells (Bauer & Hefendehl-Hebeker, 2019) ein, wobei als Basis für das fachlich adäquate Handeln vor allem theoretisches mathematisches Wissen (theoretical literacy) und Wissen auf einer meta-theoretischen Stufe (reflexive literacy) als wichtig erscheinen. Ersteres stellt beispielsweise die spezifischen akademischen Wissensbestände dar, die bei der Analyse eines schulmathematischen Phänomens benutzt werden sollen. Letzteres befähigt eine „literate" Person, im Sinne der Natur der Disziplin Entscheidungen zu treffen und zu begründen, etwa ob ein unerwartetes Schülerargument im Kern eine mathematische Arbeitsweise spiegelt (vgl. Bauer, 2017). Entsprechend leiten sich hier normative Zielsetzungen der Mathematiklehrerbildung ab, die durch die bereits recht bekannt gewordenen Schnittstellenaufgaben (Bauer & Partheil, 2009; Bauer, 2012; Bauer, 2013a) und die nicht weniger interessanten fachlichen Längsschnitte (Bauer, 2013b) erreicht werden sollen. Ein Spannungsverhältnis, für das in der Lehramtsausbildung bisher kaum Ansätze zur Auflösung vorgelegt wurden, sieht der Referent dabei zwischen der Zielsetzung, das mathematische Wissen (angehender) Lehrkräfte im (hierarchischen) Literacy-Modell bis zur reflexiven Stufe zu entwickeln, während gleichzeitig das Wissen auf theoretischer Stufe (Stufe 3) realistischerweise nicht für alle Teilbereiche der Mathematik erreicht werden kann. In der Diskussion wurde deutlich, dass es sehr wichtig wäre, herauszuarbeiten, wie Lehrkräfte aus der mathematischen und meta-mathematischen Reflexion eines unterrichtlichen Phänomens eine berufliche Handlung ableiten können. Arbeiten wie Bauer, Müller-Hill & Weber (im Druck a und b) stellen Ansätze hierzu vor.

Andreas Eberl (Regensburg) betrachtete anschließend das Thema aus der Perspektive eines Dozenten der Fachdidaktik, der in der universitären Lehrpraxis besonderes Augenmerk auf die Entwicklung des „höheren Standpunkts" zur Überwindung der doppelten Diskontinuität legt. Ganz im Sinne des Aufeinander-Beziehens verschiedener Wissensbereiche werden bei ihm dabei vielfältige Aufgabentypen und -materialien genutzt, die von (rein) fachlichen Aufgaben über schulmathematische oder didaktische Fragestellungen, etwa ausgehend von schulischen Darstellungen oder Arbeitsaufträgen, hin zu anwendungsorientierten Problemkontexten reichen. Die vorgestellte Veranstaltungskonzeption (Eberl, o. D.) überspannt dabei verschiedene mathematische Inhaltsbereiche und thematisiert auch erkenntnistheoretische Aspekte in den verschiedenen „Welten" der Mathematik. Die Selektion der Themen spiegelt veröffentlichte Beispiele, orientiert sich aber auch an typischen Begriffen aus der Studieneingangsphase. Die Gegenüberstellung von Begriffen aus der Schule und Hochschule, beispielsweise die Bezeichnungen für algebraische Objekte und ihre Verknüpfungen auf der einen Seite und ihre konkreten Repräsentanten aus den schulisch relevanten Zahlbereichen auf der anderen Seite, geschieht dabei explizit. Dies soll zur besseren Zugänglichkeit der hochschulischen Konzepte und einer besseren Nutzbarkeit dieser für berufliche Anforderungen der Lehrkraft beitragen, also beide Diskontinuitäten mindern. Die Herausforderung bei der Gestaltung der Lerngelegenheiten läge dabei im Design „guter" Schnittstellenaufgaben, wobei die begrenzte, häufig unsystematische Veröffentlichung von Beispielaufgaben und Themen aus Sicht der Praxis ein Ärgernis darstellt. Er betonte dabei, dass sich – trotz der in der Forschung praktisch konsensual dargestellten Notwendigkeit von Maßnahmen zur aktiven Verknüpfung von schulischem und hochschulischen mathematischen Wissen – der Umfang an gut dokumentierten und evaluierten praktischen Lerngelegenheiten eher träge entwickelt. In der Diskussion bestätigten aus praktischer Sicht mehrere Teilnehmende die Schwierigkeit, gute Lerngelegenheiten (weiter) zu entwickeln, wenn gleichzeitig die Vorstellungen potenzieller Zielsetzungen auch innerhalb einzelner Fachbereiche divers sein können (z. B. die Aushandlung der teilweise unterschiedlichen Interessen in Forschung und Lehre).

Die in den drei Impulsvorträgen eingenommenen Sichtweisen verdeutlichten entsprechend verschieden akzentuierte Desiderata, die sich aber in der anschließenden Diskussion auf zwei Hauptpunkte konzentrieren ließen:

(1) Theoretische Modellierung der Zielbereiche: Obwohl der „höhere Standpunkt“ als Zielvorstellung von fachlicher Lehrerbildung übereinstimmend gefordert wird, fehlt bisher eine einheitliche Beschreibung, welches Wissen die (angehenden) Lehrkräfte befähigt, den „höheren Standpunkt“ einzunehmen. Die vorliegenden Ansatzpunkte „SRCK“ und „mathematical literacy“ betonen unterschiedliche Aspekte der Berufsbezogenheit bzw. der akademischen Qualität des mathematischen Lehrerwissens, die sich nicht ausschließen und gleichzeitig für normative Vorstellungen orientierend sein können. Beschreibungen von Zielkonstrukten des fachlichen Lehramtsstudiums, inklusive deren kriterialer Abgrenzung, sind ein Desiderat.

(2) Dokumentation praktischer Lerngelegenheiten: Obwohl an vielen Standorten unter unterschiedlichen Schwerpunktsetzungen Lerngelegenheiten zur Verbindung von akademischer Mathematik und Schulmathematik entwickelt werden, sind diese häufig nicht oder nicht umfassend dokumentiert. Dadurch sind auch geeignete Themenbereiche, Aufgabentypen oder Aufgabenentwicklungsstrategien für potenziell zielführende Lerngelegenheiten kaum zugänglich. Es fehlt eine systematische Dokumentation konkreter praktischer Lerngelegenheiten, die Unterschiede und Gemeinsamkeiten in Bezug auf Gestaltungsmerkmale zugänglich macht.

Diese beiden Themenbereiche waren für den Rest der Tagung strukturgebend und in zwei Unter-Arbeitsgruppen wurden detailliertere Pläne für weitere Arbeiten auf Basis eines wechselseitigen Austauschs erarbeitet.

In Bezug auf die theoretische Modellierung beschloss die Gruppe, die vorliegenden Modelle, wenn möglich, zu integrieren und mit Konkretisierungen zu hinterlegen. Das Ziel ist dabei idealerweise eine kriteriale Beschreibung von Wissensbereichen, die aus normativer und pragmatischer Sicht als orientierende Zielvorstellung für (angehende) Lehrkräfte genutzt werden können.

In Bezug auf den praktischen Bedarf beschloss die Gruppe, zuerst eine Materialsammlung anzulegen und diese in Bezug auf typische Aufgabenformate zu sichten. Ziel ist dabei – neben dem Austausch der Materialien – die Aufdeckung der Bandbreite bereits vorhandener Lerngelegenheiten (ähnlich Weber & Lindmeier, eingereicht, für mathematische Übungsaufgaben) und ein anschließender Abgleich mit den aus theoretischer Sicht gewonnen Zielvorstellungen.

Die Teilnehmenden bilanzierten die Arbeitstagung durchweg als bereichernd, was klar an der großen Bereitschaft lag, sich selbst einzubringen. Als Organisationsteam danken wir allen für die konstruktiven Beiträge und die anregenden Diskussionen und freuen uns auf die weitere Zusammenarbeit.

Liste der Teilnehmenden

Bauer, Thomas (Marburg)
Dreher, Anika (Freiburg)
Eberl, Andreas (Regensburg)
Eichler, Andreas (Kassel)
Göller, Robin (Lüneburg)
Heinze, Aiso (Kiel)
Isaev, Viktor (Kassel)
Jeschke, Colin (Kiel)
Krauss, Stefan (Regensburg)
Lindmeier, Anke (Kiel)
Lochmann, Andreas (Marburg)
Müller-Hill, Eva (Rostock)
Rach, Stefanie (Magdeburg)
Rauch, Thomas (Regensburg, Straubing)
Schadl, Constanze (München)
Sommerhoff, Daniel (München)
Weber, Birke-Johanna (Kiel)

Literatur

Bauer, Th. (2012). *Analysis-Arbeitsbuch. Bezüge zwischen Schul- und Hochschulmathematik – sichtbar gemacht in Aufgaben mit kommentierten Lösungen.* Wiesbaden: Springer Spektrum.

Bauer, Th. (2013a). Schnittstellen bearbeiten in Schnittstellenaufgaben. In Ch. Ableitinger, J. Kramer & S. Prediger (Hrsg.), *Zur doppelten Diskontinuität in der Gymnasiallehrerbildung* (S. 39–56). Wiesbaden: Springer Spektrum.

Bauer, Th. (2013b). Schulmathematik und universitäre Mathematik – Vernetzung durch inhaltliche Längsschnitte. In H. Allmendinger, K. Lengnink, A. Vohns & G. Wickel (Hrsg.), *Mathematik verständlich unterrichten. Perspektiven für Unterricht und Lehrerbildung* (S. 235–252). Wiesbaden: Springer Spektrum.

Bauer, Th. (2017). Schulmathematik und Hochschulmathematik – was leistet der höhere Standpunkt? *Der Mathematikunterricht, 63*, 36–45.

Bauer, Th., & Partheil, U. (2009). Schnittstellenmodule in der Lehramtsausbildung im Fach Mathematik. *Mathematische Semesterberichte, 56*, 85–103.

Bauer, Th., & Hefendehl-Hebeker, L. (2019). *Mathematikstudium für das Lehramt an Gymnasien. Anforderungen, Ziele und Ansätze zur Gestaltung.* Heidelberg: Springer Spektrum.

Bauer, Th., Müller-Hill, E., & Weber, R. (im Druck a). Fostering subject-driven professional competence of pre-service mathematics teachers – a course conception and first results. Erscheint in: Hanse-Kolloquium zur Hochschuldidaktik der Mathematik 2016.

Bauer, Th., Müller-Hill, E., & Weber, R. (im Druck b). Analyse und Reflexion von Problemlöseprozessen --

Ein Beitrag zur Professionalisierung von Lehramtsstudierenden im Fach Mathematik. Erscheint in: Hanse-Kolloquium zur Hochschuldidaktik der Mathematik 2017.

Dreher, A., Lindmeier, A. & Heinze, A. (2018). What kind of content knowledge do secondary mathematics teachers need? A conceptualization taking into account academic and school mathematics. *Journal für Mathematikdidaktik, 39*(2), 319–341. doi:10.1007/s13138-018-0127-2

Dreher, A., Lindmeier, A. & Heinze, A. (im Druck). Welches Fachwissen brauchen Mathematiklehrkräfte der Sekundarstufe? In I. Kersten, B. Schmidt-Thieme & S. Halverscheid (Hrsg.), *Bedarfsgerechte fachmathematische Lehramtsausbildung. Zielsetzungen und Konzepte unter heterogenen Voraussetzungen (Konzepte und Studien zur Hochschuldidaktik und Lehrerbildung Mathematik)*, Wiesbaden: Springer Fachmedien.

Eberl. A. (o. D.). *Hochschulmathematik für die Schule.* Unveröffentlichte Konzeption für eine 2-stündige Veranstaltung für Studierende des Lehramts Gymnasium. Regensburg: Universität Regensburg.

Heinze, A., Dreher, A., Lindmeier, A. & Niemand, C. (2016). Akademisches versus schulbezogenes Fachwissen – ein differenzierteres Modell des fachspezifischen Professionswissens von angehenden Mathematiklehrkräften der Sekundarstufe. *Zeitschrift für Erziehungswissenschaft, 19*(2), 329–349. doi:10.1007/s11618-016-0674-6

Hoth, J., Jeschke, C., Dreher, A., Lindmeier, A. & Heinze, A. (2019, online first). Ist akademisches Fachwissen hinreichend für den Erwerb eines berufsspezifischen Fachwissens im Lehramtsstudium? Eine Untersuchung der intellectual trickle-down-Annahme. *Journal für Mathematikdidaktik.* doi:10.1007/s13138-019-00152-0

Klein, F. (1908/2016). *Elementary Mathematics from a Higher Standpoint*. Berlin: Springer.

Weber, B.-J. & Lindmeier, A. (eingereicht). Viel Beweisen, kaum Rechnen? Gestaltungsmerkmale mathematischer Übungsaufgaben im Studium.

Wu, H. (2011). The mis-education of mathematics teachers. *Notices of the AMS, 58*(3), 372–384.

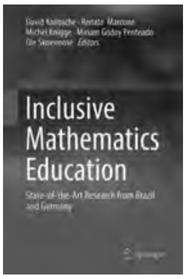
Anke Lindmeier, IPN Kiel
E-Mail: lindmeier@leibniz-ipn.de

Stefan Krauss, Universität Regensburg
E-Mail: stefan.krauss@mathematik.uni-regensburg.de

Birke-Johanna Weber, IPN Kiel
E-Mail: bweber@leibniz-ipn.de

David Kollosche, Renato Marcone, Michel Knigge, Miriam Godoy Penteado and Ole Skovsmose: *Inclusive Mathematics Education – State of the Art Research from Brazil and Germany*

Rezensiert von Nina Bohlmann



Heterogenität und Inklusion sind im aktuellen Bildungsdiskurs zu Schlüsselbegriffen und der Umgang mit Vielfalt zum zentralen Gegenstand geworden. Während die Auseinandersetzung mit dem Thema Inklusion lange Zeit vor allem im Dialog zwischen Sonderpädagogik und Schulpädagogik stattfand, widmen sich seit einigen Jahren auch die Fachdidaktiken und in diesem Sinne ebenso die Mathematikdidaktik der Thematik. Die bisherigen mathematikdidaktischen Zugänge sind überwiegend unterrichtspraktisch-didaktischer oder professionstheoretischer Natur. Es liegen einige praxisbezogene Sammelbände und Beiträge vor, die fachdidaktische Konzepte für einen inklusiven Mathematikunterricht sowie für die Lehrer*innenbildung präsentieren (vgl. bspw. Benölken, Berlinger & Veber, 2018; Fetzer, 2016; Häsel-Weide & Nührenbörger, 2017; Käpnick, 2016). Der stark didaktisch geprägte Diskurs wird nun um einen forschungsbezogenen Sammelband erweitert: David Kollosche, Renato Marcone, Michel Knigge, Miriam Godoy Penteado und Ole Skovsmose legen ein Werk vor, das dem Anspruch folgt, aktuelle Forschungstendenzen aus Deutschland und Brasilien zu inklusivem Mathematikunterricht abzubilden. Ausgangspunkt des Bandes stellt die Erkenntnis der Herausgeber*innen dar, dass trotz des in vielen Teilen der Erde bestehenden Anspruchs, inklusive Bildung weiterzuentwickeln, ein internationales Kompendium zu inklusivem Mathematikunterricht noch aussteht. In diesem Sinne zielt das Werk darauf ab, die international bestehende Forschungslücke zu verkleinern. Einschließlich Literaturangaben handelt es sich um einen 652 Seiten starken Band, der neben den fünf Herausgeber*innen weitere 74 Wissenschaftlicher*innen aus Deutschland, der Schweiz, Österreich und Brasilien inhaltlich zusammenbringt.

Zur Struktur des Bandes

Das Buch umfasst 32 Kapitel und ist in neun Bereiche untergliedert, die sich verschiedenen Aspekten eines inklusiven Mathematikunterrichts annehmen. Neben einer Einführung (Teil I) gibt es Beiträge, die sich kritisch mit dem Konzept eines inklusiven Mathematikunterrichts auseinandersetzen (Teil II) sowie Artikel zur Gestaltung desselbigen (Teil III). Die Teile IV bis VII setzen sich mit spezifischen Bedürfnissen bestimmter Schüler*innengruppen im Kontext des Mathematikunterrichts auseinander sowie mit Herausforderungen, die das Schulfach Mathematik diesbezüglich aufweisen kann. Hierzu zählen die Besonderheiten gehörbehinderter Schüler*innen und Lernender mit Autismus-Spektrum-Störungen[1] sowie die Rolle der Sprache, von Emotionen und Mathematikangst. Teil VIII widmet sich dem Mathematiklernen unter speziellen institutionellen Umständen wie bspw. dem Unterricht in Krankenhausklassen. Der letzte Teil, Teil IX, setzt sich mit der Lehrer*innenbildung im Kontext von inklusivem Mathematikunterricht auseinander.

Zu den einzelnen Abschnitten und ausgewählten Beiträgen

Die einführenden Kapitel rekapitulieren zunächst zusammenfassend die grundsätzliche Idee hinter inklusiver Bildung und skizzieren deren Entwicklung. Dabei wird je ein Überblick über die aktuelle Situation in Deutschland und Brasilien gegeben, indem die Bildungssysteme sowie der Status Quo inklusiver Bildung und inklusiven Mathematikunterrichts beider Länder beschrieben werden.

Der zweite Abschnitt liefert kritische Sichtweisen auf inklusiven Mathematikunterricht; er problematisiert, hinterfragt und kritisiert – eine Perspektive, die im deutschsprachigen Diskurs noch unterrepräsentiert ist. Diese Annahme wird bestätigt durch die Tatsache, dass die entsprechenden Beiträge ausschließlich von brasilianischer Seite stammen

[1] Ich verwende hier die Begriffe, die auch von entsprechenden Bundesverbänden oder Fachgesellschaften genutzt werden.

(wenn man den dorthin ausgewanderten Skovsmose dieser Seite zurechnet). Besonders bereichernd sind die Kapitel von Marcone, Faustino et al. und Skovsmose. Marcone etwa identifiziert Tendenzen des Herabschauens auf weniger begünstigte Gruppen auch im Inklusionskontext und problematisiert, inwiefern Konstrukte wie *Behinderung* oder das *Abnormale* nur über Definitionen bestimmter Gruppen vom *Normalen* geschaffen werden. "Researching, understanding and healing the *Abnormal* people is a *Normal* people agenda" (S. 43, Hervorhebung im Original). Bezogen auf das Lernen von Mathematik zeigt Marcone am Beispiel einer blinden Mathematikstudierenden auf, wie eine Inklusionsideologie geschaffen und aufrechterhalten wird, und wie bestimmte Gruppen darüber entscheiden, wer in der Lage ist, welche Art von Mathematik zu lernen.

Faustino et al. stellen in ihrem Beitrag die These auf, dass die Etablierung von Inklusion auf der Makroebene des Bildungssystems zu Prozessen der Exklusion auf der Mikroebene der Interaktion führen kann. Die Autor*innen identifizieren acht verschiedene Arten der *Mikroexlusion*, die vom Ignorieren und Normalisieren über das Etikettieren hin zu institutionellen Praktiken reichen. Spannend ist dies vor allem insofern, als deutlich wird, inwiefern die Akteur*innen des Unterrichts (Lehrende wie Lernende) an der Hervorbringung von Unterschieden und damit verbundener Exklusion konstitutiv beteiligt sind. Zudem wird deutlich, dass die Umsetzung von inklusiver Bildung auf einer Ebene zur Verschiebung von Exklusion auf eine andere Ebene führen kann.

Auch die Ausführungen von Skovsmose laden ein, die eigenen (Vor-)Annahmen und Glaubenssätze zu Inklusion und inklusivem Mathematikunterricht zu hinterfragen, oder zumindest zu reflektieren. Skovsmose weist darauf hin, dass Inklusion immer eine Inklusion von bestimmten Personen(gruppen) in bestimmte Kontexte darstellt und damit problematische oder fragwürdige Diskurse einhergehen können, die Vorstellungen von *normal*/*nicht normal* generieren. Skovsmose ruft ähnlich wie Marcone dazu auf, den Begriff der Normalität zu hinterfragen und inklusive Bildung zu reinterpretieren als *Treffen von Verschiedenheit(en)* ("Meeting amongst differences", S. 78 ff, eigene Übersetzung).

Teil III widmet sich Möglichkeiten der Gestaltung von inklusivem Mathematikunterricht, die überwiegend von Vertreter*innen des deutschsprachigen Raums präsentiert werden. Neben dem im Kontext des inklusiven Mathematikunterrichts mittlerweile verbreiteten Konzept der Lernumgebungen werden u. a. Lernbüros, der Response-to-Intervention-Ansatz, das Dialogische Lernen und die sog. Landscapes of Investigation als Möglichkeiten diskutiert, Mathematikunterricht inklusiv zu gestalten. Die in diesem Teil vorgestellten Ansätze zeigen die Vielfalt der Möglichkeiten, Ansprüche inklusiven Mathematikunterrichts in der Praxis umzusetzen, und diskutieren anhand empirischer Ergebnisse deren Eignung. Gleichermaßen machen alle Beiträge in diesem Abschnitt auf die Herausforderungen aufmerksam, die sich insbesondere für Lehrer*innen bei der Umsetzung eines entsprechenden Unterrichts ergeben.

Der vierte Teil setzt sich mit Hörbeeinträchtigungen im Kontext des Mathematikunterrichts auseinander und arbeitet die Bedürfnisse gehörloser Schüler*innen sowie deren besondere Situation beim Mathematiklernen heraus. Umfangreich wird die Rolle von Gebärdensprachdolmetscher*innen, ihre Ausbildung und die Auswirkungen der Anwesenheit von Dolmetscher*innen im Unterricht diskutiert. Zudem werden der Mehrwert von Kommunikation und Aushandlung zwischen gehörlosen und hörenden Schüler*innen über mathematische Inhalte für das Lernen aller herausgearbeitet und somit neben den Herausforderungen auch die fachlichen Vorteile eines inklusiven Unterrichts zu Tage gebracht. Es wird durch die ausschließlich aus dem brasilianischen Kontext stammenden Beiträge deutlich, dass die Inklusion im dortigen Bildungssystem in dieser Hinsicht durchaus weiter vorangeschritten ist als im deutschen Bildungssystem. Auch Teil V vereint ausschließlich brasilianische Artikel und diskutiert die Besonderheiten von Schüler*innen mit autistischen Störungen beim Mathematiklernen sowie die Konsequenzen für die Planung und Durchführung von Unterricht.

Der Schwerpunkt von Abschnitt VI liegt auf der Rolle von Sprache im Kontext des Mathematikunterrichts. Die ausschließlich aus dem deutschsprachigen Kontext stammenden Beiträge betonen die Bedeutsamkeit der Sprache sowie sprachlicher Fähigkeiten für das Lernen von Mathematik, einerseits im Hinblick auf die kognitive, andererseits auch auf die kommunikative Funktion von Sprache, insbesondere, wenn dem Lernen durch Aushandlung eine zentrale Rolle beigemessen wird. Die Kernaussage der Beiträge besteht darin, dass eine Teilhabe (am Unterricht, an der Gesellschaft, am Mathematiklernen, ...) voraussetzt, sprachliche Handlungen differenziert und umfangreich vollziehen zu können. Wer mit den mathematikdidaktischen Arbeiten zu Mathematik und Sprache vertraut ist, dem wird auffallen, dass sich die hier getroffenen Aussagen in ähnlicher Weise bereits in älteren Arbeiten wiederfinden lassen. Es könnte argumentiert werden, dass die entsprechende Forschung Inklusion eher als Deckmantel nutzt, um vorhandene Ideen in neuen Kontexten zu präsentieren. Dieser Eindruck entsteht jedoch glücklicherweise nicht bei allen Artikeln. Die Bezüge zum inklusiven Mathematikunterricht hätten jedoch theoretisch wie empirisch konkreter herausgearbeitet werden können.

Verwundern mag unter Umständen der Schwerpunkt von Abschnitt VII, der sich mit Emotionen, Mathematikangst und persönlichen Bezügen zur Mathematik und zum Mathematikunterricht auseinandersetzt. Ähnlich wie im vorigen Abschnitt werden hier Themen verhandelt, die bisher nur wenig Berührungspunkte zu inklusivem Mathematikunterricht aufwiesen. Wenn man jedoch ein weites Verständnis von Inklusion anlegt, wird deutlich, dass im Sinne einer Teilhabe an der Mathematik *aller* eine entsprechende Lernatmosphäre geschaffen werden muss, die genau dies ermöglicht. So geben dos Santos Carmo, Gris und dos Santos Palombarini an: "We understand that a mathematical culture and inclusive mathematics go hand in hand" (S. 414). In diesem Sinne wird die Relevanz des gesamten Abschnitts für das übergeordnete Thema des Bandes deutlich: Neben der didaktischen Ausgestaltung des Unterrichts muss auch einer positiven Atmosphäre eine zentrale Rolle beigemessen werden, wenn es um einen (auch emotionalen) Zugang zur Mathematik geht. Kollosche zufolge, der sich in seinem Beitrag mit der Zurückweisung von Mathematik durch Schüler*innen auseinandersetzt und damit Selbstexklusion problematisiert, bedarf es vor allem einer anderen Philosophie des Mathematikunterrichts. Auch wenn die in diesem Abschnitt thematisierte Verbindung zwischen Emotionen, Angst, Motivation und inklusivem Mathematikunterricht durchaus von Relevanz ist, wird sie von den Autor*innen jedoch nicht immer ausreichend formuliert. Und so obliegt es dem/der Leser*in selbst, entsprechende Verbindungen herzustellen.

Abschnitt VIII widmet sich dem Mathematikunterricht unter besonderen Umständen und thematisiert Kontexte, in denen Mathematiklernen nicht im Rahmen der allgemeinbildenden Schule stattfindet (sondern bspw. in Krankenhausklassen oder der Erwachsenenbildung). Auch hier kommt erneut die Frage auf, worin der konkrete Bezug zur Inklusionsthematik besteht, handelt es sich doch um Kontexte, in denen die entsprechenden Personen gerade *nicht* am Regelunterricht teilhaben. Begreift man Inklusion jedoch als Recht der Teilhabe an Bildungsprozessen, kommt der Ausgestaltung des Mathematikunterrichts unter den genannten Rahmenbedingungen eine wichtige Bedeutung zu. Zentral ist die Erkenntnis, dass sich Unterricht an die Lernenden und ihre Umstände anpassen muss. Trotzdem entsteht beim Lesen die unangenehme Frage, ob die entsprechenden Personengruppen in gewisser Weise nicht trotzdem von bestimmten Praktiken ausgeschlossen werden. Die Gründe, warum diese Gruppen nicht am Regelunterricht teilnehmen können, scheinen zwar einleuchtend. Gleichermaßen ist diese Sichtweise ausgesprochen gefährlich, suggeriert sie doch, dass manche Lernende eben doch nicht am gemeinsamen Unterricht teilnehmen können. Das Argument könnte dann wiederum auch auf bspw. gehörlose Schüler*innen oder Schüler*innen mit geistiger Behinderung übertragen werden und läuft dem Kerngedanken von Inklusion komplett zuwider. Womöglich braucht es vor allem Fantasie und Mut, um in der inklusiven Bildung neue Wege zu gehen und ein gemeinsames Lernen zu realisieren, auch im Rahmen des Mathematikunterrichts.

Der Band schließt mit einem Abschnitt zur Lehrer*innenbildung für inklusiven Mathematikunterricht und stellt verschiedene Studien, Maßnahmen und Erprobungen vor, um Lehramtsstudierende bestmöglich auf die Anforderungen eines entsprechenden Unterrichts vorzubereiten. Die in den einzelnen Beiträgen vorgestellten Studien setzen an verschiedenen Zeitpunkten des Studiums an und machen deutlich, dass Qualifizierungsmaßnahmen über das gesamte Studium hinweg von Bedeutung sind und kurz angelegte Lerneinheiten meistens keine nachhaltigen Auswirkungen haben. Es werden zudem Beliefs und Einstellungen von Studierenden als zentrale Gelingensbedingung identifiziert, was die Ergebnisse voriger Studien bestätigt (vgl. etwa Korff, 2015). Zugleich weisen die Artikel (mit Ausnahme des Beitrags von Scherer) nur wenig konkrete Bezüge zu den Besonderheiten der Mathematik und des Mathematikunterrichts auf. In den theoretischen Ausführungen finden sich kaum breiter angelegte Analysen der Studienlage zu mathematikunterrichtsspezifischen Qualifizierungsmaßnahmen.

Würdigung und Kritik

Betrachtet man die Strukturierung des Bandes genauer, fällt auf, dass bestimmte Bereiche inhaltlich überwiegend von deutschsprachiger *oder* brasilianischer Seite abgedeckt werden. Aus dem brasilianischen Kontext kommen die problematisierenden und kritischen Beiträge (4/4), die Forschung zum Mathematiklernen bei Schüler*innen mit Hörschädigung (4/4), ebenso zu Lernenden mit Autismus-Spektrum-Störungen (2/2) sowie zum Mathematiklernen unter speziellen institutionellen Umständen (3/3). Aus dem deutschsprachigen Kontext hingegen stammt die Mehrheit der Beiträge zur (Aus)Gestaltung von inklusivem Mathematikunterricht (6/7), zur Rolle der Sprache für das Mathematiklernen (3/3), zu Emotionen und Mathematikangst (3/4) sowie zur Lehrer*innenbildung (5/5). Diese Erkenntnis soll nicht unterstellen, dass im jeweils anderen Kontext entsprechende Forschung nicht vorhanden sei, zumindest wird sie im vorliegenden Band jedoch nicht präsentiert. In jedem Fall werden die Schwerpunkte der deutschsprachigen Community zu inklusivem Mathematikunterricht bestätigt: unterrichtspraktisch-didaktisch geprägte Arbeiten und Beiträge zur Lehrer*innenbildung. In Ergänzung zur bisherigen Literatur sind jedoch alle Beiträge forschungsorientiert, in theoretischer und/oder empirischer Hinsicht, und gehen über rein didaktische Empfehlungen und Konzepte hinaus. In dieser Hinsicht stellt der Band in jedem Fall einen Mehrwert für den deutschsprachigen Diskurs dar.

Bereits im Vorwort, in dem die Herausgeber*innen die Grundidee hinter dem Werk beschreiben, wird übrigens genau dies aufgegriffen: durch die verschieden gewachsenen Traditionen in Deutschland und Brasilien in Bezug auf die Inklusion von Schüler*innen mit besonderen Bedürfnissen unterscheiden sich die Schwerpunkte, die sich derzeit in der Forschungslandschaft beider Länder nachzeichnen lassen. Diese Unterschiedlichkeit ergänze sich laut den Herausgeber*innen gegenseitig und habe das Potenzial, einen Überblick zu inklusivem Mathematikunterricht zu geben.

Insgesamt bietet der Band tatsächlich umfangreiche Einblicke in die Forschung zu inklusivem Mathematikunterricht. Für mich wird jedoch auch deutlich, dass im deutschsprachigen Diskurs noch zu wenig kritische Stimmen existieren. So wird kaum über Exklusion und Exklusionspraktiken gesprochen, sondern eher über Chancen und Gelingensbedingungen. Hier können wir von einem Blick in den brasilianischen Diskurs profitieren. Die Artikel von Marcone und von Faustino et al. demonstrieren, durch welche Sichtweisen, Praktiken und Strukturen Schüler*innen systematisch und häufig unbewusst und ungewollt von bestimmten Aktivitäten, Praktiken oder Formen der Mathematik ausgeschlossen werden. Die Artikel in Abschnitt II machen deutlich, dass auch Akteur*innen im Inklusionskontext an der Schaffung, Aufrechterhaltung und Ausgestaltung einer Inklusionsideologie konstitutiv beteiligt sind. Dies gilt insbesondere für das Lernen von Mathematik, einer Wissenschaft, die nach Mendrick (2017) vor allem mit Männlichkeit, Weißsein und Mittelschichtszugehörigkeit assoziiert wird. Zu den vielen Eigenschaften, die in der Gesellschaft nicht mit Mathematik in Zusammenhang gebracht werden, ergänzt Marcone Blindheit. Die Liste ließe sich durch andere Eigenschaften fortführen, die als *Behinderung*, *Störung* oder *Förderschwerpunkt* bezeichnet werden. Es wird ersichtlich, dass wir neben unserem Verständnis von Schule und (Mathematik)Unterricht, auch unser Bild von Mathematik kritisch hinterfragen sollten.

Weiterhin lassen sich zwei zentrale Strömungen erkennen: Auf der einen Seite werden der Imperativ und die Notwendigkeit deutlich, Vielfalt anzuerkennen und auf die besonderen Bedürfnisse bestimmter Schüler*innen einzugehen. Auf der anderen Seite besteht dabei immer die Gefahr von Stigmatisierung und Etikettierung. In diesem Spannungsfeld stehen „One-size-fits-all"-Ansätze (wie Lernumgebungen) Konzepten individueller Förderung mit individualisierten Lernzielen gegenüber. Einerseits scheint die Konzentration auf bestimmte Förderschwerpunkte oder Schüler*innengruppen dem inklusiven Ansatz querzulaufen, da damit zwangsläufig Etikettierungen einhergehen. Andererseits helfen die entsprechenden Analysen, die Besonderheiten und besonderen Bedürfnisse bestimmter Schüler*innen beim Lernen von Mathematik zu erkennen und bei der Planung und Durchführung von Unterricht zu berücksichtigen. Die besonderen Bedürfnisse nicht zu erkennen, erhöht das Exklusionsrisiko.

Und so macht der Band einen weiteren Aspekt deutlich: Inklusiver Mathematikunterricht bringt zwangsläufig Widersprüchlichkeiten mit sich: Etikettierungen vs. bestmögliche Förderung durch Erkennen besonderer Bedarfe; individuelle Förderung vs. gemeinsame Lernsituationen; differenzierte Lernziele vs. ein Lernen am gemeinsamen Gegenstand. Diese Spannungsfelder sind nicht als unvereinbar oder als Gegensatzpaare zu verstehen, jedoch als Herausforderung einer Ausbalancierung der jeweiligen Aspekte.

Es bleibt abschließend die Frage, ob mit Vorlage des Bandes tatsächlich ein *internationales* Kompendium geliefert wird. Dafür spricht, dass es sich um ein englischsprachiges Werk handelt, welches einem internationalen Publikum zugänglich ist. Auch geht die Forschung über Landesgrenzen hinweg. Dennoch liegt der Fokus auf zwei Regionen. In jedem Fall können zumindest diese durch einen Blick auf den jeweils anderen Kontext ihre Perspektive erweitern. Für den deutschsprachigen Raum bedeutet dies aus meiner Sicht vor allem, die Konzepte zu inklusivem Mathematikunterricht, dahinterliegende Ideologien und Illusionen stärker zu hinterfragen. Ein Blick nach Brasilien kann die deutsche Perspektive in dieser Hinsicht bereichern, womit der Band sein Ziel erreicht. Es bleibt zu hoffen, dass die deutschsprachige Community um inklusiven Mathematikunterricht diesen Sammelband zur Kenntnis nimmt.

Was meiner Meinung nach jedoch fehlt, sind vergleichende Ansätze und verbindende Elemente. Es handelt sich vor allem um eine Sammlung vielfältiger Beiträge rundum das Thema *Inklusiver Mathematikunterricht*. Dies ist insofern problematisch, als Ansätze zu inklusivem Mathematikunterricht, die inhaltlich in sehr unterschiedliche Richtungen gehen, unkritisch nebeneinanderstehen. Und so werden durch den Sammelband, der die Forschungslücke zu inklusivem Mathematikunterricht zu verkleinern versucht, gleichzeitig neue Desiderata ersichtlich: dass es auch im deutschsprachigen Raum mehr theoretisch reflektierter und vergleichender Beiträge bedarf.

Literatur

Benölken, R., Berlinger, N. & Veber, M. (Hrsg.) (2018). *Alle zusammen! Offene, substanzielle Problemfelder als Gestaltungsbaustein für inklusiven Mathematikunterricht*. Münster: WTM.

Fetzer, M. (2016). *Inklusiver Mathematikunterricht. Ideen für die Grundschule*. Baltmannsweiler: Schneider Verlag Hohengehren.

Häsel-Weide, U. & Nührenbörger, M. (Hrsg.) (2017). *Gemeinsam Mathematik lernen. Mit allen Kindern rechnen*. Frankfurt am Main: Grundschulverband e. V.

Käpnick, F. (Hrsg.) (2016). *Verschieden verschiedene Kinder. Inklusives Fördern im Mathematikunterricht der Grundschule.* Seelze: Klett Kallmeyer.

Korff, N. (2015). *Inklusiver Mathematikunterricht in der Primarstufe. Erfahrungen, Perspektiven und Herausforderungen.* Baltmannsweiler: Schneider-Verl. Hohengehren.

Mendick, H. (2017). Mathematical futures: Discourses of mathematics in fictions of the post-2008 financial crisis. In A. Chronaki (Ed.), *Proceedings of the Ninth International Mathematics Education and Society Conference* (S. 74–89). Volos: University of Thessaly Press.

David Kollosche, Renato Marcone, Michel Knigge, Miriam Godoy Penteado, Ole Skovsmose: *Inclusive Mathematics Education – State-of-the-Art Research from Brazil and Germany.* Springer International Publishing. Cham 2019. 652 Seiten.

Nina Bohlmann, Universität Leipzig
E-Mail: nina.bohlmann@uni-leipzig.de

Berthold Eckstein: *Brüche, Dezimalzahlen und Prozente darstellen und verstehen*

Rezensiert von Wolfram Meyerhöfer

Es gibt im deutschsprachigen Raum nur wenige *umfassende* Darstellungen zur Didaktik der Bruchrechnung. Das vorliegende Buch stößt in diese Lücke mit einer konsequent unterrichtspraktisch orientierten Darstellung, die einem einzigen didaktischen Ansatz folgt – also kein didaktisches Lehrbuch ist – aber gleichwohl dem Anspruch folgt, das Gebiet umfassend zu erschließen. Der Autor – ein Lehrer mit Unterrichtserfahrung in vielen Altersstufen – ist manchem/r Leser/in vielleicht bekannt von seinem Buch „Mit 10 Fingern zum Zahlverständnis. Optimale Förderung für 4- bis 8-Jährige.“

Das Buch beginnt mit einem „Theorie-Kapitel“: „Das zentrale Ziel: Aufbau von Grundvorstellungen“ (S. 11). Wie andere Autor/innen entkommt auch Eckstein den Wirrnissen des Begriffs nicht. Auch hier bleibt unklar, ob Grundvorstellungen (GV) nun das Verstehen *ermöglichen* oder *sind*, ob „sich etwas vorstellen können“ mehr oder weniger oder das Gleiche ist wie „GV haben“, ob die Darstellung von mathematischen Inhalten auf verschiedenen Repräsentationsebenen die GV erzeugt oder umgekehrt oder ob „GV haben“ gleichzusetzen ist mit der Fähigkeit, diese unterschiedlichen Repräsentationen des Gegenstandes ineinander zu übersetzen. Da das Kapitel aber nur 7 Seiten umfasst, kann man es einfach als grobe Positionierung des Autors im didaktischen Diskurs lesen.

Im Weiteren brennt der Autor ein schönes Feuerwerk der Ideen für uns ab. Er steigt mit „Aufgaben für den Einstieg“ (Kapitel 2) ein. Er versammelt hier

- Papier falten (fortlaufende Halbierungen)
- Lakritzschnecken teilen
- Pizzen gerecht teilen
- Quadrate unterschiedlich teilen
- Anordnung von Plättchen in zwei Farben

Alles das hat man anderswo bereits gesehen. – Für jemanden, der das Thema Brüche unterrichten will, ist dies aber eine wohlsortierte, gut kommentierte Zusammenstellung. Wenn man sie gelesen hat, dann kann man morgen ein paar tiefgründige Unterrichtsstunden zur Einführung in die Bruchzahlen halten. Hilfreich ist, dass Eckstein in vielerlei Lernstufen unterrichtet hat. Zu jedem Unterkapitel gibt er an, inwiefern das Thema für die Klassen 5/6, 7/8, 9/10 und für „Jugendliche und Erwachsene“, also für den außerschulischen Grundbildungsbereich, geeignet ist. Seine Darstellungen sind so erfahrungsgesättigt und reflektiert, dass man auch diesen Zuordnungen vertraut.

Kapitel 3 widmet sich der elaborierteren „Entwicklung von Bruchzahlverständnis mit gewöhnlichen Brüchen“. Auch hier haben wir die Themen

- Pizza, Torten oder Sand aufteilen
- Bruchteile von Flüssigkeiten, von Uhrzeiten, von Geldbeträgen, von Strecken
- Bruchteile am Geobrett darstellen
- Quadratunterteilungen, Rechtecke in Bruchteile zerlegen
- Parallelenschar
- Bruchalben

fast alle schon gesehen. Es ist aber sehr prägnant ausgearbeitet, wo die Verstehensknackpunkte sind und wie man mit ihnen umgehen kann.

Bruchzahlen an Bruchstreifen und Zahlenstrahl

Das Kapitel 4 zur „Darstellung von Bruchzahlen am Zahlenstrahl“ kommt ein wenig weniger stringent daher. Hier versucht Eckstein, uns von zweierlei zu überzeugen:

Zunächst behauptet er die unabdingbare Notwendigkeit, Bruchzahlen am Zahlenstrahl und strukturgleich an Bruchstreifen darzustellen. Begründet wird das mit der Behauptung, dass die fundamentalen Ideen zu Bruchzahlen[1] in der linearen Darstellung deutlicher und prägnanter zutage treten als in flächigen Darstellungen. Ausgeführt wird das wenig überzeugend: Die Ausführungen laufen zum größeren Teil eher darauf hinaus, dass in stärkerem Maße Bruchteile von mehreren Ganzen betrachtet werden müssen, was mir aber am Zahlenstrahl ebenso schwierig erscheint wie in anderen Darstellungen. Eckstein lehnt sich mit seiner Überzeugung an die Ausarbeitungen der Gruppe um Susanne Prediger an, deren Begründungen aber auch nicht ganz schlagkräftig rezipiert werden. Gleichzeitig erscheint mir dieser Ansatz aber durchaus reizvoll, so dass ich mir von einem so erfahrenen Lehrenden, wie Eckstein es ist, ein paar empirische Verdichtungen zum praktischen Erfolg dieses Ansatzes gewünscht hätte. Gerade an dieser Stelle – an der ein im didaktischen Diskurs noch nicht durchgesetztes Arbeitsmittel stark gemacht wird und wir als mathematikdidaktische Kommunität Erfahrungsberichte bräuchten – bleibt Eckstein aber auffällig wortkarg. Auch die zahlenstrahligen Darstellungen der Rechenoperationen im späteren Kapitel 6 überzeugen eher nicht von der Schlagkraft dieser Darstellungsform.

Die Zahlenstrahlargumentation ist eng verbunden mit der Forderung, auf den Bruchstreifen und den Zahlenstrahlen von vornherein die gemeinen Brüche mit den zugehörigen Dezimalbrüchen und den zugehörigen Prozenten zu verzahnen. Dieser Ansatz ist ausgesprochen wertvoll und in dieser Form auch innovativ für den Grundbildungsbereich, also für die Arbeit mit Erwachsenen – weil sie diese Begriffe bereits kennen und auch (oft unverständig) mit ihnen arbeiten. Ob ein solches Vorgehen aber auch für junge Lernende geeignet ist, das ist empirisch wenig klar. Hier hätte ich mir von einem erfahrenen Lehrenden einen kritisch reflektierten Erfahrungsbericht gewünscht.

Verbalisierte Materialhandlung versus begriffliche Erschließung

Im Kapitel 5 führt Eckstein in die Darstellung von Dezimalzahlen mit Decimats (und Mehrsystemblöcken und der Stellenwerttabelle) ein. Unterrichtlich besonders produktiv sind hier die Ideen zum Erwerb von Stellenwertverständnis mit den Decimats. Das Kapitel ist aber auch theoriekonzeptionell interessant, weil es die Verwerfungen zeigt, die auftauchen, wenn Praktiker versuchen, ihr Tun in ein Theoriesystem einzuordnen, welches in gewisser Weise weniger leistet als das praktische Tun hergibt. Eckstein bezieht sich auf die „vier Phasen vom konkreten zum gedanklichen Handeln“, welche Wartha und Schulz (2012, S. 63) in Rezeption der Arbeiten von Schipper beschreiben: 1. Die Lernenden handeln am konkreten Material. 2. Die Lernenden beschreiben die Handlung mit Sicht auf das Material. 3. Die Lernenden beschreiben die Handlung ohne Sicht auf das Material. 4. Die Lernenden beschreiben die Handlung „nur“ in der Vorstellung.

Ich kritisiere dieses Konzept aus dem Blickwinkel eines Ansatzes, der die begriffliche Erschließung des mathematischen Gegenstandes in das Zentrum des Lernprozesses stellt (vgl. Meyerhöfer, 2018, konkrete Umsetzung Kwapis, Meyerhöfer u. a., 2018). Aus dem Blickwinkel dieses Ansatzes

[1] Er nutzt hier (S. 56) die sparsame Begriffsfassung von Baireuther (1997, S.1): „1. Bruchzahlen sind Ergebnisse von Divisionen. 2. Eine Bruchzahl kann auf verschiedene Weisen beschrieben werden. 3. Die natürlichen Zahlen sind auch (spezielle) Bruchzahlen. 4. Bruchzahlen sind sehr ungeordnet, solange man verschiedene Nenner betrachtet. 5. Bei Auswahl eines geeigneten Teilbereichs (gleiche Nenner) bekommt man die gewohnte Ordnung der natürlichen Zahlen.“

ist der Knackpunkt der Initiierung von Verstehen nicht das Handeln und die Beschreibung des Handelns, sondern der Knackpunkt ist die Frage, was eigentlich der mathematische Inhalt bzw. Hintergrund der Handlung, was also das zu Verstehende ist. Für die Lehrkraft ist damit die Frage verbunden, was sie selbst konkret zur Handlung sagen muss und was die Lernenden sagen können sollen. Mit diesem Ansatz verschiebt sich der Anspruch an die Lehrkraft (und auch an didaktische Konzeptionen), weil es nicht mehr ausreicht, Handeln und Sprechen über Handeln zu initiieren, sondern weil auch noch ein Anspruch daran expliziert wird, welche Ideen beim Sprechen formuliert werden müssen, damit aus dem Handeln-Sprechen ein Verstehen des mathematischen Inhaltes wird.

Nun deutet sich im Text von Eckstein an, dass er genau diese Verbalisierung der mathematischen Zusammenhänge initiieren will. Er expliziert an vielen Stellen die Ideen, die an die Lernenden herangetragen werden müssen. Aber er verfängt sich eben auch in der Konzeption von Wartha und Schulz. Für die Decimats möchte er z. B. Folgendes: „Die Lernenden sollen Schritt für Schritt vom konkreten zum gedanklichen Darstellen übergehen. Sie sollen die flächige Darstellung von Dezimalzahlen mehr und mehr in der Vorstellung vornehmen." (S. 74). Dies erscheint mir wenig sinnvoll: Es kann doch nicht darum gehen, dass die Lernenden Dezimalzahlen in ihrem Kopf flächig darstellen. Die flächige Darstellung dient der *begrifflichen Durchdringung* der Konstruktionsweise der Dezimalzahlen. Zu dieser Durchdringung bedarf es keines Zwischenschrittes der gedanklichen Darstellung des Materials. Vor allem aber produziert die mentale Repräsentation des Materials eben noch kein Verständnis des mathematischen Konstrukts. Auch die Verbalisierung einer Materialhandlung produziert noch nicht auf wundersame Weise ein Verstehen des mathematischen Inhalts. Das merkt man im Buch spätestens dort, wo die Decimats genutzt werden sollen, um auch die Addition und Subtraktion von Dezimalzahlen zu vollführen. Ein solches Vorgehen ist nur sinnvoll, um zu erarbeiten, dass die Decimats für diese Operationen wenig geeignet sind. Die Auseinandersetzung mit den Grenzen des Materials hilft bei der begrifflichen Durchdringung des Aufbaus der Dezimalzahlen und des Operierens mit ihnen.

In Kapitel 7 brennt Eckstein noch einmal ein didaktisches Feuerwerk ab. Es wird unter dem Stichwort „Vernetztes Wissen" ein breiter Fächer von „Übungen und Spielen zu Brüchen, Dezimalzahlen und Prozenten" vorgestellt. Im Ganzen legt Berthold Eckstein ein lehrreiches, brauchbares Buch vor, das zügig lesbar und sowohl anregend als auch sofort praktisch verwendbar ist.

Literatur

Baireuther, P. (1997). *Bruchrechnen mit Streifen. Handelnde Erfahrungen zu einem schwierigen Thema.* tinyurl.com/w4q7tos (letzter Zugriff 12. 9. 2019)

Kwapis, J., Meyerhöfer, W., Steffen, O. & Grütte, D. (2018). *Manual zum Jenaer Rechentest für die Klassen 1 bis 4: JRT 1–4*. Münster: WTM-Verlag.

Meyerhöfer, W. (2018). Verständnis – Ein Ansatz zur begrifflichen Erschließung mathematischer Inhalte. In Fachgruppe Didaktik der Mathematik der Universität Paderborn (Hrsg.), *Beiträge zum Mathematikunterricht 2018* (S. 1243–1246). Münster: WTM-Verlag.

Wartha, S. & Schulz, A. (2012). *Rechenproblemen vorbeugen.* Berlin: Cornelsen-Verlag.

Berthold Eckstein: *Brüche, Dezimalzahlen und Prozente darstellen und verstehen*. Klett-Kallmeyer, Seelze 2019. 144 Seiten plus Download-Material, ISBN 978-3-7727-1284-5

Wolfram Meyerhöfer, Universität Paderborn
E-Mail: wolfram.meyerhoefer@upb.de

Nachruf auf Prof. em. Dr. Hans-Günther Bigalke

Thomas Bedürftig und Klaus Hasemann

Hans-Günther Bigalke, einer der Pioniere der Didaktik der Mathematik in Deutschland, Mitbegründer der GDM, 1975 bis 1988 Mitglied im Beirat der GDM, ist am 19. April 2019 gestorben.

Sein Tod war für seine Frau Gisela Bigalke und seine Familie überraschend, und auch für uns, die Mitglieder des Instituts für Didaktik der Mathematik der Leibniz Universität Hannover. Sechs Wochen vor seinem Tod haben wir mit ihm und seiner Frau in einem Café am Französischen Garten in Celle gesessen und uns nett und fröhlich unterhalten. Altersbedingt ging es Hans-Günther Bigalke schon einige Jahre nicht gut. In dieser Zeit war seine Frau, die immer für seine Projekte und vielfältigen Arbeiten den Lebenshintergrund gestaltet hatte, Rückhalt und Hilfe.

Hans-Günther Bigalke wurde am 23. Februar 1933 in Celle geboren. Er wuchs im Dorf Eldingen nahe Celle auf, wo sein Vater Lehrer war. Auch sein Ziel wurde der Lehrerberuf. 1952 nach dem Abitur in Celle nahm er das Lehramtsstudium der Mathematik, der Philosophie und Erziehungswissenschaften in Hannover auf, wurde 1957 zum Studienreferendar, ein Jahr später zum Studienassessor und 1962 zum Studienrat ernannt und unterrichtete über zehn Jahre an der Elsa Brandström-Schule in Hannover.

In die Jahre 1968 bis 1971 fiel seine Tätigkeit in der Volkswagenstiftung, in der er ein Förderprogramm „Zur Stellung der Mathematik und Naturwissenschaften im Bildungswesen der Bundesrepublik, insbesondere zur Ausbildung und Fortbildung von Mathematikern und Naturwissenschaftlern im Höheren Schuldienst“ entwickelte. 42 Millionen DM flossen damals in dieses Programm. Das Problem, das behoben werden sollte, war die mangelhafte fachdidaktische Ausbildung in der Lehramtsausbildung. Sein Engagement trug wesentlich zur Etablierung der Didaktiken an den Universitäten und Hochschulen bei. Seit 1972, zuerst an der PH Niedersachsen, dann im Institut für Didaktik der Mathematik und Physik der Leibniz Universität Hannover, war er ordentlicher Professor für Didaktik der Mathematik.

1967 hatte Hans-Günther Bigalke mit einer Dissertation über „Stetigkeitsuntersuchungen an gewissen unendlichen Graphen“ bei Theodor Kaluza (1910–1994) an der Universität Hannover promoviert. Es war eine Arbeit, die über eine graphentheoretische Interpretation der Dualzahldarstellung der reellen Zahlen deren ordnungstheoretischen und topologischen Eigenschaften nachbildet und einen besonderen Einblick in die Strukturen des grundlegenden Zahlenbereichs der Mathematik und des Mathematikunterrichts der Oberstufe bietet. Schon hier zeichnete sich ab, was im Hintergrund der Mehrzahl seiner mathematischen Arbeiten stehen sollte: Geometrie, Graphentheorie und Topologie.

Wir können hier Hans-Günther Bigalkes umfangreiches, bedeutendes mathematisches, mathematikhistorisches und mathematikdidaktisches Werk nur unzureichend würdigen. Wir können nur einzelne Dinge herausgreifen und dazu nur Andeutungen machen. Wir beginnen mit einem Blick in seine didaktischen Arbeiten.

Er war, wie wir in seinen überaus klaren und gestalteten Vorträgen oder in den vielen Gesprächen erleben konnten, ein glänzender Didaktiker. Seine Didaktik lebte von seiner Begeisterung für die Mathematik, die er weitergeben wollte. Eine mathematikdidaktische Ausbildung an den Hochschulen vorzubereiten und zu beschreiben, war seine Aufgabe in seiner Zeit in der Volkswagenstiftung gewesen. Diese Aufgabe durchzog seine wissenschaftliche Arbeit bis zu seiner Emeritierung. Er war wohl der Erste, der versuchte, Mathematikdidaktik umfassend zu charakterisieren. Er fühlte sich verantwortlich für die Mathematikdidaktik und ihre Entwicklung. Noch heute wird aus seinen wissenschaftstheoretischen Arbeiten zur Didaktik der Mathematik zitiert. 1984 hielt er auf der Jahrestagung der GDM den Eröffnungsvortrag „Thesen zur Theoriendiskussion in der Mathematikdidaktik“. 1998, zu seiner Emeritierung, zog er Bilanz in einem Vortrag mit dem Schiller paraphrasierenden Titel „Was heißt und zu welchem Ende studiert man Mathematikdidaktik?“, in der er mit didaktischen „Brotgelehrten“ abrechnet (siehe hierzu JMD 20 (1999) H. 1, S. 56–61). Zu welchem Ende aber sollte es sein? Seine Antwort beginnt mit:

> Wir möchten einen Mathematiklehrer, der sein Fach kennt.

Punkt. So einfach und selbstverständlich es klingt, dies ist ein hoher Anspruch, den er an die erste

Stelle setzt, ein Anspruch, der heute so oft nicht mehr zu gelten scheint. Er fährt fort:

> Der von der Bedeutung der Mathematik für den Einzelnen und für die Gesellschaft in weitestem Sinne weiß. [...] Der bereit und fähig ist, neuere Entwicklungen in der Mathematik zu verfolgen und auf die mögliche Bedeutung für die Bildung des Einzelnen und für das Lernen von Mathematik abzuklopfen.

Er selbst griff z. B. die in den 90er Jahren prominent werdende Chaostheorie auf, diskutierte ihre Eignung für den Mathematikunterricht und den Einsatz des Computers dabei und entwarf ein Unterrichtsbeispiel zur Cat Map. Er beklagte, dass sein Engagement für die Chaostheorie ein nur „enttäuschendes Echo“ fand. Die Mathematikdidaktik begann damals, sich von der Mathematik und ihrer Entwicklung zu entfernen, was er mit Kritik registrierte. „Stoffdidaktik“ kam in Verruf. Wie weit diese Entwicklung gegangen ist, zeigt die bezeichnende Bezeichnung einer Sektion „Mathematik in der Mathematikdidaktik“, die auf der Jahrestagung der GDM 2013 in Münster die Stoffdidaktik in Erinnerung rufen sollte. Er nahm dies mit Achselzucken zur Kenntnis.

Seine Frage, wie Mathematikdidaktik als Wissenschaft möglich sei, war und blieb, so sein Resümee, unbeantwortet. Im oben zitierten Aufsatz lässt er sybillinisch die Wahl zwischen einem „Schleichweg“, der auf Falsifizierbarkeit (Popper) verzichtet, und einem „Verzicht auf Wissenschaftlichkeit“. Über eine Mathematikdidaktik, die sich zunehmend empirisch orientierte und den Bezugswissenschaften näher war als der Mathematik, hat er sich in den letzten Jahren enttäuscht und resigniert geäußert. „Es gibt keinen Wissenschaftler, mit dem der Mathematikdidaktiker enger zusammenarbeiten muss, als den Mathematiker.“ Mit diesem Credo endet sein Aufsatz „Sinn und Bedeutung der Mathematikdidaktik“ aus dem Jahr 1974 (Zentralblatt für Didaktik der Mathematik (6), 109–115).

Mathematik war, das sagt das Zitat, für Hans-Günther Bigalke Bedingung von Mathematikdidaktik. Aufgabe und Ziel der Mathematikdidaktik sollten die mathematische Durchdringung, die didaktische Reflexion, die treue Elementarisierung des mathematischen Stoffes, die angemessene Darstellung im Mathematikunterricht, die Bedeutung in der Anwendung und die Bedingungen des Lernens sein. In seinen Arbeiten und Erfolgen als Schulbuchautor ist er diesen Weg gegangen – von der Mathematik bis zur Schülerin und zum Schüler. „Einführung in die Mathematik“ war der Name der Schulbuchreihe – und Programm. In einem didaktischen Handbuch für die damalige Orientierungsstufe, das er 1977 zusammen mit Klaus Hasemann schrieb, führte er dieses Programm aus.

Es ist bei alledem zwingend zu betonen, dass Hans-Günther Bigalke mathematisch geforscht und bedeutende Bücher und Schriften verfasste. Wir nennen nur seine „Kugelgeometrie“ (1984) und das Buch „Reguläre Parkettierungen“, das er zusammen mit Heinrich Wippermann (1994) geschrieben hat. Beide sind nicht ohne Hinblick auf die Mathematik im Mathematikunterricht verfasst. Denn beide sind von den Anwendungen her aufgebaut und die Anwendungsorientierung war ein Aspekt, über den er seine mathematisch-didaktischen Vorstellungen vermitteln wollte. Trotz des großen Anwendungspotentials beider mathematischen Bereiche gab es auch hier kaum eine Wirkung in die Mathematikdidaktik hinein.

Wenn man in diese Bücher schaut, die eine interessante, anschauliche und alltagsrelevante Mathematik präsentieren, wird einem bewusst, wie erstaunlich festgeschrieben, einseitig und zufällig die Curricula des Mathematikunterrichts sind. Wichtige Gebiete, wie etwa die sphärische Geometrie, die einmal zur Allgemeinbildung gehörte – Grundlage der alltäglichen Orientierung, der Navigation, der Zeit- und Ortsbestimmung und der Astronomie –, sind weggebrochen. Im Zentrum des Buches über reguläre Parkettierungen stehen die Symmetrien, die uns im Alltag umgeben, in der Kunst begegnen und im Hintergrund vieler Anwendungen stehen, z. B. der Verwendung von Materialien. 1992 hatte Hans-Günther Bigalke einen Aufsatz „Verfahren zur Zerlegung von flachen Halbzeugen“ in der Zeitschrift „Bänder Bleche Rohre“ veröffentlicht. Nicht zu vergessen ist das mathematische Potential, das in den beiden Büchern steckt und über die Geometrie z. B. in die Gruppentheorie führt.

Ein sehr besonderes Buch schrieb er im Jahr 1988. Es ist die Biographie über den Vier-Farben-Satz-Forscher Heinrich Heesch, das auf einer Serie von langen Gesprächen und zahlreichen Dokumenten beruht und bei Birkhäuser erschien. Jahrzehntelang hatte Hans-Günther Bigalke mit Heinrich Heesch zusammengearbeitet. Der mathematische Hintergrund des Biographen, der mit allen Einzelheiten der Forschungen von Heinrich Heesch vertraut war, macht das Buch für den mathematischen Leser singulär. Es ist aber nicht nur überaus kenntnisreich, sondern zugleich einfühlsam geschrieben und für jeden Leser interessant, ja spannend.

Nach seiner Emeritierung wandte Hans-Günther Bigalke sich einem ganz anderen Wissenschaftszweig zu. Er schrieb und schuf zwei Bildbände über Fachwerkhäuser. Woher kam sein Interesse? Er wohnte in Celle, einer wunderschönen Fachwerkstadt. Er hatte die Verzierungen an den Fachwerkhäusern studiert und fragte sich, ob die

Datierungen oder Bauphasen der Fachwerkhäuser und deren Verzierungen mit Klassifizierungen der Ornamente zusammenhängen könnten. Eine mathematische Idee war also der Auslöser gewesen. Es war ihm bald klar, dass die Hypothese nicht zu halten war. Aber die Fachwerkhäuser und die Verzierungen hatten es ihm angetan. Schon im Jahr 2000 erschien sein erstes Buch „Fachwerkhäuser: Verzierungen an niederdeutschen Fachwerkbauten und ihre Entwicklung in Celle“. Er blieb – kein Wunder in dieser Umgebung, als Hannover und Mathematikdidaktik nicht mehr im Mittelpunkt standen – beim Thema. Er begann sich den mythologischen Darstellungen an den Fachwerkhäusern zu widmen. Das Ergebnis war das Buch „Geschnitzte Bilder und Figuren an Fachwerkhäusern“ (2008). Für beide großen Bildbände hatte er selbst die wunderbaren Fotografien gemacht, sie präzise vorbereitet und nach Jahreszeit, Tageszeit und Sonnenstand aufgenommen. Dazu hatte er zahlreiche Reisen durch das mittlere und nördliche Deutschland unternommen.

Hans-Günther Bigalke war ein vorbildlicher „Chef“, als wir, jung und unerfahren, zu der Arbeitsgruppe Didaktik der Mathematik in Hannover stießen und ihn intuitiv als Autorität anerkannten. Dabei spielte er alles andere als den „Chef“. Er war inspirierend in den Gesprächen und seinen Vorträgen, aber niemals bestimmte er uns darin, was wir wissenschaftlich zu tun hätten. Wir im Institut gingen alle unsere sehr verschiedenen Wege und dennoch gehörten alle und alles, was wir taten, zusammen. Wir initiierten 1978 ein Kolloquium, in dem die Mitglieder des Instituts aus ihren Arbeiten berichteten. Das Kolloquium war lebendig und diskussionsfreudig, ein Kolloquium im Sinne des Wortes. Hans-Günther Bigalke war ein engagierter, brillanter Vortragender und ein streitbarer, aber fairer Diskutant. Sehr bald kamen Vorträge von Kolleginnen und Kollegen von außen hinzu. Hans-Günther Bigalke war ein uns immer zugewandter, anerkennender und herzlicher, im besten Sinne kollegialer Kollege. Auf den jährlichen Exkursionen des Institutes und den Institutstreffen haben wir das immer wieder, zuletzt am 3. März dieses Jahres, erleben dürfen. Wir sind traurig und wir sind dankbar und denken gern und mit großer Hochachtung an Hans-Günther Bigalke zurück.

Thomas Bedürftig, Leibniz Universität Hannover
E-Mail: beduerftig@idmp.uni-hannover.de

Klaus Hasemann, Leibniz Universität Hannover
E-Mail: hasemann@idmp.uni-hannover.de

Nachruf auf Heinrich Besuden (1924–2019)

Michael Neubrand

Am 11. Oktober 2019 verstarb Prof. Dr. Heinrich Besuden im Alter von 95 Jahren. Heinrich Besuden gehörte zu den Persönlichkeiten, die unsere Disziplin der Mathematikdidaktik nachhaltig beeinflusst haben.

Heinrich Besuden hatte, nach Lehramtsstudium (und Lehrpraxis) sowohl für die Volksschule als auch für das Gymnasium sowie einer pädagogischen Promotion (Köln 1955), seit 1954 Dozenten-, ab 1972 Professorenstellen an der PH Oldenburg und dann seit Gründung 1972 an der Carl von Ossietzky Universität Oldenburg inne. Von 1965 bis 1967 war er Rektor der PH, 1989–1991 Dekan des Fachbereichs Mathematik. Er hat mehrmals Gastprofessuren in den USA (1969, 1974, 1982, 1994) wahrgenommen und den internationalen Austausch in der Mathematikdidaktik gepflegt, so etwa mit Japan. Er war zudem wohl einer der ersten westdeutschen Mathematikdidaktiker, die bereits vor der Wende den Kontakt zur Mathematikmethodik der DDR gesucht und gefunden hatten. Von 1979 bis 1983 war er zweiter Vorsitzender der 1975 gegründeten Gesellschaft für Didaktik der Mathematik (GDM).

Das Wesentliche in seiner wissenschaftlichen Biographie kann man wohl so benennen: Das Umsetzen seinerzeit aktueller psychologischer und mathematischer Strömungen in eine eigenständige Mathematikdidaktik orientierte sich stets daran, mathematikdidaktische Konzepte praktisch wirksam werden zu lassen. So hat Besuden zusammen mit Arnold Fricke das Lehrwerk „Mathematik in der Grundschule“ konzipiert und herausgegeben, das von 1967 bis 1985 in mehrfacher Überarbeitung auf dem Markt war. Die ursprüngliche Version war noch frei von den damals entstehenden Formalismen der „Mengenlehre“, die Fricke & Besuden erst nachträglich aufgrund der Lehrplanvorgaben hinzunahmen. Vielmehr ging es, in Besudens eigenen Worten, um „eine Mathematisierung des Rechnens (und eine stärkere Betonung der Geometrie)“. Besuden war wichtig, dass das Wort „Mathematik“, und nicht „Rechnen“, im Titel eines Lehrwerks für die Grundschule stand. Die Eigentätigkeit der Schülerinnen und Schüler, nicht nur mit den Cuisenaire-Stäben, war eines der charakteristischen Kennzeichen dieses Ansatzes. Entsprechend hat er für die eigenständige Arbeit der Studierenden mehrere Handbücher zum Anfangsunterricht, zur Geometrie und zum Thema Größen entwickelt. Geometrie und Sachrechnen sind für ihn stets entscheidende Felder des Mathematikunterrichts gewesen.

Grundlage für die unterrichtsorientierten Werke von Heinrich Besuden waren die Adaption aktueller Strömungen in der Psychologie, insbesondere des Werks von Jean Piaget, und der Einbezug fundamentaler mathematischer Ideen. Die operative Natur des Denkens geht aber nicht ohne Transformationsprozesse über in die Gestaltung schulischer Lehr-Lern-Prozesse. Dieses Transformieren ist die originäre Leistung von Heinrich Besuden und sein bleibender Beitrag zur Mathematikdidaktik.

Michael Neubrand, Universität Oldenburg
E-Mail: michael.neubrand@uni-oldenburg.de

Nachruf auf Prof. Dr. Karl Kießwetter (23. 1. 1930–21. 9. 2019)

Marianne Nolte, Alexander Kreuzer und Kirsten Pamperien

Abb. aus Jörn Bruhn (2019, S. 6)

Für uns alle überraschend verstarb am Samstag, den 21. 9. 2019, Herr Prof. Dr. Karl Kießwetter in seinem 90. Lebensjahr.

Herr Kießwetter hatte von 1978 bis zu seinem Eintritt in den Ruhestand 1995 die Professur „Erziehungswissenschaft u. b. B. der Didaktik der Mathematik“ an der Universität Hamburg inne. Seit Beginn der 1980er Jahre forschte er auf dem Gebiet der mathematischen Hochbegabung. Er entwickelte das Hamburger Modell der Begabtenförderung, in dessen Rahmen er bis zu seinem Tod Schülerinnen und Schüler der Oberstufe förderte.

Kurz einige Bemerkungen zu seinem Lebenslauf

Viele von uns können es sich kaum vorstellen, ihr Studium durch die Arbeit in einem Brikettwerk zu finanzieren. Die harten Jahre als Heimatvertriebener, einige Zeit bereits mit 15 Jahren auf sich allein gestellt, hatten vermutlich Einfluss auf seine Einstellung gegenüber den Widerständen, die im Leben zu überwinden sind. Herausforderungen beim Problemlösen anbieten, die Entwicklung von Durchhaltevermögen unterstützen, aber nicht alle Steine aus dem Weg räumen, gehörte mit zu seinem Konzept der Förderung von Schülerinnen und Schülern.

Herr Kießwetter studierte Mathematik und Physik in Köln, wo er 1954 mit 24 Jahren das Staatsexamen ablegte und in Mathematik promovierte (bei den Professoren Hoheisel und Hamburger). Danach war er bis 1965 an einer Schule in NRW tätig. Er arbeitete gern als Lehrer. Dabei war es ihm wichtig nach Wegen zu suchen, Schülerinnen und Schülern Zugang zu mathematischen Inhalten zu ermöglichen, mathematisches Denken zu aktivieren. Dies war eines seiner wichtigsten Ziele, das er als Lehrer in der Schule und später als Hochschullehrer an den Universitäten verfolgte.

Die reine Mathematik interessierte ihn, aber darüber hinaus auch die Art und das Denken der Menschen, welche produktiv mathematisch arbeiten. Überlegungen, wie solche Prozesse ablaufen und wie Schülerinnen und Schüler an eine solche Arbeit herangeführt werden, beschäftigten ihn bis zu seinem Lebensende.

1965 wurde Herr Kießwetter zu Prof. Behnke an die mathematische Fakultät der Universität Münster abgeordnet. In NRW herrschte damals Mathematiklehrermangel. Seine Aufgabe bestand darin, bei der Verringerung der hohen Durchfallquote der Studierenden mitzuwirken. Er veröffentlichte deshalb z. B. unter anderem ein sehr einfaches Beispiel für eine überall stetige und nirgends differenzierbare Funktion, das man schon ganz am Anfang der Analysisvorlesung einsetzen kann. Diese Funktion wurde u. a. in das weit verbreitete Buch *Classics on Fractals* von G. A. Edgar aufgenommen. Im Internet findet man inzwischen viele Bezüge zu dieser „kiesswetter-like function" (siehe dazu auch Bruhn, 2019).

1970 wechselte Herr Kießwetter zu Prof. Grotemeyer und der neugegründeten Universität Bielefeld. Dort entwickelte er ein didaktisches Konzept für die Anfängerveranstaltung Mathematik, die er mehrfach durchführte und evaluierte. 1975/76 entstanden dazu bei BI zwei Bände *Reelle Analysis einer Veränderlichen*.

An verschiedenen Stellen wird deutlich, wie seine Vorgehensweisen immer noch aktuell sind (seiner Zeit voraus waren). So drehte er in Bielefeld Unterrichtsfilme, die er in seinen Veranstaltungen zur Didaktik der Mathematik einsetzte. Die Analyse von Videosequenzen ist heute eine wichtige und aktuell sehr häufig eingesetzte Methode, um zukünftige Lehrkräfte an die komplexen Prozesse im Unterricht heranzuführen und es ihnen zu ermöglichen sich mögliche zielführende Alternativen für den jeweiligen betrachteten Unterricht zu überlegen.

Um Prozesse beim Problemlösen und insbesondere dabei auch das Phänomen der Kreativität zu untersuchen, führte er Fallstudien mit verschiedenen Gruppen durch, so dass er die Vorgehensweisen von Experten und Novizen vergleichen konnte. In Abgrenzung von Experimenten zum Problemlösen in der Psychologie entwickelte er komplexe Fragestellungen, denn

> Es nützt wenig, wenn man vor allem von simplem Aufgabenmaterial ausgeht. Die betrachteten Vorgänge beim Entstehen von Mathematik müssen vielmehr einen größeren Kompliziertheits- und Komplexitätsgrad aufweisen (Kießwetter, 1977, S. 1).

Die Problemstellungen sollten möglichst für alle zugänglich sein.

> Wir suchten also schon in der Formulierung praktisch voraussetzungslose Probleme mit einem breiten Spektrum an Lösungsmöglichkeiten, die wir dann auch älteren Mathematikstudenten und fertigen Mathematikern stellen konnten. Jedoch musste vermieden werden, aus dem Bereich der Mathematik in den Bereich der Denksportaufgaben hinüber zu wechseln (Kießwetter, 1977, S. 26 f).

Zugang zu den dabei ablaufenden Prozessen gewann er über Beobachtungen:

> Man beobachtet die interessanten Phänomene an hinreichend vielen Einzelprozessen, konstruiert ein erklärendes Modell und benutzt schließlich zur Verbesserung die Rückmeldungen aus der Verwendung der Modellierung (a. a. O.).

Aus der Vielzahl der Beobachtungen lassen sich dann Hypothesen ableiten. Würden die Aufgabenstellungen vereinfacht, wäre es leichter schneller eine Interrater-Reliabilität herzustellen, aber dann wären wesentliche Elemente eines kreativen Problemlöseprozesses nicht gegeben. Um die Komplexität der Wirklichkeit in Studien zu erfassen braucht es seiner Meinung nach die Beobachtung in realen Situationen, die sehr viel Erfahrung erfordert und langwierig ist.

> Simplifizierende Wissenschaftlichkeit löst keine Probleme, sondern versteckt diese (Manuskript, 2001).

Als positiv für die Unterstützung kreativer Prozesse empfahl er u. a. „selbstangeregte Entdeckungen", „Ermutigung zu unkonventionellen Ansätzen" ein „aktives Umgehen mit Materialien" (Kießwetter, 1977, S. 5). Bereits seinen ersten Fallstudien entnahm er Aspekte, die seine spätere Arbeit wesentlich prägten: Die Unsicherheiten in kreativen Problemlöseprozessen führen selbst bei erfahrenen/routinierten Personen nicht sicher zu Lösungen. Sie können fehlerbehaftet sein. Diese Beobachtungen waren wesentlich für die Entwicklung einer Haltung gegenüber Lernenden, die von Ermutigung und dem Wissen um menschliche Unzulänglichkeiten geprägt ist.

> Fehler sind notwendige Bestandteile von kreativen Prozessen, Fehlversuche müssen durchlaufen werden, um mit ihrer Hilfe dann eine Lösung zu gewinnen. Durch Fehler und Fehlversuche wird das Feld der Möglichkeiten abgetastet und dann das Material für den Lösungsprozess aussortiert bzw. ergänzt (Kießwetter, 1977, S. 26).

1978 folgte Herr Kießwetter einem Ruf nach Hamburg, wo organisatorisch die Mathematikdidaktik von der Mathematik getrennt ist. Trotz der organisatorischen Trennung arbeitete Herr Kießwetter mit vielen Kolleginnen und Kollegen des Fachbereichs Mathematik eng zusammen und beteiligte sich an den neu eingerichteten Schülerzirkeln der altehrwürdigen mathematischen Gesellschaft in Hamburg.

Gegen die Widerstände der damaligen Zeit entwickelte Herr Kießwetter das sogenannte „Hamburger Modell der Begabtenförderung", dessen Entstehen etwa auf der bewusst einfach gehaltenen Homepage www.hbf-mathematik.de beschrieben wird: Ab WS 1981/82 arbeitete ein interdisziplinär zusammengesetztes Team aus Mitgliedern der Fachbereiche Psychologie, Mathematik und Erziehungswissenschaft der Universität Hamburg in engem Kontakt zu einer Arbeitsgruppe der Johns-Hopkins-University in Baltimore/USA an der Konzeption und Durchführung eines Forschungs- und Förderprojekts für Schülerinnen und Schüler des Sekundarstufenbereichs. Aus diesen Anfängen entstand ein Forschungs- und Förderprojekt für mathematisch besonders begabte Schülerinnen und Schüler, das er bis zu seinem Tod leitete. In dieser Zeit wurde von ihm auch die William-Stern-Gesellschaft Hamburg mitgegründet, in deren Rahmen Mathematiker, Mathematikdidaktiker und Psychologen gemeinsam daran arbeiten, Forschung und Hochbegabtenförderung voran zu bringen. Jährlich bot er gemeinsam mit der mathematischen Gesellschaft Vorlesungen für die interessierte Öffentlichkeit an, in der er seine Gedanken zur Förderung mathematischer Begabung vorstellte.

Zu seinem Förderkonzept

Wesentliche Aspekte seines Förderkonzepts lassen sich bereits aus seinen Arbeiten in Bielefeld ableiten. So ist es für ihn zwingend, zur Erforschung und zur Förderung von Problemlöseprozessen komplexe Problemstellungen zu verwenden, um die Tätigkeit forschender Mathematikerinnen und Mathematiker zu simulieren bzw. Schülerinnen und Schüler altersangemessen daran heranzuführen. Auch die Gestaltung der Materialien in einer Weise, sodass sie verschiedenen Altersgruppen zugänglich sein können, ist ein wesentliches Element insbesondere der Problemstellungen, die bereits in der Grundschule und bis in die Oberstufe eingesetzt werden können. Ein Beispiel findet sich in Kießwetter (2006). Bei der Entwicklung der Problemstellungen waren ihm die emotionalen Prozesse beim Problemlösen bewusst. Ausgehend von Einstiegsproblemen, die leicht zugänglich sind, zunächst weitere Fragestellungen anzuregen, mit denen ein tieferes Eindringen in den mathematischen Kontext möglich ist, oder bei erfahrenen Schülerinnen und Schülern zu eigenständigem Weiterfragen anzuregen, ist ein wesentlicher Bestandteil seines Konzepts. Problem posing (z. B. Singer & Voica, 2015) wird heute als wichtiger Förderansatz in der Begabtenforschung angesehen.

Wer seine Vorträge und Veröffentlichungen besuchte, hörte von ihm immer wieder bestimmte Schlagworte wie z. B. Handlungsmuster, Superzeichen, Vernetzung, Arbeitsgedächtnis, menschliche Unzulänglichkeiten usw.

Handlungsmuster oder Kategorien mathematischer Denkleistungen

Handlungsmuster oder Kategorien mathematischer Denkleistungen sind eine wesentliche Basis seines Konzepts Problemstellungen zu entwickeln, die den Schülerinnen und Schülern eine möglichst selbständige und ausdauernde Beschäftigung mit mathematischen Fragestellungen ermöglichen. Sie sind deshalb Grundlage für die Entwicklung von Fördermaterialien, mit denen Schülerinnen und Schüler sich forschend altersangemessen mit mathematischen Fragestellungen befassen können.

Sie basieren auf seinen eigenen Erfahrungen als forschender Mathematiker und der Beobachtung von Personen in Problemlöseprozessen. Seine Beschreibung von *Handlungsmustern* (Kießwetter, 1985) bezeichnete er später als „Katalog von Kategorien mathematischer Denkleistungen" (Kießwetter, 2006, S. 136). Seine entscheidende Idee dabei ist, dass diese Handlungsmuster bzw. Kategorien mathematischer Denkleistungen günstig für ein erfolgreiches Bearbeiten von Problemstellungen sind. Er wehrte sich immer dagegen, diese als Charakteristika zu bezeichnen, die mathematisch besonders begabte Schülerinnen und Schüler kennzeichnen. Hingegen vertrat er die Auffassung, dass mathematisch tätige Personen, die sich mit komplexen Problemstellungen befassen und dabei diese Handlungsmuster nutzen, ein gewisses mathematisches Potenzial zeigen. Aber auch Personen, die über ein hohes Potenzial verfügen, sind nicht immer erfolgreich in Problemlöseprozessen. D. h., aus dem Nichtzeigen von Handlungsmustern lässt sich nicht das Vorliegen oder Nichtvorliegen eines mathematischen Potenzials ablesen.

Handlungsmuster bzw. „Katalog von Kategorien mathematischer Denkleistungen" (Kießwetter, 2006, S. 136):

- Organisieren von Material
- Sehen von Mustern und Gesetzen
- Erkennen von Problemen, Finden von Anschlussproblemen
- Wechseln der Repräsentationsebene (vorhandene Muster bzw. Gesetze in „neuen" Bereichen erkennen und verwenden)
- Strukturen höheren Komplexitätsgrades erfassen und darin arbeiten
- Prozesse umkehren

Organisieren von Material ist immer dann notwendig, wenn Informationen in Problemlöseprozessen geordnet werden müssen. Oft entstehen in Problemlöseprozessen neue Informationen, z. B. wenn der Suchraum durch Betrachten von Extremfällen erweitert wird. Diese Informationen z. B. in Tabellen zu ordnen erleichtert das Erkennen von Mustern.

Sehen von *Mustern* und diese auf Gesetzmäßigkeiten zu beziehen ist eine wesentliche Basis für die Problembearbeitung (z. B. Fritzlar, 2019; Nolte, 2010).

Schülerinnen und Schülern werden zunächst Probleme angeboten. Zunehmend mehr werden sie zum Weiterfragen angeregt, so dass sie eigene *Anschlussprobleme* finden.

Der Wechsel der *Repräsentationsebene* bezieht sich auf die Flexibilität des Denkens, darauf, dass Probleme unterschiedlich repräsentiert sein können, sowohl in der Vorgabe als auch bei der Bearbeitung des Problems. Z. B.: Assoziiert eine Person bei der Bearbeitung eines Problems zu einer geometrischen Darstellung eine algebraische? Erkennt sie in einer Zahlenfolge oder einem Term eine mögliche andere Darstellung (3 als $2^2 - 1$, 8 als $3^2 - 1$)?

Strukturen höheren Komplexitätsgrades erfassen und darin arbeiten: Ob eine Problemstellung für eine Person eine Herausforderung darstellt, hängt von der Komplexität der zu verarbeitenden Information ab. Da besonders begabte Schülerinnen und Schüler mit komplexeren Informationen umgehen können, ist dies ein wichtiges Kriterium für die Gestaltung passender Materialien. Ein und derselbe Inhalt kann auf verschiedenen Komplexitätsstufen angeboten werden wie z. B. das NIM-Spiel. Abhängig vom Adressaten und der Vorgabe können Problemstellungen leicht zugänglich oder als Herausforderung angeboten werden.

Prozesse umkehren ist eine wichtige heuristische Strategie, die ebenfalls ihren Anspruch durch den Anforderungsgehalt der Aufgabenstellung erhält.

Auf den Handlungsmustern basiert auch der von ihm entwickelte Test HTMB zur Erfassung einer besonderen mathematischen Begabung. Herr Kießwetter legte immer viel Wert darauf zu verdeutlichen, dass das Ziel der Beschreibung von Handlungsmustern nicht darin bestehen könnte eine mathematische Begabung umfassend zu modellieren. Er betrachtete die Handlungsmuster vielmehr als eine Möglichkeit darauf basierend Materialien zu entwickeln, mit denen eine Simulation von Forschungskonstellationen im elementarmathematischen Bereich ermöglicht wird.

Vernetzung. Ein weiterer wichtiger Begriff ist der der „Vernetzung“ (Kießwetter, 1994). In vielen seiner Vorträge, die er jährlich bis zu seinem Tod gehalten hat, spielt dieser Begriff eine wichtige Rolle. Wie reichhaltig ist die Vernetzung mathematischer Inhalte und wie leicht fällt es in Problemlöseprozessen auf das vernetzte Wissen zurückzugreifen? Was wird in welcher Situation überhaupt aktiviert? Die Unsicherheiten in Problemlöseprozessen ergeben sich zum Teil daraus, dass ein zum Problem passendes Netz von Wissensbausteinen im Arbeitsgedächtnis aktiviert werden muss und dann weitere Informationen und deren Vernetzung durch heuristische Strategien gefunden werden müssen. Bereits in seiner Modellierung von 1977 verwies er darauf, dass dieser Prozess nicht linear sein kann (Kießwetter, 1977).

Theoriebildungsprozesse. Für Kießwetter kann die Beschäftigung mit mathematischen Inhalten zur Bildung neuer Theorien führen. In diesen Theoriebildungsprozessen

> werden nicht nur Probleme gelöst, sondern auch ge- bzw. erfunden, es entstehen neue Beweisverfahren, es werden aber auch noch andere neue Strukturen erkannt und als neue Einheiten des Denkens verwendet, es werden neue „externe“ und „interne“ Repräsentationen der gefundenen Zusammenhänge erschaffen und es entstehen (weitere) Verbindungen zu den bisher in den Köpfen der agierenden Personen vorhandenen und diesen vertrauten Wissenselementen. [...] Insgesamt gebiert die Produktionsphase eine ungezügelte Vernetzung (Kießwetter, 1993, S. 5).

Mit wachsender Erfahrung entwickeln die Schülerinnen und Schüler die Voraussetzungen für Theoriebildungsprozesse, so dass in seinen Oberstufengruppen immer wieder kleine neue Theorien entstanden.

Komplexität. Er verwies darauf, dass komplexe Problemstellungen günstig für die Förderung mathematisch begabter Schülerinnen und Schüler sind. Forschendes Lernen, und darauf basiert sein Konzept von Anfang an, bedeutet auch, sich mit Fragen einer gewissen Komplexität zu befassen. Die Beobachtung von mathematisch tätigen Personen zeigte ihm immer wieder Charakteristika von Problemlöseprozessen, nämlich die Ungewissheiten bezüglich des Erfolgs, die Bedeutung von Intuition und die Überforderung, die aus der Arbeit in komplexen Konstellationen erwachsen kann. Beim Verweis auf die menschlichen Unzulänglichkeiten griff er gern auf die Arbeiten des Psychologen Dörner zurück, der deutlich machte, dass ein intelligentes Abrufen und Verknüpfen von vorhandenem Wissen in einfachen Situationen völlig andere Anforderungen stellt als ein kreatives Problemlösen in komplexen Konstellationen (siehe z. B. Dörner, 1992). Letzteres bildet im mathematischen Kontext aber eher die Arbeit eines forschenden Mathematikers ab und diente ihm deshalb als Vorbild für die Entwicklung seiner Materialien.

Damit verbunden ist sein Ansatz der Vorgabe von Problemstellungen in *Problemfeldern*. Ausgehend von einem mathematischen Problem führen Anschlussfragen dazu, dass die Fragestellungen zunehmend erweitert werden und der – den Schülerinnen und Schülern zugängliche – mathematische Kontext des Problems erschlossen wird. Mit wachsender Erfahrung stellen die Schülerinnen und Schüler eigene Fragen, die sie sich erarbeiten. Der Ansatz die Schülerinnen und Schüler zu eigenen Fragen anzuregen, wird heute unter dem Stichwort „problem posing" erforscht (z. B. Singer et al., 2015). Im Sinne des forschenden Lernens geht es in der Förderung um das Hineinwachsen in eine fachspezifische Kultur, die Denk- und Handlungsweisen umfasst, „Lernen als Enkulturation" (Wegner & Nückles, 2013, S.16). Diese Enkulturation findet sich bereits bei Krutetskii (1976), der bezogen auf die Entwicklung mathematischer Kompetenzen von einem "mathematical cast of mind" spricht. Zur Enkulturation gehört das Hineinwachsen in Normen, Sprache, Verhaltensweisen und typische Aktivitäten des jeweiligen Faches. Dass dies im Rahmen des Hamburger Modells gelingt, zeigt sich an den Vorgehensweisen der Schülerinnen und Schüler, z. B. darin, dass sie bereits sehr früh nach Begründungen für eine Lösung suchen.

Superzeichen. Die grundsätzliche menschliche Unzulänglichkeit in komplexen Konstellationen zu arbeiten, wird durch die Bildung von Superzeichen erleichtert. Die Zusammenfassung von verschiedenen Informationen zu neuen und größeren Einheiten reduziert die Fülle an Informationen und damit auch die Belastung des Arbeitsgedächtnisses (Kießwetter, 1993, S. 6). Wenn erkannte Muster als eine übergeordnete Struktur zu einem Superzeichen zusammengefasst werden können und mit diesem im Problemlöseprozess weitergearbeitet wird, wird die Komplexität der Information deutlich reduziert (siehe auch Kießwetter, 1977).

Bernd Zimmermann bezeichnete Herrn Kießwetter einmal als den kreativsten Elementarmathematiker, der ihm bekannt war. Die Kreativität zeigte er nicht nur bei der Entwicklung seiner Problemstellungen, sondern ein wesentlicher Bestandteil seines Konzepts ist es, den Schülerinnen und Schülern Raum zu geben für die Arbeit an mathematischen Problemfeldern, in denen sie ihre Kreativität entfalten können.

> Uns geht es nicht vor allem um Genialität. Uns geht es vielmehr um diejenigen Fortschritte in Richtung auf Neuartiges, welche — der eine mehr, der andere weniger — jeder von uns produzieren könnte. Wir sind um den Unterricht bemüht und messen deshalb Kreativität relativ zum jeweiligen Kenntnisstand: Schüler sind kreativ, wenn sie für sich selbst neuartige Ideen finden, ganz gleich, ob diese Ideen für andere, insbesondere für den Lehrer, schon zum alltäglichen Routinedenken gehören oder nicht (Kießwetter, 1977, S. 1).

Kreative Theoriebildungsprozesse bezeichnete er in seinen Vorträgen als das „eigentliche mathematische Handeln". Auch wenn er von Kreativität sprach, beschrieb er das Spielerische dieses Prozesses, die Bedeutung des Umgangs mit Ungewissheit, den raschen Wechsel zwischen Sicherheiten und Unsicherheiten.

Persönlichkeitsentwicklung. Seine Arbeiten zur mathematischen Hochbegabung verbinden Sachanalysen mit psychologischen Erkenntnissen, dem Studium von Entdeckungen in der Geschichte der Mathematik und einer sehr sorgfältigen Beobachtung von Lernenden.

Wichtig war ihm deshalb auch die Persönlichkeitsentwicklung der Lernenden. Eine Auseinandersetzung mit mathematischen Problemen ist zwangsläufig mit Unsicherheiten verbunden. Abhängig von den Vernetzungen, die eine Problemstellung provoziert, können entscheidende Ideen gefunden werden oder nicht. Mit seinen Anekdoten über unerwartete Erfolge und Misserfolge von hochqualifizierten Personen ermutigte er seine Schülerinnen und Schüler, Misserfolge und Fehler bzw. Umwege als etwas Natürliches in Problemlöseprozessen zu betrachten. Die Freude an der Arbeit sollte nicht verloren gehen.

Immer wieder suchte er nach Anregungen bei der Volitionspsychologie, die Motivation eine Aufgabe nicht nur zu beginnen, sondern auch zu Ende zu führen, und bei der Theorie zur Psychologie des Spielens (z. B. Heckhausen, 1964, 1974). Deshalb waren für die Gestaltung von Fördermaterialien neben der *Anfangsmotivation* zu Beginn einer Problemstellung eine *Prozessmotivation* wichtig. Dazu wurden die Aufgaben so konstruiert, dass sie Zwischenerfolge ermöglichen. Spielen enthält einen Wechsel von Anspannung und Entspannung, wie er mit der Vorgabe der Problemfelder ermöglicht werden sollte, Zwischenerfolge führen zur Entspannung, eine weiterführende Fragestellung zu einer erneuten Anspannung.

Menschliche Unzulänglichkeiten waren ihm bei der Entwicklung seiner Materialien und seines Konzepts immer bewusst. Eine gute Atmosphäre, Freiheit für seine Mitarbeiterinnen und Mitarbeiter und Vertrauen in die Mitarbeiterinnen und Mitarbeiter und die Entwicklung der Schülerinnen und Schüler waren ihm wichtig. Die Erfahrung von Selbstwirksamkeit wurde durch die Zurückhaltung der Lehrkräfte unterstützt. Das, was heute als *Noticing* in der Didaktik beschrieben wird, gutes Beobachten, offen für verschiedene Interpretationen des Beobachteten und Reaktionen, die von Wertschätzung getragen werden, gehörte zu den wesentlichen Elementen seines Konzepts. Diese Kompetenzen hielt er generell bei Lehrkräften für entscheidend.

Herr Kießwetter war uns ein wichtiger und sehr geschätzter Lehrer!

Literatur

Bruhn, J. (2019). Kießwetter-Funktionen und Kießwetter-Fraktale. In M. Nolte (Hrsg.), *Was macht Mathematik aus? Nachhaltige paradigmatische Ansätze für die Förderung mathematisch besonders begabter Schülerinnen und Schüler* (S. 6–20). 2. veränderte Auflage. Münster: WTM-Verlag.

Dörner, D. (1992). *Die Logik des Mißlingens. Strategisches Denken in komplexen Situationen*. Reinbek: Rowohlt Taschenbuch Verlag.

Fritzlar, T. (2019). Zur Erfassung formaler Strukturen mathematikhaltiger Situationen. In K. Pamperien & A. Pöhls (Hrsg.), *Alle Talente wertschätzen – Grenz- und Beziehungsgebiete der Mathematikdidaktik* (S. 32–43). Münster: WTM Verlag.

Heckhausen, H. (1964). Entwurf einer Psychologie des Spielens. *Psychologische Forschung*, (27), 225–243.

Heckhausen, H. (1974). *Motivationsanalysen: Anspruchsniveau, Motivmessung, Aufgabenattraktivität und Mißerfolg, Spielen, Frühentwicklung leistungsmotivierten Verhaltens.* Berlin, Heidelberg: Springer.

Kießwetter, K. (1977). Kreativität in der Mathematik und im Mathematikunterricht. In M.Glatfeld (Hrsg.), *Mathematik lernen: Probleme und Möglichkeiten* (S. 1–39). Braunschweig: Vieweg.

Kießwetter, K. (1985). Die Förderung von mathematisch besonders begabten und interessierten Schülern – ein bislang vernachlässigtes sonderpädagogisches Problem. *Mathematisch-naturwissenschaftlicher Unterricht*. *38*(5), 300–306.

Kießwetter, K. (1993). Vernetzung als unverzichtbare Leitidee für den Mathematikunterricht. *mathematik lehren*, (58), 5–7.

Kießwetter, K. (1994). Vernetzung und Beweglichkeit beim Repräsentieren sind unverzichtbare Bestandteile von mathematischen Prozessen. *Der Mathematikunterricht*, *40*(3), 42–48.

Kießwetter, K. (2006). Können Grundschüler schon im eigentlichen Sinne mathematisch agieren – und was kann man von mathematisch besonders begabten Grundschülern erwarten, und was noch nicht? In H. Bauersfeld & K. Kießwetter (Hrsg.), *Wie fördert man mathematisch besonders befähigte Kinder? – Ein Buch aus der Praxis für die Praxis* (S. 128–153). Offenburg: Mildenberger.

Krutetskii, V. A. (1976). An investigation of mathematical abilities in schoolchildren. In J. Kilpatrick & I. Wirzup (Hrsg.), *Soviet Studies in the Psychology of Learning and Teaching Mathematics.* Chicago: Stanford University, University of Chicago, II.

Nolte, M. (2010). Zum Erkennen und Nutzen von Mustern und Strukturen in Problemlöseprozessen. In T. Fritzlar & F. Heinrich (Hrsg.), *Kompetenzen mathematisch begabter Grundschulkinder erkunden und fördern* (S. 11–24). Offenburg: Mildenberger.

Singer, F. M., Ellerton, N. F. & Cai, J. (2015). *Mathematical Problem Posing – From Research to Effective Practice.* New York: Springer.

Singer, F. M. & C. Voica (2015). Is problem posing a tool for identifying and developing mathematical creativity? In F. Singer, N. Ellerton & Cai. J. (Hrsg.), *Mathematical Problem Posing – From Research to Effective Practice* (S. 141–174). New York: Springer.

Wegner, E. & M. Nückles (2013). Kompetenzerwerb oder Enkulturation? Lehrende und ihre Metaphern des Lernens. *Zeitschrift für Hochschulentwicklung*, *8*(1), 15–29.

Marianne Nolte, Universität Hamburg
E-Mail: marianne.nolte@uni-hamburg.de

Alexander Kreuzer, Universität Hamburg
E-Mail: kreuzer@uni-hamburg.de

Kirsten Pamperien, Universität Hamburg
E-Mail: kirsten.pamperien@uni-hamburg.de

Gesellschaft für Didaktik der Mathematik e. V. (GDM)

■ *1. Vorsitzender:* Prof. Dr. Andreas Eichler, Universität Kassel, Institut für Mathematik, Heinrich-Plett-Straße 40, 34132 Kassel. Tel. 0561 . 804-4310 eichler@mathematik.uni-kassel.de
■ *2. Vorsitzende:* Prof. Dr. Katja Lengnink, Justus-Liebig-Universität Gießen, Institut für Didaktik der Mathematik, Karl-Glöckner-Straße 21c, 35394 Gießen. Tel.: 0641 . 99-32221, katja.lengnink@math.uni-giessen.de
■ *Kassenführer:* Prof. Dr. Torsten Fritzlar, Martin-Luther-Universität Halle-Wittenberg, Philosophische Fakultät III – Erziehungswissenschaften, Institut für Schulpädagogik und Grundschuldidaktik, Franckeplatz 1, Haus 31, 06110 Halle (Saale). Tel. 0345 . 5523-880, torsten.fritzlar@paedagogik.uni-halle.de
■ *Schriftführerin:* Prof. Dr. Daniela Götze, Universität Siegen, Fakultät IV, Department Mathematik, Didaktik der Mathematik, Herrengarten 3, 57072 Siegen, Tel. 0271 . 740-3538, goetze@mathematik.uni-siegen.de
■ *Bankverbindung:* Vereinigte Raiffeisenbanken Heroldsberg, Kto-Nr. 305 87 00, BLZ 770 694 61, IBAN DE05 7706 9461 0003 0587 00, BIC GENODEF1GBF.
■ *Homepage der GDM:* www.didaktik-der-mathematik.de

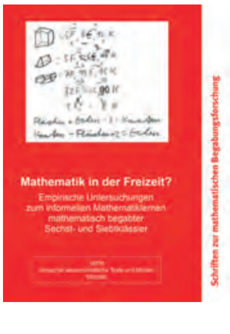
Impressum

■ Verleger: GDM ■ Herausgeberin: Prof. Dr. Daniela Götze (Anschrift s. o.) ■ Grafische Gestaltung: Christoph Eyrich, Berlin ■ Umschlagentwurf: Prof. Dr. Daniela Götze ■ Druck: Oktoberdruck GmbH, Berlin
Der Bezugspreis der GDM-*Mitteilungen* ist im Mitgliedsbeitrag der GDM enthalten.

Neuerscheinungen im WTM-Verlag 2019

Kontakt

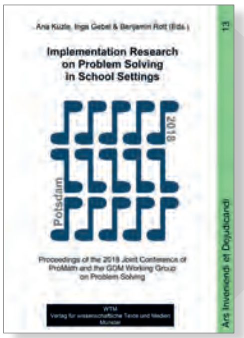
stein-wtm@outlook.de
Fon: +49 172 534 09 00
www.wtm-verlag.de



V. Körkel: **Mathematik in der Freizeit? Empirische Untersuchungen zum informellen Mathematiklernen mathematisch begabter Sechst- und Siebtklässler.** Ca. 540 S., Format DIN A5. Münster 2019.

Preis 47,90 €

ISBN 978-3-95987-109-9



A. Kuzle, I. Gebel & B. Rott (Eds.): **Implementation Research on Problem Solving in School Settings. Proceedings of the 2018 Joint Conference of ProMath and the GDM Working Group on Problem Solving.** Ca. 220 S., Format DIN A5. Münster 2019

Preis 28, 90 €

ISBN 978-3-95987-115-0

M. Klinger, A. Schüler-Meyer & L. Wessel (Hrsg.): **Hanse-Kolloquium zur Hochschuldidaktik der Mathematik 2018. Beiträge zum gleichnamigen Symposium am 9. & 10. November 2018 an der Universität Duisburg-Essen.** Ca. 200 S., DIN A5, ca. 200 S., DIN A5. Münster 2019.

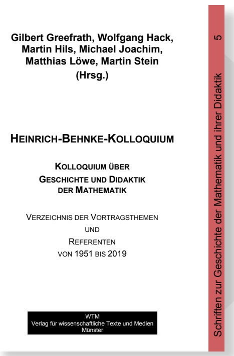
Preis 25,90 €

ISBN 978-3-95987-098-6

M. Nolte (Ed.): **Including the Highly Gifted and Creative Students – Current Ideas and Future Directions. Proceedings of the 11th International Conference on Mathematical Creativity and Giftedness (MCG 11).** Ca. 390 S., Format 17 cm x 24 cm. Münster 2019.

Preis 38,90 €

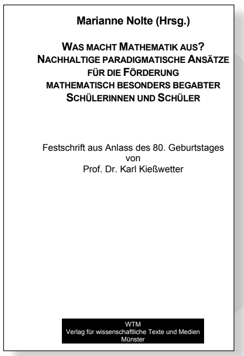
ISBN 978-3-95987-131-0



G. Greefrath, W. Hack, M. Hils, M. Joachim, M. Löwe & M. Stein (Hrsg.): **Heinrich-Behnke-Kolloquium – Kolloquium über Geschichte und Didaktik der Mathematik. Verzeichnis der Vortragsthemen und Referenten von 1951 bis 2019.** Ca. 90 S., DIN A5. Münster 2019.

Preis 18,90 €

ISBN 978-3-95987-127-3



M. Nolte (Hrsg.): **Was macht Mathematik aus? Nachhaltige paradigmatische Ansätze für die Förderung mathematisch besonders begabter Schülerinnen und Schüler. Festschrift aus Anlass des 80. Geburtstages von Prof. Dr. Karl Kießwetter.** Überarbeitete und erweiterte Neuauflage. Ca. 150 S., DIN A5. Münster 2019.

Preis 21,90 €

978-3-95987-130-3

WTM
Verlag für wissenschaftliche Texte und Medien
Münster